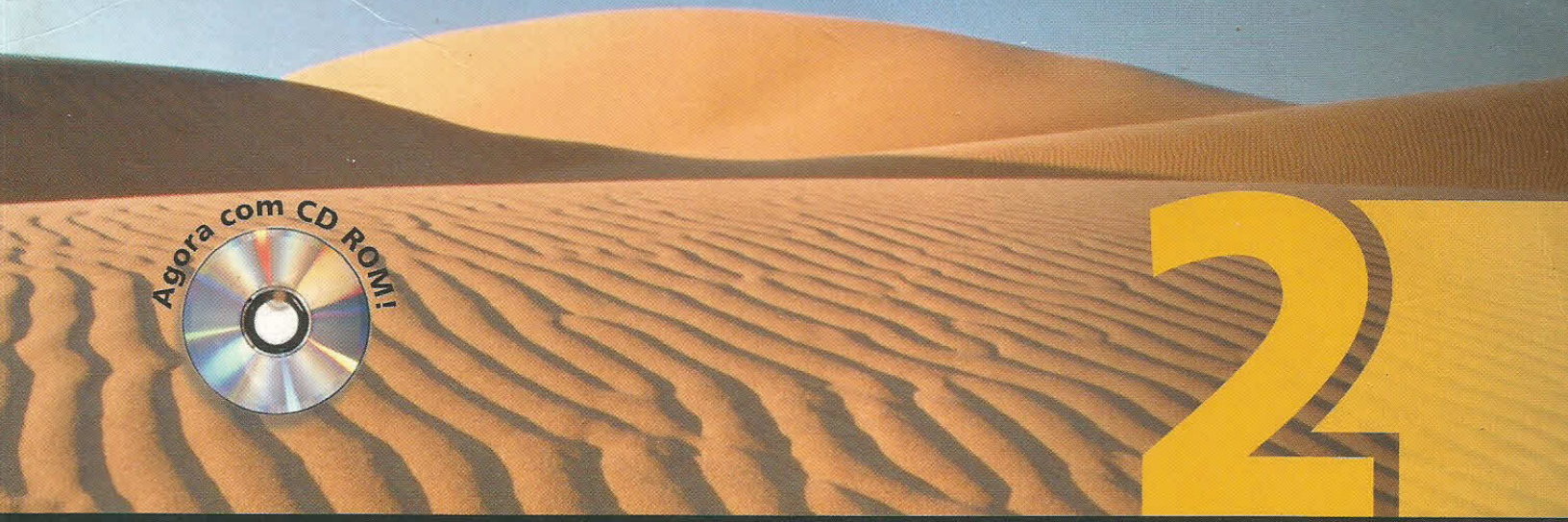


2

TÓPICOS DE FÍSICA

NEWTON • HELOU • GUALTER

TERMOLOGIA

ONDULATÓRIA

ÓPTICA

Editora Saraiva

Ao estudante

Em sua quarta versão, ***Tópicos de Física*** é uma obra viva, em permanente processo de aprimoramento. Com esse material, pretende-se abranger todos os tópicos do programa de Física do Ensino Médio brasileiro.

Nesta versão, procuramos dar à obra um caráter interdisciplinar, contextualizado e contemporâneo. Para isso, buscamos, sempre que possível, propor perguntas cujas respostas ultrapassem os limites da Física, textos relacionados a situações do dia-a-dia e informações sobre os avanços tecnológicos, tudo isso para que ***Tópicos de Física*** seja uma obra atualizada e ainda mais atraente.

Optamos pela distribuição clássica dos conteúdos, isto é, dividimos o material em três volumes:

Volume 1: Mecânica;

Volume 2: Termologia, Ondulatória e Óptica geométrica;

Volume 3: Eletricidade, Física moderna e Análise dimensional.

Cada volume compõe-se de *Partes*, que equivalem aos grandes setores de interesse da Física. Estas, por sua vez, são constituídas de *Tópicos*, que abordam determinado assunto teórica e operacionalmente. Em cada *Tópico* a matéria está divida em *Blocos*, que agregam itens relacionados entre si.

Nos *Blocos* a compreensão da teoria é favorecida pela inclusão de um grande número de exemplos práticos, ilustrações e fotos legendadas.

A maioria dos *Tópicos* é contemplada com as seções *Leitura*, *Faça você mesmo* e *Descubra mais*.

A seção *Leitura* permite que você vislumbre outros conhecimentos que fazem fronteiras com a Física.

A seção *Faça você mesmo* propõe que você realize pequenos experimentos com recursos caseiros e, a partir disso, possa compreender melhor certos fenômenos físicos.

A seção *Descubra mais* apresenta perguntas curiosas com a intenção de despertar em você uma atitude de busca pela resposta por meio de pesquisa em livros, revistas, *sites* e outras fontes.

Em cada *Tópico* há quatro grupos de exercícios com diferentes níveis de dificuldade:

Exercícios nível 1 – requerem, de forma simples, conhecimento apenas dos conceitos essenciais. Esses exercícios estão logo após a apresentação da teoria de cada Bloco.

Exercícios nível 2 – além dos aspectos conceituais, valoriza-se, nesses exercícios, a descrição quantitativa dos fenômenos. No meio dos *exercícios nível 1 e nível 2* há alguns *Exercícios resolvidos* (*ER*), que servem de ponto de partida para o encaminhamento de exercícios semelhantes. Os *exercícios nível 2* estão logo após os *exercícios nível 1*.

Exercícios nível 3 – em sua maioria são exercícios de vestibulares, nos quais inserimos elementos de complementação. Aparecem logo após a apresentação da teoria do último Bloco de cada Tópico.

Para raciocinar um pouco mais – são exercícios com formulações mais difíceis, recomendados àqueles que se dispuserem a alcançar maior grau de aprofundamento no conhecimento de Física. Encontram-se logo após os *exercícios nível 3*.

Esperamos que, ao utilizar ***Tópicos de Física***, você enriqueça seus conhecimentos e torne mais flexível seu raciocínio formal e que também adquira uma ampla visão dessa fascinante matéria, o que, certamente, contribuirá para seu ingresso nas mais concorridas faculdades do país.

Os autores

Sumário

PARTE I – TERMOLOGIA 7

Tópico 1 – Temperatura 8
1. Introdução 8
2. A temperatura 8
3. Equilíbrio térmico 9
4. Medição de temperatura 9
5. Equação termométrica 11
6. Escalas termométricas 11
7. Pontos fixos fundamentais 11
8. Escalas Celsius e Fahrenheit 12
9. Conversão entre as escalas Celsius e Fahrenheit 12
10. Variação de temperatura 13
11. O zero absoluto 16
12. A escala absoluta 16

Tópico 2 – O calor e sua propagação 23
1. Energia térmica 23
2. Calor 23
3. Unidade usual de calor 24
4. Processos de propagação do calor 25
5. A convecção 31
6. A radiação 33

Tópico 3 – Calor sensível e calor latente 43
1. Introdução 43
2. Capacidade térmica (C) e calor específico (c) 43
3. O calor sensível e o seu cálculo 44
4. Sistema físico termicamente isolado 47
5. Equivalente em água 48
6. Calorímetro 49
7. As mudanças de estado físico 52
8. O calor latente 54
9. A fusão e a solidificação 54
10. A vaporização e a liquefação 60
11. Pressão de vapor 62
12. A sublimação 68
13. Ponto crítico e ponto triplo 68
14. Curvas de fusão, vaporização e sublimação 69
15. Diagramas de estado 71

Tópico 4 – Gases perfeitos 80
1. Modelo macroscópio de gás perfeito 80
2. As variáveis de estado de um gás perfeito 80
3. Lei de Boyle 82
4. Lei de Charles e Gay-Lussac 83
5. Lei de Charles 83
6. A Equação de Clapeyron 88
7. A constante universal dos gases perfeitos (**R**) e seus valores 88
8. Lei Geral dos Gases 91
9. Mistura física de gases perfeitos 92
10. O modelo microscópico de gás perfeito 95
11. A temperatura na teoria cinética 96
12. A energia interna de um gás perfeito 97
13. A energia cinética média molecular 98

Tópico 5 – Termodinâmica 104
1. Introdução 104
2. Energia interna, trabalho e calor 105
3. A 1ª Lei da Termodinâmica 107
4. Transformações termodinâmicas particulares 108
5. Diagramas termodinâmicos 115
6. Calores específicos dos gases perfeitos 120
7. O gráfico da adiabática 122
8. A energia mecânica e o calor 122
9. As máquinas térmicas e a 2ª Lei da Termodinâmica 125
10. A 2ª Lei da Termodinâmica 126
11. O ciclo de Carnot 129
12. Transformações reversíveis e irreversíveis 130
13. Entropia 130

Tópico 6 – Dilatação térmica dos sólidos e dos líquidos 139
1. Introdução 139
2. Forças intermoleculares explicando a dilatação térmica 140
3. Dilatação linear dos sólidos 140
4. Dilatação superficial dos sólidos 147
5. Dilatação volumétrica dos sólidos 147
6. Dilatação térmica dos líquidos 152
7. Temperatura e massa específica 153
8. A dilatação anormal da água 153

PARTE II – ONDULATÓRIA 161

Tópico 1 – Movimento harmônico simples 162
1. Introdução 162
2. Movimento periódico 163
3. Movimento oscilatório 163
4. Movimento harmônico simples 163
5. Função horária da elongação no MHS 164
6. Função horária da velocidade escalar instantânea 166
7. Função horária da aceleração escalar instantânea 166
8. Velocidade escalar no MHS em função da elongação 166
9. Aceleração escalar no MHS em função da elongação 167
10. Força no movimento harmônico simples 171
11. Período do MHS 171
12. Oscilador massa-mola horizontal 172
13. Oscilador massa-mola vertical 174
14. Pêndulo simples 174

Tópico 2 – Ondas 184
1. Introdução 184
2. Ondas mecânicas e ondas eletromagnéticas 185
3. Ondas longitudinais, ondas transversais e ondas mistas 187
4. Frente de onda e raio de onda 189
5. Grandezas associadas às ondas 193
6. Velocidade de propagação de uma onda periódica 194
7. O som 195
8. A luz 195
9. Velocidade de propagação de ondas transversais em cordas tensas 196
10. Reflexão 206
11. Refração 208
12. Refração e reflexão de ondas transversais em cordas 210
13. Superposição de pulsos em cordas 214
14. Superposição de ondas periódicas 216
15. Ressonância 217
16. Interferência de ondas bidimensionais e tridimensionais 222
17. Princípio de Huygens 225
18. Difração 226
19. Experiência de Young 227
20. Interferência em películas delgadas 228

Tópico 3 – Acústica 237
1. Introdução 237
2. O som e sua propagação 239
3. Considerações gerais sobre o som 239
4. Intervalo acústico entre dois sons 240
5. Intensidade sonora 243
6. Reflexão do som 243
7. Cordas sonoras 248
8. Timbre de um som 251
9. Batimento, ressonância e difração do som 255
10. Tubos sonoros 256
11. Velocidade de propagação do som 262
12. Efeito Doppler 263
13. Sonoridade 269
14. Nível relativo de intensidade 269

PARTE III – ÓPTICA GEOMÉTRICA 277

Tópico 1 – Fundamentos da Óptica Geométrica 278
1. Luz: uma forma de energia radiante 278
2. Óptica: divisão e aplicações 278
3. Fontes de luz 279
4. Meios transparentes, translúcidos e opacos 279
5. Frente de luz – Raio de luz 280
6. Pincel de luz – Feixe de luz 280
7. Princípio da Independência dos Raios de Luz 283

8. Princípio da Propagação Retilínea da Luz 283
9. Sombra e penumbra 283
10. Câmara escura de orifício 285
11. Fenômenos físicos fundamentais na Óptica Geométrica 289
12. Reflexão e refração regulares e difusas 289
13. Reflexão e refração seletivas 290
14. Generalidades sobre sistemas ópticos 291
15. Ponto objeto e ponto imagem 291
16. Sistemas ópticos estigmáticos, aplanéticos e ortoscópicos 294
17. Reversibilidade na propagação da luz 294

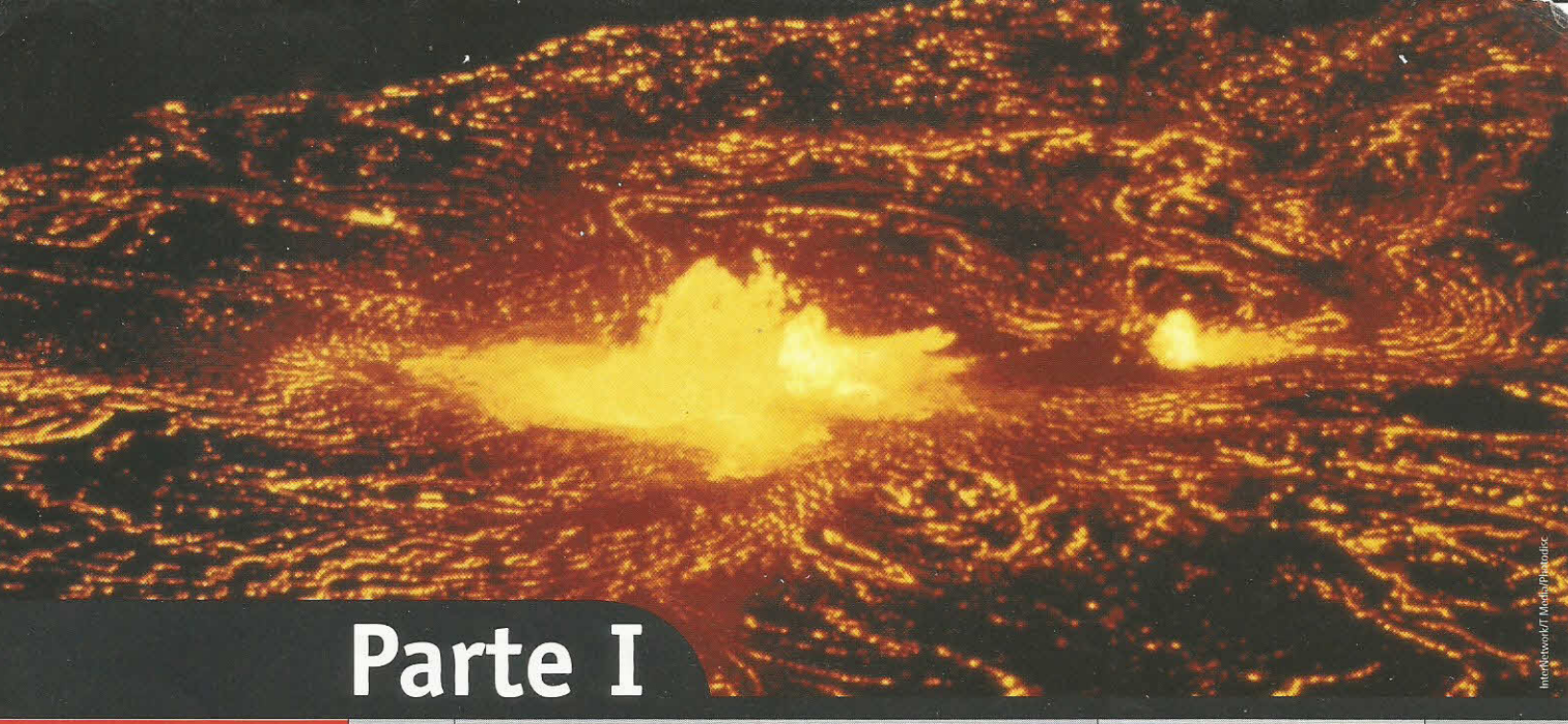
Tópico 2 – Reflexão da luz 300
1. Reflexão: conceito, elementos e leis 300
2. O espelho plano 301
3. Construção gráfica de imagens nos espelhos planos 304
4. Propriedade Fundamental dos Espelhos Planos: simetria 305
5. Imagem e objeto não-superponíveis 306
6. Campo de um espelho plano 307
7. Translação de um espelho plano 312
8. Rotação de um espelho plano 313
9. Imagens múltiplas em dois espelhos planos associados 313
10. Classificação e elementos geométricos dos espelhos esféricos 316
11. Espelhos esféricos gaussianos 318
12. Focos dos espelhos esféricos 319
13. Raios luminosos particulares 321
14. Construção gráfica das imagens nos espelhos esféricos 322
15. O referencial gaussiano 327
16. Função dos pontos conjugados (Equação de Gauss) 328
17. Aumento linear transversal 329

Tópico 3 – Refração da luz 338
1. Introdução 338
2. Conceitos iniciais 338
3. Cor e freqüência 339
4. Luz monocromática e luz policromática 339
5. Cor e velocidade da luz 340
6. Índice de refração 341
7. Refringência e dioptro 343
8. Refração 343
9. Análise do desvio do raio incidente 344
10. Ângulo limite e reflexão total 352
11. Dispersão da luz 355
12. Refração na atmosfera 356
13. Dioptro plano 364
14. Lâmina de faces paralelas 366
15. Prisma óptico 371

Tópico 4 – Lentes esféricas 382
1. Introdução 382
2. Classificação e elementos das lentes esféricas 382
3. Comportamento óptico das lentes esféricas 383
4. Centro óptico 384
5. Focos e pontos antiprincipais 385
6. Raios luminosos particulares 387
7. Construção gráfica das imagens nas lentes esféricas 388
8. O referencial gaussiano 395
9. Função dos pontos conjugados (equação de Gauss) 396
10. Aumento linear transversal 396
11. Vergência – Equação dos Fabricantes de Lentes 401
12. Associação de lentes – Teorema das Vergências 403

Apêndice: 1. Equação do Dioptro Esférico 412
2. Demonstração da Equação dos Fabricantes de Lentes 413

Tópico 5 – Instrumentos ópticos e Óptica da visão 414
1. Introdução aos instrumentos ópticos 414
2. Câmera fotográfica 414
3. Projetor 415
4. Lupa ou microscópio simples 415
5. Microscópio composto 416
6. Lunetas 417
7. Introdução à Óptica da visão 423
8. O globo ocular humano 423
9. Adaptação visual 424
10. Acomodação visual 424
11. Defeitos visuais e sua correção 425



InterNetwork/T Media/Photodisc

Parte I

TERMOLOGIA

1. Temperatura
2. O calor e sua propagação
3. Calor sensível e calor latente
4. Gases perfeitos
5. Termodinâmica
6. Dilatação térmica dos sólidos e dos líquidos

Science Photo Library/LatinStock

James Prescott Joule
(1818-1889)

Tópico 1

Temperatura

Bloco 1

1. Introdução

Termologia é a parte da Física que estuda os fenômenos relativos ao aquecimento, resfriamento ou às mudanças de estado físico em corpos que recebem ou cedem um determinado tipo de energia.

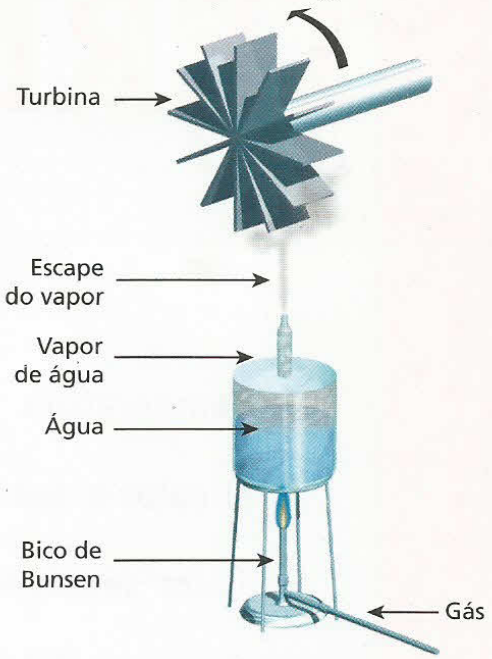
Estudaremos, em Termologia, as formas pelas quais essa energia, que denominaremos **energia térmica**, muda de local, propagando-se através de um meio. Estudaremos, ainda, o comportamento de um modelo teórico de gás, denominado **gás perfeito**, e, dentre outras coisas, as relações existentes entre a energia térmica e a energia mecânica.

Zabert Sandmann/StockFood/Keystone

A preparação de um bolo envolve **energia** em forma de **calor**. O bolo precisa receber **energia térmica** para seu cozimento.

No estudo de todos os fenômenos relativos à Termologia, sempre aparece um parâmetro muito importante, denominado **temperatura**, capaz de definir o estado térmico do sistema físico estudado. Assim, iniciaremos o nosso estudo de Termologia conceituando a temperatura e estabelecendo processos e regras usados para sua medição.

Na figura abaixo observamos vários fenômenos que serão estudados em Termologia.



A fonte térmica aquece a água; esta vaporiza-se (muda de estado físico), e o vapor formado expande-se, saindo pela abertura existente no recipiente. O vapor atinge as pás da turbina e realiza um trabalho, isto é, coloca a turbina em rotação.

2. A temperatura

Temperatura é a grandeza que caracteriza o estado térmico de um sistema.

É comum as pessoas avaliarem o estado térmico de um corpo pela sensação de quente ou frio que sentem ao tocá-lo. Até que ponto, entretanto, podemos confiar nessa sensação? Muitas vezes pessoas diferentes num mesmo ambiente experimentam sensações térmicas di-

ferentes! Note que isso ocorre porque as sensações de quente e frio são individuais e subjetivas, dependendo do indivíduo e das condições a que ele está sujeito.

Agora você deve estar se perguntando: como podemos avaliar fisicamente esse "quente" e esse "frio"?

Imaginemos um balão de borracha, fechado, com ar em seu interior. O ar, como sabemos, é constituído de pequenas partículas que se movimentam em todas as direções. Agora, vamos aquecer o ar. O que acontece? O balão estufa, aumentando de tamanho. O que provocou isso? Foi o ar em seu interior, que, ao ser aquecido, empurrou mais fortemente as paredes elásticas, aumentando o volume do balão.

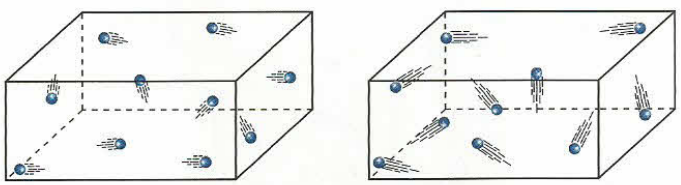
Isso ocorre porque as partículas de ar movimentam-se, possuindo certa velocidade, certa energia cinética. Quando aumentamos a temperatura dessas partículas por aquecimento, essa energia cinética aumenta, intensificando os choques dessas partículas com as paredes internas do balão, o que produz aumento de volume.

Assim, podemos associar a temperatura do ar à energia cinética de suas partículas, isto é, ao estado de movimento dessas partículas.

Entretanto, o que acontece nos sólidos e nos líquidos, cujas partículas são impedidas de movimentar-se livremente?

Nesses casos, as partículas apenas agitam-se em regiões limitadas, e esse estado de agitação aumenta com o aquecimento, com o aumento de temperatura.

A conclusão a que podemos chegar é que de alguma forma a temperatura está relacionada com o estado de movimento ou de agitação das partículas de um corpo. Assim, como uma idéia inicial, podemos dizer que a temperatura é um valor numérico associado a um determinado estado de agitação ou de movimentação das partículas de um corpo, umas em relação às outras.



Recipiente 1 Recipiente 2

Considerando que os dois recipientes contêm o mesmo tipo de gás, no recipiente 2 o estado de agitação das partículas que compõem o gás é maior, pois estas se movimentam com maior rapidez. Assim, podemos concluir que o gás do recipiente 2 encontra-se numa temperatura mais elevada que o gás do recipiente 1.

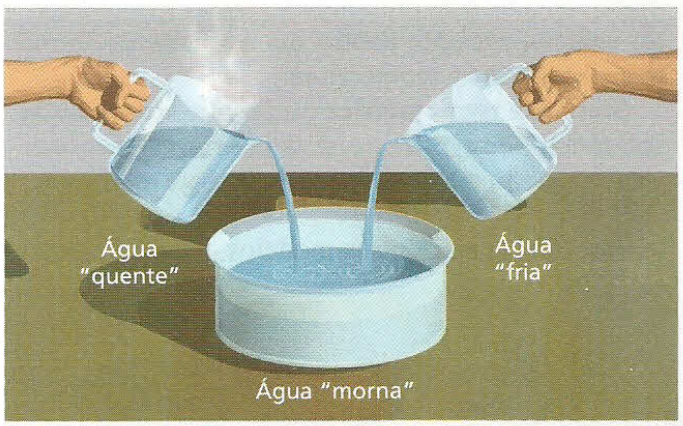
3. Equilíbrio térmico

Suponha que um assado recém-saído de um forno e um refrigerante de uma geladeira sejam colocados sobre uma mesa. Após alguns minutos, observamos que ambos atingem a temperatura ambiente. Assim, o assado "esfriou" e o refrigerante "esquentou".

Observando fenômenos dessa natureza, chegamos à conclusão de que todos os corpos, sempre que possível, tendem espontaneamente para um mesmo estado térmico. Disso decorre que os corpos mais "quentes" fornecem parte da energia de agitação de suas partículas para os corpos mais "frios". Assim, os mais "quentes" esfriam e os mais "frios" esquentam, até que seus estados térmicos (suas temperaturas) fiquem iguais. Dizemos, então, que esses corpos atingiram o **equilíbrio térmico**.

Dois ou mais sistemas físicos estão em **equilíbrio térmico** entre si quando suas temperaturas são iguais.

Exemplo:



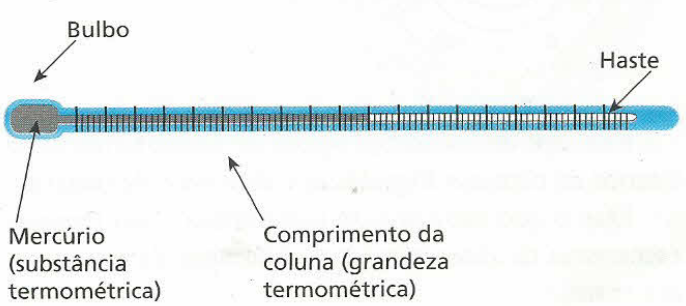
As partículas da água "quente" fornecem parte de sua energia de agitação para as partículas da água "fria" e esfriam. Ao receber essa energia, as partículas da água "fria" esquentam. A troca de energia só é interrompida quando o equilíbrio térmico é atingido.

4. Medição de temperatura

Considerando o que vimos anteriormente, você deve ter percebido que não temos condições de medir diretamente a energia de agitação das moléculas de um corpo. Como podemos, então, avaliar sua temperatura?

É simples: isso deve ser feito por um processo indireto, usando-se um segundo corpo que sofra alterações mensuráveis em suas propriedades físicas quando no processo de busca do equilíbrio térmico com o primeiro. A esse corpo chamamos de **termômetro**.

O mais conhecido é o **termômetro de mercúrio**.



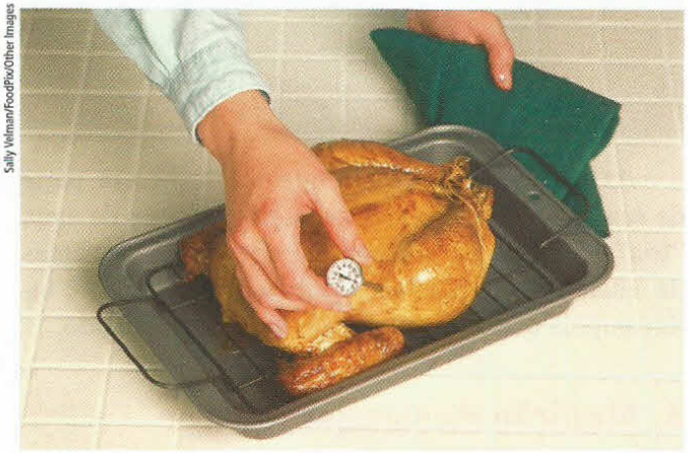
Na extremidade esquerda desse termômetro, há um reservatório (bulbo) onde fica armazenada a **substância termométrica**. No caso do termômetro ilustrado acima, essa substância é o mercúrio, mas poderia ser outra, como o álcool, por exemplo. No interior da haste, há um tubo muito estreito (capilar) através do qual a substância termométrica se desloca para a direita ou para a esquerda conforme a temperatura que está sendo medida. O valor da temperatura é fornecido pela medida do comprimento da coluna, que é chamada de **grandeza termométrica**.

É importante observar que:

Substância termométrica é aquela em que pelo menos uma de suas propriedades físicas (comprimento, volume, pressão, dentre outras) varia de forma mensurável com a temperatura.

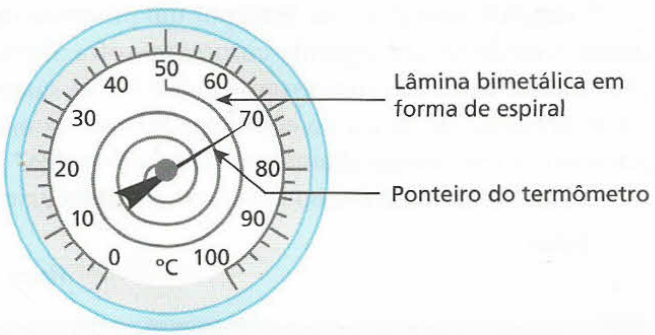
Grandeza termométrica é a propriedade física da substância termométrica que varia de forma mensurável com a temperatura e que é usada para medi-la.

Vamos observar outros modelos de termômetros.



Sally Vellman/FoodPix/Other Images

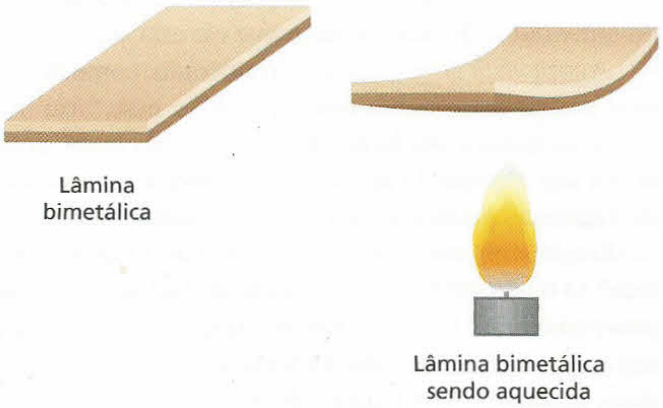
No interior de fornos são utilizados termômetros que funcionam através da dilatação de uma lâmina bimetálica. Na foto acima, um desses termômetros avalia a temperatura de uma ave assada.



Esse tipo de termômetro pode ser usado também no interior de câmaras frigoríficas e de fornos de padaria.

Mas o que são lâminas bimetálicas? São lâminas compostas de duas camadas, cada uma de um metal diferente.

Observe a ilustração a seguir.



Lâmina bimetálica sendo aquecida

Quando a lâmina bimetálica é aquecida, um dos metais se dilata mais, aumentando seu comprimento e provocando a curvatura da lâmina.

Thales Trigo

Um outro modelo de termômetro é o óptico (também chamado de **pirômetro óptico**). Ele pode medir altas temperaturas utilizando a intensidade das radiações emitidas por um objeto muito aquecido. Esse tipo de termômetro é usado em fundições e siderúrgicas.

Thales Trigo

Fotografia de termômetro a gás.

Para medir baixas temperaturas, podemos utilizar um termômetro a gás, a volume constante. No resfriamento, associamos o valor da pressão do gás a um valor de temperatura. Esse termômetro é muito usado em laboratórios de pesquisa.

5. Equação termométrica

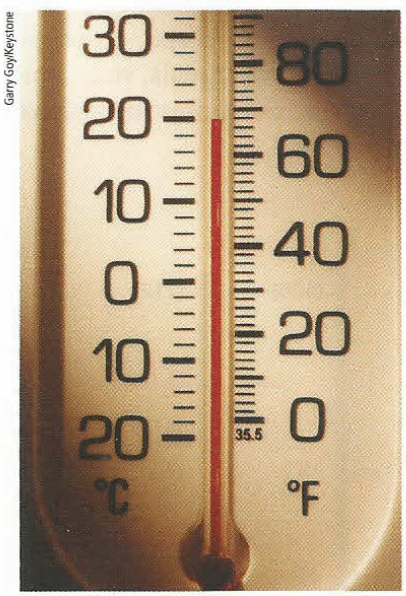
Num termômetro, a grandeza termométrica varia praticamente de modo uniforme com a temperatura. Podemos, com boa aproximação, afirmar que a relação matemática de correspondência entre a grandeza termométrica (**G**) e a temperatura (**θ**) é uma função do 1º grau.

A essa relação damos o nome de **equação termométrica**:

$$G = a\theta + b$$

em que **a** e **b** são constantes características do termômetro, com $a \neq 0$.

No termômetro de álcool, por exemplo, a grandeza termométrica (**G**) é a altura da coluna. Substituindo o valor dessa altura na equação termométrica, obtemos a temperatura correspondente.



Garry Gay/Keystone

Termômetro de álcool. A substância termométrica (álcool) é tingida de vermelho para melhor visualização.

6. Escalas termométricas

Escala termométrica é um conjunto de valores numéricos em que cada valor está associado a uma determinada temperatura.

Se, por exemplo, a temperatura de um sistema **A** é representada pelo valor 50 e a de um sistema **B**, pelo valor 20, numa mesma escala termométrica, dizemos que a temperatura de **A** é maior que a de **B**. Isso indica que as partículas do sistema **A** estão em um nível energético mais elevado que as do sistema **B**.

Como uma escala termométrica é constituída por um conjunto de valores arbitrários, um mesmo estado térmico pode ser representado em escalas termométricas diversas, por valores numéricos diferentes.

Os valores numéricos de uma escala termométrica são obtidos a partir de dois valores atribuídos previamente a dois estados térmicos de referência, bem definidos, denominados **pontos fixos**.

7. Pontos fixos fundamentais

Pela facilidade de obtenção prática, são adotados usualmente como pontos fixos os estados térmicos correspondentes ao gelo fundente e à água em ebulição, ambos sob pressão normal. Esses estados térmicos costumam ser denominados **ponto do gelo** e **ponto do vapor**, respectivamente, e constituem os **pontos fixos fundamentais**.

1º ponto fixo: ponto do gelo – temperatura na qual o gelo e a água permanecem em equilíbrio térmico quando sob pressão normal.

2º ponto fixo: ponto do vapor – temperatura na qual a água entra em ebulição sob pressão normal.

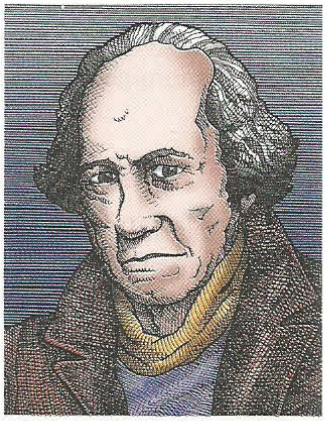
Nota:

- Em 1939, o químico canadense William Francis Giauque (1895-1982) passou a defender a proposta de Lorde Kelvin, que pretendia que as escalas termométricas usassem apenas um ponto fixo, o **ponto tríplice da água** (temperatura em que ela se apresenta, em equilíbrio térmico, nos três estados físicos: sólido, líquido e vapor). Essa tese foi aprovada em 1954 pelos representantes da comunidade científica e passou a ser chamada de **solução Giauque**. Por ser mais prático, no entanto, continuamos usando o ponto do gelo e o ponto do vapor como referência nas escalas termométricas.

8. Escalas Celsius e Fahrenheit

Reprodução

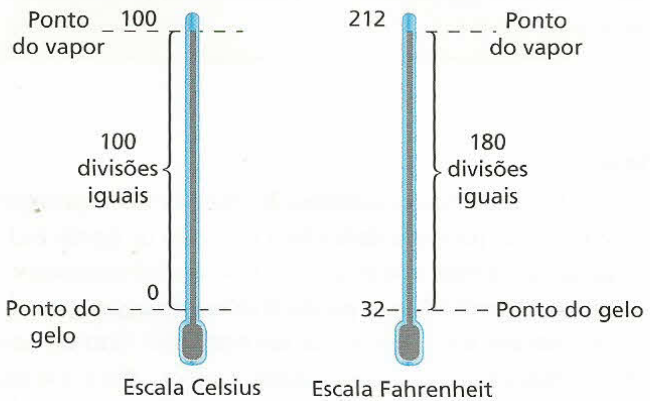
Anders Celsius (1701-1744).



Daniel Gabriel Fahrenheit (1686-1736).

A escala termométrica mais utilizada no mundo, inclusive no Brasil, foi criada pelo astrônomo e físico sueco Anders Celsius (1701-1744) e oficializada em 1742 por uma publicação da Real Academia Sueca de Ciências. O interessante é que, originalmente, Celsius utilizou o valor **0** para o ponto de ebulição da água e o valor **100** para seu ponto de congelamento. Foi um biólogo sueco, chamado Lineu [Carl von Linné (1707-1778)], quem inverteu essa escala, tornando-a tal como a conhecemos hoje.

Em 1708, o físico alemão Daniel Gabriel Fahrenheit (1686-1736), utilizando as idéias do astrônomo dinamarquês Ole Römer (1644-1710), estabeleceu os pontos de referência de uma nova escala. Para o ponto **0**, ele utilizou a temperatura de uma mistura de gelo e cloreto de amônia e, para o ponto **100**, a temperatura do corpo humano. Somente mais tarde, quando passaram a utilizar a água como referência, observou-se que a sua escala assinalava **32** para o ponto do gelo e **212** para o ponto do vapor. A escala Fahrenheit de temperaturas é utilizada principalmente nos países de língua inglesa.



Na **escala Celsius**, temos 100 divisões iguais entre os pontos fixos, cada divisão correspondendo à unidade da escala, que recebe o nome de **grau Celsius**, simbolizado por **°C**.

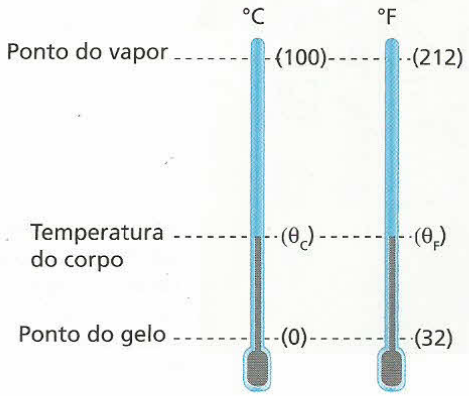
Na **escala Fahrenheit**, temos 180 divisões iguais entre os pontos fixos, sendo a unidade da escala denominada **grau Fahrenheit**, simbolizado por **°F**.

9. Conversão entre as escalas Celsius e Fahrenheit

Sempre é possível estabelecer uma relação entre duas escalas termométricas quaisquer. Podemos, por exemplo, obter uma equação que relacione os valores numéricos dados pelas escalas Celsius e Fahrenheit. Isso significa que, conhecendo a temperatura numa determinada escala, podemos também, utilizando essa equação, conhecê-la em outra escala qualquer.

Que valor na escala Fahrenheit corresponde, por exemplo, 60 °C?

Para fazer a correspondência, vamos utilizar dois termômetros idênticos de mercúrio, sendo um graduado na escala Celsius e outro, na Fahrenheit. Ao colocá-los em contato com um mesmo corpo, observamos que as alturas de mercúrio são iguais, mas, por se tratarem de escalas distintas, os valores numéricos assinalados são diferentes (θ_C e θ_F).



Perceba que os intervalos de temperaturas correspondentes nos dois termômetros são proporcionais. Assim, vale a relação:

$$\frac{\theta_C - 0}{\theta_F - 32} = \frac{100 - 0}{212 - 32}$$

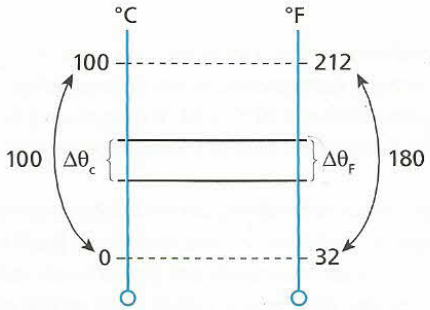
$$\frac{\theta_C}{\theta_F - 32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

Essa **equação de conversão** pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

10. Variação de temperatura

Para converter uma **variação de temperatura** em graus Celsius para graus Fahrenheit, ou vice-versa, observe o esquema abaixo, em que comparamos essas duas escalas.



Note que a variação numa das escalas é proporcional à variação correspondente na outra.

Assim, podemos afirmar que:

$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180}$$

Que calor!!!

Ricardo Helou Docca

Em alguns locais da Terra, são registradas grandes amplitudes térmicas (diferenças de temperatura) entre o verão (muito quente) e o inverno (muito frio). É o que ocorre, por exemplo, na costa oeste dos Estados Unidos, particularmente no estado de Nevada, na região desértica conhecida como Vale da Morte. Devido ao clima muito árido e à escassez de água, verificam-se grandes variações de temperatura, mesmo do dia para a noite. A torre que aparece na fotografia ao lado é um grande termômetro à beira da estrada que registrava, no momento da fotografia (por volta do meio-dia), 113 °F, que equivalem a 45 °C.

Escala Réaumur

Reprodução

Retrato de René-Antoine Ferchault de Réaumur (1683-1757).

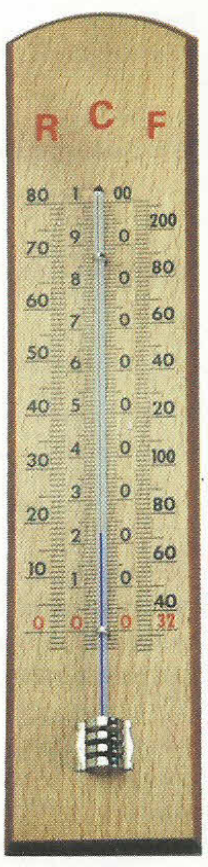
Em 1730, o físico francês René-Antoine Ferchault de **Réaumur** observou que o álcool, ao ser aquecido do ponto do gelo até o ponto do vapor, apresentava uma expansão de 80 partes por mil. Assim, estabeleceu em sua escala a marca 0 para a fusão do gelo e 80 para a ebulição da água, sob pressão normal.

A conversão entre a escala Réaumur e a escala Celsius é feita pela relação:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_R}{4}$$

Num mesmo termômetro, pode-se utilizar escalas diferentes. No termômetro ao lado, podemos observar uma mesma temperatura nas escalas Celsius, Fahrenheit e Réaumur.

Thales Trigo



EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 Um jornalista, em visita aos Estados Unidos, passou pelo deserto de Mojave, onde são realizados os pousos dos ônibus espaciais da Nasa. Ao parar em um posto de gasolina, à beira da estrada, ele observou um grande painel eletrônico que indicava a temperatura local na escala Fahrenheit. Ao fazer a conversão para a escala Celsius, ele encontrou o valor 45 °C. Que valor ele havia observado no painel?

2 Uma agência de turismo estava desenvolvendo uma página na Internet que, além dos pontos turísticos mais importantes, continha também informações relativas ao clima da cidade de Belém (Pará). Na versão em inglês dessa página, a temperatura média de Belém (30 °C) deveria aparecer na escala Fahrenheit. Que valor o turista iria encontrar, para essa temperatura, na página em inglês?

3 Um turista brasileiro, ao descer no aeroporto de Chicago (EUA), observou um termômetro marcando a temperatura local (68 °F). Fazendo algumas contas, ele verificou que essa temperatura era igual à de São Paulo, quando embarcara. Qual era a temperatura de São Paulo, em graus Celsius, no momento do embarque do turista?

4 Um jovem brasileiro fez uma conexão via Internet com um amigo inglês que mora em Londres. Durante a conversa, o inglês disse que em Londres a temperatura naquele momento era igual a 14 °F. Após alguns cálculos, o jovem brasileiro descobriu qual era, em graus Celsius, a temperatura em Londres. Que valor ele encontrou?

5 **E.R.** Dois termômetros, um graduado na escala Celsius e outro, na escala Fahrenheit, são mergulhados em um mesmo líquido. A leitura em Fahrenheit supera em 100 unidades a leitura em Celsius. Qual era a temperatura desse líquido?

Resolução:

Do enunciado do problema, podemos escrever:

$$\theta_F = \theta_C + 100 \quad \text{(I)}$$

A relação entre as escalas citadas é dada por:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{(\theta_C + 100) - 32}{9}$$

$$9\theta_C = 5\theta_C + 340$$

$$4\theta_C = 340$$

$$\boxed{\theta_C = 85\ °C} \quad \text{ou} \quad \boxed{\theta_F = 185\ °F}$$

6 Ao chegar ao aeroporto de Miami (EUA), um turista brasileiro observou em um painel eletrônico que a temperatura local medida na escala Fahrenheit ultrapassava o valor medido na escala Celsius em 48 unidades. Qual era a temperatura registrada no painel, em graus Celsius?

7 Num laboratório, dois termômetros, um graduado em Celsius e outro em Fahrenheit, são colocados no interior de um *freezer*. Após algum tempo, verificou-se que os valores lidos nos dois termômetros eram iguais. Qual a temperatura medida, em graus Celsius?

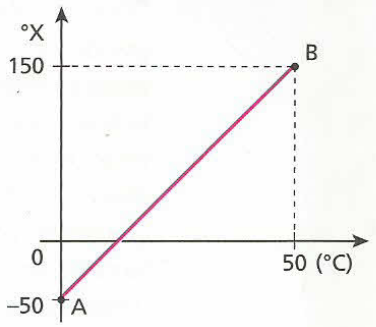
8 Numa escala de temperaturas **A**, o ponto do gelo equivale a −10 °A e o do vapor, a +40 °A. Se uma temperatura for indicada num termômetro em Celsius pelo valor 22 °C, que valor será indicado por outro termômetro graduado na escala **A**?

9 Um professor de Física inventou uma escala termométrica que chamou de escala **X**. Comparando-a com a escala Celsius, ele observou que −4 °X correspondiam a 20 °C, e 44 °X equivaliam a 80 °C. Que valores essa escala **X** assinalaria para os pontos fixos fundamentais?

10 Lendo um jornal brasileiro, um estudante encontrou a seguinte notícia: "Devido ao fenômeno *El Niño*, o verão no Brasil foi mais quente do que costuma ser, ocorrendo em alguns locais variações de até 20 °C em um mesmo dia". Se essa notícia fosse vertida para o inglês, a variação de temperatura deveria ser dada na escala Fahrenheit. Que valor iria substituir a variação de 20 °C?

11 Um turista brasileiro sente-se mal durante uma viagem e é levado inconsciente a um hospital. Após recuperar os sentidos, sem saber em que local estava, é informado de que a temperatura de seu corpo atingira 104 graus, mas que já "caíra" de 5,4 graus. Passado o susto, percebeu que a escala utilizada era a Fahrenheit. De quanto seria a queda da temperatura desse turista se fosse utilizado um termômetro graduado em Celsius?

12 **E.R.** Uma escala termométrica **X** foi comparada com a escala Celsius, obtendo-se o gráfico dado a seguir, que mostra a correspondência entre os valores das temperaturas nessas duas escalas.

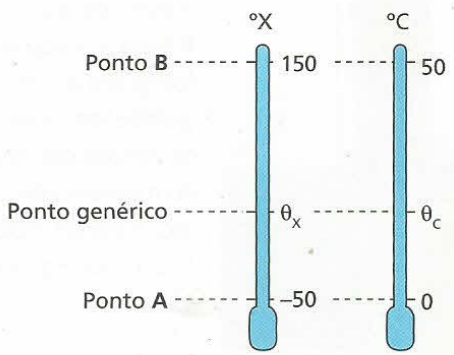


Determine:

a) a equação de conversão entre as escalas **X** e Celsius;
b) a indicação da escala **X**, quando tivermos 80 °C;
c) a indicação da escala **X** para os estados térmicos correspondentes aos pontos fixos fundamentais.

Resolução:

a) Fazendo o esquema e relacionando as escalas **X** e Celsius, temos:



Do esquema, concluímos:

$$\frac{\theta_X - (-50)}{150 - (-50)} = \frac{\theta_C - 0}{50 - 0}$$

$$\frac{\theta_X + 50}{200} = \frac{\theta_C}{50} \Rightarrow \frac{\theta_X + 50}{4} = \theta_C$$

$$\theta_X + 50 = 4\theta_C \Rightarrow \boxed{\theta_X = 4\theta_C - 50}$$

b) Substituindo 80 °C na equação de conversão encontrada no item **a**, obtemos o θ_X correspondente:

$$\theta_X = 4(80) - 50 \Rightarrow \theta_X = 320 - 50$$

$$\boxed{\theta_X = 270\ °X}$$

c) Para os pontos fixos fundamentais, temos:
1º ponto fixo → ponto do gelo fundente, sob pressão normal ($\theta_C = 0\ °C$)
Do próprio gráfico fornecido, concluímos que:

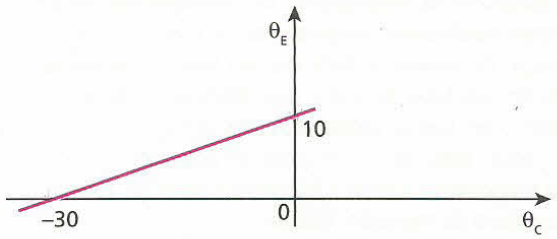
$$\boxed{\theta_X = -50\ °X}$$

2º ponto fixo → ponto do vapor de água em ebulição, sob pressão normal ($\theta_C = 100\ °C$)

Utilizando a relação de transformação obtida no item **a** e impondo $\theta_C = 100\ °C$, calculemos θ_X correspondente:

$$\theta_X = 4(100) - 50 \Rightarrow \boxed{\theta_X = 350\ °X}$$

13 Um estudante construiu uma escala de temperatura **E** cuja relação com a escala Celsius é expressa no gráfico representado a seguir:



Qual a temperatura cujas leituras coincidem numericamente nessas duas escalas?

14 Ao nível do mar, um termômetro de gás a volume constante indica as pressões correspondentes a 80 cm Hg e 160 cm Hg, respectivamente, para as temperaturas do gelo fundente e da água em ebulição. À temperatura de 20 °C, qual é a pressão indicada por ele?

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

15 (Vunesp-SP)
Frente fria chega a São Paulo
Previsão para

sexta-feira	sábado
mín. 11 °C	mín. 13 °C
máx. 16 °C	máx. 20 °C

Com esses dados, pode-se concluir que a variação de temperatura na sexta-feira e a máxima, no sábado, na escala Fahrenheit, foram, respectivamente:

a) 9 e 33,8.
b) 9 e 68.
c) 36 e 9.
d) 68 e 33,8.
e) 68 e 36.

16 (Unaerp-SP) Durante um passeio em outro país, um médico, percebendo que seu filho está "quente", utiliza um termômetro com escala Fahrenheit para medir sua temperatura. O termômetro, após o equilíbrio térmico, registra 98,6 °F. O médico, então:

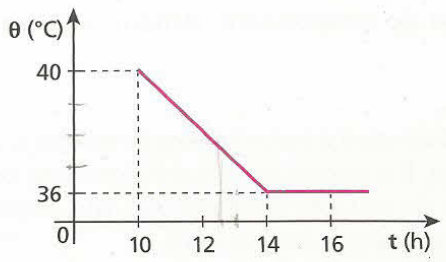
a) deve correr urgente para o hospital mais próximo, o garoto está mal, 49,3 °C.
b) não se preocupa, ele está com 37 °C, manda o garoto brincar e mais tarde mede novamente sua temperatura.
c) fica preocupado, ele está com 40 °C, então lhe dá para ingerir uns quatro comprimidos de antitérmico.
d) faz os cálculos e descobre que o garoto está com 32,8 °C.
e) fica preocupado, ele está com 39 °C, dá um antitérmico ao garoto e o coloca na cama sob cobertores.

17 Um determinado estado térmico foi avaliado usando-se dois termômetros, um graduado em Celsius e outro, em Fahrenheit. A leitura Fahrenheit excede em 23 unidades o dobro da leitura Celsius. Essa temperatura corresponde a que valor na escala Celsius?

18 (Unifor-CE) Uma escala termométrica **A** criada por um aluno é tal que o ponto de fusão do gelo corresponde a –30 °A e o de ebulição da água (sob pressão normal) corresponde a 20 °A. Qual a temperatura Celsius em que as escalas **A** e Celsius fornecem valores simétricos?

19 Uma jovem estudante, folheando um antigo livro de Física de seu avô, encontrou a temperatura de ebulição do álcool expressa na escala Réaumur (62,4 °R). Fazendo a conversão para a escala Celsius, ela encontrou que valor?

20 Um paciente foi internado em um hospital e apresentou o seguinte quadro de temperatura:



Que temperatura esse paciente apresentou às 12 h 30 min, expressa na escala Réaumur?

21 Num termômetro de mercúrio, a altura da coluna assume os valores 1,0 cm e 21 cm quando o termômetro é submetido aos estados

correspondentes aos pontos do gelo fundente e do vapor de água em ebulição, respectivamente, sob pressão normal. Determine:

a) a equação termométrica desse termômetro em relação à escala Celsius;
b) a temperatura registrada pelo termômetro quando a altura da coluna assume o valor 10 cm;
c) a altura da coluna quando o ambiente onde se encontra o termômetro está a 27 °C.

22 (Mack-SP) Os termômetros são instrumentos utilizados para efetuarmos medidas de temperaturas. Os mais comuns baseiam-se na variação de volume sofrida por um líquido considerado ideal, contido em um tubo de vidro cuja dilatação é desprezada. Num termômetro em que se utiliza mercúrio, vemos que a coluna deste líquido "sobe" cerca de 2,7 cm para um aquecimento de 3,6 °C. Se a escala termométrica fosse a Fahrenheit, para um aquecimento de 3,6 °F, a coluna de mercúrio "subiria":

a) 11,8 cm. c) 2,7 cm. e) 1,5 cm.
b) 3,6 cm. d) 1,8 cm.

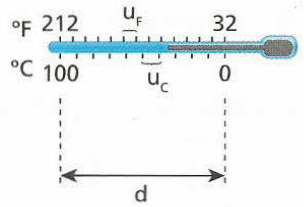
23 (Fatec-SP) Na aferição de um termômetro mal construído, ele foi comparado com um termômetro correto. Para os pontos 100 °C e 0 °C do termômetro correto, o mal construído marcou, respectivamente, 97,0 °C e –3,0 °C. Se esse termômetro marcar 17,0 °C, qual será a temperatura correta?

24 Um termômetro foi graduado, em graus Celsius, incorretamente. Ele assinala 1 °C para o gelo em fusão e 97 °C para a água em ebulição, sob pressão normal. Qual a única temperatura que esse termômetro assinala corretamente, em graus Celsius?

25 **E.R.** Um fabricante de termômetros lançou no mercado um termômetro de mercúrio graduado nas escalas Celsius e Fahrenheit. Na parte referente à escala Celsius, a distância entre duas marcas consecutivas era de 1,08 mm. Qual a distância, na escala Fahrenheit, entre duas marcas consecutivas?

Resolução:

Chamemos de u_C e u_F as respectivas distâncias entre duas marcas consecutivas nas escalas Celsius e Fahrenheit:



Como a distância **d**, indicada na figura, é a mesma nas duas escalas, podemos escrever:

$$d = 100u_C = 180u_F$$

Do enunciado, sabemos que: $u_C = 1{,}08$ mm

Substituindo esse valor na expressão acima, calculemos u_F:

$$100 \cdot 1{,}08 = 180u_F \Rightarrow u_F = \frac{108}{180} \Rightarrow \boxed{u_F = 0{,}60 \text{ mm}}$$

26 Num laboratório, um professor de Física encontrou um antigo termômetro que trazia graduações nas escalas Celsius e Réaumur. Com uma régua, observou que a distância entre duas marcas consecutivas na escala Celsius era de 1,0 mm. Que valor ele encontrou na escala Réaumur?

Bloco 2

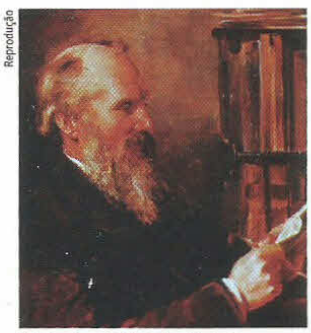
11. O zero absoluto

Imagine um sistema físico qualquer. Quando o aquecemos, sua temperatura se eleva, aumentando o estado de agitação de suas partículas. Se o esfriamos, sua temperatura diminui porque o estado de agitação das partículas também diminui. Se continuarmos a esfriar esse sistema, o estado de agitação das partículas diminuirá mais e mais, tendendo a um mínimo de temperatura, denominado **zero absoluto**.

Zero absoluto é o limite inferior de temperatura de um sistema. É a temperatura correspondente ao menor estado de agitação das partículas, isto é, um estado de agitação praticamente nulo.

No zero absoluto, ainda existe nas partículas do sistema uma quantidade finita, não-nula, de energia cinética. Essa energia é denominada **energia do ponto zero**.

12. A escala absoluta

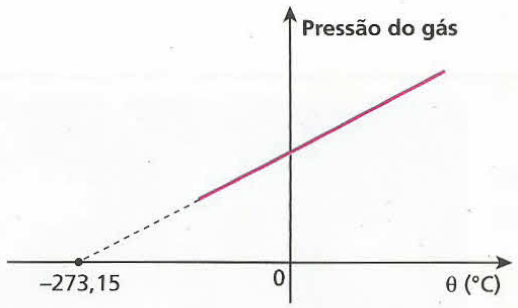

Reprodução

Retrato de Lorde Kelvin.

O físico inglês William Thomson (1824-1907), mais conhecido como **Lorde Kelvin**, foi quem verificou experimentalmente a variação da pressão de um gás a volume constante. Por meio de uma extrapolação, ele concluiu que a menor temperatura que aquele gás poderia atingir coincidia com a anulação da pressão.

Até chegar a essa conclusão ele realizou experiências com diferentes amostras de gases, a volume constante. As variações de pressão foram plotadas (marcadas) num gráfico, em função da temperatura Celsius. O prolongamento do gráfico levou-o ao valor –273,15 °C, que foi denominado "**zero absoluto**".

Para facilitar os cálculos, aproximamos esse valor para –273 °C.



A escala Kelvin, também denominada **escala absoluta**, tem sua origem no zero absoluto e utiliza o grau Celsius como unidade de variação. O símbolo da unidade da escala Kelvin é **K**.

Do exposto, pode-se concluir que a equação de conversão entre as escalas Celsius e Kelvin é dada por:

$$T(K) = \theta(°C) + 273$$

Nota:

- A partir de 1967, convencionou-se não usar "grau" para essa escala. Assim, 20 K, por exemplo, lê-se 20 kelvins e não 20 graus Kelvin.

Alguns estados térmicos interessantes

A maior temperatura já registrada na superfície da Terra foi de 58 °C, em 13 de setembro de 1922 na cidade de El Azizia, próxima de Trípoli, na Líbia (norte da África), e a menor foi de –89,2 °C, em 21 de julho de 1983, na estação russa de Vostok, na Antártida. A menor temperatura obtida em laboratório é da ordem de 10^{-7} K.

Na tabela a seguir, você poderá observar alguns dos principais estados térmicos, expressos nas escalas convencionais: Celsius, Fahrenheit e Kelvin. Note que os valores apresentados estão em ordem crescente de temperatura.

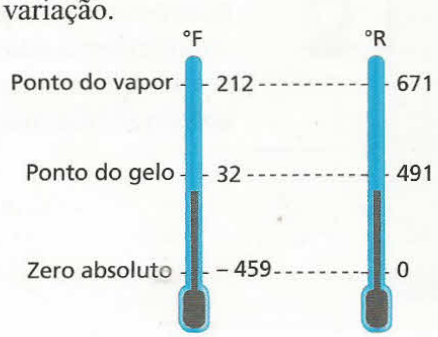
	Celsius	Fahrenheit	Kelvin
Zero absoluto	–273,15	–459,67	0
Ar liquefeito	–39	–38,2	234
Menor temperatura na superfície da Terra	–89	–128	184
Ponto de solidificação do mercúrio	–39	–38,2	234
Ponto do gelo	0	32	273,15
Maior temperatura na superfície da Terra	58	136	331
Ponto do vapor	100	212	373,15
Ponto de combustão do papel	184	363	457
Ponto de combustão da madeira	250	482	523
Ponto de fusão do chumbo	327	620	600
Temperatura na chama do gás natural	660	1 220	933
Ponto de fusão do ferro	1 535	2 795	1 808
Temperatura na superfície do Sol	5 530	10 000	5 800

Fonte: *The visual dictionary of Physics*. A Dorling Kindersley Book. Canadá, 1995.

Escala Rankine

William John Macquorn Rankine (1820-1872).

Criada pelo físico escocês William John Macquorn Rankine, essa escala tem o valor zero atribuído ao zero absoluto e utiliza o grau Fahrenheit como unidade de variação.

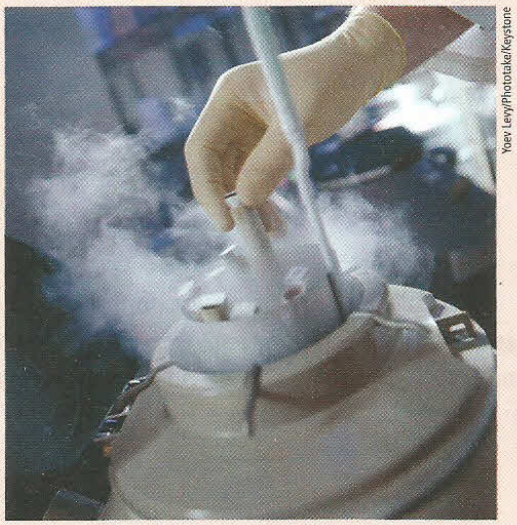


LEITURA

Criogenia

A Criogenia é o estudo das baixas temperaturas. Ela pesquisa as técnicas de obtenção das temperaturas muito baixas e o comportamento dos elementos e materiais nessas condições.

A Criogenia surgiu na virada do século XX quando se conseguiu a liquefação do ar atmosférico e a separação de seus componentes por destilação fracionada. A indústria alimentícia passou a usar dois desses gases criogênicos: o dióxido de carbono e o nitrogênio. O dióxido de carbono (nome comercial: gelo-seco) sublima a –78 °C, sendo usado no estado sólido na conservação de alimentos, como nos carrinhos que vendem sorvetes. O nitrogênio tem como ponto de liquefação a temperatura de –196 °C, sendo usado nas situações que requerem temperaturas mais baixas. O nitrogênio líquido é também utilizado na Medicina para conservação de embriões, espermas e óvulos.



Yoev Levy/Phototake/Keystone

Na fotografia, observamos a Criogenia sendo empregada para a conservação de embriões em nitrogênio líquido.

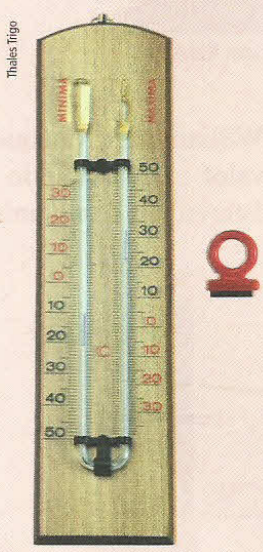
Termômetros

Todo dispositivo utilizado para medir temperaturas é chamado de **termômetro**. O primeiro termômetro de que se tem notícia foi construído por Galileu Galilei em 1597 (chamado de termoscópio de Galileu) e era formado por um longo tubo de vidro, aberto na extremidade inferior e com um reservatório na parte superior (um bulbo). Esse tubo era parcialmente preenchido com água e emborcado em uma vasilha, que também continha água. O ar que preenchia o bulbo e parte da haste, ao sofrer variação de pressão, se contraía ou se expandia, provocando alteração na altura da coluna de água. Dessa forma, media-se a temperatura. Esse termômetro, porém, era muito impreciso. Somente cinqüenta anos após sua invenção, um amigo de Galileu, o Duque de Toscana, utilizou álcool em vez de água e lacrou o sistema, fazendo com que seu funcionamento não dependesse da pressão atmosférica.

Science Museum/Science & Society Picture Library

Reprodução do termoscópio de Galileu.

Termômetro de máxima e mínima



Thales Trigo

O termômetro de máxima e mínima foi idealizado pelo cientista inglês James Six e é utilizado para medir a **máxima** e a **mínima** temperatura num determinado intervalo de tempo. O líquido termométrico utilizado costuma ser o álcool (o mercúrio existente no interior do tubo é usado apenas para empurrar os flutuadores de ferro). Na coluna da direita (coluna de temperaturas máximas) existe uma bolha de ar, o que facilita a dilatação do álcool da coluna da esquerda. Essa dilatação do álcool, ou contração, empurra o mercúrio, que move os flutuadores de ferro. Devido ao atrito, os flutuadores não acompanham o álcool, permanecendo nos locais que indicam as temperaturas máxima e mínima. Para recolocar os flutuadores nos níveis do mercúrio, usamos o ímã, que você observa ao lado do termômetro.

Termômetro de mercúrio

Esse termômetro tem três partes: bulbo, haste e tubo capilar.

Bulbo: o reservatório de mercúrio;

Haste: a parte alongada, na qual é feita a graduação da escala termométrica;

Tubo capilar: o canal que se encontra dentro da haste e pelo qual o mercúrio se dilata ou se contrai.

Apesar de não ser o mais preciso, o termômetro de mercúrio é o mais usado, pois apresenta grande facilidade de manuseio.

Termômetro clínico

O termômetro clínico tem por finalidade medir a temperatura do corpo humano. Por isso, ele indica apenas temperaturas com valores entre 35 °C e 42 °C.

O tubo capilar pelo qual passa o mercúrio é muito estreito. Isso poderia ser difícil para as pessoas enxergarem até que nível se expandiu o mercúrio. Por isso, a haste de vidro é moldada de tal forma que sirva como lente de aumento.

Entre o bulbo e o início da haste existe um estrangulamento no tubo que permite ao mercúrio se expandir ao longo do tubo mas não voltar ao bulbo. Isso faz desse um termômetro de máxima, ou seja, num determinado intervalo de tempo, ele mede apenas a máxima temperatura do corpo.

Para que a porção do mercúrio expandida no tubo retorne ao bulbo, deve-se agitar o termômetro.

Termômetro clínico digital.

Termômetro clínico de mercúrio.

Fotos: Fabio R. Martins

Termômetro de rua

Um termômetro diferente, que podemos encontrar nas ruas de algumas cidades, são esses relógios, como o da fotografia, que também registram a temperatura do ar no local. No seu funcionamento, esse dispositivo conta com uma antena que possui em sua extremidade um diodo semicondutor. Esse diodo está associado a outros componentes eletrônicos e o circuito é alimentado por uma fonte de tensão. Quando o ar no local esquenta (ou esfria), a corrente elétrica no diodo aumenta (ou diminui), e essa informação é transmitida ao circuito elétrico existente no interior do "relógio", que altera o indicativo da temperatura.

Daniel Cymbalista/Pulsar

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

27 A menor temperatura até hoje registrada na superfície da Terra ocorreu em 21 de julho de 1983 na estação russa de Vostok, na Antártida, e seu valor foi de –89,2 °C. Na escala Kelvin, que valor essa temperatura assumiria?

28 No interior de uma sala, há dois termômetros pendurados na parede. Um deles, graduado em Kelvin, indica 298 K para a temperatura ambiente. O outro está graduado em graus Celsius. Quanto esse termômetro está marcando?

29 Lorde Kelvin conceituou zero absoluto como o estágio nulo de agitação das partículas de um sistema físico. Nas escalas Celsius e Fahrenheit, que valores vamos encontrar para expressar a situação física do zero absoluto? (Dê sua resposta desprezando possíveis casas decimais.)

30 As pessoas costumam dizer que na cidade de São Paulo podemos encontrar as quatro estações do ano num mesmo dia. Claro que essa afirmação é um tanto exagerada. No entanto, não é difícil termos variações de até 15 °C num mesmo dia. Na escala absoluta Kelvin, que valor representaria essa variação de temperatura?

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

31 (Unirio-RJ) Um pesquisador, ao realizar a leitura da temperatura de um determinado sistema, obteve o valor –450. Considerando as escalas usuais (Celsius, Fahrenheit e Kelvin), podemos afirmar que o termômetro utilizado certamente NÃO poderia estar graduado:

a) apenas na escala Celsius.
b) apenas na escala Fahrenheit.
c) apenas na escala Kelvin.
d) nas escalas Celsius e Kelvin.
e) nas escalas Fahrenheit e Kelvin.

32 (Unifesp-SP) O texto a seguir foi extraído de uma matéria sobre congelamento de cadáveres para sua preservação por muitos anos, publicada no jornal *O Estado de S. Paulo*.

> *Após a morte clínica, o corpo é resfriado com gelo. Uma injeção de anticoagulantes é aplicada e um fluido especial é bombeado para o coração, espalhando-se pelo corpo e empurrando para fora os fluidos naturais. O corpo é colocado em uma câmara com gás nitrogênio, onde os fluidos endurecem em vez de congelar. Assim que atinge a temperatura de –321 °, o corpo é levado para um tanque de nitrogênio líquido, onde fica de cabeça para baixo.*

Na matéria, não consta a unidade de temperatura usada. Considerando que o valor indicado de –321° esteja correto e pertença a uma das escalas, Kelvin, Celsius ou Fahrenheit, pode-se concluir que foi usada a escala:

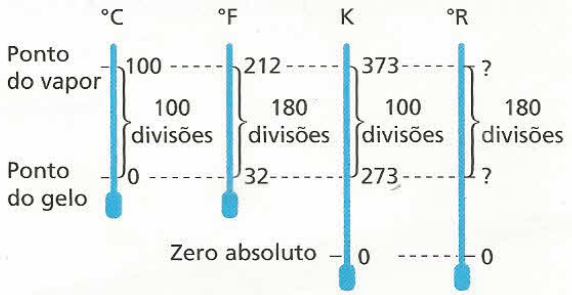
a) Kelvin, pois se trata de um trabalho científico e esta é a unidade adotada pelo Sistema Internacional.
b) Fahrenheit, por ser um valor inferior ao zero absoluto e, portanto, só pode ser medido nessa escala.
c) Fahrenheit, pois as escalas Celsius e Kelvin não admitem esse valor numérico de temperatura.
d) Celsius, pois só ela tem valores numéricos negativos para a indicação de temperaturas.
e) Celsius, por tratar-se de uma matéria publicada em língua portuguesa e essa ser a unidade adotada oficialmente no Brasil.

33 (Mack-SP) Um pesquisador verifica que certa temperatura obtida na escala Kelvin é igual ao correspondente valor na escala Fahrenheit acrescido de 145 unidades. Qual o valor dessa temperatura na escala Celsius?

34 **E.R.** A escala Kelvin tem sua origem no zero absoluto e usa como unidade o grau Celsius. Existe uma outra escala, denominada Rankine, que também tem sua origem no zero absoluto, mas usa como unidade o grau Fahrenheit. Determine a equação de conversão entre as escalas Kelvin e Rankine.

Resolução:

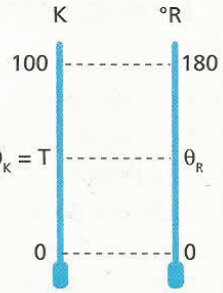
Façamos, inicialmente, um esquema representando as escalas Celsius, Fahrenheit, Kelvin e Rankine:



Do enunciado, sabemos que as origens das escalas Kelvin e Rankine coincidem com o zero absoluto.

Uma vez que a escala Rankine usa como unidade o grau Fahrenheit, observamos que entre os pontos do gelo e do vapor temos 180 divisões, enquanto na Kelvin temos 100 divisões para o mesmo intervalo.

Do exposto, podemos afirmar que ao valor 100 da escala Kelvin corresponde o valor 180 da escala Rankine:



$$\frac{T-0}{100-0}=\frac{\theta_R-0}{180-0}$$

$$\frac{T}{100}=\frac{\theta_R}{180} \Rightarrow \frac{T}{5}=\frac{\theta_R}{9}$$

$$\boxed{T=\frac{5}{9}\theta_R}$$

35 A relação entre as escalas Celsius (**C**) e Rankine (**R**) é dada pela equação:

$$\frac{R-492}{9}=\frac{C}{5}$$

Para qual temperatura essas escalas fornecem a mesma leitura? Essa temperatura pode existir?

36 (Uespi) Ao considerarmos a equação que relaciona os valores de temperatura medidos na escala Kelvin (**T**) com os valores corres-

pondentes de temperatura na escala Celsius (θ_C), podemos afirmar que uma variação de temperatura na escala Celsius igual a $\Delta\theta_C = 35\ °C$ corresponde a uma variação de:

a) $\Delta T = 308\ K$.
b) $\Delta T = 238\ K$.
c) $\Delta T = 70\ K$.
d) $\Delta T = 35\ K$.
e) $\Delta T = 0\ K$.

37 Um físico chamado Galileu Albert Newton encontrava-se em um laboratório realizando um experimento no qual deveria aquecer certa porção de água pura. Mediu a temperatura inicial da água e encontrou o valor 20 °C. Porém, como ele era muito desajeitado, ao colocar o termômetro sobre a mesa, acabou quebrando-o. Procurando outro termômetro, encontrou um graduado na escala Kelvin. No final do aquecimento, observou que a temperatura da água era de 348 K. Na equação utilizada por esse físico, a variação de temperatura deveria estar na escala Fahrenheit. O valor, em graus Fahrenheit, que ele encontrou para a variação de temperatura da água foi de:

a) 20 °F.
b) 66 °F.
c) 75 °F.
d) 99 °F.
e) 106 °F.

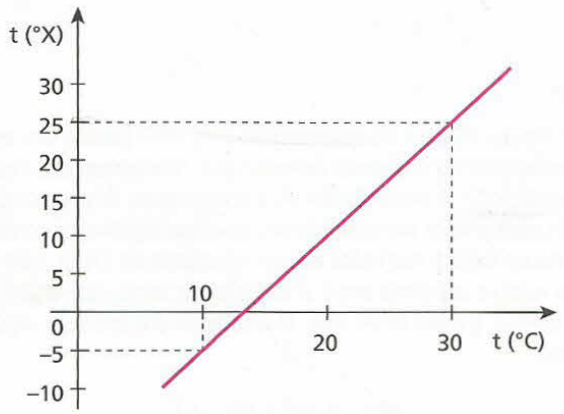
Descubra mais

1. É possível medirmos a temperatura do vácuo?

2. Por que um termômetro clínico é um termômetro de máxima?

EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

38 (UEL-PR) O gráfico indicado a seguir representa a relação entre a temperatura medida numa escala **X** e a mesma temperatura medida na escala Celsius.



Para a variação de 1,0 °C, que intervalo vamos observar na escala **X**?

39 (UFSE) Um termômetro que mede a temperatura ambiente indica sempre 2 °C acima da temperatura correta, e outro que mede a temperatura de um líquido indica 3 °C abaixo da temperatura correta. Se o líquido está 5 °C acima da temperatura ambiente, a indicação dos termômetros defeituosos, em graus Celsius, pode ser:

a) 18 e 16.
b) 18 e 18.
c) 18 e 20.
d) 18 e 23.
e) 18 e 28.

40 (Mack-SP) Um profissional, necessitando efetuar uma medida de temperatura, utilizou um termômetro cujas escalas termométricas inicialmente impressas ao lado da coluna de mercúrio estavam ilegíveis. Para atingir seu objetivo, colocou o termômetro inicialmente em uma vasilha com gelo fundente, sob pressão normal, e verificou que no equilíbrio térmico a coluna de mercúrio atingiu 8,0 cm. Ao colocar o termômetro em contato com água fervente, também sob pressão normal, o equilíbrio térmico se deu com a coluna de mercúrio, que atingiu 20,0 cm de altura. Se nesse termômetro utilizarmos as escalas Celsius e Fahrenheit e a temperatura a ser medida for expressa pelo mesmo valor nas duas escalas, a coluna de mercúrio terá a altura de:

a) 0,33 cm.
b) 0,80 cm.
c) 3,2 cm.
d) 4,0 cm.
e) 6,0 cm.

41 (UCDB-MT) Um processo rápido para estimar valor em graus Celsius de uma temperatura fornecida em graus Fahrenheit é dividir o valor fornecido por dois e subtrair 16. Assim, 76 °F valeriam, aproximadamente, 22 °C. O erro dessa estimativa seria de:

a) 10%.
b) 15%.
c) 20%.
d) 23%.
e) 25%.

42 (Unifesp-SP) Quando se mede a temperatura do corpo humano com um termômetro clínico de mercúrio em vidro, procura-se colocar o bulbo do termômetro em contato direto com regiões mais próximas do interior do corpo e manter o termômetro assim durante algum tempo, antes de fazer a leitura. Esses dois procedimentos são necessários porque:

a) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque demanda sempre algum tempo para que a troca de calor entre o corpo humano e o termômetro se efetive.
b) é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo, e porque demanda sempre algum tempo para que a troca de calor entre o corpo humano e o termômetro se efetive.
c) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque é preciso evitar a interferência do calor específico médio do corpo humano.
d) é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo, e porque o calor específico médio do corpo humano é muito menor que o do mercúrio e o do vidro.
e) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque é preciso reduzir a interferência da pele, orgão que regula a temperatura interna do corpo.

43 (UEPB) Em 1851, o matemático e físico escocês William Thomson, que viveu entre 1824 e 1907, mais tarde possuidor do título de Lorde Kelvin, propôs a escala absoluta de temperatura, atualmente conhecida como escala Kelvin de temperatura (**K**). Utilizando-se das informações contidas no texto, indique a alternativa **correta**:

a) Com o avanço da tecnologia, atualmente, é possível obter a temperatura de zero absoluto.
b) Os valores dessa escala estão relacionados com os da escala Fahrenheit (°F), por meio da expressão K = °F + 273.
c) A partir de 1954, adotou-se como padrão o ponto tríplice da água, temperatura em que a água coexiste nos três estados — sólido, líquido e vapor. Isso ocorre à temperatura de 0,01 °F ou 273,16 K, por definição, e à pressão de 610 Pa (4,58 mm Hg).
d) Kelvin é a unidade de temperatura comumente utilizada nos termômetros brasileiros.
e) Kelvin considerou que a energia de movimento das moléculas dos gases atingiria um valor mínimo de temperatura, ao qual ele chamou zero absoluto.

44 Na parede da sala de uma residência são colocados quatro termômetros, graduados nas escalas Celsius, Fahrenheit, Réaumur e Kelvin. Numericamente, qual deles apresentará maior leitura?

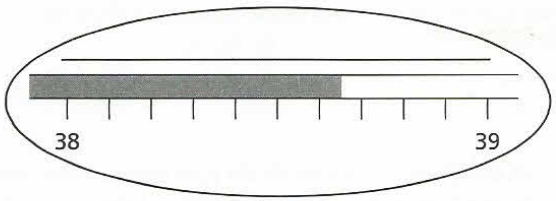
a) Fahrenheit.
b) Celsius.
c) Réaumur.
d) Kelvin.
e) Todos os termômetros apresentarão a mesma leitura.

45 A escala Rankine tem origem no zero absoluto e utiliza como unidade o grau Fahrenheit. Que valores, nessa escala, representam os pontos do gelo e do vapor?

gelo = 491 R, vapor = 671 R

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

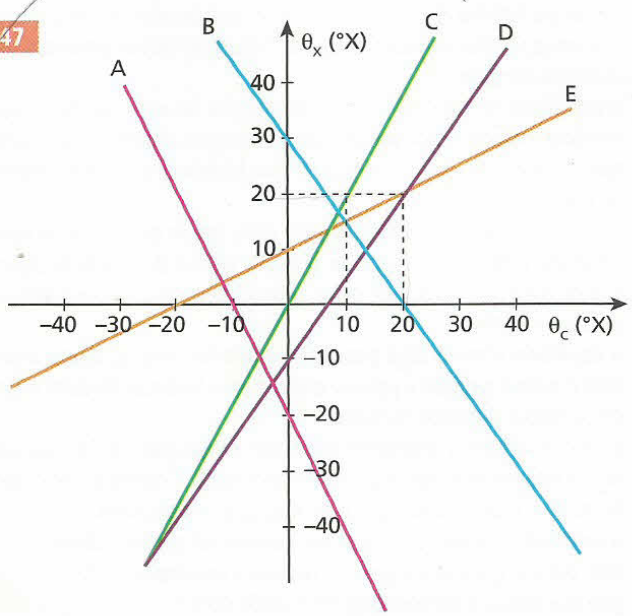
46 (Unifesp-SP) Na medida de temperatura de uma pessoa por meio de um termômetro clínico, observou-se que o nível de mercúrio estacionou na região entre 38 °C e 39 °C da escala, como está ilustrado na figura.



Após a leitura da temperatura, o médico necessita do valor transformado para uma nova escala, definida por $t_X = \frac{2t_C}{3}$ e em unidades °X, onde t_C é a temperatura na escala Celsius. Lembrando de seus conhecimentos sobre algarismos significativos, ele conclui que o valor mais apropriado para a temperatura t_X é:

a) 25,7 °X.
b) 25,7667 °X.
c) 25,766 °X.
d) 25,77 °X.
e) 26 °X.

47



Um estudante inventou uma escala termométrica, denominada **X**, que registra o valor –10 °X para o ponto do gelo e 140 °X para o ponto do vapor.

Qual dos gráficos pode representar a relação entre essa escala **X** e a escala Celsius?

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

48 No dia 1º, à 0 h de determinado mês, uma criança deu entrada num hospital com suspeita de meningite. Sua temperatura estava normal (36,5 °C). A partir do dia 1º, a temperatura dessa criança foi plotada num gráfico por meio de um aparelho registrador contínuo. Esses dados caíram nas mãos de um estudante de Física, que verificou a relação existente entre a variação de temperatura (Δθ), em graus Celsius, e o dia (**t**) do mês. O estudante encontrou a seguinte equação:

$$\Delta\theta = -0{,}20t^2 + 2{,}4t - 2{,}2$$

A partir dessa equação, analise as afirmações dadas a seguir e indique a correta.

a) A maior temperatura que essa criança atingiu foi 40,5 °C.
b) A maior temperatura dessa criança foi atingida no dia 6.
c) Sua temperatura voltou ao valor 36,5 °C no dia 12.
d) Entre os dias 3 e 8 sua temperatura sempre aumentou.
e) Se temperaturas acima de 43 °C causam transformações bioquímicas irreversíveis, então essa criança ficou com problemas cerebrais.

49 No século XVIII, o físico francês Réaumur criou uma escala termométrica que assinalava 0 para o ponto do gelo e 80 para o ponto do vapor. A razão de ter adotado os valores 0 e 80 é que, após várias experimentos, ele descobriu que o álcool, que foi usado como substância termométrica, expandia 80 partes por mil ao ser aquecido do ponto do gelo até o ponto do vapor.

Comparando essa escala Réaumur com a escala Fahrenheit, qual a temperatura em que as leituras correspondem a um mesmo valor numérico?

Tópico 2

O calor e sua propagação

Bloco 1

1. Energia térmica

Uma pedra, a água e o ar têm em comum o fato de serem formados de pequenas partículas que possuem energia de agitação. Como vimos, teoricamente, apenas no **zero absoluto** essas partículas não possuem esse tipo de energia (não esquecer que no zero absoluto ainda resta uma energia residual). Numa primeira abordagem, podemos dizer que o somatório de toda energia associada à agitação das partículas de um corpo recebe o nome de **energia térmica**.

A **energia térmica** do corpo depende de dois fatores: da energia de agitação média de cada partícula (que determina a temperatura do corpo) e do número de partículas que o corpo possui.

Assim:

> A **energia térmica** de um corpo é o somatório das energias de agitação das suas partículas e depende da temperatura do corpo e do número de partículas nele existentes.

A barra de chocolate foi dividida em duas partes. Apesar de ambas estarem à mesma temperatura, a parte maior possui mais energia térmica que a menor, por ser constituída de um número maior de partículas.

É oportuno observar que o fato de um corpo **A** estar a uma temperatura maior que um outro **B** não implica, necessariamente, que **A** tenha maior quantidade de energia térmica que **B**. O corpo **B**, por exemplo, pode ter mais partículas que **A**, de tal forma que o somatório das energias de vibração de suas partículas supere o de **A**.

No Tópico 3, veremos que a energia térmica é o somatório das energias de agitação com as energias de agregação, que estabelecem o estado físico do corpo (sólido, líquido, gasoso).

2. Calor

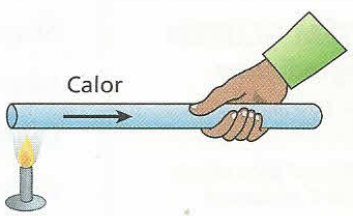
Quando colocamos em contato térmico dois corpos de temperaturas diferentes, notamos que eles buscam uma situação de equilíbrio térmico, em que as temperaturas tornam-se iguais.

Para que isso aconteça, o corpo de maior temperatura fornece certa quantidade de energia térmica ao de menor temperatura. Isso provoca uma diminuição em sua temperatura e um aumento na temperatura do corpo inicialmente mais frio, até que se estabeleça o equilíbrio térmico.

Essa energia térmica, quando e apenas enquanto está em trânsito, é denominada **calor**.

> **Calor** é energia térmica em trânsito de um corpo para outro ou de uma parte para outra de um mesmo corpo, trânsito este provocado por uma diferença de temperaturas.

Observe que o calor flui, espontaneamente, da região de maior temperatura para a de menor temperatura.



Na situação representada acima, o calor propaga-se da extremidade esquerda da barra, em contato com o fogo, para a extremidade direita. Note que o calor flui naturalmente da região de maior temperatura para a de menor temperatura.

3. Unidade usual de calor

Como calor é uma forma de energia, sua unidade no SI é o **joule (J)**. Também é muito usada uma unidade prática denominada **caloria (cal)**.

Uma **caloria (cal)** é a quantidade de calor que 1 grama de água pura deve receber, sob pressão normal, para que sua temperatura seja elevada de 14,5 °C para 15,5 °C.

A relação entre as unidades joule (J) e caloria (cal) é:

$$1\ \text{cal} = 4{,}186\ \text{J}$$

No entanto, para facilitar os cálculos, é comum aparecer o valor 4,2 joules por caloria. Assim:

$$\text{J} = 4{,}2\ \frac{\text{joules}}{\text{caloria}}$$

Essa relação é utilizada na conversão de joule para caloria ou vice-versa.

$$\tau\ (\text{joule}) = \text{J}\ Q\ (\text{caloria})$$

Também é muito comum encontrarmos um múltiplo da caloria denominado **quilocaloria (kcal)**:

$$1\ \text{kcal} = 10^3\ \text{cal}$$

Caloria alimentar (Cal)

Informação Nutricional

Cada 100 g de aveia contêm em média:

Carboidratos	60 g
Proteínas	12 g
Gordura	10 g
Fibras alimentares	10 g
Cálcio	30 mg
Fósforo	130 mg
Ferro	2,1 mg
Vitamina B1	0,2 mg
Vitamina B2	0,08 mg
Sódio	1,0 mg
Niacina	1,0 mg
Calorias	**390**

CONTÉM GLÚTEN
Ingrediente:
Aveia 100% natural.

CONSERVAR EM LUGAR SECO E AREJADO

Nas embalagens de alimentos, normalmente encontramos a equivalência energética de uma porção. Essa energia vem expressa em kcal (quilocaloria) ou em Cal (caloria alimentar ou grande caloria), que são equivalentes.

$$1{,}0\ \text{Cal} = 1{,}0\ \text{kcal}$$

Ao lado, observamos uma tabela retirada da embalagem de uma caixa de aveia.

Apesar de não vir mencionado na embalagem, a unidade utilizada é a caloria alimentar (Cal), que equivale a 10^3 calorias.

Assim, cada 100 gramas dessa aveia têm capacidade energética equivalente a 390 Cal (390 kcal).

Uma pessoa geralmente precisa, em média, de 2 500 Cal/dia para suas necessidades básicas. Um atleta necessita de uma quantidade maior e uma pessoa sedentária, de uma quantidade menor.

Nas tabelas a seguir, é apresentado um estudo feito pela Organização das Nações Unidas, no qual encontramos a média alimentar diária, em calorias alimentares, de alguns países.

OS MAIS FAMINTOS	
Somália	1 580
Eritréia	1 640
Burundi	1 710
Moçambique	1 710
Afeganistão	1 710
Etiópia	1 780
Comores	1 830
Congo-Brazzaville	1 880

A MESA MAIS FARTA	
Dinamarca	3 780
Portugal	3 650
Irlanda	3 620
Estados Unidos	3 620
Bélgica	3 570
Luxemburgo	3 570
França	3 550
Itália	3 480

Fonte: Organização das Nações Unidas para a Alimentação e Agricultura, FAO.

É bom observar que uma mesa farta nem sempre é composta de alimentos saudáveis.

4. Processos de propagação do calor

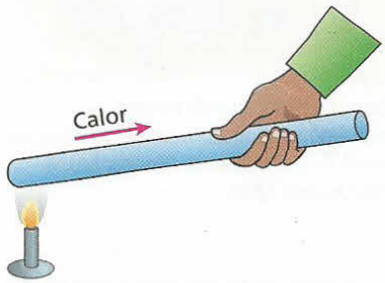
Já vimos que a energia térmica pode mudar de local, indo, espontaneamente, da região de maior temperatura para a de menor temperatura. Essa mudança pode processar-se de três maneiras distintas, denominadas **condução**, **convecção** e **radiação**.

A condução

Quando colocamos uma das extremidades de uma barra de metal em contato com uma fonte térmica e seguramos a outra extremidade, notamos que a extremidade que está em contato com a mão torna-se, rapidamente, cada vez mais quente, apesar de estar distante da fonte de calor.

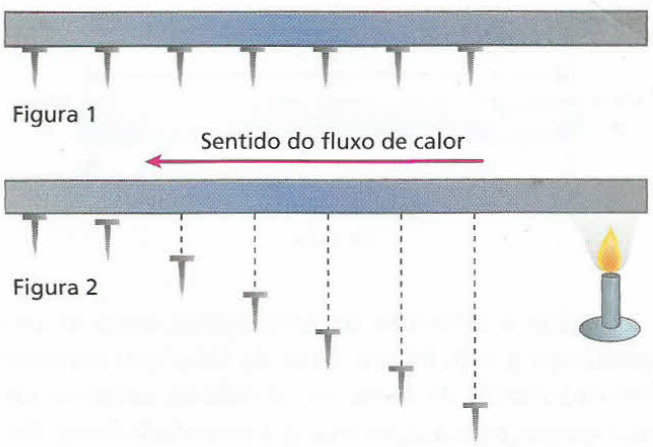
Nesse caso, o calor propaga-se através da barra, fenômeno denominado **condução**.

Condução é o processo de propagação de calor no qual a energia térmica passa de partícula para partícula de um meio.



O calor propaga-se através da barra por condução, passando de partícula para partícula, até atingir a mão do experimentador.

Outra maneira de comprovar a condução do calor pode ser vista no exemplo a seguir:

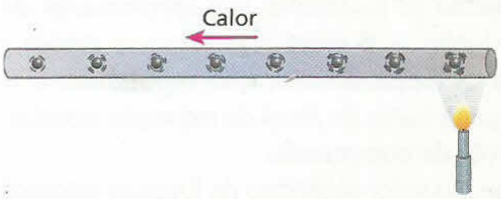


Na figura 1, vemos pequenos pregos fixados seqüencialmente com cera ao longo de uma barra metálica. Já na figura 2, percebemos a ação do aquecimento de uma das extremidades desse metal. Em contato com o calor a cera derrete-se e solta os pregos que mantinha fixos. A queda processa-se ordenadamente, no sentido da condução de calor através da barra.

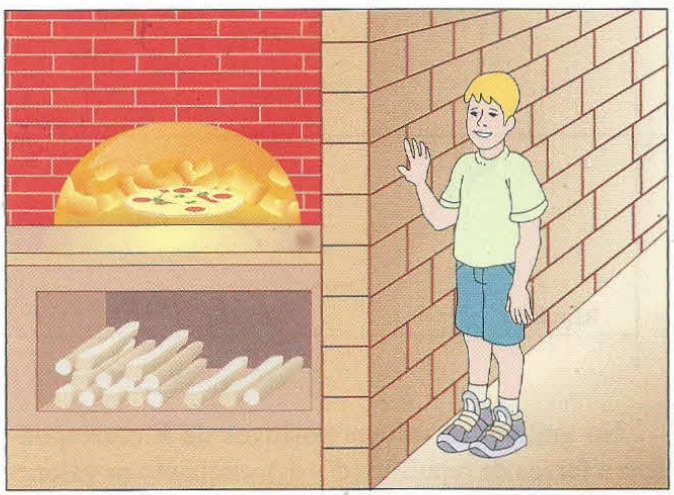
Para entender esse fato, devemos lembrar que as partículas da barra que estão em contato com a fonte térmica recebem calor e aumentam seu estado de agitação, que é transmitido às partículas vizinhas em uma ação sucessiva. Assim, de partícula para partícula, a energia térmica flui ao longo da barra, fundindo a cera e provocando o desprendimento seqüencial dos pregos.

É importante notar que, na condução, as partículas permanecem vibrando em torno de suas posições de equilíbrio. As partículas não se deslocam, ao contrário do que acontece com a energia.

Destaquemos que como a ocorrência da condução requer a existência de um meio material, esse fenômeno não ocorre no vácuo.



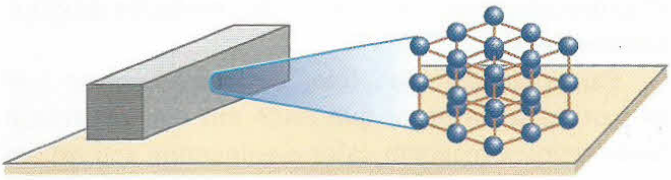
Esquema que representa a condução do calor através de uma barra. Note que a energia térmica é passada seqüencialmente de partícula para partícula e que vibram mais as partículas mais próximas da fonte de calor.



O calor propaga-se por condução através da parede do forno, atingindo a mão da pessoa que se encontra na face externa dessa parede.

Forças intermoleculares explicando a condução

As forças de interação molecular são de origem eletromagnética.



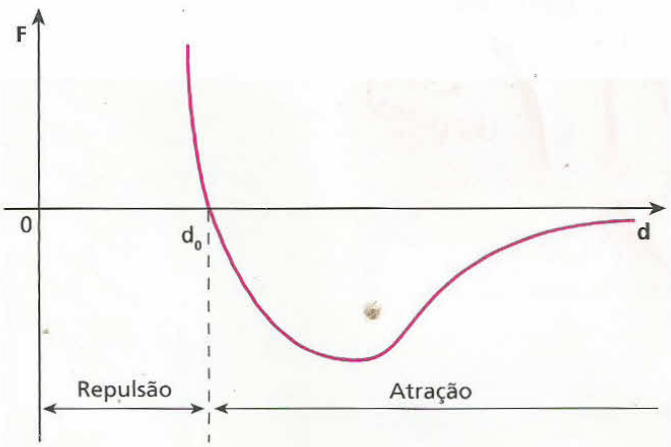
Representação esquemática da estrutura cristalina de um sólido. As partículas se mantêm coesas devido às forças intermoleculares.

Num corpo, duas moléculas vizinhas estão na **posição de equilíbrio** quando a resultante das forças de interação entre elas é nula. Nessa situação, chamaremos de d_0 a distância que separa essas moléculas.

Quando a distância **d** entre as moléculas torna-se maior que d_0, surgem forças de interação **atrativas**. É por isso que uma barra de ferro, por exemplo, resiste a esforços de tração.

Quando as moléculas são aproximadas de modo que a distância **d** entre elas torna-se menor que d_0, surgem as forças de interação **repulsivas**. É por essa razão que a barra de ferro do exemplo anterior resiste a esforços de compressão.

Seja **F** o valor algébrico da força de interação entre as moléculas vizinhas pertencentes a um dado corpo. O gráfico abaixo mostra a variação de **F** em função da distância **d** entre essas moléculas.



No gráfico, os valores positivos de **F** correspondem a forças de repulsão ($d < d_0$), enquanto os valores negativos correspondem a forças de atração ($d > d_0$). A força atrativa praticamente se anula quando **d** vale aproximadamente $10\ d_0$.

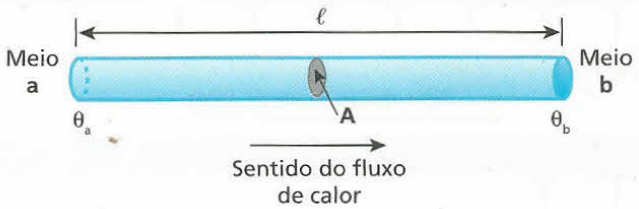
Dessa forma, podemos concluir que as moléculas, ao vibrarem com maior amplitude, conseguem aproximar-se mais de moléculas vizinhas, intensificando-se as forças repulsivas. Conseqüentemente, essas moléculas vizinhas são "sacudidas" pelas primeiras, passando a um estágio de vibração de amplitudes maiores. Assim, a energia térmica (o calor) é conduzida de molécula para molécula do meio a que elas pertencem.

Cálculo do fluxo de calor (ϕ) – Lei de Fourier

Science Photo Library/LatinStock

Jean-Baptiste Joseph Fourier, matemático e físico francês, que nasceu em 1768, em Auxerre (Borgonha), e faleceu em 1830.

Façamos, agora, um estudo quantitativo do calor que flui através de uma barra de secção transversal uniforme. Para tanto, vamos considerar ℓ o comprimento da barra e **A** a área de sua secção transversal. Coloquemos as extremidades dessa barra em contato térmico com dois meios **a** e **b**, cujas temperaturas constantes são, respectivamente, θ_a e θ_b (com $\theta_a > \theta_b$). Para evitar possíveis perdas de calor, a barra é isolada termicamente ao longo de sua superfície.

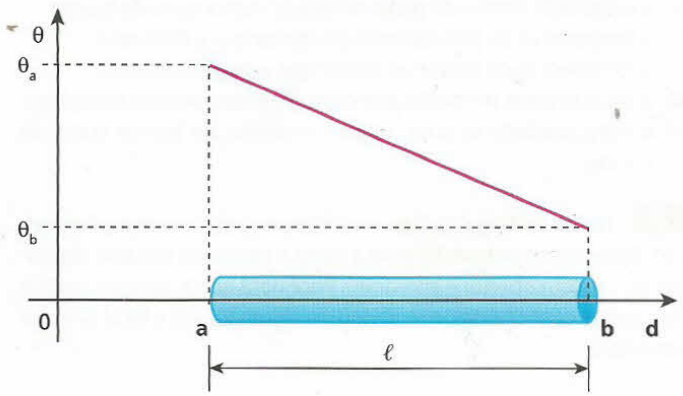


Devido à diferença de temperatura entre as extremidades **a** e **b**, há um fluxo de calor (ou corrente térmica) através da barra, no sentido da extremidade mais quente para a mais fria. A intensidade desse flu-

xo térmico é definida pela razão entre a quantidade de calor **Q** que atravessa uma secção transversal da barra e o intervalo de tempo Δt correspondente:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t}$$ Unidade usual: $\frac{cal}{s}$

Inicialmente, as diversas secções da barra apresentam temperatura variável. Decorrido certo intervalo de tempo, entretanto, essas secções assumem temperaturas constantes, mas diferentes entre si. Nessa situação, atingiu-se um equilíbrio e o fluxo de calor dá-se em **regime permanente** ou **estacionário**. Nesse caso, o fluxo de calor é o mesmo em qualquer secção da barra e a temperatura ao longo dela obedece ao gráfico representado a seguir.



No regime permanente, o fluxo térmico depende de quatro fatores: da área (**A**) da secção transversal da barra, de seu comprimento (ℓ), da diferença de temperaturas ($\Delta\theta$) dos meios **a** e **b** e do material de que é feita a barra (**k**).

Matematicamente, tais grandezas são relacionadas pela equação a seguir, denominada **Lei de Fourier**:

$$\phi = k\frac{A\,|\Delta\theta|}{\ell}$$

A grandeza **k** é uma constante característica do material da barra, sendo denominada **coeficiente de condutibilidade térmica**.

Os maiores valores do coeficiente **k** pertencem aos metais, que são os melhores condutores de energia térmica. Os menores valores de **k** ficam para os isolantes térmicos, como a lã de vidro, a cortiça, a madeira, os gases em geral e outros.

A seguir, temos uma tabela dos coeficientes de condutibilidade térmica de algumas substâncias (ou materiais).

Tabela de condutibilidade térmica

Material	k em $\frac{cal\ cm}{s\ cm^2\ °C}$
Gases	
Oxigênio	$5{,}6 \cdot 10^{-5}$
Ar	$5{,}7 \cdot 10^{-5}$
Hidrogênio	$3{,}3 \cdot 10^{-4}$
Hélio	$3{,}4 \cdot 10^{-4}$
Sólidos diversos	
Cortiça	$1 \cdot 10^{-4}$
Feltro	$1 \cdot 10^{-4}$
Lã de vidro	$1 \cdot 10^{-4}$
Madeira	$3 \cdot 10^{-4}$
Tijolo de barro	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$
Concreto	$2 \cdot 10^{-3}$
Vidro	$2 \cdot 10^{-3}$
Tijolo refratário	$2{,}5 \cdot 10^{-3}$
Gelo	$4 \cdot 10^{-3}$
Metais	
Chumbo	$8{,}2 \cdot 10^{-2}$
Aço	$1{,}2 \cdot 10^{-1}$
Mercúrio	$1.5 \cdot 10^{-1}$
Latão	$2{,}6 \cdot 10^{-1}$
Alumínio	$4{,}9 \cdot 10^{-1}$
Cobre	$9{,}2 \cdot 10^{-1}$
Prata	1,01

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 Analise as proposições e indique a **falsa**.
a) O somatório de toda a energia de agitação das partículas de um corpo é a energia térmica desse corpo.
b) Dois corpos atingem o equilíbrio térmico quando suas temperaturas se tornam iguais.
c) A energia térmica de um corpo é função da sua temperatura.
d) Somente podemos chamar de calor a energia térmica em trânsito; assim, não podemos afirmar que um corpo contém calor.
e) A quantidade de calor que um corpo contém depende de sua temperatura e do número de partículas nele existentes.

2 Imagine dois corpos **A** e **B** com temperaturas T_A e T_B, sendo $T_A > T_B$. Quando colocamos esses corpos em contato térmico, podemos afirmar que ocorre o seguinte fato:
a) Os corpos se repelem.
b) O calor flui do corpo **A** para o corpo **B** por tempo indeterminado.
c) O calor flui do corpo **B** para o corpo **A** por tempo indeterminado.
d) O calor flui de **A** para **B** até que ambos atinjam a mesma temperatura.
e) Não acontece nada.

3 No café-da-manhã, uma colher metálica é colocada no interior de uma caneca que contém leite bem quente. A respeito desse acontecimento, são feitas três afirmativas.
I. Após atingirem o equilíbrio térmico, a colher e o leite estão a uma mesma temperatura.
II. Após o equilíbrio térmico, a colher e o leite passam a conter quantidades iguais de energia térmica.
III. Após o equilíbrio térmico, cessa o fluxo de calor que existia do leite (mais quente) para a colher (mais fria).
Podemos afirmar que:
a) somente a afirmativa I é correta;
b) somente a afirmativa II é correta;
c) somente a afirmativa III é correta;
d) as afirmativas I e III são corretas;
e) as afirmativas II e III são corretas.

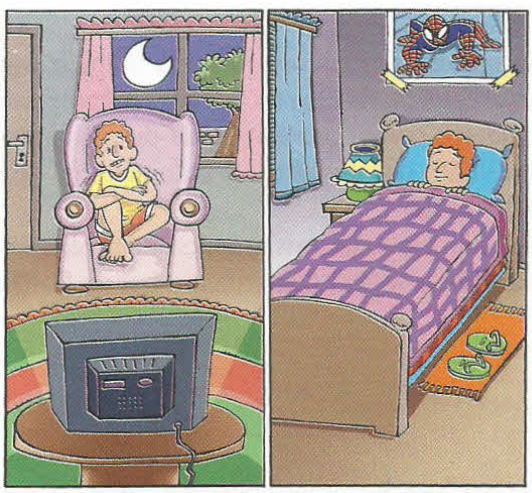
4 Analise as proposições e indique a **verdadeira**.
a) Calor e energia térmica são a mesma coisa, podendo sempre ser usados tanto um termo como o outro, indiferentemente.
b) Dois corpos estão em equilíbrio térmico quando possuem quantidades iguais de energia térmica.
c) O calor sempre flui da região de menor temperatura para a de maior temperatura.
d) Calor é energia térmica em trânsito, fluindo espontaneamente da região de maior temperatura para a de menor temperatura.
e) Um corpo somente possui temperatura maior que a de um outro quando sua quantidade de energia térmica também é maior que a do outro.

5 (Unirio-RJ) Indique a proposição correta.
a) Todo calor é medido pela temperatura, isto é, calor e temperatura são a mesma grandeza.
b) Calor é uma forma de energia em trânsito e temperatura mede o grau de agitação das moléculas de um sistema.
c) O calor nunca é função da temperatura.
d) O calor só é função da temperatura quando o sistema sofre mudança em seu estado físico.
e) A temperatura é a grandeza cuja unidade fornece a quantidade de calor de um sistema.

6 (Enem) A sensação de frio que nós sentimos resulta:
a) do fato de nosso corpo precisar receber calor do meio exterior para não sentirmos frio.
b) da perda de calor do nosso corpo para a atmosfera que está a uma temperatura maior.
c) da perda de calor do nosso corpo para a atmosfera que está a uma temperatura menor.
d) do fato de a friagem que vem da atmosfera afetar o nosso corpo.
e) da transferência de calor da atmosfera para o nosso corpo.

7 Você sabe que o aprendizado da Física também se faz por meio da observação das situações que ocorrem no nosso dia-a-dia. Faça um experimento. Caminhe descalço sobre um carpete ou um tapete e sobre um piso cerâmico, como o do banheiro da sua casa, por exemplo. Você vai notar que o piso cerâmico parece mais frio do que o tapete, apesar de estarem à mesma temperatura. Essa diferença de sensação se deve ao fato de:
a) a capacidade térmica do piso cerâmico ser menor que a do tapete;
b) a temperatura do piso cerâmico ser menor que a do tapete;
c) a temperatura do tapete ser menor que a do piso cerâmico;
d) a condutividade térmica do piso cerâmico ser maior que a do tapete;
e) a condutividade térmica do piso cerâmico ser menor que a do tapete.

8 Numa noite muito fria, você ficou na sala assistindo à televisão. Após algum tempo, foi para a cama e deitou-se debaixo das cobertas (lençol, cobertor e edredom). Você nota que a cama está muito fria, apesar das cobertas, e só depois de algum tempo o local se torna aquecido.



Isso ocorre porque:
a) o cobertor e o edredom impedem a entrada do frio que se encontra no meio externo;
b) o cobertor e o edredom possuem alta condutividade térmica;
c) o cobertor e o edredom possuem calor entre suas fibras, que, ao ser liberado, aquece a cama;
d) o cobertor e o edredom não são aquecedores, são isolantes térmicos, que não deixam o calor liberado por seu corpo sair para o meio externo;
e) sendo o corpo humano um bom absorvedor de frio, após algum tempo não há mais frio debaixo das cobertas.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

9 (Ufes) Para resfriar um líquido, é comum colocar a vasilha que o contém dentro de um recipiente com gelo, conforme a figura. Para que o resfriamento seja mais rápido, é conveniente que a vasilha seja metálica, em vez de ser de vidro, porque o metal apresenta, em relação ao vidro, um maior valor de:

a) condutividade térmica.
b) calor específico.
c) coeficiente de dilatação térmica.
d) energia interna.
e) calor latente de fusão.

10 Uma garrafa e uma lata de refrigerante permanecem durante vários dias em uma geladeira. Quando pegamos a garrafa e a lata com as mãos desprotegidas para retirá-las da geladeira, temos a impressão de que a lata está mais fria do que a garrafa. Isso é explicado pelo fato de:

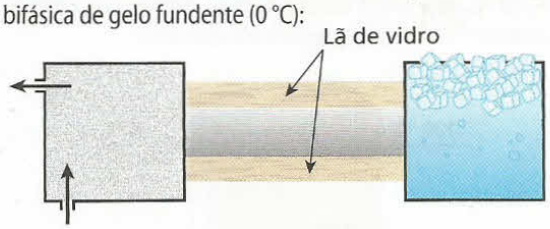
a) a temperatura do refrigerante na lata ser diferente da temperatura do refrigerante na garrafa;
b) a capacidade térmica do refrigerante na lata ser diferente da capacidade térmica do refrigerante na garrafa;
c) o calor específico dos dois recipientes ser diferente;
d) o coeficiente de dilatação térmica dos dois recipientes ser diferente;
e) a condutividade térmica dos dois recipientes ser diferente.

11 (UFSC) Identifique a(s) proposição(ões) **verdadeira(s)**:

(01) Um balde de isopor mantém o refrigerante gelado porque impede a saída do frio.
(02) A temperatura de uma escova de dentes é maior que a temperatura da água da pia; mergulhando-se a escova na água, ocorrerá uma transferência de calor da escova para a água.
(04) Se tivermos a sensação de frio ao tocar um objeto com a mão, isso significa que esse objeto está a uma temperatura inferior à nossa.
(08) Um copo de refrigerante gelado, pousado sobre uma mesa, num típico dia de verão, recebe calor do meio ambiente até ser atingido o equilíbrio térmico.
(16) O agasalho, que usamos em dias frios para nos mantermos aquecidos, é um bom condutor de calor.
(32) Os esquimós, para se proteger do frio intenso, constroem abrigos de gelo porque o gelo é um isolante térmico.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas. 46

12 **E.R.** Uma barra de alumínio de 50 cm de comprimento e área de secção transversal de 5 cm² tem uma de suas extremidades em contato térmico com uma câmara de vapor de água em ebulição (100 °C). A outra extremidade está imersa em uma cuba que contém uma mistura bifásica de gelo fundente (0 °C):



A pressão atmosférica local é normal. Sabendo que o coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio vale 0,5 cal/s cm °C, calcule:

a) a intensidade da corrente térmica através da barra, depois de estabelecido o regime permanente;
b) a temperatura numa secção transversal da barra, situada a 40 cm da extremidade mais quente.

Resolução:

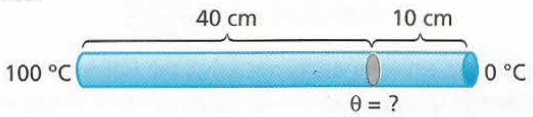
a) No regime permanente, a corrente térmica é calculada pela Lei de Fourier:

$$\phi = k\frac{A\Delta\theta}{\ell}$$

Do enunciado, temos que:
$k = 0{,}5$ cal/s cm °C
$A = 5$ cm²
$\Delta\theta = 100\ °C - 0\ °C = 100\ °C$
$\ell = 50$ cm
Substituindo esses valores na expressão anterior, vem:

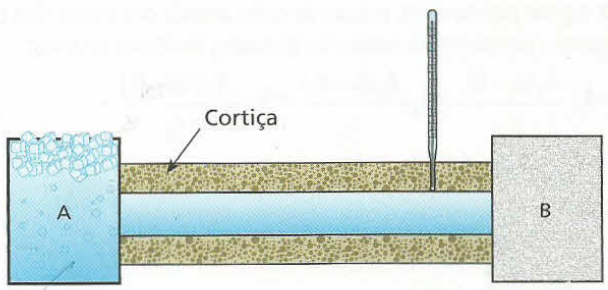
$$\phi = \frac{0{,}5 \cdot 5 \cdot 100}{50} \Rightarrow \boxed{\phi = 5\ \text{cal/s}}$$

b) Sabemos que, no regime permanente ou estacionário, a intensidade da corrente térmica através da barra é constante; assim, temos:



$$\phi = \frac{kA(100-\theta)}{40} \Rightarrow 5 = \frac{0{,}5 \cdot 5 \cdot (100-\theta)}{40} \Rightarrow \boxed{\theta = 20\ °C}$$

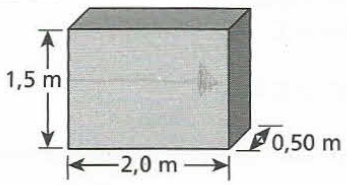
13 (Unama-AM) A figura a seguir apresenta uma barra de chumbo de comprimento 40 cm e área de secção transversal 10 cm² isolada com cortiça; um termômetro fixo na barra calibrado na escala Fahrenheit, e dois dispositivos **A** e **B** que proporcionam, nas extremidades da barra, as temperaturas correspondentes aos pontos do vapor e do gelo, sob pressão normal, respectivamente. Considerando a intensidade da corrente térmica constante ao longo da barra, determine a temperatura registrada no termômetro, sabendo que ele se encontra a 32 cm do dispositivo **A**. **Dado:** coeficiente de condutibilidade térmica do chumbo $= 8{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\text{cal cm}}{\text{cm}^2\ °\text{C s}}$



14 (Mack-SP) Para determinarmos o fluxo de calor por condução através de uma placa homogênea e de espessura constante, em regime estacionário, utilizamos a Lei de Fourier $\left[\phi = k\frac{A(\theta_1 - \theta_2)}{e}\right]$. A constante de proporcionalidade que aparece nessa lei matemática depende da natureza do material e se denomina Coeficiente de Condutibilidade Térmica. Trabalhando com as unidades do SI, temos, para o alumínio, por exemplo, um coeficiente de condutibilidade térmica igual a $2{,}09 \cdot 10^2$. Se desejarmos expressar essa constante, referente ao alumínio, com sua respectiva unidade de medida, teremos:

a) $2{,}09 \cdot 10^2$ cal/s
b) $2{,}09 \cdot 10^2$ cal/s cm °C
c) $2{,}09 \cdot 10^2$ J/s
d) $2{,}09 \cdot 10^2$ J/s m K
e) $2{,}09 \cdot 10^2$ J/K

15 Na figura a seguir, você observa uma placa de alumínio que foi utilizada para separar o interior de um forno, cuja temperatura mantinha-se estável a 220 °C, e o meio ambiente (20 °C).
Após atingido o regime estacionário, qual a intensidade da corrente térmica através dessa chapa metálica?
Suponha que o fluxo ocorra através da face de área maior.
Dado: coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio = 0,50 cal/s cm °C

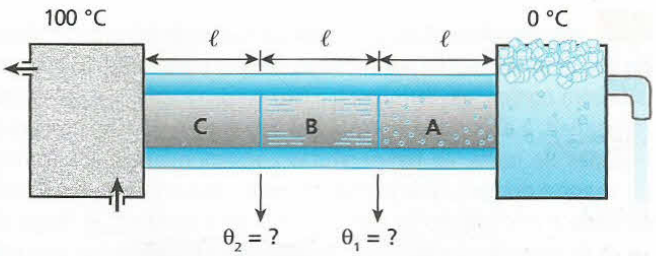


16 **E.R.** Três barras cilíndricas idênticas em comprimento e secção são ligadas formando uma única barra, cujas extremidades são mantidas a 0 °C e 100 °C. A partir da extremidade mais fria, as condutibilidades térmicas dos materiais das barras valem:

$$(0{,}20),\ (0{,}50)\ \text{e}\ (1{,}0)\ \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2\,^\circ\text{C}}$$

Supondo que em volta das barras exista um isolamento de vidro e desprezando quaisquer perdas de calor, calcule a temperatura nas junções onde uma barra é ligada à outra.

Resolução:



$$k_A = 0{,}20\ \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2\,^\circ\text{C}} \qquad k_B = 0{,}50\ \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2\,^\circ\text{C}} \qquad k_C = 1{,}0\ \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2\,^\circ\text{C}}$$

No regime permanente, o fluxo de calor através das barras será o mesmo e permanecerá constante; portanto, podemos escrever:

$$\phi = k_A\frac{A_A(\theta_1 - 0)}{\ell_A} = k_B\frac{A_B(\theta_2 - \theta_1)}{\ell_B} = k_C\frac{A_C(100 - \theta_2)}{\ell_C}$$

Mas $A_A = A_B = A_C$ e $\ell_A = \ell_B = \ell_C$.

Logo:

$$k_A(\theta_1 - 0) = k_B(\theta_2 - \theta_1) = k_C(100 - \theta_2)$$

Desmembrando, temos:

$$\begin{cases} k_A(\theta_1 - 0) = k_C(100 - \theta_2) \\ k_A(\theta_1 - 0) = k_B(\theta_2 - \theta_1) \end{cases}$$

Substituindo os valores conhecidos, temos:

$$\begin{cases} 0{,}20\theta_1 = 1{,}0(100 - \theta_2)\ \text{(I)} \\ 0{,}20\theta_1 = 0{,}50(\theta_2 - \theta_1)\ \text{(II)} \end{cases}$$

De (II), temos:

$$0{,}20\theta_1 = 0{,}50\theta_2 - 0{,}50\theta_1$$

$$0{,}70\theta_1 = 0{,}50\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{0{,}70}{0{,}50}\,\theta_1$$

$$\theta_2 = 1{,}4\theta_1\ \text{(III)}$$

Substituindo (III) em (I), temos:

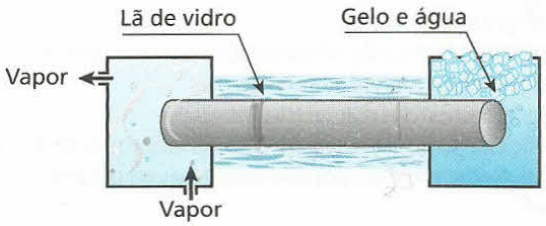
$$0{,}20\theta_1 = 100 - 1{,}4\theta_1 \Rightarrow 1{,}6\theta_1 = 100$$

$$\boxed{\theta_1 = 62{,}5\ ^\circ\text{C}}$$

Voltando em (III), resulta:

$$\theta_2 = 1{,}4(62{,}5) \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 87{,}5\ ^\circ\text{C}}$$

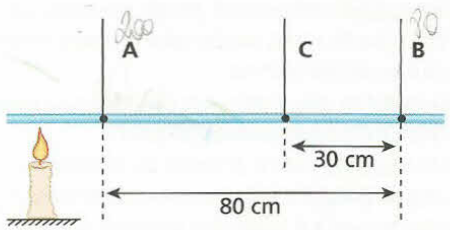
17 Uma barra de alumínio de 50 cm de comprimento e área de secção transversal 5 cm² tem uma de suas extremidades em contato térmico com uma câmara de vapor de água em ebulição.
A outra extremidade da barra está imersa em uma cuba que contém uma mistura bifásica de gelo e água em equilíbrio térmico. A pressão atmosférica é normal. Sabe-se que o coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio vale 0,5 cal cm/s cm² °C.



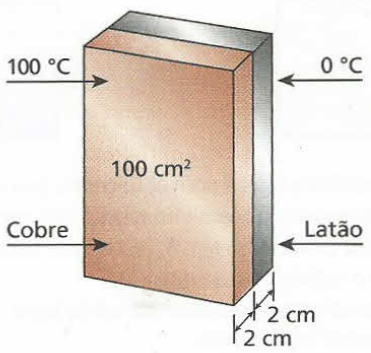
Qual a temperatura da secção transversal da barra, situada a 40 cm da extremidade mais fria?

18 Uma barra metálica é aquecida conforme a figura; **A**, **B** e **C** são termômetros. Admita a condução de calor em regime estacionário e no sentido longitudinal da barra. Quando os termômetros das extremidades indicarem 200 °C e 80°C, o intermediário indicará:

a) 195 °C.
b) 175 °C.
c) 140 °C.
d) 125 °C.
e) 100 °C.



19 A condutividade térmica do cobre é aproximadamente quatro vezes maior que a do latão. Duas placas, uma de cobre e outra de latão, com 100 cm² de área e 2,0 cm de espessura, são justapostas como ilustra a figura dada abaixo.
Considerando-se que as faces externas do conjunto sejam mantidas a 0 °C e 100 °C, qual será a temperatura na interface da separação das placas quando for atingido o regime estacionário?



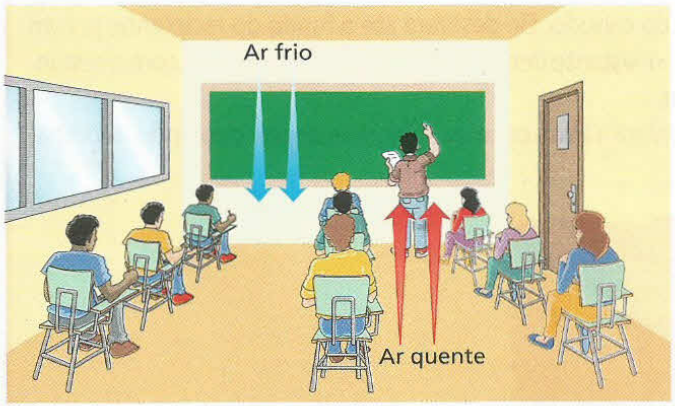
Bloco 2

5. A convecção

É comum, quando estamos num ambiente fechado (cinema, teatro ou a sala de aula), sentirmos, após algum tempo, que ele está muito "abafado". Parece que o ar fica "parado". O que pode ter ocorrido, já que no início não sentíamos isso?

Tal fato acontece porque as camadas de ar mais próximas das pessoas que estão no ambiente são aquecidas por elas e se expandem, aumentando seu volume, com conseqüente diminuição de sua densidade. Esse ar (quente) menos denso sobe, produzindo a descida do ar (frio) de maior densidade, que se encontra mais acima. Como esse fenômeno é cíclico, ao se repetir constantemente produz no ar as **correntes de convecção**. Após algum tempo, todo o ar da sala encontra-se aquecido de maneira praticamente uniforme, não mais ocorrendo a convecção. Vem daí a sensação de ambiente "abafado".

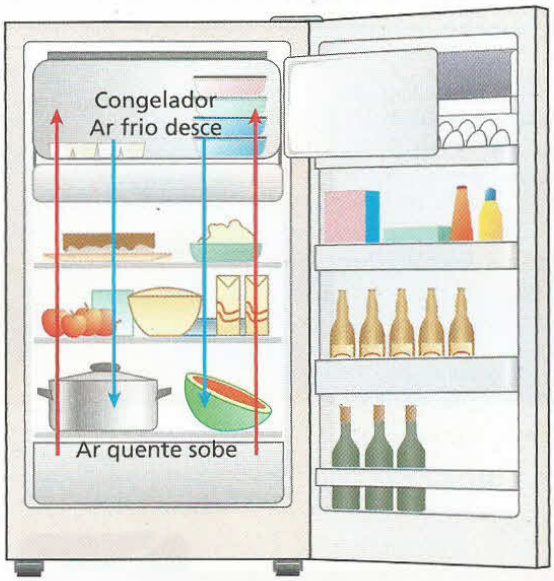
Convecção é o processo de propagação de calor no qual a energia térmica muda de local, acompanhando o deslocamento do próprio material aquecido.



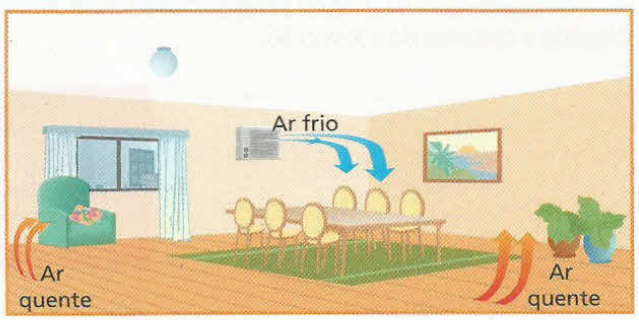
Notemos que a energia térmica muda de local acompanhando as partículas do fluido, ao contrário da condução, em que apenas a energia térmica se desloca e as partículas permanecem em suas posições de equilíbrio.

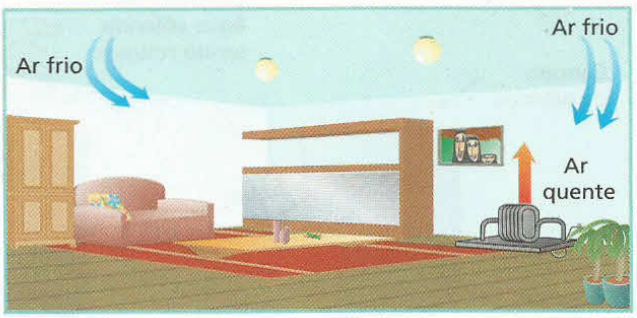
É importante observar que a convecção só ocorre nos fluidos (gases, vapores e líquidos), não acontecendo nos sólidos e no vácuo.

Nos refrigeradores domésticos, a refrigeração dos alimentos é feita por convecção do ar em seu interior. O ar em contato com os alimentos se aquece, expande-se – com conseqüente diminuição de densidade –, sobe até o congelador, onde é resfriado, e volta a descer. Notemos que para isso acontecer é necessário que o congelador esteja na parte superior e as prateleiras sejam grades vazadas.



Numa residência, podemos usar um aparelho de ar-condicionado no verão e um aquecedor elétrico no inverno. Observe nas figuras que o ar-condicionado deve sempre ficar na parte superior da parede, enquanto o aquecedor deve ficar no nível do chão. Lembre-se de que o ar quente (menos denso) sobe e o ar frio (mais denso) desce.

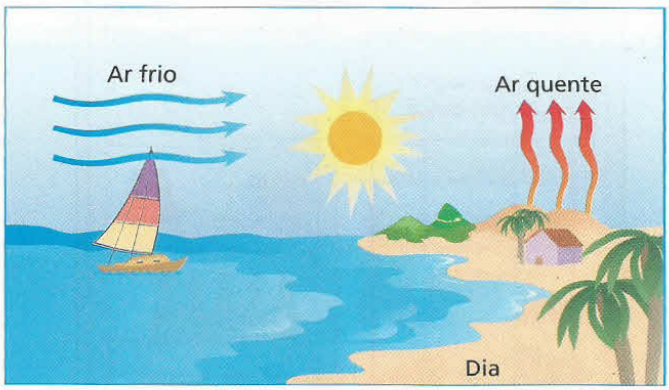


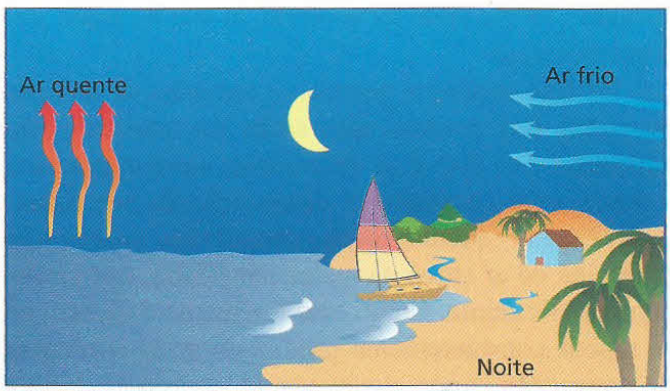


Note que, se fosse feito o contrário, o ar frio (mais denso) continuaria embaixo e o ar quente (menos denso) permaneceria em cima, não havendo circulação de ar.

No litoral, durante o dia, a brisa sopra do mar para a praia e, à noite, da praia para o mar. A explicação para isso é que a areia tem calor específico muito pequeno em relação ao da água (para massas iguais, a areia precisa de menos energia para sofrer a mesma variação de temperatura), por isso se aquece e se resfria mais rapidamente. Durante o dia, o ar quente próximo à areia sobe, provocando o deslocamento do ar frio que se encontra sobre a água. À noite, a água demora mais para esfriar, invertendo o sentido das correntes de ar.

Isso explica por que o jangadeiro tem de sair de madrugada, quando a brisa sopra da praia para o mar, e tem de voltar antes de escurecer, quando a brisa ainda sopra do mar para a praia.





FAÇA VOCÊ MESMO

Vamos realizar um experimento que mostre a convecção da água durante seu aquecimento. Você precisará de um recipiente de vidro refratário e transparente, um canudo de plástico, um pequeno cristal de permanganato de potássio e água.

Introduza o cristal de permanganato de potássio através do canudo. Ele deslizará até o fundo do recipiente, já com água. Para que a água colorida pelo permanganato de potássio existente dentro do canudo não se misture com o restante, retire o canudo com o dedo fechando sua abertura superior.

Aqueça a água na direção em que está o cristal. Você observará a água colorida subindo e depois descendo, acompanhando a corrente de convecção.

▸ **ATENÇÃO!**
Realize este experimento somente na presença do seu professor. Use luvas térmicas ao manusear objetos aquecidos.

6. A radiação

Quando nos bronzeamos na praia, ficamos expostos às radiações solares. A maior parte da energia que recebemos vem do Sol até a Terra através de ondas eletromagnéticas, que, ao atingirem nosso corpo, são absorvidas e transformadas, em grande parte, em energia térmica.

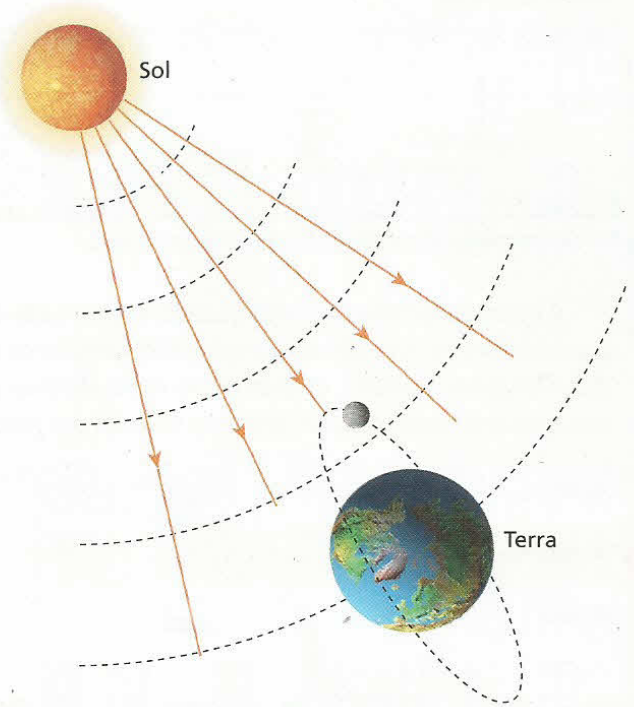
Esse processo de propagação da energia através de ondas eletromagnéticas é denominado **radiação**.

Radiação é o processo de propagação de energia na forma de ondas eletromagnéticas. Ao serem absorvidas, essas ondas se transformam em energia térmica.

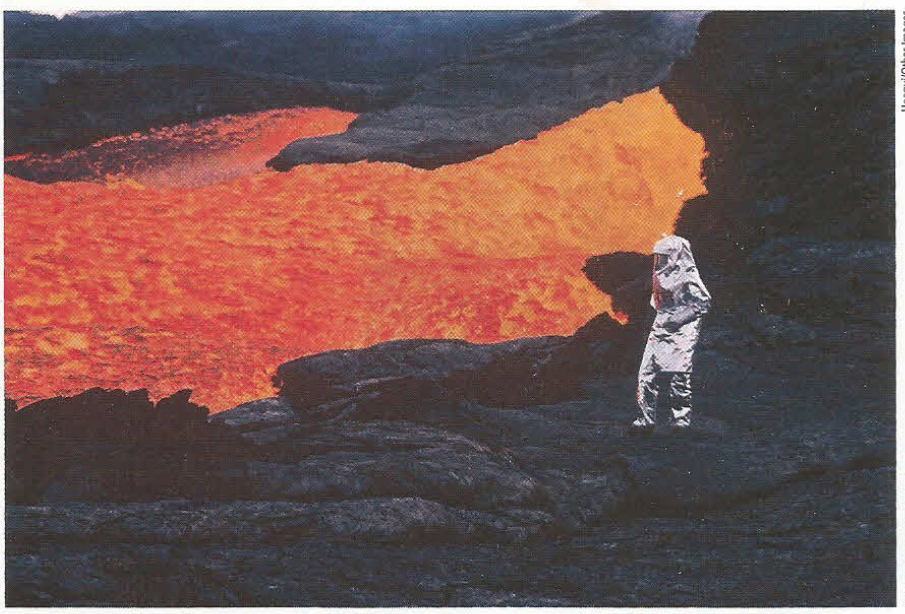
Rigorosamente, a radiação não é um processo de transmissão de calor. Sabemos, no entanto, que um corpo emite energia radiante ao sofrer um resfriamento. Assim, associamos a energia existente nas ondas eletromagnéticas emitidas com a energia térmica que saiu do corpo. Essas ondas, ao serem absorvidas por um outro corpo, transformam-se novamente em energia térmica, aquecendo-o. Por isso, costuma-se definir radiação como um processo de transferência de energia térmica.

Apesar de todas as ondas eletromagnéticas transportarem energia, apenas as correspondentes à faixa do infravermelho são chamadas de ondas de calor. Isso porque o infravermelho transforma-se mais facilmente em energia térmica ao ser absorvido. Num banho de luz solar, recebemos, dentre outras radiações, a ultravioleta e a infravermelha, sendo que a ultravioleta produz bronzeamento e a infravermelha provoca aquecimento e, até, queimaduras na pele.

O fato de as ondas eletromagnéticas se propagarem no vácuo explica como parte da energia térmica que saiu do Sol chega até a superfície da Terra. Assim, apenas por meio da radiação podemos entender como a energia térmica é levada de uma região para outra, havendo vácuo entre elas.



A vida na Terra pôde se desenvolver devido à energia emitida pelo Sol. Essa estrela é uma fonte limitada de energia. Segundo as modernas teorias científicas, dentro de 5 bilhões de anos ela será uma estrela morta. Sem essa energia, poderá existir vida na Terra? Será que o ser humano chegará até lá? (Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala.)



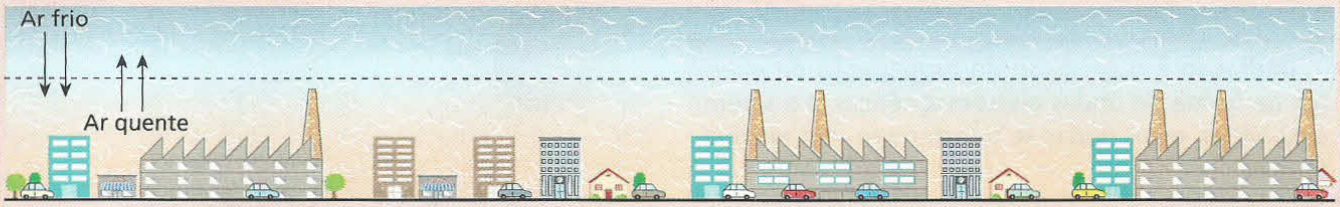
Hoaqui/Other Images

O amianto é um dos isolantes térmicos mais usados pelo ser humano. Na fotografia, um estudioso de vulcões (vulcanólogo) usa roupa confeccionada com amianto para se proteger do imenso calor emitido pela lava incandescente.

LEITURA

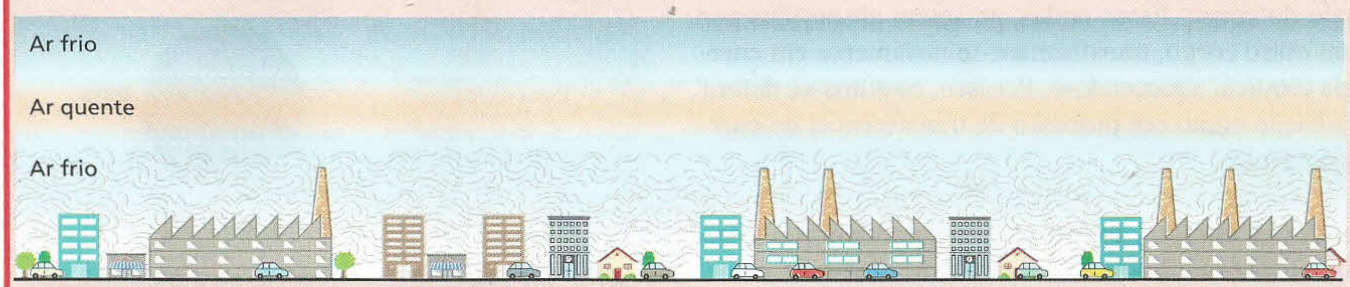
Inversão térmica

As pessoas que vivem em grandes cidades – como São Paulo, Tóquio, Cidade do México e outras –, enfrentam o problema da inversão térmica. Ela ocorre quando os poluentes emitidos pelos veículos e pelas chaminés das indústrias não conseguem se dispersar. O normal é que o ar próximo do solo absorva calor emitido pela Terra, se aqueça (ficando menos denso) e suba num movimento convectivo (correntes de convecção), dispersando-se.



Em dias normais, ocorre dispersão dos gases poluentes.

A inversão térmica acontece quando uma camada de ar quente se sobrepõe ao ar que sofreu brusco resfriamento próximo ao solo, impedindo sua ascensão, fazendo os poluentes permanecer na camada inferior. Isso acontece com maior freqüência à noite, quando o solo esfria. Há inversões térmicas durante todo o ano, porém no inverno elas ficam mais próximas ao solo e, por isso, mais sentidas por todos nós.



No inverno, a camada de ar quente impede a subida dos gases poluentes. É a inversão térmica.

A inversão térmica pode ocorrer em qualquer região, mesmo em locais onde existam lagos e florestas. No entanto, é nas regiões onde há emissão de gases poluentes em maior quantidade e, também, maior concentração de pessoas que esse fenômeno meteorológico é percebido com maior intensidade. A cidade fica envolta em uma névoa cinza e densa, provocando problemas respiratórios para muitas pessoas.

Folhapress

Cidade coberta por névoa constituída principalmente por gases poluentes emitidos por veículos e chaminés de indústrias. A inversão térmica impede que esses gases subam e sejam dispersados.

O vaso de Dewar

Fabio R Martins

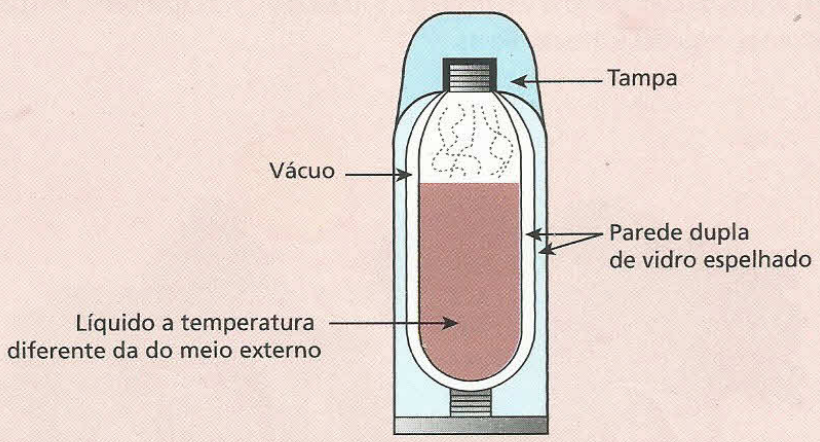
Ao contrário do que muita gente pensa, a garrafa térmica não foi inventada para manter o café quente. Foi o físico inglês James Dewar (1842-1923) que, no final do século XIX, a pedido de colegas, inventou um recipiente que pudesse conservar soluções biológicas a temperaturas estáveis. Dewar havia lido trabalhos do físico italiano Evangelista Torricelli, que no século XVII tinha comprovado ser o vácuo um bom isolante térmico. O grande problema de Dewar era como manter o vácuo. Para tanto, ele construiu uma garrafa de vidro com paredes duplas. O ar existente entre essas paredes foi retirado e a garrafa, lacrada. Para evitar que a luz atingisse a solução biológica e provocasse alguma alteração, Dewar espelhou as paredes da garrafa. Com isso, evitava que as ondas de calor entrassem ou saíssem dela.

James Dewar era um daqueles cientistas que achavam que suas descobertas deviam ser usadas por todos, por isso não patenteou essa invenção, considerando-a um presente à Ciência. Somente no início do século XX, o alemão Reinhold Burger, fabricante de vidros, aperfeiçoou o invento de Dewar, diminuindo o seu tamanho e lançando-o no mercado. Foi um sucesso de vendas, que tornou Burger muito rico.

Detalhes funcionais de uma garrafa térmica

A garrafa térmica é um dispositivo cuja finalidade principal é manter constante, por um maior intervalo de tempo, a temperatura de seu conteúdo.

Para tanto, as paredes desse sistema são praticamente **adiabáticas**, isto é, reduzem consideravelmente as trocas de calor entre o seu conteúdo e o meio externo.



Com a finalidade de isolar termicamente o conteúdo de uma garrafa térmica do meio ambiente, adotam-se os seguintes procedimentos:

- as paredes internas são feitas de vidro, que, por ser mau condutor, atenua as trocas de calor por condução;
- as paredes internas são duplas, separadas por uma região de vácuo, cuja função é tentar evitar a condução do calor que passa pelas paredes de vidro;
- o vidro de que são feitas as paredes internas da garrafa é espelhado, para que o calor radiante seja refletido, atenuando assim as trocas por radiação.

Para evitar as possíveis trocas de calor por convecção, basta fechar a garrafa, pois dessa forma as massas fluidas internas não conseguem sair do sistema.

É evidente que não existe o isolamento térmico perfeito; assim, apesar dos cuidados citados, após um tempo relativamente grande (várias horas), o conteúdo da garrafa térmica acaba atingindo o equilíbrio térmico com o meio ambiente.

Aquecimento de água por energia solar

O Brasil recebe, em média, 1 800 kWh/ $m^2 \cdot$ ano de energia proveniente do Sol. Para se ter uma idéia, a radiação que incide em um ano na área do Distrito Federal, onde se encontra a cidade de Brasília, equivale a mais de 160 usinas de Itaipu. A utilização de uma parte dessa energia poderia representar uma grande economia para cada um de nós e para o país, que não precisaria construir novas usinas elétricas, termoelétricas ou nucleares.

A utilização de coletores solares para uso doméstico no aquecimento de água pode representar uma economia de 30% a 40% na conta de energia elétrica das residências. Cada metro quadrado de coletor solar em uso representa 56 m^2 a menos de área inundada em usinas hidrelétricas e a economia de 55 kg/ano de gás ou 215 kg/ano de lenha que deixaria de ser queimada.

Hoje, 68% das residências brasileiras têm chuveiro elétrico (são 18 milhões de aparelhos) e poucas possuem aquecedor solar. Nos países de primeiro mundo, 80% dos lares possuem aquecimento solar, para aquecer a água utilizada nos banhos e para calefação (aquecimento dos cômodos), sendo também empregadas células fotovoltaicas, que transformam energia solar em energia elétrica.

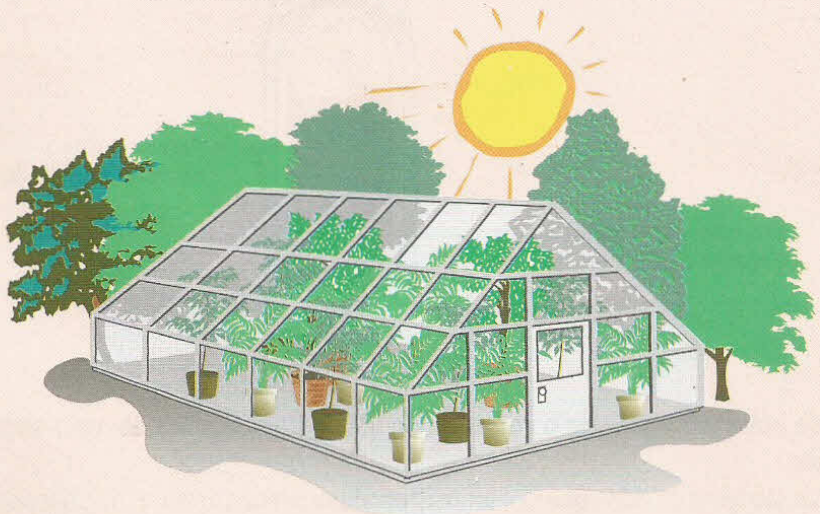
O aquecedor solar é um sistema simples que utiliza a radiação, a condução e a convecção térmica para aquecimento da água. Esse dispositivo é constituído de duas partes: o coletor solar (placas) e o reservatório térmico (onde a água aquecida é armazenada).

Fábio Colombini

As placas coletoras são, geralmente, colocadas no telhado das residências.

Estufas

Estufas são recintos fechados com paredes e teto de vidro, utilizadas, principalmente em países de inverno rigoroso, para o cultivo de verduras, legumes e mesmo flores.

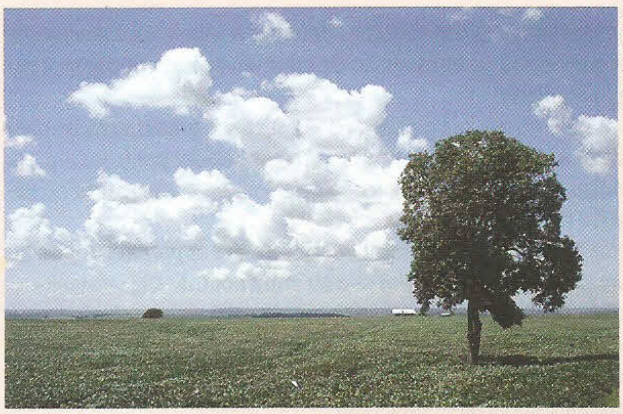


O vidro é transparente à luz visível e parcialmente opaco às **ondas de calor** (infravermelho).

As radiações **infravermelhas** na realidade se constituem de uma gama de ondas de diversas freqüências; aquelas que possuem menor freqüência (portanto, maior comprimento de onda) não conseguem passar pelo vidro, mas as de maior freqüência (portanto, menor comprimento de onda), as mais próximas das radiações correspondentes à cor vermelha, conseguem passar juntamente com a luz visível e outras radiações. Uma parcela dessa energia é absorvida pelas plantas que estão no interior da estufa. Essas plantas se aquecem e emitem parte da energia absorvida em forma de infravermelho, só que agora com comprimentos de onda maiores, que não conseguem passar pelo vidro e ficam retidos no interior da estufa. Desse modo, a temperatura permanece relativamente estável, mesmo que esteja nevando na parte externa.

O efeito estufa na atmosfera terrestre

A atmosfera terrestre é formada principalmente por nitrogênio (78%), oxigênio (20,9%) e argônio (0,9%), aparecendo ainda em quantidades bem pequenas o neônio, o hélio, o hidrogênio e outros gases. A essa composição, devemos acrescentar os chamados "gases estufa", que dificultam a dispersão dos raios solares que incidem na Terra. São eles o dióxido de carbono (CO_2), o metano (CH_4), o óxido nitroso (N_2O) e os compostos de clorofluorcarbono (CFC) provenientes da queima de carvão, petróleo (na forma de seus derivados), florestas e pastagens e da decomposição da madeira e de materiais orgânicos (como dejetos humanos e de outros animais). Além desses gases, o vapor de água na atmosfera também contribui para o efeito estufa.



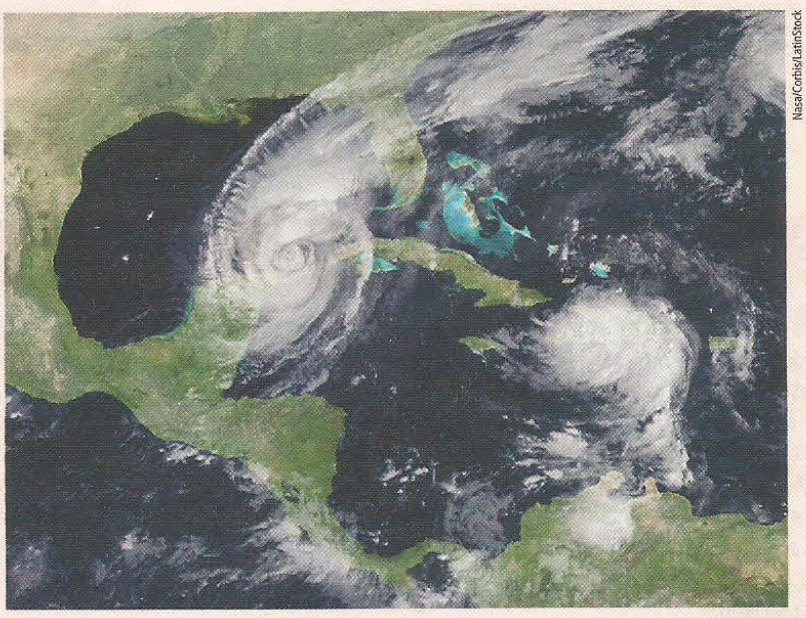
Ricardo Helou Doca

A visão maravilhosa de um céu azul é possível devido ao nitrogênio que faz parte da atmosfera terrestre.

Maurício Simonetti/Pulsar

A industrialização produz gases como o dióxido de carbono, o metano e os compostos de clorofluorcarbono, que poluem e funcionam como "gases estufa".

A forma de retenção do calor na atmosfera é semelhante ao de uma estufa de paredes e teto de vidro: permite que a energia radiante penetre, mas dificulta a dissipação das radiações emitidas pelas superfícies aquecidas da Terra. Um grupo de cientistas americanos calculou em 1 W/m^2 a diferença entre a energia que a Terra absorve de radiação solar e a energia que ela emite de volta para o espaço. Essa energia retida é importante para que haja vida animal e vegetal na Terra, porém o crescimento da população humana, o desmatamento de florestas (que absorvem parte do CO_2) e o ritmo acelerado da industrialização estão provocando um desequilíbrio, com aquecimentos acima do normal. Geleiras estão derretendo; correntes marinhas de água quente (no Oceano Atlântico) estão mais aquecidas que o normal, provocando mais furacões que a média do último século; chuvas intensas inundam locais antes secos e estiagens ocorrem em locais antes castigados por intensas chuvas. Segundo o Painel Internacional sobre Mudanças Climáticas, a temperatura global aumentou 0,6 °C no século XX e pode elevar-se mais 1 °C até 2030, sendo projetado um aumento de 4 °C até 2090, caso medidas de prevenção não sejam tomadas.



Nasa/Corbis/LatinStock

Na fotografia obtida por satélite, observamos a formação de um furacão no Oceano Atlântico, na altura da América Central. A formação de furacões ocorre devido ao aquecimento da água do oceano.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

20 Em cada uma das situações descritas a seguir você deve reconhecer o processo de transmissão de calor envolvido: condução, convecção ou radiação.

I. As prateleiras de uma geladeira doméstica são grades vazadas para facilitar a ida da energia térmica até o congelador por (...).
II. O único processo de transmissão de calor que pode ocorrer no vácuo é a (...).
III. Numa garrafa térmica, é mantido vácuo entre as paredes duplas de vidro para evitar que o calor saia ou entre por (...).

Na ordem, os processos de transmissão de calor que você usou para preencher as lacunas são:

a) condução, convecção e radiação;
b) radiação, condução e convecção;
c) condução, radiação e convecção;
d) convecção, condução e radiação;
e) convecção, radiação e condução.

21 Usando o seus conhecimentos de transmissão de calor, analise as proposições e indique a que você acha correta.

a) A condução térmica é a propagação do calor de uma região para outra com deslocamento do material aquecido.
b) A convecção térmica é a propagação de calor que pode ocorrer em qualquer meio, inclusive no vácuo.
c) A radiação térmica é a propagação de energia por meio de ondas eletromagnéticas e ocorre exclusivamente nos fluidos.
d) A transmissão do calor, qualquer que seja o processo, sempre ocorre, naturalmente, de um ambiente de maior temperatura para outro de menor temperatura.
e) As correntes ascendentes e descendentes na convecção térmica de um fluido são motivadas pela igualdade de suas densidades.

22 (Unicentro) Analise as afirmações dadas a seguir e dê como resposta o somatório correspondente às corretas.

(01) As três formas de propagação do calor são: condução, convecção e radiação.
(02) A radiação se processa apenas no vácuo.
(04) A condução precisa de um meio material para se processar.
(08) A convecção ocorre apenas no vácuo.
(16) A convecção ocorre também no vácuo.

23 (Ufes) Ao colocar a mão sob um ferro elétrico quente, sem tocar na sua superfície, sentimos a mão "queimar". Isso ocorre porque a transmissão de calor entre o ferro elétrico e a mão se deu principalmente através de:

a) radiação.
b) condução.
c) convecção.
d) condução e convecção.
e) convecção e radiação.

24 (UFRN) Matilde é uma estudante de Arquitetura que vai fazer o seu primeiro projeto: um prédio a ser construído em Natal (RN). Ela precisa prever a localização de um aparelho de ar-condicionado para uma sala e, por ter estudado pouco Termodinâmica, está em dúvida se deve colocar o aparelho próximo do teto ou do piso.

Ajude Matilde, dando-lhe uma sugestão sobre a escolha que ela deve fazer nesse caso. (Justifique a sua sugestão.)

25 (UFBA) O vidro espelhado e o vácuo existente entre as paredes de uma garrafa térmica ajudam a conservar a temperatura da substância colocada no seu interior.

Isso ocorre porque:

(01) a radiação térmica não se propaga no vácuo.
(02) o vidro é um bom isolante térmico.
(04) as paredes espelhadas minimizam a perda de energia por condução.
(08) o vácuo entre as paredes evita que haja propagação de calor por condução e por convecção.
(16) a radiação térmica sofre reflexão total na interface da substância com o vidro espelhado.
(32) fechando bem a garrafa, não haverá trocas de calor com o meio externo através da convecção.

Dê como resposta o somatório dos números correspondentes às afirmativas corretas.

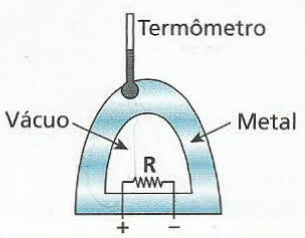
26 Na praia, você já deve ter notado que, durante o dia, a areia esquenta mais rápido que a água do mar e, durante a noite, a areia esfria mais rápido que a água do mar. Isso ocorre porque o calor específico da água é maior que o da areia (a água precisa receber mais calor, por unidade de massa, para sofrer o mesmo aquecimento da areia). Esse fato explica a existência da brisa:

a) do mar para a praia, à noite;
b) da praia para o mar, durante o dia;
c) do mar para a praia, durante o dia;
d) sempre do mar para a praia;
e) sempre da praia para o mar.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

27 (UFV-MG) Um resistor **R** é colocado dentro de um recipiente de parede metálica – no qual é feito vácuo – que possui um termômetro incrustado em sua parede externa.

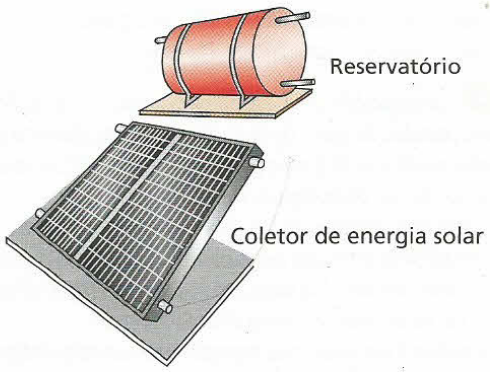
Para ligar o resistor a uma fonte externa ao recipiente, foi utilizado um fio, com isolamento térmico, que impede a transferência de calor para as paredes do recipiente. Essa situação encontra-se ilustrada na figura ao lado.



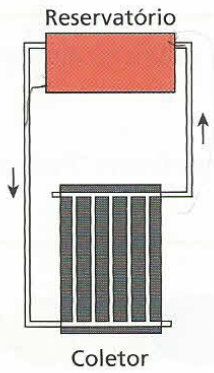
Ligando o resistor, nota-se que a temperatura indicada pelo termômetro aumenta, mostrando que há transferência de calor entre o resistor e o termômetro. Pode-se afirmar que os processos responsáveis por essa transferência de calor, na ordem correta, são:

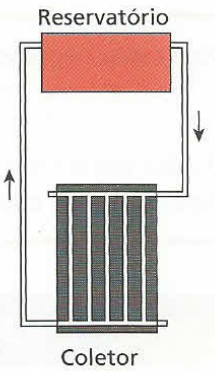
a) primeiro convecção e depois radiação.
b) primeiro convecção e depois condução.
c) primeiro radiação e depois convecção.
d) primeiro radiação e depois condução.
e) primeiro condução e depois convecção.

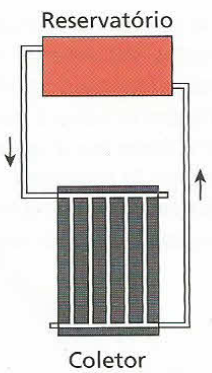
28 (UFMG) Atualmente, a energia solar está sendo muito utilizada em sistemas de aquecimento de água.
Nesses sistemas, a água circula entre um reservatório e um coletor de energia solar. Para o perfeito funcionamento desses sistemas, o reservatório deve estar em um nível superior ao do coletor, como mostrado nesta figura:

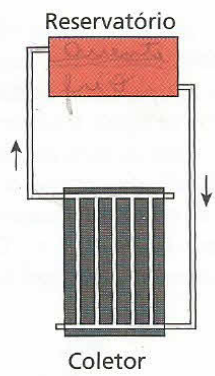


No coletor, a água circula através de dois canos horizontais ligados por vários canos verticais. A água fria sai do reservatório, entra no coletor, onde é aquecida, e retorna ao reservatório por convecção. Nas quatro alternativas, estão representadas algumas formas de se conectar o reservatório ao coletor. As setas indicam o sentido de circulação da água.
Indique a alternativa em que estão **corretamente** representados o sentido da circulação da água e a forma mais eficiente para se aquecer toda a água do reservatório.

a)


c)


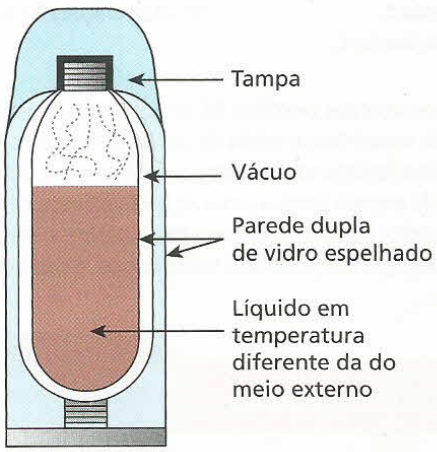
b)


d)


29 Na cidade de São Paulo, em dias de muito frio é possível observar o fenômeno conhecido como **inversão térmica**, que provoca um aumento considerável nos índices de poluição do ar (tem-se a impressão de que os gases poluentes não conseguem subir para se dispersar). Nos dias quentes ocorre o oposto, os gases poluentes sobem e são dispersados pelas correntes de ar. Esse processo de movimentação de massas gasosas, a temperaturas diferentes, ocorre devido à:

a) elevação da pressão atmosférica.
b) convecção térmica.
c) radiação térmica.
d) condução térmica.
e) criogenia

30 Ao contrário do que se pensa, a garrafa térmica não foi criada originalmente para manter o café quente. Esse recipiente foi inventado pelo físico e químico inglês James Dewar (1842–1923) para conservar substâncias biológicas em bom estado, mantendo-as a temperaturas estáveis. Usando a observação do físico italiano Evangelista Torricelli (1608–1647), que descobriu ser o vácuo um bom isolante térmico, Dewar criou uma garrafa de paredes duplas de vidro que, ao ser lacrada, mantinha vácuo entre elas. Para retardar ainda mais a alteração de temperatura no interior da garrafa, ele espelhou as paredes, tanto nas faces externas como nas faces internas. Dewar nunca patenteou sua invenção, que considerava um presente à Ciência. Coube ao alemão Reinhold Burger, um fabricante de vidros, diminuir o seu tamanho, lançando-a no mercado em 1903.



A respeito do texto acima, indique a alternativa correta.

a) Na garrafa térmica, o vácuo existente entre as paredes duplas de vidro tem a finalidade de evitar trocas de calor por **convecção**.
b) As paredes espelhadas devem evitar que as ondas de calor saiam ou entrem por **condução**.
c) Apesar de o texto não se referir ao fato de que a garrafa deve permanecer bem fechada, isso deve ocorrer para evitar perdas de calor por **convecção**.
d) O vácuo existente no interior das paredes duplas de vidro vai evitar perdas de calor por **radiação**.
e) As paredes espelhadas não têm função nas trocas de calor; foram apenas uma tentativa de tornar o produto mais agradável às pessoas que pretendessem comprá-lo.

31 Analisando uma geladeira doméstica, podemos afirmar:

I. O congelador fica na parte superior para favorecer a condução do calor que sai dos alimentos e vai até ele.
II. As prateleiras são grades vazadas (e não chapas inteiriças), para permitir a livre convecção das massas de ar quentes e frias no interior da geladeira.
III. A energia térmica que sai dos alimentos chega até o congelador, principalmente, por radiação.
IV. As paredes das geladeiras normalmente são intercaladas com material isolante, com o objetivo de evitar a entrada de calor por condução.

Quais são as afirmativas corretas?

a) Apenas a afirmativa I.
b) Apenas as afirmativas I, II e III.
c) Apenas as afirmativas I e III.
d) Apenas as afirmativas II e IV.
e) Todas as afirmativas.

32 (Enem) A refrigeração e o congelamento de alimentos são responsáveis por uma parte significativa do consumo de energia elétrica numa residência típica.

Para diminuir as perdas térmicas de uma geladeira, podem ser tomados alguns cuidados operacionais:

I. Distribuir os alimentos nas prateleiras deixando espaços vazios entre eles, para que ocorra a circulação do ar frio para baixo e do ar quente para cima.

II. Manter as paredes do congelador com camada bem espessa de gelo, para que o aumento da massa de gelo aumente a troca de calor no congelador.

III. Limpar o radiador ("grade" na parte de trás) periodicamente, para que a gordura e a poeira que nele se depositam não reduzam a transferência de calor para o ambiente.

Para uma geladeira tradicional, é correto indicar, apenas,

a) a operação I.
b) a operação II.
c) as operações I e II.
d) as operações I e III.
e) as operações II e III.

33 A comunidade científica há tempos anda preocupada com o aumento da temperatura média da atmosfera terrestre. Os cientistas atribuem esse fenômeno ao chamado efeito estufa, que consiste na "retenção" da energia térmica junto ao nosso planeta, como ocorre nas estufas de vidro, que são usadas em locais onde em certas épocas do ano a temperatura atinge valores muito baixos. A explicação para esse acontecimento é que a atmosfera (com seus gases naturais mais os gases poluentes emitidos por automóveis, indústrias, queimadas, vulcões etc.) é pouco transparente aos raios solares na faixa:

a) das ondas de rádio;
b) das ondas ultravioleta;
c) das ondas infravermelhas;
d) das ondas correspondentes aos raios gama;
e) das ondas correspondentes aos raios X.

34 (Vunesp-SP) Uma estufa para a plantação de flores é feita com teto e paredes de vidro comum. Dessa forma, durante o dia, o ambiente interno da estufa é mantido a uma temperatura mais alta do que o externo. Isso se dá porque o vidro comum:

a) permite a entrada da luz solar, mas não permite a saída dos raios ultravioleta emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.
b) é transparente à luz solar, mas opaco aos raios infravermelhos emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.
c) é opaco à luz solar, mas transparente aos raios infravermelhos emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.
d) ao ser iluminado pela luz solar, produz calor, aquecendo as plantas.
e) não permite a entrada da luz solar, mas permite a saída dos raios ultravioleta, emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.

Descubra mais

1. Pesquise e cite (com a devida explicação) um fator positivo e outro negativo do efeito estufa na atmosfera da Terra.

2. Em 10 de dezembro de 1997, vários países assinaram, no Japão, um acordo que foi denominado "Protocolo de Kyoto". Qual a relação do efeito estufa na nossa atmosfera com esse acordo?

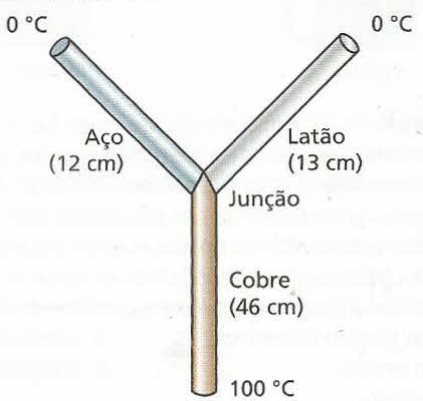
EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

35 (Uepa) A área total das paredes externas de uma geladeira é 4,0 m^2 e a diferença de temperatura entre o exterior e o interior da geladeira é 25 °C. Se a geladeira tem um revestimento de poliestireno com 25 mm de espessura, determine a quantidade de calor que flui através das paredes da geladeira durante 1,0 h, em watt-hora. A condutividade térmica do revestimento de poliestireno é 0,01 W/(m °C).

36 (Mack-SP) Numa indústria têxtil, desenvolveu-se uma pesquisa com o objetivo de produzir um novo tecido com boas condições de isolamento para a condução térmica. Obteve-se, assim, um material adequado para a produção de cobertores de pequena espessura (uniforme). Ao se estabelecer, em regime estacionário, uma diferença de temperatura de 40 °C entre as faces opostas do cobertor, o fluxo de calor por condução é 40 cal/s para cada metro quadrado de área. Sendo k = 0,00010 cal/s cm °C o coeficiente de condutibilidade térmica desse novo material e a massa correspondente a 1,0 m^2 igual a 0,5 kg, sua densidade é:

a) $5{,}0 \cdot 10^{6}$ g/cm^3.
b) $5{,}0 \cdot 10^{2}$ g/cm^3.
c) 5,0 g/cm^3.
d) $5{,}0 \cdot 10^{-1}$ g/cm^3.
e) $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ g/cm^3.

37 (Mack-SP) Tem-se três cilindros de secções transversais iguais de cobre, latão e aço, cujos comprimentos são, respectivamente, 46 cm, 13 cm e 12 cm. Soldam-se os cilindros, formando o perfil em **Y**, indicado na figura. O extremo livre do cilindro de cobre é mantido a 100 °C e dos cilindros de latão e aço, a 0 °C. Supor que a superfície lateral dos cilindros esteja isolada termicamente. As condutividades térmicas do cobre, latão e aço valem, respectivamente, 0,92, 0,26 e 0,12, expressas em cal cm^{-1} s^{-1} $°C^{-1}$. No regime estacionário de condução, qual a temperatura na junção?



38 (Mack-SP) A figura I mostra uma barra metálica de secção transversal quadrada. Suponha que 10 cal fluam em regime estacionário através da barra, de um extremo para outro, em 2 minutos. Em seguida, a barra é cortada ao meio no sentido transversal e os dois pedaços são soldados como representa a figura II. O tempo necessário para que 10 cal fluam entre os extremos da barra assim formada é:

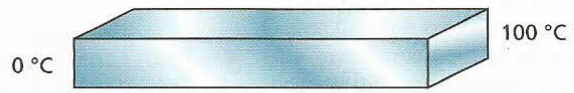


Figura I

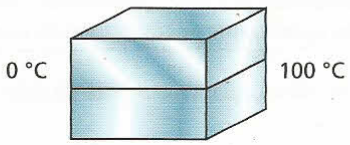


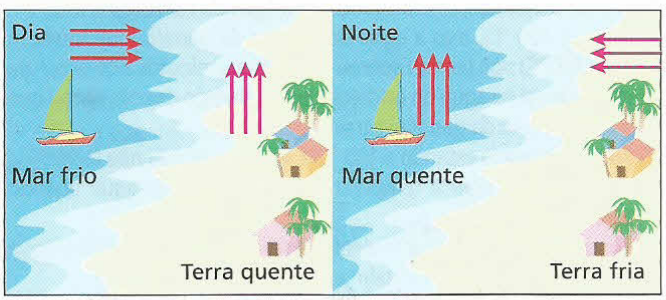
Figura II

a) 4 minutos.
b) 3 minutos.
c) 2 minutos.
d) 1 minuto.
e) 0,5 minuto.

39 Numa sauna, para separar a sala de banho do escritório, usou-se uma parede de tijolos com 12 cm de espessura. A parede foi revestida do lado mais quente com uma camada de madeira com 6 cm de espessura e, do lado mais frio, com uma camada de cortiça com 3 cm de espessura. A temperatura da sauna é mantida a 70 °C, enquanto a do ambiente do escritório, a 20 °C. Determine as temperaturas nos pontos de separação madeira/tijolo e tijolo/cortiça, após ser estabelecido o regime permanente.

Dados: $k_{madeira} = 2 \cdot 10^{-4}$ cal/s cm °C;
$k_{tijolo} = 15 \cdot 10^{-4}$ cal/s cm °C;
$k_{cortiça} = 1 \cdot 10^{-4}$ cal/s cm °C.

40 (IMS-SP)



Na região litorânea, durante o dia sopra a brisa marítima, à noite sopra a brisa terrestre. Essa inversão ocorre porque:

a) o ar aquecido em contato com a terra sobe e produz uma região de baixa pressão, aspirando o ar que está sobre o mar, criando assim correntes de convecção e, à noite, ao perder calor, a terra se resfria mais do que o mar, invertendo o processo.
b) o mar não conserva temperatura e, enquanto está em movimento, faz deslocar a brisa para a terra.
c) o ar aquecido em contato com a terra sobe e produz uma região de alta pressão, resultando em uma diminuição da temperatura do ar que vem do mar por condução.
d) a terra aquece-se durante a noite e faz com que o mar se aqueça também, movimentando as correntes terrestres.
e) a terra e o mar interagem, pois o calor específico da terra, sendo muito maior que o da água, não permite que ela (terra) se resfrie mais rápido que o mar, permitindo, assim, que se formem correntes de convecção, que são responsáveis pelas brisas marítimas e terrestres.

41 (Uepa) O efeito estufa é um fenômeno natural, característico de planetas onde existe atmosfera. Ele acontece na atmosfera da Terra e também na de Vênus, onde o efeito é muito acentuado e a temperatura alcança valores de cerca de 460 °C. Embora importante para a manutenção da vida no planeta, hoje é uma preocupação para muitos ambientalistas e cientistas. Com base em seus conhecimentos sobre o efeito estufa, analise as seguintes afirmativas:

I. Existem materiais, como o vidro, que permitem a passagem de luz, mas dificultam a passagem de radiação térmica. Numa estufa com cobertura de vidro, por exemplo, parte da luz que entra é absorvida pelas plantas. Estas, sendo aquecidas, emitem radiação infravermelha, que tem dificuldade para atravessar o vidro e aquece o interior da estufa. Esse efeito é semelhante ao que acontece na atmosfera da Terra, daí o nome "efeito estufa".
II. O efeito estufa é importante porque retém o calor na Terra, possibilitando a vida de animais e vegetais. Sua intensificação é que é danosa, ocasionando o aumento da temperatura do planeta. Como conseqüência disso, dentre outras ocorrências, parte da ilha do Marajó poderá ser inundada e os furacões no Caribe poderão ser mais freqüentes e devastadores.
III. No efeito estufa, a radiação solar atravessa a atmosfera, parte é absorvida pela Terra e parte é refletida. Uma parcela da radiação absorvida é reemitida na forma de raios ultravioleta (ondas de calor), que têm pequeno comprimento de onda e dos quais uma pequena parte é absorvida, principalmente pelo gás carbônico, vapor d'água e metano, nas altas camadas atmosféricas, criando um manto quente na superfície da Terra.
IV. Na Lua, não há ocorrência de efeito estufa em virtude de não existir atmosfera. Isso é uma das causas de as temperaturas no nosso satélite variarem entre –150 °C durante a noite e 100 °C durante o dia.

Estão corretas somente as afirmativas:

a) I, II e IV.
b) I, II e III.
c) I, III e IV.
d) I e II.
e) II e IV.

42 (Cefet-MG) Durante uma aula de Física, três alunas citam exemplos relacionados ao tema "transmissão de calor", conforme transcrito abaixo:

"Garrafas térmicas são úteis para conservar bebidas quentes e frias. Essas garrafas são constituídas de uma ampola de vidro de paredes duplas, espelhadas interna e externamente. Entre as paredes de vidro, quase todo o ar é retirado. O espelhamento impede trocas de calor por radiação e o ar retirado entre as paredes impede trocas de calor por radiação e convecção." (Júlia)

"Dificilmente conseguimos segurar o bulbo de uma lâmpada de filamento que está acesa. O aquecimento do bulbo se dá através da radiação que o filamento emite quando aquecido." (Maíra)

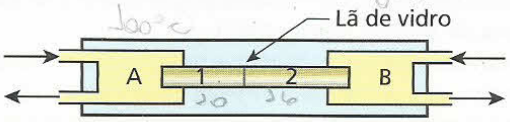
"As estufas são utilizadas para cultivar certos tipos de plantas que necessitam de um ambiente mais aquecido para se desenvolverem. Geralmente, elas são construídas com uma cobertura de vidro e paredes de alvenaria. Esses materiais são escolhidos porque são maus condutores de calor. O vidro é transparente à luz visível e opaco à radiação infravermelha e, junto com a alvenaria, consegue manter a temperatura interna da estufa mais elevada do que a do ambiente externo." (Alice)

Sobre a declaração das alunas, pode-se afirmar que apenas a de:

a) Júlia é correta.
b) Maíra é correta.
c) Alice é correta.
d) Júlia e a de Maíra são corretas.
e) Maíra e a de Alice são corretas.

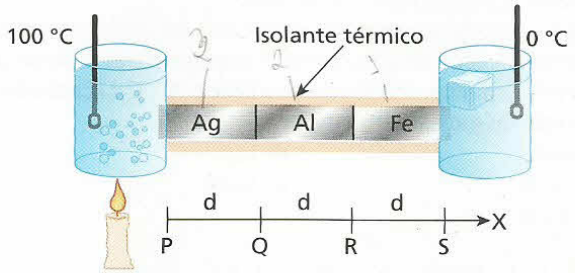
PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

43 O esquema a seguir representa o aparelho de Searle, no qual se notam duas câmaras, **A** e **B**, por onde circulam fluidos a temperaturas constantes e respectivamente iguais a 100 °C e 0 °C. Duas barras metálicas, 1 e 2, de mesma secção transversal, são associadas como se indica; as extremidades da associação adentram as câmaras **A** e **B**. Os comprimentos das barras 1 e 2 valem, respectivamente, 10 cm e 16 cm e os coeficientes de condutibilidade térmica, na mesma ordem, são 1,0 cal/s cm °C e 0,4 cal/s cm °C.

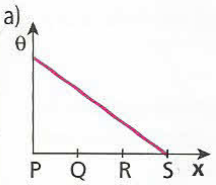


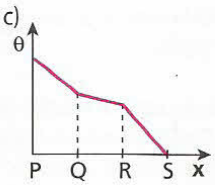
a) Estabelecido o regime permanente de condução, qual é a temperatura na junção da associação das barras?
b) Construa o gráfico da temperatura ao longo das barras. Considere a origem do gráfico na extremidade esquerda da barra 1.

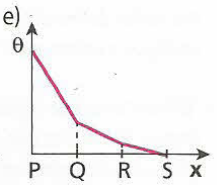
44 Três barras, de prata, alumínio e ferro, geometricamente iguais, estão soldadas e envolvidas por um isolante térmico, permitindo um fluxo de calor entre os recipientes mantidos sob temperatura constante.

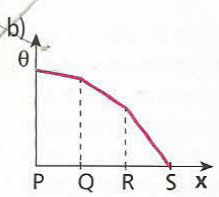


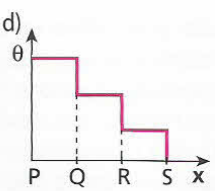
Sabe-se que as barras metálicas foram colocadas, da esquerda para a direita, na ordem decrescente das condutividades térmicas, isto é, a prata é melhor condutora de calor do que o alumínio, que por sua vez é melhor condutor do que o ferro.
O diagrama que melhor representa a variação da temperatura (θ) em função da posição (**x**) é:

a)


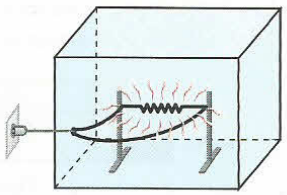
c)


e)


b)


d)


45 Uma forma experimental para medir a condutividade térmica de um material usado como isolante é construir uma caixa com esse material. No seu interior, é colocado um aquecedor elétrico de potência conhecida que mantém a temperatura interna superior à externa.



Suponha que foi construída uma caixa com determinado material isolante. A área total externa tem 4,0 m² e a espessura das paredes é de 5,0 mm. O aquecedor elétrico desenvolve uma potência constante de 300 W, mantendo a temperatura interna da caixa 50 °C acima da temperatura externa. Desprezando possíveis efeitos de bordas, determine o coeficiente de condutividade térmica do material em questão.
Se essa caixa fosse cúbica, qual seria o fluxo de calor através de uma de suas faces?

46 Uma massa **m** de água e um bloco metálico de massa **M** são aquecidos em um laboratório durante um intervalo de tempo Δt, ambos sofrendo a mesma variação de temperatura Δθ. Usando-se a mesma fonte térmica, com a mesma potência, dentro de um elevador em queda livre, a mesma água precisou de um intervalo de tempo Δt_A e o mesmo bloco metálico precisou de um intervalo de tempo Δt_B para sofrerem a mesma variação de temperatura Δθ. Se as demais condições não se alterarem, é verdade que:
a) $\Delta t = \Delta t_B < \Delta t_A$.
b) $\Delta t < \Delta t_A = \Delta t_B$.
c) $\Delta t > \Delta t_A = \Delta t_B$.
d) $\Delta t = \Delta t_A = \Delta t_B$.
e) $\Delta t < \Delta t_A < \Delta t_B$.

47 Um vestibulando estava na cozinha de sua casa quando resolveu realizar uma experiência de trocas de calor que seu professor de Física havia proposto. Para tanto, utilizou um caldeirão, uma garrafa de vidro, água e sal. Colocou água no caldeirão e no interior da garrafa de vidro. O caldeirão foi colocado sobre a chama do fogão e a garrafa, que estava aberta, teve seu gargalo preso a um barbante, que, esticado, a mantinha afastada do fundo do caldeirão, porém mergulhada na água.
Após alguns minutos, ele observou que a água do caldeirão entrou em ebulição (a 100 °C), mas a água do interior da garrafa (que também estava a 100 °C) não fervia. Esperou mais alguns minutos e colocou um punhado de sal na água do caldeirão; pouco tempo depois, notou que a água no interior da garrafa entrava em ebulição.
a) Por que, mesmo estando a 100 °C, a água da garrafa não fervia?
b) O que ocorre com a temperatura de ebulição da água quando acrescentamos sal?
c) Por que, depois de ser acrescentado sal à água do caldeirão, a água do interior da garrafa também entrou em ebulição?

48 (Enem) A padronização insuficiente e a ausência de controle na fabricação podem também resultar em perdas significativas de energia através das paredes da geladeira. Essas perdas, em função da espessura das paredes, para geladeiras e condições de uso típicas, são apresentadas na tabela.

Espessura das paredes (cm)	**Perda térmica mensal** (kWh)
2	65
4	35
6	25
10	15

Considerando uma família típica, com consumo médio mensal de 200 kWh, a perda térmica pelas paredes de uma geladeira com 4 cm de espessura, relativamente a outra de 10 cm, corresponde a uma porcentagem do consumo total de eletricidade da ordem de:
a) 30%. b) 20%. c) 10%. d) 5%. e) 1%.

Tópico 3

Calor sensível e calor latente

Bloco 1

1. Introdução

LatinStock

A energia térmica fornecida pela chama do fogão foi utilizada para aquecer a água e a chaleira. Quando inicia a ebulição, a água se transforma lentamente em vapor.

Quando um corpo recebe ou cede certa quantidade de energia térmica, podemos observar, como conseqüência, uma variação de sua temperatura ou uma mudança em seu estado físico.

A variação de temperatura corresponde a uma variação no estado de agitação das partículas do corpo. Nesse caso, a energia térmica transferida é denominada **calor sensível**. A mudança de estado físico corresponde a uma alteração no estado de agregação das partículas do corpo, fazendo com que um sólido, por exemplo, transforme-se em líquido. A energia térmica responsável pelas mudanças de estado denomina-se **calor latente**.

2. Capacidade térmica (C) e calor específico (c)

Se tomarmos um corpo de massa **m** e temperatura inicial θ_1 e fornecermos a ele uma quantidade de calor **Q**, sua temperatura passa a ser θ_2, sofrendo uma variação correspondente a $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$.

Define-se **capacidade térmica** (**C**) ou **capacidade calorífica** desse corpo como sendo:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$ Unidade usual: $\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}$

A **capacidade térmica** (**C**) de um corpo indica a quantidade de calor que ele precisa receber ou ceder para que sua temperatura varie uma unidade.

Suponha, por exemplo, que um corpo precise receber 100 calorias de energia térmica para que sua temperatura aumente em 5,0 °C. Dividindo esses dados, vamos encontrar para a **capacidade térmica** desse corpo o valor 20 cal/°C. Isso significa que, para variar 1 °C, ele precisa receber (ou ceder) 20 calorias. A capacidade térmica por unidade de massa do corpo é denominada **calor específico** (**c**), dada usualmente pela unidade $\frac{\text{cal}}{\text{g}\ ^\circ\text{C}}$.

$$c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m\,\Delta\theta}$$

O **calor específico** (**c**) indica a quantidade de calor que cada unidade de massa do corpo precisa receber ou ceder para que sua temperatura varie uma unidade.

Supondo-se que o corpo do exemplo anterior (cuja capacidade térmica é 20 cal/°C) tivesse 100 g de massa, seu calor específico seria igual a 0,20 cal/g °C. Para esse cálculo, dividimos sua capacidade térmica pela respectiva massa.

Note que o calor específico não depende da massa do corpo, pois é uma característica da substância e não do corpo. Nem a capacidade térmica nem o calor específico sensível de uma substância têm valores constantes com a temperatura. No entanto, para efeito de cálculo, costuma-se usar o valor médio de cada um no intervalo de temperatura considerado.

A água é a substância que mais aparece nos exercícios, sendo usado o valor 1,0 cal/g °C para seu calor específico. Isso significa que cada grama de água necessita de 1,0 caloria para sofrer uma variação de temperatura de um grau Celsius.

A tabela a seguir apresenta o calor específico de algumas substâncias.

Substâncias	Calor específico em cal/g °C
Alumínio	0,219
Água	1,000
Álcool	0,590
Bronze (liga metálica)	0,090
Cobre	0,093
Chumbo	0,031
Estanho	0,055
Ferro	0,119
Gelo	0,550
Mercúrio	0,033
Ouro	0,031
Platina	0,032
Prata	0,056
Vapor de água	0,480
Vidro	0,118
Zinco	0,093

3. O calor sensível e o seu cálculo

Calor sensível é o calor que, recebido ou cedido por um corpo, provoca nele uma variação de temperatura.

Para calcular a quantidade de calor sensível que um corpo recebe (ou cede), usamos a definição de calor específico sensível:

$$c = \frac{Q}{m\,\Delta\theta} \Rightarrow \boxed{Q = m\,c\,\Delta\theta}$$

Essa equação é também denominada **Equação Fundamental da Calorimetria**.

Observe que a variação de temperatura é dada por:

$$\Delta\theta = \theta_{final} - \theta_{inicial}$$

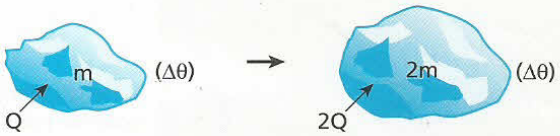
Dessa forma, se a temperatura aumenta, $\theta_f > \theta_i$ e $\Delta\theta > 0$; nesse caso, a quantidade de calor **Q** é positiva. Se a temperatura diminui, $\theta_f < \theta_i$ e $\Delta\theta < 0$; nesse caso, **Q** é negativa.

Considerando o calor específico (**c**) uma constante relativa à substância de que é feito o corpo, podemos concluir que, para uma mesma variação de temperatura ($\Delta\theta$), a quantidade de calor (**Q**) é diretamente proporcional à massa do corpo.

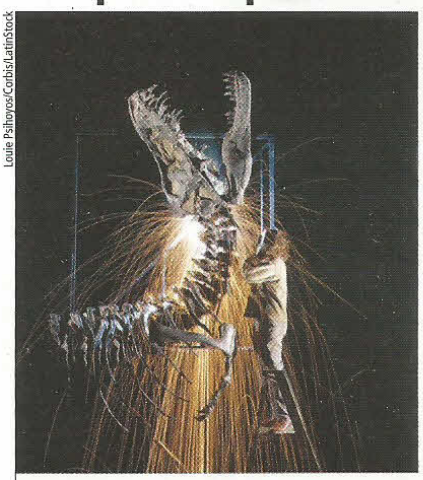
Ainda levando em conta a hipótese anterior, podemos concluir que:

- Para um mesmo corpo, a variação de temperatura é proporcional à quantidade de calor recebido ou cedido por ele.

- Para que corpos constituídos de igual substância sofram a mesma variação de temperatura ($\Delta\theta$), a quantidade de calor recebido ou cedido deve ser proporcional à massa.



Por que não queima?


Louie Psihoyos/Corbis/Latinstock

As diversas tecnologias de soldagem disponíveis têm grande importância na indústria, sendo empregadas em larga escala na fabricação de automóveis, navios e aviões, por exemplo. A soldagem consiste em unir duas ou mais peças, estabelecendo, nas regiões de contato, ligações químicas de natureza similar às existentes no interior dos próprios materiais. Na foto acima, um operário está soldando partes de uma estrutura metálica posicionada atrás de um esqueleto jurássico, o que produz uma profusão de fagulhas luminosas. Uma determinada fagulha, cuja massa é muito pequena, lançada em temperatura da ordem de 500 °C, não é capaz de queimar com gravidade os corpos que estão à sua volta. Isso ocorre devido à sua baixa capacidade térmica. Ao atingir um desse corpos, ela sofre um brusco resfriamento, que ocorre mediante o desprendimento de uma pequena quantidade de calor.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 (Fazu-MG) Tia Anastácia é famosa por sua habilidade na cozinha. Um de seus pratos mais famosos é o risoto de camarão feito em panela de pedra. Inácia, sobrinha de Tia Anastácia, ao tentar reproduzir o famoso prato, frustou-se, pois, apesar de todos os cuidados e da bela aparência do prato, quando do momento da retirada do fogo, surpreendeu-se com o fato de que, posto à mesa, o arroz acabou por queimar.
Ao questionar Tia Anastácia sobre o ocorrido, esta lhe respondeu que o segredo do cozimento dos alimentos em panela de pedra, para que a comida não queime, está no fato de se retirar a panela do fogo um pouco antes que o prato esteja totalmente cozido. Nas palavras de tia Anastácia:

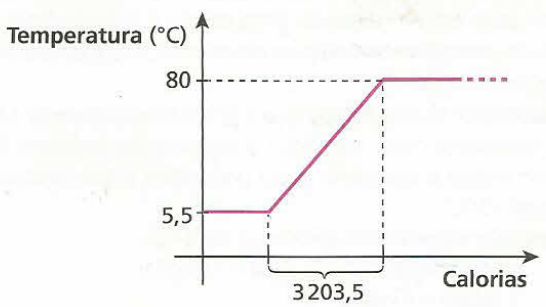
"— A quentura da panela acaba por cozer os alimentos mesmo que ela já não esteja mais no fogo."

Dentre as afirmações abaixo, qual a que explica corretamente a "quentura" da panela de pedra salientada por tia Anastácia?

a) A capacidade térmica da panela de pedra é muito pequena, fazendo com que a temperatura se mantenha elevada por muito tempo.
b) A capacidade térmica da panela é grande, permitindo que seu resfriamento se dê com rapidez, passando todo o calor para o alimento, fazendo-o queimar.
c) A capacidade térmica da panela é grande, o que significa que, para uma pequena variação de temperatura no resfriamento, a panela irradia grande quantidade de calor, podendo acarretar a queima do alimento.
d) A frase de Tia Anastácia é mais uma crendice popular. O fato de a comida ter queimado não está relacionado à panela de pedra, e sim ao tempo excessivo à espera do prato na mesa.
e) A pedra, de que é feita a panela, tem a capacidade de reproduzir calor quando estimulada, acabando por queimar o alimento se o estímulo for muito grande.

2 (Fatec-SP) Na tabela, é possível ler os valores do calor específico de cinco substâncias no estado líquido, e no gráfico é representada a curva de aquecimento de 100 g de uma dessas substâncias.

Substância	Calor específico (cal/g °C)
Água	1,00
Álcool etílico	0,58
Ácido acético	0,49
Acetona	0,52
Benzeno	0,43



A curva de aquecimento representada é a:

a) da água.
b) do álcool etílico.
c) do ácido acético.
d) da acetona.
e) do benzeno.

3 (Vunesp-SP) Um bloco de 600 g de prata, inicialmente a 20 °C, é aquecido até 70 °C, ao receber 1 680 calorias. Determine:

a) a capacidade térmica desse bloco de prata;
b) o calor específico da prata.

4 Uma garrafa térmica contém água a 60 °C. O conjunto garrafa térmica + água possui capacidade térmica igual a 80 cal/°C. O sistema é colocado sobre uma mesa e após algum tempo sua temperatura diminui para 55 °C. Qual foi a perda de energia térmica para o ambiente nesse intervalo de tempo?

5 A massa e o calor específico sensível de cinco amostras de materiais sólidos e homogêneos são fornecidos a seguir.

Amostra	Massa (g)	Calor específico (cal/g °C)
A	150	0,20
B	50	0,30
C	250	0,10
D	140	0,25
E	400	0,15

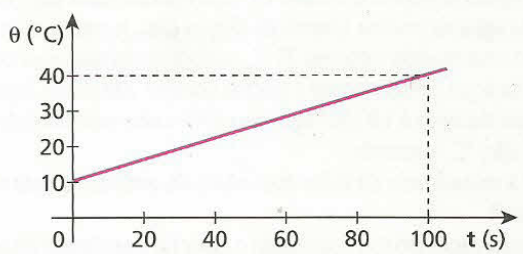
As cinco amostras encontram-se inicialmente à mesma temperatura e recebem quantidades iguais de calor. Qual delas atingirá a maior temperatura?

6 O chamado leite longa vida é pasteurizado pelo processo UHT (*Ultra High Temperature*), que consiste em aquecer o leite da temperatura ambiente (22 °C) até 137 °C em apenas 4,0 s, sendo em seguida envasado em embalagem impermeável a luz e a microorganismos.
O calor específico do leite é praticamente igual ao da água, 1,0 cal/g °C. Assim, no aquecimento descrito, que quantidade de calor cada litro (1 000 g) de leite precisou receber? Dê sua resposta em quilocalorias (kcal).

7 Para o aquecimento de 500 g de água, de 20 °C a 100 °C, utilizou-se uma fonte térmica de potência 200 cal/s. Sendo o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C, quanto tempo demorou esse aquecimento, se o rendimento foi de 100%?

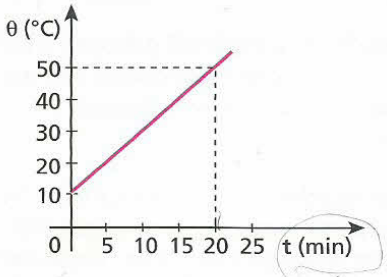
8 Uma fonte térmica foi utilizada para o aquecimento de 1,0 L de água (1 000 g) da temperatura ambiente (20 °C) até o ponto de ebulição (100 °C) num intervalo de tempo igual a 1 min 40 s com rendimento de 100%. Sendo o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C, qual o valor da potência dessa fonte?

9 O gráfico mostra o aquecimento de um bloco de ferro de massa 500 g. O calor específico do ferro é igual a 0,12 cal/g °C.



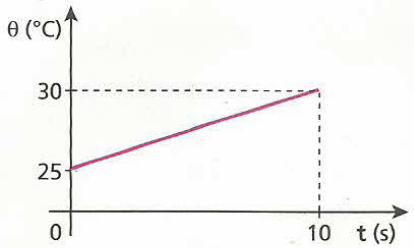
Qual a potência dessa fonte térmica, sabendo que seu rendimento foi de 50%?

10 Uma fonte térmica de potência constante fornece 50 cal/min para uma amostra de 100 g de uma substância.



O gráfico fornece a temperatura em função do tempo de aquecimento desse corpo. Qual o valor do calor específico do material dessa substância?

11 (UFPE)



O gráfico mostra a variação de temperatura em função do tempo de uma massa de água que está sendo aquecida por uma fonte de calor cuja potência é 35 cal/s. Supondo que todo o calor gerado pela fonte seja absorvido pela água, calcule a massa da água, em gramas, que foi aquecida.

Dado: calor específico da água: 1,0 cal/g °C

12 A energia utilizada para a manutenção e o desempenho do corpo humano é obtida por meio dos alimentos que são ingeridos. A tabela a seguir mostra a quantidade média de energia absorvida pelo corpo humano a cada 100 gramas do alimento ingerido.

Alimento	Porções (100 g)	Energia (kcal)
alface	20 folhas	15
batata frita	2 unidades	274
chocolate em barra	1 tablete	528
Coca-cola	1/2 copo	39
macarrão cozido	7 colheres de sopa	111
mamão	1 fatia	32
margarina vegetal	20 colheres de chá	720
pão	2 fatias	269
repolho cru	10 folhas	28
sorvete industrializado	2 bolas	175

Se for preciso, use: 1 caloria = 4,2 joules;
calor específico sensível da água = 1,0 cal/g °C.

Analisando a tabela, podemos concluir que, em termos energéticos:

a) o chocolate é o alimento mais energético dentre os listados;
b) uma fatia de mamão equivale, aproximadamente, a 10 folhas de alface;
c) um copo de Coca-cola fornece uma energia de, aproximadamente, 328 J;
d) 0,50 kg de sorvete é equivalente a, aproximadamente, 320 g de batatas fritas;
e) um sanduíche com 2 fatias de pão, 2 folhas de alface e 2 folhas de repolho equivale a 1 unidade de batata frita.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

13 Você sabia que uma barra de chocolate de 100 g pode fornecer ao nosso organismo 500 calorias alimentares (kcal)? Usando o dado acima e os seus conhecimentos de Física, responda aos itens a seguir.

a) Se você pudesse transferir essa energia (da barra de chocolate) para **m** gramas de água a 0 °C, na fase líquida, e esta atingisse a temperatura de ebulição (100 °C), qual seria o valor de **m**?
Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g °C.
b) Se uma pessoa de massa 70 kg ingerisse essa barra de chocolate e utilizasse toda essa energia para subir uma escada com degraus de 20 cm de altura, quantos degraus poderia subir?

Dados: aceleração da gravidade = 10 m/s²;
1,0 cal = 4,2 J.

14 (UFSCar-SP) Um dia, o zelador de um clube mediu a temperatura da água da piscina e obteve 20 °C, o mesmo valor para qualquer ponto da água da piscina. Depois de alguns dias de muito calor, o zelador refez essa medida e obteve 25 °C, também para qualquer ponto do interior da água. Sabendo que a piscina contém 200 m³ de água, que a densidade da água é $1,0 \cdot 10^3$ kg/m³ e que o calor específico da água é $4,2 \cdot 10^3$ J/kg °C, responda:

a) qual a quantidade de calor absorvida, do ambiente, pela água da piscina?
b) por qual processo (ou processos) o calor foi transferido do ambiente para a água da piscina e da água da superfície para a água do fundo? Explique.

15 (Fuvest-SP) Um ser humano adulto e saudável consome, em média, uma potência de 120 J/s. Uma caloria alimentar (1,0 kcal) corresponde aproximadamente a $4,0 \cdot 10^3$ J. Para nos mantermos saudáveis, quantas calorias alimentares devemos utilizar, por dia, a partir dos alimentos que ingerimos?

a) 33
b) 120
c) $2,6 \cdot 10^3$
d) $4,0 \cdot 10^3$
e) $4,8 \cdot 10^3$

16 E.R. Um watt é a potência necessária para produzir a energia de um joule em um segundo. Uma caloria é a quantidade aproximada de energia necessária para elevar em 1,0 °C a temperatura de 1,0 grama de água.

Um aquecedor elétrico de potência 1 500 W e capacidade de 135 litros está totalmente cheio com água à temperatura ambiente (20 °C). Quanto tempo o aquecedor gasta para elevar a temperatura dessa água até 60 °C?

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
densidade absoluta da água = 1,0 kg/L;
1 caloria = 4 joules.

Resolução:

Observe que:

$$Pot = 1\,500\ W = 1\,500\ \frac{J}{s} = 375\ cal/s$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d\,V = 1,0\ \frac{kg}{L} \cdot 135\ L = 135\ kg = 135\,000\ g$$

Usando a **Equação Fundamental da Calorimetria**, temos:

$$Q = m\,c\,\Delta\theta$$

Mas:

$$Pot = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Pot\,\Delta t = Q$$

Então:

$$Pot\,\Delta t = m\,c\,\Delta\theta$$

Substituindo os valores fornecidos, temos:

$$375 \cdot \Delta t = 135\,000 \cdot 1{,}0\,(60 - 20)$$

$$\Delta t = 14\,400\ s = 240\ min = 4{,}0\ h$$

$$\boxed{\Delta t = 4{,}0\ h}$$

17 (UFPel-RS) Um médico, após avaliação criteriosa, recomenda a um paciente uma dieta alimentar correspondente a 1 200 cal/dia, fornecendo-lhe uma lista de alimentos com as respectivas "calorias". (Espera o médico que, com esse regime, a pessoa, pelo menos, não engorde.)
Os médicos utilizam, na realidade, a "grande caloria", que vale 1 000 cal utilizadas na Física, ou seja, esse regime é na verdade de 1 200 000 cal/dia.
Com base nesses dados e considerando o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C e 1,0 cal igual a 4,2 J, responda:

a) Qual a potência média mínima (em watts) que a pessoa mencionada deverá dissipar, ao longo das suas atividades diárias, para, pelo menos, não ganhar peso?
b) Se essa energia pudesse ser empregada para aquecer água de 10 °C a 60 °C, que massa de água (em gramas) seria utilizada?

18 Um bom chuveiro elétrico, quando ligado na posição "inverno", dissipa uma potência de 6,4 kW, fornecendo essa energia à água que o atravessa com vazão de 50 gramas por segundo. Se a água, ao entrar no chuveiro, tem uma temperatura de 23 °C, qual a sua temperatura na saída?
Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
1 cal = 4 J.

19 (PUC-MG) Um recipiente adiabático contém 500 g de água, inicialmente a 20 °C. O conjunto é aquecido até 80 °C, utilizando-se uma fonte de calor que desenvolve uma potência útil de 200 W. Considerando o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C e fazendo 1 cal igual a 4 J, quanto tempo foi gasto nesse aquecimento?

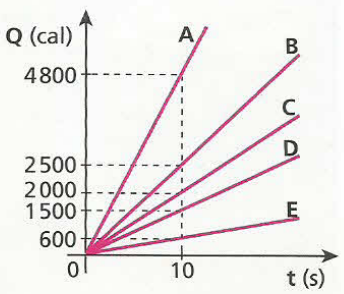
20 Para determinar o calor específico de um líquido, usou-se um béquer **A** contendo 250 g desse líquido, a chama de um bico de Bunsen de potência constante e outro béquer **B** contendo 210 g de água pura. Usando o bico de Bunsen alternadamente, o líquido do béquer **A** teve sua temperatura elevada em 10 °C, em 20 s, enquanto a água do béquer **B** teve variação de 8,0 °C em 24 s. Qual é o calor específico do líquido? Despreze a capacidade térmica do béquer e as perdas de calor para o ambiente. Considere, para o calor específico da água, o valor 1,0 cal/g °C.

21 (Mack-SP – mod.) Na presença de uma fonte térmica de potência constante, certa massa de água (calor específico = 1,0 cal/g °C) sofre um acréscimo de temperatura durante certo intervalo de tempo. Para que um líquido desconhecido, de massa 12,5 vezes maior que a da água, sofra o dobro do acréscimo de temperatura sofrido por ela, foi necessário o uso da mesma fonte durante um intervalo de tempo 6 vezes maior.
Nessas condições, qual o valor do calor específico sensível desse líquido?

22 (Mack-SP – mod.) O carvão, ao queimar, libera 6 000 cal/g. Queimando 70 g desse carvão, 20% do calor liberado é usado para aquecer, de 15 °C, 8,0 kg de um líquido. Não havendo mudança do estado de agregação, qual o valor do calor específico desse líquido?

23 (UFC-CE) Em Fortaleza, um fogão a gás natural é utilizado para ferver 2,0 ℓ de água que estão a uma temperatura inicial de 19 °C. Sabendo que o calor de combustão do gás é de 12 000 cal/g, que 25% desse calor é perdido para o ambiente, que o calor específico da água vale 1,0 cal/g °C e que a densidade absoluta da água é igual a 1,0 g/cm^3, que massa mínima de gás foi consumida no processo?

24 (UFPA) Em um forno de microondas João colocou um vasilhame com 1,5 kg de água a 20 °C. Mantendo o forno ligado por 10 minutos, a temperatura da água aumentou para 80 °C. A representação gráfica do desempenho do forno indicada pelo calor fornecido (calorias) em função do tempo (segundos) é mais bem representada pela linha:



(Considere que toda a energia produzida pelo forno foi absorvida pela água na forma de calor e que o calor específico da água = 1 cal/g °C.)
a) A. b) B. c) C. d) D. e) E.

25 O calor específico do cobre é igual a 0,09 cal/g °C. Se em vez de usarmos a escala Celsius usássemos a escala Fahrenheit, quanto valeria esse calor específico?

Bloco 2

4. Sistema físico termicamente isolado

A busca do equilíbrio térmico é uma lei natural.

Os corpos tendem a ter a mesma temperatura do ambiente em que se encontram. Assim, o mais "quente" cede calor e o mais "frio" recebe calor.

Em alguns casos, porém, as trocas de calor entre o sistema e o meio externo podem ser evitadas. Isso ocorre sempre que o sistema físico é **termicamente isolado**.

Fotos: Jonny Gitti

Em ambos os casos, há troca de calor entre o sistema e o meio externo: a água quente perde calor e a água fria recebe calor.

Um sistema físico é **termicamente isolado** quando não existe troca de calor entre seus componentes e o meio externo.

É importante observar que, na prática, por melhor que seja o isolamento térmico de um sistema, ele sempre troca calor com o meio externo.

Se você colocar, em uma caixa de isopor, algumas latas de refrigerante sem gelo com outras geladas, perceberá que o isopor irá reduzir a participação do meio externo nas trocas de calor. No entanto, após algum tempo, todas as latas estarão à mesma temperatura, pois terão atingido o **equilíbrio térmico**.

Para que isso ocorra, é necessário que os corpos troquem calor entre si, de modo que os de maior temperatura forneçam calor aos de menor temperatura.

Fabio R. Martins

Garrafa térmica e caixa de isopor são utilizadas para reduzir as trocas de calor entre seu conteúdo e o meio em que se encontram.

Em um sistema termicamente isolado, as trocas de calor ocorrem apenas entre os seus integrantes. Assim, toda a energia térmica que sai de alguns corpos é recebida por outros pertencentes ao próprio sistema, valendo a relação:

$$|\Sigma Q_{cedido}| = |\Sigma Q_{recebido}|$$

O somatório das quantidades de calor cedidas por alguns corpos de um sistema tem módulo igual ao do somatório das quantidades de calor recebidas pelos outros corpos desse mesmo sistema.

O uso do módulo na fórmula deve-se ao fato de o calor recebido ser positivo e de o calor cedido ser negativo, podendo-se também escrever essa relação da seguinte forma:

$$\Sigma Q_{cedido} + \Sigma Q_{recebido} = 0$$

5. Equivalente em água

No cálculo de quantidades de calor trocadas entre corpos pertencentes a um mesmo sistema, costuma-se usar um artifício que pode facilitar a determinação do resultado final. Teoricamente, pode-se substituir um determinado corpo pela massa de água equivalente a ele nas trocas de calor. Para tanto, essa massa de água deve ter a mesma capacidade térmica do referido corpo:

$$C_{corpo} = C_{água}$$

$$(m\,c)_{corpo} = (m\,c)_{água}$$

Simbolizando por **E** a massa da água expressa em gramas e lembrando que o calor específico da água vale 1 cal/g °C, temos:

$$(m\,c)_{corpo} = E \cdot 1$$

Assim, podemos dizer que:

O **equivalente em água** de um corpo é a massa **E** de água que possui capacidade térmica igual à do corpo considerado, podendo substituí-lo no equacionamento das quantidades de calor trocadas.

Consideremos, por exemplo, um corpo de massa igual a 100 g, constituído de um material de calor específico igual a 0,4 cal/g °C. Calculemos a capacidade térmica desse corpo:

$$C_{corpo} = (m\,c)_{corpo} = 100 \cdot 0{,}4$$

$$C_{corpo} = 40 \text{ cal/ °C}$$

Consideremos também uma porção de água de massa igual a 40 g e calculemos sua capacidade térmica:

$$C_{água} = (m\,c)_{água} = 40 \cdot 1 \Rightarrow C_{água} = 40 \text{ cal/ °C}$$

Disso, concluímos que a capacidade térmica do corpo é igual à da porção de água, o que significa que nas trocas de calor esse corpo comporta-se de modo equivalente a 40 gramas de água. Por isso, dizemos que o equivalente em água do corpo é igual a 40 gramas:

$$E_{corpo} = 40 \text{ g}$$

Podemos observar que a capacidade térmica do corpo, expressa em cal/ °C, e seu equivalente em água, expresso em gramas, têm o mesmo valor numérico.

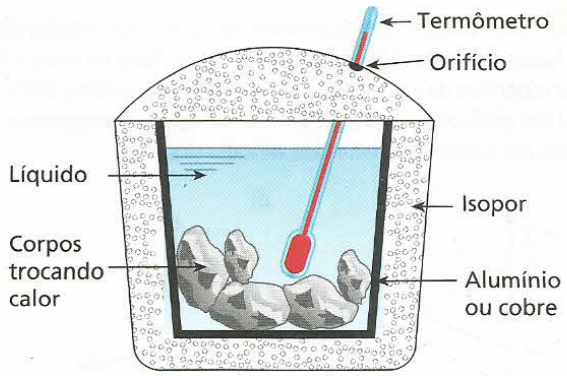
6. Calorímetro

A mistura térmica de dois ou mais corpos, principalmente quando um deles está no estado líquido, requer um recipiente adequado. Alguns desses recipientes possuem aparatos que permitem obter, de forma direta ou indireta, o valor das quantidades de calor trocadas entre os corpos.

A esse tipo de recipiente chamamos de **calorímetro**.

De modo geral, o calorímetro é metálico (de alumínio ou cobre) e isolado termicamente por um revestimento de isopor. Em sua tampa, também de isopor, há um orifício pelo qual se introduz o termômetro, que indica a temperatura da mistura em observação.

O calorímetro representado na figura é o mais usado nos laboratórios escolares. Em experimentos que requerem tratamento especial, são usados calorímetros mais sofisticados.



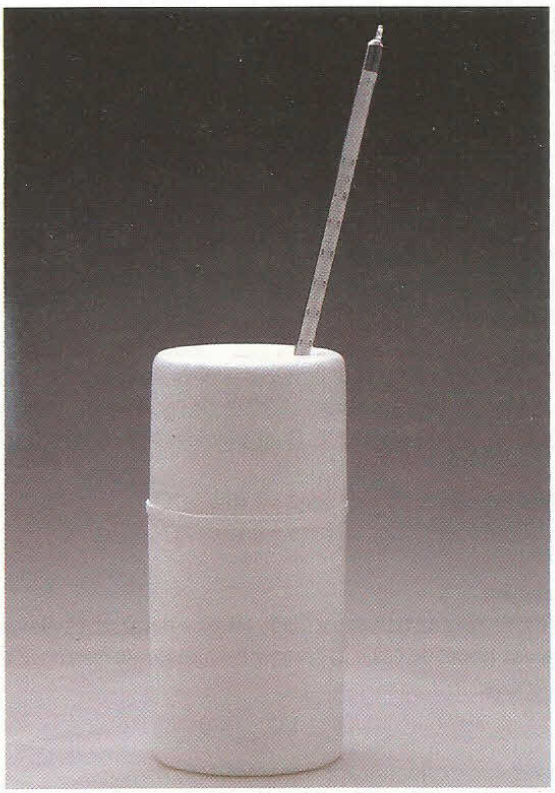
Representação de um calorímetro usual.

Não podemos esquecer que o calorímetro, além de servir como recipiente, também participa das trocas de calor, cedendo calor para seu conteúdo ou recebendo calor dele. Geralmente, não são dados o calor específico do material de que é feito nem sua massa, mas é fornecido seu equivalente em água.

Do exposto, podemos chegar à relação:

$$C_{calorímetro} = E\, c_{água}$$

Um calorímetro é denominado **ideal** quando, além de impedir as trocas de calor entre seu conteúdo e o meio externo, não troca calor com os corpos nele contidos. Esse tipo de calorímetro existe somente na teoria, mas aparece com freqüência em exercícios. Nesses casos, os enunciados referem-se a ele dizendo que tem **capacidade térmica desprezível** ou **equivalente em água desprezível**.


Fabio R. Martins

Fotografia de um calorímetro utilizado em laboratórios de Física.

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

26 Num calorímetro ideal, são colocados três corpos **A**, **B** e **C** a temperaturas iniciais diferentes. Após certo tempo, quando os corpos atingiram o equilíbrio térmico, verifica-se que as temperaturas de **A** e **B** aumentaram. Assim, podemos concluir que:

a) a temperatura do corpo **C** também aumentou;
b) o corpo **C** recebeu calor do corpo **A** e cedeu calor para o corpo **B**;
c) o corpo **C** cedeu calor para o corpo **A** e recebeu calor do corpo **B**;
d) o corpo **C** permanece com a mesma temperatura que tinha no início;
e) a temperatura do corpo **C** diminuiu.

27 (UFBA) Vamos imaginar dois corpos **A** e **B**, de massas iguais, com temperaturas iniciais θ_A e θ_B, sendo $\theta_A > \theta_B$, e com calores específicos c_A e c_B diferentes entre si e constantes no intervalo de temperatura considerado. Colocados no interior de um calorímetro ideal, os corpos **A** e **B**, após certo tempo, atingem o equilíbrio térmico. Nessas condições, é correto afirmar que:

(01) a energia cedida por **A** é igual à energia recebida por **B**.
(02) no corpo de maior capacidade térmica, ocorre a maior variação de temperatura.
(04) o aumento de temperatura de **B** é numericamente igual ao decréscimo da temperatura de **A**.
(08) a temperatura de equilíbrio térmico é igual a $\frac{c_A\theta_A + c_B\theta_B}{c_A + c_B}$.
(16) em relação ao centro de massa do sistema, a energia cinética média das moléculas de **B** é maior do que a de **A**.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

28 (Unesp-SP) Quando uma enfermeira coloca um termômetro clínico de mercúrio sob a língua de um paciente, por exemplo, ela sempre aguarda algum tempo antes de fazer a sua leitura. Esse intervalo de tempo é necessário:

a) para que o termômetro entre em equilíbrio térmico com o corpo do paciente.
b) para que o mercúrio, que é muito pesado, possa subir pelo tubo capilar.
c) para que o mercúrio passe pelo estrangulamento do tubo capilar.
d) devido à diferença entre os valores do calor específico do mercúrio e do corpo humano.
e) porque o coeficiente de dilatação do vidro é diferente do coeficiente de dilatação do mercúrio.

29 Num calorímetro ideal, são colocados 1,0 kg de água à temperatura ambiente e um bloco de ferro, também de massa 1,0 kg, bastante aquecido. Após o equilíbrio térmico, verifica-se que a temperatura da água aumentou de 40 °C, enquanto a temperatura do bloco de ferro diminuiu mais de 200 °C. Isso ocorreu porque a água e o bloco de ferro têm:

a) densidades absolutas diferentes;
b) massas iguais;
c) capacidades térmicas diferentes;
d) coeficientes de condutibilidade térmica diferentes;
e) estados físicos de agregação diferentes – a água é líquida e o ferro é sólido.

30 **E.R.** Num recipiente termicamente isolado e com capacidade térmica desprezível, misturam-se 200 g de água a 10 °C com um bloco de ferro de 500 g a 140 °C. Qual a temperatura final de equilíbrio térmico?

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor específico do ferro = 0,12 cal/g °C.

Resolução:

Como o recipiente tem capacidade térmica desprezível, ele não participa das trocas de calor. E, como é termicamente isolado, é correto afirmar que:

$$Q_{ferro} + Q_{água} = 0$$

Uma vez que o calor trocado é sensível, temos:

$$(m\,c\,\Delta\theta)_{ferro} + (m\,c\,\Delta\theta)_{água} = 0$$

$$500 \cdot 0{,}12(\theta_E - 140) + 200 \cdot 1{,}0(\theta_E - 10) = 0$$

$$60(\theta_E - 140) + 200(\theta_E - 10) = 0$$

$$60\theta_E - 8\,400 + 200\theta_E - 2\,000 = 0$$

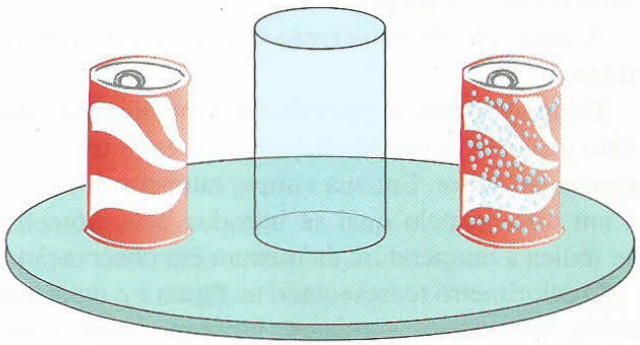
$$260\theta_E = 10\,400 \Rightarrow \boxed{\theta_E = 40\ °C}$$

31 Num recipiente termicamente isolado e de capacidade térmica desprezível, são misturados 200 g de água a 55 °C com 500 g também de água a 20 °C. Quando a mistura atingir o equilíbrio térmico, qual será sua temperatura?

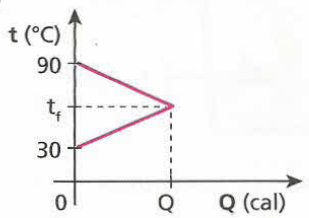
32 Numa garrafa térmica ideal, com 1,0 L de capacidade, são colocados 500 cm^3 de leite, à temperatura ambiente (20 °C), e 200 cm^3 de café a 90 °C. Admitindo-se que as trocas de calor somente aconteçam entre o café e o leite (cujas densidades e calores específicos podem ser considerados iguais), qual será a temperatura final de equilíbrio térmico do sistema?

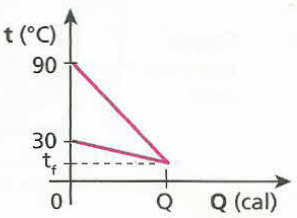
33 Um aluno entrou em uma lanchonete e pediu dois refrigerantes, um "sem gelo", à temperatura de 25 °C, e o outro "gelado", à temperatura de 5,0 °C. Ele preencheu $\frac{1}{4}$ da capacidade de um copo grande com o refrigerante "sem gelo" e terminou de completar o copo com o refrigerante "gelado".

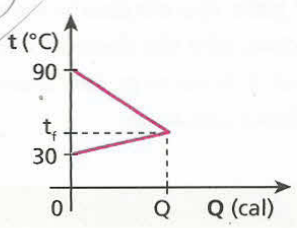
Desprezando as trocas de calor que não sejam entre os líquidos, determine a temperatura final de equilíbrio térmico do refrigerante.

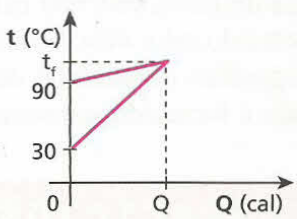


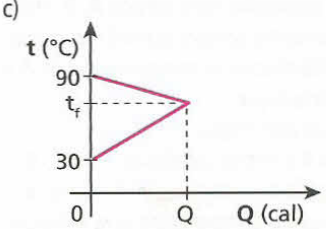
34 (PUC-MG) Em um calorímetro de capacidade térmica desprezível, foram colocados 100 g de água a 30 °C e 200 g de ferro a 90 °C. O calor específico da água é igual a 1,0 cal/g °C e o do ferro, 0,10 cal/g °C. Qual dos gráficos melhor representa a variação de temperatura desses corpos em função da quantidade de calor trocado?

a)


d)


b)


e)


c)


35 (Enem – mod.) Num recipiente de capacidade térmica desprezível e termicamente isolado, são colocados 20 g de água a 60 °C e 100 g de lascas de alumínio a 40 °C. O equilíbrio térmico ocorre à temperatura de 50 °C. Qual o valor do calor específico sensível do alumínio?

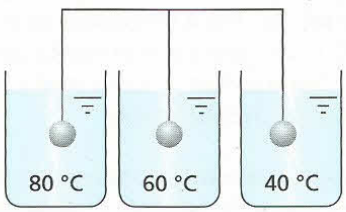
Dado: calor específico da água = 1 cal/g °C

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

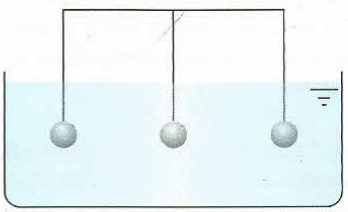
36 Num calorímetro ideal são colocados três corpos, **A**, **B** e **C**, de temperaturas θ_A, θ_B e θ_C. Se a temperatura final de equilíbrio térmico θ_E é tal que $\theta_A > \theta_E = \theta_B > \theta_C$, podemos afirmar que:

a) o corpo **A** recebe uma quantidade de calor igual à perdida por **C**;
b) a quantidade de calor recebida por **C** é menor que a cedida por **B**;
c) a quantidade de calor cedida por **B** é igual à soma das quantidades recebidas por **A** e **C**;
d) no término do balanço energético, observamos que o corpo **B** possui a mesma quantidade de energia térmica que tinha no início;
e) o corpo **B** serve de intermediário, recebendo calor do corpo **C** e transferindo-o imediatamente para o corpo **A**.

37 Três esferas de mesma massa e de mesmo material, suspensas por fios isolados termicamente, estão imersas em três banhos térmicos cujas temperaturas estão mencionadas na figura abaixo.



Após atingidos os equilíbrios térmicos, essas esferas são simultânea e rapidamente retiradas e levadas para um recipiente com água a 20 °C.

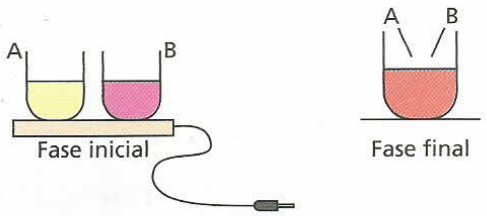


Desprezando-se possíveis perdas de energia para o meio ambiente, a temperatura final desse banho térmico único será:

a) um valor maior que 80 °C;
b) um valor entre 60 °C e 20 °C;
c) 60 °C;
d) 50 °C;
e) um valor menor que 20 °C.

38 (Fuvest-SP) Dois recipientes iguais **A** e **B**, contendo dois líquidos diferentes, inicialmente a 20 °C, são colocados sobre uma placa térmica, da qual recebem aproximadamente a mesma quantidade de calor. Com isso, o líquido em **A** atinge 40 °C, enquanto o líquido em **B**, 80 °C. Se os recipientes forem retirados da placa e seus líquidos misturados, a temperatura final da mistura ficará em torno de:

a) 45 °C.
b) 50 °C.
c) 55 °C.
d) 60 °C.
e) 65 °C.



39 Em um ritual místico, as pessoas aquecem a água de um caldeirão utilizando sete pedras. As pedras são colocadas em uma fogueira e depois são lançadas no caldeirão com 0,70 L de água a 20 °C. Cada uma das pedras tem, em média, 100 g de massa e se encontram a 300 °C no instante em que são lançadas no caldeirão. No equilíbrio térmico, tem-se uma temperatura de 50 °C. Sendo o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C e desprezando as perdas de calor para o ambiente e para o caldeirão, pode-se afirmar que o calor específico médio das pedras em questão, em cal/g °C, é:

a) 0,030.
b) 0,12.
c) 0,17.
d) 0,50.
e) 1,04.

Dado: densidade absoluta da água = 1,0 kg/L

40 **E.R.** Um bloco **A** tem massa, calor específico e temperatura inicial respectivamente iguais a m_A, c_A e θ_A. Um bloco **B** tem massa, calor específico e temperatura inicial respectivamente iguais a m_B, c_B e θ_B. Os blocos **A** e **B** são postos em contato térmico e, depois de certo tempo, atingem o equilíbrio térmico, adquirindo uma temperatura θ_E. Considerando c_A e c_B constantes e supondo o sistema termicamente isolado, calcule θ_E.

Resolução:

Sendo desprezíveis as trocas de calor com o resto do universo, é válido afirmar que:

$$Q_A + Q_B = 0$$
$$(m\,c\,\Delta\theta)_A + (m\,c\,\Delta\theta)_B = 0$$
$$m_A\,c_A(\theta_E - \theta_A) + m_B\,c_B(\theta_E - \theta_B) = 0$$
$$m_A\,c_A\,\theta_E - m_A\,c_A\,\theta_A + m_B\,c_B\,\theta_E - m_B\,c_B\,\theta_B = 0$$
$$(m_A\,c_A + m_B\,c_B)\theta_E = m_A\,c_A\,\theta_A + m_B\,c_B\,\theta_B$$

$$\boxed{\theta_E = \frac{m_A\,c_A\,\theta_A + m_B\,c_B\,\theta_B}{m_A\,c_A + m_B\,c_B}}$$

Notas:

- O produto da massa pelo calor específico é a capacidade térmica do bloco:

$$m_A\,c_A = C_A$$
$$m_B\,c_B = C_B$$

Assim, temos:

$$\theta_E = \frac{C_A\,\theta_A + C_B\,\theta_B}{C_A + C_B}$$

- Observe ainda que a expressão deduzida representa uma **média ponderada** das temperaturas iniciais, sendo os "pesos" a **capacidade térmica** de cada corpo envolvido.

41 Dois corpos **A** e **B**, de capacidades térmicas iguais, são colocados no interior de um calorímetro ideal. A temperatura inicial do corpo **A** é θ_A e a do corpo **B** é θ_B. Não considerando possíveis perdas de calor, a temperatura final de equilíbrio térmico será dada por:

a) $\frac{\theta_A + \theta_B}{2}$.
b) $\frac{\theta_A - \theta_B}{2}$.
c) $\frac{\theta_B - \theta_A}{2}$.
d) $|\theta_A + \theta_B|$.
e) $|\theta_B - \theta_A|$.

42 Três amostras de um mesmo líquido, cujas temperaturas iniciais são 40 °C, 70 °C e 100 °C, são misturadas em um calorímetro. As massas das amostras são iguais. Supondo-se que as trocas de calor ocorrem somente entre as amostras do líquido, qual a temperatura de equilíbrio da mistura, em graus Celsius?

43 Uma dona de casa coloca no interior de uma garrafa térmica o café que acabou de preparar. São 500 g de água + pó de café a 90 °C. Se a garrafa térmica estava à temperatura ambiente (12 °C) e atinge o equilíbrio térmico a 87 °C, qual a capacidade térmica dessa garrafa?
Dado: calor específico da água + pó de café = 1,0 cal/g °C

44 (Unesp-SP) Um bloco de certa liga metálica, de massa 250 g, é transferido de uma vasilha, que contém água fervendo em condições normais de pressão, para um calorímetro contendo 400 g de água à temperatura de 10 °C. Após certo tempo, a temperatura no calorímetro se estabiliza em 20 °C. Supondo que todo o calor cedido pela liga metálica tenha sido absorvido pela água do calorímetro, qual a razão entre o calor específico da água e o calor específico da liga metálica?

45 (Fuvest-SP) Dois recipientes de material termicamente isolante contêm cada um 10 g de água a 0 °C. Deseja-se aquecer até uma mesma temperatura os conteúdos dos dois recipientes, mas sem misturá-los. Para isso, é usado um bloco de 100 g de uma liga metálica inicialmente à temperatura de 90 °C. O bloco é imerso durante certo tempo em um dos recipientes e depois transferido para o outro, nele permanecendo até ser atingido o equilíbrio térmico. O calor específico da água é dez vezes maior que o da liga metálica. Qual a temperatura do bloco metálico, por ocasião da transferência de um recipiente para o outro?

46 Para avaliar a temperatura de 300 g de água, usou-se um termômetro de 100 g de massa e calor específico sensível igual a 0,15 cal/g °C. Inicialmente, esse termômetro indicava, à temperatura ambiente, 12 °C. Após algum tempo, colocado em contato térmico com a água, o termômetro passa a indicar 72 °C. Supondo não ter havido perdas de calor, determine a temperatura inicial da água.
Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g °C

47 **E.R.** Um calorímetro de equivalente em água 10 g, à temperatura ambiente (20 °C), foi utilizado para misturar 200 g de um líquido de calor específico 0,79 cal/g °C, a 35 °C, com um bloco de metal de massa 300 g, a 150 °C. Sabendo que a temperatura final atingida foi de 40 °C, determine o calor específico do metal.

Resolução:
Supondo o sistema termicamente isolado, podemos escrever que:

$$Q_{metal} + Q_{líquido} + Q_{calorímetro} = 0$$

$$(m\,c\,\Delta\theta)_{metal} + (m\,c\,\Delta\theta)_{líquido} + (m\,c\,\Delta\theta)_{calorímetro} = 0$$

$$300c_m\,(40 - 150) + 200 \cdot 0{,}79\,(40 - 35) + [m\,c\,(40 - 20)]_{calorímetro} = 0$$

Como vimos:

$$(m\,c)_{calorímetro} = E\,c_{água}$$

Sendo:

$$c_{água} = 1 \text{ cal/g °C}$$

$$E = 10 \text{ g (equivalente em água)}$$

temos:

Assim:

$$(m\,c)_{calorímetro} = 10 \text{ g} \cdot 1\,\frac{\text{cal}}{\text{g °C}} = 10\,\frac{\text{cal}}{\text{°C}}$$

$$-300c_m \cdot 110 + 790 + 10 \cdot 20 = 0$$

$$c_m = \frac{790 + 200}{300 \cdot 110}$$

$$\boxed{c_m = 0{,}03 \text{ cal/g °C}}$$

48 Um corpo é colocado em contato com uma fonte térmica que lhe fornece 2,0 kcal de calor. A temperatura do corpo era igual à do ambiente (20 °C) e, ao receber a energia térmica, atingiu a temperatura de 120 °C. Se o calor específico da água é igual a 1,0 cal/g °C, qual é o equivalente em água do referido corpo?

49 Qual é o equivalente em água de um bloco de alumínio de massa 500 g? Sabe-se que o calor específico do alumínio vale 0,22 cal/g °C e o da água vale 1,0 cal/g °C.

50 Num recipiente de capacidade térmica desprezível, encontramos um líquido a 20 °C. Misturando 600 g de água a 80 °C com esse líquido, obtemos uma temperatura de equilíbrio térmico igual a 60 °C. Qual o equivalente em água desse líquido?

51 Um recipiente de capacidade térmica desprezível, contendo 400 g de água a 15 °C, recebe uma esfera de cobre a 120 °C. Desprezando as possíveis perdas de calor e sabendo que o equivalente em água dessa esfera é igual a 20 g, determine a temperatura final de equilíbrio térmico.
Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g °C

52 Um pedaço de cobre de 20 g a 60 °C é colocado dentro de um calorímetro que contém 10 g de água a 10 °C. Se a temperatura final do sistema (calorímetro + água + cobre) é 15 °C, qual é o equivalente em água do calorímetro?
Dados: calor específico do cobre = 0,42 J/g °C;
calor específico da água = 4,2 J/g °C.

Bloco 3

7. As mudanças de estado físico

Dependendo do estado de agregação de suas partículas, uma substância pode ser encontrada em três estados físicos fundamentais: sólido, líquido e gasoso.

No **estado sólido** as partículas de uma substância não têm grande liberdade de movimentação e não vão além de vibrações em torno de posições definidas. Assim, os sólidos possuem volume e forma bem definidos.

Representação da água nos três estados físicos: sólido, líquido e gasoso.

No **estado líquido**, há maior liberdade de agitação das partículas de uma substância do que no estado sólido, mas elas ainda apresentam uma coesão considerável. Assim, os líquidos possuem volume bem definido, porém forma variável, ou seja, a forma é a do recipiente que os contém.

No **estado gasoso**, as partículas de uma substância estão afastadas umas das outras o suficiente para que as forças de coesão entre elas sejam muito fracas. Por isso, elas se movimentam com liberdade muito maior do que no estado líquido. Substâncias no estado gasoso (vapores e gases) não possuem volume nem forma definidos.

Luciana Whitaker/Pulsar

As geleiras e os *icebergs*, encontrados em regiões muito frias (próximas dos pólos), são exemplos da água no estado sólido.

Ricardo Helou Doca

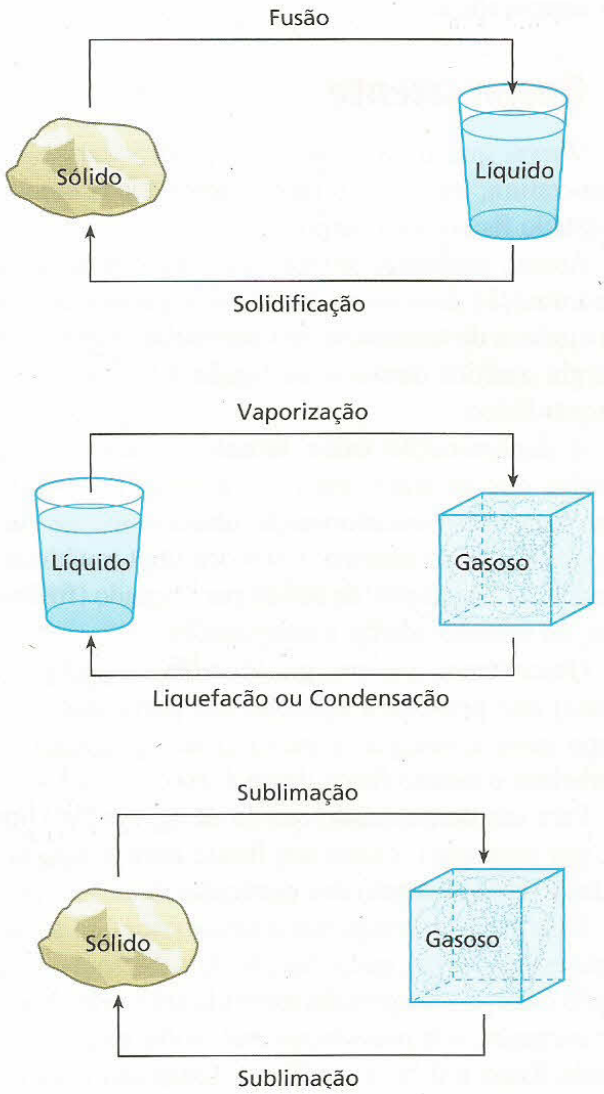
A existência da água no estado líquido, em rios e mares, é um fator fundamental para a sobrevivência do ser humano na Terra.

Jack Hollingsworth/Photodisc

Em temperaturas elevadas, a água sofre uma evaporação muito rápida, subindo no estado gasoso. Quando a temperatura diminui, esse vapor se precipita em forma de chuva (água no estado líquido).

Quando uma substância, em qualquer um dos estados físicos, recebe ou cede energia térmica, pode sofrer uma alteração na forma de agregação de suas partículas, passando de um estado para outro. Essa passagem corresponde a uma mudança de seu estado físico.

Vejamos as possíveis mudanças de estado:



A **fusão** é a passagem do estado sólido para o líquido. A transformação inversa dessa passagem é a **solidificação**.

A **vaporização** é a passagem do estado líquido para o gasoso. A transformação inversa dessa passagem é a **liquefação** (ou **condensação**).

A **sublimação** é a denominação dada à passagem do estado sólido para o gasoso, sem que determinada substância passe pela fase intermediária, a líquida. A transformação inversa também é denominada **sublimação**.

Entre essas transformações, as que ocorrem por recebimento de calor são denominadas **transformações endotérmicas**. São elas: a fusão, a vaporização e a sublimação (sólido → gasoso).

A solidificação, a liquefação e a sublimação (gasoso → sólido) são **transformações exotérmicas**, já que ocorrem por perda de calor.

É importante observar que a quantidade de calor que cada unidade de massa de uma substância precisa receber para sofrer alteração em sua fase de agregação, mudando seu estado, é igual à que precisa ceder para sofrer a transformação inversa, à mesma temperatura.

8. O calor latente

Vimos que o calor sensível produz variação de temperatura, enquanto o calor latente causa mudança de estado físico num corpo.

Assim, podemos afirmar que **calor sensível** é a denominação dada à energia térmica que altera a energia cinética de translação das partículas, estando essa energia cinética diretamente ligada à temperatura do sistema físico.

A denominação **calor latente** é dada à energia térmica que se transforma em energia potencial de agregação. Essa transformação altera o arranjo físico das partículas do sistema e provoca uma mudança de estado – por exemplo, de sólido para líquido (fusão) –, sem, no entanto, alterar a temperatura.

Observemos que **energia térmica** é a energia (cinética) que provoca a agitação das partículas de um corpo mais a energia (potencial) de agregação, que estabelece o estado físico desse corpo.

Para um determinado estado de agregação (líquido, por exemplo), existe um limite para o estado de agitação (temperatura) das partículas de um corpo.

Esse limite corresponde à temperatura de mudança de estado físico, que é função da substância de que é feito o corpo e da pressão exercida sobre ele. A água, por exemplo, sob pressão normal, sofre mudanças de estado físico a 0 °C e a 100 °C. Essas são suas temperaturas de fusão–solidificação e de vaporização–liquefação, respectivamente.

Experimentalmente podemos concluir que a quantidade de calor necessária para provocar uma mudança de estado é diretamente proporcional à massa da porção da substância que sofreu a transformação.

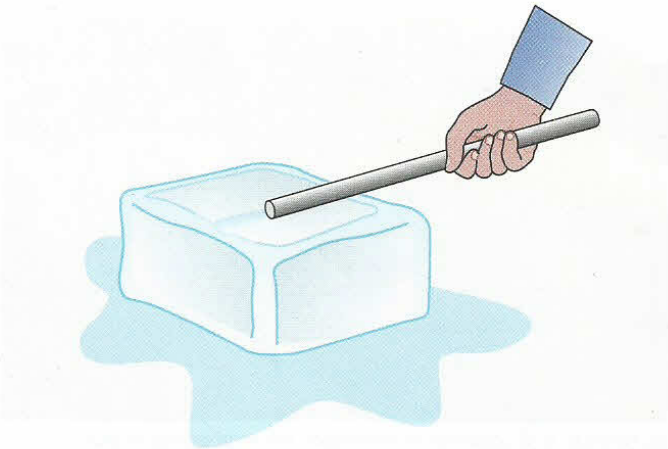
Assim, sendo **m** a massa de um corpo que necessita de uma quantidade **Q** de calor para sofrer uma total mudança de estado, vale a expressão:

$$\frac{Q}{m} = L \Rightarrow \boxed{Q = m\,L}$$

A grandeza **L** é denominada **calor latente**, sendo característica do material de que é feito o corpo, da mudança de estado pela qual ele passa e da temperatura a que ocorre essa mudança. Para a água, por exemplo, o calor latente de fusão–solidificação a 0 °C vale 80 cal/g enquanto o de vaporização–liquefação a 100 °C vale 540 cal/g aproximadamente.

Assim, podemos dizer que:

- o calor latente de fusão–solidificação de uma substância indica a quantidade de calor que cada unidade de massa precisa receber para que ocorra sua fusão ou ceder para que ocorra sua solidificação;
- o calor latente de vaporização–liquefação de uma substância indica a quantidade de calor que cada unidade de massa precisa receber para que ocorra sua vaporização ou ceder para que ocorra sua liquefação.



A denominação sensível ou latente dada ao calor recebido ou cedido por um corpo depende do efeito produzido por ele. A figura representa uma barra de ferro que perde calor sensível (diminui de temperatura) para um bloco de gelo a 0 °C, que derrete. Assim, para o gelo, esse calor recebido é do tipo latente, já que produziu nele uma mudança de estado e não uma variação de temperatura.

9. A fusão e a solidificação

Consideremos um bloco de gelo de massa **m**, inicialmente a –20 °C, sob pressão normal. Quando fornecemos calor a esse gelo, suas partículas absorvem energia, com conseqüente aumento de temperatura.

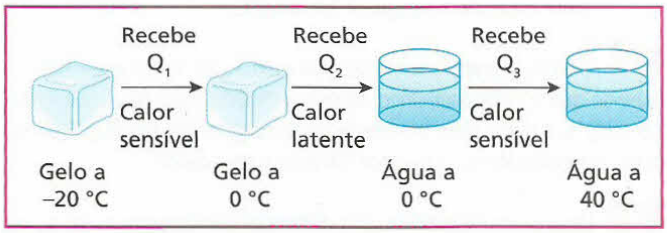
Esse processo tem um limite, isto é, existe uma temperatura em que a estrutura molecular da substância não consegue se manter – é a temperatura de fusão.

Ao se atingir tal temperatura, passa a ocorrer o desmantelamento da estrutura molecular sólida. Para tanto, é usado o calor recebido e a substância torna-se líquida. Esse processo é denominado **fusão**. Se, depois disso, continuarmos a fornecer calor, a temperatura do líquido aumentará.

É importante destacar que a temperatura de fusão de uma substância pura é bem determinada, dependendo apenas da substância e da pressão a que está sujeita.

Para evitar complicações desnecessárias, admitiremos, em nosso estudo, que a pressão permanece constante durante todo o processo de mudança de estado físico.

Supondo que o bloco de gelo, citado anteriormente, seja aquecido de –20 °C até 40 °C, vamos analisar por partes esse aquecimento:



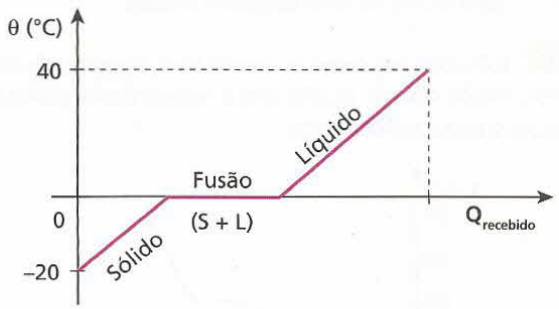
Para calcular o total de calor (**Q**) recebido pelo sistema, usamos as fórmulas do calor sensível e do calor latente já vistas.

Assim, temos:

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$Q = (m\ c\ \Delta\theta)_{gelo} + (m\ L_F)_{gelo} + (m\ c\ \Delta\theta)_{água}$

Esse processo pode ser representado graficamente pela **curva de aquecimento**:

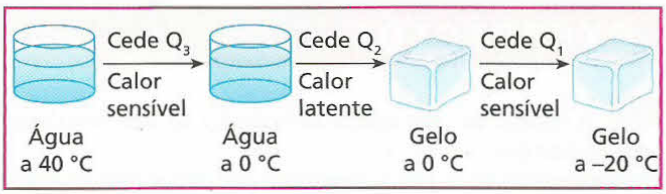


O trecho correspondente ao patamar indica a mudança de estado físico (fusão), pois a energia recebida não produziu variação de temperatura, e sim mudança do estado de agregação das partículas do corpo.

Como você já sabe, o processo inverso da fusão é a **solidificação**.

Para entender como se dá essa transformação, vamos retomar o exemplo anterior, considerando que a água (a 40 °C) volte a ser gelo (a –20 °C). Para que isso ocorra, é necessário que seja retirado calor dessa água. Com isso, a energia cinética de translação de suas partículas vai diminuindo, ou seja, sua temperatura vai se reduzindo. No entanto, essa redução cessará quando a água atingir 0 °C. A partir daí, se continuarmos a retirar calor, as moléculas se recomporão na estrutura característica do estado sólido, diminuindo a energia potencial de agregação, sem prejuízo da temperatura.

Se, após a recomposição molecular (solidificação), continuarmos a retirar calor da água, a temperatura voltará a diminuir. Esse resfriamento é esquematizado a seguir:



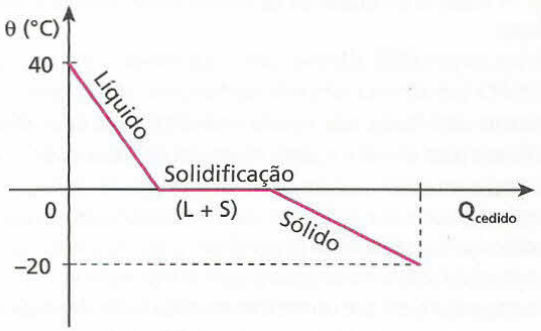
A quantidade total de calor (**Q**) cedida (ou retirada) é dada por:

$Q = Q_3 + Q_2 + Q_1$

$Q = (m\ c\ \Delta\theta)_{água} + (m\ L_S)_{água} + (m\ c\ \Delta\theta)_{gelo}$

Os módulos de L_S e L_F são iguais, porém convencionaremos L_F positivo (calor recebido) e L_S negativo (calor cedido).

A **curva de resfriamento** é representada abaixo.



Tudo o que foi explicado sobre a fusão–solidificação do gelo vale para a maioria das substâncias.

A tabela a seguir contém os calores latentes de fusão (L_F) e as temperaturas de fusão (θ_F), em pressão atmosférica normal, de algumas substâncias.

Substância	L_F (cal/g)	θ_F (°C)
Água (H_2O)	80	0
Alumínio (Aℓ)	94	660
Cobre (Cu)	41	1 083
Ferro (Fe)	49	1 535
Mercúrio (Hg)	2,8	–39
Chumbo (Pb)	5,5	327
Zinco (Zn)	23	420

Fabio R. Martins

No copo, observamos a água nos estados sólido e líquido. Ao receber energia térmica do ambiente, o gelo irá sofrer fusão, transformando-se em água líquida.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

53 A respeito de calor latente de fusão (L_F) de uma substância, pode-se dizer que:
a) é a energia térmica responsável pela fusão total do corpo considerado;
b) é a energia térmica responsável pela elevação de uma unidade de temperatura na substância, quando ela se encontra no estado líquido;
c) é a energia térmica responsável pela passagem de uma massa unitária do estado sólido para o estado líquido, durante a qual não há variação de temperatura;
d) é a energia térmica responsável pela passagem de 1 g da substância do estado líquido para o estado sólido;
e) é toda energia térmica envolvida na fusão de metade do corpo considerado.

54 A respeito de mudança de estado físico, indique a alternativa incorreta.
a) Se um corpo sólido absorve calor e sua temperatura não varia, isso significa que ele está sofrendo mudança de estado físico;
b) Durante uma fusão, sob pressão constante, todo calor absorvido é utilizado para alterar o arranjo molecular da substância;
c) Quando um sólido recebe calor, ou o estado de agitação de suas partículas aumenta ou ocorre uma reestruturação no seu arranjo molecular; os fatores que determinam o que acontece são: a temperatura do sólido e a pressão a que ele está sujeito;
d) A temperatura em que ocorre determinada fusão depende da substância e da pressão a que o corpo está sujeito;
e) Um bloco de gelo nunca pode sofrer fusão a uma temperatura diferente de 0 °C.

55 Quanto calor devemos fornecer a um bloco de gelo de 300 g de massa, a 0 °C, sob pressão normal, para fundi-lo totalmente?
Dado: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g

56 **E.R.** Quanto de calor necessitam receber 100 g de gelo para serem aquecidos de –30 °C a 10 °C? A pressão atmosférica é constante e normal, e são dados:
calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:
Sabemos que o gelo sofre fusão a 0 °C; portanto, devemos considerar o aquecimento do bloco de gelo por etapas.
Q_1 = quantidade de calor que o gelo recebeu para atingir 0 °C (calor sensível);
Q_2 = quantidade de calor que o gelo recebeu para se fundir (calor latente);
Q_3 = quantidade de calor que a água, proveniente da fusão do gelo, recebeu para atingir 10 °C (calor sensível).

Assim: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$$Q = (m\,c\,\Delta\theta)_{gelo} + (m\,L_F)_{gelo} + (m\,c\,\Delta\theta)_{água}$$

Substituindo os valores numéricos fornecidos, temos:

$$Q = 100 \cdot 0{,}50\,[0 - (-30)] + 100 \cdot 80 + 100 \cdot 1{,}0\,(10 - 0)$$

$$Q = 100 \cdot 0{,}50 \cdot 30 + 100 \cdot 80 + 100 \cdot 10$$

$$Q = 1\,500 + 8\,000 + 1\,000$$

$$\boxed{Q = 10\,500 \text{ cal}}$$

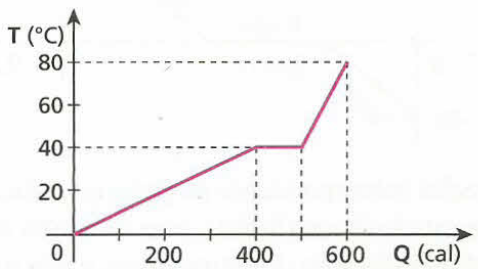
57 Um bloco de gelo com 200 g de massa, a 0 °C, precisa receber uma quantidade de calor Q_1 para sofrer fusão total. A água resultante, para ser aquecida até 50 °C, precisa receber uma quantidade de calor Q_2. Qual é o valor de **Q**, sendo $Q = Q_1 + Q_2$?
Dados: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

58 Deseja-se transformar 100 g de gelo a –20 °C em água a 30 °C. Sabe-se que o calor específico do gelo vale 0,50 cal/g °C e o da água, 1,0 cal/g °C, e que o calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g. Quanto calor, em quilocalorias, devemos fornecer a esse gelo?

59 Uma pedra de gelo de 20 g de massa, inicialmente a –10 °C, recebeu 2 700 cal. Determine a temperatura atingida, sabendo que essa energia foi totalmente aproveitada pelo sistema.
Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

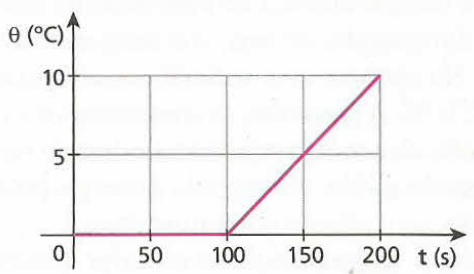
60 Você tem 100 g de água à temperatura ambiente (25 °C). Quanto de calor deve-se retirar dessa água para obter-se um bloco de gelo de 100 g a 0 °C?
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

61 (UFG-GO) Um corpo de massa 50 g, inicialmente no estado sólido, recebe calor de acordo com a representação gráfica a seguir, passando para o estado líquido:



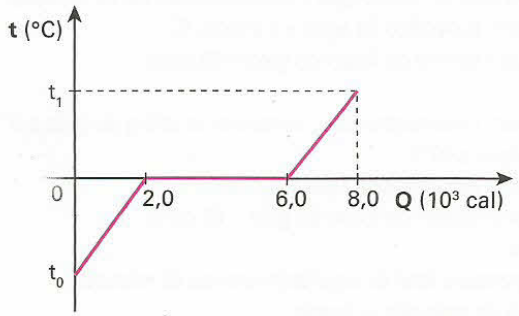
No gráfico, **Q** representa a quantidade de calor recebida pelo corpo e **T**, sua temperatura na escala Celsius.
a) O que ocorre no intervalo entre 400 cal e 500 cal? Explique.
b) Determine os calores específicos e o calor latente nas fases representadas no gráfico.

62 O gráfico representa o aquecimento de um bloco de gelo de massa 1,0 kg, inicialmente a 0 °C.



Sabendo que o calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g, responda: qual a quantidade de calor absorvida pelo gelo entre os instantes 0 e 100 s?

63 (UFPI) O gráfico a seguir mostra a curva de aquecimento de certa massa de gelo.



Determine a temperatura inicial do gelo (t_0) e a temperatura final da água (t_1).

Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

64 Uma fonte de potência constante e igual a 400 cal/min fornece calor a um bloco de gelo com massa de 200 g, inicialmente à temperatura de –20 °C. Sabendo que o sistema é aquecido a 50 °C, calcule o tempo gasto para o aquecimento, desprezando quaisquer perdas de energia.

Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

65 (Mack-SP) Sabendo que uma caixa de fósforos possui em média 40 palitos e que cada um desses palitos, após sua queima total, libera cerca de 85 calorias, para podermos fundir totalmente um cubo de gelo de 40 gramas, inicialmente a –10 °C, sob pressão normal, quantas caixas de fósforos devemos utilizar, no mínimo?

Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

66 (Unip-SP) Um bloco de gelo de massa **M** está a uma temperatura inicial θ. O bloco de gelo recebe calor de uma fonte térmica de potência constante. Admita que todo o calor fornecido pela fonte é absorvido pelo bloco.

O intervalo de tempo para o gelo atingir a sua temperatura de fusão é igual ao intervalo de tempo que durou sua fusão completa.

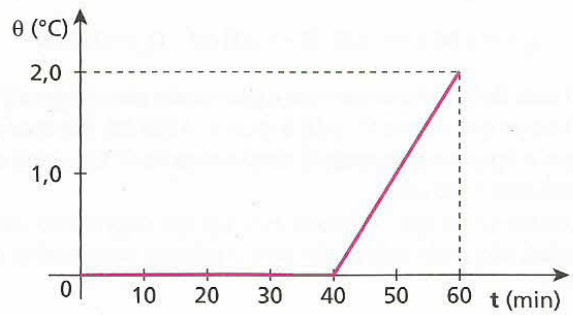
Considere os seguintes dados:

I. calor específico sensível do gelo: 0,50 cal/g °C;
II. temperatura de fusão do gelo: 0 °C;
III. calor específico latente de fusão do gelo: 80 cal/g.

O valor de θ:

a) não está determinado, porque não foi dada a massa **M** do bloco de gelo.
b) não está determinado, porque não foi dada a potência da fonte térmica que forneceu calor ao bloco de gelo.
c) é –160 °C.
d) é –80 °C.
e) é –40 °C.

67 (UFC-CE) Um recipiente contém 3,8 kg de água e uma massa desconhecida de gelo, a 0 °C, no instante **t** igual a zero. Esse recipiente é colocado em contato com uma fonte térmica que transfere calor a uma taxa constante. A temperatura da mistura é medida várias vezes e os dados obtidos são mostrados no gráfico da temperatura θ (°C) *versus* tempo **t** (minutos) abaixo.

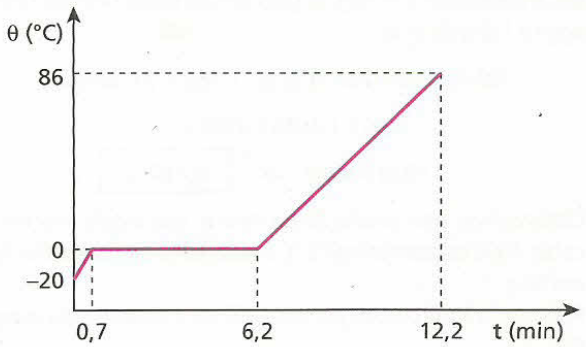


Desprezando-se a capacidade térmica do recipiente, calcule:

a) a massa de gelo no instante inicial;
b) a taxa de transferência de calor para o sistema.

Dados: calor latente do gelo, L = 80 cal/g;
calor específico da água, c_a = 1,0 cal/g °C.

68 (Unesp-SP) Uma quantidade de 1,5 kg de certa substância encontra-se inicialmente na fase sólida, à temperatura de –20 °C. Em um processo a pressão constante de 1,0 atm, ela é levada à fase líquida a 86 °C. A potência necessária nessa transformação foi de 1,5 kJ/s. O gráfico na figura mostra a temperatura de cada etapa em função do tempo.



Calcule:

a) o calor latente de fusão L_F;
b) o calor necessário para elevar a temperatura de 1,5 kg dessa substância de 0 °C a 86 °C.

69 (PUC-SP) Um anel metálico de massa 150 g, inicialmente à temperatura de 160 °C, foi colocado em uma cavidade feita na parte superior de um grande bloco de gelo em fusão, como mostrado na figura.

Após o equilíbrio térmico ser atingido, verificou-se que 30 cm^3 de gelo se fundiram. Considerando o sistema (gelo–anel) termicamente isolado, o calor específico do metal que constitui o anel, em cal/g °C, é:

a) 0,050. c) 0, 096. e) 1,0.
b) 0,092. d) 0,10.

Dados: calor latente de fusão do gelo: 80 cal/g;
densidade do gelo: 0,92 g/cm^3.

70 **E.R.** Num calorímetro ideal, misturam-se 200 g de gelo a –40 °C com 100 g de água a uma temperatura θ.

Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Determine:

a) a temperatura θ, para que no equilíbrio térmico coexistam massas iguais de gelo e de água;
b) a temperatura da água quando o gelo atinge 0 °C, considerando as condições do item **a**.

Resolução:

a) Se a mistura de gelo e água é feita em um calorímetro ideal, podemos escrever que:

$$Q_{cedido\ (água)} + Q_{recebido\ (gelo)} = 0$$

Como, no final, deve-se ter coexistência de gelo e de água, o equilíbrio térmico deve ocorrer à temperatura de 0 °C.

Portanto, desenvolvendo a equação, temos:

$$(m\,c\,\Delta\theta)_{água} + (m\,c\,\Delta\theta)_{gelo} + (m\,L_F)_{gelo\ fundido} = 0$$

Observe que para termos massas iguais de água e de gelo, no final, é necessário que 50 g de gelo sofram fusão, ficando 150 g de água e 150 g de gelo:

$$100 \cdot 1(0 - \theta) + 200 \cdot 0{,}50\,[0 - (-40)] + 50 \cdot 80 = 0$$

$$-100\,\theta + 4000 + 4000 = 0$$

$$100\,\theta = 8000 \Rightarrow \boxed{\theta = 80\ °C}$$

b) Observemos, pela resolução do item **a**, que o gelo precisou receber 4000 cal para atingir 0 °C e mais 4000 cal para sofrer fusão em 50 g.

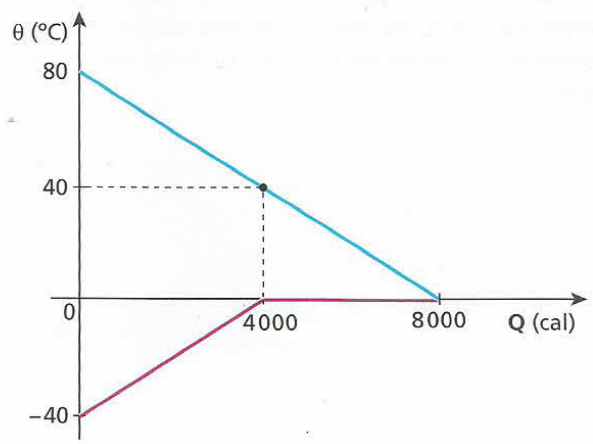
Portanto, a água perdeu apenas 4000 cal até que o gelo atingisse 0 °C.

$$Q = m\,c\,\Delta\theta$$

$$4000 = 100 \cdot 1(80 - \theta_a) \Rightarrow \boxed{\theta_a = 40\ °C}$$

Nota:

• Graficamente, a resposta desse exercício pode ser dada por:



71 Num recipiente de paredes adiabáticas, há 60 g de gelo fundente (0 °C). Colocando-se 100 g de água no interior desse recipiente, metade do gelo se funde. Qual é a temperatura inicial da água?

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

72 Num calorímetro ideal, misturam-se 200 g de gelo a 0 °C com 200 g de água a 40 °C.

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Determine:

a) a temperatura final de equilíbrio térmico da mistura;
b) a massa de gelo que se funde.

73 (Mack-SP) Num copo de capacidade térmica desprezível, tem-se inicialmente 170 cm^3 de água a 20 °C. Para resfriar a água, colocam-se algumas "pedras" de gelo, de massa total 100 g, com temperatura de –20 °C. Desprezando as perdas de calor com o ambiente e sabendo que após um intervalo de tempo há o equilíbrio térmico entre a água líquida e o gelo, a massa de gelo remanescente no copo é:

a) zero. d) 38 g.
b) 15 g. e) 70 g.
c) 30 g.

Dados: $\rho_{água}$ (densidade da água) = 1,0 g/cm^3
$c_{água}$ (calor específico da água) = 1,0 cal/(g °C)
$L_{F(gelo)}$ (calor latente de fusão do gelo) = 80 cal/g
c_{gelo} (calor específico do gelo) = 0,5 cal/(g °C)

74 **E.R.** No interior de um calorímetro ideal, são colocados 40 g de água a 40 °C e um bloco de gelo de massa 10 g, à temperatura de –20 °C. Qual a temperatura final de equilíbrio térmico?

Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:

Nas questões que envolvam uma mistura de água com gelo, podemos utilizar um roteiro para facilitar a resolução. Para isso, vamos estabelecer a temperatura de 0 °C como referência, isto é, vamos levar o sistema (água + gelo) para 0 °C e, em seguida, saímos dessa temperatura para o resultado final. É importante lembrar que calor cedido (que sai do sistema) é negativo, e calor recebido (que entra no sistema) é positivo.

Atenção para o roteiro:

1) Resfriar a água até 0 °C

$$Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = 40 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 40)\ cal \qquad Q_1 = -1600\ cal$$

O valor de Q_1 indica o calor que a água fornece para chegar a 0 °C.

2) Aquecer o gelo até 0 °C

$$Q_2 = m\,c\,\Delta\theta = 10 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-20)]\ cal \qquad Q_2 = +100\ cal$$

O valor de Q_2 indica o calor que o gelo recebe para chegar a 0 °C.

Observe que a soma $Q_1 + Q_2$ é igual a –1 500 cal. Isso quer dizer que a água e o gelo estão à temperatura de 0 °C e ainda estão sobrando 1 500 cal.

Lembre-se de que o sistema está em um calorímetro ideal e, assim, não pode ceder calor para o exterior nem receber calor dele.

3) Derreter o gelo (ou solidificar a água)

$$Q_3 = m\,L_F = 10 \cdot 80 \text{ cal} \qquad Q_3 = +800 \text{ cal}$$

A soma $Q_1 + Q_2 + Q_3$ é igual a –700 cal (observe que o sinal negativo indica calor cedido, retirado do sistema). Então, ainda sobram 700 cal para retornar.

4) Aquecer toda a água usando a energia que sobrou
Se tivesse faltado calor, isto é, se a soma de $Q_1 + Q_2 + Q_3$ fosse um valor positivo, em vez de aquecer a água deveríamos esfriar todo o gelo. Nesse caso, no item 3, a água teria sido solidificada, liberando calor.

$$Q_4 = m\,c\,\Delta\theta$$

Atenção: o valor de Q_4 é a soma de $Q_1 + Q_2 + Q_3$ com o sinal trocado, pois o calor foi cedido (negativo) e agora está "voltando", sendo calor recebido (positivo).

$$+700 = (40 + 10) \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 0)$$

$$\boxed{\theta_f = 14\ °C}$$

75 Num calorímetro ideal são colocados 200 g de gelo fundente (0 °C) com 200 g de água, também a 0 °C. Após algum tempo, podemos afirmar que:
a) no equilíbrio térmico, vamos ter apenas água a 0 °C;
b) o gelo, sempre que entra em contato com a água, sofre fusão;
c) no final vamos ter apenas gelo a 0 °C;
d) as massas de água e gelo não se alteram, pois ambos estando a 0 °C não haverá troca de calor entre eles;
e) quando o calor sai da água, provoca sua solidificação; esse calor, no gelo, provoca fusão.

76 No interior de um vaso de Dewar de capacidade térmica desprezível, são colocados 500 g de água a 78,4 °C com 100 g de gelo fundente (0 °C). No equilíbrio térmico, qual será a temperatura do sistema?
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

77 Misturando 100 g de água a 80 °C com 100 g de gelo fundente (0 °C), o que vamos obter no equilíbrio térmico? Para a resolução, suponha que trocas de calor ocorrem apenas entre o gelo e a água.
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

78 Num calorímetro ideal, são colocados 100 g de água a 60 °C e 200 g de gelo fundente. Se as trocas de calor ocorrem apenas entre o gelo e a água, no final ainda vamos ter gelo? Em caso afirmativo, que massa de gelo ainda restará?
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

79 Vamos colocar em contato térmico 200 g de água a 50 °C com 100 g de gelo a –10 °C. Supondo que as trocas de calor se processem apenas entre a água e o gelo, qual será a temperatura final de equilíbrio térmico?
Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

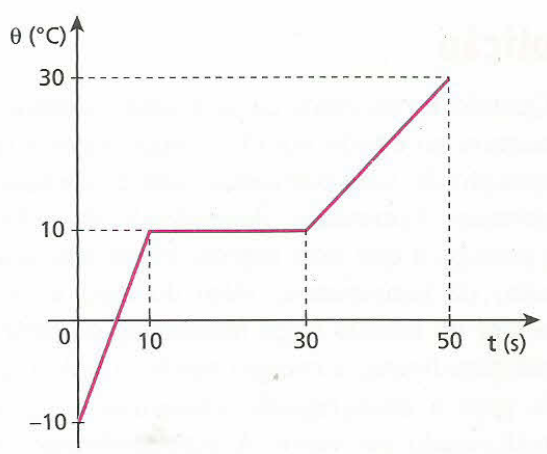
80 Num recipiente adiabático, de capacidade térmica desprezível, são colocados 400 g de água a 10 °C e 200 g de gelo a –15 °C. Se após algum tempo, estabelecido o equilíbrio térmico, introduzirmos nesse recipiente um termômetro ideal, que temperatura ele irá registrar?
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

81 Quando são misturados 40 g de água a 10 °C e 360 g de gelo a –30 °C, qual é a temperatura final de equilíbrio térmico? Suponha que o gelo e a água não troquem calor com o recipiente nem com o meio externo.
Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

82 (Fuvest-SP) Em um copo grande, termicamente isolado, contendo água à temperatura ambiente (25 °C), são colocados 2 cubos de gelo a 0 °C. A temperatura da água passa a ser, aproximadamente, de 1 °C. Nas mesmas condições, se, em vez de 2, fossem colocados 4 cubos de gelo iguais aos anteriores, ao ser atingido o equilíbrio, haveria no copo:
a) apenas água acima de 0 °C.
b) apenas água a 0 °C.
c) gelo a 0 °C e água acima de 0 °C.
d) gelo e água a 0 °C.
e) apenas gelo a 0 °C.

83 (Unirio-RJ) Coloca-se em um copo de bordas bastante finas e capacidade térmica desprezível uma massa **m** de água que se encontra, inicialmente, à temperatura de 20 °C. Em seguida, uma massa **m/2** de gelo a 0 °C é colocada e a mistura água–gelo enche o copo completamente sem transbordar. O calor específico da água é 1,0 cal/g °C e o calor latente de fusão do gelo é de 80 cal/g. Desprezando as trocas de calor com o ambiente, podemos afirmar que, depois de alcançado o equilíbrio térmico, dentro do copo:
a) a água estará a 5 °C.
b) haverá água e gelo a 0 °C.
c) a água estará a 10 °C.
d) haverá apenas água a 0 °C.
e) a água estará a 13,3 °C.

84 Uma fonte térmica de potência constante é utilizada para aquecer uma amostra de 100 g de uma substância que está inicialmente no estado sólido. O gráfico mostra como varia a temperatura dessa substância no decorrer do tempo de aquecimento.
Determine:
a) a razão $\frac{c_s}{c_l}$ entre os calores específicos da substância no estado sólido e no estado líquido;
b) o calor latente de fusão dessa substância, sabendo que a potência da fonte térmica é igual a 200 cal/s.



Bloco 4

10. A vaporização e a liquefação

Em nosso dia-a-dia, é comum observarmos fenômenos que envolvam liquefação ou vaporização, principalmente da água.

Lembremo-nos de que:

> **Liquefação** ou **condensação** é a passagem de uma substância do estado gasoso para o estado líquido. Esse processo é **exotérmico**, isto é, ocorre com liberação de calor.

Como exemplos desse tipo de fenômeno, podemos citar os azulejos molhados de um banheiro depois que tomamos um banho quente; uma garrafa de refrigerante, que fica molhada em sua superfície externa após ter sido retirada da geladeira; a "fumaça" que se forma perto de nossa boca quando falamos em um dia muito frio; os vidros embaçados de um automóvel quando estão fechados em um dia de chuva.

Lembremo-nos ainda de que:

> **Vaporização** é a passagem de uma substância do estado líquido para o estado gasoso. Esse processo é **endotérmico**, isto é, ocorre com recebimento de calor.

Como exemplos desse fenômeno, podemos lembrar a água fervendo em uma chaleira, quando vamos preparar um café; o álcool, que, se for colocado em uma superfície, lentamente vai "desaparecendo"; o éter em um recipiente de vidro destampado, que se volatiliza rapidamente.

Os dois principais processos de vaporização são a **ebulição** e a **evaporação**.

Ebulição

Quando fornecemos calor a uma substância que se encontra no estado líquido, aumentamos a energia de agitação de suas partículas, isto é, elevamos sua temperatura. Entretanto, dependendo da substância e da pressão a que está sujeita, existe um limite de aumento de temperatura, além do qual a estrutura molecular do líquido sofre mudanças. A partir dessa temperatura-limite, a energia recebida pelo líquido é usada para a desagregação molecular, e o líquido é transformado em vapor. A esse fenômeno chamamos de **ebulição**.

A maior parte da massa líquida participa desse processo, ocorrendo rápida produção de vapores em muitos pontos desse líquido. Esses vapores e gases existentes no interior do líquido se expandem e, ao escaparem pela superfície, proporcionam a agitação violenta que é observada.

É importante destacar que existe uma temperatura determinada para a ebulição de um líquido. Essa temperatura depende apenas da natureza do líquido e da pressão a que ele está sujeito.

É de verificação experimental que a pressão atmosférica varia de local para local, diminuindo quando a altitude aumenta. Por isso, a temperatura de ebulição de uma substância, que depende da pressão, também varia de local para local, aumentando conforme aumenta a pressão. Esse fato ocorre porque, sob pressões maiores, o escape dos vapores torna-se mais difícil.

A água, por exemplo, entra em ebulição em Santos (SP) ao nível do mar, a 100 °C, mas, no pico do Monte Everest (altitude = 8 882 m), ela ferve a 71 °C; em Brasília (DF) (altitude = 1 152 m), a 96 °C; e, ao nível do Mar Morto (altitude = –395 m), a 101 °C.

Da observação desse fato, o ser humano inventou a panela de pressão, que, por cauda do aumento de pressão, faz a água ferver a uma temperatura mais elevada do que se estivesse em um recipiente destampado, permitindo assim um cozimento mais rápido dos alimentos.

A fusão dos sólidos de estrutura cristalina e a ebulição dos líquidos em geral obedecem a três leis básicas:

1ª Lei

> Para uma determinada pressão, cada substância pura possui uma temperatura de fusão e outra de ebulição.

Sob pressão normal, por exemplo, a água sofre fusão a 0 °C e entra em ebulição a 100 °C, enquanto o álcool se solidifica a –117,3 °C e entra em ebulição a 78,5 °C.

2ª Lei

> Para uma mesma substância pura, as temperaturas de fusão e de ebulição variam com a pressão.

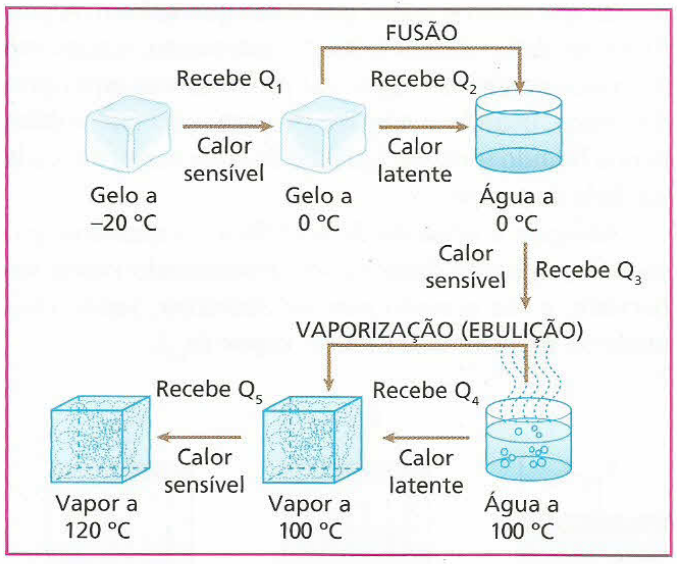
A água ao nível do mar (altitude zero), por exemplo, entra em ebulição a 100 °C e, em São Paulo (altitude = 731 metros), a aproximadamente 98 °C.

3ª Lei

Se durante a fusão ou a ebulição de uma substância pura a pressão permanecer constante, sua temperatura também permanecerá constante.

Salvo instrução em contrário, consideraremos que durante a mudança de estado de uma substância pura a pressão permanece constante e igual à pressão atmosférica normal.

Para melhor entendermos as etapas do aquecimento de uma substância pura qualquer, vamos considerar um bloco de gelo de massa **m** sendo aquecido de –20 °C a 120 °C, sob pressão normal.



Evidentemente, ao atingir a temperatura de 120 °C, não teremos mais gelo, e sim vapor de água. Assim, sendo **Q** a quantidade total de calor absorvida pelo sistema no aquecimento; L_F o calor latende de fusão; L_v o calor latente de vaporização e **c** o calor específico da água, segue que:

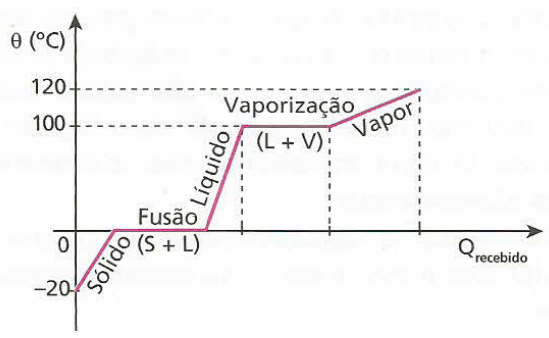
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$$

Em que:

$$Q = (m\ c\ \Delta\theta)_{gelo} + (m\ L_F)_{gelo} +$$

$$+ (m\ c\ \Delta\theta)_{água} + (m\ L_v)_{água} + (m\ c\ \Delta\theta)_{vapor}$$

Graficamente, o evento está representado na figura abaixo.



Reprodução

Como o astronauta está praticamente no vácuo, a pressão existente é insuficiente para conter as partículas do líquido, que entra em um estado de ebulição violenta.

Por que a panela de pressão cozinha mais rápido os alimentos?

Jonny Gitti

A panela de pressão cozinha muito mais rápido os alimentos porque a água, confinada no interior da panela, fica sujeita a uma pressão maior do que a pressão atmosférica, entrando em ebulição a temperaturas superiores a 100 °C. Estando a uma temperatura maior, o alimento cozinha mais depressa.

O inventor dessa panela foi o físico francês Denis Papin (1647-1712), que em 1679, ao ser empossado como membro da Sociedade Real de Ciências da Inglaterra, preparou um jantar com uma panela diferente, fechada, para impressionar seus futuros colegas. Papin sabia do perigo de aquecer água em um recipiente fechado, pois a força exercida pelo vapor aquecido poderia "explodir" o recipiente. Por isso, ele criou uma válvula que permitia o escape de parte desse vapor, evitando que a pressão passasse de certo valor-limite. Evidentemente, esse sistema era rústico, mas serviu de modelo para as panelas que utilizamos atualmente.

Nas modernas panelas de pressão, a válvula permite a saída de vapor de água quando a pressão interna de vapor atinge valores próximos de 2,0 atm. Essa pressão interna é mantida aproximadamente constante, e a água entra em ebulição por volta de 120 °C. Isso traz economia no tempo de cozimento dos alimentos.

Evaporação

A **evaporação**, ao contrário da ebulição, não depende de uma temperatura determinada para acontecer. É um processo lento, que ocorre apenas na superfície livre de um líquido.

Nesse processo, as partículas que escapam são aquelas que têm energia cinética maior que a da maioria, energia suficiente para se livrarem das demais moléculas do líquido. Por causa disso, a energia média das partículas remanescentes e a temperatura do líquido diminuem.

A rapidez com que ocorre a evaporação de um líquido depende de cinco fatores:

1º) Natureza do líquido

Os líquidos mais voláteis evaporam mais rapidamente. O éter, por exemplo, nas mesmas condições, evapora mais rápido que a água.

2º) Temperatura

O aumento da temperatura favorece a evaporação. Apesar de a evaporação não depender da temperatura para acontecer (a água, por exemplo, evapora tanto a 5 °C como a 30 °C ou a 80 °C), podemos observar que a 80 °C a água evapora mais depressa do que a 30 °C, e mais ainda do que a 5 °C.

3º) Área da superfície livre

Já que a evaporação ocorre apenas na superfície livre do líquido, quanto maior for essa superfície livre, mais rápida será a evaporação.

4º) Pressão na superfície livre

Um aumento de pressão na superfície livre dificulta o escape das partículas do líquido, diminuindo a rapidez da evaporação. Sob uma pressão menor, é maior a evaporação.

5º) Pressão de vapor do líquido

A quantidade de vapor do próprio líquido já existente nas proximidades de sua superfície livre influi na rapidez da evaporação, fato que abordaremos no item a seguir.

Fabio Colombini

Em regiões quentes onde existe água em amplas superfícies livres, a precipitação pluviométrica também é grande. A evaporação da água é mais rápida, formando nuvens que se precipitam em forma de chuva. É por isso que nesses locais a vegetação é mais abundante.

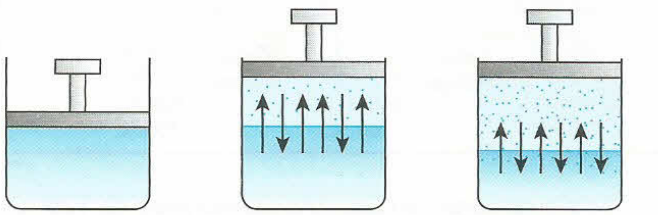
11. Pressão de vapor

Considere um recipiente cilíndrico, transparente e dotado de um êmbolo. Vamos supor que a temperatura do sistema seja constante.

Imaginemos que haja, dentro desse recipiente, um líquido bastante volátil, o éter, por exemplo. Inicialmente, o êmbolo está em contato direto com a superfície livre do líquido.

Quando levantamos o êmbolo, a região de vácuo que se forma entre ele e o líquido começa a ser ocupada por partículas desse líquido, que vaporiza. Algumas dessas partículas, no entanto, acabam sendo recapturadas pelo líquido. No início, o número de partículas que saem é maior que o das que voltam. A partir de um determinado instante, entretanto, o aumento da concentração de vapor vai provocar um equilíbrio dinâmico, quando o número de partículas que voltam para o líquido torna-se igual ao das que saem, em cada unidade de tempo.

Atingida a situação de equilíbrio, o ambiente gasoso fica saturado desse vapor, denominado **vapor saturante**, e sua pressão pára de aumentar, sendo chamada de **pressão máxima de vapor** (p_m).

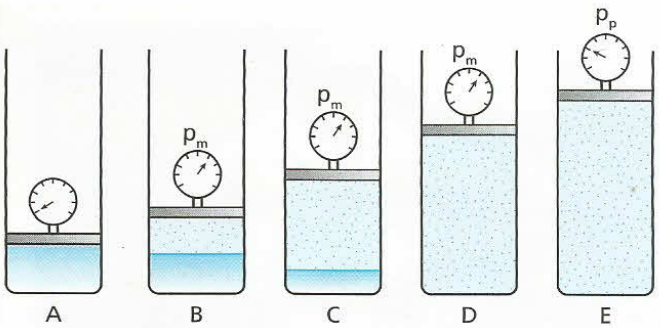


Início | Fase intermediária | Situação de equilíbrio dinâmico

Se levantarmos um pouco mais o êmbolo, observaremos que o equilíbrio vapor/líquido será rompido. Voltará a acontecer vaporização, uma vez que a quantidade de líquido torna a diminuir. Isso se dá até que novamente se estabeleça o equilíbrio dinâmico entre o vapor e o líquido, e a pressão, que temporariamente diminuiu, volte ao seu valor máximo.

É evidente que, se o tubo for suficientemente longo, quando levantarmos o êmbolo, a situação descrita se repetirá até que a última gota de líquido evapore. A partir daí, a elevação do êmbolo provocará uma queda da pressão, e ela não voltará mais ao valor máximo, já que não existe mais líquido para vaporizar. O vapor, nessas condições, é denominado **vapor não-saturante**.

Resumindo e esquematizando o experimento descrito com o éter, a uma temperatura θ constante, temos:

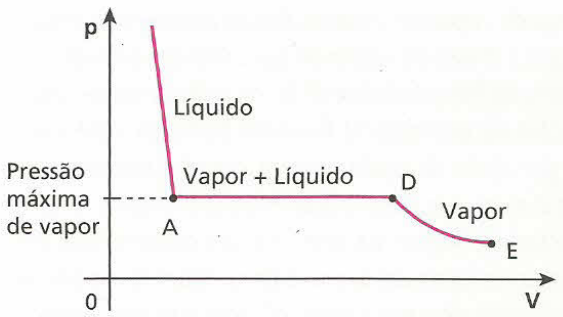


A – Situação inicial.
B – Situação de equilíbrio entre vapor e líquido. O vapor é saturante e a pressão é a pressão máxima de vapor (p_m).
C – Situação idêntica à anterior (observe que a quantidade de líquido diminuiu).
D – Supondo que esta seja a situação em que a última gota de líquido vaporiza, temos pressão máxima de vapor e vapor saturante seco, uma vez que não existe mais a fase líquida.
E – Situação a partir da qual a pressão do vapor passa a diminuir quase que na razão inversa do volume. Temos aí vapor não-saturante. A pressão é menor que a máxima, sendo denominada **pressão parcial de vapor** (p_p).

Se, a partir da situação **E**, em que temos vapor não-saturante, resolvermos comprimir o vapor, descendo o êmbolo, notaremos que a pressão aumentará, quase que na razão inversa do volume. Entretanto, isso será observado somente até a situação **D**, quando a pressão atingirá seu valor máximo. A partir daí, por mais que o vapor seja comprimido, sua pressão não mais aumentará, mantendo-se igual à máxima (p_m). Ocorrerá liquefação, até que, na situação **A**, todo o vapor terá se transformado em líquido. Se continuarmos a compressão, a variação de volume do líquido será insignificante, uma vez que os líquidos são praticamente incompressíveis.

No gráfico abaixo, representamos a variação da pressão (**p**) do vapor, em função do respectivo volume (**V**).

O valor da pressão máxima de vapor depende de dois fatores: da substância e da temperatura a que foi realizado o experimento. Essa pressão máxima de vapor se eleva com a temperatura.



Notas:

- Observe que a rapidez de evaporação anula-se quando o ambiente gasoso torna-se saturado pelo vapor do líquido. Contudo, essa rapidez é tanto maior quanto menor é a pressão do vapor já existente.
- A ebulição ocorre à temperatura em que a pressão máxima de vapor do líquido iguala-se à pressão ambiente. A pressão máxima do vapor de água, por exemplo, é igual a 760 mm Hg a 100 °C. Por isso, em pressão atmosférica normal (760 mm Hg), a água entra em ebulição a 100 °C. Já no pico do Monte Everest, por exemplo, onde a pressão atmosférica vale aproximadamente 240 mm Hg (devido à altitude), a água entra em ebulição a 71 °C, temperatura em que sua pressão máxima de vapor também é de 240 mm Hg.

  Note, então, que um líquido entra em ebulição sempre que a pressão externa exercida em sua superfície torna-se igual à sua pressão máxima de vapor.

LEITURA

A chuva e a umidade relativa do ar

Chuva, boa ou ruim?

A chuva é uma precipitação atmosférica constituída de gotas de água que podem limpar o ar poluído, refrescar um dia muito quente ou mesmo promover o desenvolvimento de plantas, como as flores que embelezam o mundo ou aquelas com as quais nós e outros animais nos alimentamos.

Quando em excesso, a chuva pode provocar inundações, capazes de destruir o que foi construído pelo homem e causar a morte de diversos seres vivos.

Afinal, como ocorre esse fenômeno físico chamado chuva?

Norbert Schäfer/Masterfile/Other Images

Criança divertindo-se com as gotas da chuva.

Na superfície da Terra, existe uma grande quantidade de água nos mares, rios e lagos. Na evaporação, o vapor é misturado ao ar existente na região. A concentração desse vapor define o estado higrométrico ou umidade da atmosfera.

A **umidade relativa do ar** (**U**) é a razão entre a massa de vapor de água (m) existente em certo volume de ar e a massa de vapor de água (**M**) que provocaria a saturação desse volume de ar, na mesma temperatura. O valor da grandeza **U** também pode ser determinado por meio da razão entre a pressão exercida pelo vapor existente no ar e a pressão (ou tensão) máxima possível de vapor, na temperatura considerada. Essa pressão máxima de vapor é bem definida e pode ser encontrada em uma tabela, como a que está abaixo:

Temperatura (°C)	Pressão máxima de vapor de água (mm Hg)
0	4,58
5	6,54
10	9,21
15	12,79
20	17,54
25	23,77
30	31,84
40	55,36
50	92,60
60	149,51
70	223,85
80	355,34
90	525,94
100	760,00

Jorge Araújo/Folha Imagem

Fotografia de casas inundadas pelo excesso de chuva.

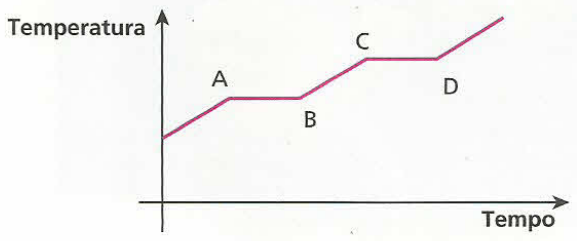
Observemos que o máximo valor de **U** é a unidade. Isso ocorre quando o ar está saturado de vapor de água e m = M. Se U = 0,30, por exemplo, devemos entender que o vapor de água existente naquele volume de ar corresponde a 30% do vapor que ocasionaria sua saturação.

Ao ocorrer a saturação de certo volume de ar, o vapor de água excedente se condensa e se precipita em forma de neblina ou de pequenas gotas de água, a chuva. A quantidade de água que o ar é capaz de absorver, antes da saturação, depende da temperatura, aumentando progressivamente com ela.

É interessante observar que o ser humano sente-se melhor em local de baixa umidade, mesmo em temperaturas elevadas. Num ambiente onde o ar é mais seco (baixa umidade), a sudorese é muito menor e a evaporação do suor é mais rápida, causando um maior resfriamento da pele. Nessas condições, a pessoa pode suportar temperaturas superiores a 37 °C. Já num ambiente de grande umidade, a sudorese é maior e o suor demora a evaporar, ocasionando bastante desconforto. Nessas condições, uma temperatura de 25 °C pode parecer sufocante para as pessoas. O conforto, portanto, depende tanto da temperatura quanto da umidade relativa do ar.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

85 (UFPI) O gráfico abaixo representa a variação de temperatura, em função do tempo, de um corpo inicialmente sólido:



Os patamares AB e CD representam, respectivamente, as seguintes mudanças de fase:

a) solidificação e fusão.
b) solidificação e vaporização.
c) fusão e solidificação.
d) vaporização e sublimação.
e) fusão e vaporização.

86 (Fatec-SP) Que efeito exerce, na temperatura de ebulição de um líquido, a variação de pressão sobre sua superfície?

a) O aumento da pressão eleva a temperatura de ebulição.
b) O aumento da pressão abaixa a temperatura de ebulição.
c) A diminuição da pressão faz cessar a ebulição.
d) A diminuição de pressão acarreta uma oscilação na temperatura de ebulição.
e) Nenhum efeito.

87 Analise as afirmativas dadas a seguir:
(01) A temperatura de ebulição da água é sempre 100 °C, independentemente de outras condições.
(02) No interior de uma panela de pressão fechada, a água entra em ebulição a uma temperatura maior que 100 °C.
(04) No Rio de Janeiro (altitude zero), a água entra em ebulição a 100 °C em uma panela sem tampa; em São Paulo (altitude 731 m), a mesma água ferveria a uma temperatura maior que 100 °C.
(08) O aumento de pressão na superfície da água dificulta a evaporação, mas não altera sua temperatura de ebulição.
(16) Na evaporação de um líquido, são as partículas de maior nível de energia que saem pela superfície livre, provocando uma diminuição de temperatura.
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

88 (Cefet-MG) As temperaturas de ebulição da água nas cidades **A** e **B** são, respectivamente, 96 °C e 100 °C. É correto afirmar que:
a) a altitude de **B** é maior que a de **A**.
b) as duas cidades estão ao nível do mar.
c) a cidade **A** está acima do nível do mar.
d) a pressão atmosférica em **A** é maior que em **B**.
e) as duas cidades possuem a mesma pressão atmosférica.

89 (Unirio-RJ) Admita que você está com muita fome e deseja cozinhar batatas em uma panela comum de alumínio num ambiente termicamente isolado. Considerando que você só se alimentará quando as batatas estiverem completamente cozidas, em que local você poderia saciar sua fome mais rapidamente?
1 – Despreze as perdas de calor para o meio ambiente.
2 – Considere a mesma temperatura inicial do conjunto em todos os ambientes.
a) No Pão de Açúcar — Rio de Janeiro.
b) Na Pedra do Sino — Petrópolis.
c) No Pico das Agulhas Negras — Itatiaia.
d) No Pico da Bandeira — ES.
e) No Pico da Neblina - Serra do Imeri — RR.

90 Numa panela de pressão:
a) a água demora mais para ferver, mas a temperatura atingida é maior que numa panela comum;
b) a água ferve rapidamente e atinge maior temperatura;
c) a água demora mais para ferver e atinge temperatura menor que numa panela comum;
d) a água ferve rapidamente, atingindo temperatura menor que numa panela comum;
e) a água sempre ferve a 100 °C, independentemente da pressão exercida em sua superfície livre.

91 (Ufes) Os cozinheiros sabem que um bom pudim deve ser cozido em *banho-maria*: a fôrma contendo o pudim é mergulhada em um recipiente no qual se mantém água fervendo. A razão física para esse procedimento é que:
a) o cozimento se dá a pressão controlada.
b) o cozimento se dá a temperatura controlada.
c) a água é um bom isolante térmico.
d) o peso aparente do pudim é menor, devido ao empuxo (princípio de Arquimedes).
e) a expansão volumétrica do pudim é controlada.

92 (UFV-MG) Colocando água gelada no interior de um copo de vidro seco, observa-se, com o passar do tempo, a formação de gotículas de água na parede externa do copo. Isso se deve ao fato de que:
a) a água gelada atravessa a parede do copo.
b) as gotas d'água sobem pela parede interna do copo alcançando a parede externa, onde se depositam.
c) a água fria cria microfissuras na parede do copo de vidro, pelas quais a água passa para fora.
d) o vapor d'água presente na atmosfera se condensa.
e) o copo é de vidro.

93 Sob pressão normal, 200 g de água entram em ebulição a 100 °C. Quanto calor deve ser fornecido a essa água para que metade dela transforme-se em vapor?
Dado: calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

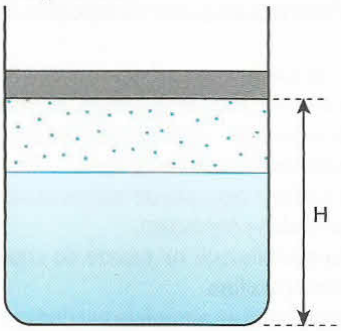
94 Num calorímetro ideal, encontramos 30 g de água a 20 °C, sob pressão normal. Calcule a quantidade de calor que esse sistema deve receber, até que toda a água transforme-se em vapor.
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

95 Um quilograma de gelo a –50 °C é aquecido, transformando-se em vapor a 100 °C.
São conhecidos: calor específico do gelo = 0,5 cal/g °C; calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g; calor específico da água = 1 cal/g °C; calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.
As diversas fases do processo são: aquecimento e fusão do gelo; aquecimento e vaporização da água.
Atribuindo o algarismo 1 ao processo que requer o maior número de calorias, o algarismo 2 ao que vem em segundo lugar e assim por diante, de cima para baixo, forma-se o número:
a) 1234; c) 2413; e) 1324.
b) 4231; d) 4321;

96 O fato de o éter evaporar mais depressa que o álcool, nas mesmas condições, mostra que a rapidez de evaporação depende da:
a) temperatura;
b) pressão em sua superfície livre;
c) natureza do líquido;
d) área da superfície livre;
e) densidade do líquido.

97 Quando alguém vai tomar um café muito quente, costuma assoprar a superfície do líquido. Com isso, o café esfria mais depressa, porque:
a) o ar expelido pela pessoa é mais frio que o café e retira calor do sistema;
b) o ar expelido pela pessoa evita que o calor saia pela superfície livre, forçando-o a sair pelas faces da xícara;
c) o ar expelido retira o vapor de água existente na superfície do café, reduzindo a pressão de vapor e, desse modo, favorecendo a evaporação;
d) o ar expelido combina quimicamente com o vapor de água, retirando do energia térmica do café;
e) é um costume que vem do século XVII, da Corte dos reis da França, quando os nobres descobriram o café.

98 Num recipiente dotado de êmbolo, há um líquido em equilíbrio com o seu vapor. Se levantarmos o êmbolo, aumentando o volume, sem alterar a temperatura:



a) parte do vapor se condensará;
b) mais líquido vaporizará;
c) líquido e vapor manterão a mesma proporção;
d) o líquido ferverá obrigatoriamente;
e) parte do líquido se transformará em sólido.

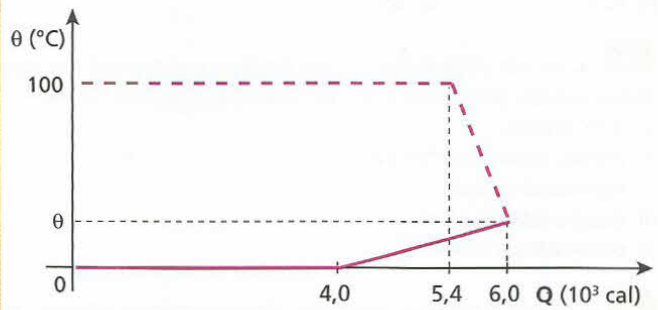
99 Na questão anterior, após levantarmos o êmbolo de modo que ainda sobre líquido, observamos que a pressão do vapor no equilíbrio:
a) é a mesma de antes;
b) aumenta;
c) diminui;
d) depende de quanto o vapor aumentou;
e) Impossível saber o que ocorreu.

100 (UFF-RJ) Ao usar um ferro de passar roupa, uma pessoa, em geral, umedece a ponta do dedo em água antes de encostá-lo rapidamente na base aquecida do ferro, para testar se ela já está suficientemente quente. Ela procede dessa maneira, com a certeza de que não queimará a ponta de seu dedo. Isso acontece porque, em relação aos demais líquidos, a água tem:
a) um baixo calor específico.
b) um comportamento anômalo na sua dilatação.
c) uma densidade que varia muito ao se evaporar.
d) uma elevada temperatura de ebulição.
e) um elevado calor latente de vaporização.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

101 (Uerj) Uma menina deseja fazer um chá de camomila, mas só possui 200 g de gelo fundente e um forno de microondas cuja potência máxima é 800 W. Considere que a menina se encontra no Rio de Janeiro (ao nível do mar), que o calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g, que o calor específico da água vale 1,0 cal/g °C e que 1 caloria vale aproximadamente 4 J.
Usando esse forno, qual é o tempo mínimo necessário para a água entrar em ebulição?

102 **E.R.** Num calorímetro ideal, colocam-se as massas m_v de vapor de água a 100 °C e m_g de gelo a 0 °C, sob pressão normal. O gráfico mostra como variaram as temperaturas dessas massas em função das quantidades de calor trocadas:



Sendo o calor latente de fusão do gelo 80 cal/g, o de vaporização da água 540 cal/g e o calor específico de água 1 cal/g °C, determine:
a) a massa m_v de vapor de água;
b) a massa m_g de gelo;
c) a temperatura θ de equilíbrio térmico.

Resolução:
No gráfico, o patamar superior representa a liquefação do vapor de água, enquanto o patamar inferior representa a fusão do gelo. Sendo assim:

a) $Q = m_v L_v \Rightarrow 5{,}4 \cdot 10^3 = m_v \cdot 540 \Rightarrow \boxed{m_v = 10\ g}$

b) $Q = m_g L_F \Rightarrow 4{,}0 \cdot 10^3 = m_g \cdot 80 \Rightarrow \boxed{m_g = 50\ g}$

c) Na observação do gráfico, notamos que a água proveniente do derretimento do gelo recebeu $2{,}0 \cdot 10^3$ cal para atingir a temperatura θ. Daí, temos:

$$Q = m\,c\,\Delta\theta$$

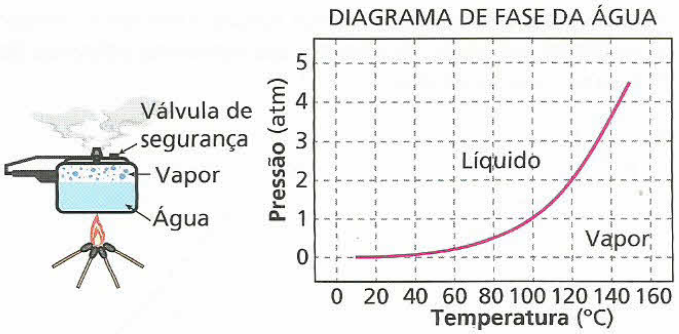
$$2{,}0 \cdot 10^3 = 50 \cdot 1\,(\theta - 0) \Rightarrow \boxed{\theta = 40\ °C}$$

103 Considere 1,0 kg de gelo a 0 °C e uma massa **x** de vapor de água a 100 °C, colocados em um recipiente de capacidade térmica desprezível. A temperatura final de equilíbrio térmico é 0 °C, e o sistema está totalmente no estado líquido. Qual o valor de **x** em quilogramas?
Dados: calor específico latente de vaporização da água = 540 cal/g;
calor específico latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico sensível da água = 1,0 cal/g °C.

104 (Univest-SP) Deseja-se obter 800 gramas de água a 64 °C. Para isso, misturam-se m_1 gramas de gelo a 0 °C com m_2 gramas de vapor de água a 100 °C no interior de um calorímetro perfeitamente adiabático e de capacidade térmica desprezível. Quais os valores de m_1 e m_2?
Dados: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

105 (UEL-PR) Um calorímetro de capacidade térmica 50 cal/ °C contém 50 g de gelo e 200 g de água em equilíbrio térmico, sob pressão normal. Se introduzirmos 50 g de vapor de água a 100 °C no calorímetro, qual será a temperatura final de equilíbrio térmico?
Dados: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

106 (Unimep-SP) A panela de pressão permite que os alimentos sejam cozidos em água muito mais rapidamente do que em panelas comuns. A seguir, a figura mostra esquematicamente uma panela de pressão e o diagrama de fase da água. Qual das afirmações não é verdadeira?



a) A vantagem do uso da panela de pressão é a rapidez para o cozimento devido à quantidade adicional de calor que é transferida para a panela.
b) Quando a pressão no interior da panela atinge 2 atm, a água entra em ebulição a 120 °C.
c) Para 4 atm no interior da panela, a água ferve a uma temperatura acima de 140 °C.
d) Em Santos, em uma panela comum, a água ferve aproximadamente a 100 °C.
e) Numa panela comum, num local à grande altitude, a água entra em ebulição abaixo de 100 °C.

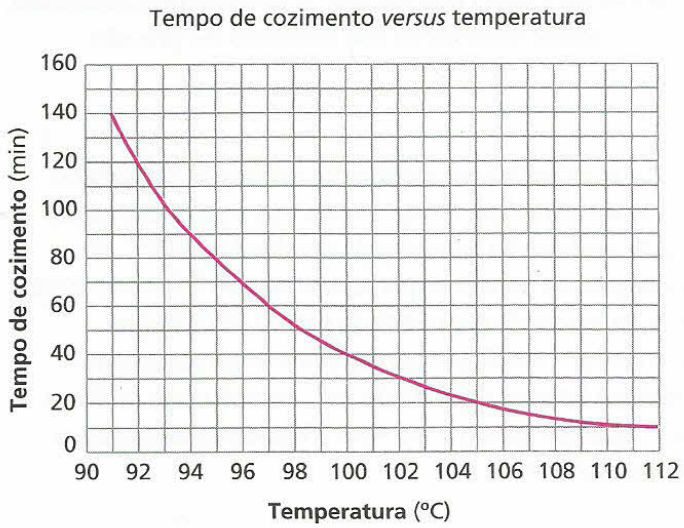
107 (Enem) Se, por economia, abaixarmos o fogo sob uma panela de pressão logo que se inicia a saída de vapor pela válvula, de forma simplesmente a manter a fervura, o tempo de cozimento:
a) será maior porque a panela "esfria".
b) será menor, pois diminui a perda de água.
c) será maior, pois a pressão diminui.
d) será maior, pois a evaporação diminui.
e) não será alterado, pois a temperatura não varia.

108 Na coluna da esquerda temos alguns locais com suas respectivas altitudes; na da direita, temperaturas de ebulição da água. Associe as duas colunas e identifique a alternativa correta.

(A) Quito (2 851 m)	(I) 101 °C
(B) Monte Everest (8 882 m)	(II) 90 °C
(C) Mar Morto (–395 m)	(III) 71 °C
(D) Brasília (1 152 m)	(IV) 96 °C

a) AI; BII; CIII; DIV
b) AII; BIII; CI; DIV
c) AIII; BII; CI; DIV
d) AII; BIII; CIV; DI
e) AIV; BIII; CI; DII

109 O gráfico a seguir fornece o tempo de cozimento, em água fervente, de uma massa **m** de feijão em função da temperatura.



Sabe-se que a temperatura de ebulição da água, em uma panela sem tampa, é função da pressão atmosférica local. Na tabela a seguir, encontramos a temperatura de ebulição da água em diferentes pressões. Ao nível do mar (altitude zero), a pressão atmosférica vale 76 cm Hg e ela diminui 1,0 cm Hg para cada 100 metros que aumentamos a altitude.

Temperatura de ebulição da água em função da pressão

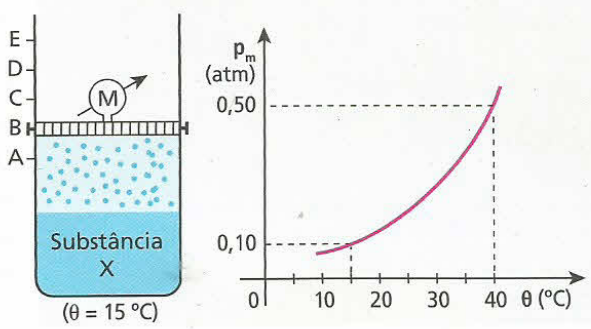
Pressão em cm Hg	60	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100	104	108
Temperatura em °C	94	95	97	98	100	102	103	105	106	108	109	110	111

Analise as afirmações.
I. Ao nível do mar, essa massa **m** de feijão irá demorar 40 minutos para o seu cozimento.
II. O Mar Morto encontra-se aproximadamente 400 metros abaixo do nível dos mares (altitude –400 m). Nesse local, o mesmo feijão demoraria 30 minutos para o seu cozimento.
III. O tempo de cozimento desse feijão seria de 1,0 hora num local de altitude aproximadamente igual a 1,0 km.
IV. Se esse feijão estivesse no interior de uma panela de pressão fechada, cuja válvula mantém a pressão interna a 1,42 atm (1,0 atm equivale a 76 cm Hg), independentemente do local, o tempo de cozimento seria de aproximadamente 10 minutos.

É (são) verdadeira(s):
a) somente I.
b) somente I e III.
c) somente I, II e IV.
d) somente II, III e IV.
e) I, II, III e IV.

110 (UFV-MG) A válvula de segurança de um botijão de gás estourou e o gás vazou rapidamente, produzindo uma fina camada de gelo na parede externa do recipiente.
A explicação para o aparecimento da camada de gelo é:
a) O gás liquefeito do botijão é líquido a temperatura e pressão ambientes.
b) O processo isotérmico de expansão do gás produz elevação da pressão externa e, conseqüentemente, o vapor d'água no ambiente próximo supera o ponto de orvalho, condensando-se.
c) O gás liquefeito contido no botijão, por possuir baixo ponto de vaporização, está a uma temperatura inferior a zero Celsius, condensando-se em torno da parede externa ao escapar do recipiente.
d) O processo de expansão adiabática do gás ocorre com redução de sua energia interna e temperatura, levando ao congelamento do vapor d'água presente no ar.
e) A energia produzida pela expansão permite ao gás sofrer uma transformação de estado que o faz congelar-se em torno do recipiente.

111 Na figura a seguir, o êmbolo está travado no ponto **B**. O recipiente contém uma substância **X** e sabe-se que sua pressão máxima de vapor varia de acordo com o gráfico:



Analise as proposições seguintes:

I. Se o manômetro **M** indicar 0,08 atm de pressão, o sistema não atingiu seu equilíbrio dinâmico, e o vapor é não-saturante.

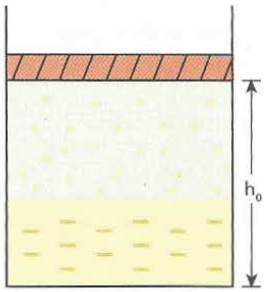
II. Quando o sistema atingir o equilíbrio dinâmico líquido/vapor, o manômetro acusará 0,10 atm.

III. Elevando-se o êmbolo lentamente, observar-se-á que a pressão se manterá constante enquanto existir líquido. Se, terminando o líquido, o êmbolo continuar a subir, a pressão não se manterá constante, e o vapor passará a ser não-saturante seco.

IV. Com o êmbolo travado em **B** e aquecendo-se o sistema a 40 °C, o manômetro indicará 0,50 atm se existir líquido.

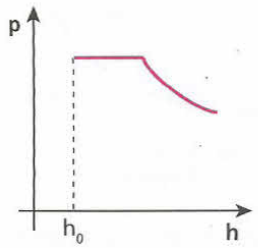
Quais são as proposições verdadeiras (**V**) e quais são as falsas (**F**)?

112 Na figura ao lado, temos um cilindro contendo uma pequena quantidade de éter líquido e seus vapores: O êmbolo é levantado lentamente.

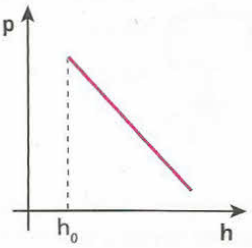


Identifique o gráfico que melhor pode traduzir a pressão no interior do recipiente, em função da altura **h** – que representa a distância do êmbolo ao fundo do cilindro.

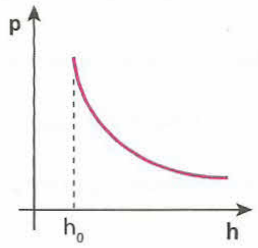
a)



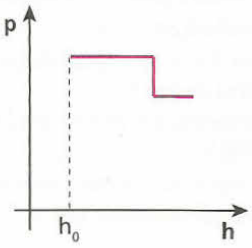
c)



b)



d)



Bloco 5

12. A sublimação

Sólidos cristalinos podem liberar vapor de modo bastante lento em diversas temperaturas. É o caso, por exemplo, de cristais de naftalina sob condições normais de pressão e temperatura. Esse processo é semelhante ao da evaporação de um líquido.

Se, porém, a pressão máxima de vapor do cristal iguala-se à pressão externa, essa liberação de vapor passa a ser bastante rápida. Esse processo é, de certo modo, análogo à ebulição de um líquido.

Os dois processos citados são tipos de **sublimação**. Daqui por diante, porém, quando falarmos em sublimação, estaremos nos referindo sempre ao segundo processo citado, isto é, ao caso em que a pressão máxima de vapor iguala-se à pressão externa.

É importante lembrar que a sublimação é a passagem do estado físico sólido para o gasoso ou vice-versa, sem que a substância passe pela fase líquida.

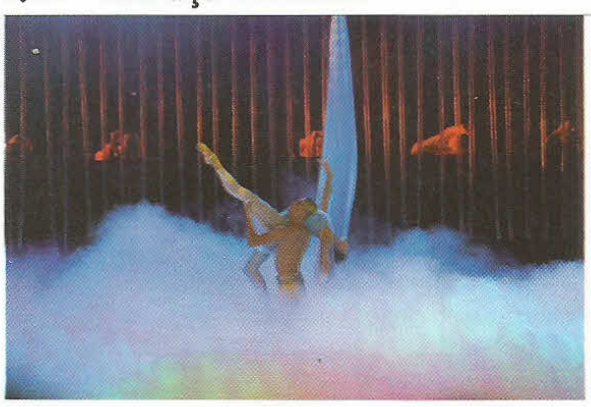
13. Ponto crítico e ponto triplo

Ponto crítico

O estado gasoso é constituído de vapores e gases. Qual a diferença entre um vapor e um gás?

Uma substância no estado gasoso é denominada **gás** quando, à temperatura constante, é impossível levá-la ao estado líquido, por maior que seja a pressão exercida sobre ela. O **vapor**, ao contrário, é a substância no estado gasoso que, à temperatura constante, pode sofrer liquefação por aumento de pressão.

Que "fumaça" é essa?



Keren Su/Corbis/LatinStock

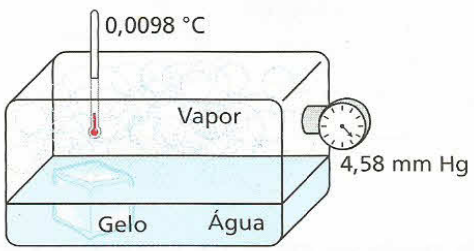
Essa "fumaça" é o resultado da sublimação do dióxido de carbono (CO_2), que, no estado sólido, é chamado de *gelo seco*. O CO_2 passa para o estado sólido ao ser comprimido e resfriado a –80 °C. Nas condições de pressão normal, as partículas da superfície desse sólido se desagregam, passando para o estado gasoso (sublimação).
O gelo seco também é utilizado em carrinhos de sorvete, já que sua temperatura é menor do que a do gelo comum e não molha as embalagens, pois não passa para o estado líquido na temperatura ambiente em que vivemos.

A situação-limite entre vapor e gás é definida por uma temperatura denominada **temperatura crítica**, que, em conjunto com um valor de pressão (pressão crítica), determina o **ponto crítico**.

É importante fixar que acima da temperatura crítica a substância é denominada gás, não podendo ser liquefeita por simples compressão isotérmica. Para a água, por exemplo, a pressão crítica corresponde a 218 atm e a temperatura crítica, a 374 °C.

Ponto triplo

O **ponto triplo** de uma substância é caracterizado por um valor de pressão e outro de temperatura sob os quais essa substância pode coexistir em equilíbrio nos estados físicos sólido, líquido e gasoso (vapor) simultaneamente.



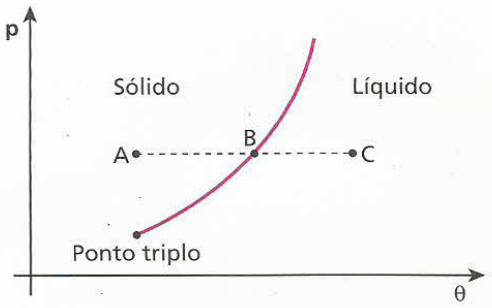
Para a água, o ponto triplo é definido pela temperatura de 0,0098 °C e pressão de vapor igual a 4,58 mm Hg. Nessa situação física, podem coexistir o **gelo**, a **água** e o **vapor de água**, sem que ocorra mudança nas proporções relativas de qualquer um deles.

14. Curvas de fusão, vaporização e sublimação

Curva de fusão

Curva de fusão de um sólido cristalino é a representação gráfica da pressão ambiente (**p**) em função da temperatura de fusão (**θ**) do sólido. Há dois casos a considerar:

- Para a grande maioria das substâncias, o volume **aumenta** com a fusão. Conseqüentemente, quanto maior é a pressão sobre o sólido, mais difícil é a sua fusão. Em outras palavras, quanto maior a pressão, maior é a temperatura que o sólido precisa atingir para fundir-se. É o que mostra a curva de fusão a seguir.



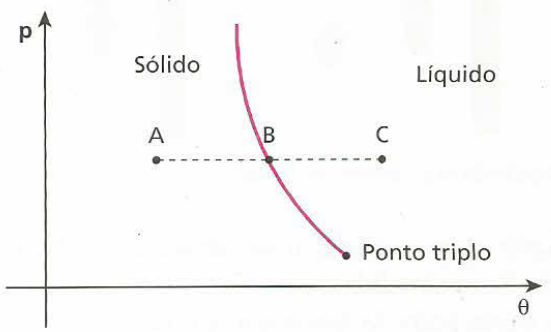
A – Estado sólido
B – Equilíbrio das fases sólida e líquida
C – Estado líquido

- Para algumas substâncias (exceções à regra geral), como a água, o bismuto, o ferro e o antimônio, o volume **diminui** com a fusão. Isso acontece porque as ligações químicas características do estado sólido determinam a existência de grandes vazios intermoleculares nesse estado. Com o desmoronamento da estrutura por ocasião da fusão, esses vazios são ocupados pelas próprias moléculas e, conseqüentemente, o volume diminui.

Evidentemente, a solidificação dessas substâncias implica aumento de volume. É o que ocorre com a água presente no interior das células vegetais por ocasião das geadas: a água solidifica-se, aumentando seu volume e rompendo as membranas das células.

Para essas substâncias excepcionais, como a água, a fusão é facilitada pelo aumento de pressão, isto é, quanto maior a pressão, menor a temperatura que o sólido precisa atingir para fundir-se.

É o que representa a curva de fusão abaixo.



A – Estado sólido
B – Equilíbrio das fases sólida e líquida
C – Estado líquido

Cada ponto da curva de fusão faz a correspondência entre uma temperatura de fusão (solidificação) e uma pressão. Assim, em cada um desses pontos, as fases sólida e líquida podem apresentar-se em equilíbrio: obtemos mais líquido quando fornecemos mais calor ao sistema e mais sólido quanto mais retiramos calor do sistema.

Fábio Colombini

Na solidificação, a água (uma das exceções à regra geral) tem seu volume aumentado. Na fotografia, a garrafa de vidro quebra-se quando a água existente em seu interior se solidifica.

Experimento de Tyndall (Regelo)

Como vimos, um aumento de pressão provoca uma diminuição na temperatura de fusão do gelo.

Baseado nesse fato, o físico inglês John Tyndall (1820-1893) elaborou um experimento que recebeu seu nome. Ele apoiou as extremidades de uma barra de gelo a uma temperatura pouco inferior a 0 °C e colocou sobre ela, na parte central, um fio metálico, em cujas extremidades havia corpos de pesos convenientes.

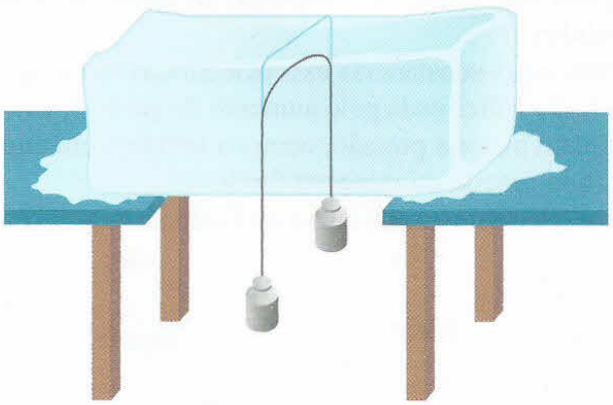


Ilustração do experimento de Tyndall.

Após algum tempo, o fio atravessou a barra sem que ela fosse dividida.

A explicação do fenômeno é o regelo.

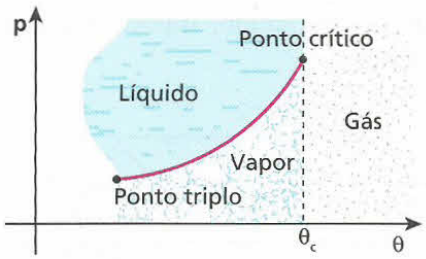
Dá-se o nome de **regelo** ao fenômeno que consiste na ressolidificação da água por diminuição da pressão.

No experimento de Tyndall, o aumento de pressão provocado pelo fio diminui a temperatura de fusão do gelo, fazendo com que ele se funda. Para isso, a parte que sofre fusão retira calor das partículas que estão ao lado e que, no entanto, não tiveram acréscimo de pressão. Após a passagem do fio, o aumento de pressão é suprimido e a água no estado líquido devolve o calor "emprestado", voltando ao estado sólido, o que constitui o regelo.

Curva de vaporização

Curva de vaporização é a representação gráfica da pressão ambiente (**p**) em função da temperatura de ebulição (**θ**) do líquido.

Quanto maior a pressão sobre um líquido, maior a temperatura necessária para que ele entre em ebulição. É o que mostra a curva de vaporização abaixo.

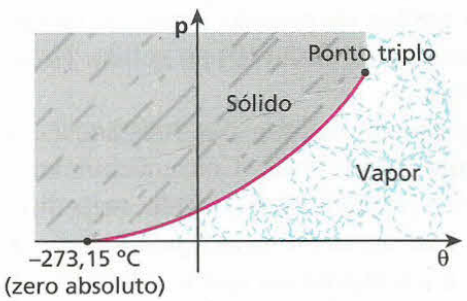


Cada ponto da curva de vaporização representa uma situação de possível equilíbrio entre o líquido e seu vapor. Se mais calor é fornecido, forma-se mais vapor; se o calor é retirado, forma-se mais líquido.

Curva de sublimação

Curva de sublimação é a representação gráfica da pressão ambiente (**p**) em função da temperatura de sublimação (**θ**) do sólido.

Quanto maior é a pressão sobre um sólido, maior a temperatura em que ocorre a sublimação. É o que mostra a curva de sublimação abaixo.



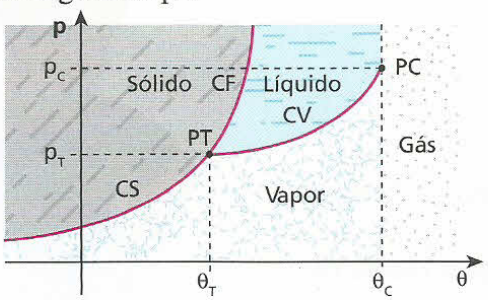
Cada ponto da curva representa uma situação de possível equilíbrio entre o sólido e seu vapor.

Observe que a curva de sublimação estende-se até próximo do zero absoluto, temperatura em que se admite nula a pressão máxima de vapor do sólido.

15. Diagramas de estado

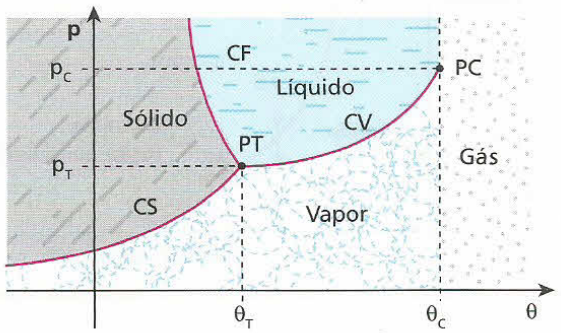
Denomina-se **diagrama de estado** de uma substância o gráfico que representa suas curvas de fusão, vaporização e sublimação.

Para a maioria das substâncias, o diagrama de estado é do seguinte tipo:



CF: curva de fusão
CV: curva de vaporização
CS: curva de sublimação
PT: ponto triplo
PC: ponto crítico

Para as exceções, como a água, o diagrama de estado tem o seguinte aspecto:



Veja dois exemplos de diagramas de estado:

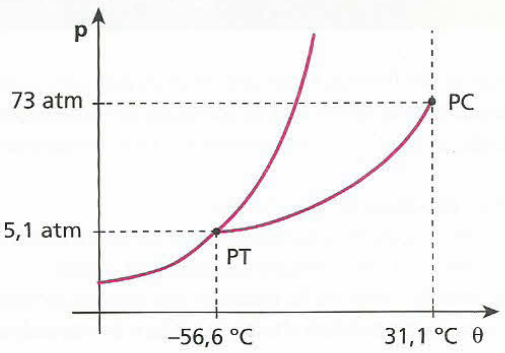


Diagrama de estado do dióxido de carbono (CO_2).

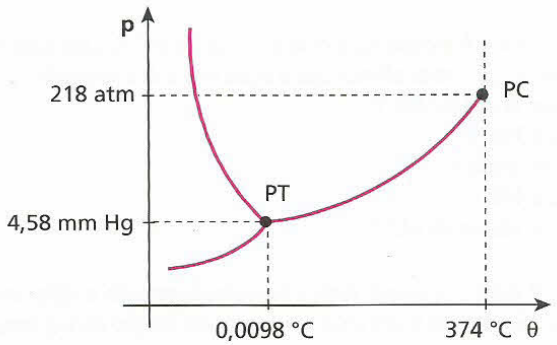


Diagrama de estado da água (H_2O).

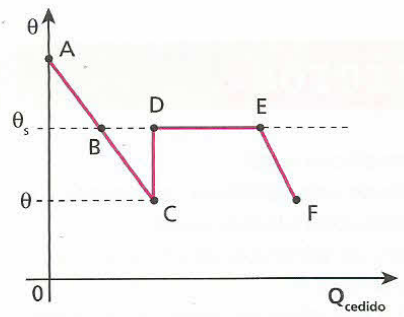
Sobrefusão

No resfriamento de um líquido, eventualmente podem ser atingidas temperaturas abaixo da que corresponde à de solidificação da substância, e ainda assim a substância se manter líquida.

Na **sobrefusão** (ou **superfusão**), uma substância encontra-se no estado líquido abaixo da sua temperatura de solidificação.

A sobrefusão é um estado de equilíbrio metaestável (capaz de perder a estabilidade por meio de pequenas perturbações), ou seja, em que existe aparentemente equilíbrio, mas há uma passagem muito lenta para outro estado. Uma simples agitação, ou mesmo a introdução de uma pequena porção sólida, perturba o fenômeno e provoca uma brusca solidificação parcial ou total do líquido. A temperatura eleva-se até o ponto de solidificação. Essa elevação de temperatura é provocada pelo calor liberado pela parte do líquido que se solidifica (a solidificação é uma transformação exotérmica).

Veja o gráfico que representa um resfriamento com sobrefusão:



No trecho BC da curva de resfriamento, a substância encontra-se em sobrefusão, estando ainda líquida a temperaturas inferiores à de solidificação (θ_s).

Consideremos uma massa **M** de um líquido em sobrefusão a uma temperatura **θ** ($\theta < \theta_s$). Ao agitarmos o recipiente, uma parte **m** da massa total do líquido solidifica-se, liberando uma quantidade de calor suficiente para o aquecimento de todo o sistema, que volta à temperatura de solidificação (θ_s).

A relação que descreve o fenômeno é:

$$m L_s = M c_{líq} (\theta_s - \theta)$$

FAÇA VOCÊ MESMO

Reúna o seguinte material: uma barra de gelo; um fio de aço de diâmetro pequeno e comprimento em torno de 1 m; e dois corpos iguais e pesados, que possam ser presos às extremidades do fio.

▶ **ATENÇÃO!**
Use luvas de proteção ao manusear o gelo e o fio de aço.

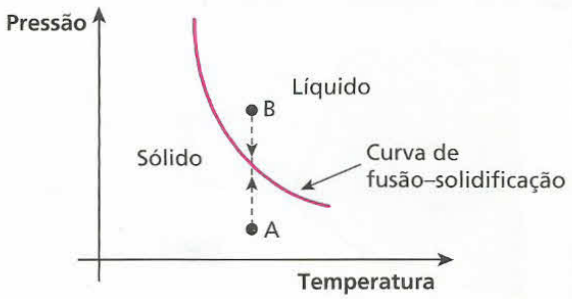
Apóie a barra de gelo como mostra o desenho, colocando o fio sobre ela de modo que os corpos pesados fiquem pendentes.

Você poderá observar o fio descendo e atravessando o bloco de gelo. Haverá, entretanto, uma "cicatrização" rápida no "corte" deixado pelo fio, que poderá ser retirado por baixo da barra sem que ela seja dividida em duas partes.

Para que você entenda o que ocorreu, recordemos a curva de fusão no diagrama de estado da água ao lado.

O fio exerce sobre o gelo um acréscimo de pressão, o que provoca fusão na região de contato. A água líquida não resiste ao avanço do fio, que desce. A água que se sobrepõe ao fio, ao deixar de receber o acréscimo de pressão, volta ao estado sólido, caracterizando o fenômeno conhecido por **regelo**.

No diagrama, observamos que o acréscimo de pressão faz com que o gelo saia do ponto **A**, sofra fusão e atinja o ponto **B**. O decréscimo de pressão faz com que a água saia do ponto **B**, sofra solidificação (regelo) e atinja o ponto **A**.



EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

113 Leia as afirmativas a seguir.

(01) A sublimação de uma substância corresponde à sua passagem do estado sólido para o estado líquido.

(02) A temperatura de sublimação de uma substância cresce com o aumento de pressão.

(04) Gelo-seco é a denominação comercial do dióxido de carbono (CO_2 sólido). Quando este é deixado sobre uma mesa, vai "desaparecendo". A explicação é que ele está sublimando.

(08) A passagem de uma substância do estado sólido para o gasoso, ou vice-versa, sem que se transforme em líquido, é denominada sublimação.

Dê como resposta a soma dos valores associados às afirmativas corretas.

114 A temperatura do ponto triplo corresponde:

a) ao conjunto do zero absoluto, da temperatura de fusão e da temperatura de ebulição de uma substância;
b) à temperatura em que uma substância pode ter suas fases líquida, de vapor e de gás coexistindo em equilíbrio;
c) à temperatura crítica de uma substância;
d) à coexistência, em equilíbrio, das fases sólida, líquida e de vapor de uma mesma substância;
e) Nenhuma das afirmações anteriores está correta.

115 (Unisa-SP) Thomas Andrews constatou que, para cada substância no estado gasoso, existe uma temperatura acima da qual é impossível a liquefação por compressão isotérmica. Que temperatura é essa?

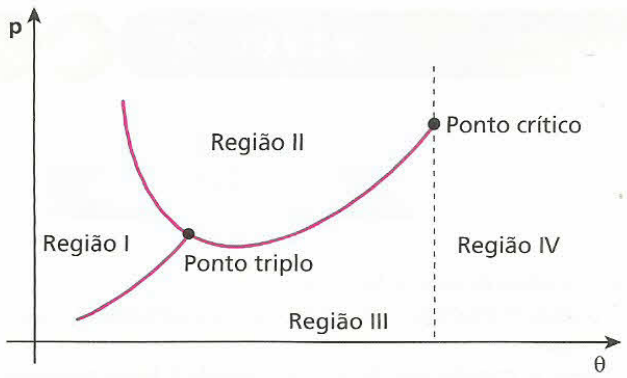
116 Para liquefazer um gás, deve-se:

a) comprimi-lo isotermicamente a uma temperatura acima da crítica;
b) apenas levá-lo a uma temperatura abaixo da crítica;
c) simplesmente comprimi-lo, qualquer que seja sua temperatura;
d) diminuir sua temperatura abaixo da crítica e, se necessário, comprimi-lo;
e) É impossível liquefazer um gás.

117 (UFBA) A temperatura crítica da água é 647 K. Com base nessa informação, podemos afirmar que a água está sob a forma de:

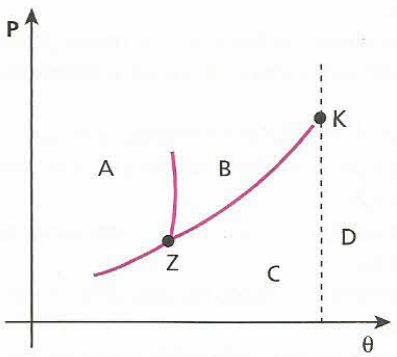
a) vapor, acima de 400 °C.
b) gás, a 300 °C.
c) vapor, a 600 °C.
d) gás, a 400 °C.
e) vapor, abaixo de 647 °C.

118 O gráfico a seguir indica esquematicamente o diagrama da pressão (**p**) exercida sobre uma substância em função de sua temperatura (**θ**):



Quais as correspondentes fases do estado de agregação das partículas dessa substância, indicadas pelas regiões assinaladas na figura?

119 O diagrama de estado de uma substância é esquematizado abaixo:



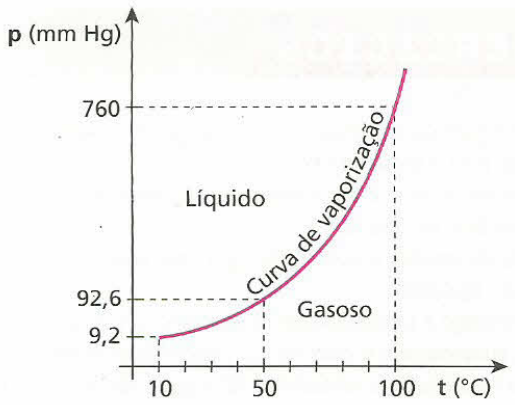
Agora, leia as afirmativas:

(01) Na região **A**, a substância encontra-se no estado sólido.
(02) Na região **B**, a substância encontra-se no estado líquido.
(04) Nas regiões **C** e **D**, a substância encontra-se no estado de vapor.
(08) **K** é o ponto triplo e **Z**, o ponto crítico dessa substância.
(16) Na região **D**, a substância não pode ser liquefeita por mera compressão isotérmica.
(32) A curva que liga os pontos **Z** e **K** chama-se curva da sublimação, pois separa as regiões de líquido e vapor.

Dê como resposta a soma dos valores associados às afirmativas corretas.

120 (Vunesp-FMJ-SP) A tabela e o gráfico apresentam valores da temperatura de ebulição da água sob diferentes pressões.

p (mm Hg)	t (°C)
6,5	5
9,2	10
92,6	50
760	100
11 650	200
132 700	350



a) Explique se é possível ter água em estado líquido à termperatura acima de 100 °C.
b) Explique de que forma a pressão atmosférica local interfere no ponto de ebulição da água.

121 (Unesp-SP) Nos quadrinhos da tira, a mãe menciona as fases da água conforme a mudança das estações.

Entendendo "boneco de neve" como sendo "boneco de gelo" e que com o termo "evaporou" a mãe se refira à transição água → vapor, pode-se supor que ela imaginou a seqüência gelo → água → → vapor → água.

As mudanças de estado que ocorrem nessa seqüência são:

a) fusão, sublimação e condensação.
b) fusão, vaporização e condensação.
c) sublimação, vaporização e condensação.
d) condensação, vaporização e fusão.
e) fusão, vaporização e sublimação.

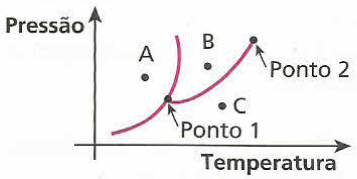
EXERCÍCIOS NÍVEL 2

122 A influência da pressão nas mudanças de estado da matéria é a explicação para o seguinte fato:

I. no Rio de Janeiro, a água ferve a uma temperatura mais elevada que em Belo Horizonte;
II. no Rio de Janeiro, o gelo funde-se a uma temperatura maior que em Belo Horizonte;
III. aumentando a pressão sobre as substâncias sólidas cristalinas em geral, aumentamos o valor de sua temperatura de fusão.

Quais são as afirmativas verdadeiras (**V**) e quais são as falsas (**F**)?

123 O diagrama de fases de uma substância simples é representado a seguir:



A respeito, julgue as afirmações a seguir.

I. O ponto 1 corresponde ao ponto crítico e o ponto 2, ao ponto triplo.
II. Se a substância for comprimida isotermicamente a partir da situação **C**, ela poderá tornar-se líquida.
III. Uma mudança da situação **A** para a **B** é denominada fusão.
IV. A passagem da situação **C** para a **B** caracteriza uma sublimação.

Quais são as afirmações verdadeiras (**V**) e quais são as falsas (**F**)?

124 (PUC-RS) A temperatura de fusão de uma substância depende da pressão que é exercida sobre ela. O aumento de pressão sobre um corpo ocasiona, na sua temperatura de fusão:

a) um acréscimo, se o corpo, ao se fundir, se expande.
b) um acréscimo, se o corpo, ao se fundir, se contrai.
c) um decréscimo, se o corpo, ao se fundir, se expande.
d) um decréscimo para qualquer substância.
e) um acréscimo para qualquer substância.

125 As grandes geleiras que se formam no alto das montanhas deslizam porque:

a) o gelo é muito liso, ocorrendo pequeno atrito entre o bloco de gelo e o chão;
b) a componente tangencial do peso é a única força atuante sobre as geleiras;
c) o vento as desgruda do chão;
d) o aumento de pressão na parte inferior das geleiras, devido ao seu peso, funde o gelo, soltando-as do chão.

126 (FCMSC-SP) Temperatura crítica de uma substância é a:

a) única temperatura na qual a substância pode sofrer condensação, qualquer que seja a pressão.
b) única temperatura à qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
c) única temperatura à qual a substância pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
d) maior temperatura à qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
e) temperatura acima da qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.

127 (UFPR) Pode-se atravessar uma barra de gelo usando-se um fio metálico em cujas extremidades estão fixos corpos de pesos adequados, sem dividir a barra em duas partes.

Qual é a explicação para tal fenômeno?

a) A pressão exercida pelo fio metálico sobre o gelo abaixa seu ponto de fusão.
b) O gelo, já cortado pelo fio metálico devido à baixa temperatura, solda-se novamente.
c) A pressão exercida pelo fio sobre o gelo aumenta seu ponto de fusão, mantendo a barra sempre sólida.
d) O fio metálico, estando naturalmente mais aquecido, funde o gelo; esse calor, uma vez perdido para a atmosfera, deixa a barra novamente sólida.
e) Há uma ligeira flexão da barra; as duas partes, já cortadas pelo arame, são comprimidas uma contra a outra, soldando-se.

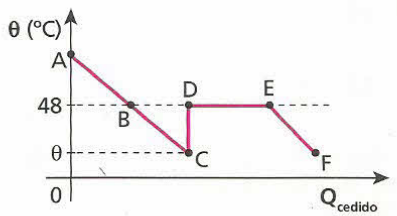
128 (Mack-SP) A sobrefusão é o fenômeno no qual:

a) o corpo se encontra no estado líquido a uma temperatura superior à de solidificação.
b) o corpo se encontra no estado sólido a uma temperatura superior à de solidificação.
c) o corpo se encontra no estado líquido a uma temperatura inferior à de solidificação.
d) o corpo se encontra no estado sólido a uma temperatura inferior à de solidificação.
e) o corpo se encontra no estado gasoso a uma temperatura inferior à de ebulição.

129 O que acontece quando se agita um recipiente contendo água em sobrefusão?

a) Necessariamente, toda a água solidifica-se, acarretando uma queda na temperatura do recipiente.
b) Parte da água solidifica-se, acarretando uma queda na temperatura do recipiente.
c) A água solidifica-se total ou parcialmente acarretando um aumento na temperatura do recipiente.
d) Necessariamente, toda a água solidifica-se, acarretando um aumento na temperatura do recipiente.
e) Nada do que foi dito ocorre.

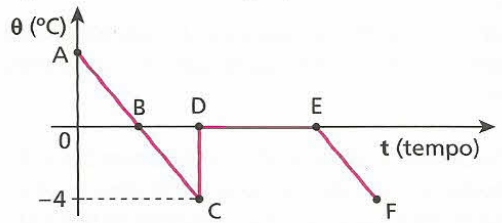
130 O hipossulfito de sódio, em condições normais, solidifica-se a 48 °C. Em condições especiais, entretanto, sua curva de resfriamento tem o seguinte aspecto:



Com base nessas informações, pode-se afirmar que:

a) no trecho BC, o hipossulfito está na situação definida por regelo;
b) no trecho CD, o hipossulfito está em sobrefusão;
c) no trecho CD, ocorre solidificação brusca e parcial do hipossulfito;
d) no trecho EF, o hipossulfito está em sobrefusão;
e) no trecho DE, ocorre solidificação brusca e total do hipossulfito.

131 O gráfico a seguir mostra a curva de resfriamento de 100 g de água, num processo lento e sem agitação.



Sendo o calor latente de fusão do gelo igual a 80 cal/g e o calor específico da água 1,0 cal/g °C, qual a massa de água que se solidifica no trecho CD?

132 A que temperatura encontram-se 100 g de água em sobrefusão, se a solidificação brusca de um quinto dessa água eleva a temperatura do sistema ao ponto de solidificação?

Dados: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

133 Para o fósforo, a temperatura de fusão é 44 °C; o calor específico no estado líquido, 0,2 cal/g °C; e o calor latente de fusão, 5 cal/g. Certa massa de fósforo é mantida em sobrefusão a 30 °C. Em certo instante, verifica-se uma solidificação brusca. Que fração do total de massa do fósforo se solidifica?

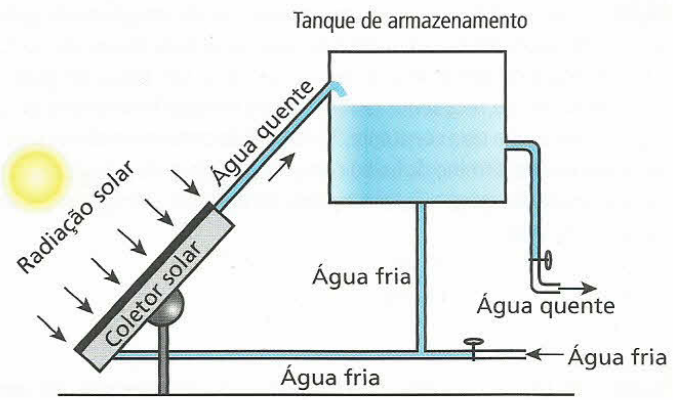
Descubra mais

1. Pesquise o que é o **ponto de orvalho**.

2. Um dos maiores temores dos agricultores de certas regiões do Brasil é a **geada**. Esse fenômeno meteorológico pode destruir plantações. Como e quando ocorre a **geada**?

EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

134 (Faap-SP) Num **coletor solar**, uma folha metálica de cor negra absorve a radiação solar, que se transforma em calor, utilizado no aquecimento da água contida no **tanque de armazenamento**.



Num certo local, a intensidade média da radiação solar incidente é de $500\ \frac{J}{s \cdot m^2}$ (ou seja, 500 J de energia solar atingem 1 m^2 da superfície da Terra a cada segundo). Deseja-se aquecer 200 litros de água de 10 °C a 50 °C em 8 h. Sabendo-se que esse processo tem rendimento de 40%, a área útil do **coletor solar** deve ter um valor mais próximo de:

a) 20 m^2.
b) 27 m^2.
c) 13 m^2.
d) 6 m^2.
e) 2 m^2.

Dados para a água: $c = 4 \cdot 10^3\ \frac{J}{kg \cdot °C}$;
$d = 1\ kg/\ell$.

135 (ITA-SP) Um painel coletor de energia solar para aquecimento residencial de água, com 50% de eficiência, tem superfície coletora com área útil de 10 m^2. A água circula em tubos fixados sob a superfície coletora. Suponha que a intensidade da energia solar incidente é de $1{,}0 \cdot 10^3\ W/m^2$ e que a vazão de suprimento de água aquecida é de 6,0 litros por minuto. Indique a opção que corresponde à variação da temperatura da água.

a) 12 °C
b) 10 °C
c) 1,2 °C
d) 1,0 °C
e) 0,10 °C

Dados: densidade absoluta da água = 1,0 kg/ℓ;
calor específico da água = $4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg °C.

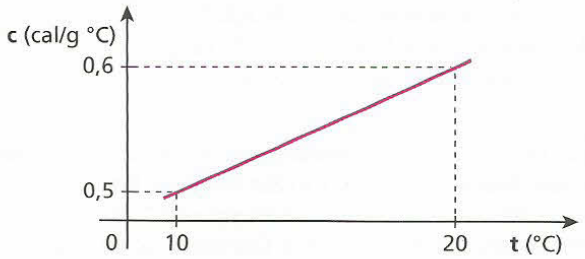
136 (Unicamp-SP) Para resfriar um motor de automóvel, faz-se circular água por ele. A água entra no motor a uma temperatura de 80 °C com vazão de 0,4 ℓ/s, e sai a uma temperatura de 95 °C. A água quente é resfriada a 80 °C no radiador, voltando em seguida para o motor através de um circuito fechado.

a) Qual é a potência térmica absorvida pela água ao passar pelo motor? Considere o calor específico da água igual a 4 200 J/kg °C e sua densidade igual a 1 000 kg/m^3.
b) Quando um "aditivo para radiador" é acrescentado à água, o calor específico da solução aumenta para 5 250 J/kg °C, sem mudança na sua densidade. Caso essa solução a 80 °C fosse injetada no motor em lugar da água e absorvesse a mesma potência térmica, qual seria a sua temperatura na saída do motor?

137 (Fuvest-SP) Num forno de microondas, é colocada uma vasilha contendo 3,0 kg de água a 10 °C. Após manter o forno ligado por 14 minutos, verifica-se que a água atinge a temperatura de 50 °C. O forno é então desligado e dentro da vasilha com água é colocado um corpo de massa 1,0 kg e calor específico igual a 0,20 cal/g °C, à temperatura inicial de 0 °C. Despreze o calor necessário para aquecer a vasilha e considere que a potência fornecida pelo forno é continuamente absorvida pelos corpos dentro dele. Qual o tempo a mais que será necessário manter o forno ligado, na mesma potência, para que a temperatura de equilíbrio final do conjunto retorne a 50 °C?

Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g °C

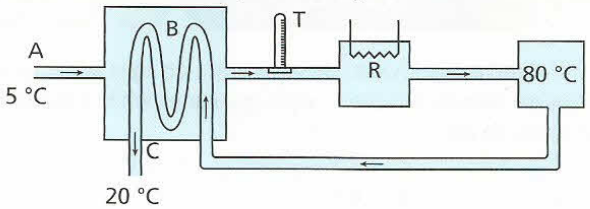
138 (Fuvest-SP) O calor específico de um sólido, a pressão constante, varia linearmente com a temperatura, de acordo com o gráfico:



Qual a quantidade de calor, em calorias, necessária para aquecer 1 g desse sólido de 10 °C até 20 °C?

139 (Fuvest-SP) O processo de pasteurização do leite consiste em aquecê-lo a altas temperaturas, por alguns segundos, e resfriá-lo em seguida. Para isso, o leite percorre um sistema, em **fluxo constante**, passando por três etapas:

I. O leite entra no sistema (através de **A**), a 5 °C, sendo aquecido (no trocador de calor **B**) pelo leite que já foi pasteurizado e está saindo do sistema.
II. Em seguida, completa-se o aquecimento do leite, por meio da resistência **R**, até que ele atinja 80 °C. Com essa temperatura, o leite retorna a **B**.
III. Novamente em **B**, o leite quente é resfriado pelo leite frio que entra por **A**. saindo do sistema (através de **C**), a 20 °C.

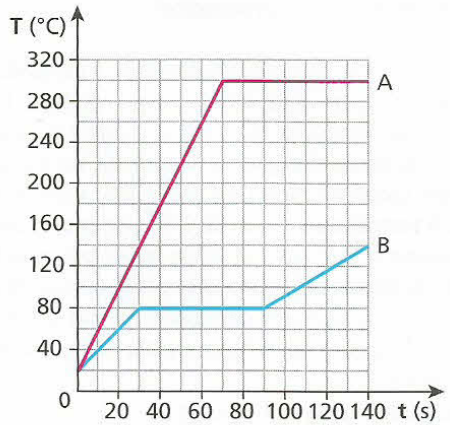


Em condições de funcionamento estáveis, e supondo que o sistema seja bem isolado termicamente, pode-se afirmar que a temperatura indicada pelo termômetro **T**, que monitora a temperatura do leite na saída de **B**, é aproximadamente de:

a) 20 °C. b) 25 °C. c) 60 °C. d) 65 °C. e) 75 °C.

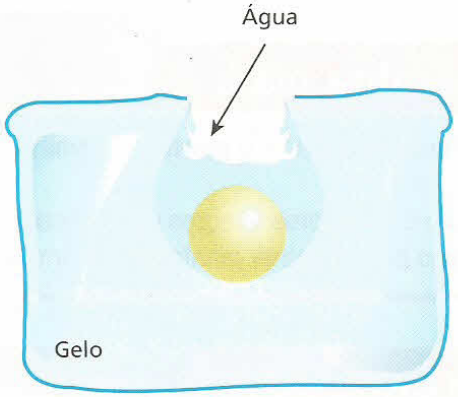
140 (Fuvest-SP) As curvas **A** e **B** na figura representam a variação da temperatura (**T**) em função do tempo (**t**) de duas substâncias **A** e **B**, quando 50 g de cada uma são aquecidos separadamente, a partir da temperatura inicial de 20 °C, na fase sólida, recebendo calor numa taxa constante de 20 cal/s.

Considere agora um experimento em que 50 g de cada uma das substâncias são colocados em contato térmico num recipiente termicamente isolado, com a substância **A** à temperatura inicial $T_A = 280$ °C e a substância **B** à temperatura inicial $T_B = 20$ °C.



a) Determine o valor do calor latente de fusão L_B da substância **B**.
b) Determine a temperatura de equilíbrio do conjunto no final do experimento.
c) Se a temperatura final corresponder à mudança de fase de uma das substâncias, determine a quantidade dessa substância em cada uma das fases.

141 (ITA-SP) Numa cavidade de 5 cm^3 feita num bloco de gelo fundente, introduz-se uma esfera homogênea de cobre de 30 g aquecida a 100 °C, conforme o esquema a seguir. Sabendo-se que o calor latente de fusão do gelo é de 80 cal/g, que o calor específico do cobre é de 0,096 cal/g °C e que a massa específica do gelo é de 0,92 g/cm^3, o volume total da cavidade passa a ser igual a:



a) 8,9 cm^3.
b) 3,9 cm^3.
c) 39,0 cm^3.
d) 8,5 cm^3.
e) 7,4 cm^3.

142 (Fuvest-SP) A energia necessária para fundir um grama de gelo a 0 °C é 80 vezes maior que a energia necessária para elevar de 1,0 °C a temperatura de um grama de água. Coloca-se um bloco de gelo a 0 °C dentro de um recipiente termicamente isolante fornecendo-se, a seguir, calor a uma taxa constante. Transcorrido certo intervalo de tempo, observa-se o término da fusão completa do bloco de gelo. Após um novo intervalo de tempo, igual à metade do anterior, a temperatura da água, em °C, será:

a) 20. d) 80.
b) 40. e) 100.
c) 50.

143 (ITA-SP) Inicialmente, 48 g de gelo a 0 °C são colocados em um calorímetro de alumínio de 2,0 g, também a 0 °C. Em seguida, 75 g de água a 80 °C são despejados dentro desse recipiente. Calcule a temperatura final do conjunto.

Dados: calor latente do gelo $L_g = 80$ cal/g;
calor específico da água $c_{H_2O} = 1{,}0$ cal g^{-1} $°C^{-1}$;
calor específico do alumínio $c_{Al} = 0{,}22$ cal g^{-1} $°C^{-1}$.

144 (Unesp-SP) Uma garrafa térmica contém inicialmente 450 g de água a 30 °C e 100 g de gelo na temperatura de fusão, a 0 °C. Considere o calor específico da água igual a 4,0 J/(g °C) e o calor latente de fusão do gelo igual a 320 J/g.

a) Qual será a quantidade de calor Q_F necessária para fundir o gelo dentro da garrafa?
b) Supondo ideal o isolamento térmico da garrafa e desprezando a capacidade térmica de suas paredes internas, qual será a temperatura final da água contida no seu interior, quando o equilíbrio térmico for atingido?

145 (Unesp-SP) Duas peças metálicas de massas iguais, uma de ferro e a outra de chumbo, inicialmente a 100 °C, são colocadas em contacto térmico com um grande bloco de gelo a 0 °C. Após o equilíbrio térmico das peças com o gelo, o calor fornecido pela peça de ferro deixa m_F gramas de gelo fundido, enquanto o calor fornecido pela peça de chumbo deixa m_C gramas de gelo fundido. O calor específico do ferro vale aproximadamente 0,45 J/g · °C e o do chumbo, 0,15 J/g · °C.

a) Qual o valor da razão m_F/m_C?

b) Sabendo que $m_F = 90$ g e que o calor latente de fusão do gelo vale 320 J/g, qual o valor da massa **M** de cada peça metálica?

146 Um dos processos de transformação do estado líquido para o estado gasoso chama-se **evaporação**. Esse processo é natural e pode ser considerado um caso particular de vaporização. Os fatos a seguir estão relacionados com a evaporação e/ou com o aumento da velocidade de evaporação, **exceto**:

a) a água contida em uma moringa de barro é mais fria que a água contida em uma moringa de louça;

b) uma roupa molhada seca mais depressa em um dia quente que em um dia frio, em iguais condições de umidade do ar;

c) uma roupa molhada seca mais depressa em um dia seco que em um dia úmido;

d) em um dia de vento, sentimos frio ao sair de uma piscina com o corpo molhado;

e) ao tocarmos uma peça de metal e outra de isopor, em um dia frio, sentimos que o metal está mais frio que o isopor.

147 (ITA-SP) Numa aula prática sobre ebulição, faz-se o seguinte experimento: leva-se até a fervura a água de um balão (não completamente cheio). Em seguida, fecha-se o frasco e retira-se do fogo. Efetuando-se um resfriamento brusco do balão, a água volta a ferver. Isso se dá porque:

a) na ausência do ar, a água ferve com maior facilidade.

b) a redução da pressão do vapor no frasco é mais rápida que a queda de temperatura do líquido.

c) com o resfriamento, a água se contrai, expulsando bolhas de ar que estavam no seio do líquido.

d) com o resfriamento brusco, a água evapora violentamente.

e) com o resfriamento brusco, o caminho livre médio das moléculas no líquido aumenta.

148 (Unifesp-SP) Os líquidos podem transformar-se em vapor por evaporação ou ebulição. Enquanto a evaporação é um fenômeno espontâneo, restrito à superfície do líquido e que pode ocorrer a temperatura e pressão ambientes, a ebulição ocorre em todo o líquido sob condições de pressão e temperatura determinadas para cada líquido. Mas ambas as transformações, para se efetivarem, exigem o consumo da mesma quantidade de calor por unidade de massa transformada.

a) Quando as roupas são estendidas nos varais, ou a água no piso molhado de um ambiente é puxada pelo rodo, tem-se por objetivo apressar a secagem – transformação da água em vapor – dessas roupas ou do piso. Qual a causa comum que se busca favorecer nesses procedimentos? Justifique.

b) Avalia-se que a área da superfície da pele de uma pessoa adulta seja, em média, da ordem de 1,0 m^2. Suponha que, ao sair de uma piscina, uma pessoa retenha junto à pele uma camada de água de espessura média 0,50 mm. Qual a quantidade de calor que essa camada de água consome para evaporar? Que relação tem esse cálculo com a sensação de frio que sentimos quando estamos molhados, mesmo em dias quentes? Justifique.

Dados: densidade da água = 1 000 kg/m^3;
calor latente de vaporização da água = 2 300 kJ/kg.

149 (Fuvest-SP)

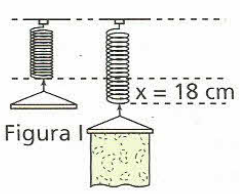


Figura I

Figura II

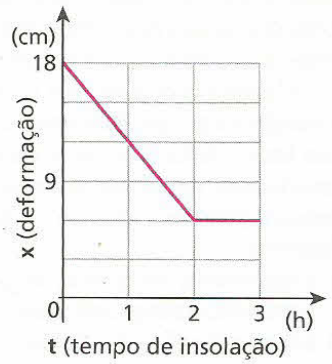


Figura III

A figura I representa um cabide dependurado na extremidade de uma mola de constante elástica k = 50 N/m. Na figura II, tem-se a nova situação de equilíbrio logo após a roupa molhada ser colocada no cabide e ser exposta ao Sol para secar, provocando na mola uma deformação inicial x = 18 cm. O tempo de insolação foi mais do que suficiente para secar a roupa completamente. A variação da deformação da mola (em cm) em função do tempo (em horas) em que a roupa ficou sob a ação dos raios solares está registrada no gráfico da figura III. ($g = 10$ m/s^2)
Considere que cada grama de água para vaporizar absorve 500 cal de energia e determine:

a) o peso da água que evaporou;

b) a potência média de radiação solar absorvida pela roupa supondo ser ela a única responsável pela evaporação da água.

150 (FGV-SP) O vaporizador é um aparelho que permite aumentar a umidade do ar em um ambiente. A vaporização ocorre por intermédio de um resistor, que permanece ligado enquanto estiver em contato com a água. Uma vez esgotada essa água, o aparelho se desliga automaticamente. Um desses vaporizadores, contendo 200 mL de água, inicialmente a 20 °C, permaneceu funcionando, ininterruptamente, por 2 h até se desligar. Considerando que toda energia dissipada pelo resistor é transferida para a água, que todo o vapor produzido é lançado para o ambiente e que a vaporização ocorre à temperatura de ebulição, pode-se concluir que a potência do aparelho, medida em **W**, é, aproximadamente:

Dados: calor específico da água = 1 cal/g · °C;
calor latente de vaporização da água = 540 cal/g;
densidade da água = 1 g/mL;
temperatura de vaporização da água = 100 °C;
1 cal = 4 J.

a) 32.
b) 46.
c) 69.
d) 78.
e) 84.

151 (Unifesp-SP) Atualmente, o *laser* de CO_2 tem sido muito aplicado em microcirurgias, onde o feixe luminoso é utilizado no lugar do bisturi de lâmina. O corte com o *laser* é efetuado porque o feixe provoca um rápido aquecimento e a evaporação do tecido, que é constituído principalmente de água. Considere um corte de 2,0 cm de comprimento, 3,0 mm de profundidade e 0,5 mm de largura, que é aproximadamente o diâmetro do feixe. Sabendo que a massa específica da água é 10^3 kg/m^3, o calor específico é $4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg · K e o calor latente de evaporação é $2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg:

a) estime a quantidade de energia total consumida para fazer essa incisão, considerando que, no processo, a temperatura do tecido se eleva 63 °C e que este é constituído exclusivamente de água.

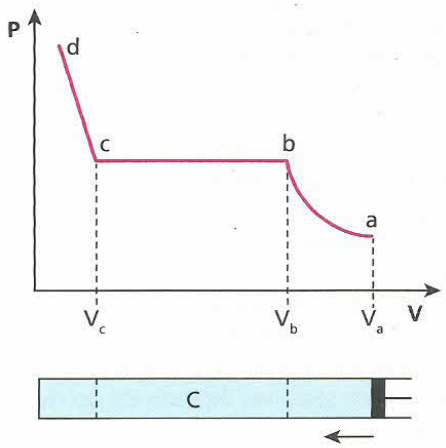
b) se o corte é efetuado a uma velocidade de 3,0 cm/s, determine a potência do feixe, considerando que toda a energia fornecida foi gasta na incisão.

152 (Fuvest-SP) Quando água pura é cuidadosamente resfriada, nas condições normais de pressão, pode permanecer no estado líquido até temperaturas inferiores a 0 °C, num estado instável de "superfusão".
Se o sistema é perturbado, por exemplo, por vibração, parte da água se transforma em gelo e o sistema se aquece até estabilizar em 0 °C. O calor latente de fusão do gelo é igual a 80 cal/g.
Considerando um recipiente termicamente isolado e de capacidade térmica desprezível, contendo 1 ℓ de água a –5,6 °C, à pressão normal, determine:
a) a quantidade, em gramas, de gelo formada, quando o sistema é perturbado e atinge uma situação de equilíbrio a 0 °C.
b) a temperatura final de equilíbrio do sistema e a quantidade de gelo existente (considerando o sistema inicial no estado de "superfusão" a –5,6 °C), ao colocar-se no recipiente um bloco metálico de capacidade térmica igual a 400 cal/°C, à temperatura de 91 °C.

153 (Unifesp-SP) Sobrefusão é o fenômeno em que um líquido permanece nesse estado a uma temperatura inferior à de solidificação, para a correspondente pressão. Esse fenômeno pode ocorrer quando um líquido cede calor lentamente, sem que sofra agitação. Agitado, parte do líquido solidifica, liberando calor para o restante, até que o equilíbrio térmico seja atingido à temperatura de solidificação para a respectiva pressão. Considere uma massa de 100 g de água em sobrefusão a temperatura de –10 °C e pressão de 1 atm, o calor específico da água de 1 cal/g °C e o calor latente de solidificação da água de –80 cal/g. A massa de água que sofrerá solidificação se o líquido for agitado será:
a) 8,7 g. b) 10,0 g. c) 12,5 g. d) 50,0 g. e) 60,3 g.

154 (UFPR) Pode-se conseguir a sublimação do gelo quando ele é submetido a:
a) pressão e temperatura inferiores às do ponto tríplice.
b) pressão e temperatura inferiores às do ponto crítico.
c) pressão e temperatura superiores às do ponto tríplice.
d) pressão e temperatura superiores às do ponto crítico.
e) Não se consegue a sublimação do gelo; ele sempre transforma-se em água, para depois produzir a vaporização.

155 (Ufla-MG) A figura a seguir é usada para mostrar uma experiência de laboratório. No cilindro **C**, provido de êmbolo, coloca-se certa quantidade de vapor (CO_2, por exemplo); mantendo-se constante a temperatura, o volume do cilindro é diminuído gradativamente, empurrando-se o êmbolo para a esquerda. O gráfico do cilindro mostra como varia a pressão no cilindro em função do volume. Baseados nessa experiência apresentamos três proposições.



I. A pressão P_c ou P_b corresponde à maior pressão que o vapor pode oferecer, a determinada temperatura, antes de começar a condensação.
II. De V_b a V_c (patamar) coexistem, no cilindro, uma mistura de líquido e vapor.
III. Quando o êmbolo atinge o volume V_c, todo vapor se condensou e, a partir daí, uma pequena diminuição de volume acarreta um grande aumento da pressão.

Indique a alternativa correta.
a) Apenas a proposição I é correta.
b) Apenas as proposições I e II são corretas.
c) Apenas as proposições I e III são corretas.
d) Apenas as proposições II e III são corretas.
e) As proposições I, II e III são corretas.

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

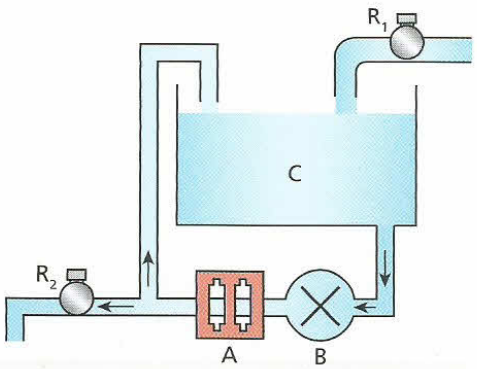
156 A unidade de medida de calor no sistema inglês é a Btu (*British Thermal Unit*) e a unidade de medida de calor que utilizamos com freqüência no Brasil é a caloria (cal). Sabe-se que 1 cal é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 g de água pura de 14,5 °C até 15,5 °C e que 1 Btu é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 ℓb (uma libra) da mesma água de 39 °F até 40 °F. Sabendo-se que 1 g = 2,2 . 10^{-3} ℓb, qual a relação entre as unidades caloria e Btu?

157 Um jovem apaixonado entrou em uma joalheria e escolheu um anel para presentear sua namorada. O joalheiro garantiu que no anel, de 10 gramas, 90% eram ouro e 10% eram cobre. Para ter certeza, o estudante levou o anel até o laboratório de Física da sua escola e realizou um experimento de calorimetria, a fim de determinar a massa real de ouro. O anel foi aquecido em uma estufa até atingir a temperatura de 522 °C e, em seguida, foi colocado no interior de um calorímetro com água. O sistema calorímetro–água tem capacidade térmica equivalente à de 100 gramas de água e está à temperatura de 20 °C. A temperatura final de equilíbrio térmico foi de 22 °C.
Sabe-se que:
I. o calor específico da água vale 1,00 cal/g °C; o do ouro, 0,030 cal/g °C; e o do cobre, 0,090 cal/g °C;
II. o calor específico de uma liga metálica é igual à média ponderada dos calores específicos dos metais integrantes da liga, sendo as respectivas massas os pesos da média.

Dessa forma, o estudante determinou que a massa real de ouro no anel era, aproximadamente, igual a:
a) 5,0 gramas;
b) 7,5 gramas;
c) 8,3 gramas;
d) 9,0 gramas;
e) 9,8 gramas.

158 (Fuvest-SP) Uma caixa-d'água **C**, com capacidade de 100 litros, é alimentada, através do registro R_1, com água fria a 15 °C, tendo uma vazão regulada para manter sempre constante o nível de água na caixa. Uma bomba **B** retira 3 ℓ/min de água da caixa e os faz passar por um aquecedor elétrico **A** (inicialmente desligado). Ao ligar-se o aquecedor, a água é fornecida, à razão de 2 ℓ/min, através do registro R_2 para uso externo, enquanto o restante da água aquecida retorna à caixa para não

desperdiçar energia. No momento em que o aquecedor, que fornece uma potência constante, começa a funcionar, a água, que entra nele a 15 °C, sai a 25 °C. A partir desse momento, a temperatura da água na caixa passa então a aumentar, estabilizando-se depois de algumas horas.



Dado: calor específico da água = $4 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot °C}$

Desprezando perdas térmicas, determine, após o sistema passar a ter temperaturas estáveis na caixa e na saída para o usuário externo:

a) a quantidade de calor **Q**, em **J** (joules), fornecida a cada minuto pelo aquecedor;
b) a temperatura final T_2, em °C (graus Celsius), da água que sai pelo registro R_2 para uso externo;
c) a temperatura final T_C, em °C (graus Celsius), da água na caixa.

159 (UFSCar-SP) Um exercício sobre trocas de calor propunha que 235 g de água, à temperatura de 25 °C e à pressão de 1 atm, fossem misturadas a 63 g de gelo, à temperatura de –18 °C, num calorímetro ideal mantido sob agitação. Para resolvê-lo, um estudante testou as cinco hipóteses seguintes:

Hipótese	Resultados dos cálculos	
	m (g)	t (°C)
1. Não ocorre mudança de fase.	—	19,9
2. Toda a massa de gelo sofre fusão e a água resultante dessa fusão aumenta de temperatura.	—	0,9
3. Parte da massa do gelo sofre fusão.	66,4	0,0
4. Parte da massa de água solidifica.	–66,4	0,0
5. Toda a massa de água solidifica e a temperatura do gelo resultante diminui.	—	161,8

onde: m = massa que sofre mudança de fase e
t = temperatura de equilíbrio.

a) Considerando que os cálculos realizados pelo estudante estejam corretos, justifique qual das hipóteses anteriores fornece um resultado possível de ocorrer experimentalmente, nas condições propostas pelo exercício.
b) Sabendo-se que a temperatura de fusão do gelo é função decrescente da pressão, explique o que ocorreria com a temperatura de equilíbrio e com a massa da substância que sofre mudança de fase, se a pressão no calorímetro fosse superior a 1 atm. Suponha que os valores dos calores específicos e dos calores latentes específicos não dependam da pressão e da temperatura.

160 Observe as informações:

I. A umidade relativa do ar corresponde à razão entre a pressão parcial de vapor existente no local e a pressão de vapor saturado na temperatura local.
II. O ser humano sente-se confortável quando a umidade relativa do ar está por volta de 50%. Uma umidade maior que 50% reduz a evaporação do suor da pele, provocando desconforto. Uma umidade menor que 50% tem um efeito secante na pele e na mucosa.
III. A tabela a seguir mostra a pressão máxima de vapor de água em função da temperatura.

θ (°C)	0	5	10	15	20
P (mm Hg)	4,58	6,54	9,21	12,8	17,5
θ (°C)	25	30	40	50	60
P (mm Hg)	23,8	31,8	55,3	92,5	149

Uma pessoa encontra-se num ambiente onde a temperatura é de 25 °C e a pressão de vapor de água é de 16,2 mm Hg. Pode-se afirmar que:

a) nesse local está chovendo;
b) a umidade relativa do ar, nesse ambiente, é menor que 50%;
c) a umidade relativa do ar, nesse ambiente, é igual a 89%;
d) essa pessoa pode estar sentindo sua pele ressecada;
e) a umidade relativa do ar, nesse ambiente, é aproximadamente igual a 68%.

161 (ITA-SP) Um termômetro em uma sala de 8,0 x 5,0 x 4,0 m indica 22 °C e um higrômetro indica que a umidade relativa é de 40%. Qual é a massa de vapor de água na sala, se sabemos que a essa temperatura o ar saturado contém 19,33 g de água por metro cúbico?

162 Uma arma dispara um projétil de chumbo de massa 20,0 g, que se move de encontro a um grande bloco de gelo fundente. No impacto, o projétil tem sua velocidade reduzida de 100 m/s para 0 e entra em equilíbrio térmico com o gelo. Não havendo dissipação de energia, ocorre a fusão de 2,25 g de gelo. Sendo o calor específico sensível do chumbo igual a 0,031 cal/g °C e o calor específico latente de fusão do gelo igual a 80 cal/g, qual era a temperatura do projétil no momento do impacto?

Dado: 1 cal = 4 J.

Tópico 4

Gases perfeitos

Bloco 1

1. Modelo macroscópio de gás perfeito

No Tópico anterior, fizemos a distinção entre vapor e gás, que constituem o estado gasoso. Lembremos que gás é a situação física de uma substância que se encontra a uma temperatura maior que a sua temperatura crítica.

Os diferentes gases reais (hidrogênio, oxigênio, nitrogênio, hélio etc.), devido às suas características moleculares, em geral apresentam comportamentos diferentes. Quando são colocados sob baixas pressões e altas temperaturas, entretanto, passam a se comportar, macroscopicamente, de maneira semelhante.

Assim, para iniciar o estudo dos gases, é conveniente adotarmos um modelo teórico, simples, sem existência prática, de comportamento apenas aproximado ao comportamento dos gases reais. Essa aproximação será tanto melhor quanto menor for a pressão e maior for a temperatura. A esse modelo chamamos de **gás perfeito**.

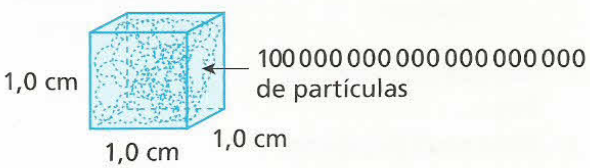
As regras do comportamento dos gases perfeitos foram estabelecidas por Robert Boyle, Jacques Charles, Louis Joseph Gay-Lussac e Paul Emile Clapeyron entre os séculos XVII e XIX, como veremos adiante.

Diremos, então, que um gás se enquadra no modelo teórico de gás perfeito se obedece às leis de Boyle, Charles e Gay-Lussac – que veremos oportunamente com detalhes. Tais leis estabelecem as regras do comportamento "externo" do gás perfeito, levando-se em conta as grandezas físicas a ele associadas – temperatura, volume e pressão –, denominadas **variáveis de estado** do gás.

2. As variáveis de estado de um gás perfeito

Sempre que considerarmos determinada massa de um gás, estaremos estabelecendo uma quantidade **N** de partículas desse gás. Esse número **N**, entretanto, é sempre muito grande, da ordem de 10^{20} partículas por centímetro cúbico.

Por ser mais cômodo, costuma-se quantificar uma porção de gás por meio do seu **número de mols** (**n**).

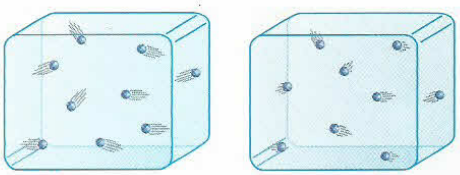


No local onde você se encontra, há aproximadamente, em cada centímetro cúbico, 10^{20} moléculas dos componentes do ar (oxigênio, hidrogênio, nitrogênio etc.).

Um mol de um gás constitui-se de um número de moléculas desse gás, dado pelo **número de Avogadro** ($A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol). O número de mols é obtido dividindo-se a massa do gás (**m**) pela sua massa molar ou molécula-grama (**M**), ambos na mesma unidade.

$$n = \frac{\text{massa do gás}}{\text{mol}} = \frac{m}{M}$$

Vimos que, para determinada massa de gás perfeito, as variáveis de estado são as grandezas físicas temperatura (**T**), volume (**V**) e pressão (**p**).



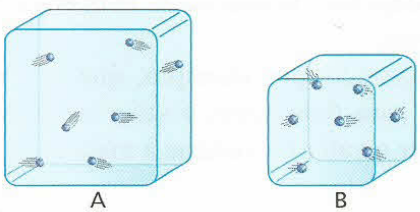
Para duas porções de um mesmo gás perfeito, terá maior temperatura aquela em que as partículas se movem com maior velocidade.

- A **temperatura** é a grandeza física que está relacionada à energia cinética de translação das partículas do gás, como veremos oportunamente.

Como usaremos para temperatura a escala absoluta Kelvin, o símbolo adotado será **T**.

Lembremos que: $T(K) = \theta_C(°C) + 273$

- Sendo os gases extremamente expansíveis, suas moléculas ocupam todo o espaço disponível no recipiente que os contém. Assim, o **volume** do gás corresponde à capacidade do recipiente.



Duas porções iguais (mesmo número de partículas) de um mesmo gás perfeito, colocadas em dois recipientes de capacidades diferentes, ocupam volumes diferentes ($V_A > V_B$).

As unidades de volume que encontraremos com maior freqüência são o metro cúbico (m^3) e o litro (L).

Atenção:

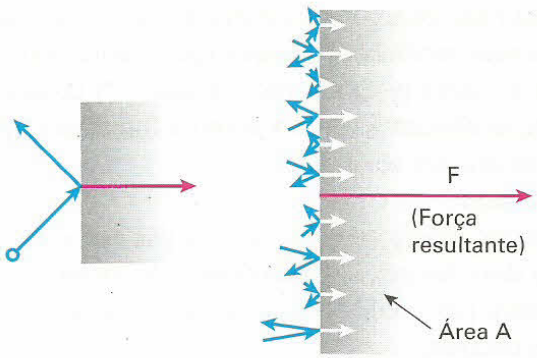
$1\,L = 1\,dm^3 = 10^{-3}\,m^3$

$1\,m^3 = 10^3\,L$

- A pressão é uma grandeza escalar, definida como a razão entre a intensidade da força resultante, aplicada perpendicularmente a uma superfície e à área dessa superfície.

A pressão numa superfície de área **A**, quando nela aplicamos uma força resultante normal (perpendicular) de módulo **F**, é definida pela relação:

$$p = \frac{F}{A}$$



Observe que cada partícula de gás exerce uma pequena força na superfície. Deve-se considerar apenas as componentes perpendiculares à superfície onde estão ocorrendo as colisões.

As unidades mais usadas para pressão são o pascal (Pa), a atmosfera técnica métrica (atm), a atmosfera normal (At) e o milímetro de mercúrio (mm Hg), valendo as equivalências:

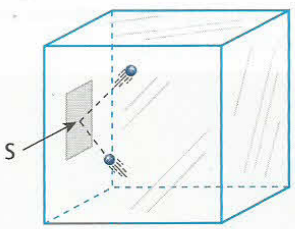
$1\,Pa = 1\,N/m^2$

$1\,At = 760\,mm\,H_g \simeq 10^5\,Pa$

$1\,atm = 1\,kgf/cm^2 \simeq 10^5\,Pa$

A pressão média que o gás exerce nas paredes internas do recipiente é devida aos choques de suas moléculas com essas paredes. Por ocasião desses choques, as moléculas aplicam forças nas paredes.

Considere uma superfície **S** de área unitária contida em uma das paredes do recipiente.



A cada instante, a força total aplicada em **S** pelas **N** moléculas que sobre ela estão incidindo determina a pressão média exercida pelo gás. É previsível que essa pressão não deva variar, se forem mantidas as condições do gás, pois teremos, a cada instante, o mesmo número **N** de moléculas chocando-se contra **S** e exercendo a mesma força total. Se, porém, introduzirmos mais gás no recipiente ou diminuirmos o seu volume, sem variarmos a temperatura, o número **N** de choques em **S** a cada instante aumentará. Com isso, a pressão média exercida pelo gás também aumentará, apesar de não se ter alterado a violência de cada choque.

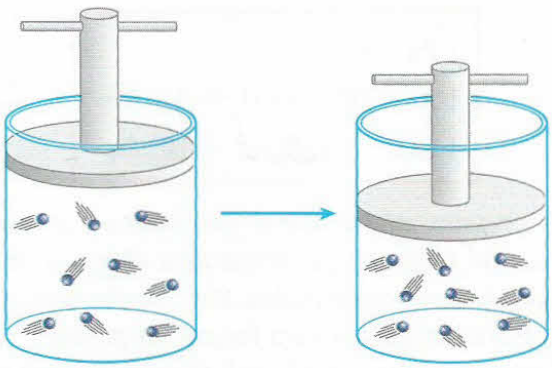
Experimentos mostram, porém, que, se aquecermos o gás a volume constante, a pressão média também aumentará. Isso evidencia que a temperatura do

gás está relacionada com a energia cinética de translação de suas moléculas. Nesse experimento, a pressão média aumenta porque tanto o número **N** de moléculas que se chocam contra **S** como a força exercida ali pelas moléculas aumentam.

Destaquemos que:

- a pressão média exercida por um gás está relacionada a dois fatores – a quantidade de moléculas que colidem por unidade de área e a força exercida em cada choque;
- a temperatura está relacionada de fato com a energia cinética de translação das moléculas do gás.

Aí estão as grandezas físicas temperatura, volume e pressão de um gás perfeito, suas variáveis de estado, que em conjunto definem o comportamento macroscópico do gás. Para determinada massa, a variação de pelo menos duas dessas variáveis de estado caracteriza uma **transformação** sofrida pelo gás.



No exemplo ilustrado acima, mesmo que a temperatura não se altere, a diminuição de volume produz um aumento de pressão. Esse fato caracteriza uma **transformação** sofrida pelo gás.

Craig Lovell/Corbis/LatinStock

O ar existente no interior de um balão é aquecido e se expande, tornando-se menos denso que o ar externo. Esse fato faz com que o balão seja empurrado para cima, ganhando altitude.

3. Lei de Boyle

Robert Boyle (1627-1691), físico e químico irlandês, foi o responsável pela lei que rege as transformações sofridas por determinada massa de gás perfeito quando sua temperatura se mantém constante (transformação isotérmica).

Getty Images

Retrato de Robert Boyle.

Assim, de acordo com o enunciado da **Lei de Boyle**, podemos dizer que:

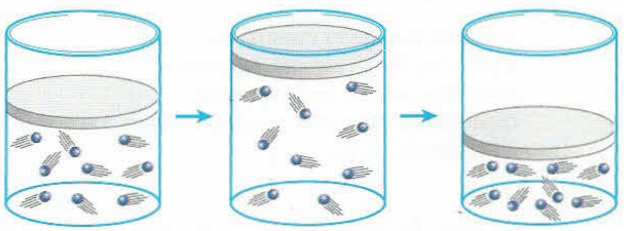
> Quando determinada massa de gás perfeito sofre uma **transformação isotérmica**, sua pressão é inversamente proporcional ao volume por ele ocupado.

Essa lei pode ser expressa matematicamente por:

$$p\,V = K_1$$

em que **p** é a pressão, **V**, o volume e $\mathbf{K_1}$, uma constante que depende da massa, da temperatura e da natureza do gás.

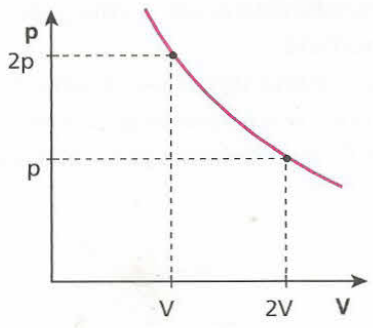
Isso significa, por exemplo, que, à temperatura constante, para dobrarmos o valor da pressão devemos reduzir o valor do volume à metade.



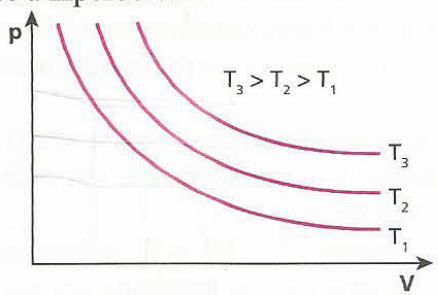
Nessas transformações, a massa e a temperatura do gás perfeito mantêm-se constantes. Dessa forma, a **Lei de Boyle** garante a validade da relação:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = p_3 V_3$$

Num diagrama pressão (**p**) × volume (**V**), a representação gráfica da Lei de Boyle é um **ramo de hipérbole**.



Para cada valor da temperatura absoluta do gás obtemos uma hipérbole diferente. Quanto maior a temperatura, mais afastada da origem dos eixos encontra-se a hipérbole.



4. Lei de Charles e Gay-Lussac

A lei que rege a **transformação isobárica**, em que determinada massa de gás perfeito se mantém sob pressão constante, foi estabelecida pelo físico e químico francês Louis Joseph Gay-Lussac (1778-1850). Antes, entretanto, Jacques A. C. Charles (1746-1823), físico francês, já havia apresentado trabalhos a respeito. Por isso, a lei que rege as transformações isobáricas é denominada **Lei de Charles e Gay-Lussac**. Por essa lei, temos que:

Getty Images

Retrato de Gay-Lussac.

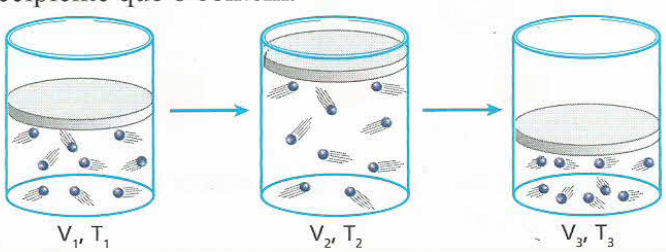
> Quando determinada massa de gás perfeito sofre uma **transformação isobárica**, seu volume é diretamente proporcional à sua temperatura absoluta.

Essa lei pode ser expressa matematicamente por:

$$V = K_2 T$$

em que **V** é o volume ocupado pelo gás, **T**, sua temperatura absoluta e $\mathbf{K_2}$, uma constante que depende da massa, da pressão e da natureza do gás, sendo inversamente proporcional ao valor da pressão, que permanece constante.

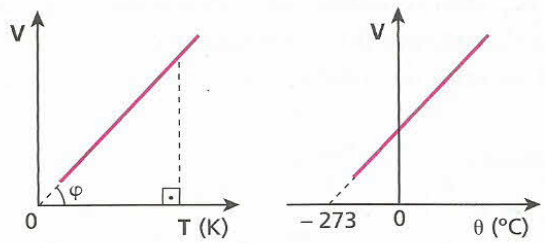
Dessa forma, para mantermos constante a pressão de um gás perfeito, ao dobrarmos o valor de sua temperatura absoluta, devemos dobrar a capacidade do recipiente que o contém.



Nessas transformações, a massa e a pressão do gás perfeito mantêm-se constantes. Dessa forma, a **Lei de Charles e Gay-Lussac** garante a validade da relação:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$

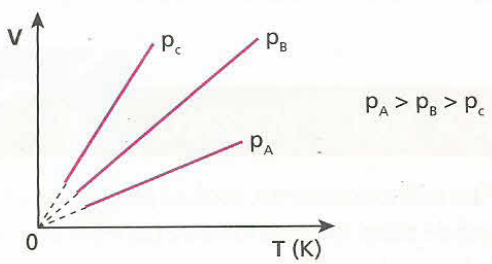
Num diagrama volume (**V**) × temperatura (**T** ou **θ**), a **Lei de Charles e Gay-Lussac** é representada por um segmento de reta oblíquo aos eixos.



É importante observar que, sendo o gás perfeito um modelo teórico constituído de partículas de volume desprezível, à temperatura correspondente ao zero absoluto, o volume desse gás praticamente se anula.

Para três pressões p_A, p_B e p_C diferentes, sendo $p_A > p_B > p_C$, uma mesma massa de um mesmo gás perfeito apresenta três valores diferentes para K_2, de forma que $K_{2A} < K_{2B} < K_{2C}$. Observe que K_2 é inversamente proporcional à pressão, sendo que, para a maior pressão, temos o menor valor de K_2 e, portanto, o menor ângulo de declividade **φ**.

Assim, temos:



5. Lei de Charles

Recebe a denominação de **Lei de Charles** a lei que rege as transformações a volume constante de determinada massa de gás. As transformações a volume constante são chamadas de **isovolumétricas, isométricas** ou **isocóricas**.

Science Museum Pictorial/Science & Society Picture Library

O físico francês Jacques Alexandre Cesar Charles (1746-1823) foi o primeiro a ter a idéia de usar hidrogênio para encher balões aerostáticos.

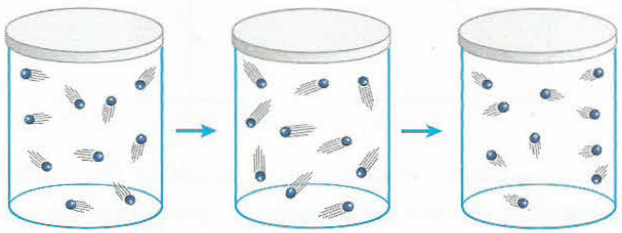
O enunciado da **Lei de Charles** afirma que:

> Quando determinada massa de gás perfeito sofre uma **transformação isométrica**, sua pressão é diretamente proporcional à sua temperatura absoluta.

Essa lei pode ser expressa matematicamente por:

$$p = K_3 T$$

em que **p** é a pressão do gás, **T**, a sua temperatura absoluta e K_3, uma constante que depende da massa, do volume e da natureza do gás, sendo inversamente proporcional ao valor do volume, que permanece constante.



Nessas transformações, a massa e o volume do gás perfeito mantêm-se constantes. Dessa forma, a **Lei de Charles** garante a validade da relação:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}$$

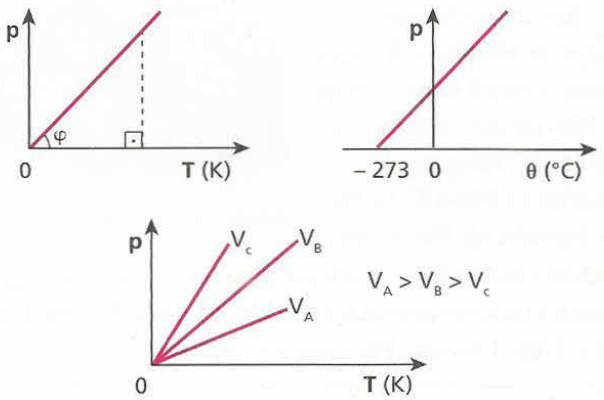
Assim, mantendo-se o volume constante, ao aumentarmos a temperatura absoluta de um gás perfeito, aumentaremos a violência de cada choque das partículas nas paredes do recipiente, elevando a pressão na mesma proporção da temperatura absoluta.

Admitindo que no zero absoluto cessa o movimento de translação das moléculas do gás, podemos concluir que a essa temperatura as partículas não mais se chocam com as paredes do recipiente, anulando-se a pressão.

Num diagrama pressão (**p**) × temperatura (**T** ou **θ**), a **Lei de Charles** é representada por um segmento de reta oblíquo aos eixos.

Para três volumes V_A, V_B e V_C diferentes, sendo $V_A > V_B > V_C$, uma mesma massa de um mesmo gás perfeito apresenta três valores diferentes para K_3, de forma que $K_{3A} < K_{3B} < K_{3C}$. Observe que K_3 é inversamente proporcional ao volume, sendo que, para o maior volume, temos o menor valor de K_3 e, portanto, o menor ângulo **φ**.

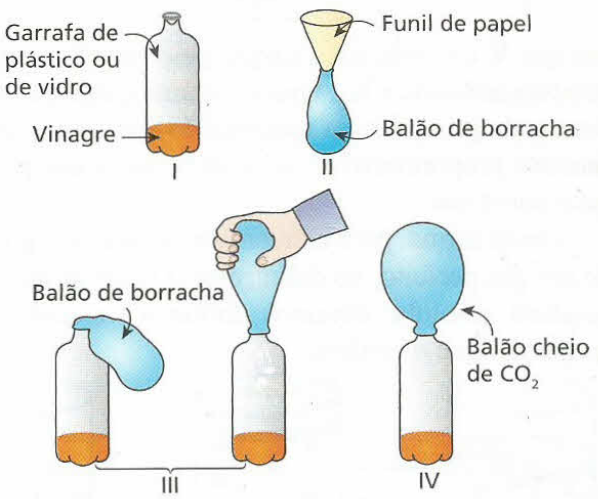
Assim, temos os gráficos abaixo.



FAÇA VOCÊ MESMO

Para este experimento, você irá precisar de uma garrafa de plástico com gargalo estreito, vinagre, bicarbonato de sódio, um funil de papel (ou uma folha de papel) e um balão de borracha.

I. Coloque vinagre no interior da garrafa até aproximadamente um quinto da sua capacidade.
II. Usando um funil feito com uma folha de papel, coloque o bicarbonato de sódio no interior do balão de borracha.
III. Em seguida, prenda o bico do balão no gargalo da garrafa e levante-o, de modo que o bicarbonato de sódio caia no interior da garrafa já com o vinagre.
IV. A reação causada pela mistura de bicarbonato de sódio com vinagre libera uma grande quantidade de dióxido de carbono (CO_2) gasoso, que irá provocar a expansão do balão de borracha.



Esse experimento mostra que a pressão exercida pelo gás deve-se aos choques das partículas desse gás contra as faces internas do balão, que se expande e toma a forma esférica.

No final desse experimento, a boca do balão cheio de CO_2 é fechada e o balão é colocado no interior de um *freezer*. Após alguns minutos, observe o balão. O que aconteceu? Você saberia explicar?

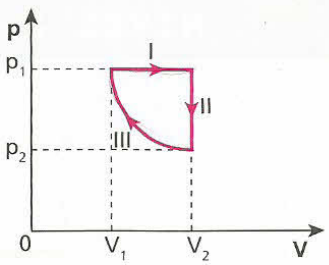
EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 (Esam-RN) Chama-se pressão média sobre uma superfície plana:
a) o contato entre superfícies planas.
b) uma propriedade da superfície livre dos líquidos.
c) o valor da força que atua sobre qualquer superfície plana.
d) a razão entre o módulo da força que atua perpendicularmente na superfície e a área da superfície.
e) a razão entre o módulo da força que atua na superfície e o perímetro dessa superfície.

2 (UFRGS-RS) Um gás encontra-se contido sob a pressão de $5{,}0 \cdot 10^3\ N/m^2$ no interior de um recipiente cúbico cujas faces possuem uma área de $2{,}0\ m^2$. Qual é o módulo da força média exercida pelo gás sobre cada face do recipiente?

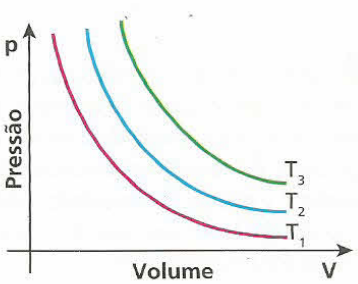
3 Determinada massa de gás perfeito sofre as transformações indicadas a seguir:
I. Compressão a temperatura constante.
II. Expansão a pressão constante.
III. Aquecimento a volume constante.
Nessa ordem, as transformações podem ser chamadas também de:
a) isobárica, adiabática e isocórica.
b) isométrica, isotérmica e isobárica.
c) isotérmica, isobárica e adiabática.
d) isométrica, isocórica e isotérmica.
e) isotérmica, isobárica e isométrica.

4 (Uneb-BA) Uma amostra de gás ideal sofre as transformações I, II e III, identificadas no gráfico pressão × volume apresentado abaixo.

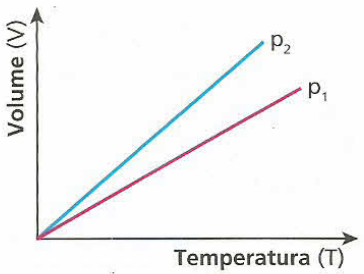


Sabe-se que a transformação III é adiabática.
As transformações I e II são, respectivamente:
01) isobárica e isotérmica.
02) isobárica e isométrica.
03) isométrica e isotérmica.
04) isométrica e isobárica.
05) isotérmica e isobárica.

5 O diagrama representa três isotermas T_1, T_2 e T_3, referentes a uma mesma amostra de gás perfeito. A respeito dos valores das temperaturas absolutas T_1, T_2 e T_3, pode-se afirmar que:
a) $T_1 = T_2 = T_3$;
b) $T_1 < T_2 < T_3$;
c) $T_1 > T_2 > T_3$;
d) $T_1 = T_2 < T_3$;
e) $T_2 > T_1 < T_3$.

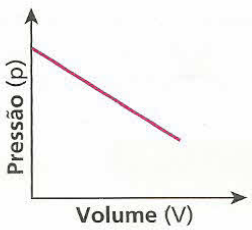


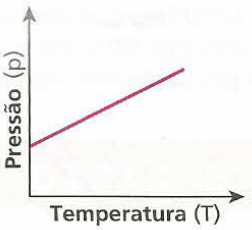
6 O diagrama mostra duas transformações isobáricas sofridas por uma mesma amostra de gás perfeito.

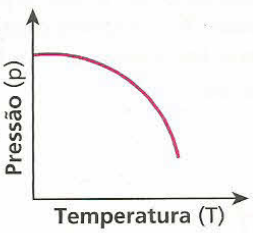


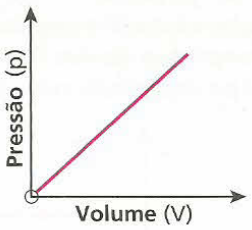
Com base nesses dados, pode-se afirmar que:
a) $p_2 > p_1$;
b) $p_2 < p_1$;
c) $p_2 = p_1$;
d) $p_2 = 2\,p_1$;
e) Num diagrama volume × temperatura absoluta, não se pode comparar diferentes valores da pressão.

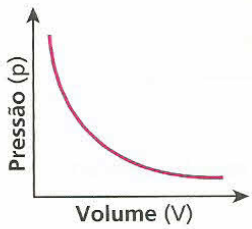
7 Um recipiente indeformável (volume interno constante) e hermeticamente fechado (não permite a entrada ou saída de gás) contém certa massa de gás perfeito à temperatura ambiente. Aquecendo-se esse gás, qual dos gráficos a seguir melhor representa o seu comportamento?

a)


d)


b)


e)


c)


8 **E.R.** Num recipiente indeformável, aprisiona-se certa massa de gás perfeito a 27 °C. Medindo a pressão exercida pelo gás, obtemos o valor 90 cm Hg. Se elevarmos a temperatura para 170,6 °F, qual será a nova pressão do gás?
Resolução:
Uma vez que o volume permanece constante, podemos aplicar a Lei de Charles, que é expressa da seguinte forma:

$$p = KT \Rightarrow \frac{p}{T} = K$$

Assim, temos:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (I)$$

São dados:

$$p_1 = 90 \text{ cm Hg}$$

$$T_1 = 27\,^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

Transformando 170,6 °F em unidades da escala Kelvin, temos:

$$\frac{\theta_F - 32}{9} = \frac{T - 273}{5} \Rightarrow \frac{170{,}6 - 32}{9} = \frac{T_2 - 273}{5}$$

$$15{,}4 = \frac{T_2 - 273}{5} \Rightarrow T_2 = 350 \text{ K}$$

Substituindo os valores conhecidos na relação (I), encontramos:

$$\frac{90}{300} = \frac{p_2}{350} \Rightarrow \boxed{p_2 = 105 \text{ cm Hg}}$$

9 (FCMSC-SP) Uma amostra de gás perfeito ocupa um recipiente de 10,0 ℓ à pressão de 1,5 atm. Essa amostra foi transferida para outro recipiente de 15,0 litros, mantendo a mesma temperatura. Qual a nova pressão dessa amostra de gás?

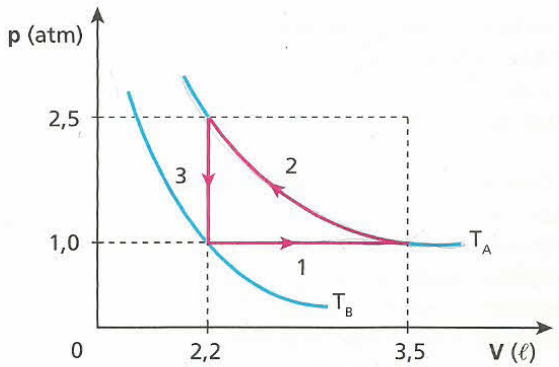
10 (PUC-SP) Um recipiente contém certa massa de gás ideal que, à temperatura de 27 °C, ocupa um volume de 15 ℓ. Ao sofrer uma transformação isobárica, o volume ocupado pela massa gasosa passa a ser de 20 ℓ. Nessas condições, qual foi a variação de temperatura sofrida pelo gás?

11 (UFPE) Certa quantidade de gás ocupa um volume de 3,0 ℓ e sua temperatura é de 450 K. Sem que a pressão mude, sua temperatura é baixada para 300 K. Determine o volume do gás nessa nova situação.

12 (PUC-SP) Determinada massa de gás perfeito sofre uma transformação isométrica. A pressão inicial vale 4,0 atm e a temperatura inicial é de 47 °C. Se a temperatura final é de 127 °C, qual é o valor da pressão final?

13 (Ufal) Um gás ideal está contido em um recipiente fechado, a volume constante, a uma temperatura de 27 °C. Para que a pressão desse gás sofra um acréscimo de 50%, é necessário elevar a sua temperatura para quanto?

14 (Univali-SC) Considere o diagrama onde se apresentam duas isotermas, T_A e T_B.

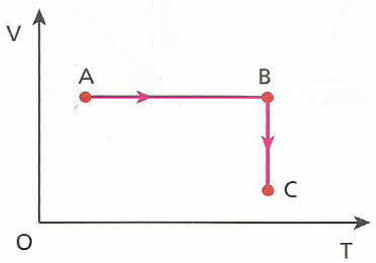


As transformações gasosas 1, 2 e 3 são, respectivamente:

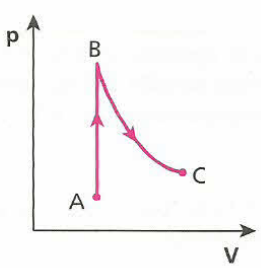
a) isobárica, isocórica e isotérmica.
b) isocórica, isobárica e isotérmica.
c) isotérmica, isobárica e isocórica.
d) isobárica, isotérmica e isocórica.
e) isotérmica, isocórica e isobárica.

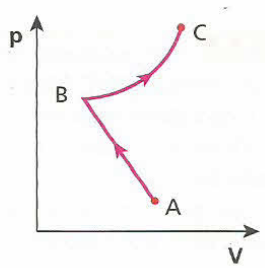
EXERCÍCIOS NÍVEL 2

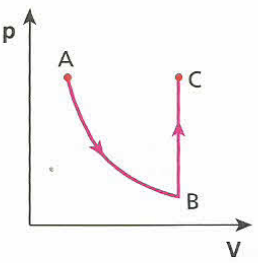
15 Um gás perfeito tem como variáveis de estado as grandezas: pressão (**p**), volume (**V**) e temperatura absoluta (**T**). O diagrama volume (**V**) × temperatura absoluta (**T**) representa as transformações AB e BC sofridas por determinada massa de gás perfeito.

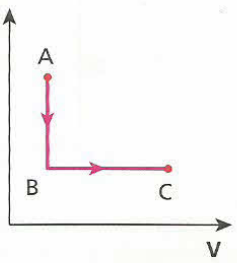


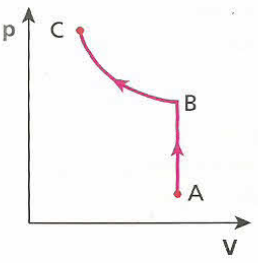
Num diagrama pressão (**p**) × volume (**V**), essas transformações poderiam ser representadas por:

a)


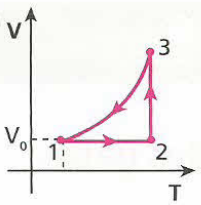
b)


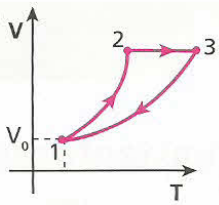
c)


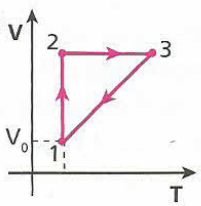
e)


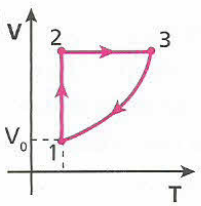
d)


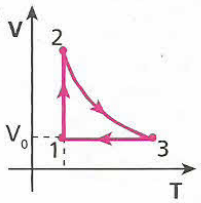
16 (UFMA) Um determinado gás perfeito, contido dentro de um recipiente, ocupa inicialmente um volume V_0. O gás sofre então uma expansão isotérmica, atingindo o estado 2, a partir do qual passa por um processo de aquecimento isovolumétrico, atingindo o estado 3. Do estado 3, o gás retorna ao estado 1 (inicial) por meio de uma compressão isobárica. Indique qual dos diagramas a seguir representa a seqüência dos processos acima:

a)


d)


b)


e)


c)


17 (Fuvest-SP) Um congelador doméstico (*freezer*) está regulado para manter a temperatura de seu interior a –18 °C. Sendo a temperatura ambiente igual a 27 °C (ou seja, 300 K), o congelador é aberto e, pouco depois, fechado novamente. Suponha que o *freezer* tenha boa vedação e que tenha ficado aberto o tempo necessário para o ar em seu interior ser trocado por ar ambiente. Quando a temperatura do ar no *freezer* voltar a atingir –18 °C, a pressão em seu interior será:

a) cerca de 150% da pressão atmosférica.
b) cerca de 118% da pressão atmosférica.
c) igual à pressão atmosférica.
d) cerca de 85% da pressão atmosférica.
e) cerca de 67% da pressão atmosférica.

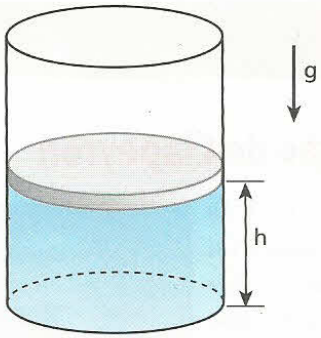
18 Certa massa de gás ideal, inicialmente nas CNTP (condições normais de temperatura e pressão: T = 0 °C = 273 K e p = 1,0 atm), sofre uma transformação isobárica e aumenta seu volume em 80%. Em graus Celsius, qual foi a variação de temperatura sofrida por esse gás?

19 Certa massa de gás perfeito está em um recipiente de volume constante. No início, a temperatura do gás é de 47 °C e a pressão registrada é equivalente a 100 mm Hg. Qual será a nova pressão do gás se a sua temperatura for alterada para 207 °C?

20 (Unifor-CE) Um pneu de automóvel contém ar sob pressão de 3,0 atm à temperatura de 7,0 °C. Após viagem de 72 km, verifica-se que a temperatura do pneu atinge 47 °C. Considerando o ar um gás ideal e desprezando a variação de volume do pneu, a pressão do ar nessa nova condição vale, em atmosferas:

a) 3,1.
b) 3,4.
c) 3,7.
d) 4,0.
e) 4,3.

21 (Fuvest-SP) O cilindro da figura a seguir é fechado por um êmbolo que pode deslizar sem atrito e está preenchido por certa quantidade de gás que pode ser considerado como ideal. À temperatura de 30 °C, a altura **h** na qual o êmbolo se encontra em equilíbrio vale 20 cm (ver figura; **h** se refere à superfície inferior do êmbolo). Se mantidas as demais características do sistema e a temperatura passar a ser 60 °C, o valor de **h** variará em aproximadamente:



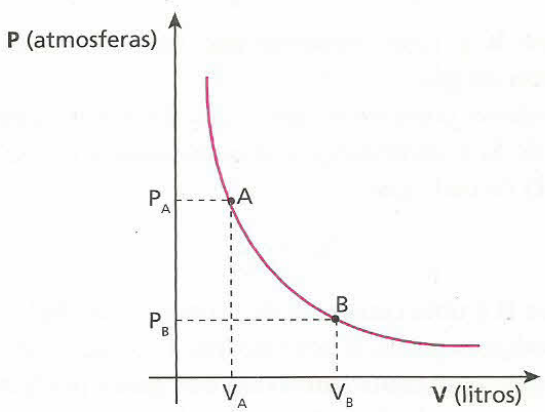
a) 5%.
b) 10%.
c) 20%.
d) 50%.
e) 100%

22 Uma garrafa metálica aprisiona ar a uma temperatura de 27 °C, sob pressão de 1,2 atm. Essa garrafa é colocada no interior de um forno e é aquecida até que sua tampa seja ejetada. Supondo que o ar se comporte como um gás perfeito, a dilatação da garrafa seja desprezível e a condição para a tampa ser ejetada é uma pressão igual a 2,8 atm, qual a temperatura do ar no instante em que ela escapa da garrafa?

23 (UEL-PR) Uma bolha de ar, formada junto ao fundo de um lago, a 5,0 m de profundidade, escapa e sobe à superfície. São dados: pressão atmosférica = $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m^2 e densidade da água = $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3. Considerando constante a temperatura da água, pode-se concluir que o volume da bolha, na subida:

a) permanece o mesmo.
b) aumenta 5%.
c) aumenta 10%.
d) aumenta 20%.
e) aumenta 50%.

24 (Mack-SP) Um mol de gás ideal, inicialmente num estado **A**, ocupa o volume de 5,6 litros. Após sofrer uma transformação isotérmica, é levado ao estado **B**.

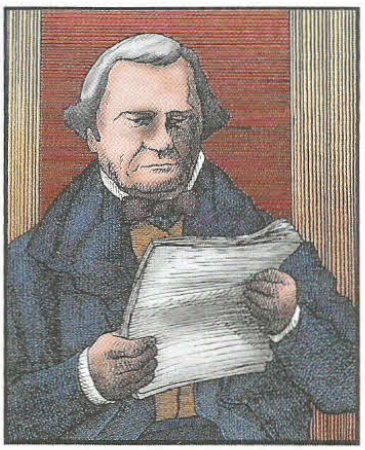


Sabendo que em **B** o gás está nas CNTP (condições normais de temperatura e pressão), podemos afirmar que em **A**:

a) a pressão é desconhecida e não pode der determinada com os dados disponíveis.
b) a pressão é de 1,0 atmosfera.
c) a pressão é de 2,0 atmosferas.
d) a pressão é de 4,0 atmosferas.
e) a pressão é de 5,6 atmosferas.

Bloco 2

6. A Equação de Clapeyron



Foi o físico francês Paul Emile Clapeyron (1799-1864) quem estabeleceu a equação que relaciona as variáveis de estado: pressão (**p**), volume (**V**) e temperatura absoluta (**T**) de um gás perfeito. Equação que nada mais é do que a síntese das leis de Boyle, de Charles e de Gay-Lussac.

De acordo com a **Lei de Boyle**, a pressão (**p**) e o volume (**V**) de um gás perfeito são inversamente proporcionais. Da **Lei de Charles e Gay-Lussac**, sabemos que o volume (**V**) é diretamente proporcional à temperatura absoluta (**T**) do gás. Da **Lei de Charles**, sabemos que a pressão (**p**) é diretamente proporcional à temperatura absoluta (**T**) do gás.

Não podemos esquecer ainda que, se a pressão de um gás é produzida pelo choque de suas partículas com as paredes do recipiente, a pressão (**p**) é função também do número de partículas, isto é, da massa (**m**) do gás considerado.

Tendo isso em conta, podemos escrever que:

$$p = K \frac{m\,T}{V}$$

em que **K** é uma constante que depende apenas da natureza do gás.

Pode-se comprovar que, para diferentes gases, o valor de **K** é inversamente proporcional à massa molar (**M**) de cada gás:

$$K = \frac{R}{M}$$

em que **R** é uma constante de proporcionalidade igual para todos os gases. É por isso que a constante **R** é denominada **constante universal dos gases perfeitos**.

Assim, a relação anterior fica dada por:

$$p = R \frac{m}{M} \frac{T}{V} \Rightarrow p\,V = \frac{m}{M} R\,T$$

Uma vez que o quociente m/M é o número de mols (**n**) do gás, a Equação de Clapeyron para os gases perfeitos toma seu aspecto definitivo:

$$p\,V = n\,R\,T$$

7. A constante universal dos gases perfeitos (R) e seus valores

Nas denominadas condições normais de temperatura e pressão (CNTp), quando a temperatura é 0 °C e a pressão assume o valor 1,0 atm, 1 mol de qualquer gás ocupa um volume correspondente a 22,4 litros.

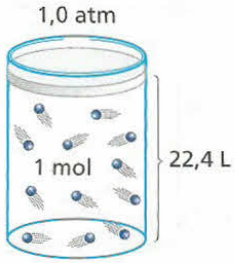
Resumindo:

nas CNTp:

$p = 1{,}0$ atm

$T = 0\ °C = 273$ K

1 mol de qualquer gás ocupa um volume de 22,4 L.



Da **Equação de Clapeyron**, temos:

$$R = \frac{p\,V}{n\,T}$$

Substituindo os dados citados, concluímos:

$$R = \frac{1\ \text{atm} \cdot 22{,}4\ \text{L}}{1\ \text{mol} \cdot 273\ \text{K}}$$

$$R = 0{,}082 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}}$$

A grandeza **R** é uma constante física; assim, possui unidades que, ao serem mudadas, produzem alteração no valor numérico da constante.

A constante **R** dependendo das unidades das demais grandezas, os valores:

$$R = 0{,}082 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}} = 8{,}31 \frac{\text{joules}}{\text{mol K}} \simeq 2 \frac{\text{cal}}{\text{mol K}}$$

Jonny Gitti

Quando uma pessoa assopra o bico de um balão, ela está injetando ar no seu interior (o número de mols **n** está aumentando). As partículas de ar chocam-se com as paredes internas, forçando-as. Devido à elasticidade da borracha, o balão aumenta de volume. Nessa situação, estão sendo alterados o número de mols, a pressão e o volume do gás.

LEITURA

A atmosfera terrestre

Ao redor da superfície da Terra, encontramos gases que formam sua atmosfera. O nitrogênio é o principal desses gases, participando com 78% do total; o oxigênio é o segundo, com 21%, e o restante 1% é formado por argônio, dióxido de carbono (CO_2), neônio, hélio, metano (CH_4), criptônio, hidrogênio e xenônio. Todos eles são chamados de gases reais e, rigorosamente, não obedecem às leis de Boyle, Charles e Gay-Lussac e à equação de Clapeyron. Sob altas temperaturas e baixas pressões, no entanto, esses gases se comportam de maneira a se aproximar do comportamento dos gases perfeitos. Assim, **teoricamente**, podemos supor que o ar atmosférico (que é a mistura dos gases citados) se comporta dentro dos padrões dos gases perfeitos.

C. Lee/Photolink

A cor azul da atmosfera terrestre é devida ao nitrogênio, que nela está presente em grande quantidade. Além de gases, na atmosfera encontramos também vapor d'água, responsável pela formação de nuvens.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

25 **E.R.** Colocam-se 160 g de oxigênio, a 27 °C, em um recipiente com capacidade de 5,0 L. Considerando-se que o oxigênio comporta-se como um gás perfeito, qual o valor da pressão exercida por ele?
Dados: massa molar do oxigênio = 32 g;
constante universal dos gases perfeitos $R = 0{,}082 \frac{atm\ L}{mol\ K}$.

Resolução:
Aplicando a Equação de Clapeyron para os gases perfeitos, temos:

$$p V = n R T$$

em que $n = m/M$, **R** é a constante universal dos gases perfeitos e **T** é a temperatura absoluta do gás.
Do enunciado, sabemos que:

$$V = 5{,}0\ L$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{160}{32} \Rightarrow n = 5{,}0\ mols$$

$$R = 0{,}082 \frac{atm\ L}{mol\ K}$$

$$T = 27\ °C = 300\ K$$

Portanto:

$$p \cdot 5{,}0 = 5{,}0 \cdot 0{,}082 \cdot 300$$

$$\boxed{p = 24{,}6\ atm}$$

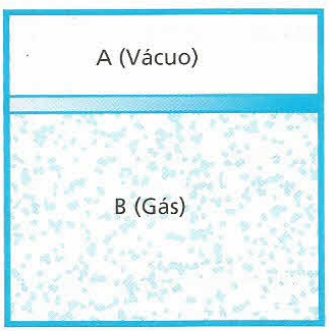
26 Num recipiente rígido de 41 L de capacidade, são colocados 10 mols de um gás perfeito, à temperatura de 177 °C. Qual o valor da pressão exercida por esse gás nas paredes internas do recipiente?
Dado: constante universal dos gases perfeitos R = 0,082 atm L/mol K

27 Que volume devem ocupar 6,0 mols de um gás perfeito, a 227 °C, para exercer nas paredes do recipiente uma pressão de 12 atm?
Dado: R = 0,082 atm L/mol K

28 A que temperatura (em graus Celsius) devem-se encontrar 5,0 mols de um gás perfeito para que, colocados em um recipiente de volume igual a 20,5 L, exerçam uma pressão de 4,0 atm?
Dado: R = 0,082 atm L/mol K

29 Num recipiente de paredes rígidas e capacidade igual a 10 L, são colocados 8,0 g de hidrogênio à temperatura de –23 °C. Qual a pressão exercida pelo gás, supondo-se que ele se comporte como um gás perfeito?
Dados: R = 0,082 atm L/mol K;
mol (H_2) = 2 g.

30 Na figura a seguir, os compartimentos **A** e **B** são separados por um êmbolo de peso P = 60 kgf e área S = 12 cm^2, que pode deslizar sem atrito.



No compartimento **B**, são colocados 5,0 mols de um gás perfeito a uma temperatura de 27 °C. O volume ocupado por esse gás, em litros, vale:
a) 8,4;
b) 12,6;
c) 18,4;
d) 22,8;
e) 24,6.
Dados: R = 0,082 atm L/mol K;
1 kgf/cm^2 ≃ 1 atm.

31 (Fuvest-SP) Um botijão de gás de cozinha contém 13 kg de gás liquefeito, à alta pressão. Um mol desse gás tem massa de, aproximadamente, 52 g. Se todo o conteúdo do botijão fosse utilizado para encher um balão, à pressão atmosférica e à temperatura de 300 K, o volume final do balão seria aproximadamente de:

a) 13 m^3.
b) 6,2 m^3.
c) 3,1 m^3.
d) 0,98 m^3.
e) 0,27 m^3.

Constante dos gases **R**
$R = 8{,}3\ J/(mol \cdot K)$ ou
$R = 0{,}082\ atm \cdot \ell/(mol \cdot K)$
$P_{atmosférica} = 1\ atm \simeq 1 \cdot 10^5\ Pa$
$(1\ Pa = 1\ N/m^2)$
$1\ m^3 = 1\,000\ \ell$

32 (Mack-SP) A tabela a seguir representa as características de duas amostras do mesmo gás perfeito.

Características	Amostra 1	Amostra 2
Pressão (atm)	1,0	0,5
Volume (litros)	10,0	20,0
Massa (g)	4,0	3,0
Temperatura (°C)	27,0	

O preenchimento correto da lacuna existente para a amostra 2 é:

a) 273,0 °C
b) 227,0 °C
c) 197,0 °C
d) 153,0 °C
e) 127,0 °C

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

33 (PUC-SP) Um certo gás, cuja massa vale 140 g, ocupa um volume de 41 litros, sob pressão de 2,9 atmosferas à temperatura de 17 °C. O número de Avogadro vale $6{,}02 \cdot 10^{23}$ e a constante universal dos gases perfeitos é R = 0,082 atm L/mol K. Nessas condições, qual o número de moléculas contidas no gás?

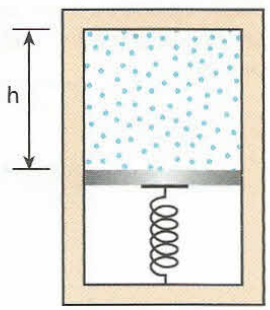
34 (Cesgranrio-RJ) Um quarto mede 3,00 m × 4,00 m × 2,80 m. Considere que, nas CNTp, 1 mol de um gás (equivalente a $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas) ocupa o volume de 22,4 ℓ. A ordem de grandeza do número de moléculas desse gás, nas CNTp, que ocupará o quarto é de:

a) 10^{19}. b) 10^{21}. c) 10^{23}. d) 10^{25}. e) 10^{27}.

35 Considerando-se **p** a pressão, **V** o volume, **T** a temperatura absoluta, **M** a massa de 1 mol e **R** a constante universal dos gases perfeitos, qual a relação que representa a densidade absoluta de um gás perfeito?

a) d = MR/pT. c) d = pM/RT. e) d = p/MRT.
b) d = pV/RT. d) d = RT/pV.

36 Um cilindro adiabático vertical foi dividido em duas partes por um êmbolo de 2,50 kg de massa, que está apoiado em uma mola ideal de constante elástica igual a $1{,}04 \cdot 10^5$ N/m. Na parte inferior do cilindro, fez-se vácuo e, na parte superior, foram colocados 5 mols de um gás perfeito. Na situação de equilíbrio, a altura **h** vale 60 cm e a mola está comprimida em 20 cm.



Dados: $g = 10\ m/s^2$;
$R = 8{,}31\ J/mol\ K$.

Desprezando-se possíveis atritos, qual a temperatura do gás, em graus Celsius?

37 **E.R.** Um cilindro metálico de paredes indeformáveis contém gás ideal a −23 °C. Quando aquecemos lentamente o sistema até 127 °C, uma válvula deixa escapar gás, a fim de manter a pressão interna constante, durante todo o processo. Determine a fração do gás inicial que escapa.

Resolução:

Do texto, observamos que o volume e a pressão do gás permanecem constantes. Aplicando a **Equação de Clapeyron**, temos:

$$pV = nRT$$

$$n_1 R T_1 = n_2 R T_2 \Rightarrow n_1 T_1 = n_2 T_2 \quad (1)$$

São dados:

$$T_1 = -23\ °C = 250\ K$$

$$T_2 = 127\ °C = 400\ K$$

Substituindo esses valores na expressão (1), encontramos:

$$n_1 \cdot 250 = n_2 \cdot 400$$

$$n_2 = 0{,}625 n_1 \text{ ou } n_2 = 62{,}5\%\ n_1$$

Portanto, o gás que escapa representa 37,5% da massa inicial.

38 (Mack-SP) Em um recipiente hermeticamente fechado e que contém 20 g de CO_2 foi acoplada uma válvula. Inicialmente, a pressão desse gás é de 6,0 atm e sua temperatura, de 77 °C. Se, através da válvula, permitirmos que 25% do gás escapem, mantendo constante a temperatura, qual será a pressão exercida pelo gás restante?

39 (Unirio-RJ) Um cilindro de capacidade igual a 60 L está cheio de oxigênio sob pressão de 9,2 atm, à temperatura de 27 °C. Abre-se a válvula. Qual a massa de gás que escapa? Admite-se que a temperatura permaneça constante e a pressão externa seja normal. Para o oxigênio, M = 32 g; R = 0,082 atm L/mol K.

40 (Mack-SP) Num recipiente fechado e indeformável, temos 1 mol de oxigênio (M = 16 g) sob determinadas condições de temperatura e pressão. Introduzindo-se mais 80 g de oxigênio nesse recipiente e mantendo-se constante a temperatura, o que ocorre com a pressão do gás?

41 (UFF-RJ) Até meados do século XVII, a concepção de vácuo, como uma região desprovida de matéria, era inaceitável. Contudo, experiências relacionadas à medida da pressão atmosférica possibilitaram uma nova concepção, considerando o vácuo como uma região onde a pressão é bem inferior à de sua vizinhança. Atualmente, pode-se obter vácuo, em laboratórios, com o recurso tecnológico das bombas de vácuo.

Considere que se tenha obtido vácuo à pressão de, aproximadamente, $1{,}00 \cdot 10^{-10}$ atm à temperatura de 300 K. Utilizando o modelo de gás perfeito, determine o número de moléculas por cm^3 existentes nesse vácuo.

Dados: número de Avogadro = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol; constante universal dos gases = 8,31 J/mol K; 1 atm = $1{,}01 \cdot 10^5\ N/m^2$.

42 (Cesgranrio-RJ) Uma determinada quantidade de gás ideal tem a sua temperatura aumentada, isobaricamente, de 300 K para 375 K. Nesse processo, a massa específica do gás varia de μ_1 para μ_2. Qual a relação existente entre essas massas específicas?

43 A densidade do nitrogênio, considerado como gás ideal, nas condições normais de temperatura e pressão, é de 1,25 kg m^{-3}. Qual será a massa de 10 L de nitrogênio à pressão de 700 mm Hg e a 40 °C?

44 (Faap-SP) Certa massa de oxigênio tem massa específica de 0,07 g/cm^3 sob pressão de 700 mm Hg. Determine a pressão desse oxigênio para que sua massa específica aumente para 0,09 g/cm^3 à mesma temperatura.

45 (Mack-SP) Um estudante teve a curiosidade de saber qual é a massa de oxigênio puro e qual é o número de átomos existente em um recipiente de 2,46 litros, quando submetido à pressão de 1,0 atm e à temperatura de 27 °C. Para tanto, solicitou sugestões ao seu professor de Física, que lhe deu algumas aulas sobre comportamento térmico dos gases e estas informações: esse gás é diatômico e a notação química do átomo de oxigênio é $^{16}_{8}O$. Além disso, o professor lhe forneceu os valores de algumas constantes, que estão indicadas no quadro abaixo.

Número de Avogadro = $6{,}02 \cdot 10^{23}$
Constante universal dos gases perfeitos = $8{,}2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{atm} \times \text{litro}}{\text{mol} \times \text{kelvin}}$

Se o estudante efetuou todas as operações corretamente, encontrou:
a) 3,2 g e $6{,}02 \cdot 10^{22}$ átomos.
b) 3,2 g e $3{,}01 \cdot 10^{22}$ átomos.
c) 3,2 g e $12{,}04 \cdot 10^{22}$ átomos.
d) 1,6 g e $6{,}02 \cdot 10^{22}$ átomos.
e) 1,6 g e $3{,}01 \cdot 10^{22}$ átomos.

Bloco 3

8. Lei Geral dos Gases

Quando determinada massa de gás perfeito (massa constante) sofre uma transformação em que as três variáveis pressão (**p**), volume (**V**) e temperatura absoluta (**T**) se modificam, podemos usar a chamada **Lei Geral dos Gases**.

Essa lei é obtida a partir da **Equação de Clapeyron**. Para tanto, suponhamos que certa massa de gás perfeito encontre-se inicialmente num estado definido por p_1, V_1 e T_1. Sofrendo uma transformação, essa **mesma** massa de gás passa para o estado definido por p_2, V_2 e T_2.

Se aplicarmos a Equação de Clapeyron separadamente para essas situações, teremos:

Estado (1): $p_1 V_1 = n R T_1$

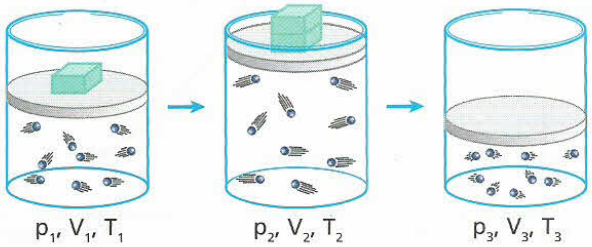
$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = n R \qquad \text{(I)}$$

Estado (2): $p_2 V_2 = n R T_2$

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = n R \qquad \text{(II)}$$

Igualando (I) e (II), obtemos a seguinte relação, que constitui a Lei Geral dos Gases:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$



Nas transformações do exemplo, a massa do gás perfeito mantém-se constante, variando apenas as demais grandezas: pressão (**p**), volume (**V**) e temperatura absoluta (**T**). A Lei Geral dos Gases garante a validade da relação: $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3}$.

Pneus especiais

Steve Craft/Masterfile/Other Images

Em altitudes da ordem de 10 000 m, em que voam os grandes aviões, a temperatura atmosférica é bastante baixa, próxima de –50 °C. Durante o pouso, os pneus desses aviões sofrem uma expressiva elevação de temperatura, de –50 °C (em vôo) a +80 °C (na aterrissagem), devido aos atritos que os pneumáticos recebem da pista, parcialmente responsáveis pelo freamento da aeronave. Esse aumento de temperatura faz a pressão do nitrogênio (que infla os pneus) aumentar, exigindo que os pneus de aviões tenham fabricação especial.

9. Mistura física de gases perfeitos

A **mistura física de gases perfeitos** é a reunião de dois ou mais gases ideais, de forma a não ocorrerem reações químicas entre suas partículas, isto é, as interações existentes são estritamente físicas.

Ao calcular as grandezas físicas associadas à mistura, devemos lembrar que, sempre, numa mistura de **e** gases perfeitos, o número de mols da associação é igual à soma do número de mols dos gases componentes.

Assim:

$$n_{mistura} = n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_e \quad (I)$$

Mas da Equação de Clapeyron temos:

$$p\,V = n\,R\,T \Rightarrow n = \frac{p\,V}{R\,T}$$

Daí, calculando o número de mols de cada gás antes da mistura, temos:

$$n_1 = \frac{p_1 V_1}{R T_1}$$

$$n_2 = \frac{p_2 V_2}{R T_2}$$

$$n_3 = \frac{p_3 V_3}{R T_3}$$

$$\vdots$$

$$n_e = \frac{p_e V_e}{R T_e}$$

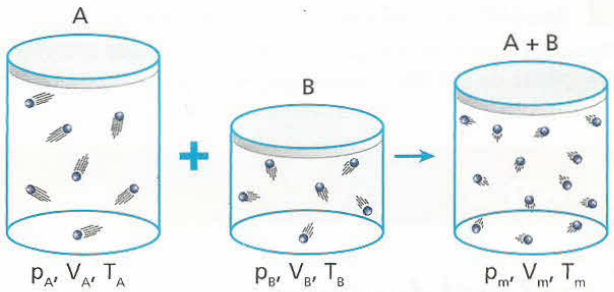
Para a mistura, podemos escrever:

$$n_m = \frac{p_m V_m}{R T_m}$$

Da expressão (I), temos:

$$\frac{p_m V_m}{T_m} = \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} + ... + \frac{p_e V_e}{T_e}$$

Portanto, numa mistura de gases ideais, a razão $\frac{pV}{T}$ da mistura é a soma das razões $\frac{pV}{T}$ de cada um dos gases participantes, antes de fazerem parte da mistura.



Na ilustração, os gases perfeitos **A** e **B** são misturados fisicamente em um terceiro recipiente. A mistura terá um número de mols **n** igual à soma dos números de mols de **A** e **B** ($n = n_A + n_B$). Assim, podemos afirmar que vale a relação:

$$\frac{p_m V_m}{T_m} = \frac{p_A V_A}{T_A} + \frac{p_B V_B}{T_B}$$

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

46 **E.R.** Um recipiente provido de êmbolo contém um gás ideal, de tal forma que $V_1 = 2{,}0$ L, $p_1 = 3{,}495$ atm e $T_1 = 233$ K. O êmbolo é comprimido, reduzindo o volume em 40%. De quanto devemos aquecer esse gás para que a pressão se torne igual a 7,825 atm? Dê a resposta na escala Fahrenheit.

Resolução:

Já que a massa do gás não varia, pode-se usar a Lei Geral dos Gases:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Note que:

$$V_2 = V_1 - 0{,}4 \cdot V_1 = 0{,}6 \cdot V_1 \Rightarrow V_2 = 0{,}6 \cdot 2{,}0 \text{ (L)}$$

$$V_2 = 1{,}2 \text{ L}$$

Então:

$$\frac{3{,}495 \cdot 2{,}0}{233} = \frac{7{,}825 \cdot 1{,}2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 313 \text{ K}$$

Como a questão pede **de quanto** devemos aquecer o gás, temos:

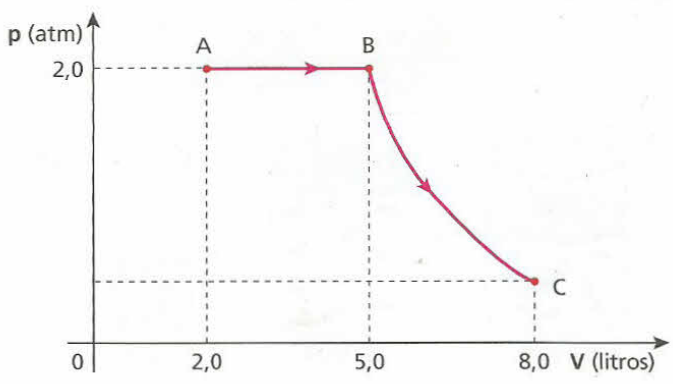
$$\Delta T = T_2 - T_1 \Rightarrow \Delta T = 313 - 233 \Rightarrow \Delta T = 80 \text{ K}$$

Entretanto, a resposta deve ser dada em unidades da escala Fahrenheit; assim:

$$\frac{\Delta T_K}{\Delta \theta_F} = \frac{100}{180} \Rightarrow \frac{80}{\Delta \theta_F} = \frac{100}{180}$$

$$\boxed{\Delta \theta_F = 144\ ^\circ\text{F}}$$

47 Uma amostra de gás perfeito sofre as transformações AB (isobárica) e BC (isotérmica) representadas no diagrama pressão × volume:



Sabe-se que a temperatura do gás, na situação representada pelo ponto **B**, vale 27 °C. Qual é a temperatura desse gás nas situações **A** e **C**?

48 Certa massa de gás perfeito é colocada, a 27 °C, em um recipiente de 5,0 L de capacidade, exercendo em suas paredes uma pressão equivalente a 2,0 atm. Mantendo-se a massa e transferindo-se o gás para um outro recipiente de 3,0 L de capacidade, quer-se ter esse gás sob pressão de 5,0 atm. Para tanto, a que temperatura deve-se levar o gás?

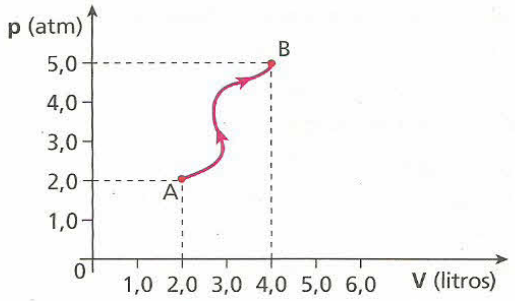
49 Um gás perfeito, ocupando um volume de 5,0 dm^3 a uma temperatura de –48 °C, exerce uma pressão **p**. Aumentando a capacidade do recipiente para 7,0 dm^3 e a temperatura do gás para 77 °C, observa-se que sua pressão torna-se igual a 9,0 atm. Qual era o valor da pressão inicial **p**?

50 No interior de um recipiente de volume variável, são introduzidos **n** mols de um gás perfeito. As tabelas a seguir contêm os valores medidos da pressão (**p**), do volume (**V**) e da temperatura absoluta (**T**) dessa amostra de gás perfeito em duas situações diferentes, denominadas **A** e **B**:

p_A (atm)	V_A (L)	T_A (K)	p_B (atm)	V_B (L)	T_B (K)
16,40	3,0	300	19,22	2,5	

Usando os dados das tabelas e sabendo que a constante universal dos gases perfeitos vale R = 0,082 atm L/mol K, determine os valores de **n** e de T_B.

51 Determinada massa de gás hélio sofreu uma transformação que a levou de um estado inicial de equilíbrio, caracterizado no gráfico pressão × volume pelo ponto **A**, para um estado final de equilíbrio, caracterizado pelo ponto **B**.



Se a temperatura do gás hélio era 100 K no estado inicial **A**, que valor essa temperatura registraria na situação final **B**, expressa na escala Celsius?

52 Num frasco de paredes indeformáveis e volume interno igual a 5,0 L, encontramos um gás perfeito à temperatura de –73 °C. Nessas condições, a pressão exercida equivale a 38 cm Hg. Mudando-se esse gás para um reservatório de capacidade igual a 2,0 L, de quanto devemos aquecê-lo para que a pressão torne-se igual a 2,0 atm?
Dado: 1 atm = 76 cm Hg

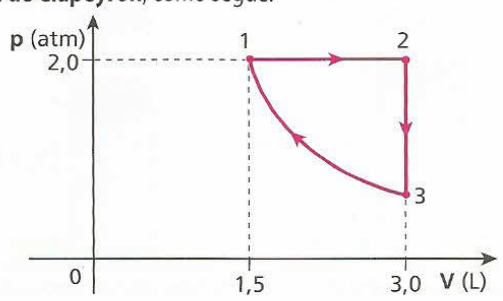
53 (FMTM-MG) Considere um gás ideal contido em um recipiente. Os valores iniciais de volume, pressão e temperatura são $15 \cdot 10^{-3}$ m^3, 200 kPa e 300 K, respectivamente. Se o volume é diminuído para $12 \cdot 10^{-3}$ m^3 e a pressão, aumentada para 350 kPa, e admitindo-se que a quantidade de gás no recipiente permaneça constante, a temperatura final do gás será:
a) 420 K. b) 400 K. c) 350 K. d) 300 K. e) 120 K.

54 (Mack-SP) Certa massa de gás perfeito sofre uma transformação de maneira que seu volume aumenta de 20% e sua temperatura absoluta diminui de 40%. Terminada essa transformação, a pressão do gás será:
a) 50% maior que a inicial.
b) 50% menor que a inicial.
c) 30% maior que a inicial.
d) 30% menor que a inicial.
e) igual à inicial.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

55 **E.R.** Um gás perfeito realiza um ciclo (1, 2, 3, 1) formado por três transformações: (1, 2) isobárica, (2, 3) isovolumétrica e (3, 1) isotérmica. Em 1, suas variáveis de estado são: pressão $p_1 = 2,0$ atm, volume $V_1 = 1,5$ L e temperatura $\theta_1 = 20$ °C. Na transformação isobárica (1, 2), o volume do gás é duplicado. Calcule os valores das variáveis de estado (pressão, volume e temperatura) em cada um dos dois outros estados (2 e 3).

Resolução:
O ciclo (1, 2, 3, 1), formado pelas transformações (1, 2) isobárica (pressão constante), (2, 3) isovolumétrica (volume constante) e (3, 1) isotérmica (temperatura constante), é representado no **diagrama de Clapeyron**, como segue:



No estado (1), as variáveis de estado do gás são dadas por:

$$p_1 = 2,0 \text{ atm}$$

$$V_1 = 1,5 \text{ L}$$

$$\theta_1 = 20 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 293 \text{ K}$$

No estado (2), após ter sofrido uma transformação isobárica (p = cte.) e ter dobrado o volume, as variáveis de estado do gás ficam:

$$p_2 = 2,0 \text{ atm (de 1 para 2} \rightarrow \text{transformação isobárica)}$$

$$V_2 = 3,0 \text{ L (volume dobrou)}$$

$$\theta_2 = ?$$

Usando a **Lei Geral dos Gases**, uma vez que o número de mols permanece constante, temos:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2,0 \cdot 1,5}{293} = \frac{2,0 \cdot 3,0}{T_2}$$

$$T_2 = 586 \text{ K} \Rightarrow \theta_2 = 313 \text{ °C}$$

No estado (3), após ter sofrido uma transformação isovolumétrica (V = cte.), o gás tem as seguintes variáveis de estado:

$$p_3 = ?$$

$$V_3 = 3,0 \text{ L (transformação isovolumétrica)}$$

$$\theta_3 = \theta_1 = 20 \text{ °C (pois o gás volta ao estado (1) numa transformação isotérmica)}$$

Usando novamente a **Lei Geral dos Gases**, temos:

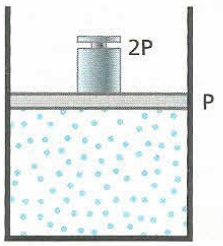
$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} + \frac{2{,}0 \cdot 3{,}0}{586} = \frac{p_3 \cdot 3{,}0}{293} \Rightarrow p_3 = 1{,}0 \text{ atm}$$

Assim, os valores das variáveis pedidas são:

(2) $\begin{cases} p_2 = 2{,}0 \text{ atm} \\ V_2 = 3{,}0 \text{ L} \\ \theta_2 = 313 \text{ °C} \end{cases}$ (3) $\begin{cases} p_3 = 1{,}0 \text{ atm} \\ V_3 = 3{,}0 \text{ L} \\ \theta_3 = 20 \text{ °C} \end{cases}$

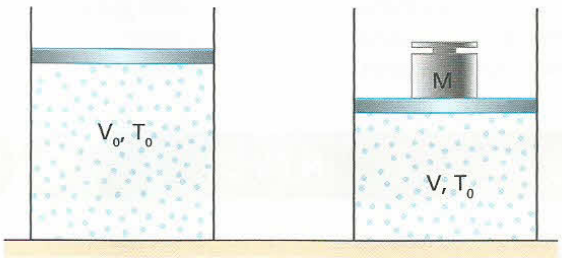
56 (Mack-SP) Um gás perfeito, a 27 °C, está aprisionado em um cilindro indilatável por um êmbolo de peso **P**. Coloca-se sobre o êmbolo um peso 2P e aquece-se o gás a 127 °C. Despreze a pressão atmosférica. Sendo **V** o volume inicial do gás, o seu volume final será:

a) $\frac{V}{2}$.
b) $\frac{8V}{9}$.
c) $\frac{4V}{9}$.
d) $\frac{4V}{3}$.
e) $\frac{2V}{3}$.



57 Um cilindro contendo uma amostra de gás perfeito, à temperatura ambiente, é vedado por um êmbolo que pode deslizar livremente, sem qualquer atrito. O volume inicialmente ocupado pelo gás é V_0 e a pressão exercida sobre ele, pelo êmbolo e pela coluna de ar acima dele, é igual a 12 N/cm². Colocando-se sobre o êmbolo, cuja área é de 100 cm², um corpo de massa 40 kg, o gás é comprimido, sua pressão aumenta e seu volume passa a ser igual a **V**.

Dado: aceleração da gravidade no local = 10 m/s²



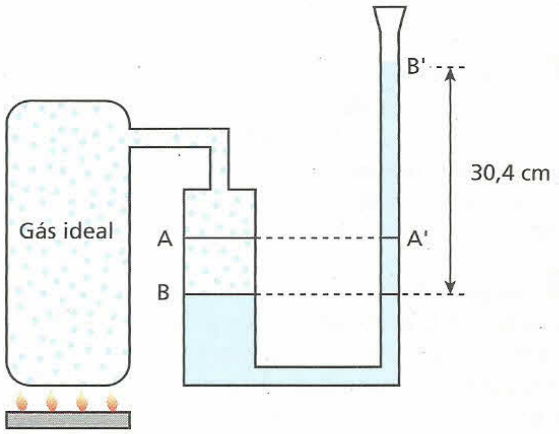
a) Determine, em N/cm², a pressão adicional exercida sobre o gás pelo peso do corpo de massa 40 kg.
b) Demonstre que, se a transformação sofrida pelo gás for isotérmica, vale a relação $\frac{V}{V_0} = \frac{3}{4}$.

58 (FMTM-MG) A válvula reguladora de pressão em uma panela de pressão tem massa igual a 60 g e está apoiada sobre um orifício de diâmetro 2,8 mm na tampa da panela, vedando perfeitamente a comunicação do exterior com o interior. Sendo a aceleração da gravidade 10 m/s², a mínima variação de pressão no interior da panela, que fará com que a válvula permita o escape de vapor do interior da panela, é, aproximadamente, em Pa:

Dado: $\pi = 3$

a) $0{,}8 \cdot 10^5$.
b) $0{,}9 \cdot 10^5$.
c) $1{,}0 \cdot 10^5$.
d) $1{,}2 \cdot 10^5$.
e) $1{,}8 \cdot 10^5$.

59 (Univest-SP)



Um recipiente contém um gás ideal à temperatura de 27 °C e sob pressão de 1,0 atm. A pressão desse gás é transmitida a um tubo em **U**, contendo mercúrio, conforme indica a figura acima. Inicialmente, os níveis **A** e **A'** do mercúrio são iguais nos dois ramos do tubo.
Aquecendo-se o gás no recipiente, observa-se que os níveis do mercúrio passam para **B** e **B'**. Considere que o volume de gás que entra no tubo é insignificante diante do volume do recipiente, e que 1 atm corresponde a 76 cm de mercúrio. Então, a temperatura, em graus Celsius, à qual o gás foi aquecido, é de:

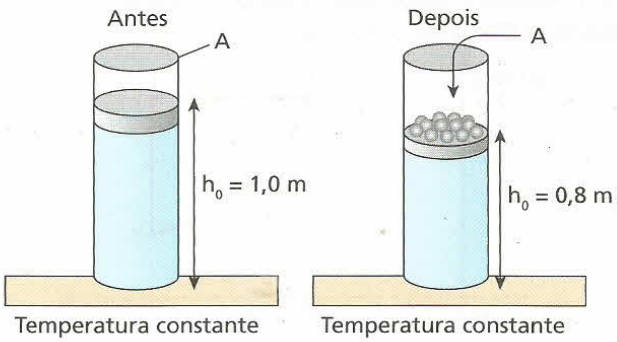
a) 77. b) 120. c) 147. d) 227. e) 420.

60 (Fuvest-SP) Uma equipe tenta resgatar um barco naufragado que está a 90 m de profundidade. O porão do barco tem tamanho suficiente para que um balão seja inflado dentro dele, expulse parte da água e permita que o barco seja içado até uma profundidade de 10 m. O balão dispõe de uma válvula que libera o ar, à medida que o barco sobe, para manter seu volume inalterado. No início da operação, a 90 m de profundidade, são injetados 20 000 mols de ar no balão. Ao alcançar a profundidade de 10 m, a porcentagem do ar injetado que ainda permanece no balão é:

a) 20%. c) 50%. e) 90%.
b) 30%. d) 80%.

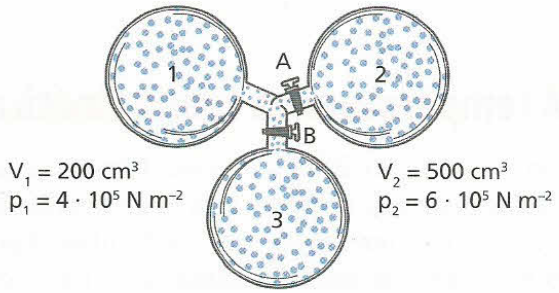
Pressão na superfície do mar = 1 atm
No mar, a pressão da água aumenta em 1 atm a cada 10 m de profundidade.
A pressão do ar no balão é sempre igual à pressão externa da água.

61 (UFPE) Um cilindro de 20 cm² de seção reta contém um gás ideal, comprimido em seu interior por um pistão móvel, de massa desprezível e sem atrito. O pistão repousa a uma altura $h_0 = 1{,}0$ m. A base do cilindro está em contato com um forno, de forma que a temperatura do gás permanece constante. Bolinhas de chumbo são lentamente depositadas sobre o pistão até que ele atinja a altura h = 80 cm.



Considere a pressão atmosférica igual a 1 atm.
(1 atm = $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m²)
A massa do chumbo que foi depositada sobre o pistão vale:
a) 0,50 kg. c) 2,0 kg. e) 50,5 kg.
b) 1,0 kg. d) 5,0 kg.

62 **E.R.** Três recipientes contêm gases sob pressão e volume conforme representado a seguir:



As paredes dos recipientes são diatérmicas (permitem trocas de calor com o meio externo). Abrindo-se as válvulas **A** e **B**, os gases misturam-se, sem reações químicas, mantendo-se a temperatura constante (igual à temperatura ambiente). Qual o valor aproximado da pressão final da mistura?

Resolução:
Para uma mistura de gases perfeitos em que não há variação do número de mols dos componentes, temos:

$$\frac{p_m V_m}{T_m} = \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} + \frac{p_3 V_3}{T_3}$$

Como $T_1 = T_2 = T_3 = T_m = T_{ambiente}$ e $V_m = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow V_m = 820$ cm³, temos:

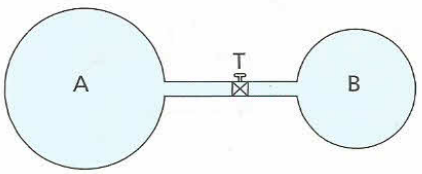
$$p_m \cdot 820 = 4 \cdot 10^5 \cdot 200 + 6 \cdot 10^5 \cdot 500 + 5 \cdot 10^5 \cdot 120$$

$$\boxed{p_m \simeq 5{,}4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}$$

63 Num recipiente **A** de capacidade igual a 25 L há nitrogênio à temperatura de −23 °C, sob pressão de 3,0 atm. Em outro recipiente **B**, com 30 L de capacidade, há oxigênio à temperatura de 127 °C sob pressão de 8,0 atm. Ambos os gases são colocados num terceiro reservatório de capacidade de 27 L, no qual se misturam. Admitindo que esses gases não interagem quimicamente e que se comportam como gases perfeitos, qual será a temperatura final da mistura gasosa, sabendo que a pressão passou a ser de 10 atm?

64 Um recipiente de 600 cm³ contém criptônio a uma pressão de 400 mm Hg. Outro recipiente de 200 cm³ está cheio de hélio a 1 200 mm Hg. Misturam-se os conteúdos de ambos os recipientes, abrindo-se uma válvula de conexão. Supondo que todas as operações se realizem a temperatura constante, determine a pressão total da mistura. Despreze o volume da válvula e dos tubos de conexão.

65 (Faap-SP) Sabe-se que o balão **A** tem o dobro da capacidade do balão **B** e que ambos contêm o mesmo gás perfeito. No **A**, o gás está à pressão atmosférica normal e no **B**, a uma pressão 4 vezes maior, quando ambos estão à mesma temperatura. Calcular a pressão a que estará sujeito o gás após aberta a torneira **T**, de forma que a temperatura permaneça constante.
Dar a resposta em mm Hg.



Bloco 4

10. O modelo microscópico de gás perfeito

No primeiro item deste Tópico, fizemos uma análise macroscópica do gás perfeito, estabelecendo um modelo teórico a partir do seu comportamento "externo", isto é, do comportamento de seus parâmetros pressão, volume e temperatura.

O estudo do gás perfeito realizado sob a perspectiva microscópica leva-nos à **teoria cinética dos gases**. Nesse modelo teórico, pelo fato de encontrarmos um número muito grande de partículas por unidade de volume (ordem de 10^{20} partículas por cm³), as hipóteses impostas representam o que deve acontecer, em média, com as partículas do gás.

Vejamos as hipóteses da teoria cinética a respeito dos gases perfeitos:

- Uma porção de gás perfeito é constituída de um grande número de moléculas em movimento caótico (todas as direções são igualmente prováveis).
- As moléculas são consideradas pontos materiais, isto é, suas dimensões são desprezíveis quando comparadas com as distâncias que percorrem entre colisões sucessivas.
- As colisões entre duas moléculas ou entre uma molécula e uma parede do recipiente são supostas perfeitamente elásticas (não há perda de energia cinética).
- Cada colisão tem duração desprezível quando comparada com o tempo decorrido entre colisões sucessivas.
- Entre colisões sucessivas, o movimento das moléculas é retilíneo e uniforme. Isso equivale a desprezar as forças gravitacionais e intermoleculares.
- As forças intermoleculares só se manifestam durante as colisões.

- O estudo das colisões das moléculas do gás pode ser feito com base na mecânica newtoniana.

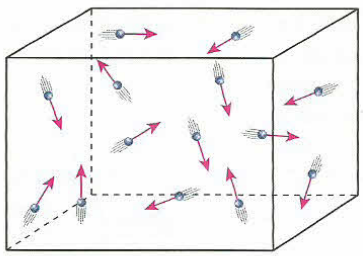
Fundamentados nessas considerações, é possível fazer a demonstração da expressão a seguir, denominada **equação fundamental da teoria cinética**, que relaciona a pressão (**p**) exercida pelo gás perfeito com a velocidade média quadrática ($\overline{v}$) de suas moléculas e com a massa específica (μ) do gás.

Assim:

$$p = \frac{1}{3}\,\mu\,(\overline{v})^2$$

Portanto:

> A pressão (p) exercida por um gás perfeito nas paredes internas de um recipiente é igual a um terço do produto da sua massa específica pelo quadrado da velocidade média quadrática das suas partículas.



A teoria cinética dos gases leva-nos a "visualizar" uma amostra de gás perfeito formada por um grande número de partículas (10^{20} por cm^3), de dimensões desprezíveis, que se movem em todas as direções, de modo aleatório.

Velocidade média quadrática

No interior de um recipiente em repouso, encontramos partículas de gás que se deslocam em todas as direções e sentidos, fazendo com que a velocidade média das partículas seja nula, ao contrário da energia cinética média (que não é nula).

Assim, sendo **N** o número de partículas do gás, temos:

$$E_{c_m} = \frac{E_{c_1} + E_{c_2} + \ldots + E_{c_N}}{N}$$

$$E_{c_m} = \frac{\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \ldots + \frac{mv_N^2}{2}}{N}$$

$$E_{c_m} = \frac{m}{2}\left(\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_N^2}{N}\right)$$

Fazendo:

$$E_{c_m} = \frac{m(\overline{v})^2}{2}$$

em que $\overline{v}$ é a **velocidade média quadrática**.

Temos:

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_N^2}{N}}$$

11. A temperatura na teoria cinética

Como vimos no Bloco 1 deste Tópico, a temperatura de um gás perfeito está relacionada com a energia de movimentação das moléculas. Agora, vamos analisar esse fato utilizando as informações da teoria cinética.

Da equação fundamental da teoria cinética, temos:

$$p = \frac{1}{3}\,\mu\,(\overline{v})^2$$

A massa específica (μ), entretanto, é o quociente da massa total (**m**) do gás pelo volume (**V**) ocupado por ele:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

Daí:

$$p = \frac{1}{3}\,\frac{m}{V}\,(\overline{v})^2$$

$$3p\,V = m\,(\overline{v})^2 \quad (I)$$

A **Equação de Clapeyron** fornece-nos:

$$p\,V = n\,R\,T \quad (II)$$

Comparando (I) e (II), temos:

$$3n\,R\,T = m\,(\overline{v})^2$$

Mas:

$$n = \frac{m}{M}$$

Portanto:

$$3\frac{m}{M}\,R\,T = m\,(\overline{v})^2$$

Assim, temos:

$$T = \frac{M}{3R}\,(\overline{v})^2$$

Do exposto, observamos que a temperatura absoluta de um gás perfeito é função da velocidade média quadrática de suas partículas e da natureza do gás (**T** depende de **M**, que é a massa molar do gás).

Essa lei é válida para qualquer gás, desde que seu comportamento seja igual ou aproximadamente igual ao do gás perfeito.

12. A energia interna de um gás perfeito

Das hipóteses do modelo teórico de gás perfeito, sabemos que as suas moléculas são pontos materiais que não interagem entre si. Conseqüentemente, essas moléculas não possuem energia cinética de rotação nem energia potencial.

Podemos, então, dizer que a energia interna (**U**) de uma amostra de gás perfeito é a energia cinética de translação de suas moléculas. Assim, vale a expressão:

$$U = \frac{1}{2} m (\bar{v})^2 \qquad (I)$$

em que **m** é a massa total do gás e $\bar{v}$, a velocidade média quadrática das partículas.

Usando a relação demonstrada no item anterior, temos:

$$T = \frac{M}{3R} (\bar{v})^2$$

$$(\bar{v})^2 = \frac{3RT}{M} \qquad (II)$$

Substituindo (II) em (I), segue que:

$$U = \frac{1}{2} \frac{m}{M} 3RT$$

Como $\frac{m}{M} = n$ (número de mols do gás), obtemos:

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

A **energia interna** de um gás perfeito é função exclusiva do número de mols (**n**) e da temperatura absoluta (**T**) do gás.

Para um gás real, a expressão deduzida não é válida, uma vez que no **zero absoluto** sua **energia interna não é nula**. Ao valor da energia interna no zero absoluto dá-se o nome de **energia do ponto zero**. Essa expressão, no entanto, é válida, com boa aproximação, para gases reais monoatômicos, em baixas pressões e altas temperaturas. O valor do coeficiente $\frac{3}{2}$ varia com a atomicidade do gás real. No caso de gases biatômicos, por exemplo, o coeficiente assume o valor $\frac{5}{2}$.

Equipartição da energia

Utilizando o nosso modelo teórico de gás, em que cada partícula de gás perfeito é representada por uma esfera de dimensões desprezíveis, sabemos que cada uma delas tem **três graus de liberdade**, que indicam o movimento de translação na direção de cada um dos três eixos **x**, **y** e **z** de um sistema cartesiano de referência. Os gases reais monoatômicos têm comportamento bem próximo do comportamento dos gases perfeitos, sendo que, com boa aproximação, sua energia interna também pode ser expressa por:

$$U = \frac{1}{2} m (\bar{v})^2$$

Sendo $(\bar{v})^2 = \frac{3RT}{M}$, temos:

$$U = \frac{1}{2} m \left(\frac{3RT}{M}\right) = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{3}{2} nRT$$

$$U = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} pV$$

O **teorema da equiparação da energia** estabelece que a divisão dessa energia deve ser feita de maneira igual para cada grau de liberdade. Assim:

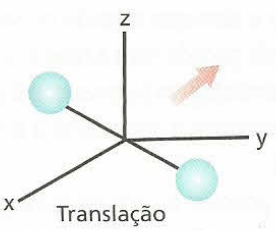
$$U_x = U_y = U_z = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} nRT\right)$$

$$U_x = U_y = U_z = \frac{1}{2} nRT$$

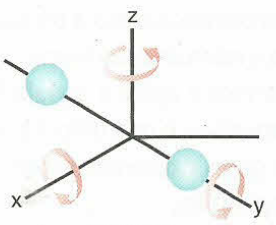
Os gases diatômicos são imaginados como uma "barra" com um átomo em cada ponta (como um haltere), sendo capaz de girar em torno de qualquer um dos eixos ortogonais. Entretanto, a inércia de rotação em torno do eixo, cuja direção coincide com a "barra", é desprezível em comparação com as duas outras direções. Assim, a partícula diatômica tem três graus de liberdade na translação e dois graus na rotação, sendo que sua energia interna fica expressa por:

$$U = 3 \left(\frac{1}{2} nRT\right) + 2 \left(\frac{1}{2} nRT\right) = 5 \left(\frac{1}{2} nRT\right)$$

$$U = \frac{5}{2} nRT$$

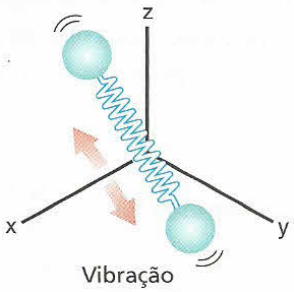


Translação



Rotação

Se mudarmos o modelo, sendo a "barra" trocada por uma "mola", acrescentaremos à molécula uma vibração. Cada partícula passa a ter translação, rotação e vibração. Passamos a ter mais graus de liberdade, o que faz aumentar a energia interna desse gás. Esse novo modelo, bem como os gases de atomicidade maior que dois (os poliatômicos), tem energia interna maior que $\frac{5}{2}$ n R T.



Portanto, o cálculo da energia interna de um gás depende do modelo que vamos adotar. Para o nosso curso, usaremos apenas o modelo clássico de esferas de dimensões desprezíveis para gases perfeitos e reais monoatômicos e de "alteres" para gases diatômicos. Assim, é importante ressaltar que, para todos os gases (perfeitos ou reais), a energia interna (**U**) é sempre proporcional à temperatura absoluta (**T**) do gás.

13. A energia cinética média molecular

Considere um recipiente no qual há **N** moléculas de um gás perfeito, com energia interna igual a **U**. A **energia cinética média** por molécula é calculada por:

$$E_{c_m} = \frac{U}{N}$$

Como a energia interna de um gás perfeito, que é exclusivamente cinética de translação, vale:

$$U = \frac{3}{2} n R T$$

temos:

$$E_{c_m} = \frac{3}{2}\frac{n R T}{N} \quad (I)$$

Cada mol de gás, entretanto, representa uma quantidade de partículas dada pelo número de Avogadro ($A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol). Assim:

$$N = n A$$

que, substituído na relação (I), conduz a:

$$E_{c_m} = \frac{3}{2}\frac{n R T}{n A} \Rightarrow E_{c_m} = \frac{3}{2}\frac{R}{A} T$$

A razão entre as constantes **R** e **A** é denominada **constante de Boltzmann**, cujo valor é:

$$k = \frac{R}{A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

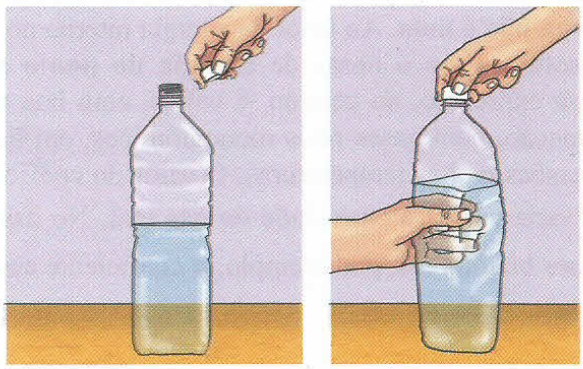
Dessa forma, a equação da energia cinética média existente em cada partícula de um gás perfeito fica dada por:

$$E_{c_m} = \frac{3}{2} k T$$

Como a constante de Boltzmann (**k**) não depende da natureza do gás, podemos afirmar que a energia cinética existente, em média, em cada partícula de um gás perfeito é função exclusiva de sua temperatura absoluta.

FAÇA VOCÊ MESMO

Coloque na geladeira uma garrafa plástica de 1,5 litro de refrigerante ou água mineral com gás . Aguarde algumas horas, retire a garrafa, abra-a e derrame metade do seu conteúdo em uma pia. Aperte o corpo da garrafa com a mão e feche-a bem com a tampa. Observe que a embalagem permanecerá deformada. Agite a garrafa por alguns segundos e veja como a embalagem retorna ao seu formato original.



Isso ocorre porque, ao agitarmos a garrafa, parte do gás existente na bebida sai, misturando-se ao ar confinado no interior do recipiente. Em decorrência disso, a pressão aumenta e força as paredes da garrafa a retomar à sua forma primitiva.

Se continuarmos a agitar a garrafa fechada, observaremos que a embalagem ficará um pouco mais estufada e mais resistente aos apertões, o que dificultará novas deformações na superfície externa. Isso se verifica devido a um aumento da pressão dos gases existentes sobre o líquido, uma vez que também há o aumento do número de moléculas nessa região e da temperatura.

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

66 A teoria cinética dos gases propõe um modelo para os gases perfeitos, no qual:
a) a pressão do gás não depende da velocidade das moléculas;
b) as moléculas são consideradas partículas que podem colidir inelasticamente entre si;
c) a temperatura do gás está diretamente relacionada com a energia cinética das moléculas;
d) a pressão do gás depende somente do número de moléculas por unidade de volume;
e) a temperatura do gás depende somente do número de moléculas por unidade de volume.

67 O valor da temperatura de uma amostra de gás perfeito é conseqüência:
a) da radiação emitida por suas moléculas;
b) da energia potencial total de suas moléculas;
c) da energia potencial média de suas moléculas;
d) da energia cinética média de suas moléculas;
e) do calor de cada uma de suas moléculas.

68 O valor da energia cinética média das partículas de uma amostra de gás perfeito é diretamente proporcional:
a) à pressão do gás;
b) ao volume do gás;
c) à temperatura absoluta do gás;
d) à temperatura do gás em graus Celsius;
e) à variação da temperatura absoluta do gás.

69 Se uma amostra de gás perfeito encontra-se no interior de um recipiente de volume constante e tem a energia cinética média de suas moléculas aumentada:
a) a pressão do gás aumentará e sua temperatura permanecerá constante;
b) a pressão permanecerá constante e a temperatura aumentará;
c) a pressão e a temperatura aumentarão;
d) a pressão diminuirá e a temperatura aumentará;
e) Todas as afirmações estão incorretas.

70 Duas amostras de massas iguais de um gás perfeito são colocadas em dois recipientes, **A** e **B**. As temperaturas são diferentes, sendo $T_A > T_B$. Podemos afirmar que:
a) o gás em **A** possui mais calor que em **B**;
b) o gás em **A** possui menor velocidade que em **B**;
c) a energia cinética das moléculas é menor no gás em **A** que em **B**;
d) a energia cinética média das moléculas do gás é maior em **A** que em **B**;
e) a temperatura não influencia a energia de movimento das partículas de um gás.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

71 (FCMSC-SP) As moléculas de hidrogênio, em um recipiente, têm a mesma velocidade quadrática média que as moléculas de nitrogênio de outro recipiente. Então é correto afirmar, comparando-se os dois gases, que:
a) o nitrogênio apresenta maior temperatura.
b) o nitrogênio apresenta menor pressão.
c) ambos apresentam mesma pressão.
d) ambos apresentam mesma temperatura.
e) ambos apresentam mesmo volume.

72 Uma amostra de gás perfeito é colocada no interior de um recipiente e mantida a pressão constante. Se a temperatura e o volume aumentam:
(01) o número de choques por centímetro quadrado de parede deve aumentar;
(02) a distância média entre as moléculas deve aumentar;
(04) a energia cinética média das moléculas não sofre alteração;
(08) a velocidade média das moléculas também deve aumentar;
(16) a pressão tem que aumentar, pois a temperatura do gás aumentou.
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

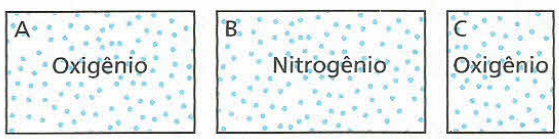
73 (FCC-SP) Se aumentarmos a temperatura do gás contido em um recipiente fechado e isolado:
a) a energia cinética média das partículas aumentará.
b) a pressão aumentará e a energia cinética média das partículas diminuirá.
c) a energia cinética média não se alterará e a pressão aumentará.
d) a energia cinética média e a pressão permanecerão constantes.
e) Nada do que foi dito ocorrerá.

74 Num recipiente hermeticamente fechado, encontramos nitrogênio à temperatura de 0 °C. Como o mol do referido gás é igual a 28 g, qual o valor da velocidade média quadrática das suas partículas?
Dado: R = 8,31 J/mol K

75 Avaliando a energia interna de 5 mols de gás perfeito, encontramos o valor 24 930 J. Qual a sua temperatura em graus Celsius?
Dado: R = 8,31 J/mol K

76 Um gás perfeito ocupa um volume de 2,0 L e possui uma energia interna igual a 600 J. Qual o valor da pressão desse gás, em atmosferas?
Dados: 1 atm = 10^5 N/m^2;
1 L = 1 dm^3 = 10^{-3} m^3.

77 (UFC-CE) A figura abaixo mostra três caixas fechadas, **A**, **B** e **C**, contendo, respectivamente, os gases: oxigênio, nitrogênio e oxigênio. O volume de **A** é igual ao volume de **B** e é o dobro do volume de **C**. Os gases se comportam como ideais e estão todos em equilíbrio, a uma mesma temperatura.



Sobre a energia cinética média, $\overline{K}$, das moléculas em cada uma das caixas, podemos afirmar:
a) $\overline{K}_A = \overline{K}_C < \overline{K}_B$.
b) $\overline{K}_A = \overline{K}_C > \overline{K}_B$.
c) $\overline{K}_A = \overline{K}_B < \overline{K}_C$.
d) $\overline{K}_A = \overline{K}_B = \overline{K}_C$.
e) $\overline{K}_C < \overline{K}_A < \overline{K}_B$.

Descubra mais

1. Quando um recipiente de 1,5 litro de água mineral com gás é aberto, você pode observar bolhas subindo através do líquido. Essas bolhas aumentam de tamanho, praticamente dobrando seu volume, quando atingem as proximidades da superfície. Por que esse aumento de volume ocorre?

EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

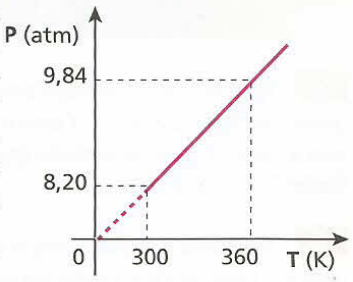
78 (Unifesp-SP) Você já deve ter notado como é difícil abrir a porta de um *freezer* logo após tê-la fechado, sendo necessário aguardar alguns segundos para abri-la novamente. Considere um *freezer* vertical cuja porta tenha 0,60 m de largura por 1,0 m de altura, volume interno de 150 L e que esteja a uma temperatura interna de –18 °C, num dia em que a temperatura externa seja de 27 °C e a pressão, $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m^2.

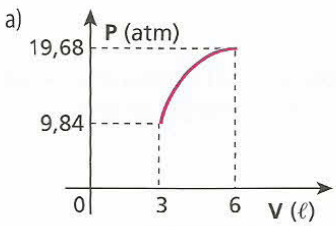
a) Com base em conceitos físicos, explique a razão de ser difícil abrir a porta do *freezer* logo após tê-lo fechado e por que é necessário aguardar alguns instantes para conseguir abri-la novamente.

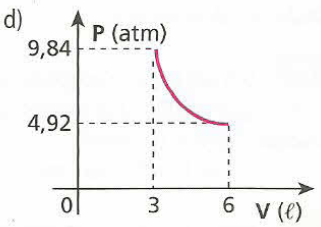
b) Suponha que você tenha aberto a porta do *freezer* por tempo suficiente para que todo o ar frio do seu interior fosse substituído por ar a 27 °C e que, fechando a porta do *freezer*, quisesse abri-la novamente logo em seguida. Considere que, nesse curtíssimo intervalo de tempo, a temperatura média do ar no interior do *freezer* tenha atingido –3 °C. Determine a intensidade da força resultante sobre a porta do *freezer*.

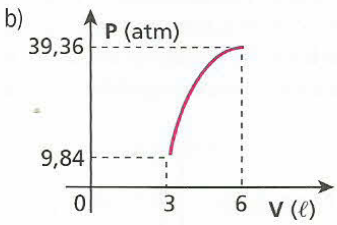
79 (Mack-SP) Um mol de gás ideal, inicialmente a 27 °C, sofre uma transformação até 87 °C, conforme o diagrama ao lado. Em seguida, essa massa de gás sofre uma transformação isotérmica, até duplicar seu volume. O diagrama que melhor representa a pressão do gás em função do volume, durante a transformação isotérmica, é:

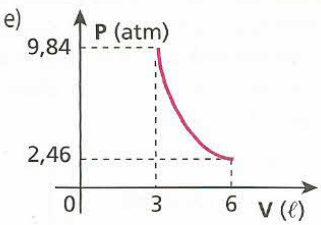
Dado: R = 0,0082 atm. ℓ/(mol · K)

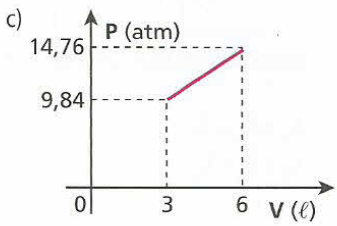


a)


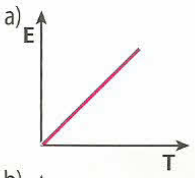
d)


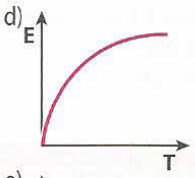
b)


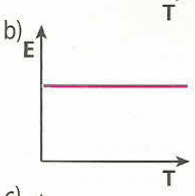
e)


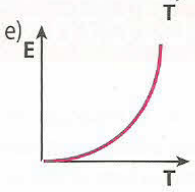
c)


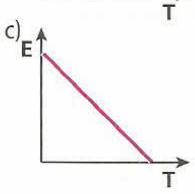
80 (Ufla-MG) A teoria cinética dos gases propõe um modelo microscópico para um gás ideal, baseado nas leis da mecânica e em alguns postulados. Admite-se que o gás é composto de um grande número de partículas separadas por distâncias consideráveis, se comparadas às dimensões dessas partículas. Estas se movimentam rapidamente e ao acaso, não exercendo forças entre si, exceto quando colidem. Por fim, admite-se também que as colisões entre as partículas, ou com as paredes do recipiente que as contém, são perfeitamente elásticas. Dessa forma, o gráfico que melhor representa a relação entre a energia cinética média (**E**) do gás e sua temperatura é:

a)


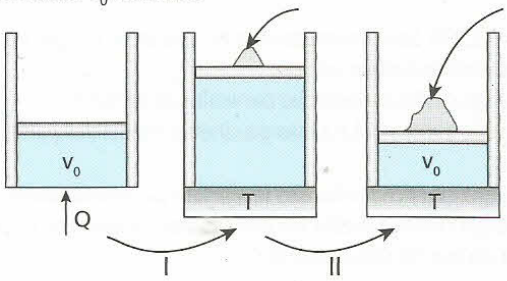
d)


b)


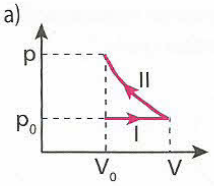
e)


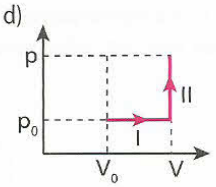
c)


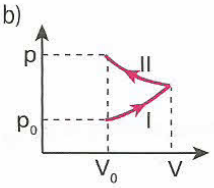
81 (Unifesp-SP) A figura ilustra duas transformações de um gás ideal contido em um cilindro de paredes adiabáticas. Em I, através de uma base diatérmica (que permite a passagem do calor), o gás recebe calor e faz o êmbolo, também construído de material adiabático, subir livremente, aumentando seu volume de V_0 a **V**, atingindo a temperatura **T**. Nesse estado, a fonte quente é retirada e substituída por um reservatório térmico à mesma temperatura **T** do gás. Em seguida, na transformação II, colocam-se grãos de areia sobre o êmbolo, lentamente, para que o gás possa manter-se em equilíbrio térmico com o reservatório. Nessas condições, o êmbolo baixa até que o gás volte a ocupar o mesmo volume V_0 do início.

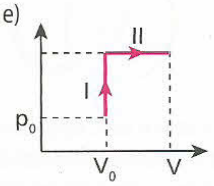


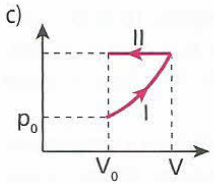
Considere desprezíveis as variações da pressão atmosférica. O diagrama **p × V** que melhor representa essas duas transformações é o da figura:

a)


d)


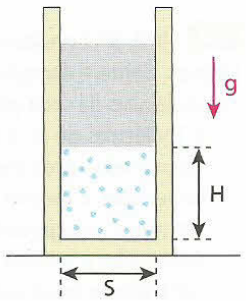
b)


e)


c)


82 (Fuvest-SP) Um equipamento possui um sistema formado por um pistão, com massa de 10 kg, que se movimenta, sem atrito, em um cilindro de secção transversal $S = 0{,}01\ m^2$.

Operando em uma região onde a pressão atmosférica é de $10{,}0 \cdot 10^4$ Pa ($1\ Pa = 1\ N/m^2$), o ar aprisionado no interior do cilindro mantém o pistão a uma altura H = 18 cm. Quando esse sistema é levado a operar em uma região onde a pressão atmosférica é de $8{,}0 \cdot 10^4$ Pa, mantendo-se a mesma temperatura, a nova altura H no interior do cilindro passa a ser aproximadamente de:



a) 5,5 cm.
b) 14,7 cm.
c) 20 cm.
d) 22 cm.
e) 36 cm.

83 Em um laboratório de Física, um estudante realizou um experimento que consistia em pegar um recipiente, vazio, de paredes indeformáveis, dotado de uma válvula que não deixa a pressão interna passar de um valor-limite. Esse estudante injetou hidrogênio gasoso (que se comporta como gás perfeito) no interior do recipiente até que a pressão atingisse o máximo valor e observou que a massa de gás injetada era igual a 10 gramas. Em seguida, ele esfriou o gás, diminuindo a sua temperatura absoluta em 20%. Que massa do mesmo gás, na nova temperatura, o estudante deve injetar no interior do recipiente para restabelecer a pressão máxima suportável pela válvula?

84 (Mack-SP) Num recipiente, fechado por uma tampa hermética, há 10 mols de gás perfeito, sob pressão de 5 atmosferas, à temperatura ambiente e em um local de pressão atmosférica normal. Abrindo a tampa do recipiente, o número de moléculas que escapa é:

a) $12 \cdot 10^{23}$.
b) $24 \cdot 10^{23}$.
c) $36 \cdot 10^{23}$.
d) $48 \cdot 10^{23}$.
e) $60 \cdot 10^{23}$.

Adote:
Número de Avogadro = $6 \cdot 10^{23}$

85 (Fuvest-SP) Um cilindro contém certa massa M_0 de um gás a $T_0 = 7\ ^oC$ (280 K) e pressão P_0. Ele possui uma válvula de segurança que impede a pressão interna de alcançar valores superiores a P_0. Se essa pressão ultrapassar P_0, parte do gás será liberada para o ambiente. Ao ser aquecido até $T = 77\ ^oC$ (350 K), a válvula do cilindro libera parte do gás, mantendo a pressão interna no valor P_0. No final do aquecimento, a massa de gás que permanece no cilindro é, aproximadamente, de:

a) $1{,}0\ M_0$.
b) $0{,}8\ M_0$.
c) $0{,}7\ M_0$.
d) $0{,}5\ M_0$.
e) $0{,}1\ M_0$.

86 (Fuvest-SP) Deseja-se medir a pressão interna **P** em um grande tanque de gás. Para isso, utiliza-se como manômetro um sistema formado por um cilindro e um pistão de área **A**, preso a uma mola de constante elástica **k**. A mola está no seu estado natural (sem tensão) quando o pistão encosta na base do cilindro e tem comprimento L_0 (figura 1 – registro **R** fechado). Abrindo-se o registro **R**, o gás empurra o pistão, comprimindo a mola, que fica com comprimento **L** (figura 2 – registro **R** aberto). A pressão ambiente vale P_0 e é aplicada no lado externo do pistão. O sistema é mantido à temperatura ambiente durante todo o processo. O valor da pressão absoluta **P** no tanque é:

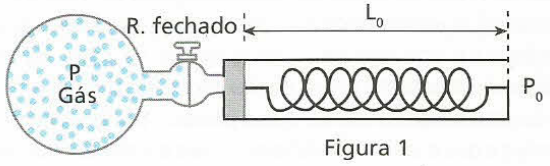


Figura 1

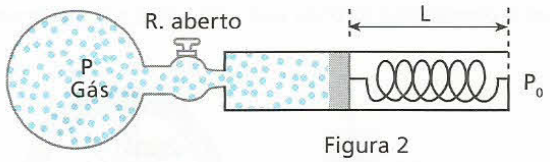
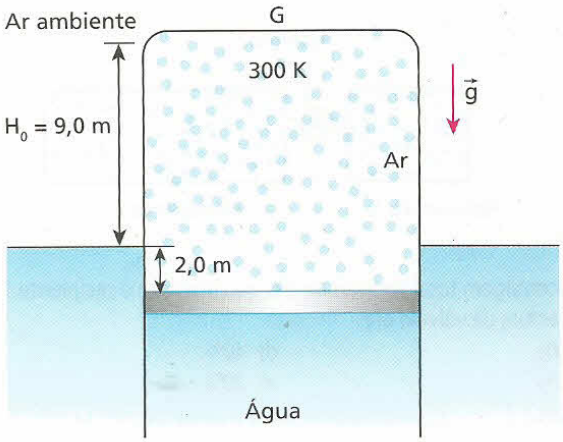


Figura 2

a) $\frac{k(L_0 - L)}{A + P_0}$.
b) $\frac{k(L_0 - L)}{A - P_0}$.
c) $k(L_0 - L) \cdot A$.
d) $k\,L \cdot A + P_0$.
e) $\frac{k\,L}{A - P_0}$.

87 (Fuvest-SP) O gasômetro **G**, utilizado para o armazenamento de ar, é um recipiente cilíndrico, metálico, com paredes laterais de pequena espessura. **G** é fechado na sua parte superior, aberto na inferior, que permanece imersa em água, e pode se mover na direção vertical. **G** contém ar, inicialmente à temperatura de **300 K**, e o nível da água no seu interior se encontra **2,0 m** abaixo do nível externo da água. Nessas condições, a tampa de **G** está **9,0 m** acima do nível externo da água, como mostra a figura abaixo. Aquecendo-se o gás, o sistema se estabiliza numa nova altura de equilíbrio, com a tampa superior a uma altura **H**, em relação ao nível externo da água, e com a temperatura do gás a **360 K**.



Supondo que o ar se comporte como um gás ideal, a nova altura **H** será, aproximadamente, igual a:

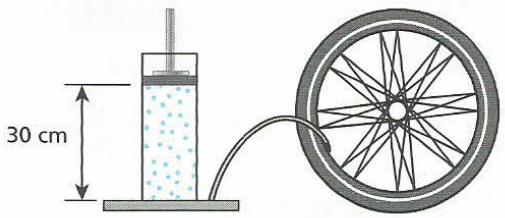
a) 8,8 m.
b) 9,0 m.
c) 10,8 m.
d) 11,2 m.
e) 13,2 m.

88 (ITA-SP) Uma bolha de ar de volume 20,0 mm^3, aderente à parede de um tanque de água a 70 cm de profundidade, solta-se e começa a subir. Supondo que a tensão superficial da bolha é desprezível e que a pressão atmosférica é de $1 \cdot 10^5$ Pa, logo que alcança a superfície seu volume é aproximadamente:

a) 19,2 mm^3.
b) 20,1 mm^3.
c) 20,4 mm^3.
d) 21,4 mm^3.
e) 34,1 mm^3.

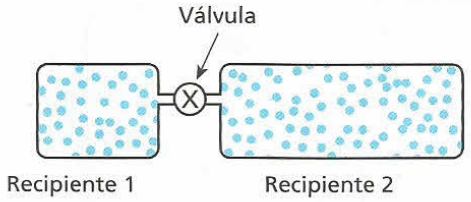
Dados: g = 10 m/s^2;
densidade da água = $1,0 \cdot 10^3$ kg/m^3.

89 (Fuvest-SP) A figura mostra uma bomba de encher pneu de bicicleta. Quando o êmbolo está todo puxado, a uma distância de 30 cm da base, a pressão dentro da bomba é igual à pressão atmosférica normal. A área da secção transversal do pistão da bomba é 24 cm^2. Um ciclista quer encher ainda mais o pneu da bicicleta que tem volume de 2,4 litros e já está com uma pressão interna de 3 atm. Ele empurra o êmbolo da bomba até o final de seu curso. Suponha que o volume do pneu permaneça constante, que o processo possa ser considerado isotérmico e que o volume do tubo que liga a bomba ao pneu seja desprezível. A pressão final do pneu será, então, de aproximadamente:



a) 1,0 atm.
b) 3,0 atm.
c) 3,3 atm.
d) 3,9 atm.
e) 4,0 atm.

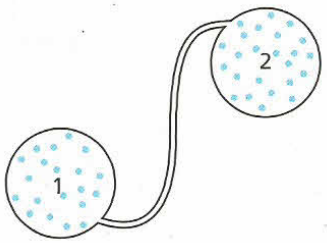
90 (UFF-RJ) Um gás ideal estava confinado à mesma temperatura em dois recipientes, 1 e 2, ligados por uma válvula inicialmente fechada. Os volumes dos recipientes 1 e 2 são 4,0 ℓ e 6,0 ℓ, respectivamente. A pressão inicial no recipiente 1 era de 4,8 atm.
Abriu-se a válvula e os conteúdos dos recipientes atingiram um estado final de equilíbrio à pressão de 2,4 atm e à mesma temperatura inicial.



A porcentagem total de mols de gás que ocupava o recipiente 1 antes da abertura da válvula era:

a) 60%.
b) 80%.
c) 50%.
d) 40%.
e) 20%.

91 (UFC-CE) Um sistema é formado por dois reservatórios, 1 e 2, de mesmo volume, V_0, ligado por um tubo fino (veja figura abaixo). Inicialmente, ambos os reservatórios estão cheios de um gás ideal, à mesma temperatura absoluta, T_0, e à mesma pressão, P_0. A temperatura do reservatório 2 é então duplicada, enquanto a do reservatório 1 é mantida igual a T_0.



a) Calcule o número total de mols de gás no sistema, em função de T_0, P_0, V_0 e da constante universal dos gases, **R**.
b) Calcule a pressão final do sistema.

92 (Unicamp-SP) Uma sala tem 6 m de largura, 10 m de comprimento e 4 m de altura. Deseja-se refrigerar o ar dentro da sala. Considere o calor específico do ar como sendo 30 J/ (mol K) e use R = 8 J/ (mol K).

a) Considerando o ar dentro da sala como um gás ideal à pressão ambiente ($P = 10^5$ N/m^2), quantos mols de gás existem dentro da sala a 27 °C?
b) Qual é a quantidade de calor que o refrigerador deve retirar da massa de ar do item (**a**) para resfriá-la até 17 °C?

93 (ITA-SP) Considere uma mistura de gases H_2 e N_2 em equilíbrio térmico. Sobre a energia cinética média e sobre a velocidade média das moléculas de cada gás, pode-se concluir que:

a) as moléculas de N_2 e H_2 têm a mesma energia cinética média e a mesma velocidade média.
b) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de N_2 têm maior energia cinética média.
c) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de H_2 têm maior energia cinética média.
d) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de N_2 têm maior velocidade média.
e) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de H_2 têm maior velocidade média.

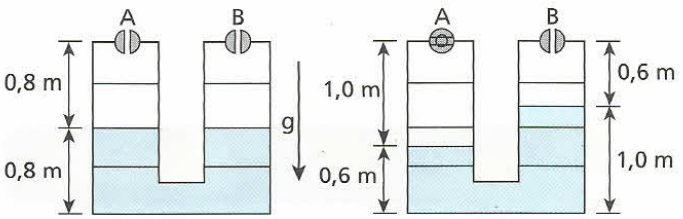
94 (UFRN) Um recipiente de volume **V** contém, inicialmente, N_i moléculas de um gás ideal. Outras moléculas do mesmo gás são introduzidas nesse recipiente, de modo que o número total de moléculas passa a ser N_f.
Admitindo que a temperatura final do gás é um terço do valor original e que a soma total das energias cinéticas das moléculas não se altera, determine:

a) a razão entre N_f e N_i;
b) a razão entre as pressões inicial e final do gás.

95 (ITA-SP) Uma cesta portando uma pessoa deve ser suspensa por meio de balões, sendo cada qual inflado com 1 m^3 de hélio na temperatura local (27 °C). Cada balão vazio com seus apetrechos pesa 1,0 N. São dadas a massa atômica do oxigênio $A_O = 16$, a do nitrogênio $A_N = 14$, a do hélio $A_{He} = 4$ e a constante dos gases $R = 0,082$ atm ℓ mol^{-1} K^{-1}. Considerando que o conjunto pessoa e cesta pesa 1 000 N e que a atmosfera é composta de 30% de O_2 e 70% de N_2, determine o número mínimo de balões necessários.
Dado: g = 10 m/s^2

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

96 (Fuvest-SP) Dois tanques cilíndricos e verticais, **A** e **B**, de 1,6 m de altura e interligados, estão parcialmente cheios de água e possuem válvulas que estão abertas, como representado na figura para a situação inicial. Os tanques estão a uma temperatura $T_0 = 280$ K e à pressão atmosférica P_0. Em uma etapa de um processo industrial, apenas a válvula **A** é fechada e, em seguida, os tanques são aquecidos a uma temperatura T_1, resultando na configuração indicada na figura para a situação final.



a) Determine a razão $R_1 = P_1/P_0$ entre a pressão final P_1 e a pressão inicial P_0 do ar no tanque **A**.

b) Determine a razão $R_2 = T_1/T_0$ entre a temperatura final T_1 e a temperatura inicial T_0 dentro dos tanques.

c) Para o tanque **B**, determine a razão $R_3 = m_0/m_1$ entre a massa de ar m_0 contida inicialmente no tanque **B** e a massa de ar final m_1, à temperatura T_1, contida nesse mesmo tanque.

Note e adote:
$p\,V = n\,R\,T$
$\Delta P = \rho\,g\,\Delta H$
$P_{atmosférica} \simeq 1{,}0 \cdot 10^5\ N/m^2$

97 Ao ler um livro sobre tecnologia do vácuo, um aluno recebeu a informação de que o melhor "vácuo" que se pode obter no interior de um recipiente, na superfície da Terra, é da ordem de $2{,}5 \cdot 10^{-15}$ atm. Considerando-se que o ar se comporta como um gás perfeito, aproximadamente quantas moléculas iremos encontrar em 1 mm^3 do interior desse recipiente, onde se fez o vácuo parcial, à temperatura de 27 °C?
Dados: constante universal dos gases perfeitos = 0,082 atm L/mol K;
1 litro = 1 $(dm)^3$;
número de Avogadro = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol.

a) zero b) 60 c) 602 d) 1 820 e) $6 \cdot 10^{23}$

98 Na figura 1, podemos observar um recipiente de volume 2 litros, que contém ar na pressão atmosférica local (70 cm Hg), acoplado a um tubo em forma de **U** que contém mercúrio. No início, os níveis do mercúrio estão na mesma horizontal. Em seguida, é introduzida no recipiente uma porção de gelo-seco (CO_2). O recipiente é fechado. Após algum tempo, quando todo o gelo-seco passou para a fase gasosa, notamos que o mercúrio apresenta um desnível de 19 cm e a situação se estabiliza. Observe para tanto a figura 2. Despreze o volume do tubo em comparação com o do recipiente.

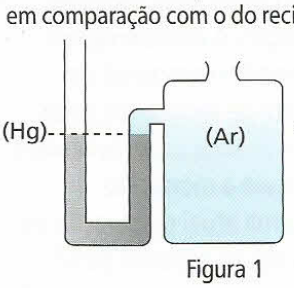


Figura 1

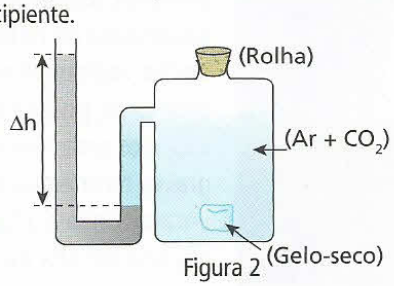


Figura 2

Todo o processo ocorre à temperatura do meio ambiente (27 °C). Supondo-se que o ar e o CO_2 comportem-se como gases perfeitos, que a pressão atmosférica normal valha 76 cm Hg e que a constante universal dos gases perfeitos valha 0,082 atm · L / mol · K, o número de mols aproximado de CO_2 existente no recipiente é:

a) 0,002. c) 0,2. e) 20.
b) 0,02. d) 2.

99 (ITA-SP) Estime a massa de ar contida em uma sala de aula. Indique claramente quais as hipóteses utilizadas e os quantitativos estimados das variáveis empregadas.

100 (Fuvest-SP) Um cilindro de oxigênio hospitalar (O_2), de 60 litros, contém, inicialmente, gás a uma pressão de 100 atm e temperatura de 300 K. Quando é utilizado para a respiração de pacientes, o gás passa por um redutor de pressão, regulado para fornecer oxigênio a 3 atm, nessa mesma temperatura, acoplado a um medidor de fluxo, que indica, para essas condições, o consumo de oxigênio em litros/minuto.
Assim, determine:

a) o número $\mathbf{N_0}$ de mols de O_2, presentes inicialmente no cilindro;

b) o número **n** de mols de O_2, consumidos em 30 minutos de uso, com o medidor de fluxo indicando 5 litros/minuto.

c) o intervalo de tempo **t**, em horas, de utilização do O_2, mantido o fluxo de 5 litros/minuto, até que a pressão interna no cilindro fique reduzida a 40 atm.

Note e adote:
Considere o O_2 como gás ideal.
Suponha a temperatura constante e igual a 300 K.
A constante dos gases ideais $R \simeq 8 \cdot 10^{-2}$ litros · atm/K

101 Numa prova de laboratório, um professor de Física pegou três recipientes, **A**, **B** e **C**. Colocou em um deles hidrogênio, em outro, neônio, e, no que restou, dióxido de carbono, todos a 27 °C. Forneceu aos alunos duas tabelas, sendo uma dos mols dos referidos gases e outra associando a velocidade média quadrática das partículas do gás com o recipiente portador.

Tabela I

Gás	Mol (g)
H_2	2,0
Ne	20
CO_2	44

Tabela II

Recipiente	Velocidade média quadrática das partículas
A	412 m/s
B	1 936 m/s
C	612 m/s

Identifique o gás contido em cada recipiente.
Dado: 3R = 25 J/K · mol

Tópico 5

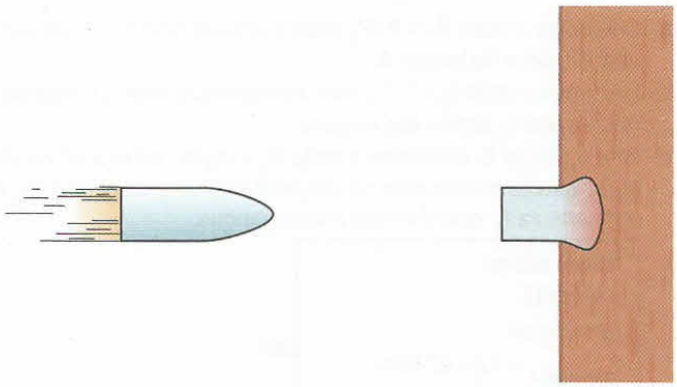
Termodinâmica

Bloco 1

1. Introdução

O estudo da Física envolve quase sempre um conceito primitivo denominado **energia**. Essa energia manifesta-se de várias formas, recebendo em cada caso um nome que a caracteriza: energia mecânica, energia térmica, energia elétrica, energia luminosa e outros.

É importante lembrar que a realização de trabalho pode envolver trânsito ou conversão de energia e que calor também é energia em trânsito.



A **Termodinâmica** estuda as transformações e as relações existentes entre dois tipos de energia: energia mecânica e energia térmica.

Para exemplificar, vamos considerar uma bala de revólver atirada contra um bloco de madeira.

Antes de chocar-se com a madeira, a bala possui uma energia mecânica (cinética). Após o choque, essa energia mecânica converte-se em outras formas de energia, principalmente térmica. Esse fato fica evidenciado pelo aquecimento da bala, em decorrência do choque. Isso significa que a energia (interna) de agitação das suas partículas se intensificou. Assim,

Fissão nuclear: altos riscos

Didier Donval/Masterfile/Other Images

A usina de fissão nuclear, que há trinta anos representava a grande esperança de geração de energia para a humanidade, volta a ser considerada, apesar de essa forma de energia mostrar-se cara e perigosa, sobretudo pelos altos riscos de vazamento de radiação. A armazenagem do lixo radiativo também tornou-se um problema, pois a falta de segurança pode expor os seres vivos à radiação, provocando graves ferimentos e até a morte. No entanto, essa é a forma atual de geração de energia em alta escala, que menos polui.

houve conversão de energia mecânica em térmica. Essa conversão é medida pelo trabalho realizado pelas forças que se opuseram à penetração da bala.

Vejamos, agora, um exemplo um pouco mais complexo: um reator nuclear. Nesse sistema, ocorre fissão de núcleos de urânio (geralmente U^{235}, urânio enriquecido), que liberam calor. O calor é absorvido pela água existente no corpo do reator, que entra em ebulição, vaporizando.

O vapor de água expande-se por uma tubulação, onde encontra, como obstáculo, as partes móveis de uma turbina. Devido à expansão, esse vapor aciona as turbinas, girando-as para a produção de energia elétrica. Observe que parte da energia térmica existente nas partículas do vapor é transformada em energia mecânica na movimentação das partes móveis das turbinas, com a realização de trabalho.

Dos exemplos mais simples (como o impacto e a penetração da bala na madeira) aos mais sofisticados (como o funcionamento de um reator nuclear), é possível converter energia mecânica em térmica e vice-versa.

Em todos os casos em que ocorre essa conversão, há um sistema físico intermediário que transforma um dos dois tipos de energia recebido no outro. No reator nuclear, por exemplo, o sistema intermediário, ou **fluido operante**, é a água, que vaporiza ao receber calor. Seus vapores expandem-se, realizando trabalho.

Nos próximos itens deste tópico, faremos um estudo da **Termodinâmica dos Gases Perfeitos**. Veremos situações em que o sistema físico intermediário na conversão entre energia térmica e energia mecânica é um gás perfeito.

2. Energia interna, trabalho e calor

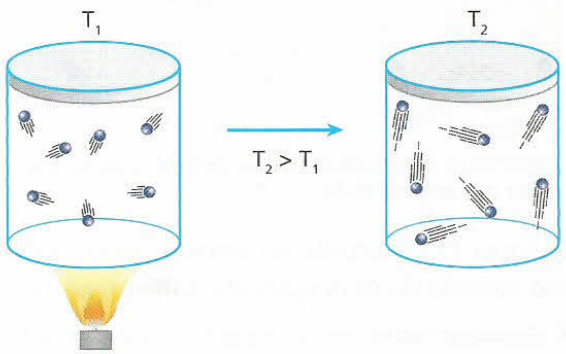
No estudo da Termodinâmica dos Gases Perfeitos, são parâmetros básicos as grandezas físicas **energia interna (U)**, **trabalho (τ)** e **quantidade de calor (Q)** associadas a uma transformação sofrida pelo gás perfeito. Vejamos melhor cada uma dessas três grandezas.

Energia interna

A energia interna de um sistema é o somatório de vários tipos de energia existentes em suas partículas. Nesse cálculo, consideramos as energias cinética de agitação (ou de translação), potencial de agregação, de ligação, nuclear, enfim todas as energias existentes em suas moléculas. Observemos que apenas parte dessa energia (cinética de agitação e potencial de agregação) é térmica. Quando fornecemos energia térmica para um corpo ou a retiramos dele, provocamos a variação de sua energia interna. É essa variação que utilizaremos em Termodinâmica. No caso do gás perfeito, essa energia interna se resume na energia de translação das suas partículas, sendo calculada pela expressão definida pela **Lei de Joule**:

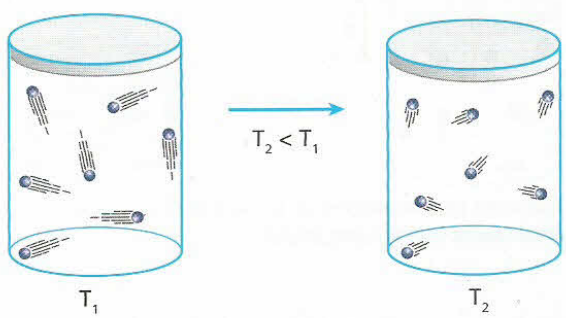
$$U = \frac{3}{2} n R T$$

Observemos que a energia interna (**U**) de um gás perfeito é função de sua temperatura absoluta (**T**). Para determinada massa de gás perfeito (**n** = constante), o aumento da temperatura absoluta corresponde a um aumento da energia interna, e a variação de energia interna ΔU é **positiva** ($\Delta U > 0$).



No aumento da energia interna do sistema: $\Delta U > 0$.

Se há diminuição de temperatura, a energia interna diminui, e sua variação é **negativa** ($\Delta U < 0$).



Na diminuição da energia interna do sistema: $\Delta U < 0$.

Quando a temperatura permanece constante, a energia interna também se mantém constante. Portanto, sua variação é nula ($\Delta U = 0$).

Relacionando a **Lei de Joule** com a **Equação de Clapeyron**, podemos escrever:

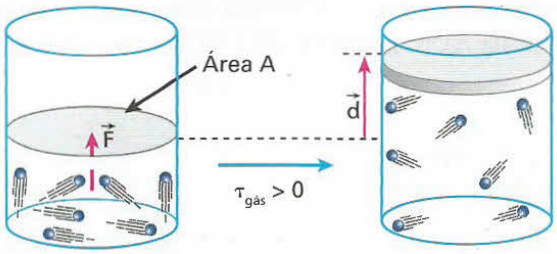
$$U = \frac{3}{2} n R T = \frac{3}{2} p V$$

Nota:

- A expressão da Lei de Joule $\left(U = \frac{3}{2} n R T\right)$ também é válida aproximadamente para os gases reais rarefeitos monoatômicos. Para os gases de outras atomicidades, entretanto, o cálculo é diferente, já que existem outras parcelas de energia a serem consideradas, como vimos no Tópico 4.

Trabalho

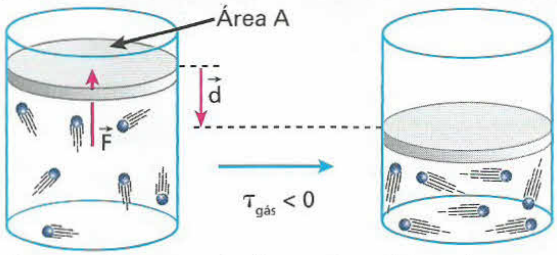
De acordo com o que já foi estudado em Mecânica, sabemos que todo trabalho é realizado por uma força. Vamos, então, considerar a expansão de um gás perfeito, representada na figura abaixo.



Esquema de expansão de um gás perfeito: volume final maior que volume inicial.

A força ($\vec{F}$) exercida no êmbolo pelo gás tem o mesmo sentido do deslocamento sofrido pelo êmbolo ($\vec{d}$). Conseqüentemente, o trabalho realizado por essa força é **positivo** ($\tau_{gás} > 0$).

Consideremos agora a compressão de um gás perfeito.



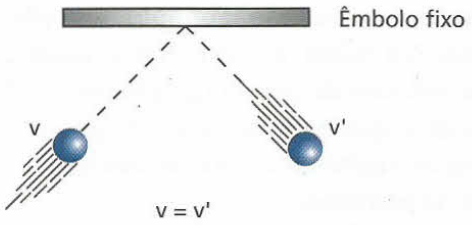
Esquema de compressão de um gás perfeito: volume final menor que volume inicial.

Nesse caso, a força ($\vec{F}$) exercida pelo gás tem sentido oposto ao do deslocamento ($\vec{d}$) do êmbolo. Conseqüentemente, o trabalho realizado por essa força é **negativo** ($\tau_{gás} < 0$).

Evidentemente, se o gás não se expande nem é comprimido, temos $\tau_{gás} = 0$, pois o êmbolo não se desloca.

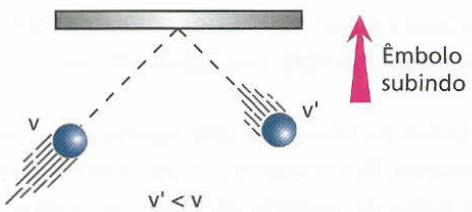
Notas:

- Quando o êmbolo representado nas figuras anteriores não muda de posição, as moléculas do gás que se chocam contra ele retornam com a mesma velocidade escalar, uma vez que os choques são supostos perfeitamente elásticos.



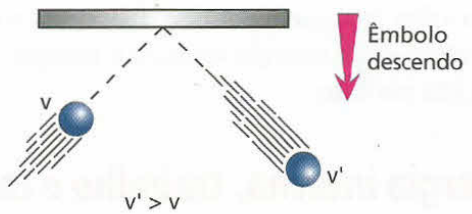
- Quando o gás se expande, durante a subida do êmbolo, moléculas do gás chocam-se contra ele e retornam com velocidades escalares menores.

  Isso significa que, ao expandir-se, o gás perde energia na forma de trabalho. Essa energia perdida corresponde, pelo menos em parte, ao acréscimo de energia potencial gravitacional do êmbolo e de algum corpo que eventualmente esteja sobre ele. Assim, o gás fornece energia durante esse trabalho. Por isso, diz-se que "o gás realiza trabalho".



- Quando o gás é comprimido, durante a descida do êmbolo, moléculas do gás chocam-se contra ele, retornando com velocidades escalares maiores.

  Nesse caso, o gás recebe energia na forma de trabalho. Por isso, diz-se que "o gás recebe trabalho" na compressão.



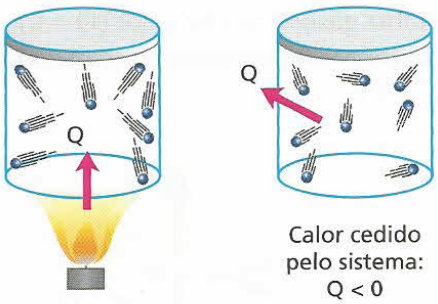
Resumindo:

Na **expansão**, $\tau_{gás} > 0$ e o gás fornece energia na forma de trabalho: o gás realiza trabalho.

Na **compressão**, $\tau_{gás} < 0$ e o gás recebe energia na forma de trabalho: o gás recebe trabalho.

Calor

Já vimos que calor é a energia térmica transitando de um sistema para outro. Assim, um dos sistemas **cede** essa energia e o outro, a **recebe**. Será convencionado que o calor recebido é **positivo** e o calor cedido, **negativo**.



Notas:

- Os sinais atribuídos ao calor recebido e ao calor cedido tornam correta a maneira como equacionaremos a 1ª Lei da Termodinâmica, no item seguinte.
- É importantíssimo observar que as trocas de energia entre um sistema gasoso e o meio externo podem dar-se tanto pela realização de trabalho como por trocas de calor.

3. A 1ª Lei da Termodinâmica

O conhecido **Princípio da Conservação da Energia**, quando aplicado à Termodinâmica, recebe a denominação de **1ª Lei da Termodinâmica**.

Com a aplicação dessa lei, podemos, por meio de uma "contabilidade" energética, saber o que ocorre com um sistema gasoso ao sofrer uma transformação termodinâmica.

Essa lei pode ser enunciada da seguinte forma:

> Para todo sistema termodinâmico, existe uma função característica, denominada **energia interna**. A variação dessa energia interna (ΔU) entre dois estados quaisquer pode ser determinada pela diferença entre a quantidade de calor (**Q**) e o trabalho ($\tau_{gás}$) trocados com o meio externo.

Matematicamente, essa lei pode ser expressa por:

$$\Delta U = Q - \tau_{gás}$$

Nota:

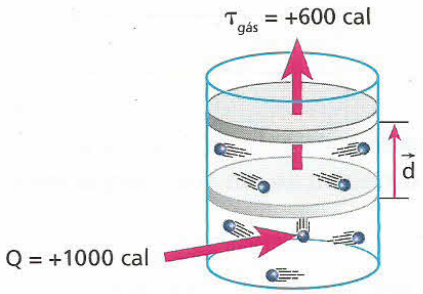
- É importante observar que essas grandezas podem ser positivas, negativas ou nulas.

Para entender o mecanismo de aplicação da 1ª Lei da Termodinâmica, tomemos como exemplo um sistema gasoso contido em um recipiente provido de êmbolo móvel.

Exemplo 1:

O gás recebe de uma fonte térmica externa uma quantidade de calor igual a 1 000 cal (Q = +1 000 cal). Essa energia, além de produzir um aquecimento no gás, provoca ainda sua expansão, com conseqüente realização de trabalho equivalente a 600 cal ($\tau_{gás}$ = +600 cal).

Já que a energia fornecida pelo sistema para o ambiente em forma de trabalho é menor que a recebida em forma de calor, pode-se concluir que o restante ficou no gás, na forma de energia interna, produzindo neste um aumento de 400 cal (ΔU = +400 cal).



A aplicação da equação da **1ª Lei da Termodinâmica** leva-nos à mesma conclusão:

$$\Delta U = Q - \tau_{gás}$$

Sendo:

Q = +1 000 cal (calor recebido)

$\tau_{gás}$ = +600 cal (trabalho realizado)

temos:

$$\Delta U = (+1\,000) - (+600)$$

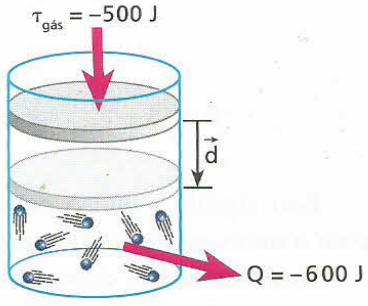
$$\Delta U = +400 \text{ cal}$$

O sinal positivo de ΔU indica que o sistema sofreu um **aumento** em sua energia interna.

Exemplo 2:

O gás é comprimido, recebendo um trabalho igual a 500 J ($\tau_{gás}$ = –500 J). Simultaneamente, esse gás perde para o ambiente uma quantidade de calor correspondente a 600 J (Q = –600 J).

Como o total de energia deve conservar-se, concluímos que, pelo fato de o calor cedido ser, em módulo, maior que a energia recebida em forma de trabalho, a diferença de 100 J saiu do próprio sistema, diminuindo sua energia interna (ΔU = –100 J).



Matematicamente:

$$\Delta U = Q - \tau_{gás}$$

Sendo:

$Q = -600$ J (calor cedido)
$\tau_{gás} = -500$ J (trabalho recebido)

temos:

$$\Delta U = (-600) - (-500) = -600 + 500$$

$$\boxed{\Delta U = -100 \text{ J}}$$

O sinal negativo de ΔU indica que o sistema sofreu uma **diminuição** em sua energia interna.

Nota:

- Observe que é indiferente usarmos as unidades **caloria** ou **joule**. O que não podemos fazer é misturar as duas unidades.

4. Transformações termodinâmicas particulares

No estudo da Termodinâmica dos Gases Perfeitos, encontramos quatro transformações particulares que devem ser analisadas com mais detalhes: a **isotérmica**, a **isométrica**, a **isobárica** e a **adiabática**.

Transformação isotérmica

Nas transformações isotérmicas, a temperatura do sistema gasoso mantém-se constante e, em conseqüência, a variação de sua energia interna é nula ($\Delta U = 0$). Lembre-se de que a energia interna de um gás perfeito é função de sua temperatura absoluta $\left(U = \frac{3}{2} n R T\right)$.

Aplicando a equação da **1ª Lei da Termodinâmica** a essa transformação, temos:

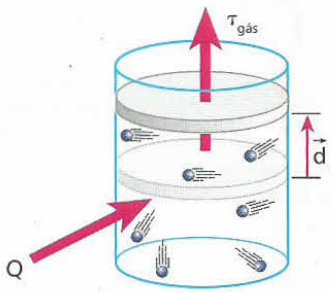
$$\Delta U = Q - \tau_{gás}$$

$$0 = Q - \tau_{gás} \Rightarrow \boxed{Q = \tau_{gás}}$$

Isso significa que o calor e o trabalho trocados com o meio externo são iguais.

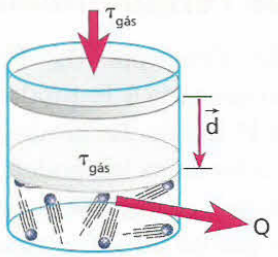
Esse fato indica duas possibilidades:

a) Se o sistema gasoso recebe calor ($Q > 0$), essa energia é integralmente utilizada na realização de trabalho ($\tau_{gás} > 0$).



$Q = \tau_{gás}$, pois $\Delta U = 0$
$Q > 0$ e $\tau_{gás} > 0$

b) Se o sistema gasoso recebe trabalho ($\tau_{gás} < 0$), ele cede para o meio externo igual quantidade de energia em forma de calor ($Q < 0$).



$\tau_{gás} = Q$, pois $\Delta U = 0$
$\tau_{gás} < 0$ e $Q < 0$

Nota:

- É importantíssimo observar que a temperatura do gás não varia em uma transformação isotérmica, mas ele troca calor com o meio externo.

Transformação isométrica

Nas transformações isométricas (também denominadas isovolumétricas, ou ainda isocóricas), o volume do gás mantém-se constante e, em conseqüência, o sistema não troca trabalho com o meio externo ($\tau_{gás} = 0$). Portanto, nesse tipo de transformação o sistema não realiza nem recebe trabalho.

Utilizando a equação da **1ª Lei da Termodinâmica**, obtemos:

$$\Delta U = Q - \tau_{gás} \Rightarrow \Delta U = Q - 0$$

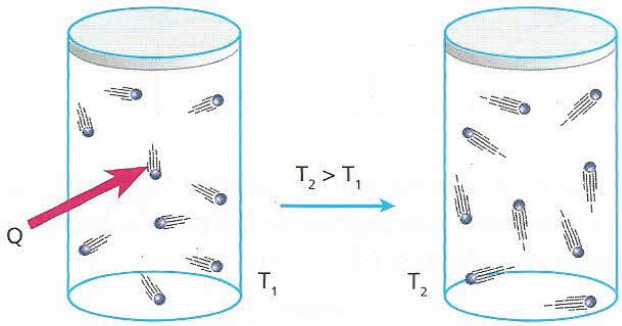
$$\boxed{\Delta U = Q}$$

Isso significa que a variação de energia interna sofrida pelo sistema gasoso é igual ao calor trocado com o meio externo.

Temos, então, duas situações a considerar:

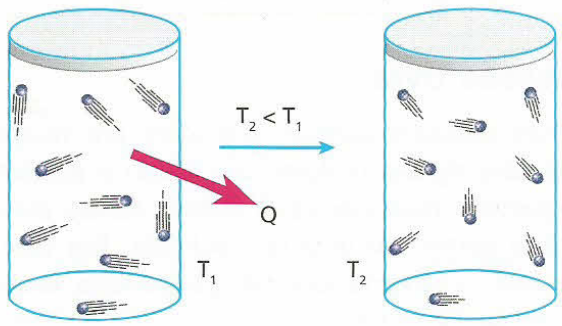
a) Se o sistema recebe calor ($Q > 0$), sua energia interna aumenta ($\Delta U > 0$) em igual valor.

$$\tau_{gás} = 0 \Rightarrow Q = \Delta U$$



b) Se o sistema cede calor ($Q < 0$), sua energia interna diminui ($\Delta U < 0$) em igual valor.

$$\tau_{gás} = 0 \Rightarrow Q = \Delta U$$



Transformação isobárica

Nas transformações isobáricas, a pressão do sistema gasoso mantém-se constante. Dessa forma, a análise do que ocorre é feita pela **Equação de Clapeyron** (é bom lembrar que estamos utilizando o gás perfeito como sistema físico intermediário):

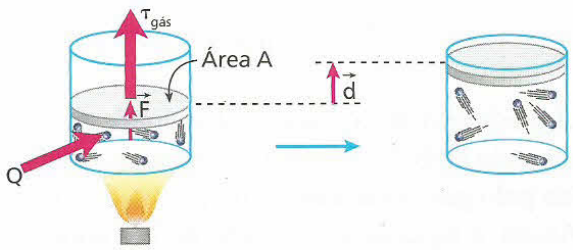
$$p\,V = n\,R\,T$$

Note que o volume (**V**) do gás varia na razão direta da temperatura absoluta (**T**), já que as demais grandezas permanecem constantes nessa transformação.

Há, então, duas situações a considerar:

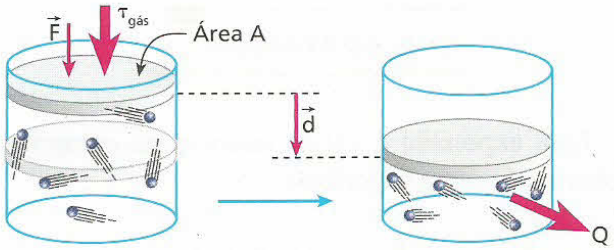
a) Quando a temperatura absoluta do sistema aumenta, seu volume também aumenta. Isso significa que sua energia interna aumenta ($\Delta U > 0$) e que o sistema realiza trabalho ($\tau_{gás} > 0$). É evidente que toda essa energia entra no sistema na forma de calor.

$$\Delta U = Q - \tau_{gás} \text{ ou } Q = \tau_{gás} + \Delta U$$



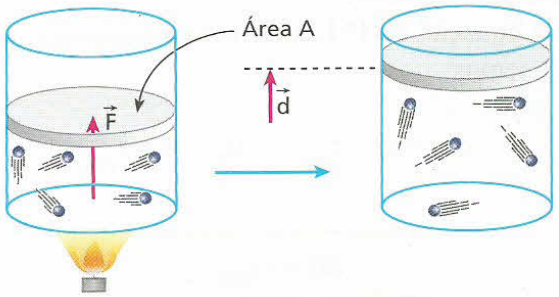
b) Quando a temperatura absoluta do sistema diminui, seu volume também diminui. Isso significa que sua energia interna diminui ($\Delta U < 0$) e que o sistema recebe trabalho ($\tau_{gás} < 0$). É evidente que toda essa energia sai do sistema na forma de calor.

$$\Delta U = Q - \tau_{gás} \text{ ou } Q = \tau_{gás} + \Delta U$$



Trabalho de um gás numa transformação isobárica (τ_p)

Considere um gás em expansão isobárica.



Podemos calcular o trabalho realizado por ele usando a fórmula da definição de trabalho de força constante:

$$\tau_p = F\,d \quad (I)$$

em que **F** é o módulo da força média aplicada pelo gás no êmbolo móvel do recipiente e **d** é o módulo do deslocamento sofrido por ele.

Sendo **A** a área da secção transversal do êmbolo, da definição de pressão, temos:

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p\,A \qquad (II)$$

Substituindo (II) em (I), vem:

$$\tau_p = p\,A\,d$$

O produto **A d**, contudo, corresponde ao volume varrido pelo êmbolo, isto é, à variação de volume ΔV sofrida pelo gás nessa transformação ($A\,d = \Delta V$).

Assim, a equação do trabalho do gás numa transformação isobárica fica expressa pelo produto da pressão (**p**), que permanece constante, pela variação de volume (ΔV) sofrida pelo gás perfeito:

$$\tau_p = p\,\Delta V$$

Usando a **Equação de Clapeyron**, completamos a relação:

$$\tau_p = p\,\Delta V = n\,R\,\Delta T$$

Essa expressão é válida também na compressão isobárica de um gás perfeito.

Transformação adiabática

Nas transformações adiabáticas, não há troca de calor entre o sistema e o meio externo. Dessa forma, toda a energia recebida ou cedida pelo sistema ocorre por meio de trabalho.

Da equação da **1ª Lei da Termodinâmica**, sendo $Q = 0$, temos:

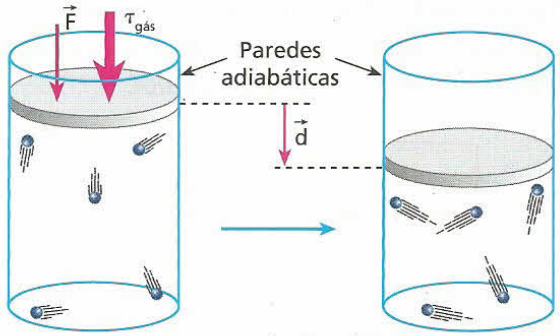
$$\Delta U = Q - \tau_{gás} \Rightarrow \Delta U = 0 - \tau_{gás}$$

$$\Delta U = -\tau_{gás}$$

Isso significa que o módulo da variação de energia interna sofrida pelo sistema é igual ao módulo do trabalho que o sistema troca com o meio externo.

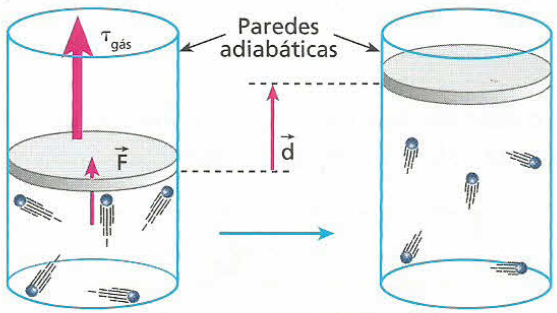
Assim, temos duas situações a considerar:

a) Quando o sistema recebe trabalho ($\tau_{gás} < 0$), sua energia interna aumenta ($\Delta U > 0$) em igual valor.



$$\Delta U = -\tau_{gás}$$

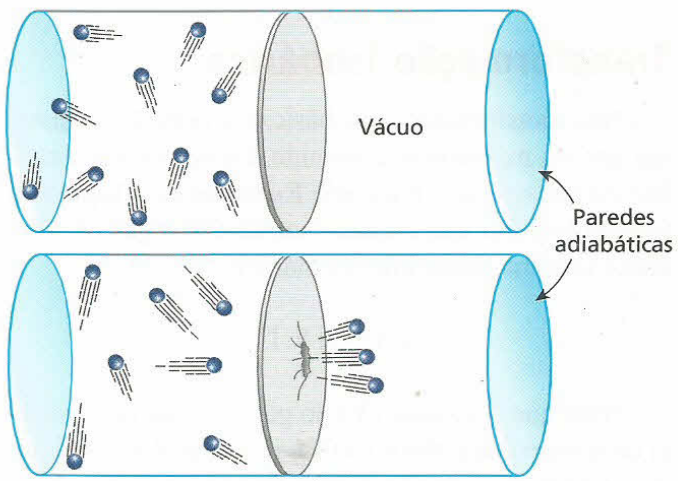
b) Quando o sistema realiza trabalho ($\tau_{gás} > 0$), ele o faz retirando essa energia da sua própria energia interna, que diminui ($\Delta U < 0$).



$$\Delta U = -\tau_{gás}$$

Expansão livre

Para entender melhor, considere um recipiente de paredes rígidas (volume constante) e adiabáticas (não permite trocas de calor através delas), dividido em duas partes por uma fina película. Em uma das partes coloca-se certa massa de gás perfeito, enquanto na outra supõe-se vácuo.



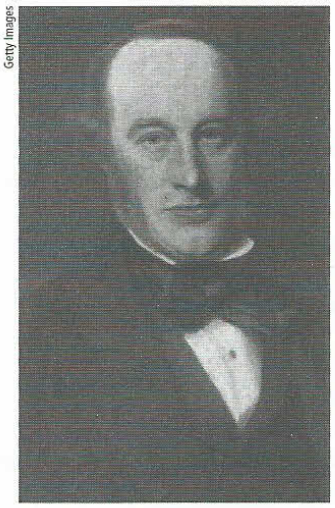
Se a película subitamente se rompe, o gás se expande pela região de vácuo, realizando uma expansão livre.

Como o gás não sofreu resistência em sua expansão, ele não realizou trabalho ($\tau_{gás} = 0$). Pelo fato de o processo ser adiabático, também não há troca de calor ($Q = 0$). Assim, a variação de energia interna é nula ($\Delta U = 0$) e a temperatura mantém-se constante durante todo o processo.

Nota:

- A expansão livre é uma transformação termodinâmica **irreversível**, pois o sistema não consegue voltar à situação inicial espontaneamente, isto é, sem a ajuda de um agente externo. Esse agente deve realizar sobre o gás um trabalho, forçando-o a voltar. Dessa forma, o gás recebe trabalho, o que provoca um aumento em sua energia interna. (Lembremos que a transformação é adiabática.)

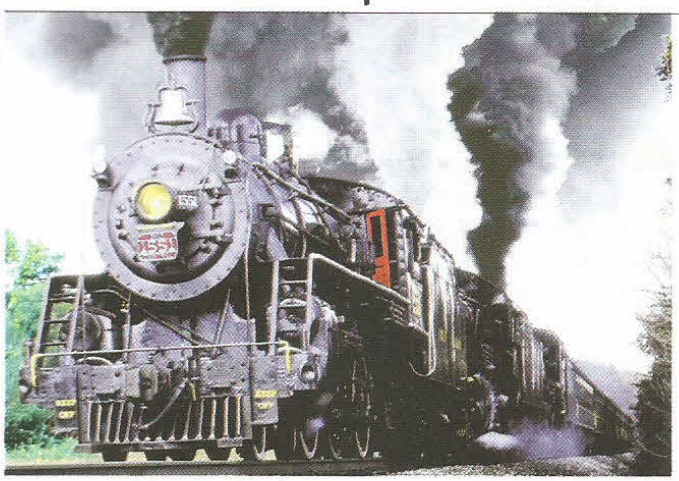
Getty Images



James Prescott Joule (1818-1889). Físico inglês, nascido em Salford, deixou um grande legado à humanidade com suas pesquisas sobre energia. Em seu principal trabalho, demonstrou a equivalência entre a energia mecânica e a energia térmica. Para homenageá-lo, a comunidade científica usou o nome **joule** como unidade de energia no Sistema Internacional.

Locomotiva: uma máquina térmica!

LatinStock



Uma locomotiva a vapor é um dispositivo que ilustra muito bem uma máquina térmica. Na fornalha, pela combustão da madeira (ou do carvão), é obtida energia térmica (calor), que é transferida para a água existente na caldeira. Essa água se aquece e entra em ebulição, e o vapor produzido expande-se, realizando trabalho. A expansão do vapor transformou energia térmica em energia mecânica (pela realização de trabalho), o que resulta no movimento do trem.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 Você já deve ter notado que ao esfregar as mãos durante algum tempo elas ficam mais quentes. Isso ocorre porque:

a) aumenta a circulação do sangue, elevando a produção de calor;
b) o movimento das mãos pode alterar a temperatura do ambiente, devido ao atrito delas com o ar;
c) o trabalho mecânico realizado pelas forças de atrito existentes entre as mãos se transforma em energia térmica, aumentando sua temperatura;
d) durante o movimento, as mãos absorvem energia térmica do ambiente, o que aumenta sua temperatura;
e) a diferença de polaridade existente entre a mão direita e a mão esquerda provoca um aquecimento em ambas.

2 Dos itens citados a seguir, qual é condição obrigatória para que um gás realize trabalho?

a) Variação na pressão do gás.
b) Variação no volume do gás.
c) Variação na temperatura do gás.
d) Recebimento de calor do meio externo.
e) Ocorrência de uma reação de desintegração nuclear no gás, acompanhada de liberação de energia térmica.

3 A primeira coluna descreve uma transformação sofrida pelo gás; a segunda contém a denominação utilizada para indicar essa transformação.

(A) O gás realiza trabalho e sua energia interna não varia.
(B) O gás tem sua energia interna aumentada e não troca trabalho com o meio externo.
(C) O gás não troca calor com o meio externo, mas sua temperatura aumenta.
(D) O gás recebe trabalho e sua energia interna não varia.

(1) Compressão isotérmica.
(2) Compressão adiabática.
(3) Aquecimento isométrico.
(4) Expansão isotérmica.

Em qual das alternativas as associações estão corretas?
a) A–1, B–2, C–3 e D–4.
b) A–4, B–2, C–1 e D–3.
c) A–4, B–3, C–2 e D–1.
d) A–3, B–1, C–4 e D–2.
e) A–2, B–4, C–1 e D–4.

4 (Enem) Considere as afirmações:
I. Calor e trabalho são formas de transferência de energia entre corpos.
II. Calor é medido necessariamente em calorias, enquanto trabalho é somente medido em joules.
III. Dez calorias valem aproximadamente 42 joules.
Pode-se afirmar que apenas:
a) I é correta.
b) II é correta.
c) III é correta.
d) I e II são corretas.
e) I e III são corretas.

5 A **1ª Lei da Termodinâmica**, aplicada a uma transformação gasosa, se refere à:
a) conservação de massa do gás;
b) conservação da quantidade de movimento das partículas do gás;
c) relatividade do movimento de partículas subatômicas, que constituem uma massa de gás;
d) conservação da energia total;
e) expansão e contração do binômio espaço-tempo no movimento das partículas do gás.

6 **E.R.** Um gás perfeito sofre uma expansão, realizando um trabalho igual a 200 J. Sabe-se que, no final dessa transformação, a energia interna do sistema está com 60 J a mais que no início. Qual a quantidade de calor recebida pelo gás?

Resolução:
A **1ª Lei da Termodinâmica** dá a relação entre as grandezas referidas no problema:

$$\Delta U = Q - \tau_{gás}$$

Do texto, sabemos que:
$\tau_{gás} = +200$ J (o sistema **realizou** trabalho)
$\Delta U = +60$ J (a energia interna **aumentou**)
Assim, temos:

$$60 = Q - 200 \Rightarrow \boxed{Q = 260 \text{ J}}$$

7 Uma porção de gás perfeito está confinada por um êmbolo móvel no interior de um cilindro. Ao receber 20 kcal de calor do meio externo, o êmbolo sobe e o gás realiza um trabalho equivalente a 12 kcal. Aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica, determine a variação sofrida pela energia interna desse gás.

8 Um gás perfeito sofre uma expansão isotérmica ao receber do ambiente 250 J de energia em forma de calor. Qual o trabalho realizado pelo gás e qual sua variação de energia interna?

9 Analise as afirmativas a seguir:
(01) Um gás somente pode ser aquecido se receber calor.
(02) Pode-se aquecer um gás realizando-se trabalho sobre ele.
(04) Para esfriar um gás, devemos necessariamente retirar calor dele.
(08) Um gás pode receber calor do meio externo e sua temperatura permanecer constante.
(16) Numa transformação adiabática de um gás, sua temperatura pode diminuir.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

10 Numa expansão isobárica (pressão constante), o trabalho realizado por um gás é tanto maior quanto:
a) maior a pressão e maior a variação de volume;
b) menor a pressão e maior a variação de volume;
c) maior a pressão e maior o volume;
d) menor a pressão e menor o volume;
e) maior a pressão e menor o volume.

11 (Unitau-SP) Um gás está confinado em um cilindro provido de um pistão. O gás é então aquecido, e o pistão é mantido fixo na posição inicial. Qual é a alternativa errada?
a) A pressão do gás aumenta.
b) O trabalho realizado pelo gás é cada vez maior.
c) A força que o gás exerce no pistão é cada vez maior.
d) O gás é mantido num volume constante.
e) A energia interna do gás é cada vez maior.

12 Determinada massa de gás perfeito sofre uma transformação, saindo de um estado inicial **A** e passando para o estado final **B**, sem que sua temperatura se altere. Essa transformação pode ser denominada:
a) isobárica;
b) isocórica;
c) isovolumétrica;
d) isotérmica;
e) adiabática.

13 (FEI-SP) Numa transformação de um gás perfeito, os estados final e inicial acusaram a mesma energia interna. Certamente:
a) a transformação foi cíclica.
b) a transformação foi isométrica.
c) não houve troca de calor entre o gás e o ambiente.
d) são iguais as temperaturas dos estados inicial e final.
e) não houve troca de trabalho entre o gás e o ambiente.

14 Analise as proposições dadas a seguir e dê como resposta o somatório dos números que correspondem às afirmativas corretas:
(01) A energia interna de dada massa de gás é função exclusiva de sua temperatura.
(02) Numa expansão isobárica, a quantidade de calor recebida é menor que o trabalho realizado.
(04) Numa transformação isocórica, a variação de energia interna do gás é igual à quantidade de calor trocada com o meio exterior.
(08) Numa transformação adiabática, o gás não troca trabalho com o meio externo.
(16) A energia interna de um sistema gasoso só não varia nas transformações adiabáticas.
(32) Numa expansão isobárica, a temperatura do gás aumenta.

15 Um gás perfeito sofre uma expansão isobárica, sob pressão de 5,0 N/m^2. Seu volume aumenta de 0,20 m^3 para 0,60 m^3. Qual foi a variação de energia interna do gás se, durante a expansão, ele recebeu 5,0 J de calor do ambiente?

16 Um sistema gasoso ideal sofre uma transformação isobárica de pressão igual a $5 \cdot 10^4$ N/m^2. Seu volume evolui de 3 L para 6 L. Determine o trabalho trocado com o meio externo.
Dado: 1 L = 1 dm^3 = 10^{-3} m^3

17 Um gás ideal monoatômico expandiu-se, realizando um trabalho sobre a vizinhança igual, em módulo, à quantidade de calor absorvida por ele durante a expansão. Sabendo-se que a energia interna de um gás ideal é proporcional a sua temperatura absoluta, pode-se afirmar que, na transformação relatada acima, a temperatura absoluta do gás:

a) necessariamente aumentou;
b) necessariamente permaneceu constante;
c) necessariamente diminuiu;
d) aumentou ou permaneceu constante;
e) diminuiu ou permaneceu constante.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

18 **E.R.** Um sistema gasoso ideal troca (recebe ou cede) com o meio externo 150 cal em forma de calor. Determine, em joules, o trabalho trocado com o meio, em cada um dos casos:
a) expansão isotérmica;
b) compressão isotérmica;
c) aquecimento isométrico.
Dado: 1 cal = 4,18 J

Resolução:
Nas transformações isotérmicas, não há variação de temperatura e, em conseqüência, a energia interna do sistema mantém-se constante ($\Delta U = 0$).
Da **1ª Lei da Termodinâmica**, $\Delta U = Q - \tau_{gás}$, vem:

$$\boxed{Q = \tau_{gás}}$$

Então, se o sistema recebe calor, realiza um trabalho de igual valor. Se cede calor, é porque recebe igual quantidade de energia em forma de trabalho.

a) Na expansão, o volume aumenta e o sistema realiza trabalho ($\tau_{gás} > 0$), recebendo calor ($Q > 0$).
Daí, temos:

$$\tau_{gás} = Q = 150 \text{ cal}$$

Transformando caloria em joule, vem:

$$\tau_{gás} = J\,Q \Rightarrow \tau_{gás} = 4{,}18 \cdot 150$$

$$\boxed{\tau_{gás} = 627 \text{ J}}$$

b) Na compressão, o volume diminui e o sistema recebe trabalho ($\tau_{gás} < 0$), cedendo calor ($Q < 0$).
Daí, temos:

$$\tau_{gás} = Q = -150 \text{ cal}$$

Transformando caloria em joule, vem:

$$\boxed{\tau_{gás} = -627 \text{ J}}$$

c) Nas transformações isométricas, o volume permanece constante e não há trabalho trocado com o meio externo.
Então:

$$\boxed{\tau_{gás} = 0}$$

19 Um sistema termodinâmico, constituído por um gás perfeito, troca 400 cal de calor com o meio externo. Determine a variação de energia interna do sistema, em cada um dos casos:
a) aquecimento isocórico;
b) resfriamento isométrico;
c) expansão isotérmica.

20 Numa transformação termodinâmica, um gás ideal troca com o meio externo 209 J em forma de trabalho. Determine, em calorias, o calor que o sistema troca com o meio externo, em cada um dos casos:
a) expansão isotérmica;
b) compressão isotérmica;
c) expansão adiabática.
Dado: 1 cal = 4,18 J

21 Leia com atenção e identifique a alternativa correta.
a) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema não troca calor com o meio externo.
b) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema cede um valor de calor menor que o valor do trabalho que recebe.
c) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, sempre ocorre variação da energia interna do gás.
d) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema realiza trabalho; portanto, não recebe calor.
e) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema recebe trabalho, que é integralmente transformado em calor.

22 (Ufla-MG) A Termodinâmica faz nítida distinção entre o objeto de seu estudo, chamado **sistema**, e tudo aquilo que o envolve e pode interagir com ele, chamado **meio**. Considere um sistema constituído por certa quantidade de um gás ideal contido em um recipiente de paredes móveis e não-adiabáticas e indique a alternativa incorreta.
a) Para que o gás realize uma expansão isobárica, é necessário que o sistema receba certa quantidade de calor do meio.
b) Para que o gás sofra uma expansão isotérmica, é necessário que o sistema receba calor do meio, o qual é convertido em trabalho.
c) Em uma compressão adiabática do gás, o meio realiza trabalho sobre o sistema, com conseqüente aumento da energia interna do gás.
d) Para que o gás sofra um aumento de pressão a volume constante, é necessário que o sistema rejeite certa quantidade de calor para o meio.
e) Em uma compressão isobárica, o gás tem sua temperatura e sua energia interna diminuídas.

23 (Enem) Um sistema termodinâmico cede 200 J de calor ao ambiente, enquanto sobre o sistema se realiza trabalho de 300 J. Nessas condições, a variação de sua energia interna é, em joules, de:
a) −500.
b) −100.
c) 100.
d) 250.
e) 500.

24 (UFMS) Um cilindro, fechado por um êmbolo, encerra o volume de $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ m³ de um gás ideal à pressão de $2{,}0 \cdot 10^5$ Pa. O sistema recebe de uma fonte quente $5{,}0 \cdot 10^3$ J de calor. O êmbolo desloca-se de modo que o volume do gás seja duplicado num processo isobárico.
Ao final do processo, pode-se afirmar que:
(01) não houve qualquer variação da energia interna do sistema.
(02) o calor fornecido pela fonte quente foi totalmente armazenado sob a forma de energia interna do sistema.
(04) o trabalho realizado pelo sistema sobre o meio foi de $2{,}0 \cdot 10^3$ J.
(08) o aumento da energia interna do sistema foi de $3{,}0 \cdot 10^3$ J.
(16) o calor fornecido pela fonte quente foi totalmente transformado em trabalho realizado pelo sistema sobre o meio.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

25 **E.R.** Um gás perfeito sofre uma expansão isobárica, trocando com o meio externo 500 cal em forma de calor e 300 cal em forma de trabalho. Determine a variação da energia interna do sistema.

Resolução:
Como o gás sofre uma expansão, seu volume aumenta e ele realiza trabalho ($\tau_{gás} = +300$ cal).
Da **Equação de Clapeyron** para os gases perfeitos, $p\,V = n\,R\,T$, observamos que, sendo isobárica ($p = cte$) a transformação, quando o volume aumenta, a temperatura absoluta também aumenta, provocando aumento de energia interna ($\Delta U > 0$).
Daí concluirmos que o sistema recebe calor ($Q = +500$ cal), que será parcialmente transformado em trabalho realizado, sendo o restante usado para aumentar a energia interna do sistema.
Portanto, da **1ª Lei da Termodinâmica**, $\Delta U = Q - \tau_{gás}$, vem:

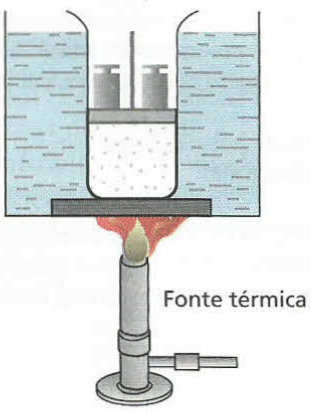
$$\Delta U = 500 - 300$$

$$\boxed{\Delta U = +200 \text{ cal}}$$

O sinal positivo indica que houve aumento na energia interna do sistema.

26 (UFMG) Em uma transformação isobárica de um gás perfeito, mantido a $2{,}0 \cdot 10^5$ N/m² de pressão, forneceram-se 1 500 J de calor e provocou-se um aumento de volume de 3,0 litros. Em joules, qual foi a variação da energia interna do gás?

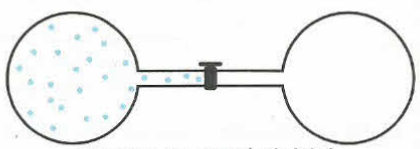
27 (UFBA) Para aquecer lentamente o gás contido em um recipiente provido de êmbolo móvel, utiliza-se o sistema de banho-maria, conforme a figura abaixo.



Considerando-se que os pesos são mantidos sobre o êmbolo, o gás, ao expandir-se:
(01) desloca o êmbolo com velocidade constante.
(02) sofre acréscimo de energia interna.
(04) mantém sua pressão constante.
(08) tem seu estado termodinâmico descrito exclusivamente pela temperatura.
(16) converte integralmente em trabalho o calor recebido da fonte térmica.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

28 Um estudante manuseava uma bomba manual (metálica) de encher bola de futebol. Mantendo o orifício de saída do ar tapado com seu dedo, ele comprimia rapidamente o êmbolo e observava que o ar dentro da bomba era aquecido.
Das afirmativas a seguir, qual você usaria para explicar o fenômeno descrito?
a) Quando se comprime um gás, sua temperatura sempre aumenta.
b) Quando se comprime rapidamente um gás, facilita-se a troca de calor entre o ar que está dentro da bomba e o meio externo.
c) Devido à rapidez da compressão, o ar que está dentro da bomba não troca calor com o meio externo; assim, o trabalho realizado provoca aumento da energia interna desse ar.
d) A compressão rápida do ar foi feita isobaricamente, provocando aumento na velocidade de suas partículas.
e) O fenômeno descrito é impossível de ocorrer, pois, sendo o corpo da bomba metálico, qualquer energia que seja fornecida para o ar interno será imediatamente transferida para o meio externo.

29 (UEM-PR) Um experimento para se determinar se a energia interna de um gás ideal depende ou não do volume foi realizado por Joule (1818-1889). O sistema utilizado por ele está esquematizado na figura a seguir. No estado inicial, o compartimento da esquerda está cheio de gás e o da direita está evacuado. Os dois compartimentos estão ligados por uma torneira que, no início do experimento, está fechada. O sistema todo está termicamete isolado das suas vizinhanças por paredes rígidas, de modo que não há troca térmica entre o sistema e o exterior. Quando a torneira é aberta, o gás escoa para o compartimento evacuado e, conseqüentemente, não realiza trabalho. Depois de certo tempo, o gás atinge o equilíbrio termodinâmico com o sistema. Baseado na primeira lei da termodinâmica e na equação dos gases ideais, ao final do experimento, Joule conclui, corretamente, que:


Sistema no estado inicial

01) o volume ocupado pelo gás diminui.
02) a temperatura do gás diminui.
04) a pressão exercida pelo gás diminui.
08) a energia interna do gás diminui.
16) o número de mols do gás diminui.
32) não é fornecido calor ao gás.
Dê como resposta a soma dos números associados às afrmações corretas.

30 (Unesp-SP) Um pistão com êmbolo móvel contém 2 mol de O_2 e recebe 581 J de calor. O gás sofre uma expansão isobárica na qual seu volume aumentou de 1,66 ℓ, a uma pressão constante de 10^5 N/m². Considerando que nessas condições o gás se comporta como gás ideal, utilize $R = 8{,}3$ J/mol · K e calcule:
a) a variação de energia interna do gás;
b) a variação de temperatura do gás.

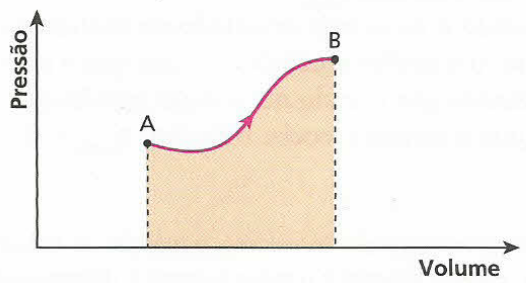
Bloco 2

5. Diagramas termodinâmicos

No estudo da Termodinâmica dos Gases Perfeitos, é de grande importância o **Diagrama de Clapeyron**, que representa a relação existente entre a pressão, o volume e a temperatura absoluta de uma massa de gás perfeito.

Uma transformação aberta

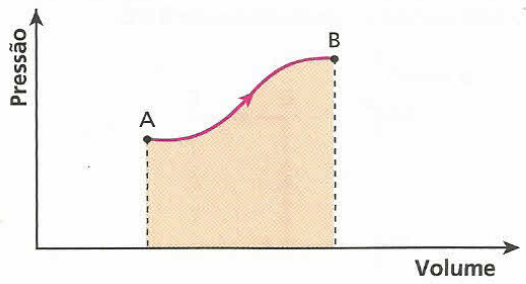
Consideremos um sistema constituído por certa massa de gás perfeito, que sofre uma transformação aberta, passando de um estado definido pelo ponto **A** para outro definido pelo ponto **B**, conforme a indicação do diagrama abaixo.



A "área" destacada sob a curva que representa a transformação, indicada no diagrama pressão × volume, é igual ao módulo do trabalho que esse sistema troca com o meio externo ao executar essa transformação.

Numa transformação aberta, podem ocorrer três situações:

a) Quando um sistema realiza trabalho ($\tau_{gás} > 0$), seu volume aumenta.

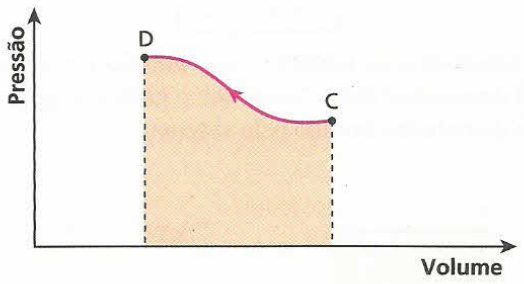


"Área" $= |\tau_{AB}|$

Atenção:

$\tau_{AB} > 0$

b) Quando um sistema recebe trabalho ($\tau_{gás} < 0$), seu volume diminui.

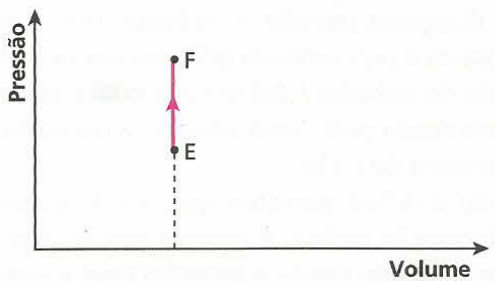


"Área" $= |\tau_{CD}|$

Atenção:

$\tau_{CD} < 0$

c) Quando um sistema não troca trabalho com o meio externo, seu volume permanece constante



"Área" $= 0$

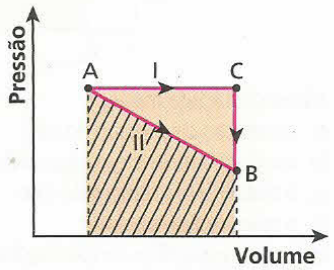
Atenção:

$\tau_{EF} = 0$

Notas:

- É importante observar que o trabalho trocado entre o sistema e o meio externo depende não somente dos estados inicial e final, mas também dos estados intermediários, que determinam o "caminho" ao longo da transformação.

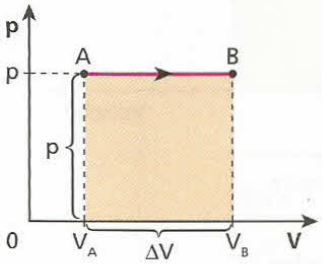
O diagrama ao lado mostra, por exemplo, uma transformação aberta sofrida por um sistema gasoso, na qual o estado final **B** pode ser atingido, a partir do estado inicial **A**, por dois caminhos diferentes, I e II.



A "área" bege, correspondente ao caminho I, é maior que a "área" hachurada, correspondente ao caminho II. Isso significa que o trabalho realizado pelo sistema ao percorrer o caminho I é maior que o trabalho realizado ao percorrer o caminho II.

$$\tau_{ACB} > \tau_{AB}$$

- Na transformação isobárica (p = pressão constante), fica fácil demonstrar que a "área" sob o gráfico é igual ao módulo do trabalho trocado pelo sistema.



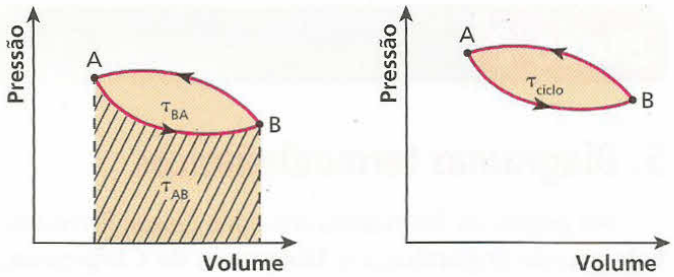
"Área" $= p|\Delta V| = |\tau_{AB}|$

$$\tau_{AB} = p\,\Delta V = n\,R\,\Delta T$$

Uma transformação cíclica

Um sistema gasoso sofre uma transformação definida como cíclica (ou fechada) quando o estado final dessa transformação coincide com o estado inicial. Num diagrama pressão × volume, essa transformação cíclica é representada por uma curva fechada, e o módulo do trabalho total trocado com o meio externo é determinado pela "área interna" à curva fechada representativa do ciclo.

Não é difícil perceber que, ao desenvolver uma transformação cíclica, o sistema geralmente realiza e recebe trabalho, sendo o trabalho total a soma desses trabalhos parciais.



Na transformação AB, o módulo do trabalho é dado pela "área" hachurada (trabalho realizado $\Rightarrow \tau_{AB} > 0$) e, na transformação BA, é dado pela área bege (trabalho recebido $\Rightarrow \tau_{BA} < 0$). Ao determinarmos o trabalho total, resta apenas a "área interna" à curva fechada.

O trabalho total tem seu módulo determinado pela "área interna" à curva fechada.

É importante observar que:

a) Quando o ciclo está orientado no sentido horário, o trabalho realizado é maior que o recebido. Dizemos que o ciclo no sentido horário indica que o sistema realiza trabalho: $\tau_{ciclo} > 0$.

b) Quando o ciclo está orientado no sentido anti-horário, o trabalho recebido é maior que o realizado. Dizemos que o ciclo no sentido anti-horário indica que o sistema recebe trabalho: $\tau_{ciclo} < 0$.

Nota:

- No diagrama pressão × volume, o módulo do trabalho trocado entre o sistema e o meio externo é determinado pela "área", em joules, quando a pressão é dada em N/m^2 (pascal) e o volume, em m^3; caso contrário, deve-se fazer a conversão para essas unidades.

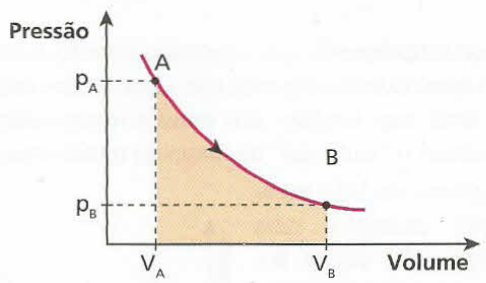
Para isso, é importante lembrar que:

$$1\ L = 1\ dm^3 = 10^{-3}\ m^3$$

$$1\ atm \simeq 760\ mm\ Hg \simeq 10^5\ N/m^2$$

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

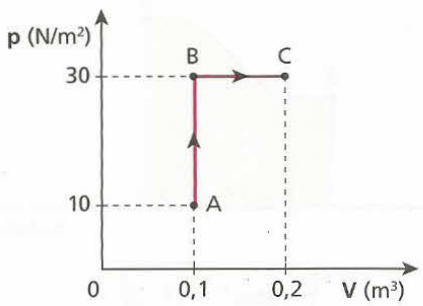
31 O diagrama pressão × volume a seguir mostra uma transformação isotérmica sofrida por 1 mol de gás perfeito.



A área destacada mede:

a) a variação de pressão do gás;
b) a variação de energia interna do gás;
c) o trabalho realizado pelo gás;
d) o calor cedido pelo gás;
e) o calor específico do gás medido à temperatura constante.

32 **E.R.** Um gás perfeito passa do estado representado por **A**, no gráfico, para os estados representados por **B** e **C**:



Determine o trabalho realizado pelo gás, em joules, nas transformações:

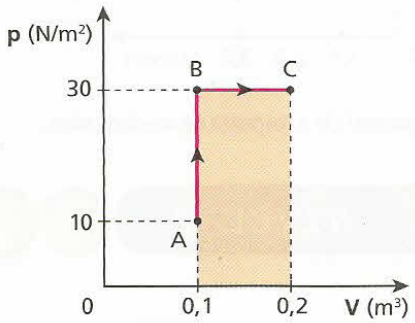
a) **A** para **B**;
b) **B** para **C**;
c) **ABC**.

Resolução:

a) Na transformação AB, não há troca de trabalho com o meio externo, pois o volume do sistema mantém-se constante:

$$\tau_{AB} = 0$$

b) Na transformação BC, o trabalho realizado (o volume do sistema aumenta) pelo gás é igual à "área" sob o gráfico:



"Área" = τ_{BC}

$\tau_{BC} = 30 \cdot (0{,}2 - 0{,}1)$

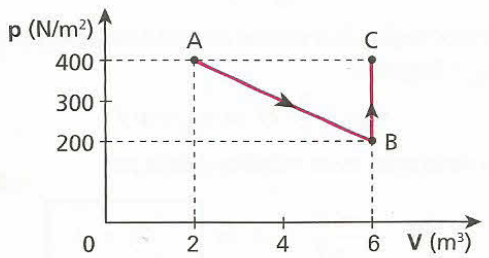
$$\tau_{BC} = 3\ J$$

c) O trabalho total na transformação ABC é a soma algébrica dos trabalhos nas transformações AB e BC. Assim:

$$\tau_{ABC} = \tau_{AB} + \tau_{BC} \Rightarrow \tau_{ABC} = 0 + 3$$

$$\tau_{ABC} = 3\ J$$

33 Um gás perfeito sofre a transformação ABC indicada no diagrama pressão (**p**) × volume (**V**) a seguir:



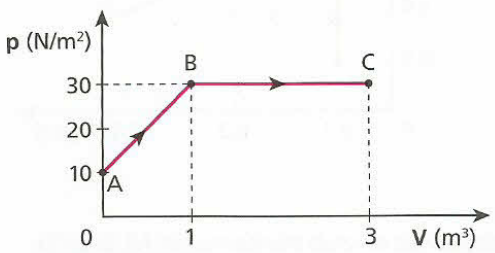
Determine o trabalho do sistema nas transformações:

a) **A** para **B**;

b) **B** para **C**;

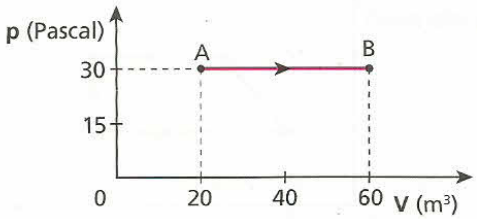
c) **ABC**.

34 (PUC-SP) O gráfico pressão (**p**) × volume (**V**) representa as transformações AB e BC experimentadas por um gás ideal:



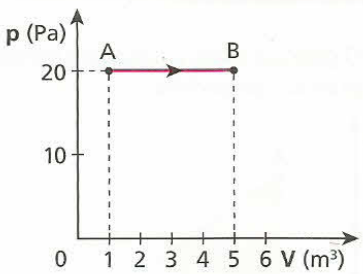
Qual o trabalho mecânico realizado pelo gás durante a expansão de **A** até **C**? Dê a resposta em joules.

35 No processo isobárico indicado no gráfico, um gás perfeito recebeu 3 000 J de energia do ambiente.



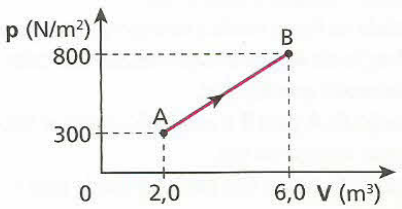
Que variação ocorreu na energia interna desse gás?

36 Uma amostra de gás perfeito recebe de uma fonte térmica 200 J de energia em forma de calor, expandindo-se isobaricamente, conforme indica o gráfico a seguir, indo do estado **A** para o estado **B**.



Qual a variação da energia interna do gás para essa transformação?

37 Um sistema termodinâmico constituído de certa massa de gás perfeito recebe calor de uma fonte térmica, num total de 8 500 J. Em conseqüência, o gás se expande, sofrendo a transformação AB representada no diagrama pressão (**p**) × volume (**V**) a seguir:

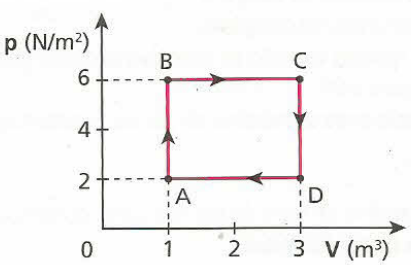


A respeito da transformação AB, responda:

a) Qual é o trabalho do sistema? É trabalho realizado ou recebido? Justifique.

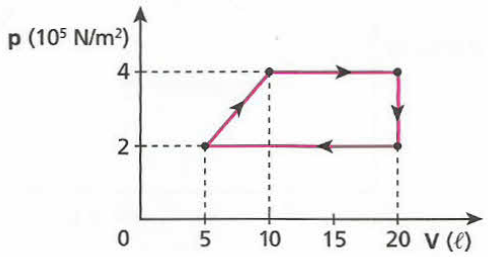
b) Qual é a variação de energia interna? A energia interna aumentou ou diminuiu? Justifique.

38 Uma amostra de gás perfeito sofre uma transformação cíclica ABCDA, conforme está representado no diagrama.



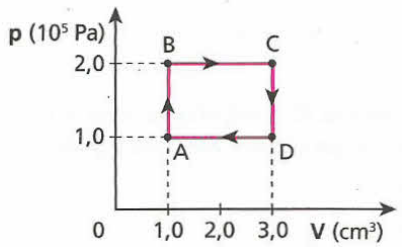
Qual o trabalho, em joules, realizado pelo gás?

39 (PUC-MG) A transformação cíclica representada no diagrama a seguir mostra o que ocorreu com uma massa de gás perfeito.



Qual o trabalho realizado por esse gás em cada ciclo? Dê a resposta em joules.

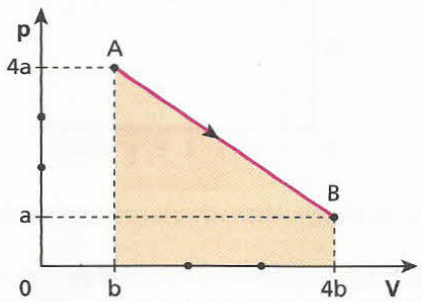
40 (Fatec-SP) Um sistema termodinâmico, constituído de certa massa de gás perfeito, realiza a cada segundo 100 ciclos ABCDA. O diagrama a seguir mostra a evolução de um ciclo ABCDA.



Qual a potência desse sistema? Dê a resposta na unidade watt.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

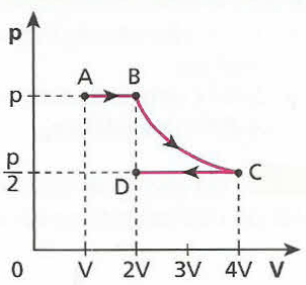
41 (Unip-SP) O gráfico a seguir representa a pressão em função do volume para 1 mol de um gás perfeito:



O gás vai do estado **A** para o estado **B** segundo a transformação indicada no gráfico. Indique a opção correta:

a) A transformação indicada é isotérmica.
b) A área assinalada na figura mede a variação de energia interna do gás.
c) Na transformação de **A** para **B** o gás recebe um calor **Q**, realiza um trabalho τ, de modo que $|Q| = |\tau|$.
d) A transformação de **A** para **B** é adiabática porque não houve acréscimo de energia interna do gás.
e) A área assinalada na figura não pode ser usada para se medir o calor recebido pelo gás.

42 **E.R.** Um gás perfeito monoatômico sofre o conjunto de transformações indicadas no esquema:



a) Sendo **T** a temperatura absoluta do gás em **A**, qual é a sua temperatura em **D**?
b) Sendo **n** o número de mols e **R** a constante universal dos gases perfeitos, qual é a variação de energia interna do gás ao passar do estado **A** para o **D**?
c) Qual é a razão entre os trabalhos do gás nas transformações AB e CD?

Resolução:

a) Como o número de mols do gás não varia, podemos aplicar a **Lei Geral dos Gases Perfeitos**:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_D V_D}{T_D}$$

Assim, temos:

$$\frac{pV}{T} = \frac{\frac{p}{2} 2V}{T_D} \Rightarrow \boxed{T_D = T}$$

b) Como as temperaturas T_A e T_D são iguais, concluímos que a variação de energia interna é nula:

$$\boxed{\Delta U_{AD} = 0}$$

c) Na transformação AB, o volume aumenta e o sistema realiza trabalho ($\tau_{AB} > 0$) igual à "área" encontrada sob o gráfico:

$$\tau_{AB} = +pV$$

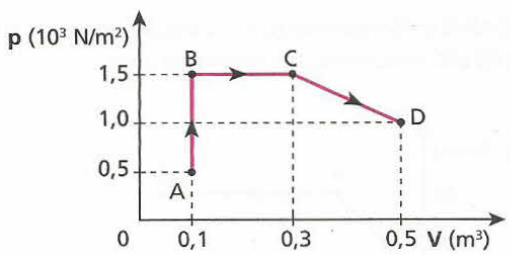
Na transformação CD, o volume diminui e o sistema recebe trabalho ($\tau_{CD} < 0$) igual a:

$$\tau_{CD} = -\frac{p}{2} 2V \Rightarrow \tau_{CD} = -pV$$

Assim, a razão entre esses trabalhos é dada por:

$$\frac{\tau_{AB}}{\tau_{CD}} = \frac{+pV}{-pV} = -1 \Rightarrow \boxed{\frac{\tau_{AB}}{\tau_{CD}} = -1}$$

43 Um sistema gasoso ideal, ao receber 293 cal, evolui do estado **A** para o estado **D**, conforme o gráfico:

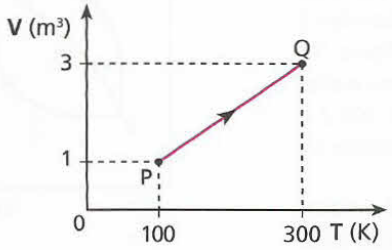


Determine:

a) o trabalho do gás em cada transformação: AB, BC e CD;
b) a variação da energia interna na transformação ABCD;
c) a temperatura do gás no ponto **D**, sabendo que no ponto **C** era de −3 °C.

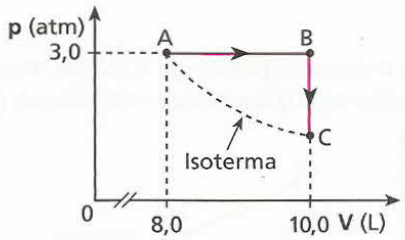
Dado: 1 cal = 4,18 J

44 (Mack-SP) Uma amostra de gás perfeito sofre uma transformação isobárica sob pressão de 60 N/m², como ilustra o diagrama. Admita que, na transformação, o gás recebe uma quantidade de calor igual a 300 J.



Qual foi a variação da energia interna do gás?

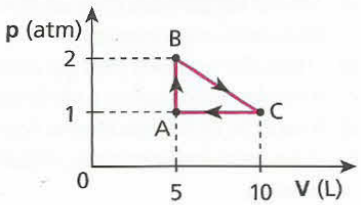
45 (Unicamp-SP) Um mol de gás ideal sofre a transformação A → B → C indicada no diagrama pressão × volume da figura:



a) Qual é a temperatura do gás no estado **A**?
b) Qual é o trabalho realizado pelo gás na expansão A → B?
c) Qual é a temperatura do gás no estado **C**?

Dados: R (constante dos gases) = 0,082 atm L/mol K ou
R = 8,3 J/mol K

46 **E.R.** Certa massa de gás ideal desenvolve o ciclo indicado na figura:



Determine:
a) o trabalho realizado pelo gás ao percorrer o ciclo uma vez;
b) a potência desenvolvida, sabendo que a duração de cada ciclo é de 0,5 s;
c) o ponto onde a energia interna do sistema é máxima e onde é mínima.

Dados: 1 atm = 10^5 N/m²;
1 L = 1 dm³ = 10^{-3} m³.

Resolução:

a) Num ciclo, o trabalho do sistema é igual a sua "área" interna:

$$\tau_{ABC} = \frac{5\text{ L}\cdot 1\text{ atm}}{2} = \frac{5\cdot 10^{-3}\text{ m}^3 \cdot 1\cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}$$

$$\boxed{\tau_{ABC} = 250\text{ J}}$$

Como o ciclo tem sentido horário, o sistema realiza trabalho e seu sinal é positivo.

b) A potência desenvolvida é dada por:

$$\text{Pot} = \frac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow \text{Pot} = \frac{250\text{ J}}{0{,}5\text{ s}} \Rightarrow \boxed{\text{Pot} = 500\text{ W}}$$

c) Como a energia interna de um gás ideal é função de sua temperatura, podemos afirmar:

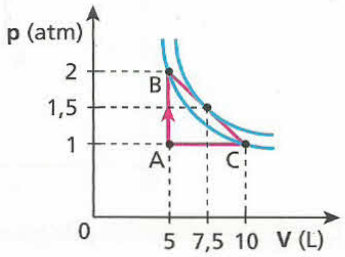
I. A energia interna é mínima onde a temperatura também é mínima.

Da Equação de Clapeyron, p V = n R T, observamos que a temperatura absoluta de um gás perfeito é mínima onde o produto pressão × volume é mínimo.

Assim, do gráfico temos que a energia interna desse gás ideal é mínima no ponto **A**.

II. A energia interna é máxima onde a temperatura e o produto p × V são máximos.

Do gráfico, notamos que o produto p × V é o mesmo nos pontos **B** e **C**, o que indica temperaturas iguais, sendo que a mesma isoterma passa por ambos.



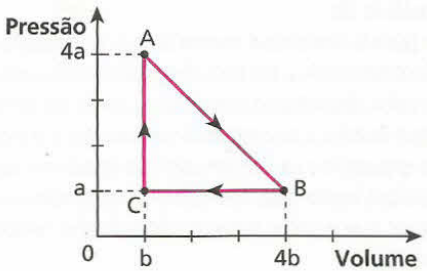
Existe, no entanto, outra isoterma mais afastada dos eixos, que toca o ponto médio do segmento BC. É nesse ponto que a energia interna do sistema é máxima.

Lembremos que, quanto mais afastada dos eixos se encontra uma isoterma, maior é a temperatura associada a ela.

47 (Unip-SP) Para 1 mol de um gás perfeito, submetido a uma pressão **p** e ocupando um volume **V**, a temperatura absoluta **T** e a energia interna **U** são dadas por:

$$T = \frac{p\,V}{R} \quad \text{e} \quad U = \frac{3}{2}\,p\,V$$

Considere uma amostra de 1 mol de gás perfeito, sofrendo as transformações AB, BC e CA indicadas no diagrama pressão × volume:

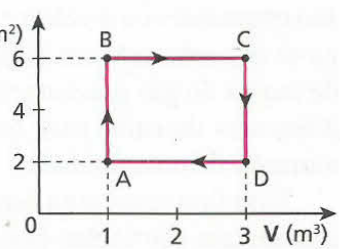


Analise as proposições que se seguem:

I. Nos estados **A** e **B**, a energia interna do gás é a mesma, o que nos leva a concluir que, na transformação AB, não ocorreu troca de energia entre o gás e o meio externo.
II. Em todo o ciclo, a temperatura é mínima no estado **C**.
III. Nos estados **A** e **B**, a temperatura é a mesma.
IV. Na transformação BC, a energia interna do gás vai diminuindo, o que significa que o gás está cedendo energia para o meio externo.

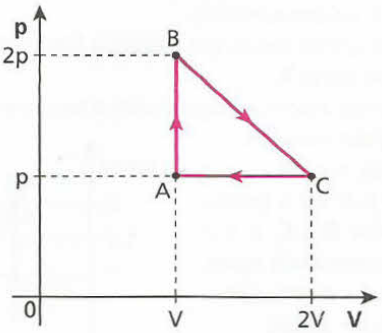
Estão corretas apenas:
a) II, III e IV. b) I, II e III. c) I e IV. d) II e III. e) II e IV.

48 Um gás perfeito desenvolve uma transformação cíclica ABCDA, como mostra a figura:



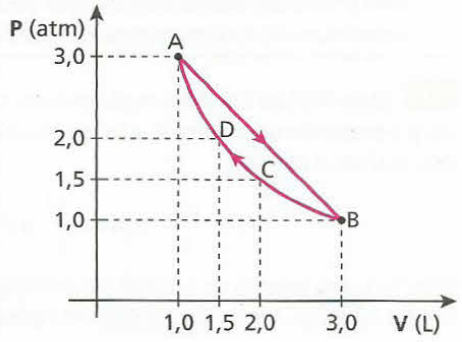
Determine:
a) o trabalho, em joules, realizado pelo gás no ciclo ABCDA;
b) o ponto do ciclo em que a energia interna do sistema é máxima e o ponto onde é mínima.

49 Um recipiente de volume ajustável contém **n** mols de moléculas de um gás ideal. Inicialmente, o gás está no estado **A**, ocupando um volume **V** à pressão **p**. Em seguida, o gás é submetido à transformação indicada na figura.



Calcule o calor absorvido pelo gás na transformação cíclica ABCA.

50 (Vunesp-SP) Um sistema termodinâmico sofre a transformação cíclica ABCDA, representada na figura.



Pode-se afirmar que a:

a) compressão é isobárica, e o trabalho realizado durante a expansão é maior do que o valor absoluto o trabalho realizado na compressão.

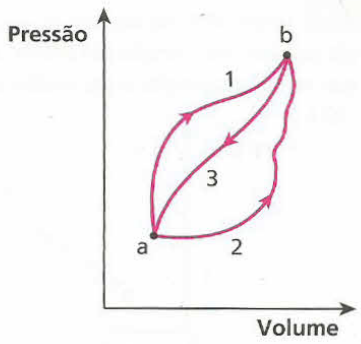
b) compressão é adiabática, e o valor absoluto do trabalho por ela realizado é menor do que o realizado na expansão.

c) expansão é isotérmica, e o trabalho realizado durante a expansão é igual ao valor absoluto do trabalho realizado na compressão.

d) expansão é isobárica, a compressão é isométrica, e os trabalhos realizados na expansão e na compressão são iguais em valor absoluto.

e) compressão é isotérmica, e o trabalho realizado durante a expansão é maior que o valor absoluto do trabalho realizado durante a compressão.

51 (UFC-CE) Um sistema gasoso, originalmente no estado termodinâmico **a**, é levado para o estado **b** por meio de dois processos distintos, 1 e 2, mostrados na figura. No processo 1, o sistema realiza um trabalho, τ_1, de 300 J e absorve uma quantidade de calor, Q_1, de 800 J.

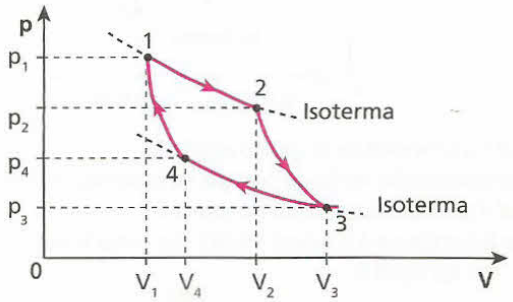


a) Se no processo 2 o trabalho τ_2 realizado é de 100 J, quanto calor, Q_2, é absorvido pelo sistema nesse processo?

b) Quando o sistema é trazido de volta ao estado original **a**, pelo processo 3 (ver figura), o trabalho, τ_3, de 200 J é realizado sobre o sistema. Que quantidade de calor, Q_3, é envolvida nesse processo?

c) O calor mencionado no item **b** é liberado ou absorvido pelo sistema?

52 (UFF-RJ) O diagrama pressão (**p**) × volume (**V**) a seguir representa uma transformação quase estática e cíclica de um gás ideal:



Considerando o diagrama, qual é a opção correta?

a) A maior temperatura atingida pelo gás no ciclo ocorre na passagem do estado 3 para o estado 4.

b) O trabalho realizado pelo gás no ciclo é nulo.

c) A transformação que leva o gás do estado 2 para o estado 3 é isotérmica.

d) A variação da energia interna no ciclo é nula.

e) O gás sofre uma expansão adiabática ao passar do estado 1 para o estado 2.

Bloco 3

6. Calores específicos dos gases perfeitos

A variação de temperatura de certa massa de gás pode ser realizada de três maneiras: a volume e a pressão constantes ou a volume e pressão variáveis. Verifica-se que, em cada um desses processos, cada unidade de massa do gás precisa receber ou ceder quantidades diferentes de calor para que sua temperatura sofra a variação de uma unidade.

Esse fato leva-nos a estudar dois desses casos, que apresentam particular importância. São as transformações a volume constante (isométrica) e a pressão constante (isobárica).

Transformação a volume constante

Suponha o aquecimento **isométrico** de certa massa de gás perfeito. Como vimos no Bloco 2, já que o volume permanece constante, o trabalho trocado é nulo, e todo o calor recebido pelo sistema é integralmente utilizado para aumento de sua energia interna:

$$Q_V = \Delta U_V$$

Transformação a pressão constante

O aquecimento **isobárico** da massa de gás perfeito é acompanhado de uma realização de trabalho, já que o volume do sistema deve aumentar para que a

pressão permaneça constante. Dessa forma, o sistema recebe calor, usa parte dessa energia para realizar trabalho e, com o restante, produz aumento em sua energia interna:

$$Q_p = \tau_p + \Delta U_p$$

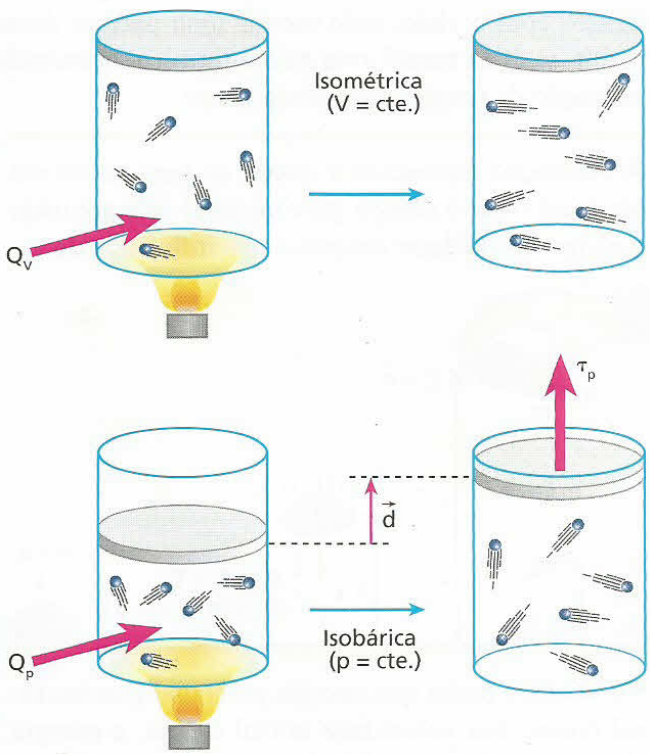
Comparação entre Q_p e Q_V

Se o aquecimento sofrido pela massa de gás perfeito foi o mesmo a volume e a pressão constantes ($\Delta U_V = \Delta U_p$), concluímos que sob pressão constante esse sistema recebeu mais calor, pois parte dessa energia foi utilizada para a realização de trabalho, o que não ocorre quando o aquecimento é feito a volume constante:

$$Q_p > Q_V$$

Assim, vale a relação:

$$\tau_p = Q_p - Q_V \quad \text{(I)}$$



Note que, para o aquecimento ($\Delta U_V = \Delta U_p$), precisamos fornecer mais calor ao gás quando a transformação é feita a pressão constante do que quando é feita a volume constante.

É importante observar que um mesmo gás tem um calor específico para transformações a pressão constante (c_p) e outro para transformações a volume constante (c_V). Isso porque cada unidade de massa desse gás tem que receber mais calor a pressão constante do que a volume constante para que sua temperatura seja elevada em uma unidade.

Dessa forma:

$$c_p > c_V$$

Valem as relações:

$$Q_p = m\, c_p\, \Delta T$$
$$Q_V = m\, c_V\, \Delta T$$

que, substituídas em (I), resultam:

$$\tau_p = m\, c_p\, \Delta T - m\, c_V\, \Delta T$$

Entretanto, como já vimos, o trabalho na transformação isobárica pode ser calculado por:

$$\tau_p = p\, \Delta V = n\, R\, \Delta T = \frac{m}{M}\, R\, \Delta T$$

Assim, temos:

$$\frac{m}{M}\, R\, \Delta T = m\, c_p\, \Delta T - m\, c_V\, \Delta T$$

$$\frac{R}{M} = c_p - c_V$$

Essa relação é conhecida como **Relação de Mayer**.

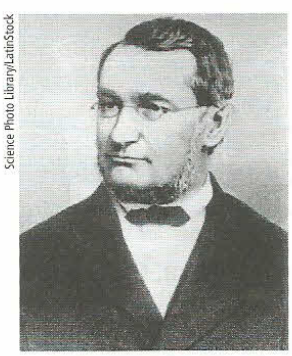
O produto do mol (**M**) do gás por seu calor específico é denominado **calor específico molar** e indica a capacidade térmica de cada mol desse gás.

Portanto, da Relação de Mayer, temos:

$$R = M\, c_p - M\, c_V \Rightarrow R = C_p - C_V$$

Para um gás perfeito, a diferença entre os calores específicos molares a pressão constante e a volume constante é igual à constante universal dos gases perfeitos:

$$R \simeq 2 \text{ cal/K mol ou } R = 8{,}3 \text{ J/K mol}$$

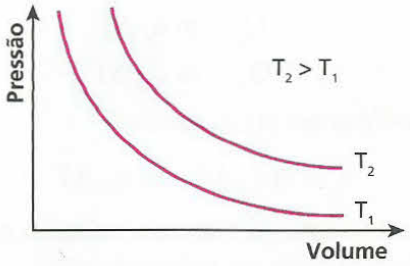

Science Photo Library/LatinStock

Essa expressão foi deduzida para gases perfeitos, mas ela é aproximadamente verdadeira para gases reais, quando em baixas pressões e altas temperaturas.

Julius Robert Mayer (1814-1878) – Físico e químico nascido na Alemanha.

7. O gráfico da adiabática

Com relação aos gases perfeitos, vimos que as transformações isotérmicas (temperatura constante) de determinada massa de gás são regidas pela equação p V = K, em que **p** é a pressão desse gás, **V** é o seu volume e **K** é uma constante. Representada num diagrama pressão × volume, veja a seguir, essa equação proporciona uma curva denominada hipérbole.



Já a transformação adiabática (Q = 0) tem por expressão analítica a **Equação de Poisson**:

$$p V^{\gamma} = \text{constante}$$

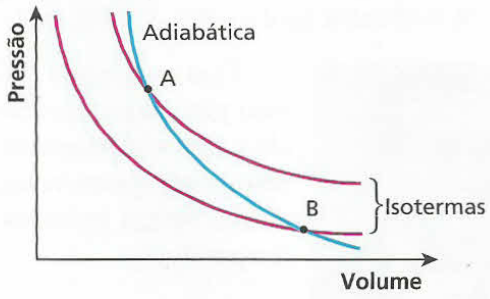
em que **p** é a pressão do gás, **V**, o seu volume, e **γ**, a razão entre os seus calores específicos a pressão constante e a volume constante:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V}$$ (expoente de Poisson)

O valor do coeficiente **γ** depende apenas da atomicidade do gás, variando de acordo com a tabela a seguir:

Atomicidade	γ
Monoatômico	≃ 1,7
Diatômico	≃ 1,4
Poliatômico	≃ 1,3

Notemos que o valor do coeficiente **γ** é maior que 1. Por isso, a curva representativa dessa função, num diagrama pressão × volume, é semelhante a uma hipérbole, porém inclinada em relação às isotermas, interceptando-as:



A expansão AB, ao longo da adiabática, indica que o trabalho foi realizado pelo gás à custa de sua energia interna (a temperatura diminuiu). A compressão BA, ao longo da adiabática, indica que o trabalho recebido pelo sistema produziu aumento em sua energia interna (a temperatura aumentou).

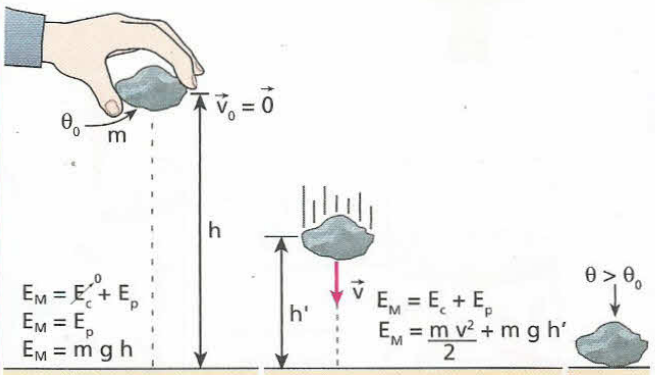
Bettmann/Corbis/LatinStock

Siméon Denis Poisson (1781-1840) – Físico e matemático nascido na França.

8. A energia mecânica e o calor

A energia mecânica de um sistema pode ser dos tipos cinética ou potencial (gravitacional ou elástica). Muitas vezes, essa energia mecânica transforma-se em energia térmica, produzindo aquecimento do sistema. Quando um corpo cai, por exemplo, a energia potencial gravitacional ($E_p = m\ g\ h$) é transformada em energia cinética $\left(Ec = \frac{m\ v^2}{2}\right)$. No impacto com o chão, pelo menos uma parcela dessa energia cinética transforma-se em térmica, ocorrendo a elevação da temperatura desse corpo.

A ilustração representa a queda de uma pedra em um local onde o campo gravitacional vale **g** e onde podemos considerar desprezível a influência do ar.



No início, a pedra tem energia potencial gravitacional (como sua velocidade inicial é nula, a energia cinética também é nula). Ao cair, sua energia potencial gravitacional diminui, enquanto sua energia cinética aumenta. Observe que o sistema é conservativo. Ao chegar ao solo, considerando a colisão totalmente inelástica, a energia mecânica (potencial gravitacional mais a cinética) se anula, transformando-se principalmente em energia térmica, o que produz um aumento na temperatura da pedra.

Geralmente, a energia mecânica é medida em joules (J) e a energia térmica, em calorias (cal). Dessa forma, é importante saber a relação existente entre essas unidades, para possíveis conversões:

$$1 \text{ caloria} = 4{,}186 \text{ joules}$$

É comum falar em equivalente mecânico da caloria, que é expresso por:

$$J = 4{,}186 \frac{\text{joules}}{\text{caloria}}$$

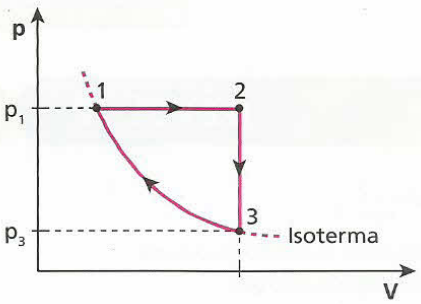
Esse valor foi calculado por Joule no seu famoso experimento.

Nota:

- O número 4,186 é freqüentemente arredondado para 4,19 ou 4,2, ou mesmo 4. Esse arredondamento é feito para facilitar os cálculos nos exercícios.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

53 | **E.R.** Um motor, constituído por cilindro e êmbolo, contém 10 g de um gás perfeito, cujas transformações estão esquematizadas na figura:



São dados, para o gás, os calores específicos sob volume constante, $c_V = 0{,}20$ cal/g K, e sob pressão constante, $c_p = 0{,}34$ cal/g K; a temperatura $T_1 = 300$ K; as pressões $p_1 = 4{,}0$ atm e $p_3 = 1{,}0$ atm. Determine:

a) a temperatura T_2;

b) a energia trocada na transformação entre os estados 2 e 3.

Resolução:

a) Sendo a transformação $1 \rightarrow 2$ isobárica, temos:

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \quad \text{(I)}$$

Sendo a transformação $3 \rightarrow 1$ isotérmica, temos:

$$p_1 V_1 = p_3 V_3 = p_3 V_2$$

ou $$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_3} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{4{,}0}{1{,}0} = 4 \quad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I), temos:

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 \Rightarrow T_2 = 4 \cdot 300$$

$$T_2 = 1\,200 \text{ K}$$

b) A transformação $2 \rightarrow 3$ é isométrica e, portanto, o trabalho envolvido é nulo ($\tau = 0$). Nessas condições, a expressão da **1ª Lei da Termodinâmica** fica:

$$\Delta U = Q$$

Isso significa que a energia trocada na transformação é exclusivamente térmica.

Assim:

$$Q = m\, c_V\, \Delta T = m\, c_V\, (T_3 - T_2)$$

$$Q = 10 \cdot 0{,}20 \cdot (300 - 1\,200)$$

$$Q = -1\,800 \text{ cal}$$

O sinal negativo indica que o sistema gasoso cede calor ao meio externo e, conseqüentemente, sua energia interna diminui.

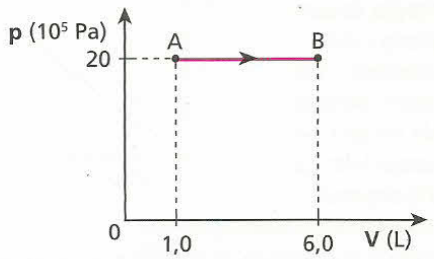
54 Uma amostra de 60 g de gás perfeito foi aquecida isometricamente, tendo sua temperatura variado de 200 K para 230 K. O calor específico a volume constante desse gás é igual a 0,25 cal/g K e o calor específico a pressão constante é 0,32 cal/g K. Determine:

a) o trabalho realizado por esse gás;

b) a variação da energia interna desse gás.

55 Um mol de gás ideal monoatômico, de calor específico molar a volume constante igual a 3,0 cal/mol °C, realiza um aquecimento isométrico, sendo que sua temperatura eleva-se de 27 °C para 50 °C. Qual foi a variação de energia interna sofrida pelo gás?

56 Uma amostra de 5,0 mols de gás perfeito sofre a expansão isobárica representada no diagrama pressão × volume a seguir:



Sabe-se que a variação de temperatura do gás foi de 250 °C. Sendo o calor específico molar a pressão constante igual a 5,0 cal/mol °C, qual foi a variação da energia interna desse gás?

Dado: 1 cal = 4 J

57 Um bloco de gelo fundente de 12 kg de massa é lançado com velocidade igual a 20 m/s sobre uma pista horizontal também de gelo a 0 °C. Devido ao atrito, o bloco pára. Se toda a energia cinética foi transformada em térmica e absorvida pelo gelo, qual a massa de gelo que se funde?

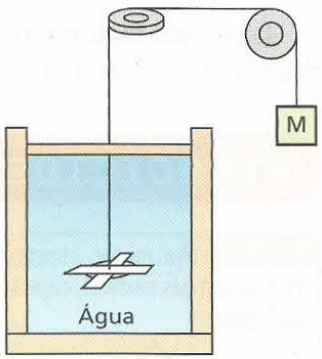
Dados: 1 cal = 4 J;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

58 Um martelo de 1 kg, movendo-se a 20 m/s, golpeia uma esfera de chumbo de 100 g sobre uma bigorna de aço. Se metade da energia cinética do martelo aqueceu o chumbo, qual foi o seu aumento de temperatura, em °C?
Dado: calor específico do chumbo = 0,125 J/g °C

59 Uma bola de 8,4 kg, abandonada do repouso a uma altura de 5,0 m, após chocar-se com o solo (altura zero) retorna a uma altura de 4,0 m. Adote g = 10 m/s². Se a perda de energia mecânica da bola pudesse ser usada exclusivamente no aquecimento de 10 g de água, qual seria a elevação de temperatura da água?
Dados: 1 cal = 4,2 J;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

60 (UFU-MG) Em torno de 1850, o físico James P. Joule desenvolveu um equipamento para medir o equivalente mecânico em energia térmica. Esse equipamento consistia de um peso conhecido preso a uma corda, de forma que, quando o peso caía, um sistema de pás era acionado, aquecendo a água do recipiente, como mostra a figura.

Joule usou um peso de massa M = 10 kg, caindo de uma altura de 5 m, em um local onde a aceleração da gravidade valia 10 m/s².
Deixando o peso cair 5 vezes, Joule observou que a temperatura dos 400 g de água no recipiente aumentou em 1,5 °C.
Dado: calor específico da água = 1 cal/ °C · g
Com base no experimento de Joule, pode-se concluir que:
a) 2 500 J de energia potencial transformaram-se em 600 cal de calor.
b) 4,17 cal correspondem a 1 J.
c) a quantidade de calor recebida pela água foi de 0,6 cal.
d) energia potencial e quantidade de calor nunca podem ser comparadas.

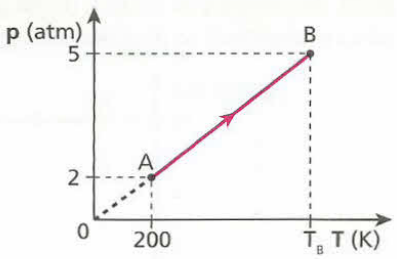


EXERCÍCIOS NÍVEL 2

61 Um recipiente de paredes indeformáveis, de capacidade V = 12 L, contém 1,0 mol de um gás perfeito de calor específico molar a volume constante C_V = 3,0 cal/mol K. Fornecendo-se 900 cal a esse gás, sua temperatura absoluta duplica. Qual a pressão final do gás?
Dado: $R = 0{,}082 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}}$

62 Um gás perfeito com massa m = 40 g passa, sob pressão invariável $p = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, da temperatura θ_1 = 20 °C à temperatura θ_2 = 40 °C. Calcule a variação de energia interna do gás.
Dados: M = massa molecular do gás = 2,0 g/mol;
C_p = calor específico molar a pressão constante = 7,0 cal/mol K;
R = constante universal dos gases = 2,0 cal/mol K.

63 (EEM-SP) Um gás, constituído por 5 mols, sofre uma transformação, de acordo com o gráfico p = (f) (**T**). Sendo a constante universal dos gases perfeitos R = 2,0 cal/mol K e o calor molar a volume constante do gás C_V = 5 cal/mol K, determine:



a) o tipo de transformação sofrida pelo gás;
b) o calor recebido e a variação de energia interna sofrida pelo gás, nessa transformação.

64 (Ufla-MG) Um gás ideal monoatômico mantido a pressão constante possui capacidade térmica molar

$$C_p = \frac{5}{2} R$$

(**R** é a constante dos gases). Colocamos um corpo de calor específico

$$C = 0{,}4 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$$

e massa m = 475 g em contato com 5 mols de um gás ideal monoatômico, mantido a pressão de 5 000 N/m². Se as temperaturas iniciais do gás e do corpo são, respectivamente, T_0^G = 300 K e T_0^C = 500 K, determine:
Dado: $R \simeq 8{,}0 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
a) a temperatura de equilíbrio do sistema;
b) o trabalho realizado pelo gás.

65 (UMC-SP) Considere a equação $C_p - C_V = R$, em que **R** é a constante universal dos gases e C_p e C_V são, respectivamente, os calores específicos molares de um gás perfeito a pressão e a volume constantes. Para um gás ideal monoatômico, $C_p = \frac{5R}{2}$. Então, quanto vale o expoente de Poisson desse gás, dado por $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$?

66 Certa quantidade de gás ideal expande-se adiabaticamente e quase estaticamente desde uma pressão inicial de 2,0 atm e volume de 2,0 L na temperatura de 21 °C até atingir o dobro de seu volume. Sabendo-se que para este gás $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 2{,}0$ e que a Equação de Poisson para as transformações adiabáticas é dada por: $p V^\gamma$ = constante, pode-se afirmar que a pressão final e a temperatura final são respectivamente:
a) 0,5 atm e 10,5 °C;
b) 0,5 atm e – 126 °C;
c) 2,0 atm e 10,5 °C;
d) 2,0 atm e – 126 °C.

67 **E.R.** Uma esfera metálica de 200 g de massa é abandonada do repouso, de uma altura **H**, sobre um grande bloco de gelo a 0 °C. Desprezam-se influências do ar e supõe-se que toda a energia mecânica existente na esfera transforma-se em energia térmica e é absorvida pelo gelo, sem, no entanto, alterar a temperatura do metal. Qual deve ser a altura **H** para que 1 g de gelo sofra fusão?
Dados: calor específico latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
aceleração da gravidade = 10 m/s²;
1 cal = 4,2 J.

Resolução:
Para a fusão de 1 grama de gelo, são necessárias 80 cal ou 336 J (1 cal = 4,2 J).

Da conservação da energia, concluímos que essa energia no início estava armazenada no sistema em forma de energia potencial gravitacional. Portanto:

$$E_p = m\,g\,h \Rightarrow 336 = 0{,}2 \cdot 10 \cdot H \Rightarrow \boxed{H = 168\ m}$$

68 (Cefet-PR) Uma quantidade de mercúrio cai de uma altura de 60 m. Supondo que toda a energia potencial se transforme em calor, qual o aumento de temperatura do corpo, em graus Celsius?
Dados: calor específico do mercúrio = 0,15 J/g °C; g = 10 m/s².

69 (Cefet-PR) Um estudante observou um pequeno aquecimento de 0,1 °C em certa quantidade de massa de modelagem, quando a deixava cair repetidamente vinte vezes de uma altura igual a 1 m no solo firme. Se desprezarmos as trocas eventuais de calor dessa massa com o ambiente e se considerarmos o campo gravitacional igual a 10 m/s², podemos dizer que o calor específico desse material tem valor, em J/kg °C, próximo de:
a) 250. b) 500. c) 1 000. d) 2 000. e) 4 000.

70 (UCMT) Uma manivela é usada para agitar 100 g de água contida num recipiente termicamente isolado. Para cada volta da manivela é realizado um trabalho de 0,1 J sobre a água. O número de voltas necessário para que a temperatura aumente em 1 °C é:
a) 2 800. b) 3 700. c) 5 500. d) 3 000. e) 4 200.
Dados: 1 cal = 4,2 J;
calor específico da água = 1 cal/g °C.

71 (Enem) Um projétil de chumbo é disparado a 200 m/s contra uma parede de concreto. A colisão deforma, aquece e pára a bala. Supondo-se que a metade da energia cinética da bala nela permaneça como energia interna, a variação de temperatura do projétil de chumbo é, em °C:
a) $1{,}2 \cdot 10^2$. b) 80. c) 40. d) 20. e) 8,0.
Dado: calor específico do chumbo = 125 J/kg °C

72 (Fatec-SP) Um bloco de gelo é atirado contra uma parede. Ao se chocar, funde-se completamente. Supondo-se que não houve variação em sua temperatura e admitindo-se que toda a energia cinética foi transformada em calor totalmente absorvido pelo gelo, adotando para o calor latente de fusão do gelo $L = 3{,}2 \cdot 10^5$ J/kg, a velocidade no instante do impacto é:
a) 800 m/s. d) 80 m/s.
b) 400 m/s. e) 1 m/s.
c) 200 m/s.

73 (UFPE) Uma bala de chumbo, com velocidade de 100 m/s, atravessa uma placa de madeira e sai com velocidade de 60 m/s. Sabendo que 40% da energia cinética perdida é gasta sob a forma de calor, determine o acréscimo de temperatura da bala, em graus Celsius. O calor específico do chumbo é c = 128 J/kg °C. Considere que somente a bala absorve o calor produzido.

74 (Unesp-SP) Um *cowboy* atira contra uma parede de madeira de um bar. A massa da bala de prata é 2 g e a velocidade com que esta bala é disparada é de 200 m/s. É assumido que toda a energia térmica gerada pelo impacto permanece na bala.
a) Determine a energia cinética da bala antes do impacto.
b) Dado o calor específico da prata 234 J/kg °C, qual a variação de temperatura da bala, supondo que toda a energia cinética é transformada em calor no momento que a bala penetra na madeira?

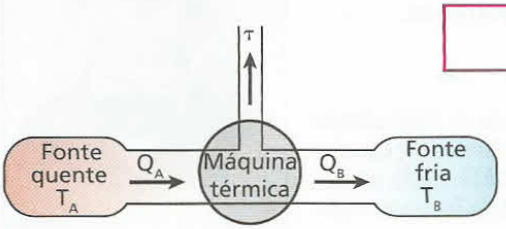
75 (Faap-SP) Um meteorito penetra na atmosfera da Terra com velocidade de 36 000 km/h e esta, após certo tempo, é reduzida a 18 000 km/h. Admitindo que 1% do calor proveniente da perda de energia fique retido no corpo, determine:
a) qual a elevação de temperatura deste;
b) qual o calor gerado por unidade de massa no meteorito.
Dados: J = 4,18 J/cal;
calor específico médio do meteorito: c = 0,124 cal/g °C.

Bloco 4

9. As máquinas térmicas e a 2ª Lei da Termodinâmica

São denominadas **máquinas térmicas** os dispositivos usados para converter energia térmica em energia mecânica.

Desde as máquinas térmicas mais primitivas, que eram usadas para movimentar trens, navios e mesmo os primeiros automóveis, até as mais modernas e sofisticadas, como um reator termonuclear, todas funcionam obedecendo basicamente a um mesmo esquema.



$$\boxed{T_A > T_B}$$

Representação esquemática do funcionamento de uma máquina térmica.

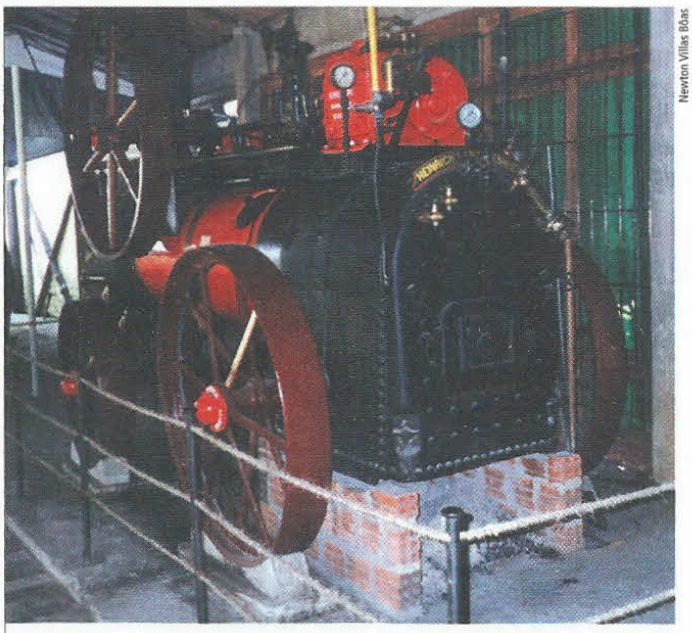
Há duas fontes térmicas, uma "quente" e outra "fria". Entre elas, coloca-se a máquina térmica. Um fluido operante, geralmente vapor de água, serve de veículo para a energia térmica que sai da fonte quente, passa pelo dispositivo intermediário, que utiliza parte dessa energia na realização do trabalho, e leva o restante para a fonte fria.

A quantidade Q_A de calor que chega à máquina térmica, vinda da fonte quente, geralmente é obtida pela combustão de carvão, óleo, madeira ou mesmo por fissão nuclear, ocorrida nos modernos reatores nucleares. A conservação da energia garante que:

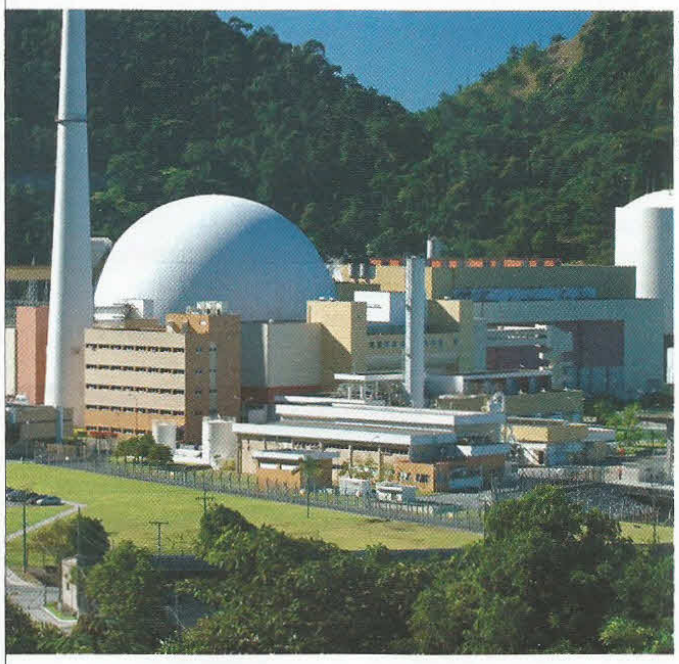
$$\boxed{\tau = |Q_A| - |Q_B|}$$

O trabalho realizado pela máquina térmica é igual à diferença entre os módulos do calor recebido da fonte quente e do calor rejeitado para a fonte fria.

Máquinas térmicas: antigas e modernas



Newton Villas Bôas



Luciano Candisani/Kino.com.br

Nas antigas máquinas térmicas, a energia obtida da combustão de carvão mineral era transformada em energia mecânica, que produzia o movimento das máquinas industriais. Nas modernas usinas nucleares, a energia liberada pelo processo de fissão nuclear transforma-se em térmica (aquecendo um líquido ou um gás) e, em seguida, transforma-se em energia mecânica (nas turbinas). A energia mecânica, por sua vez, se transforma em energia elétrica (nos geradores), que é enviada para as indústrias e residências. Na primeira fotografia podemos observar uma dessas antigas máquinas térmicas (Museu da Energia – Canela, RS); a segunda fotografia mostra uma moderna usina nuclear.

10. A 2ª Lei da Termodinâmica

O **rendimento** de uma máquina térmica é definido pela fração do calor recebido da fonte quente que é usada para a realização de trabalho:

$$\eta = \frac{\tau}{|Q_A|} = \frac{|Q_A| - |Q_B|}{|Q_A|}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_B|}{|Q_A|}$$

É importante observar que a máquina térmica ideal seria aquela que tivesse um rendimento de 100% ($\eta = 1$). Para que isso se concretizasse, a quantidade de calor rejeitada para a fonte fria deveria ser nula ($Q_B = 0$). Na prática, isso é impossível, pois a energia térmica Q_A somente sai da fonte quente devido à existência da fonte fria. Lembremos que calor é energia térmica em trânsito, que se transfere, espontaneamente, de um local de maior temperatura para outro de menor temperatura.

Dessa impossibilidade surgiu o enunciado de Kelvin-Planck para a **2ª Lei da Termodinâmica**:

> É impossível construir uma máquina que, operando em transformações cíclicas, tenha como único efeito transformar completamente em trabalho a energia térmica recebida de uma fonte quente.

O fato de a energia térmica fluir da fonte quente para a fonte fria levou Rudolf Clausius a enunciar essa 2ª Lei da Termodinâmica da seguinte forma:

> É impossível uma máquina, sem ajuda de um agente externo, conduzir calor de um sistema para outro que esteja a uma temperatura maior.

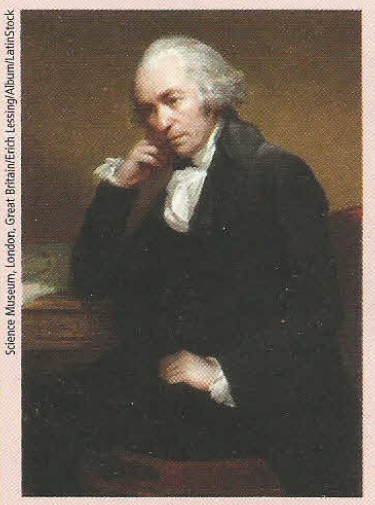
A conseqüência imediata desse enunciado é que o calor só pode passar de um sistema de menor temperatura para outro de maior temperatura se um agente externo realizar um trabalho sobre esse sistema, como nas máquinas frigoríficas.

Science Museum Pictorial/Science & Society Picture Library

Fotografia do físico alemão Rudolf Emmanuel Clausius (1822-1888), um dos fundadores da Termodinâmica.

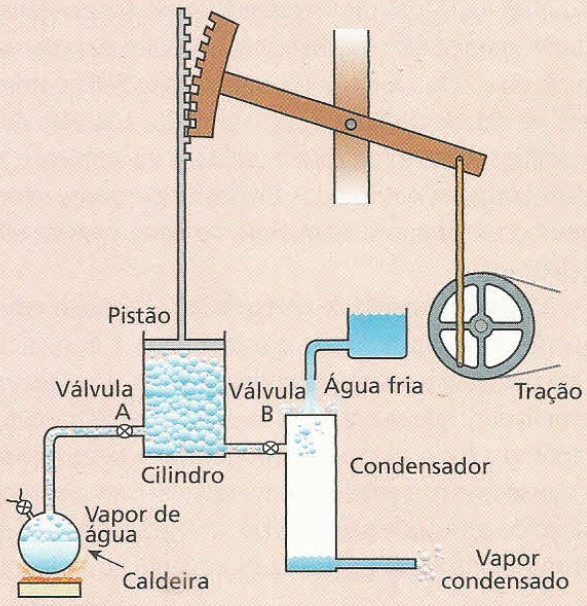
LEITURA

Máquina térmica



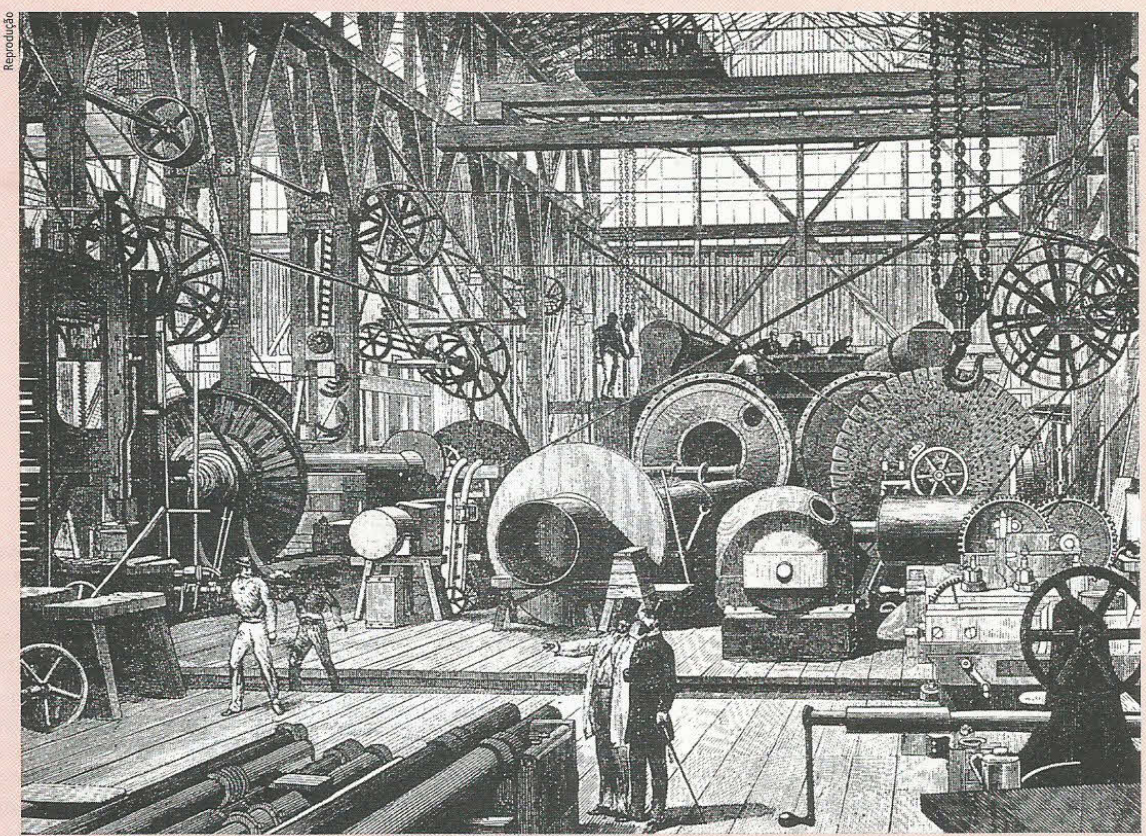
Science Museum, London, Great Britain/Erich Lessing/Album/LatinStock

James Watt (1736-1819). Engenheiro escocês, foi o inventor da máquina térmica, utilizada inicialmente para retirar água do interior das minas de carvão no norte da Inglaterra. Sua invenção se espalhou rapidamente por toda a Europa, sendo usada na França para o abastecimento de água na cidade de Paris. Com a máquina térmica, a força do ser humano e dos outros animais foi substituída pela força do vapor. Em 1830, após a sua morte, funcionavam, só na Inglaterra, mais de 10 000 máquinas a vapor. A máquina térmica de James Watt foi o ponto de partida para o início da Revolução Industrial, que transformou toda a estrutura social da Europa.



Na figura ao lado, podemos observar um esquema que representa uma das primeiras máquinas térmicas idealizada por James Watt. A água aquecida na caldeira entrava em ebulição e o vapor expandia-se, provocando o movimento de um pistão que, acoplado a uma roda, desencadeava o movimento de um eixo. Ligadas a esse eixo, várias máquinas industriais funcionavam e, assim, produziam os bens de consumo da época.

Reprodução



Na gravura acima, podemos observar uma instalação industrial do século XVIII. As máquinas industriais eram acopladas a eixos, que giravam devido a uma máquina térmica a vapor.

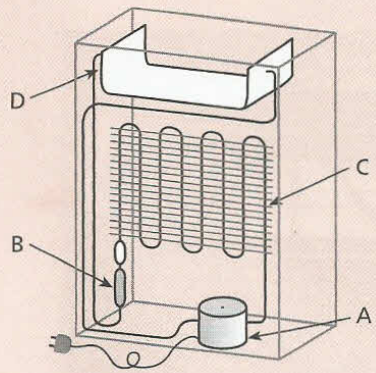
A geladeira

Thales Trigo

Há evidências de que, desde os primórdios dos tempos, os seres humanos, que viviam em regiões muito frias, observaram que o resfriamento dos alimentos conseguia conservá-los por mais tempo. Com as invasões bárbaras e os aventureiros que viajavam pelo mundo, esse conhecimento foi espalhado pela civilização antiga.

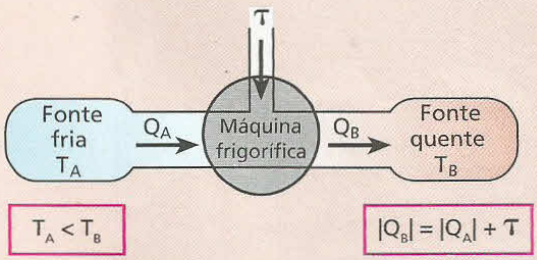
Porém, foi somente no século XIX, em 1834, que Jacob Perkins, um inventor inglês, patenteou um compressor que podia solidificar a água, produzindo gelo artificialmente. A utilização desse compressor possibilitou que algumas indústrias prosperassem, como as cervejarias. Os comerciantes de carne agora podiam mandar seus produtos para os mais distantes países. No início do século XX, em 1902, o americano Willis Carrier instalou em uma gráfica, na cidade de Nova York, o primeiro aparelho de ar-condicionado, que permitia resfriar e controlar a umidade do ambiente. No início da década de 1920, surgiram nos Estados Unidos os primeiros refrigeradores domésticos, que logo se popularizaram. Hoje, no Brasil, mais de 80% das residências têm geladeira.

O funcionamento de uma geladeira baseia-se em um processo de transferência de calor de uma fonte fria para uma quente. Esse processo não é espontâneo. É necessária uma energia externa, em forma de trabalho (no compressor), para que essa transferência possa ocorrer. A geladeira possui, portanto, uma fonte fria (o congelador) e outra quente (o radiador), que se encontra na parte externa traseira, em forma de serpentina. O fluido operante usado é o freon, que vaporiza a baixa pressão no congelador e se condensa a alta pressão no radiador. O mecanismo utilizado para reduzir a pressão no congelador é uma válvula; para aumentar a pressão no radiador, o mecanismo é um compressor, muito parecido com aquele que Perkins inventou. Observe que o freon retira calor do interior da geladeira ao se vaporizar no congelador e libera calor para o ambiente no radiador, quando se condensa ao ser comprimido pelo compressor.



As partes principais do mecanismo de uma geladeira:

A. **Compressor:** o freon entra no estado gasoso com baixa pressão e sai com alta pressão, já condensado.
B. **Válvula:** um tubo estreito (capilar) que diminui a pressão do vapor.
C. **Radiador:** serpentina externa (localizada na parte traseira) na qual o vapor se liquefaz, liberando calor para o ambiente.
D. **Congelador:** o freon no estado líquido se vaporiza ao absorver calor do interior da geladeira.



$T_A < T_B$

$|Q_B| = |Q_A| + \tau$

A ilustração representa a esquematização de uma máquina frigorífica. Espontaneamente, a fonte fria não transfere energia para a fonte quente. Assim, é necessário "forçar" essa transferência pela realização de trabalho sobre o sistema. A energia recebida pela fonte quente é a soma da energia retirada da fonte fria com o trabalho realizado sobre a máquina.

Ricardo Helou Doca

Fotografia de geladeira do final do século XIX. Na parte superior, era colocado gelo, que, ao resfriá-la, fazia o papel do atual congelador. Na parte interna útil, o ar que se aquecia, retirando calor dos alimentos, subia por convecção e era resfriado na face interna superior.

11. O ciclo de Carnot

Até 1824, acreditava-se que uma máquina térmica poderia atingir o rendimento total (100%) ou algo próximo desse valor. Em outras palavras, acreditava-se na possibilidade de utilização de toda a energia térmica fornecida a uma máquina, que se transformaria integralmente, ou quase, em trabalho.

J-L Charmet/SPL/LatinStock

Retrato de Nicolas Leonard Sadi Carnot.

Coube ao jovem engenheiro francês Nicolas Leonard Sadi Carnot (1796-1832) demonstrar a impossibilidade desse rendimento. Ele propôs uma máquina térmica teórica, ideal, que funcionaria percorrendo um ciclo particular, denominado **ciclo de Carnot**. Esse dispositivo obedeceria a dois postulados estabelecidos pelo próprio Carnot, antes mesmo do enunciado da 1ª Lei da Termodinâmica. São eles:

1º Postulado de Carnot

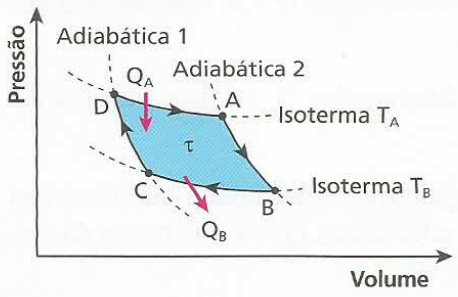
Nenhuma máquina operando entre duas temperaturas fixadas pode ter rendimento maior que a máquina ideal de Carnot, operando entre essas mesmas temperaturas.

2º Postulado de Carnot

Ao operar entre duas temperaturas, a máquina ideal de Carnot tem o mesmo rendimento, qualquer que seja o fluido operante.

Observe que esses postulados garantem que o rendimento de uma máquina térmica é função das temperaturas das fontes fria e quente. Entretanto, fixando-se as temperaturas dessas fontes, a máquina teórica de Carnot é aquela que conseguiria ter o maior rendimento.

Para o caso em que o fluido operante é o gás perfeito, o ciclo de Carnot é composto de duas transformações isotérmicas e duas adiabáticas, intercaladas.



Ciclo de Carnot para gases perfeitos, limitado por duas isotermas e duas adiabáticas.

Na expansão isotérmica DA, o sistema realiza trabalho utilizando o calor Q_A retirado da fonte quente.

Na expansão adiabática AB, o sistema não troca calor, realizando trabalho com diminuição de energia interna e, portanto, de temperatura.

Na compressão isotérmica BC, o sistema rejeita Q_B de calor para a fonte fria, utilizando o trabalho recebido.

Na compressão adiabática CD, o sistema não troca calor. Recebe trabalho, que serve para aumentar sua energia interna e, portanto, sua temperatura.

No ciclo de Carnot, os calores trocados (Q_A e Q_B) e as temperaturas absolutas (T_A e T_B) das fontes quente e fria são proporcionais, valendo a relação:

$$\frac{|Q_A|}{|Q_B|} = \frac{T_A}{T_B}$$

Substituindo na equação do rendimento de uma máquina térmica, obtemos, para a máquina de Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T_A}{T_B}$$

Considerando a temperatura da fonte fria (T_B) igual a zero Kelvin (zero absoluto), temos:

$$\eta = 1 - \frac{0}{T_A}$$

$$\eta = 1$$

ou

$$\eta(\%) = 100\%$$

Entretanto, esse fato contraria a 2ª Lei da Termodinâmica, que garante ser impossível um rendimento de 100% (pois sempre haverá energia sendo transferida para a fonte fria), o que nos leva a concluir que nenhum sistema físico pode estar no zero absoluto.

De qualquer forma, podemos dizer que:

O **zero absoluto** seria a temperatura da fonte fria de uma máquina ideal de Carnot, que operasse com rendimento de 100%.

12. Transformações reversíveis e irreversíveis

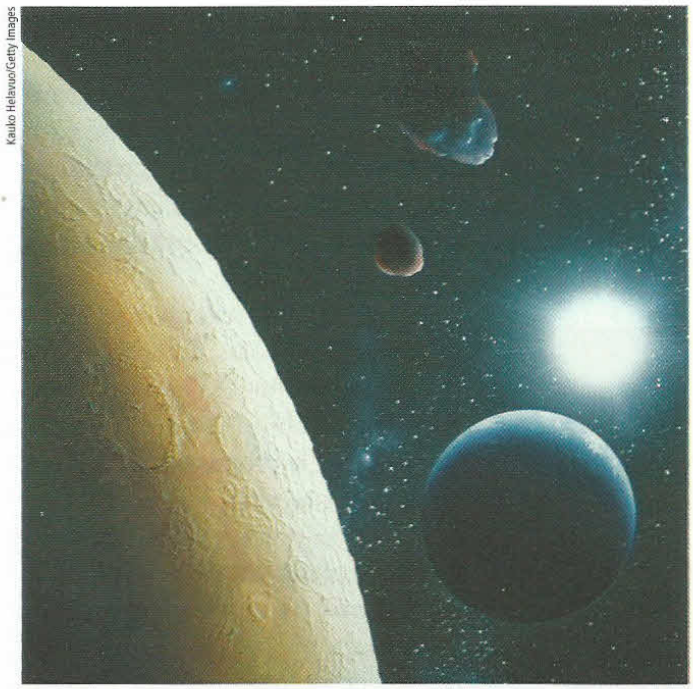
Denomina-se transformação **reversível** aquela em que, após seu término, o sistema pode retornar a suas condições iniciais pelo mesmo caminho, isto é, passando pelos mesmos estados intermediários, na seqüencia inversa daquela ocorrida na transformação inicial, sem interferência externa. A transformação será **irreversível** se o processo não puder satisfazer as condições citadas acima.

Do exposto, podemos entender que a maioria dos processos naturais são irreversíveis, sendo o processo reversível apenas uma idealização teórica. Quando, por exemplo, misturamos dois gases diferentes, torna-se impossível voltar a separá-los sem uma intervenção externa; quando provocamos a expansão livre de um gás, ele não voltará espontaneamente a ocupar as condições iniciais.

13. Entropia

Sabemos que a temperatura e a energia interna são duas variáveis de estado utilizadas na descrição do estado termodinâmico de um sistema. Em 1865, Rudolf Clausius usou pela primeira vez uma outra variável, que denominou **entropia** (**S**). Clausius observou que, se as leis da Natureza puderem atuar em um sistema sem interferências, o mais provável é que os integrantes desse sistema tendam a uma disposição desordenada. Se, por exemplo, em uma viagem passamos por um bosque e encontramos árvores alinhadas e separadas por distâncias praticamente iguais, vamos concluir que elas foram plantadas por alguém. Se, no entanto, esse bosque, em sua formação, ficou apenas sob as leis naturais, uma "desordem" no posicionamento das árvores é o que devemos esperar. Na sua mesa de estudo, o normal é encontrarmos seus objetos de uma forma desordenada, e o natural é que essa desordem aumente durante o seu estudo. A partir de observações como essas, Clausius estabeleceu a idéia de entropia como sendo uma medida dessa desordem.

Como a entropia é uma medida da desordem e os sistemas físicos tendem para estados cada vez mais desordenados, podemos inferir que, em processos naturais (sujeitos apenas às Leis da Natureza), a entropia do Universo vem aumentando ao longo do tempo. Essa poderia ser uma outra maneira de enunciarmos a 2ª Lei da Termodinâmica.


Kauko Helavuo/Getty Images

No Universo a entropia está aumentando ao longo do tempo.

Segundo Clausius, quando estudamos a **entropia** como uma grandeza física na forma potencial, o importante não é sabermos o seu valor absoluto, mas sim a variação dessa grandeza durante uma transformação. Assim, ele definiu que a variação de entropia (ΔS) de um sistema, quando se agrega uma quantidade de calor (**Q**), mediante um processo reversível (à temperatura absoluta constante **T**), é dada por:

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

Caso a temperatura se altere durante o processo, somente poderemos determinar a variação de entropia por meio de cálculo infinitesimal, que foge do nível estabelecido para o nosso curso. No entanto, quando ocorrem pequenas variações de temperatura, podemos mantê-la constante em seu valor médio e utilizar a expressão acima, com boa aproximação, para o devido cálculo da variação da entropia.

Do exposto, podemos concluir que:

1) Se um sistema recebe calor $Q > 0$, sua entropia aumenta e $\Delta S > 0$.

2) Se um sistema libera calor $Q < 0$, sua entropia diminui e $\Delta S < 0$.

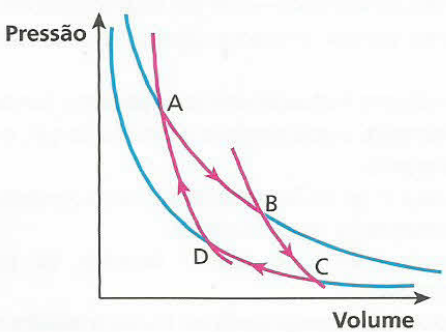
3) Se um sistema não troca calor com o meio externo (transformação adiabática), $Q = 0$, a entropia do sistema não varia e $\Delta S = 0$.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

76 Leia as afirmações com atenção:
(01) A 1ª Lei da Termodinâmica pode ser traduzida pela seguinte afirmação: "A energia não pode ser criada nem destruída, mas somente transformada de um tipo em outro".
(02) O calor flui espontaneamente de um corpo mais frio para um corpo mais quente.
(04) A energia interna de dada massa de um gás perfeito não depende da temperatura do gás.
(08) O rendimento de uma máquina de Carnot independe das temperaturas da fonte fria e da fonte quente.
(16) É impossível transformar calor em trabalho utilizando apenas duas fontes de calor a temperaturas diferentes.
(32) O termômetro é um aparelho destinado a medir diretamente o calor de um corpo.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

77 (UFSC) No século XIX, o jovem engenheiro francês Nicolas L. Sadi Carnot publicou um pequeno livro – *Reflexões sobre a potência motriz do fogo e sobre os meios adequados de desenvolvê-la* –, no qual descrevia e analisava uma máquina ideal e imaginária, que realizaria uma transformação cíclica hoje conhecida como "ciclo de Carnot" e de fundamental importância para a Termodinâmica.
Indique a(s) proposição(ões) correta(s) a respeito do ciclo de Carnot:
(01) Uma máquina térmica, operando segundo o ciclo de Carnot entre uma fonte quente e uma fonte fria, apresenta um rendimento igual a 100%, isto é, todo o calor a ela fornecido é transformado em trabalho.
(02) Nenhuma máquina térmica que opere entre duas determinadas fontes, às temperaturas T_1 e T_2, pode ter maior rendimento do que uma máquina de Carnot operando entre essas mesmas fontes.
(04) O ciclo de Carnot consiste em duas transformações adiabáticas, alternadas com duas transformações isotérmicas.
(08) O rendimento da máquina de Carnot depende apenas das temperaturas da fonte quente e da fonte fria.
(16) Por ser ideal e imaginária, a máquina proposta por Carnot contraria a segunda lei da Termodinâmica.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

78 (UEL-PR) No gráfico abaixo está representada a evolução de um gás ideal segundo o ciclo de Carnot.

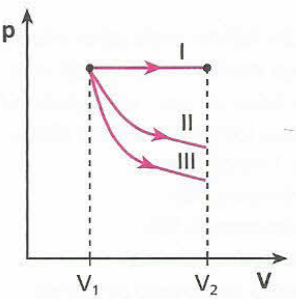


Com relação ao comportamento do gás, é correto afirmar:
a) A temperatura no ponto **A** é maior que no ponto **B**.
b) No trajeto BC, o gás cedeu calor para a fonte fria.
c) No trajeto DA, o trabalho realizado é negativo.
d) A temperatura no ponto **C** é maior que no ponto **B**.
e) No trajeto CD, o gás recebeu calor.

79 (PUC-MG) Uma máquina térmica opera entre duas temperaturas, T_1 e T_2. Pode-se afirmar que seu rendimento:
a) máximo pode ser 100%.
b) pode ser maior que 100%.
c) nunca será inferior a 80%.
d) será máximo se operar em ciclos.
e) será máximo se operar em ciclo de Carnot.

80 (Vunesp-SP) O ciclo de Carnot, de importância fundamental na Termodinâmica, é constituído de um conjunto de transformações definidas. Num diagrama (p, V), você esboçaria esse ciclo usando:
a) uma isotérmica, uma isobárica, uma adiabática e uma isocórica (isovolumétrica).
b) duas isotérmicas e duas adiabáticas.
c) duas isobáricas e duas isocóricas (isovolumétricas).
d) duas isobáricas e duas isotérmicas.
e) uma isocórica (isovolumétrica), uma isotérmica e uma isobárica.

81 (UFSM-RS)



A figura representa os processos isotérmico, adiabático e isobárico para gases ideais, entre estados com volumes V_1 e V_2. Esses processos estão indicados, na figura, respectivamente por:
a) II, III e I.
b) III, II e I.
c) I, II e III.
d) II, I e III.
e) I, III e II.

82 **E.R.** Uma máquina térmica teórica opera entre duas fontes térmicas, executando o ciclo de Carnot. A fonte fria encontra-se a 127 °C e a fonte quente, a 427 °C. Qual o rendimento percentual dessa máquina?

Resolução:
O rendimento de uma máquina que executa o ciclo de Carnot é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

em que T_A é a temperatura absoluta da fonte quente e T_B, a da fonte fria.
Sendo:

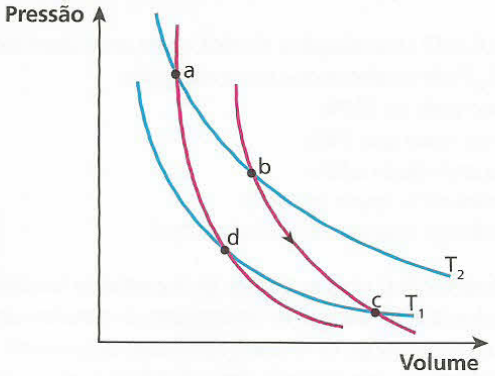
$$T_B = 127\ °C = 400\ K$$
$$T_A = 427\ °C = 700\ K$$

Substituindo na expressão, obtemos:

$$\eta = 1 - \frac{400}{700} \Rightarrow \eta = \frac{3}{7} \simeq 0{,}43$$

$$\eta(\%) \simeq 43\%$$

83 (UFC-CE) A figura abaixo mostra um ciclo de Carnot, representado no diagrama pressão × volume.



Se no trecho b ⇒ c, desse ciclo, o sistema fornece 60 J de trabalho ao meio externo, então é verdade que, nesse trecho:

a) o sistema recebe 60 J de calor e sua energia interna diminui.
b) o sistema recebe 60 J de calor e sua energia interna não varia.
c) o sistema rejeita 60 J de calor e sua energia interna não varia.
d) não há troca de calor e sua energia interna aumenta de 60 J.
e) não há troca de calor e sua energia interna diminui de 60 J.

84 Uma máquina térmica, teórica, opera entre duas fontes de calor, executando o ciclo de Carnot. A fonte fria encontra-se à temperatura de 6 °C e a fonte quente, a 347 °C. Qual o rendimento teórico dessa máquina?

85 Certa máquina térmica cíclica e reversível trabalha entre –73 °C e +27 °C. Qual o seu rendimento máximo?

86 O rendimento de certa máquina térmica de Carnot é de 40%, e a fonte fria é a própria atmosfera a 27 °C. Qual a temperatura da fonte quente?

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

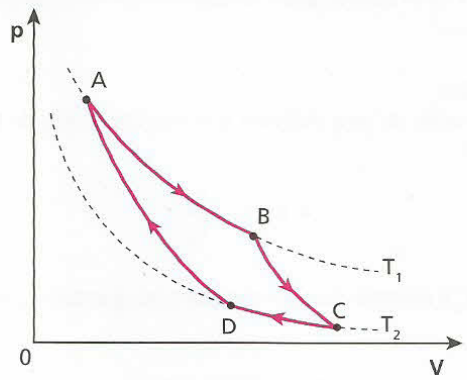
87 (UFV-MG) Um folheto explicativo sobre uma máquina térmica informa que ela, ao receber 1 000 cal de uma fonte quente, realiza 4186 J de trabalho. Sabendo que 1 cal equivale a 4,186 J, e com base nos dados fornecidos pelo folheto, você pode afirmar que essa máquina:

a) viola a 1ª Lei da Termodinâmica.
b) possui um rendimento nulo.
c) possui um rendimento de 10%.
d) viola a 2ª Lei da Termodinâmica.
e) funciona de acordo com o ciclo de Carnot.

88 (Mack-SP) A importância do ciclo de Carnot reside no fato de ser:

a) o ciclo da maioria dos motores térmicos.
b) o ciclo de rendimento igual a 100%.
c) o ciclo que determina o máximo rendimento que um motor térmico pode ter entre duas dadas temperaturas.
d) o ciclo de rendimento maior que 100%.

89 (UFBA) A figura representa o ciclo de Carnot, para um gás ideal.

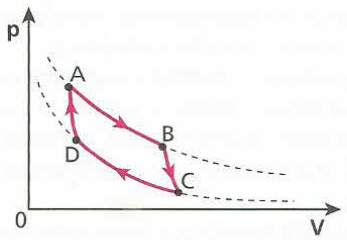


Nessas condições, é correto afirmar que:

(01) na compressão adiabática, a energia interna do gás diminui.
(02) na expansão isotérmica, o gás recebe calor de uma das fontes.
(04) na expansão adiabática, a temperatura do gás diminui.
(08) na compressão isotérmica, a energia interna do gás diminui.
(16) na transformação cíclica, o gás atinge o equilíbrio térmico com a fonte quente, antes de iniciar novo ciclo.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

90 (FMIt-MG) O gráfico representa um ciclo de Carnot, para o caso de um gás ideal. Qual é a proposição **falsa**?



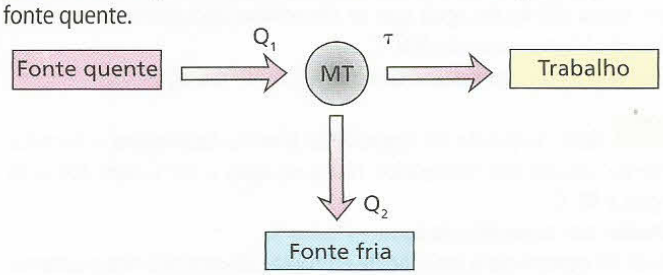
a) De **A** até **B**, a transformação é isotérmica e o gás recebe calor do meio externo.
b) De **C** até **D**, a transformação é isotérmica e o gás rejeita calor para o meio externo.
c) De **B** até **C**, a transformação é adiabática e o gás realiza trabalho contra o meio externo.
d) De **D** até **A**, a transformação é adiabática e o gás realiza trabalho contra o meio externo.
e) Durante o ciclo, o trabalho realizado pelo gás sobre o meio externo é maior que o trabalho realizado pelo meio externo sobre o gás.

91 (UFBA) Considerando-se um gás ideal contido em um recipiente de volume variável enquanto sistema termodinâmico, pode-se afirmar:

(01) de acordo com a equação dos gases perfeitos, mantida constante a temperatura, aumentando-se a pressão do gás, o volume também aumenta.
(02) segundo a 1ª Lei da Termodinâmica, numa compressão adiabática, a temperatura do gás aumenta.
(04) a energia interna do sistema depende da pressão e da temperatura.
(08) partindo-se das mesmas condições iniciais, o trabalho realizado pelo gás, numa expansão adiabática, é maior do que o realizado numa expansão isotérmica.
(16) a capacidade térmica do gás, a pressão constante, é maior do que a capacidade térmica, a volume constante.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas verdadeiras.

92 (PUC-MG) O rendimento de uma máquina térmica é uma relação entre a energia transformada em trabalho e a energia absorvida da fonte quente.



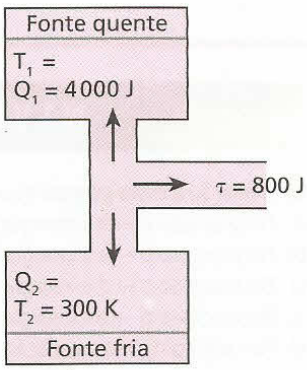
Q_1 = calor retirado da fonte quente
Q_2 = calor rejeitado para a fonte fria
τ = trabalho realizado

Uma máquina térmica teórica retira 1 000 J da fonte quente e rejeita 650 J para a fonte fria. O rendimento dessa máquina, em porcentagem, é:

a) 15. b) 65. c) 54. d) 40. e) 35.

93 Um motor de Carnot recebe da fonte quente 100 cal por ciclo e rejeita 80 cal para a fonte fria. Se a temperatura da fonte quente é de 127 °C, qual a temperatura da fonte fria?

94 (Puccamp-SP) O esquema representa trocas de calor e realização de trabalho em uma máquina térmica. Os valores de T_1 e Q_2 não foram indicados, mas deverão ser calculados durante a solução desta questão.



Considerando os dados indicados no esquema, se essa máquina operasse segundo um ciclo de Carnot, a temperatura T_1, da fonte quente, seria, em Kelvins, igual a:

a) 375. b) 400. c) 525. d) 1200. e) 1500.

95 (UFMA) Uma máquina térmica funciona realizando o ciclo de Carnot. Em cada ciclo, o trabalho útil fornecido pela máquina é de 2000 J. As temperaturas das fontes térmicas são 227 °C e 27 °C, respectivamente. O rendimento da máquina, a quantidade de calor retirada da fonte quente e a quantidade de calor rejeitada para a fonte fria são, respectivamente:

a) 60%, 4000 J e 6000 J.
b) 40%, 3000 J e 5000 J.
c) 40%, 5000 J e 3000 J.
d) 40%, 4000 J e 1000 J.
e) 30%, 6000 J e 4000 J.

96 (Puccamp-SP) A turbina de um avião tem rendimento de 80% do rendimento de uma máquina ideal de Carnot operando às mesmas temperaturas.

Em vôo de cruzeiro, a turbina retira calor da fonte quente a 127 °C e ejeta gases para a atmosfera, que está a –33 °C.

O rendimento dessa turbina é de:

a) 80%. b) 64%. c) 50%. d) 40%. e) 32%.

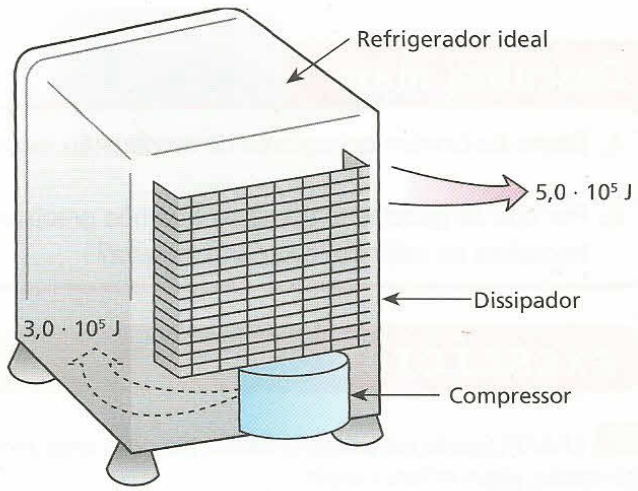
97 (PUC-SP)

a) Um inventor afirmou ter construído uma máquina térmica cujo desempenho atinge 90% daquele de uma máquina de Carnot. Sua máquina, que trabalha entre as temperaturas de 27 °C e 327 °C, recebe, durante certo período, $1{,}2 \cdot 10^4$ cal e fornece, simultaneamente, um trabalho útil de $1 \cdot 10^4$ J. A afirmação do inventor é verdadeira? Justifique.
Dado: 1 cal = 4,186 J

b) Se o trabalho útil da máquina térmica do item anterior fosse exercido sobre o êmbolo móvel de uma ampola contendo um gás ideal, à pressão de 200 Pa, qual seria a variação de volume sofrida pelo gás, caso a transformação fosse isobárica?

98 (Vunesp-SP) Uma geladeira retira, por segundo, 1 000 kcal do congelador, enviando para o ambiente 1 200 kcal. Considere 1 kcal = 4,2 kJ. Qual a potência do compressor da geladeira?

99 (UFV-MG) Em um refrigerador ideal, o dissipador de calor (serpentina traseira) transferiu $5{,}0 \cdot 10^5$ J de energia térmica para o meio ambiente, enquanto o compressor produziu $3{,}0 \cdot 10^5$ J de trabalho sobre o fluido refrigerante.



Calcule:

a) a quantidade de calor retirada da câmara interna;
b) o rendimento do sistema de refrigeração.

100 (Unifesp-SP) Costuma-se especificar os motores dos automóveis com valores numéricos, 1.0, 1.6, 1.8 e 2.0, entre outros. Esses números indicam também valores crescentes da potência do motor. Pode-se explicar essa relação direta entre a potência do motor e esses valores numéricos porque eles indicam o volume aproximado, em litros,

a) de cada cilindro do motor e, quanto maior esse volume, maior a potência que o combustível pode fornecer.
b) do consumo de combustível e, quanto maior esse volume, maior a quantidade de calor que o combustível pode fornecer.
c) de cada cilindro do motor e, quanto maior esse volume, maior a temperatura que o combustível pode atingir.
d) do consumo de combustível e, quanto maior esse volume, maior a temperatura que o combustível pode fornecer.
e) de cada cilindro do motor e, quanto maior esse volume, maior o rendimento do motor.

101 (Mack-SP) Nas transformações adiabáticas, podemos relacionar a pressão **p** de um gás com o seu volume **V** pela expressão $p \cdot V^{\gamma} = K$, onde γ e **K** são constantes. Para que **K** tenha dimensão de trabalho, γ:

a) deve ter dimensão de força.
b) deve ter dimensão de massa.
c) deve ter dimensão de temperatura.
d) deve ter dimensão de deslocamento.
e) deve ser adimensional.

102 **E.R.** Determine a variação da entropia (ΔS) de um sistema constituído de 200 g de gelo, a 0 °C, quando essa amostra sofre fusão.

Dado: calor latente de fusão do gelo = $336 \frac{J}{g}$

Resolução:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{m L_F}{T}$$

$$\Delta S = \frac{200 \cdot 336}{(0 + 273)} \frac{J}{K}$$

$$\boxed{\Delta S \simeq 246 \frac{J}{K}}$$

103 (ITA-SP) Calcule a variação de entropia (ΔS) quando, num processo à pressão constante de 1,0 atm, se transformam integralmente em vapor 3,0 kg de água que se encontram inicialmente no estado líquido, à temperaura de 100 °C.

Dado: calor de vaporização da água = $5{,}4 \cdot 10^5$ cal/kg

104 Num recipiente de capacidade térmica desprezível e termicamente isolado, são misturados 100 g de água a 10 °C com 200 g de água a 40 °C.

Dado: calor específico da água = 1 cal/g °C

Pede-se determinar a variação de entropia (ΔS) ocorrida nesse sistema, na transformação termodinâmica, do início da mistura até o equilíbrio térmico final.

Descubra mais

1. Como funcionam os motores de combustão interna, de quatro tempos, utilizados nos automóveis?

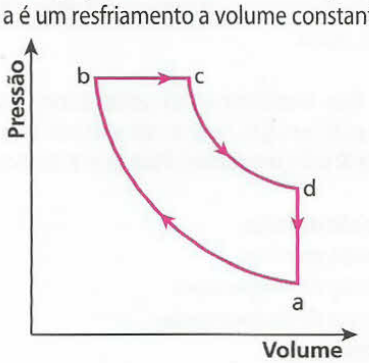
2. Por que as geladeiras tipo *frost free* não precisam ser descongeladas? Por que elas não possuem a grade trocadora de calor em sua parte traseira?

EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

105 (UnB-DF) Quanto aos processos sofridos por gases ideais entre dois estados, julgue os itens a seguir:

a) Num processo isotérmico, há troca de calor com o meio exterior.
b) Num processo adiabático, não há transferência de calor para o meio exterior.
c) Um processo adiabático é um processo lento, em que a variação de energia do gás é igual ao trabalho realizado sobre este.
d) Um processo isotérmico é um processo lento, no qual há variação na energia interna do gás.
e) Num processo isotérmico, a energia cinética média das moléculas é a mesma nos estados inicial e final.
f) Num processo isotérmico de compressão de um gás, a pressão exercida sobre as paredes do recipiente que contém o gás aumentará.
g) Num processo adiabático, a variação de energia do gás é nula.
h) A temperatura do gás no estado final depende do processo seguido e da natureza do gás.

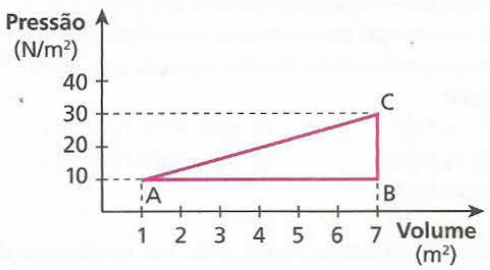
106 (UFC-CE) O ciclo *diesel*, mostrado na figura abaixo, representa o comportamento aproximado de um motor *diesel*. A substância de trabalho desse motor pode ser considerada um gás ideal. O processo a → b é uma compressão adiabática, o processo b → c é uma expansão a pressão constante, o processo c → d é uma expansão adiabática e o processo d → a é um resfriamento a volume constante.



Com relação a esses processos, a opção correta é:

a) No processo a → b a energia interna do sistema não varia.
b) No processo b → c a energia interna do sistema diminui.
c) No processo c → d a energia interna do sistema diminui.
d) No processo d → a a energia interna do sistema aumenta.
e) No ciclo completo a variação da energia interna é positiva.

107 (UFMS) Um sistema termodinâmico é levado do estado termodinâmico **A** até outro **B** (ver figura a seguir) e depois trazido de volta ao estado **A** através do estado **C**.



Logo, é correto afirmar que:

(01) o trabalho executado pelo sistema termodinâmico na mudança do estado **B** para o estado **C** é um trabalho não-nulo.
(02) supondo que o aumento da energia interna para o percurso do estado termodinâmico **A** para o **C** seja 200 J, a variação da energia interna do percurso do estado termodinâmico **A** para o **B**, e deste para o estado **C**, também sofre um aumento de 200 J.
(04) a variação da energia interna de um sistema termodinâmico depende dos estados termodinâmicos intermediários e não somente dos estados inicial e final.
(08) o trabalho executado pelo sistema termodinâmico no percurso entre os estados de **A** para **B**, e deste para **C**, é de 60 J.
(16) supondo que o aumento da energia interna para o percurso do estado termodinâmico **A** para o **C** seja 200 J, o calor absorvido

pelo sistema termodinâmico no percurso do estado termodinâmico **A** para o estado **B**, e deste para **C**, é também de 200 J.

(32) o trabalho executado pelo sistema termodinâmico no ciclo fechado passando pelos estados **A** – **B** – **C** – **A** é de –60 J.

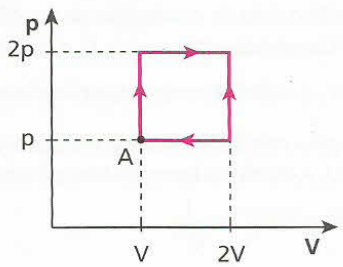
(64) considerando o diagrama apresentado, podemos afirmar que esse diagrama, independentemente da sucessão dos estados **A** – **B** – **C** – **A** ou **A** – **C** – **B** – **A** percorridos pelo sistema termodinâmico, pode representar exclusivamente a sucessão de estados termodinâmicos de uma máquina térmica (motor).

Dê como resposta a soma dos números associados às alternativas corretas.

108 (UFSCar-SP) Mantendo uma estreita abertura em sua boca, assopre com vigor sua mão agora! Viu? Você produziu uma transformação adiabática! Nela, o ar que você expeliu sofreu uma violenta expansão, durante a qual:

a) o trabalho realizado correspondeu à diminuição da energia interna desse ar, por não ocorrer troca de calor com o meio externo.
b) o trabalho realizado correspondeu ao aumento da energia interna desse ar, por não ocorrer troca de calor com o meio externo.
c) o trabalho realizado correspondeu ao aumento da quantidade de calor trocado por esse ar com o meio, por não ocorrer variação da sua energia interna.
d) não houve realização de trabalho, uma vez que o ar não absorveu calor do meio e não sofreu variação de energia interna.
e) não houve realização de trabalho, uma vez que o ar não cedeu calor para o meio e não sofreu variação de energia interna.

109 (Faap-SP) O diagrama representa o ciclo percorrido por 2 mols de gás perfeito. Sabendo que no estado **A** a temperatura é 27 °C, qual é o trabalho realizado pelo gás no ciclo?



Dado: constante universal dos gases perfeitos: R = 8 J/mol K

110 (ITA-SP) Na expansão livre de um gás ideal, quando ele passa de um volume V_i para um volume V_f, pode-se afirmar que essa expansão pode ser descrita por:

a) uma expansão isotérmica.
b) uma expansão adiabática irreversível, na qual a temperatura no estado de equilíbrio final é a mesma que a no estado inicial.
c) uma expansão isobárica.
d) um processo isovolumétrico.
e) Nenhuma das afirmações acima está correta.

111 (Ufla-MG) A figura mostra, em corte, um cilindro de paredes adiabáticas (não há troca de calor), provido de um êmbolo superior móvel. No interior do cilindro, encontram-se **n** mols de um gás ideal. A pressão atmosférica P_a local é de 1 atm e a pressão dos pesos sobre o êmbolo móvel é de 5 atm. A área da base do cilindro e do êmbolo móvel é de $5 \cdot 10^{-3}$ m². Na condição de equilíbrio mostrada, h = 16 cm e a temperatura do gás é 300 K.

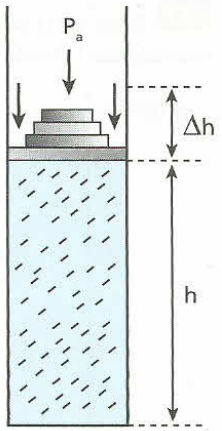
Considerando 1 atm = $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m² e R = 8 J/mol K, calcule:

a) o número de mols (**n**) contido no cilindro;
b) a força em newtons que o gás realiza sobre o êmbolo móvel.

Em seguida, a temperatura do gás é elevada para 420 K, mantendo-se a pressão constante.

Calcule:

c) o deslocamento Δh (cm) do êmbolo móvel;
d) o trabalho realizado pelo gás, em joules.



112 (UEM-PR) A temperatura de 500 g de um gás perfeito é aumentada de 20 °C para 140 °C. Se o processo é feito primeiramente a pressão e depois a volume constantes, qual o trabalho realizado pelo gás, em calorias? (Considere para o gás perfeito c_V = 0,18 cal/g °C e c_p = 0,25 cal/g °C.)

113 Numa transformação adiabática reversível, 20 g de um gás ideal evoluem de um estado em que a temperatura vale 77 °C para outro em que a temperatura vale 327 °C. Sendo $c_V = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ cal/g °C e $c_p = 3{,}6 \cdot 10^{-3}$ cal/g °C, qual o trabalho realizado nessa transformação, em joules?

Dado: 1 cal = 4,2 J

114 (UFC-CE) Uma amostra de **n** mols de um gás ideal monoatômico é levada do estado de equilíbrio termodinâmico inicial de temperatura **T**, até o estado final de equilíbrio de temperatura T_1 mediante dois diferentes processos: no primeiro, o volume da amostra permanece constante e ela absorve uma quantidade de calor Q_V; no segundo, a pressão da amostra permanece constante e ela absorve uma quantidade de calor Q_p. Use a Primeira Lei da Termodinâmica, $\Delta U = Q - W$, sendo $\Delta U = \left(\frac{3}{2}\right) n\, R\, \Delta T$, para determinar que se Q_p for igual a 100 J então o valor de Q_V será igual a:

a) 200 J.
b) 160 J.
c) 100 J.
d) 80 J.
e) 60 J.

115 A energia interna **U** de certa quantidade de gás, que se comporta como gás ideal, contida em um recipiente é proporcional à temperatura **T**, e seu valor pode ser calculado utilizando a expressão U = 12,5 T. A temperatura deve ser expressa em kelvins e a energia, em joules. Se inicialmente o gás está à temperatura T = 300 K e, em uma transformação a volume constante, recebe 1 250 J de uma fonte de calor, sua temperatura final será:

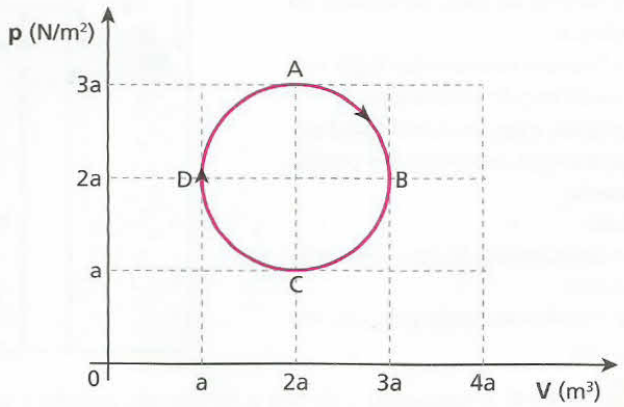
a) 200 K;
b) 300 K;
c) 400 K;
d) 600 K;
e) 800 K.

116 (UFRN) Em um processo adiabático, a pressão **p** e o volume **V** de um gás ideal obedecem à relação $p\,V^{\gamma}$ = constante, em que γ é um parâmetro fixo. Considere que uma amostra de gás ideal sofreu uma expansão adiabática na qual o seu volume foi duplicado.

A razão entre a temperatura inicial T_I e a temperatura final T_F da amostra é:

a) $T_I/T_F = 2^{\gamma}$.
b) $T_I/T_F = 2^{1-\gamma}$.
c) $T_I/T_F = \gamma$.
d) $T_I/T_F = 2^{\gamma-1}$.
e) $T_I/T_F = \gamma^2$.

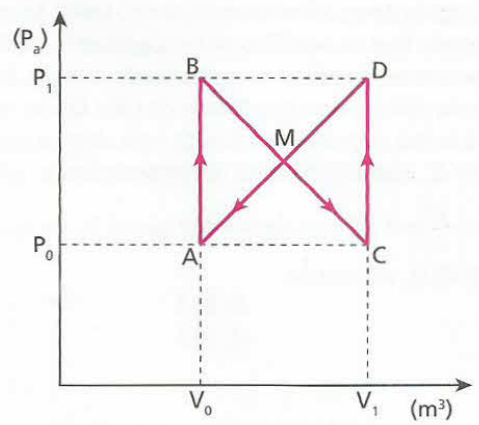
117 (Unip-SP) O gráfico a seguir representa a pressão em função do volume para 1 mol de um gás perfeito.



O gás percorre o ciclo ABCDA, que tem a forma de uma circunferência. Indique a opção **falsa**.

a) As temperaturas nos estados **A** e **B** são iguais.
b) As temperaturas nos estados **C** e **D** são iguais.
c) O trabalho realizado pelo gás, entre os estados **A** e **C**, é $\frac{4\pi a^2}{2}$ joules.
d) O trabalho realizado no ciclo vale (πa^2) joules.
e) Na transformação de **A** para **B**, o gás recebeu uma quantidade de calor de $\left(2+\frac{\pi}{4}\right)a^2$ joules.

118 (UFRJ) Um gás ideal realizou um ciclo termodinâmico ABCDA, ilustrado na figura.



a) Calcule o trabalho total realizado pelo gás no ciclo.
b) Aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica ao gás no ciclo e adotando a convenção de que o calor absorvido é positivo e o calor cedido é negativo, investigue a soma do calor trocado nas diagonais, isto é, $Q_{BC} + Q_{DA}$, e conclua se essa soma é maior ou menor que zero ou igual a zero. Justifique sua resposta.

119 Duas salas idênticas estão separadas por uma divisória de espessura L = 5,0 cm, área A = 100 m² e condutividade térmica k = 2,0 W/m K. O ar contido em cada sala encontra-se, inicialmente, a temperatura T_1 = 47 °C e T_2 = 27 °C, respectivamente. Considerando o ar como um gás ideal e o conjunto das duas salas um sistema isolado, calcule a taxa de variação de entropia, $\frac{\Delta S}{\Delta t}$, no sistema no início da troca de calor, explicando o que ocorre com a desordem do sistema.

120 (UFC-CE) A eficiência de uma máquina de Carnot que opera entre a fonte de temperatura alta (T_1) e a fonte de temperatura baixa (T_2) é dada pela expressão

$$\eta = 1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right),$$

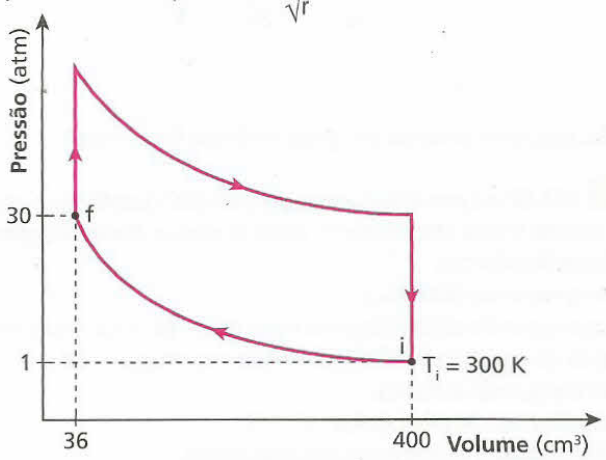
em que T_1 e T_2 são medidas na escala absoluta ou de Kelvin.
Suponha que você disponha de uma máquina dessas com uma eficiência η = 30%. Se você dobrar o valor da temperatura da fonte quente, a eficiência da máquina passará a ser igual a:

a) 40%. b) 45%. c) 50%. d) 60%. e) 65%.

121 (Unicamp-SP) Com a instalação do gasoduto Brasil–Bolívia, a quota de participação do gás natural na geração de energia elétrica no Brasil será significativamente ampliada. Ao se queimar 1,0 kg de gás natural obtêm-se $5{,}0 \cdot 10^7$ J de calor, parte do qual pode ser convertido em trabalho em uma usina termoelétrica. Considere uma usina queimando 7 200 quilogramas de gás natural por hora, a uma temperatura de 1 227 °C. O calor não-aproveitado na produção de trabalho é cedido para um rio de vazão 5 000 ℓ/s, cujas águas estão inicialmente a 27 °C. A maior eficiência teórica da conversão de calor em trabalho é dada por $\eta = 1 - \frac{T_{mín}}{T_{máx}}$, sendo $T_{máx}$ e $T_{mín}$ as temperaturas absolutas das fontes quente e fria respectivamente, ambas expressas em Kelvin. Considere o calor específico da água c = 4 000 J/kg °C.

a) Determine a potência gerada por uma usina cuja eficiência é metade da máxima teórica.
b) Determine o aumento de temperatura da água do rio ao passar pela usina.

122 (Unicamp-SP) Vários textos da coletânea da prova de redação enfatizam a crescente importância das fontes renováveis de energia. No Brasil, o álcool tem sido largamente empregado em substituição à gasolina. Uma das diferenças entre os motores a álcool e a gasolina é o valor da razão de compressão da mistura ar–combustível. O diagrama adiante representa o ciclo de combustão de um cilindro de motor a álcool. Durante a compressão (trecho i → f), o volume da mistura é reduzido de V_i para V_f. A razão da compressão **r** é definida como $r = \frac{V_i}{V_f}$.
Valores típicos de r para motores a gasolina e a álcool são, respectivamente, $r_g = 9$ e $r_a = 11$. A eficiência termodinâmica é função da razão de compressão e é dada por $E \simeq 1 - \frac{1}{\sqrt{r}}$.



a) Quais são as eficiências termodinâmicas dos motores a álcool e a gasolina?
b) A pressão **P**, o volume **V** e a temperatura absoluta **T** de um gás ideal satisfazem a relação $\frac{PV}{T}$ = constante. Encontre a temperatura da mistura ar–álcool após a compressão (ponto **f** do diagrama). Considere a mistura como um gás ideal.

Dados: $\sqrt{7} \simeq \frac{8}{3}$; $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{11} \simeq \frac{10}{3}$; $\sqrt{13} \simeq \frac{18}{5}$.

123 (Unicamp-SP) No início da Revolução Industrial, foram construídas as primeiras máquinas a vapor para bombear água do interior das minas de carvão. A primeira máquina operacional foi construída na Inglaterra por Thomas Newcomen em 1712. Essa máquina fornece uma potência útil de $4{,}0 \cdot 10^3$ W utilizando o próprio carvão das minas como combustível. A queima de 1 kg de carvão fornece $3{,}0 \cdot 10^7$ J de energia.
A potência útil da máquina de Newcomen correspondia a somente 1% da potência recebida da queima de carvão. Calcule, em kg, o consumo de carvão dessa máquina em 24 h de funcionamento.

124 (Vunesp-SP) Num lugar onde $g = 9{,}8\ m/s^2$, um corpo metálico de massa m = 2,0 kg cai de 209 m de altura. Supondo que todo o calor produzido no impacto permaneça no corpo, e sabendo que sua temperatura se elevou em 10 °C, qual é, aproximadamente, o calor específico do material do corpo, em cal/g °C?
Dado: 1 cal = 4,18 J

125 (EEM-SP) Numa piscina de 10 m de comprimento, 5 m de largura e 2 m de profundidade, 7 nadadores disputam uma competição, nadando vigorosamente com potência individual P = 500 W. Durante 12 minutos de competição, qual o trabalho total produzido pelos nadadores e a elevação de temperatura da piscina, supondo que nenhum calor da água seja perdido?
Adote: 1 cal = 4,2 J;
calor específico sensível da água: c = 1,0 cal/g °C;
densidade da água: $\mu = 1{,}0\ g/cm^3$.

126 (IME-RJ) Um projétil de liga de chumbo de 10 g é disparado de uma arma com velocidade de 600 m/s e atinge um bloco de aço rígido, deformando-se. Considere que, após o impacto, nenhum calor é transferido do projétil para o bloco. Calcule a temperatura do projétil depois do impacto.
Dados: temperatura inicial do projétil: 27 °C;
temperatura de fusão da liga: 327 °C;
calor de fusão da liga: 20000 J/kg;
calor específico da liga no estado sólido: 120 J/kg °C;
calor específico da liga no estado líquido: 124 J/kg °C.

127 (Unirio-RJ) Um operário precisa encravar um grande prego de ferro em um pedaço de madeira. Percebe, então, que, depois de algumas marteladas, a temperatura do prego aumenta, pois, durante os golpes, parte da energia cinética do martelo é transferida para o prego sob a forma de calor. A massa do prego é de 40 g, e a do martelo, de 1,0 kg. Sabe-se que o calor específico do ferro é de 0,11 cal/g °C. Admita que a velocidade com que o martelo golpeia o prego é sempre de 4,0 m/s e que, durante os golpes, apenas $\frac{1}{4}$ da energia cinética do martelo é transferida ao prego sob forma de calor. Admita também que 1 cal ≃ 4 J. Desprezando-se as trocas de calor entre a madeira e o prego e entre este e o ambiente, é correto afirmar que o número de marteladas dadas para que a temperatura do prego aumente em 5 °C é de:
a) 176. b) 88. c) 66. d) 44. e) 22.

128 (Fuvest-SP) No estado de São Paulo, cuja área é de $2{,}5 \cdot 10^5\ km^2$, incidem sobre cada cm^2, em média, 250 cal/dia de energia solar. O consumo brasileiro de petróleo destinado à geração de calor é de 10^5 barris por dia, equivalente a $1{,}6 \cdot 10^{14}$ cal/dia. Seria, então, interessante tentar obter esse calor a partir da energia solar, captada por meio de coletores. Se a eficiência dos coletores fosse 100%, aproximadamente que fração percentual da área de São Paulo deveria ser recoberta por coletores solares, para fornecer aquela mesma quantidade de energia?

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

129 O rendimento real de um motor a gasolina está entre 20% e 25%. As perdas mecânicas e térmicas desse motor atingem de 75% a 80% da energia liberada pelo combustível. As perdas térmicas, calor trocado com o ambiente pelo sistema de refrigeração, atingem 30%. Outros 35% acompanham os gases expelidos ainda a altas temperaturas e mais 10% são perdas mecânicas, devido ao atrito das superfícies metálicas e à inércia do pistão.
O rendimento de uma máquina térmica é definido pela razão entre a energia mecânica obtida (por meio do trabalho) e a energia total fornecida pela explosão do combustível:

$$\eta = \frac{\tau}{Q}$$

Um dos procedimentos usados para elevar o rendimento de um motor a explosão é aumentar a razão entre o volume máximo e o mínimo que a mistura ocupa dentro do cilindro. Essa relação depende do combustível utilizado. Nos motores a gasolina, o volume máximo é oito vezes maior que o mínimo, isto é, a sua taxa de compressão é de 8 : 1; nos motores a álcool, essa taxa é de 12 : 1, e, nos motores a *diesel*, é de 18 : 1. Assim, quanto mais diminuímos o volume mínimo, maior será a taxa de compressão e o rendimento. No entanto, esse volume mínimo tem seu limite, pois o combustível pode explodir mesmo sem faísca, quando muito comprimido. Por isso, acrescenta-se ao combustível um antidetonante – que no caso da gasolina é o álcool anidro.

A alternativa correta, com base no texto anterior, é:
a) Num motor a explosão, as maiores perdas são mecânicas, devido ao atrito entre as superfícies metálicas.
b) Dos combustíveis citados, o álcool não precisa de antidetonante, pois ele próprio é antidetonante.
c) O álcool anidro é misturado à gasolina para aumentar o rendimento do motor.
d) Um motor a explosão pode ter um rendimento muito próximo de 100%.
e) A maior taxa de compressão ocorre nos motores a *diesel* (18 : 1). Assim, dos combustíveis citados, o *diesel* é o que apresenta maior rendimento.

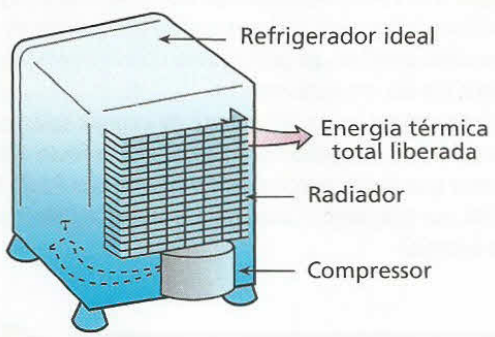
Sérgio Dorta Jr./The Next

Nos motores dos automóveis a taxa de compressão do diesel é de 18 : 1; a da gasolina é de 8 : 1 e a do álcool, de 12 : 1.

130 Um dos aparelhos indispensáveis em uma residência é a geladeira. A refrigeração do seu interior é feita de forma não-espontânea. Retira-se energia térmica da parte interna e transfere-se essa energia para o ambiente da cozinha. A transferência de energia térmica só é espontânea quando o calor transita no sentido de temperaturas decrescentes.
Na parte interna da geladeira, há o congelador, no qual, normalmente, a substância freon se vaporiza a baixa pressão, absorvendo energia térmica. O freon, no estado gasoso, expande-se até o radiador (serpentina traseira), no qual, sob alta pressão, se condensa, liberando energia térmica para o meio externo. A pressão do freon é aumentada no radiador devido a um compressor e diminuída no congelador devido a uma válvula.
A eficiência ε de uma geladeira é determinada pela razão entre a energia térmica **Q** que é retirada do seu congelador e o trabalho τ que o compressor teve de realizar.

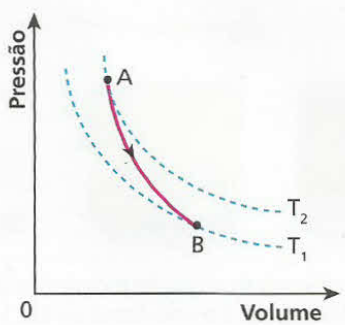
$$\varepsilon = \frac{Q}{\tau}$$

A energia térmica que o radiador transfere para o ambiente é a soma da energia térmica retirada do congelador com o trabalho realizado pelo compressor.
O desenho representa uma geladeira doméstica:



Considere uma geladeira ideal cujo compressor tenha potência útil igual a 5,0 kW.
Se, durante cada minuto de funcionamento desse compressor, o radiador (serpentina traseira) transfere para o meio ambiente $4{,}5 \cdot 10^5$ J de energia térmica, a eficiência do refrigerador é igual a:
a) 33%.
b) 50%.
c) 67%.
d) 75%.
e) 100%.

131 O gráfico mostra uma expansão adiabática de 1 mol de gás ideal monoatômico, entre as isotermas $T_2 = 127$ °C e $T_1 = 27$ °C.
Para a constante universal dos gases perfeitos **R**, use o valor 2 cal/mol K.
Sabe-se ainda que o calor específico molar a pressão constante desse gás vale 5 cal/mol K.



Determine:
a) o trabalho realizado pelo gás durante a expansão adiabática;
b) o valor do expoente de Poisson (γ);
c) o valor do calor específico molar a volume constante do gás.

132 (UFF-RJ) Considere 4 mols de um gás ideal, inicialmente a 2 °C de temperatura e 8,20 atm de pressão, que se submete ao seguinte ciclo de transformações:
1ª) compressão isotérmica, cedendo 860 J de calor, até o volume de 10 L;
2ª) aquecimento isobárico até a temperatura de 57 °C;
3ª) despressurização isovolumétrica até a pressão de 8,20 atm;
4ª) resfriamento isobárico até retornar às condições iniciais.
a) Represente este ciclo, em um gráfico **p** (atm) × **V** (ℓ), indicando os valores de **p**, **V** e **T** ao final de cada uma das transformações dadas acima.
b) Calcule o trabalho realizado pelo gás no ciclo, em joules.
c) Calcule o calor absorvido pelo gás no ciclo, em joules.
d) Calcule a potência, em watts, de um motor que realiza 10 desses ciclos por segundo.
Dados: R (constante dos gases) = 0,082 atm ℓ/mol K;
1 atm = 10^5 Pa;
0 °C = 273 K.

133 (Olimpíada Brasileira de Física) Imagine que o seguinte processo termodinâmico ocorra espontaneamente: uma sala de aula, fechada e isolada termicamente do ambiente externo, encontra-se inicialmente a uma temperatura T_0, pressão p_0 e contém ar homogeneamente distribuído por todo o seu volume V_0. De repente, as moléculas constituintes do ar deslocam-se, sem realização de trabalho, passando a ocupar apenas uma pequena parte, $V_f = \frac{V_0}{1\,000}$, do volume total da sala.
A pressão final do ar não é conhecida. Considere que o ar da sala é constituído por **n** mols de um gás ideal.
a) Calcule a temperatura final do ar da sala de aula.
b) Calcule a variação da entropia total do ar da sala e do ambiente, considerando que o processo mencionado tenha ocorrido de forma irreversível. Com base em sua resposta, a existência desse processo é possível? Explique.
[**Dado:** A variação de entropia de **n** mols de um gás ideal durante um processo isotérmico reversível com volumes inicial e final respectivamente iguais a V_i e V_f é dada aproximadamente por $\Delta S = 2{,}3\, n\, R \log_{10} \frac{V_f}{V_i}$, em que **R** é a constante universal dos gases.]

134 (ITA-SP) Considerando um buraco negro como um sistema termodinâmico, sua energia interna **U** varia com a sua massa **M** de acordo com a famosa relação de Einstein: $\Delta U = \Delta M\, c^2$. Stephen Hawking propôs que a entropia **S** de um buraco negro depende apenas de sua massa e de algumas constantes fundamentais da natureza. Dessa forma, sabe-se que uma variação de massa acarreta uma variação de entropia dada por: $\frac{\Delta S}{\Delta M} = 8\pi\, GM \frac{k_B}{h\, c}$. Supondo que não haja realização de trabalho com a variação de massa, indique a alternativa que melhor representa a temperatura absoluta **T** do buraco negro.
a) $T = h\, c^3 / GM\, k_B$
b) $T = 8\pi M\, c^2 / k_B$
c) $T = M\, c^2 / 8\pi\, k_B$
d) $T = h\, c^3 / 8\pi\, GM\, k_B$
e) $T = 8\pi\, h\, c^3 / GM\, k_B$

Tópico 6

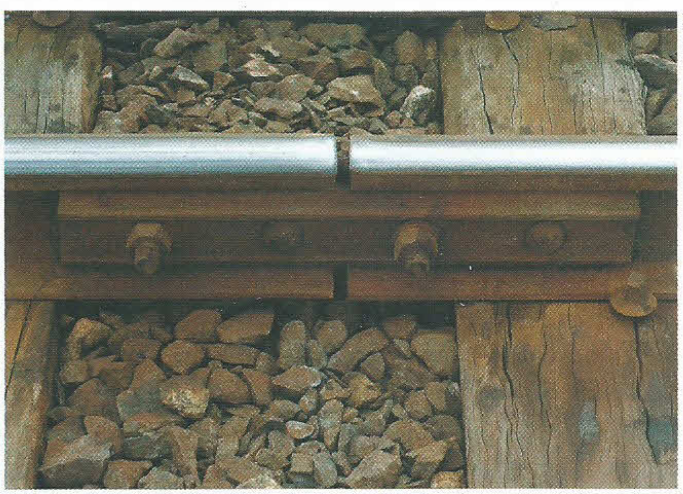
Dilatação térmica dos sólidos e dos líquidos

Bloco 1

1. Introdução

No seu dia-a-dia, você pode observar que:

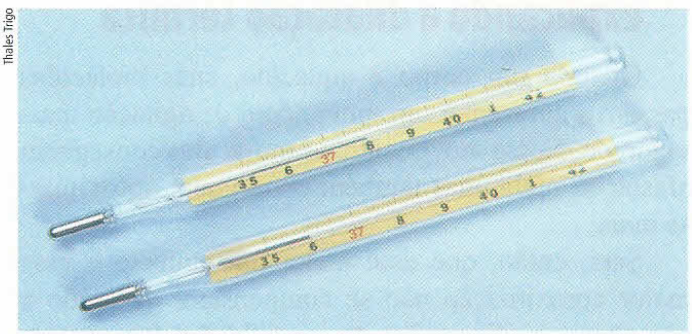
- entre trilhos consecutivos de uma estrada de ferro existe um espaçamento;


Jonny Gitti

- nas pontes e nos viadutos, de construção não muito antiga, há fendas de dilatação para possibilitar a expansão da estrutura, evitando assim o aparecimento de trincas;

Thales Trigo

- quando se mede a temperatura de uma pessoa, o nível de mercúrio do termômetro varia;


Thales Trigo

- nas quadras de esportes que ficam ao ar livre, recebendo radiação solar, o piso é feito em blocos quadrados separados por um material elástico, que possibilita a dilatação do concreto, para que não ocorram trincas.

Thales Trigo

Situações como essas são explicadas pela **dilatação térmica**.

Como vimos no Tópico 1, a temperatura está relacionada com o estado de agitação das partículas de um corpo. Um estado de agitação maior indica uma temperatura maior.

Assim, ao aquecermos um corpo, aumentamos a energia de agitação de suas partículas e, conseqüentemente, sua temperatura.

Isso, em geral, provoca um aumento nas dimensões do corpo, fenômeno denominado **dilatação térmica**. Uma diminuição de temperatura produz, em geral, uma diminuição nas dimensões do corpo, uma **contração térmica**.

Nos sólidos, observamos que o aumento ou a diminuição da temperatura provocam variações em suas dimensões lineares, bem como nas dimensões superficiais e volumétricas. Assim, no estudo da dilatação térmica dos sólidos faremos uma separação em três partes: dilatação linear, dilatação superficial e dilatação volumétrica.

Para os líquidos, estudaremos apenas a dilatação volumétrica.

2. Forças intermoleculares explicando a dilatação térmica

Quando um corpo é aquecido, suas moléculas passam a apresentar um movimento de agitação mais vigoroso. Nesse movimento, as moléculas conseguem afastar-se mais, mas também conseguem aproximar-se mais.

Será, então, que esse maior afastamento e essa maior aproximação não se compensam, de modo a não alterar as dimensões do corpo? Não! Para entender isso, recordemos como a intensidade das forças intermoleculares varia em função da distância entre as moléculas.

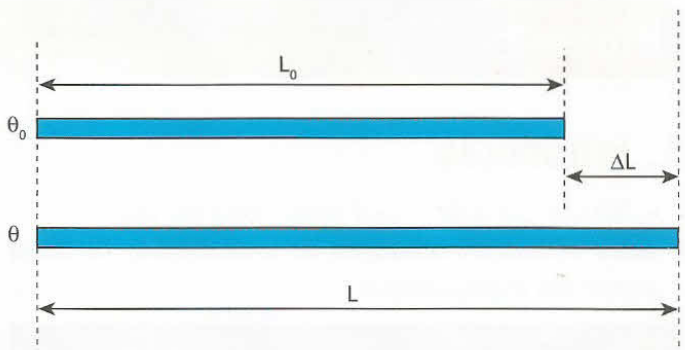
É bom lembrar que d_0 é a distância que separa as moléculas na posição de equilíbrio.

Observemos, no gráfico, que o módulo da força de repulsão, na aproximação, cresce mais depressa que o módulo da força de atração no afastamento. Conseqüentemente, a aproximação é mais dificultada que o afastamento. A ausência de simetria no gráfico mostra que ocorre um aumento da distância média entre as moléculas e a conseqüente dilatação térmica.

3. Dilatação linear dos sólidos

Para o estudo da dilatação linear dos sólidos, consideremos um fio metálico com comprimento L_0 quando a uma temperatura θ_0. Aquecendo esse fio até uma temperatura θ ($\theta > \theta_0$), observamos que seu comprimento passa a ser **L** ($L > L_0$).

É fácil compreender que, sendo o fio homogêneo, cada unidade de seu comprimento deve sofrer a mesma dilatação por unidade de variação de temperatura. Em outras palavras, todos os "centímetros" do fio devem sofrer os mesmos aumentos de comprimento, quando aquecidos igualmente.



Do exposto, podemos concluir que a variação total de comprimento ΔL sofrida pelo fio é diretamente proporcional ao seu comprimento inicial L_0. Se um fio de 10 metros, ao ser aquecido, aumenta 1 centímetro em seu comprimento, outro de mesmo material, com 20 metros, deve aumentar 2 centímetros ao sofrer a mesma variação de temperatura do primeiro.

É evidente, também, que as partículas se afastam de acordo com a variação de temperatura, isto é, para um maior aquecimento, obtém-se uma maior dilatação. Assim, ΔL é também diretamente proporcional à variação de temperatura $\Delta\theta$ sofrida pelo sólido (aproximadamente).

Vale, portanto, a relação:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

em que α é a "constante" de proporcionalidade, denominada **coeficiente de dilatação linear**. O valor de α é uma característica do material e, na prática, não é rigorosamente constante, dependendo da pressão, de eventuais tratamentos térmicos e mecânicos e, principalmente, da temperatura. Entretanto, costuma-se usar o valor médio de α entre as temperaturas inicial e final consideradas.

A unidade de α é o inverso da unidade de temperatura, como $°C^{-1}$, $°F^{-1}$ e K^{-1}, por exemplo. Tal conclusão é tirada da relação obtida anteriormente:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta\theta}$$

Basta, agora, simplificar as unidades de comprimento relativas a ΔL e a L_0 para obter a unidade de α.

É importante observar que o coeficiente de dilatação linear médio é uma característica da substância e indica sua dilatação média por unidade de comprimento, quando sofre a variação de uma unidade na temperatura.

Lembrando que $\Delta L = L - L_0$, podemos obter a expressão de **L** em função de $\Delta\theta$:

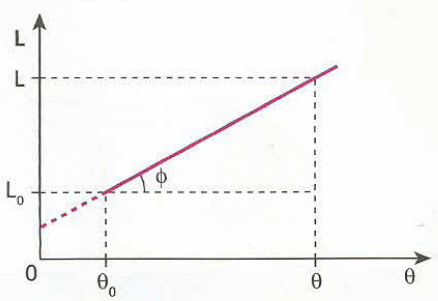
$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

$$L - L_0 = L_0 \alpha \Delta\theta$$

$$L = L_0 + L_0 \alpha \Delta\theta$$

$$\boxed{L = L_0(1 + \alpha \Delta\theta)}$$

A representação gráfica do comprimento **L** em função da temperatura θ está feita abaixo.



$$\text{tg}\,\phi = \frac{\Delta L}{\Delta\theta} = L_0\alpha$$

Observemos que o gráfico é um segmento de reta oblíquo (função do 1º grau) que não passa pela origem, já que L_0 é diferente de zero.

Notas:

- O ângulo ϕ de inclinação do gráfico está diretamente relacionado ao produto $L_0\,\alpha$, sendo que ϕ será tanto maior quanto maior for o produto $L_0\,\alpha$. De fato, como $\Delta L = L_0\,\alpha\,\Delta\theta$, para um mesmo $\Delta\theta$, ΔL será tanto maior quanto maior for $L_0\,\alpha$. Conseqüentemente, também será maior o ângulo ϕ.
- Um material é considerado **isótropo** em relação à dilatação térmica quando seu coeficiente de dilatação linear é o mesmo em qualquer direção. O vidro, por exemplo, é isótropo. Assim, se um cubo de vidro for aquecido de modo que em todos os seus pontos ocorra a mesma variação de temperatura, ele se dilatará mantendo sua forma cúbica.
- Quando o coeficiente de dilatação linear (α) de um material for diferente em diferentes direções, esse material será considerado **anisótropo** em relação à dilatação térmica.
- Salvo declaração em contrário, admitiremos todos os materiais isótropos na dilatação.

A tabela a seguir fornece os coeficientes de dilatação linear (α) de alguns sólidos:

Substância	α em $°C^{-1}$
Zinco	$26 \cdot 10^{-6}$
Alumínio	$24 \cdot 10^{-6}$
Latão	$20 \cdot 10^{-6}$
Prata	$19 \cdot 10^{-6}$
Bronze	$18 \cdot 10^{-6}$
Cobre	$16 \cdot 10^{-6}$
Ouro	$14 \cdot 10^{-6}$
Ferro	$13 \cdot 10^{-6}$
Concreto	$12 \cdot 10^{-6}$
Platina	$9 \cdot 10^{-6}$
Vidro comum	$8 \cdot 10^{-6}$
Vidro pirex	$4 \cdot 10^{-6}$
Porcelana	$3 \cdot 10^{-6}$
Invar	$1 \cdot 10^{-6}$

LEITURA

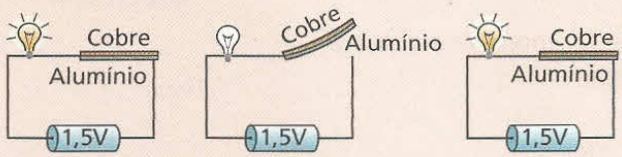
Lâminas bimetálicas

Você já deve ter visto uma árvore de Natal enfeitada com muitas lâmpadas pisca-pisca. Também já deve ter notado que de tempos em tempos a geladeira se desliga automaticamente, voltando a funcionar após alguns minutos.

Nessas duas situações, é uma lâmina bimetálica que liga e desliga os circuitos elétricos.

A lâmina bimetálica é constituída de duas lâminas de materiais diferentes "coladas" uma à outra, que inicialmente possuem comprimentos iguais. Quando a corrente elétrica passa pela lâmina bimetálica, ela se aquece, o que provoca dilatações diferentes nos metais. Por exemplo, se usássemos alumínio ($\alpha = 24 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$) em uma das faces e cobre ($\alpha = 16 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$) na outra, teríamos uma dilatação maior para o alumínio. A lâmina iria se encurvar, e o alumínio ficaria na face convexa. Isso seria suficiente para interromper a corrente elétrica, apagando as lâmpadas ou desligando a geladeira.

Após algum tempo, a lâmina esfria, diminuindo de tamanho devido à contração térmica. O metal que se dilata mais ao ser aquecido é aquele que se contrai mais ao ser esfriado. Ao voltar ao comprimento inicial, a lâmina fecha o circuito, que volta a ser percorrido por corrente elétrica, até que um novo aquecimento provoque curvatura na lâmina.



FAÇA VOCÊ MESMO

Pegue uma folha que tenha uma face de alumínio e outra de papel. Folhas como essa você encontra em algumas embalagens de bombons. Recorte uma tira retangular e alise-a de modo a ficar razoavelmente plana.

Segurando com um prendedor de roupa a tira horizontalmente **com a face de alumínio voltada para baixo**, aproxime-a da chama de uma vela com cuidado.

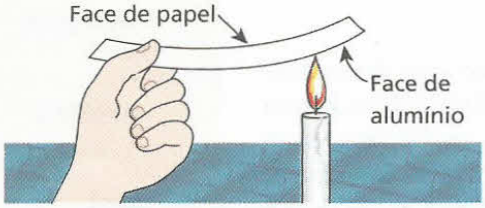
Você observará a tira se encurvar, voltando a concavidade para cima.

Qual a explicação para esse comportamento?

▶ **ATENÇÃO!**
Este experimento envolve fogo.

O coeficiente de dilatação do alumínio é bem maior que o do papel. Assim, como no início o comprimento da face de papel é igual ao da face de alumínio, para o mesmo aquecimento, o alumínio sofre dilatação maior, e a tira se encurva.

Observe que, após a dilatação, a face de alumínio fica ligeiramente mais comprida que a do papel na tira encurvada.



EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 Uma dona de casa resolveu fazer uma salada para o jantar, mas não conseguiu abrir o frasco de palmito, que tem tampa metálica. Porém, lembrando-se de suas aulas de Física, ela mergulhou a tampa da embalagem em água quente durante alguns segundos e percebeu que ela abriu facilmente. Isso provavelmente ocorreu porque:

a) reduziu-se a força de coesão entre as moléculas do metal e do vidro;
b) reduziu-se a pressão do ar no interior do recipiente;
c) houve redução da tensão superficial existente entre o vidro e o metal;
d) o coeficiente de dilatação do metal é maior que o do vidro;
e) o coeficiente de dilatação do vidro é maior que o do metal.

2 Você já deve ter observado em sua casa que o vidro pirex é mais resistente que o vidro comum às variações de temperatura. Se colocarmos água fervente em um copo de vidro comum, ele trinca, mas isso não acontece com o vidro pirex. A explicação para isso é que:

a) o calor específico do pirex é menor que o do vidro comum;
b) o calor específico do pirex é maior que o do vidro comum;
c) para aquecimentos iguais, o vidro comum sofre maior variação de temperatura;
d) o coeficiente de dilatação do vidro comum é menor que o do vidro pirex;
e) o coeficiente de dilatação do vidro comum é maior que o do vidro pirex.

3 **E.R.** Uma barra de cobre, homogênea e uniforme, mede 20 m, a 0 °C. Calcule a variação do comprimento dessa barra, em milímetros, quando aquecida a 50 °C.
Dado: coeficiente de dilatação linear do cobre = $1{,}6 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

Resolução:
Usando a **equação da dilatação linear**, temos:

$$\Delta L = L_0\, \alpha\, \Delta\theta$$

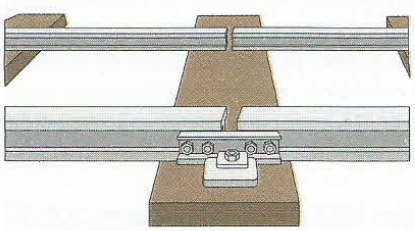
Substituindo os valores fornecidos, vem:

$$\Delta L = 20 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot (50 - 0)$$

$$\Delta L = 0{,}016\ m = 16\ mm$$

$$\boxed{\Delta L = 16\ mm}$$

4 Um estudante ouviu de um antigo engenheiro de uma estrada de ferro que os trilhos de 10 m de comprimento haviam sido fixados ao chão num dia em que a temperatura era de 10 °C. No dia seguinte, em uma aula de Geografia, ele ouviu que, naquela cidade, a maior temperatura que um objeto de metal atingiu, exposto ao Sol, foi 50 °C.



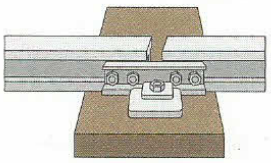
O espaço entre os trilhos possibilita sua dilatação

Com essas informações, o estudante resolveu calcular a distância mínima entre dois trilhos de trem. Que valor ele encontrou?
Dado: coeficiente de dilatação linear do aço = $1{,}1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

5 Uma régua de alumínio tem comprimento de 200,0 cm a 20 °C. Qual o valor, em centímetros, do seu comprimento a 60 °C?
Dado: coeficiente de dilatação linear do alumínio = $2{,}5 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$

6 À temperatura de 0 °C, um fio de cobre mede 100,000 m. Seu comprimento passa a ser de 100,068 m quando a temperatura atinge 40 °C. Qual o valor do coeficiente de dilatação linear do cobre?

7 (Uepa – mod.) Os trilhos de trem, normalmente de 20 m de comprimento, são colocados de modo a manter entre duas pontas consecutivas uma pequena folga chamada junta de dilatação. Isso evita que eles se espremam, sofrendo deformações devido à ação do calor nos dias quentes.



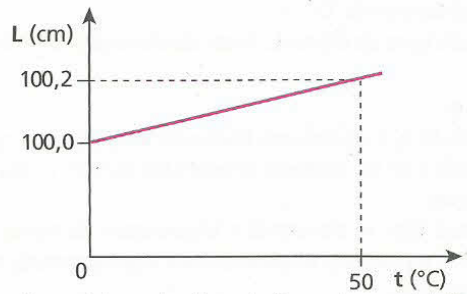
Considere que uma variação de temperatura da noite para o (meio) dia possa chegar a (aproximadamente) 25 °C, fazendo-os dilatar cerca de 5 mm. Neste caso, qual o valor do coeficiente de dilatação linear do material de que é feito o trilho?

8 (UEL-PR) Uma barra metálica, inicialmente à temperatura de 20 °C, é aquecida até 260 °C e sofre uma dilatação igual a 0,6% de seu comprimento inicial. Qual o coeficiente de dilatação linear médio do metal nesse intervalo de temperatura?

9 Um fio de cobre, com 1,000 m de comprimento a 20 °C, foi colocado em um forno, dilatando-se até atingir 1 012 mm. Qual é a temperatura do forno, suposta constante?
Dado: coeficiente de dilatação linear do cobre = $1{,}6 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

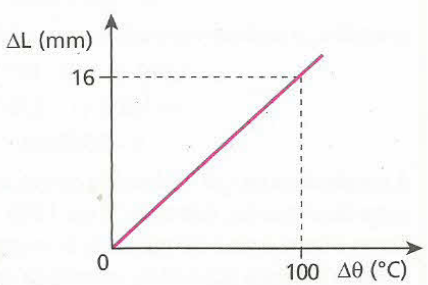
10 Uma barra metálica de coeficiente de dilatação linear médio de $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ a 20 °C é colocada no interior de um forno. Após a barra ter atingido o equilíbrio térmico, verifica-se que seu comprimento é 1% maior. Qual a temperatura do forno?

11 A figura abaixo representa o comprimento de uma barra metálica em função de sua temperatura.

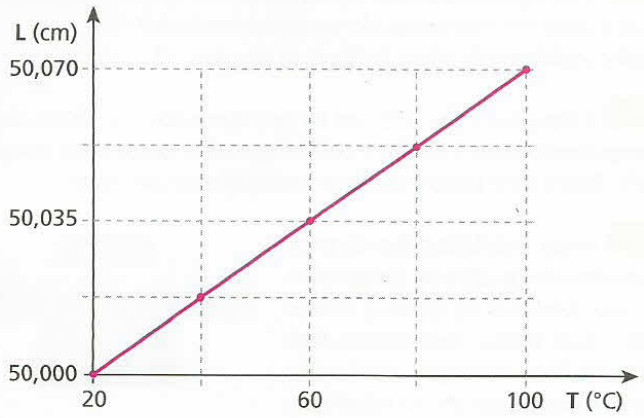


Qual o valor do coeficiente de dilatação linear do material dessa barra?

12 O diagrama ao lado mostra a variação ΔL sofrida por uma barra metálica de comprimento inicial igual a 10 m em função da variação de temperatura $\Delta\theta$. Qual o valor do coeficiente de dilatação linear do material dessa barra?



13 (Unilasalle) Em uma experiência para medir o coeficiente de dilatação linear médio de um pedaço de metal desconhecido, obteve-se o seguinte gráfico do comprimento em função da temperatura:



Abaixo segue uma tabela com os coeficientes de dilatação linear média, α, para alguns metais:

Metal	α ($°C^{-1}$)
Aço	$11 \cdot 10^{-6}$
Ouro	$14{,}3 \cdot 10^{-6}$
Cobre	$17{,}0 \cdot 10^{-6}$
Alumínio	$23{,}0 \cdot 10^{-6}$
Chumbo	$29{,}0 \cdot 10^{-6}$

Calculando-se o coeficiente de dilatação linear α a partir dos dados experimentais (gráfico), inferimos que o metal em questão se trata provavelmente do:

a) chumbo;
b) alumínio;
c) cobre;
d) ouro;
e) aço.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

14 (Olimpíada Paulista de Física) É muito comum acontecer, quando copos iguais são empilhados colocando-se um dentro do outro, de dois deles ficarem emperrados, tornando-se difícil separá-los. Considerando o efeito da dilatação térmica, pode-se afirmar que é possível retirar um copo de dentro do outro se:

a) os copos emperrados forem mergulhados em água bem quente.
b) no copo interno for despejada água quente e o copo externo for mergulhado em água bem fria.
c) os copos emperrados forem mergulhados em água bem fria.
d) no copo interno for despejada água fria e o copo externo for mergulhado em água bem quente.
e) não é possível separar os dois copos emperrados considerando o efeito da dilatação térmica.

15 **E.R.** Uma trena de alumínio foi graduada corretamente a uma temperatura de 30 °C, quando seu comprimento total apresentou 50,000 m. Essa trena possui graduação até o milímetro. Qual a máxima distância que a trena é capaz de medir, num local onde a temperatura ambiente é –20 °C?

Dado: coeficiente de dilatação linear do alumínio = $24 \cdot 10^{-6}$ $°C^{-1}$

Resolução:

Chamemos de u_0 a unidade em metros na temperatura a que a trena foi graduada e de **u** a unidade, também em metros, a uma temperatura qualquer.

Observemos que, se elevarmos a temperatura da trena, ela se dilatará e $u > u_0$; porém, se diminuirmos a temperatura, a trena se contrairá e $u < u_0$.

Usando a expressão da dilatação linear:

$$u = u_0(1 + \alpha\Delta\theta)$$

e sendo u_0 a unidade correta (seu valor é 1,000 m), temos:

$$u = 1{,}000 \cdot [1 + 24 \cdot 10^{-6}(-50)]$$

$$u = 1{,}000 \cdot [1 - 0{,}0012]$$

$$u = 0{,}9988 \text{ m}$$

À temperatura de –20 °C, devido à contração do alumínio, a distância entre duas marcas, que a 30 °C era 1,000 m, passa a ser 0,9988 m. Como a trena possui 50 intervalos de metro, podemos afirmar que a máxima distância possível de ser medida com essa trena, a –20 °C, é:

$$Z = 50u = 50 \cdot 0{,}9988$$

$$\boxed{Z = 49{,}94 \text{ m}}$$

16 (Mack-SP) Num laboratório, um aluno aquece de 50 °C uma barra metálica de comprimento inicial 80 cm, observando que o seu comprimento aumenta de 0,8 mm. Fazendo os cálculos, ele conclui que o coeficiente de dilatação linear do material da barra vale:

a) $5 \cdot 10^{-5}$ $°C^{-1}$.
b) $4 \cdot 10^{-5}$ $°C^{-1}$.
c) $3 \cdot 10^{-5}$ $°C^{-1}$.
d) $2 \cdot 10^{-5}$ $°C^{-1}$.
e) $1 \cdot 10^{-5}$ $°C^{-1}$.

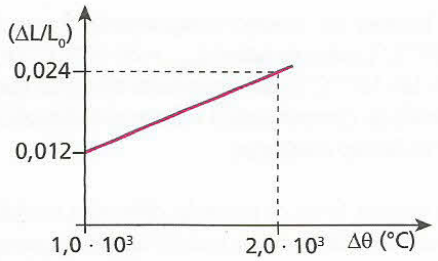
17 (Unisa-SP) Uma linha férrea tem 300 km de extensão no inverno, quando a temperatura é –5 °C. Porém, no verão, a temperatura chega a 25 °C. Se os trilhos são construídos de um material de coeficiente de dilatação linear $\alpha = 10^{-5}$ $°C^{-1}$, qual é a variação de comprimento que os trilhos sofrem na sua extensão?

a) 10 m.
b) 20 m.
c) 90 m.
d) 150 m.
e) 200 m.

18 Sabendo que o coeficiente de dilatação linear médio do concreto é $12 \cdot 10^{-6}$ $°C^{-1}$, estime a variação anual da altura de um prédio de 10 andares em uma cidade do litoral de São Paulo, uma região temperada, devido à variação de temperatura entre o inverno e o verão.

19 Kevin, um engenheiro americano, foi convidado para projetar sobre um rio uma ponte metálica com 2,0 km de comprimento. Nessa região, a amplitude anual de temperaturas vai de aproximadamente –40 °F até 110 °F. O coeficiente de dilatação linear do material da ponte é $12 \cdot 10^{-6}$ $°C^{-1}$. Considerando os efeitos de contração e expansão térmica do metal da ponte, qual a máxima variação esperada em sua extensão?

20 (UFBA) Uma barra tem 100,0 cm de comprimento, a 0 °C; quando aquecida, a razão entre o acréscimo de seu comprimento e o comprimento inicial varia com a temperatura de acordo com o gráfico a seguir. Quando a temperatura atingir 1 500 °C, qual será o comprimento da barra?



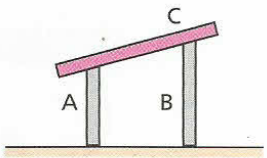
21 (UFPI) A diferença entre os comprimentos de duas barras metálicas se mantém constante, em 80,0 cm, num intervalo de temperatura em que vale a aproximação linear para a dilatação. Os coeficientes de dilatação linear associados às barras são $3{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. Assim, podemos dizer que, à temperatura inicial, as barras mediam:

a) 2,4 m e 1,6 m.
b) 2,5 m e 1,7 m.
c) 3,2 m e 2,4 m.
d) 4,0 m e 3,2 m.
e) 4,4 m e 3,6 m.

22 (Mack-SP) Duas barras **A** e **B** de mesmo material têm a 0 °C comprimentos tais que $\ell_{0_A} / \ell_{0_B} = 0{,}75$. Essas barras foram colocadas em um forno e, após entrarem em equilíbrio térmico com ele, verificou-se que a barra **A** aumentou seu comprimento em 0,3 cm. O aumento do comprimento da barra **B** foi de:

a) 0,40 cm.
b) 0,35 cm.
c) 0,30 cm.
d) 0,25 cm.
e) 0,20 cm.

23 **E.R.** (FEI-SP – mod.) As barras **A** e **B** da figura têm, respectivamente, 1 000 mm e 1 001 mm de comprimento a 20 °C. Seus coeficientes de dilatação linear são:
$\alpha_A = 3{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $\alpha_B = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.



Qual é a temperatura em que a barra **C** ficará na posição horizontal?

Resolução:
Quando a barra **C** estiver na horizontal, os comprimentos das barras **A** e **B** serão iguais:

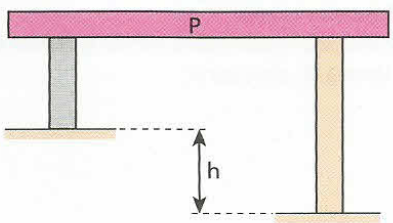
$$L_A = L_B$$

Como: $L = L_0 (1 + \alpha\, \Delta\theta)$,
temos: $L_{0_A} (1 + \alpha_A\, \Delta\theta) = L_{0_B} (1 + \alpha_B\, \Delta\theta)$

$$1\,000 \cdot (1 + 3{,}0 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta) = 1\,001 \cdot (1 + 1{,}0 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta)$$
$$1\,000 + 3000 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta = 1\,001 + 1\,001 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta$$
$$1999 \cdot 10^{-5}\, \Delta\theta = 1$$
$$\Delta\theta \simeq 50\ °C$$
$$\theta - 20 \simeq 50$$

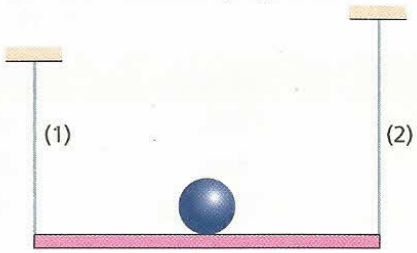
$$\boxed{\theta \simeq 70\ °C}$$

24 Uma plataforma **P** foi apoiada em duas colunas, conforme a figura a seguir:



Devido a um desnível do terreno, para manter a plataforma sempre na horizontal a qualquer temperatura, foi preciso fazer uma das colunas de concreto e a outra de ferro. Qual o valor do desnível **h**, sabendo-se que a maior coluna é de concreto e mede 7,8 m a 0 °C?
Dados: $\alpha_{concreto} = 12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$;
$\alpha_{ferro} = 13 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$.

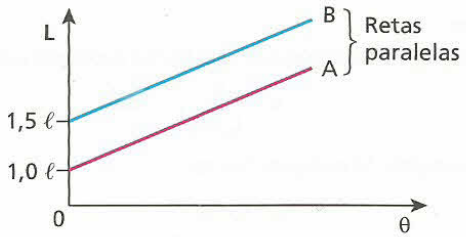
25 A figura mostra uma pequena esfera em repouso sobre a barra horizontal, sustentada por dois fios metálicos de materiais diferentes 1 e 2, de comprimentos desiguais L_1 e L_2, a 0 °C.



Sendo α_1 e α_2 os respectivos coeficientes de dilatação lineares dos fios (1) e (2), qual das relações a seguir representa a condição para que a bola continue equilibrada sobre a barra, ao variar a temperatura?

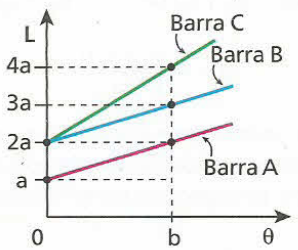
a) $\alpha_1 = \alpha_2$
b) $\alpha_1 L_1 = \alpha_2 L_2$
c) $\alpha_1 L_2 = \alpha_2 L_1$
d) $L_1 L_2 = \alpha_1 \alpha_2$
e) $L_2 = L_1 \alpha_1 \alpha_2$

26 Estão representados, a seguir, os comprimentos de duas barras **A** e **B** em função da temperatura:



Determine a razão entre os coeficientes de dilatação linear dessas barras.

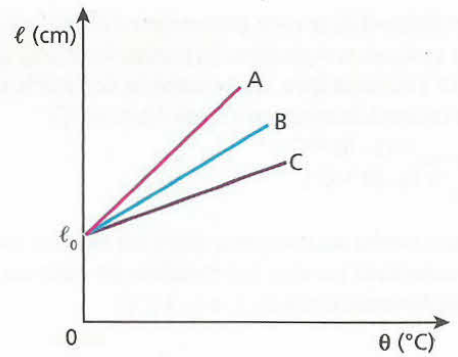
27 Considere três barras metálicas homogêneas **A**, **B** e **C**. O gráfico a seguir representa o comprimento das barras em função da temperatura.



Os coeficientes de dilatação linear das barras **A**, **B** e **C** valem, respectivamente, α_A, α_B e α_C.
A relação entre α_A, α_B e α_C é:

a) $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C$.
b) $\alpha_A = \alpha_B = \frac{\alpha_C}{2}$.
c) $\alpha_A = \alpha_B = 2\alpha_C$.
d) $\alpha_A = \alpha_C = 2\alpha_B$.
e) $\alpha_A = \alpha_C = \frac{\alpha_B}{2}$.

28 O gráfico da figura a seguir mostra a dilatação térmica de três barras metálicas, feitas de alumínio (Aℓ), ferro (Fe) e chumbo (Pb). O aquecimento é feito a partir de 0 °C, e elas possuem o mesmo comprimento inicial. A tabela mostra também alguns dados numéricos referentes ao processo.



	Δℓ (cm)	Δθ (°C)
Fe	0,60	500
Aℓ	0,46	200
Pb	0,27	100

As letras **A**, **B** e **C** representam, respectivamente, as substâncias:

a) Pb, Aℓ, Fe;
b) Aℓ, Pb, Fe;
c) Fe, Pb, Aℓ;
d) Aℓ, Fe, Pb;
e) Fe, Aℓ, Pb.

29 **E.R.** Duas barras **A** e **B**, de coeficientes de dilatação linear α_A e α_B e comprimentos L_A e L_B, são emendadas de modo que constitua uma única barra de comprimento $(L_A + L_B)$. Qual é o coeficiente de dilatação linear dessa nova barra?

Resolução:

O coeficiente de dilatação linear de uma barra é dado pela expressão:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta\theta}$$

Num aquecimento $\Delta\theta$ qualquer, temos:

$$\Delta L_A = L_A \alpha_A \Delta\theta$$
$$\Delta L_B = L_B \alpha_B \Delta\theta$$
$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

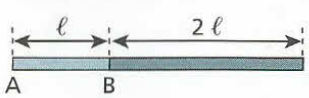
Portanto:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta\theta} = \frac{\Delta L_A + \Delta L_B}{(L_A + L_B)\Delta\theta} = \frac{L_A \alpha_A \Delta\theta + L_B \alpha_B \Delta\theta}{(L_A + L_B)\Delta\theta}$$

$$\alpha = \frac{L_A \alpha_A + L_B \alpha_B}{L_A + L_B}$$

Observemos que o coeficiente de dilatação linear dessa nova barra é a média ponderada dos coeficientes de dilatação linear das barras **A** e **B**, sendo os "pesos" os respectivos comprimentos iniciais.

30 (UEL-PR) A barra da figura é composta de dois segmentos: um de comprimento ℓ e coeficiente de dilatação linear α_A e outro de comprimento 2ℓ e coeficiente de dilatação linear α_B. Pode-se afirmar que o coeficiente de dilatação linear dessa barra, α, é igual a:



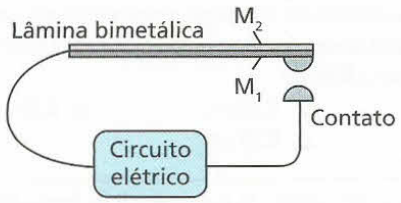
a) $\frac{\alpha_A + \alpha_B}{2}$.
b) $\frac{2\alpha_A + \alpha_B}{3}$.
c) $\frac{\alpha_A + 2\alpha_B}{3}$.
d) $\alpha_A + 2\alpha_B$.
e) $3(\alpha_A + \alpha_B)$.

31 Três bastões de mesmo comprimento ℓ, um de alumínio ($\alpha_{Al} = 24 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$), outro de latão ($\alpha_{latão} = 20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$) e o terceiro de cobre ($\alpha_{Cu} = 16 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$), são emendados de modo que constituam um único bastão de comprimento 3ℓ. Determine o coeficiente de dilatação linear do bastão resultante.

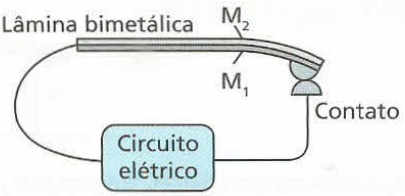
32 Duas lâminas, feitas de materiais diferentes e soldadas longitudinalmente entre si, irão se curvar quando aquecidas, porque possuem diferentes:

a) coeficientes de dilatação térmica;
b) densidades;
c) pontos de fusão;
d) capacidades térmicas;
e) massas.

33 (UFMG) Uma lâmina bimetálica é constituida de duas placas de materiais diferentes, M_1 e M_2, presas uma à outra. Essa lâmina pode ser utilizada como interruptor térmico para ligar ou desligar um circuito elétrico, como representado, esquematicamente, na figura I:



I



II

Quando a temperatura das placas aumenta, elas dilatam-se e a lâmina curva-se, fechando o circuito elétrico, como mostrado na figura II.
Esta tabela mostra o coeficiente de dilatação linear α de diferentes materiais:

Material	$\alpha\ (10^{-6} \cdot °C^{-1})$
Aço	11
Alumínio	24
Bronze	19
Cobre	17
Níquel	13

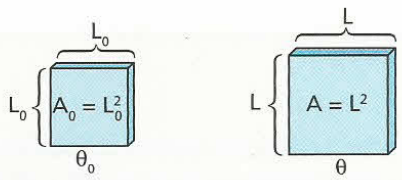
Considere que o material M_1 é cobre e o outro, M_2, deve ser escolhido entre os listados nessa tabela.
Para que o circuito seja ligado com o menor aumento de temperatura, o material da lâmina M_2 deve ser o:

a) aço.
b) alumínio.
c) bronze.
d) níquel.

Bloco 2

4. Dilatação superficial dos sólidos

Para facilitar o estudo da dilatação superficial dos sólidos, vamos considerar uma placa metálica de forma quadrada, com lado L_0, a uma temperatura θ_0 e de material cujo coeficiente de dilatação linear vale α.



Aquecendo-se a placa até uma temperatura θ ($\theta > \theta_0$), o aumento de suas dimensões lineares produz um aumento na área de sua superfície, que, no entanto, permanece quadrada.

No início, a área da placa é dada por:

$$A_0 = L_0^2 \qquad (I)$$

Após o aquecimento, tornou-se:

$$A = L^2 \qquad (II)$$

Mas podemos relacionar **L** e L_0 por:

$$L = L_0(1 + \alpha\,\Delta\theta)$$

Elevando-se ao quadrado ambos os membros da equação, temos:

$$L^2 = L_0^2(1 + \alpha\,\Delta\theta)^2 \qquad (III)$$

Substituindo (I) e (II) em (III), temos:

$$A = A_0(1 + \alpha\,\Delta\theta)^2$$

que, desenvolvendo, fica na forma:

$$A = A_0(1 + 2\alpha\,\Delta\theta + \alpha^2\,\Delta\theta^2)$$

Como a ordem de grandeza de α é 10^{-5}, ao ser elevado ao quadrado teremos 10^{-10}, que é desprezível se comparado com 10^{-5}, pois é cem mil vezes menor que 10^{-5}. É bom lembrar que $\Delta\theta$ em geral não ultrapassa a ordem de 10^3 °C, com o corpo ainda no estado sólido. Portanto, o termo $\alpha^2\,\Delta\theta^2$ é desprezível em comparação com $2\alpha\,\Delta\theta$.

Assim, a equação da dilatação superficial assume a forma aproximada:

$$A = A_0(1 + 2\alpha\,\Delta\theta)$$

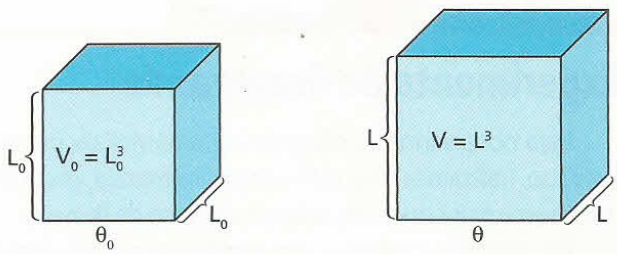
Fazendo-se $2\alpha = \beta$, que chamaremos de **coeficiente de dilatação superficial** do material, segue que:

$$A = A_0(1 + \beta\,\Delta\theta) \quad \text{ou} \quad \Delta A = A_0\,\beta\,\Delta\theta$$

Essa equação pode ser usada para a dilatação superficial, mesmo que a superfície em questão não seja quadrada, podendo ser retangular, circular ou de qualquer outra forma.

5. Dilatação volumétrica dos sólidos

Também aqui, para facilitar o entendimento, consideraremos um sólido de forma particular: um cubo. Depois, generalizaremos para as demais formas dos sólidos.



Assim, vamos considerar um cubo metálico de aresta L_0, à temperatura θ_0 e feito de um material de coeficiente de dilatação linear igual a α.

Aquecendo-se esse cubo até uma temperatura θ ($\theta > \theta_0$), o aumento das suas dimensões lineares provoca, também, um aumento no seu volume. No entanto, o sólido continua com forma cúbica.

No início, o volume do cubo é dado por:

$$V_0 = L_0^3 \qquad (I)$$

Após o aquecimento, passa a ser **V**, tal que:

$$V = L^3 \qquad (II)$$

Elevando os dois membros da equação da dilatação linear ao cubo, temos:

$$L^3 = L_0^3\,(1 + \alpha\,\Delta\theta)^3 \qquad (III)$$

Substituindo (I) e (II) em (III), temos:

$$V = V_0(1 + \alpha\,\Delta\theta)^3$$

Desenvolvendo o binômio, temos:

$$V = V_0(1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot \alpha\,\Delta\theta + 3 \cdot 1 \cdot \alpha^2\,\Delta\theta^2 + \alpha^3\,\Delta\theta^3)$$

Pelo já exposto no item anterior, $3\alpha^2\,\Delta\theta^2$ e $\alpha^3\,\Delta\theta^3$ são desprezíveis em comparação com $3\alpha\,\Delta\theta$. Assim, a relação passa a ter a forma aproximada:

$$V = V_0(1 + 3\alpha\,\Delta\theta)$$

Fazendo-se $3\alpha = \gamma$, que chamaremos de **coeficiente de dilatação volumétrica** ou **cúbica** do material, segue que:

$$V = V_0(1 + \gamma\,\Delta\theta) \quad \text{ou} \quad \Delta V = V_0\,\gamma\,\Delta\theta$$

A relação entre os coeficientes de dilatação é dada por:

$$\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

Da mesma forma que na dilatação superficial, a equação da dilatação volumétrica é válida para todos os sólidos, quaisquer que sejam suas formas.

Se o sólido em questão possuir uma cavidade, com o aquecimento ela se dilatará, como se estivesse preenchida pela substância de que é constituído o sólido. Portanto, o volume interno de um frasco de vidro irá variar, no aquecimento ou no resfriamento, como se fosse um bloco maciço de vidro. O mesmo ocorre com uma placa que tenha um orifício, que se dilatará ou se contrairá junto da placa, no aquecimento e no resfriamento, como se estivesse preenchido do mesmo material da placa.

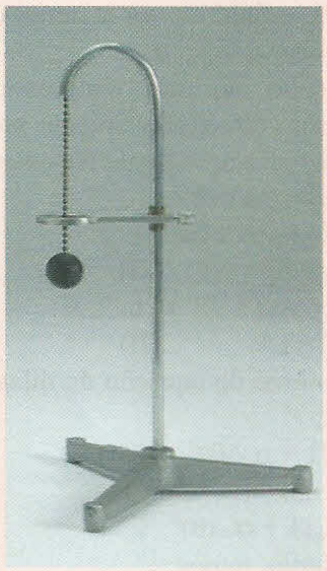
LEITURA

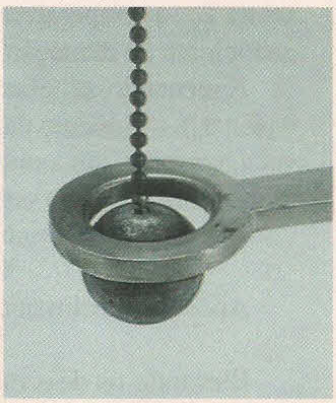
Experimento de Gravezande

Para observarmos a dilatação volumétrica de um corpo, podemos repetir o clássico experimento de Gravezande. Para isso, utilizamos uma esfera metálica maciça, presa na extremidade de uma corrente, um anel metálico de diâmetro um pouco maior que o da esfera e um bico de Bunsen.

Aquecemos a esfera e, em seguida, tentamos fazê-la atravessar o anel. Vamos observar que, devido à dilatação térmica, isso será impossível, pois o diâmetro da esfera ficou maior que o diâmetro interno do anel.

Fotos: Thales Trigo





Antes de ser aquecida, a esfera passa folgadamente pelo anel, já que seu diâmetro é menor que o diâmetro interno do anel.

Com o aquecimento, a esfera dilata-se e seu diâmetro aumenta, o que a impede de passar pelo anel.

A dilatação térmica em nossa vida

Você já deve ter observado no seu dia-a-dia algumas situações que envolvem a dilatação térmica. Por exemplo, se uma porção de chá muito quente é colocada no interior de um copo de vidro comum, ele pode trincar. Isso ocorre porque a parte interna do copo é aquecida e se dilata. Como o vidro é péssimo condutor de calor, a face externa do copo demora para ser aquecida. É essa diferença de dilatação entre as partes interna e externa que provoca o trincamento do vidro.

Nas calçadas de cimento, um pedreiro sempre deve dividir o espaço usando ripas de madeira, pois, se a superfície for grande, com o tempo irá apresentar rachaduras, devido à dilatação do concreto. Nas quadras esportivas com piso de cimento também há juntas de dilatação. É comum lajes de concreto apresentarem infiltrações. Isso ocorre porque a laje sofre dilatação quando a temperatura aumenta e contração quando a temperatura diminui. Podem surgir fissuras na laje, por onde a água entra quando chove.

Thales Trigo

Nas pontes e nos viadutos, devem ser previstas fendas de dilatação para que a estrutura possa dilatar-se quando a temperatura aumenta.

Nem todas as pessoas sabem que líquidos muito gelados e comida muito quente podem provocar sérios danos aos dentes. Como os materiais usados nas obturações e os dentes possuem coeficientes de dilatação diferentes, nas variações de temperatura a dilatação ocorre de forma diversa. Se o material da obturação dilatar mais, poderá ocorrer quebra do dente, se dilatar menos irá se afastar do dente, provocando infiltrações e, conseqüentemente, cáries.

Nas ferrovias, é deixado um pequeno espaço entre dois trilhos consecutivos para permitir sua expansão térmica. Na fotografia da direita, você pode observar que um grande aumento de temperatura – nesse caso provocado por um incêndio na vegetação próxima à ferrovia – distorceu os trilhos, impossibilitando a passagem dos trens.

Thales Trigo

As divisões de madeira permitem a dilatação das placas de concreto.

Silvana Mattos

As obturações metálicas se expandem e se contraem mais do que os dentes. Isso pode provocar fraturas ou infiltrações, quando são ingeridos líquidos muito gelados ou comidas muito quentes.

Reprodução

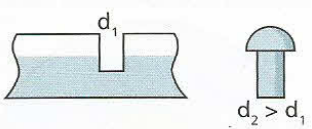
Com o aquecimento, os trilhos sofreram uma grande expansão térmica.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

34 (Ufac) A uma dada temperatura, um pino ajusta-se exatamente em um orifício de uma chapa metálica. Se somente a chapa for aquecida, verifica-se que:

a) o pino não mais passará pelo orifício.
b) o pino passará facilmente pelo orifício.
c) o pino passará sem folga pelo orifício.
d) tanto **a** como **c** poderão ocorrer.
e) nada do que foi dito ocorre.

35 (Olimpíada Brasileira de Física) A figura ilustra uma peça de metal com um orifício de diâmetro d_1 e um pino de diâmetro d_2 ligeiramente maior que o orifício d_1, quando à mesma temperatura. Para introduzir o pino no orifício, pode-se:



a) aquecer ambos: o orifício e o pino.
b) resfriar o pino.
c) aquecer o pino e resfriar o orifício.
d) resfriar o orifício.
e) resfriar ambos: o orifício e o pino.

36 Os materiais usados para a obturação de dentes e os dentes possuem coeficientes de dilatação térmica diferentes. Assim, do ponto de vista físico, por que pode ser prejudicial aos dentes ingerirmos bebidas muito quentes ou muito geladas?

37 Uma substância tem coeficiente de dilatação superficial **A** e coeficiente de dilatação volumétrica **B**. Assim, o coeficiente de dilatação linear é igual a:

a) 2A. b) $\frac{B}{2}$. c) $\frac{A}{3}$. d) $\frac{AB}{6}$. e) $\frac{3AA}{4B}$.

38 **E.R.** Uma moeda, fabricada com níquel puro, está à temperatura ambiente de 20 °C. Ao ser levada a um forno, ela sofre um acréscimo de 1% na área de sua superfície. Qual a temperatura do forno?
Dado: coeficiente de dilatação linear do níquel = $12{,}5 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

Resolução:
A expressão simplificada da dilatação superficial é:

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta\theta$$

Sendo:

$$\Delta A = 0{,}01 A_0$$
$$\beta = 2\alpha = 25 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$$
$$\Delta\theta = \theta - 20$$

temos:

$$0{,}01 A_0 = A_0\, 25 \cdot 10^{-6} (\theta - 20)$$

$$400 = \theta - 20 \Rightarrow \boxed{\theta = 420\ °C}$$

39 À temperatura de 15 °C, encontramos uma chapa de cobre com superfície de área 100,0 cm^2. Que área terá essa superfície se a chapa for aquecida até 515 °C?
Dado: coeficiente de dilatação superficial do cobre = $3{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

40 Numa placa de ouro, há um pequeno orifício, que a 30 °C tem superfície de área $5 \cdot 10^{-3}$ cm^2. A que temperatura devemos levar essa placa para que a área do orifício aumente o correspondente a $6 \cdot 10^{-5}$ cm^2?
Dado: coeficiente de dilatação linear do ouro = $15 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

41 **E.R.** Numa chapa de latão, a 0 °C, fez-se um orifício circular de 20,0 cm de diâmetro. Determine o acréscimo de área que o orifício sofre quando a temperatura da chapa é elevada a 250 °C.
Dado: coeficiente de dilatação linear do latão = $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

Resolução:
Como o orifício é de forma circular, a 0 °C sua área é calculada por:

$$A_0 = \pi R_0^2 \Rightarrow A_0 = 3{,}14 \cdot 10{,}0^2$$
$$A_0 = 314\ cm^2$$

Usando a expressão simplificada da dilatação superficial:

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta\theta$$

e sendo:

$$\beta = 2\alpha \Rightarrow \beta = 4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$

temos:

$$\Delta A = 314 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot 250$$

$$\boxed{\Delta A = 3{,}14\ cm^2}$$

42 (UFU-MG – mod.) Um orifício numa panela de ferro, a 20 °C, tem 10 cm^2 de área. Se o coeficiente de dilatação linear do ferro é de $1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, qual será a área desse orifício a 270 °C?

43 Uma estatueta de ouro foi aquecida de 25 °C a 75 °C, observando-se um aumento de 2,1 cm^3 em seu volume. Sendo $14 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ o coeficiente de dilatação linear do ouro, qual era o volume inicial dessa estatueta?

44 Uma panela de alumínio possui, a 0 °C, uma capacidade de 1 000 cm^3 (1 L). Se levarmos a panela com água ao fogo, até que ocorra ebulição da água, sob pressão normal, qual será a nova capacidade da panela?
Dados: coeficiente de dilatação linear do alumínio = $24 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$;
coeficiente de dilatação cúbica da água = $1{,}3 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.

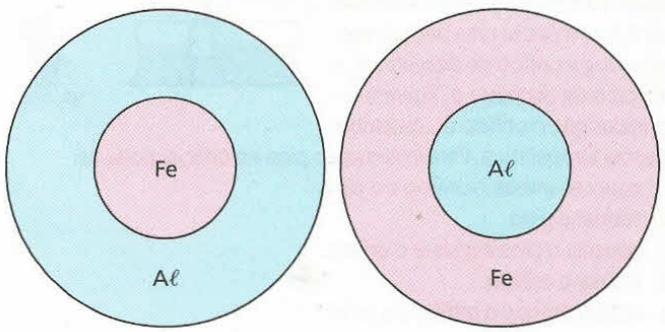
45 O coeficiente de dilatação linear do alumínio é $2{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. Um cubo de alumínio com volume de 5 L é aquecido de 40 °F até 76 °F. Qual é a variação aproximada do volume do cubo?

EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

46 (FGV-SP) Suponha que você encontrasse nesta prova o seguinte teste:
Com relação ao fenômeno da dilatação térmica nos sólidos, é correto afirmar que:
(a) toda dilatação, em verdade, ocorre nas três dimensões: largura, comprimento e altura.
(b) quando um corpo que contém um orifício dilata, as dimensões do orifício dilatam também.
(c) os coeficientes de dilatação linear, superficial e volumétrica, em corpos homogêneos e isótropos, guardam, nesta ordem, a proporção de 1 para 2 para 3.
(d) a variação das dimensões de um corpo depende de suas dimensões iniciais, do coeficiente de dilatação e da variação de temperatura sofrida.
(e) coeficientes de dilatação são grandezas adimensionais e dependem do tipo de material que constitui o corpo.
Naturalmente, a questão deveria ser anulada, por apresentar, ao todo,
a) nenhuma alternativa correta.
b) duas alternativas corretas.
c) três alternativas corretas.
d) quatro alternativas corretas.
e) todas as alternativas corretas.

47 Uma chapa de alumínio possui um furo em sua parte central. Sendo aquecida, observamos que:
a) tanto a chapa como o furo tendem a diminuir suas dimensões;
b) o furo permanece com suas dimensões originais e a chapa aumenta;
c) a chapa e o furo permanecem com suas dimensões originais;
d) a chapa aumenta e o furo diminui;
e) tanto a chapa como o furo tendem a aumentar suas dimensões.

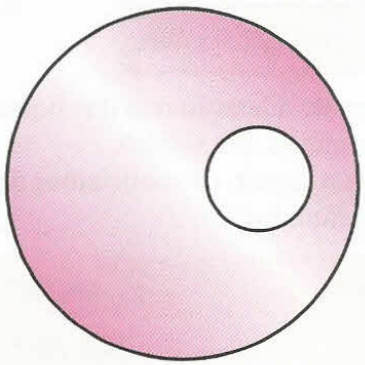
48 (UFMG) O coeficiente de dilatação térmica do alumínio (Aℓ) é, aproximadamente, duas vezes o coeficiente de dilatação térmica do ferro (Fe). A figura mostra duas peças em que um anel feito de um desses metais envolve um disco feito do outro. À temperatura ambiente, os discos estão presos aos anéis.



Se as duas peças forem aquecidas uniformemente, é correto afirmar que:
a) apenas o disco de Aℓ se soltará do anel de Fe.
b) apenas o disco de Fe se soltará do anel de Aℓ.
c) os dois discos se soltarão dos respectivos anéis.
d) os discos não se soltarão dos anéis.

49 (PUC-SP) Um mecânico de automóveis precisa soltar um anel que está fortemente preso a um eixo. Sabe-se que o anel é feito de aço, de coeficiente de dilatação linear $1{,}1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. O eixo, de alumínio, tem coeficiente $2{,}3 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.
Lembrando que tanto o aço quanto o alumínio são bons condutores térmicos e sabendo que o anel não pode ser danificado e que não está soldado ao eixo, o mecânico deve:
a) aquecer somente o eixo.
b) aquecer o conjunto (anel + eixo).
c) resfriar o conjunto (anel + eixo).
d) resfriar somente o anel.
e) aquecer o eixo e, logo após, resfriar o anel.

50 Um disco de latão de 50,0 cm^2 de área é perfurado, ficando com um furo circular de 10,0 cm^2 na posição indicada na figura:



O coeficiente de dilatação linear do latão é de $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e essas áreas se referem à temperatura ambiente. Se o disco for colocado em um forno e a temperatura elevada de 100 °C, a área do furo:
a) diminuirá de 0,12 cm^2;
b) aumentará de 0,02 cm^2;
c) diminuirá de 0,16 cm^2;
d) aumentará de 0,04 cm^2;
e) não sofrerá alteração.

51 Uma placa metálica de dimensões 10 cm × 20 cm × 0,5 cm tem em seu centro um furo cujo diâmetro é igual a 1,00 cm quando a placa está à temperatura de 20 °C. O coeficiente de dilatação linear do metal da placa é $20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Quando a temperatura é de 520 °C, a área do furo:
a) aumenta 1%;
b) diminui 1%;
c) aumenta 2%;
d) diminui 2%;
e) não se altera.

52 **E.R.** Ao aquecermos um sólido de 20 °C a 80 °C, observamos que seu volume experimenta um aumento correspondente a 0,09% em relação ao volume inicial. Qual é o coeficiente de dilatação linear do material de que é feito o sólido?

Resolução:
O volume inicial V_0 corresponde a 100% e a variação de volume ΔV, a 0,09%. Assim, podemos escrever a relação:

$$\Delta V = \frac{0{,}09 V_0}{100}$$

Como: $\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$,

então: $\frac{0{,}09 V_0}{100} = V_0 \gamma \Delta\theta$

Mas $\gamma = 3\alpha$
Portanto:

$$\frac{0{,}09}{100} = 3\alpha(80 - 20)$$

$$\boxed{\alpha = 5 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}}$$

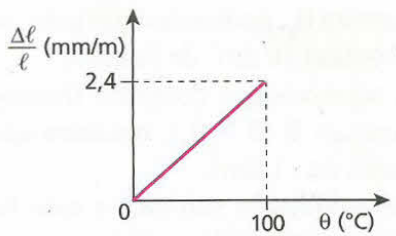
53 Uma barra de estanho tem a forma de um prisma reto de 4,0 cm^2 de área da base e 1,0 m de comprimento, quando na temperatura inicial de 68 °F. Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do estanho é igual a $2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, determine o comprimento e o volume dessa barra quando ela atinge a temperatura de 518 °F.

54 Um cubo é aquecido e constata-se um aumento de 0,6% no seu volume. Qual foi a variação de temperatura sofrida pelo cubo?
Dado: coeficiente de dilatação volumétrica do material do cubo = $6{,}0 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

55 Uma esfera metálica maciça é aquecida de 30 °C para 110 °C, e seu volume sofre um aumento correspondente a 1,2%. Qual o valor do coeficiente de dilatação linear médio desse metal?

56 Uma peça sólida tem uma cavidade cujo volume vale 8 cm^3 a 20 °C. A temperatura da peça varia para 520 °C e o coeficiente de dilatação linear do sólido ($12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$) pode ser considerado constante. Supondo que a pressão interna da cavidade seja sempre igual à externa, qual a variação percentual do volume da cavidade?

57 (UMC-SP) A figura mostra a variação relativa do comprimento de uma barra metálica em função da temperatura.



Se um cubo de aresta **a**, feito desse metal, for submetido à variação de temperatura de 100 °C, sua dilatação volumétrica será:
a) $\Delta V = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ a^3$.
b) $\Delta V = 6{,}0 \cdot 10^{-3}\ a^3$.
c) $\Delta V = 5{,}6 \cdot 10^{-3}\ a^3$.
d) $\Delta V = 4{,}8 \cdot 10^{-3}\ a^3$.
e) $\Delta V = 3{,}6 \cdot 10^{-3}\ a^3$.

58 (Mack-SP) Uma esfera de certa liga metálica, ao ser aquecida de 100 °C, tem seu volume aumentado de 4,5%. Uma haste dessa mesma liga metálica, ao ser aquecida de 100 °C, terá seu comprimento aumentado de:
a) 1,0%.
b) 1,5%.
c) 2,0%.
d) 3,0%.
e) 4,5%.

Bloco 3

6. Dilatação térmica dos líquidos

Um líquido, devido às suas características, precisa estar no interior de um recipiente sólido para que possamos determinar seu volume.

Assim, podemos estudar o que ocorre com o volume de um líquido, no aquecimento ou no resfriamento, se ele estiver em uma proveta graduada, por exemplo.

Água no interior de uma proveta graduada. O volume da água é lido na escala.

Imaginemos um recipiente de vidro transparente, graduado corretamente em dm^3, a uma temperatura θ_0.

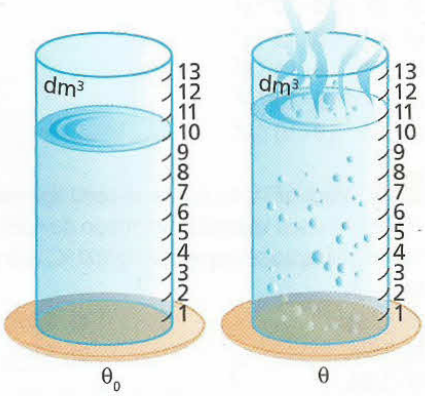
Um líquido, também à temperatura θ_0, é colocado no interior desse frasco até a marca de 10 dm^3. Como o frasco foi graduado corretamente a essa temperatura θ_0, podemos dizer com certeza que o recipiente contém 10 dm^3 de líquido.

Agora, aquecendo o conjunto frasco-líquido até uma temperatura $\boldsymbol{\theta}$ ($\theta > \theta_0$), notamos que o líquido atinge a marca de 11 dm^3.

Qual foi a dilatação sofrida por esse líquido?

À primeira vista, pode-se pensar que o líquido se dilatou 1 dm^3. Mas será que foi 1 dm^3 mesmo?

Na verdade, esse líquido se dilatou mais do que 1 dm^3, pois, como **o frasco também se dilatou**, entre duas marcas consecutivas da graduação do frasco temos agora uma capacidade maior do que 1 dm^3. Assim, à temperatura $\boldsymbol{\theta}$, temos o líquido ocupando 11 unidades da graduação do frasco, sendo que cada unidade corresponde a um volume maior que 1 dm^3. Daí termos mais de 11 dm^3 de líquido e, em conseqüência, uma dilatação real maior do que 1 dm^3.



Lembre-se de que esse problema é inevitável, já que o líquido tem de estar no interior de um frasco sólido, que também se dilata.

É por isso que se observam dois tipos de dilatação para os líquidos: uma **real** (que não depende do frasco) e outra **aparente** (afetada pela dilatação do frasco).

Em líquidos, só existe interesse no estudo da dilatação volumétrica, que é regida pela mesma equação da dilatação volumétrica dos sólidos:

$$V = V_0(1 + \gamma \Delta\theta)$$

Os coeficientes de dilatação real dos líquidos são, em geral, maiores que os dos sólidos.

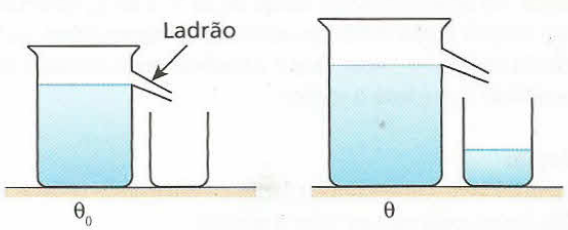
Veja, na tabela a seguir, os coeficientes de dilatação real de alguns líquidos:

Líquido	γ_{real} em $°C^{-1}$
Éter	$16{,}6 \cdot 10^{-4}$
Álcool etílico	$11 \cdot 10^{-4}$
Petróleo	$9 \cdot 10^{-4}$
Glicerina	$4{,}8 \cdot 10^{-4}$
Água	$1{,}3 \cdot 10^{-4}$ *
Mercúrio	$1{,}8 \cdot 10^{-4}$

* Por volta de 20 °C.

Para entendermos melhor as dilatações real e aparente, consideremos um frasco totalmente cheio com um líquido. Ao aquecermos o conjunto, notamos que ocorre um extravasamento parcial do líquido.

Note que após o aquecimento o recipiente continua cheio. A quantidade de líquido extravasado representa a aparente dilatação do líquido, pois o **recipiente também se dilatou**, aumentando sua capacidade.



Assim, a dilatação real do líquido corresponde à variação da capacidade do frasco mais o volume do líquido extravasado:

$$\Delta V_{real} = \Delta V_{frasco} + \Delta V_{aparente}$$

Entretanto, $\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$; como, no início, o volume real do líquido é igual ao aparente e, ainda, igual à capacidade do frasco, temos:

$$V_0 \gamma_r \Delta\theta = V_0 \gamma_f \Delta\theta + V_0 \gamma_a \Delta\theta$$

Daí:

$$\boxed{\gamma_r = \gamma_f + \gamma_a}$$

O coeficiente de dilatação real do líquido é igual à soma do seu coeficiente de dilatação aparente com o coeficiente de dilatação do frasco que o contém.

Observemos que a dilatação real depende somente do líquido, enquanto a dilatação aparente depende também do frasco em que foi medida. Um mesmo líquido apresenta dilatações aparentes diferentes quando medidas em dois frascos de materiais diferentes, pois o frasco que se dilata menos provoca maior extravasamento e maior dilatação aparente.

7. Temperatura e massa específica

Vamos agora observar a influência da temperatura na massa específica de uma substância.

Define-se **massa específica** ou **densidade absoluta** (**μ**) de uma substância como o quociente de sua massa (**m**) pelo respectivo volume (**V**):

$$\boxed{\mu = \frac{m}{V}}$$

Com a variação de temperatura, a massa da substância considerada permanece inalterada, porém seu volume varia, o que provoca alteração em sua massa específica.

Assim, a uma temperatura θ_0, temos:

$$\mu_0 = \frac{m}{V_0} \Rightarrow m = \mu_0 V_0 \quad (I)$$

À temperatura θ, temos, para a densidade da substância:

$$\mu = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \mu V \quad (II)$$

Igualando (I) e (II), podemos escrever:

$$\mu_0 V_0 = \mu V \quad (III)$$

Substituímos em (III) a expressão da dilatação volumétrica:

$$V = V_0(1 + \gamma \Delta\theta)$$

Obtemos:

$$\mu_0 V_0 = \mu V_0(1 + \gamma \Delta\theta)$$

$$\mu_0 = \mu(1 + \gamma \Delta\theta)$$

$$\boxed{\mu = \frac{\mu_0}{(1 + \gamma \Delta\theta)}}$$

Observe na relação que a massa específica de um líquido diminui com o aumento da temperatura.

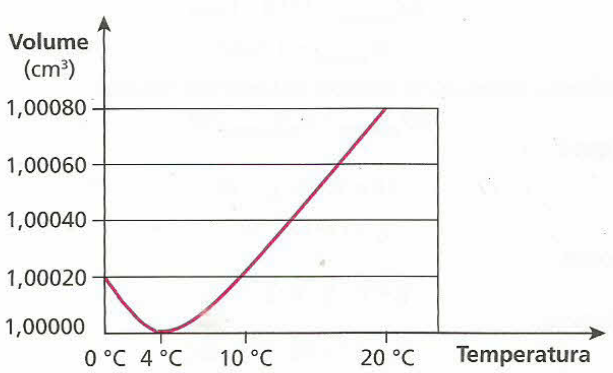
8. A dilatação anormal da água

Em geral, um líquido, quando aquecido, sempre se dilata, aumentando de volume. No entanto, a água constitui uma exceção a essa regra, pois, ao ser aquecida de 0 °C a 4 °C, tem seu volume diminuído. Apenas para temperaturas acima de 4 °C a água dilata-se normalmente ao ser aquecida.

Para melhor ilustrar, vejamos o gráfico abaixo, que representa a variação de volume de 1 grama de água pura em função da sua temperatura.

É importante observar que a 4 °C o volume da água é mínimo e, portanto, sua massa específica é máxima.

Esse tipo de dilatação anormal da água explica por que um lago congela apenas na superfície. Durante o resfriamento da água da superfície, até 4 °C a densidade aumenta, e essa água desce, produzindo a subida da água mais quente do fundo (convecção). Isso ocorre até que toda a água do lago atinja 4 °C, pois a partir daí, quando a temperatura da água da superfície diminui, seu volume aumenta, diminuindo a densidade. Em conseqüência, essa água mais fria não desce mais e acaba se solidificando. Esse gelo formado na superfície isola o restante da água, fazendo que a temperatura no fundo do lago conserve-se acima de 0 °C.



Layne Kennedy/Corbis/LatinStock

A dilatação anormal da água faz com que apenas a superfície de um lago se solidifique. O gelo formado isola o restante da água (o gelo é péssimo condutor de calor), fazendo com que a temperatura no fundo do lago seja superior a 0 °C e, desse modo, preserve a vida animal e vegetal lá existente.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

59 Ao abastecer o carro num posto de gasolina, você compra o combustível por volume e não por massa, isto é, você compra "tantos litros" e não "tantos quilogramas" de combustível. Assim, qual o melhor horário do dia para abastecer o carro se você quer fazer economia?

60 Um posto recebeu 5 000 L de gasolina num dia muito frio, em que a temperatura era de 10 °C. No dia seguinte, a temperatura aumentou para 30 °C, situação que durou alguns dias, o suficiente para que a gasolina fosse totalmente vendida. Se o coeficiente de dilatação volumétrica da gasolina é igual a $11 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$, determine o lucro do proprietário do posto, em litros.

61 O dono de um posto de gasolina consulta uma tabela de coeficientes de dilatação volumétrica, obtendo para o álcool o valor $1 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$. Assim, ele verifica que se comprar 20 000 L de álcool num dia em que a temperatura é de 27 °C e vendê-los num dia frio a 15 °C, estará tendo um prejuízo de **n** litros. Qual o valor de **n**?

62 **E.R.** Um frasco de vidro, graduado em cm^3 a 0 °C, contém mercúrio até a marca de 100,0 cm^3, quando ainda a 0 °C. Ao se aquecer o conjunto a 120 °C, o nível de mercúrio atinge a marca de 101,8 cm^3. Determine o coeficiente de dilatação linear do vidro.
Dado: coeficiente de dilatação do mercúrio: $\gamma_{Hg} = 18 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

Resolução:
A diferença de leitura corresponde à dilatação aparente do líquido, pois não podemos nos esquecer de que o frasco também se dilatou:

$$\Delta V_{aparente} = 101{,}8 - 100{,}0$$

$$\Delta V_{aparente} = 1{,}8\ cm^3$$

Usamos a expressão da dilatação aparente dos líquidos:

$$\Delta V_{aparente} = V_{0A} \gamma_{aparente} \Delta\theta$$

Temos:

$$1{,}8 = 100{,}0 \cdot \gamma_a \cdot 120$$

$$\gamma_a = 15 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1},$$

porém:

$$\gamma_a = \gamma_r - \gamma_f \quad \text{e} \quad \gamma_f = 3\alpha_f$$

Portanto:

$$15 \cdot 10^{-5} = 18 \cdot 10^{-5} - 3\alpha_f$$

$$3\alpha_f = 3 \cdot 10^{-5}$$

$$\boxed{\alpha_f = \alpha_{vidro} = 1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}}$$

63 Um recipiente de volume **V** está cheio de um líquido a 20 °C. Aquecendo-se o conjunto a 70 °C, transbordam 5,0 cm^3 de líquido. Esses 5,0 cm^3 correspondem:
a) à dilatação real do líquido;
b) à dilatação aparente do líquido;
c) à soma da dilatação real com a dilatação aparente do líquido;
d) à diferença entre a dilatação real e a dilatação aparente do líquido;
e) a três vezes a dilatação real do líquido.

64 Num recipiente de porcelana, graduado corretamente em centímetros cúbicos a 30 °C, é colocado petróleo a 30 °C até a marca 500 cm^3. Em seguida, eleva-se a temperatura do conjunto a 70 °C.
Dados: coeficiente de dilatação cúbica do petróleo = $9{,}1 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$;
coeficiente de dilatação linear da porcelana = $3{,}3 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$.
Determine:
a) o coeficiente de dilatação aparente do petróleo, quando medido no frasco de porcelana;
b) a marca atingida pelo petróleo no frasco, após o aquecimento;
c) a dilatação real sofrida pelo petróleo.

65 (Unisa-SP) Um recipiente de vidro de 150 cm^3 está completamente cheio de um líquido a 20 °C. Aquecendo-se o conjunto a 120 °C, transbordam 5 cm^3 do líquido. Qual o coeficiente de dilatação volumétrica aparente desse líquido?

66 (UFBA) Um frasco de vidro contém, quando cheio, 50 cm^3 de mercúrio, à temperatura de 50 °C. Considerando o coeficiente de dilatação linear do vidro igual a $8{,}0 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e o de dilatação volumétrica do mercúrio igual a $1{,}8 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$, determine, em $10^{-2}\ cm^3$, a quantidade de mercúrio que transbordará do recipiente se a temperatura for elevada a 100 °C.

67 Dois recipientes de 1 000 cm^3 cada um, a 0 °C, foram usados na determinação do coeficiente de dilatação aparente do mercúrio. Um dos recipientes era de cobre e o outro, de alumínio. Após serem total-

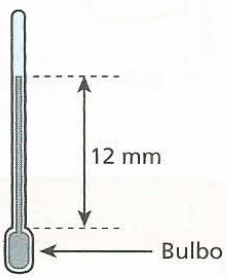
mente cheios de mercúrio, também a 0 °C, os conjuntos foram aquecidos até 100 °C. Determine:
a) os coeficientes de dilatação aparente encontrados para o mercúrio;
b) o volume de mercúrio extravasado em cada caso.

Dados: coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio = $1{,}8 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$;
coeficiente de dilatação linear do cobre = $1{,}6 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$;
coeficiente de dilatação linear do alumínio = $2{,}4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

68 (Mack-SP) Em uma experiência, para determinarmos o coeficiente de dilatação linear do vidro, tomamos um frasco de vidro de volume 1 000 cm^3 e o preenchemos totalmente com mercúrio (coeficiente de dilatação volumétrica = $1{,}8 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$). Após elevarmos a temperatura do conjunto de 100 °C, observamos que 3,0 cm^3 de mercúrio transbordam. Dessa forma, podemos afirmar que o coeficiente de dilatação linear do vidro que constitui esse frasco vale:
a) $5{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.
b) $4{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.
c) $3{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.
d) $2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.
e) $1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

69 (Fuvest-SP) Um termômetro especial, com líquido dentro de um recipiente de vidro, é constituído de um bulbo de 1 cm^3 e um tubo com secção transversal de 1 mm^2. À temperatura de 20 °C, o líquido preenche completamente o bulbo até a base do tubo. À temperatura de 50 °C, o líquido preenche o tubo até uma altura de 12 mm. Considere desprezíveis os efeitos da dilatação do vidro e da pressão do gás acima da coluna do líquido. Podemos afirmar que o coeficiente de dilatação volumétrica médio do líquido vale:
a) $3 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.
b) $4 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.
c) $12 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.
d) $20 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.
e) $36 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.



70 Um comerciante comprou 10 000 L de álcool num dia em que a temperatura era de 12 °C. Para obter um lucro extra de 2%, resolveu esperar um dia em que a temperatura fosse θ, para o engarrafamento. Sabendo que o coeficiente de dilatação volumétrica do álcool é de $1 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$, determine essa temperatura θ.

71 (UFPA) Um recipiente de vidro encontra-se completamente cheio de um líquido a 0 °C. Quando o conjunto é aquecido até 80 °C, o volume do líquido que transborda corresponde a 4% do volume que o líquido possuía a 0 °C. Sabendo que o coeficiente de dilatação volumétrica do vidro é de $27 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, determine o coeficiente de dilatação real do líquido.

72 Um recipiente de 200 cm^3 de capacidade, feito de um material de coeficiente de dilatação volumétrica de $100 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, contém 180 cm^3 de um líquido de coeficiente de dilatação cúbica de $1\,000 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. A temperatura do sistema é de 20 °C. Qual a temperatura-limite de aquecimento do líquido sem que haja transbordamento?

73 (UFPE) Um recipiente metálico de 10 litros está completamente cheio de óleo, quando a temperatura do conjunto é de 20 °C. Elevando-se a temperatura até 30 °C, um volume igual a 80 cm^3 de óleo transborda. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação volumétrica do óleo é igual a $0{,}9 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$, qual foi a dilatação do recipiente em cm^3?

74 (Enem) A gasolina é vendida por litro, mas em sua utilização como combustível a massa é o que importa. Um aumento da temperatura do ambiente leva a um aumento no volume da gasolina. Para diminuir os efeitos práticos dessa variação, os tanques dos postos de gasolina são subterrâneos. Se os tanques não fossem subterrâneos:
I. Você levaria vantagem ao abastecer o carro na hora mais quente do dia, pois estaria comprando mais massa por litro de combustível.
II. Abastecendo com a temperatura mais baixa, você estaria comprando mais massa de combustível para cada litro.
III. Se a gasolina fosse vendida por kg em vez de ser vendida por litro, o problema comercial decorrente da dilatação da gasolina estaria resolvido.

Dessas considerações, somente:
a) I é correta.
b) II é correta.
c) III é correta.
d) I e II são corretas.
e) II e III são corretas.

75 (UFGO-GO) Num dia quente em Goiânia, 32 °C, uma dona-de-casa coloca álcool em um recipiente de vidro graduado e lacra-o bem para evitar evaporação. De madrugada, com o termômetro acusando 12 °C, ela nota, surpresa, que, apesar de o vidro estar bem fechado, o volume de álcool reduziu-se. Sabe-se que o seu espanto não se justifica, pois se trata do fenômeno da dilatação térmica. A diminuição do volume foi de:
a) 1,1%. c) 3,3%. e) 6,6%.
b) 2,2%. d) 4,4%.

Considere o coeficiente de dilatação térmica volumétrica do álcool:
$\gamma_{álcool} = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1} >> \gamma_{vidro}$

76 **E.R.** A 4 °C, a massa específica da água vale 1,0 g/cm^3. Se o coeficiente de dilatação volumétrica real da água vale $2{,}0 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$, qual é sua massa específica, na temperatura de 84 °C?

Resolução:
A **densidade absoluta** ou **massa específica** de uma substância varia com a temperatura, de acordo com a seguinte função:

$$\mu = \frac{\mu_0}{(1 + \gamma\,\Delta\theta)}$$

Substituindo os valores conhecidos, temos:

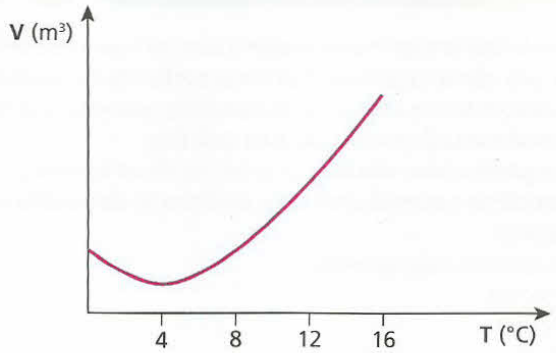
$$\mu = \frac{1{,}0}{1 + 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 80} \Rightarrow \boxed{\mu \simeq 0{,}98\ g/cm^3}$$

77 A densidade absoluta de um material a 20 °C é 0,819 g/cm^3 e seu coeficiente de dilatação volumétrica vale $5 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$. A que temperatura devemos levar esse corpo para que sua densidade absoluta torne-se igual a 0,780 g/cm^3?

78 Uma substância tem massa específica de 0,78 g/cm³ a 25 °C e 0,65 g/cm³ a 425 °C. Qual o seu coeficiente de dilatação volumétrica?

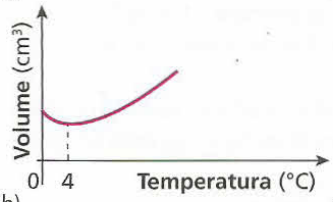
79 (PUC-SP) A água apresenta uma anomalia em relação aos demais líquidos. Assim, a temperatura de 4 °C é:
a) aquela para a qual a água tem maior densidade.
b) aquela para a qual a água assume maior volume.
c) a mais baixa que a água atinge no estado líquido.
d) a correspondente ao ponto triplo da água.
e) a de fusão do gelo.

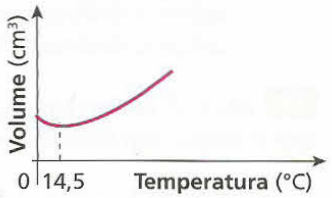
80 (Ufop-MG) Na figura, esboçou-se o gráfico do volume em função da temperatura para determinada massa de água líquida.

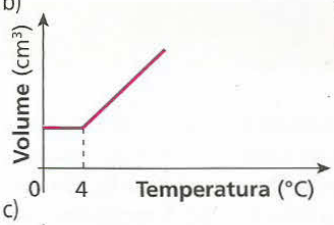


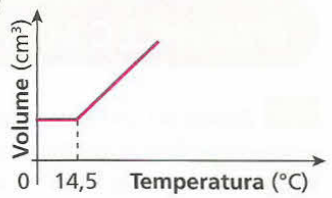
Por que não é possível medir a temperatura no intervalo entre 0 °C e 16 °C com um termômetro de água, usando a densidade como propriedade termométrica?

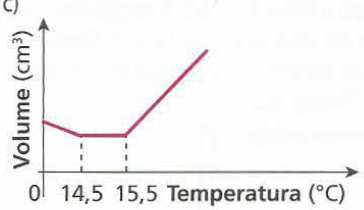
81 (Mack-SP) Diz um ditado popular: "A natureza é sábia!". De fato! Ao observarmos os diversos fenômenos da natureza, ficamos encantados com muitos pormenores, sem os quais não poderíamos ter vida na face da Terra, conforme a conhecemos. Um desses pormenores, de extrema importância, é o comportamento anômalo da água, no estado líquido, durante seu aquecimento ou resfriamento sob pressão normal. Se não existisse tal comportamento, a vida subaquática nos lagos e rios, principalmente das regiões mais frias de nosso planeta, não seria possível. Dos gráficos abaixo, o que melhor representa esse comportamento anômalo é:

a)


d)


b)


e)


c)


Descubra mais

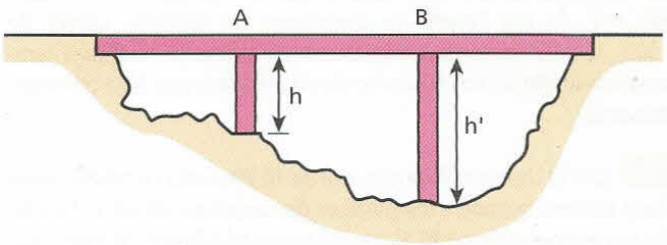
1. O que faz a água apresentar uma dilatação diferente em relação às demais substâncias?

EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

82 (Mack-SP) O coeficiente de dilatação linear de certo material é $3{,}6 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Utilizando como unidade de temperatura o grau Fahrenheit, o valor do coeficiente de dilatação linear desse material será:
a) $2{,}0 \cdot 10^{-6}\ °F^{-1}$.
b) $3{,}6 \cdot 10^{-6}\ °F^{-1}$.
c) $4{,}0 \cdot 10^{-6}\ °F^{-1}$.
d) $5{,}6 \cdot 10^{-6}\ °F^{-1}$.
e) $6{,}3 \cdot 10^{-6}\ °F^{-1}$.

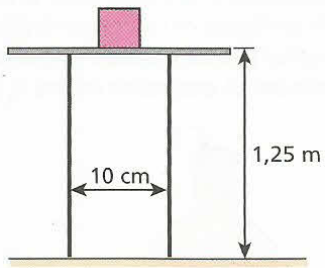
83 (Mack-SP) Três barras metálicas, **A**, **B** e **C**, têm, a 0 °C, seus comprimentos na proporção $\ell_{0_A} = \frac{4\ell_{0_B}}{5} = \frac{2\ell_{0_C}}{3}$. Para que essa proporção se mantenha constante a qualquer temperatura (enquanto não houver mudança de estado de agregação molecular), os coeficientes de dilatação linear dos materiais das respectivas barras deverão estar na proporção:
a) $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C$.
b) $\alpha_A = \frac{4\alpha_B}{5} = \frac{2\alpha_C}{3}$.
c) $\alpha_A = \frac{5\alpha_B}{4} = \frac{3\alpha_C}{2}$.
d) $\alpha_A = \frac{5}{4\alpha_B} = \frac{3}{2\alpha_C}$.
e) $\alpha_A = \frac{4}{5\alpha_B} = \frac{2}{3\alpha_C}$.

84 (UFV-MG) Uma ponte é suportada por dois pilares de mesmo coeficiente de dilatação linear (α) e alturas **h** e **h'**. Sabendo que, a uma determinada temperatura ambiente, os pontos **A** e **B** estão nivelados, obtenha literalmente o desnível entre os dois pontos (diferença de altura) se a temperatura se elevar em ΔT.

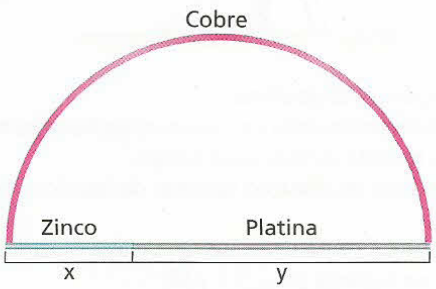


85 (PUC-SP) Uma barra de alumínio, inicialmente a 20 °C, tem, a essa temperatura, uma densidade linear de massa igual a $2{,}8 \cdot 10^{-3}$ g/mm. A barra é aquecida sofrendo uma variação de comprimento de 3 mm. Sabe-se que o coeficiente de dilatação linear térmica do alumínio é $2{,}4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e seu calor específico é 0,2 cal/g °C. A quantidade de calor absorvida pela barra é:
a) 35 cal. b) 70 cal. c) 90 cal. d) 140 cal. e) 500 cal.

86 (Mack-SP) A figura a seguir mostra duas barras verticais, uma de cobre e outra de zinco, fixas na parte inferior. Elas suportam uma plataforma horizontal onde está apoiado um corpo. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a plataforma é 0,01, e os coeficientes de dilatação linear do zinco e do latão valem $2{,}6 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $1{,}8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, respectivamente. Qual a menor variação de temperatura capaz de provocar o deslizamento do corpo sobre a plataforma?



87 Uma barra de cobre foi recurvada tomando a forma de uma semicircunferência. As extremidades foram unidas por uma outra barra reta constituída por dois metais: uma parte, de comprimento **x**, era de zinco e a outra, de comprimento **y**, de platina.



São dados os coeficientes de dilatação lineares:
cobre = $17 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$;
zinco = $29 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$;
platina = $9 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$.
Para que o arco de cobre conserve sua forma semicircular, a qualquer temperatura a que seja levado, a razão $\frac{x}{y}$ entre os comprimentos iniciais **x** e **y** dos segmentos de zinco e platina deve ser:

a) $\frac{1}{5}$. c) $\frac{3}{5}$. e) $\frac{2}{3}$.

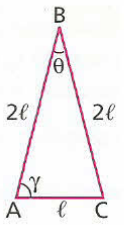
b) $\frac{2}{5}$. d) $\frac{1}{3}$.

88 (ITA-SP) Um relógio de pêndulo simples é montado no pátio de um laboratório em Novosibirsk, na Sibéria, utilizando um fio de suspensão de coeficiente de dilatação $1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. O pêndulo é calibrado para marcar a hora certa em um bonito dia de verão de 20 °C. Em um dos menos agradáveis dias do inverno, com a temperatura a –40 °C, o relógio:

a) adianta 52 s por dia.
b) adianta 26 s por dia.
c) atrasa 3 s por dia.
d) atrasa 26 s por dia.
e) atrasa 52 s por dia.

89 (UFBA) A haste de um pêndulo é feita com um material, cujo coeficiente de dilatação vale $4{,}375 \cdot 10^{-3}$ °C. Colocando-se esse pêndulo em uma câmara frigorífica, verifica-se o seu período de oscilação $T_1 = 0{,}75T_0$, sendo T_0 o período medido num laboratório. Determine a diferença de temperatura que há entre o laboratório e a câmara frigorífica. Expresse sua resposta em 10^2 °C.

90 (PUC-SP) Três barras – AB, BC e AC – são dispostas de modo que formem um triângulo isósceles. O coeficiente de dilatação linear de AB e BC é α, e o de AC é 2α. A 0 °C, os comprimentos de AB e BC valem 2ℓ e o de AC vale ℓ.

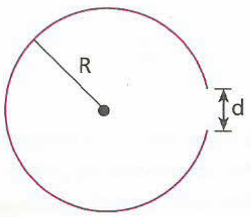


Aquecendo-se o sistema à temperatura **t**, observa-se que:

a) o triângulo torna-se eqüilátero.
b) o triângulo deixa de ser isósceles.
c) não há alteração dos ângulos θ e γ.
d) as barras AB e BC dilatam-se o dobro de AC.
e) as três barras sofrem dilatações iguais.

91 (Univest-SP) Um arame é encurvado em forma de um aro circular de raio **R**, tendo, porém, uma folga **d** entre suas extremidades, conforme indica a figura abaixo. Aquecendo-se esse arame, é correto afirmar que a medida de **R** e a medida de **d**, respectivamente:

a) aumentará — não se alterará.
b) aumentará — aumentará.
c) aumentará — diminuirá.
d) não se alterará — aumentará.
e) não se alterará — diminuirá.



92 Uma régua de latão, com coeficiente de dilatação linear $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, foi graduada corretamente a 20 °C. Ao ser aquecida, atingiu uma temperatura θ, à qual as medidas apresentam um erro de 0,1%. Qual é essa temperatura θ?

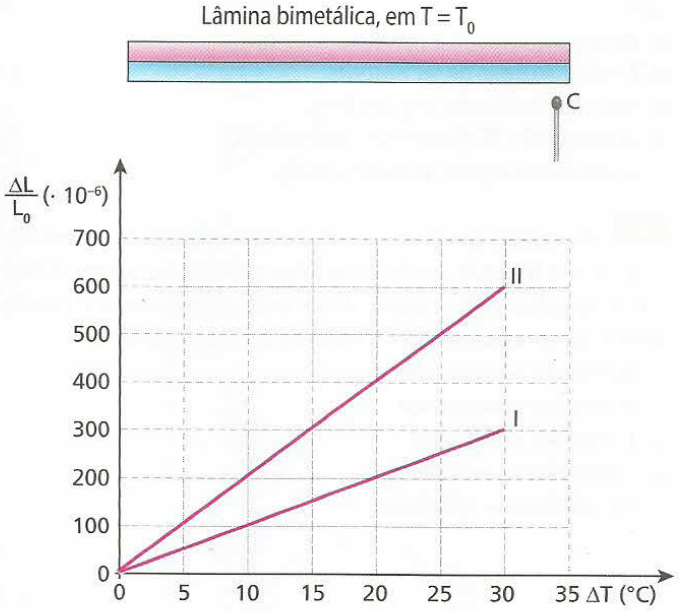
93 (Vunesp-SP) Uma régua de aço de coeficiente de dilatação linear $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ foi calibrada a certa temperatura, de tal modo que o erro máximo em cada divisão de milímetro é de $6{,}0 \cdot 10^{-5}$ mm. Qual é o intervalo máximo de temperaturas em que essa régua pode ser usada, em torno da temperatura de calibração, se se pretende conservar aquela precisão?

94 (Mack-SP) Com uma régua de latão (coeficiente de dilatação linear $2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$) aferida a 20 °C, mede-se a distância entre dois pontos. Essa medida foi efetuada a uma temperatura acima de 20 °C, motivo pelo qual apresenta um erro de 0,05%. A temperatura na qual foi feita essa medida é:

a) 50 °C.
b) 45 °C.
c) 40 °C.
d) 35 °C.
e) 20 °C.

95 (UFBA) Uma lâmina bimetálica de aço e bronze tem comprimento de 20 cm a uma temperatura de 15 °C. Sabendo que os coeficientes de dilatação linear valem, respectivamente, $12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e $18 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule a diferença de comprimento, em unidade de 10^{-4} cm, quando as lâminas atingirem uma temperatura de –5 °C.

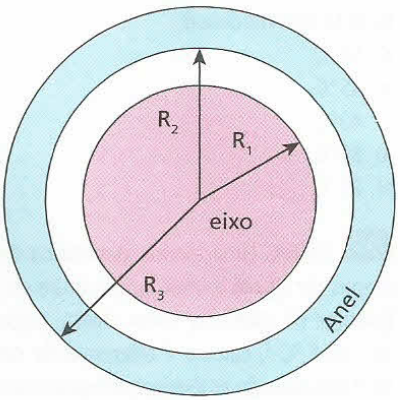
96 (Unesp-SP) A figura mostra uma lâmina bimetálica, de comprimento L_0 na temperatura T_0, que deve tocar o contato **C** quando aquecida. A lâmina é feita dos metais I e II, cujas variações relativas do comprimento $\frac{\Delta L}{L_0}$ em função da variação de temperatura $\Delta T = T - T_0$ encontram-se no gráfico.



Determine:
a) o coeficiente de dilatação linear dos metais I e II;
b) qual dos metais deve ser utilizado na parte superior da lâmina para que o dispositivo funcione como desejado. Justifique sua resposta.

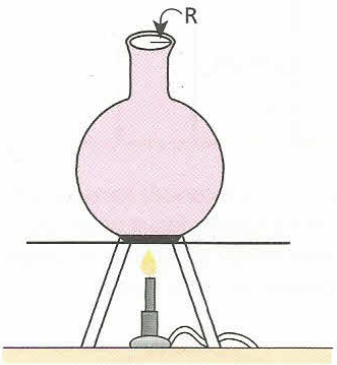
97 (ITA-SP) Um disco de ebonite tem um orifício circular de diâmetro 1 cm, localizado em seu centro. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação superficial do ebonite é igual a $160 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, pode-se afirmar que a área do orifício, quando a temperatura do disco varia de 10 °C para 100 °C,
a) diminui de $36\pi \cdot 10^{-4}\ cm^2$.
b) aumenta de $144\pi \cdot 10^{-4}\ cm^2$.
c) aumenta de $36\pi \cdot 10^{-4}\ cm^2$.
d) diminui de $144\pi \cdot 10^{-4}\ cm^2$.
e) permanece inalterável.

98 A figura que você observa nesta questão representa um eixo que trabalha com folga, envolto por um anel feito do mesmo material do eixo (coeficiente de dilatação linear igual a **α**). A uma temperatura ambiente de 20 °C, a folga entre o eixo e o anel é igual a **d** ($d = R_2 - R_1$). Aquecendo-se o sistema até uma temperatura próxima à da fusão do material, notamos que a folga entre o eixo e o anel passa a valer d', tal que:
a) $d' = d(1 + \alpha\,\Delta\theta)$.
b) $d' < d$ porque o eixo dilata mais que o anel.
c) $d' = d$ porque, sendo do mesmo material, o eixo e o anel se dilatam igualmente.
d) $d' = d + R_2\,\alpha\,\Delta\theta$.
e) $d' = d - R_1\,\alpha\,\Delta\theta$.



99 (Cesesp-PE) Um recipiente de vidro ($\alpha = 9 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$) tem volume interno igual a 60 cm^3 a 0 °C. Que volume de mercúrio, a 0 °C, devemos colocar no recipiente a fim de que, ao variar a temperatura, não se altere o volume da parte vazia?
(Coeficiente real do mercúrio: $18 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.)

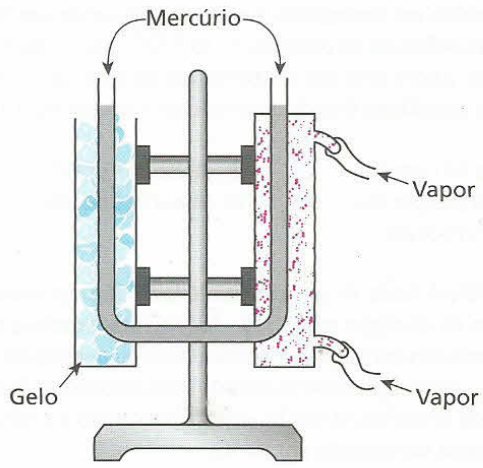
100 (UFBA) A figura representa um balão, de volume V_0, feito de material isótropo de coeficiente de dilatação linear **α**. O balão está completamente cheio de um líquido de coeficiente de dilatação volumétrica **γ** e de massa específica μ_0, à temperatura θ_0. Quando a temperatura do balão é aumentada em $\Delta\theta$, extravasa o volume V_e do líquido.



Nessas condições, pode-se afirmar:
(01) O raio **R** diminui quando a temperatura do balão aumenta.
(02) O balão se dilata como se fosse maciço.
(04) O coeficiente de dilatação aparente do líquido é expresso por $\gamma + 3\alpha$.
(08) Após a variação de temperatura $\Delta\theta$, a massa específica do líquido passa a ser expressa por $\mu_0(1 + \gamma\,\Delta\theta)^{-1}$.
(16) A dilatação do balão é $V_0\,\gamma\,\Delta\theta - V_e$.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas corretas.

101 (UFU-MG) Um frasco tem volume de 2 000 cm^3 a 0 °C e está completamente cheio de mercúrio a essa temperatura. Aquecendo-se o conjunto até 100 °C, entornam 30,4 cm^3 de mercúrio. O coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio é $\gamma_r = 18{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. Calcule o coeficiente de dilatação linear do frasco.

102 A figura seguinte mostra um dispositivo utilizado para medir o coeficiente de dilatação cúbica de um líquido. Um dos ramos verticais do tubo em forma de **U**, que contém o líquido em estudo, é esfriado com gelo a 0 °C, enquanto o outro ramo é aquecido utilizando-se vapor de água a 100 °C.



Esse dispositivo foi usado por Dulong-Petit para a obtenção do coeficiente de dilatação do mercúrio. Na experiência realizada, uma das colunas apresentava 250,0 mm e a outra 254,5 mm de líquido. Após os cálculos, o valor encontrado para o coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio foi:

a) $4{,}5 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.
b) $1{,}8 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.
c) $1{,}2 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.
d) $1{,}8 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$.
e) $1{,}2 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$.

103 (UFG-GO) A dilatação dos líquidos obedece – quando o intervalo da temperatura não é muito grande – às mesmas leis de dilatação dos sólidos. Qualquer líquido assume a forma do recipiente que o contém e ambos se dilatam conforme as mesmas leis. Sendo assim, a dilatação do líquido é medida indiretamente. Em um automóvel, o coeficiente de dilatação do tanque é $63 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e o coeficiente de dilatação real da gasolina é $9{,}6 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.

Com base nessas informações, indique a alternativa correta:

a) se uma pessoa enche o tanque de combustível do seu carro em um dia quente, à noite haverá derramamento de combustível devido à redução no volume do tanque.
b) enchendo o tanque em um dia extremamente quente, essa pessoa terá um lucro considerável porque o combustível estará dilatado.
c) o coeficiente de dilatação aparente da gasolina é $7{,}26 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.
d) para uma variação de 10 °C na temperatura de 100 litros de gasolina, há um aumento de volume igual a 0,063 litro.
e) o volume extravasado de um tanque de gasolina totalmente cheio com 200 litros é aproximadamente 4,48 litros quando há um aumento de temperatura de 25 °C.

104 (UFSCar-SP) Para completar a higienização, uma mãe ferve o bico da mamadeira e, depois de retirá-lo da água, aguarda que ela retome a fervura. Verte, então, 250 mL dessa água dentro do copo da mamadeira, que mantém enrolado em um pano a fim de "conservar o calor". Aguarda o equilíbrio térmico e então joga fora a água.

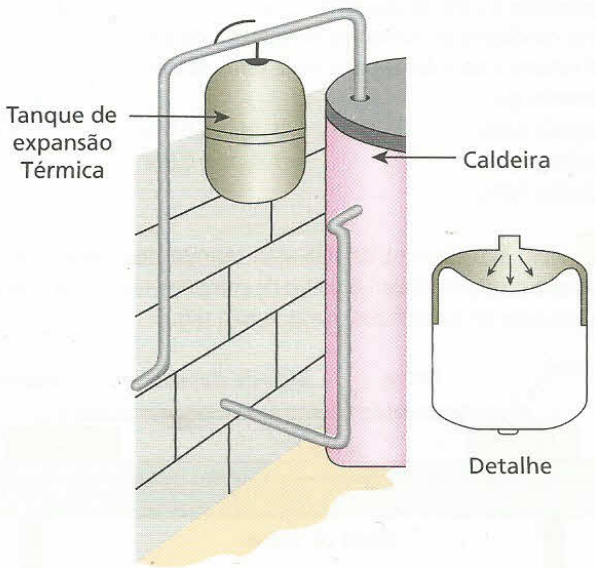
a) No passado, o copo das mamadeiras era feito de vidro. Em uma seqüência de ações como a descrita para escaldar a mamadeira, ao preencher parcialmente recipientes de vidro com água quente, esses podem se partir em dois pedaços, nitidamente separados na altura em que estava o nível d'água: um pedaço contendo a água aquecida e o outro seco. Qual o nome do processo físico relacionado? Explique a razão da ruptura de frascos de vidro submetidos a essas condições.
b) Em determinado dia quente, a mãe inicia um dos seus "processos de esterilização". Dentro do copo da mamadeira, que já se encontrava a 32 °C – temperatura ambiente –, derrama a água fervente que, devido à localização geográfica de seu bairro, ferve a 98 °C. Considerando que não houve perda de calor para o meio externo, se após o equilíbrio a água derramada estava a 92 °C e sabendo que a densidade da água é 1 g/mL e o calor específico é 1 cal/(g °C), determine a capacidade térmica do copo da mamadeira.

105 (Mack-SP) Como sabemos, a água apresenta dilatação anômala, pois quando resfriada a partir da temperatura de 4 °C o seu volume aumenta. Assim, quando determinada massa de água a 20 °C (calor específico = 1,0 cal/g °C, densidade = 1,0 g/cm³) é resfriada, transformando-se em gelo a 0 °C (calor latente de fusão = = 80 cal/g, densidade = 0,9 g/cm³), tem seu volume aumentado de 20 cm³. A quantidade de calor retirada dessa massa de água é de:

a) 18 000 cal.
b) 14 400 cal.
c) 10 800 cal.
d) 7 200 cal.
e) 3 600 cal.

106 (UFG-GO) Justifique, de modo sucinto, a afirmação: "Um corpo flutua em água a 20 °C. Quando a temperatura da água subir para 40 °C, o volume submerso do corpo aumentará".

107 (Unifesp-SP) O tanque de expansão térmica é uma tecnologia recente que tem por objetivo proteger caldeiras de aquecimento de água. Quando a temperatura da caldeira se eleva, a água se expande e pode romper a caldeira. Para que isso não ocorra, a água passa para o tanque de expansão térmica através de uma válvula; o tanque dispõe de um diafragma elástico que permite a volta da água para a caldeira.



Suponha que você queira proteger uma caldeira de volume 500 L, destinada a aquecer a água de 20 °C a 80 °C; que, entre essas temperaturas, pode-se adotar para o coeficiente de dilatação volumétrica da água o valor médio de $4{,}4 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$ e considere desprezíveis a dilatação da caldeira e do tanque. Sabendo que o preço de um tanque de expansão térmica para essa finalidade é diretamente proporcional ao seu volume, assinale, das opções fornecidas, qual deve ser o volume do tanque que pode proporcionar a melhor relação custo-benefício.

a) 4,0 L.
b) 8,0 L.
c) 12 L.
d) 16 L.
e) 20 L.

108 (UFSCar-SP) Antes de iniciar o transporte de combustíveis, os dois tanques inicialmente vazios se encontravam à temperatura de 15 °C, bem como os líquidos que neles seriam derramados.

No primeiro tanque, foram despejados 15 000 L de gasolina e, no segundo, 20 000 L de álcool. Durante o transporte, a forte insolação fez com que a temperatura no interior dos tanques chegasse a 30 °C.

Dados: Gasolina – coeficiente de dilatação volumétrica $9{,}6 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$;
Álcool – Densidade 0,8 g/cm³;
Calor específico 0,6 cal/(g. °C).

Considerando desde o momento do carregamento até o momento da chegada ao destino, determine:

a) a variação do volume de gasolina.
b) a quantidade de calor capaz de elevar a temperatura do álcool até 30 °C.

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

109 A figura representa um sólido maciço e homogêneo, feito de alumínio e na forma de um cone.

São dadas as seguintes informações:

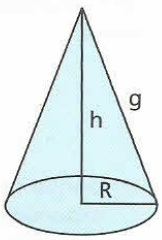
I. O coeficiente de dilatação linear (α) do alumínio é $2{,}4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

II. A área de um círculo de raio **R** é dada por πR^2.

III. A área total da superfície externa de um cone é dada por $\pi R (g + R)$, em que **R** é o raio do círculo da base do cone e **g**, a sua geratriz (veja a figura).

IV. O volume de um cone é dado por $\frac{\pi R^2 h}{3}$, em que **R** é o raio do círculo da base e **h** é a altura do cone.

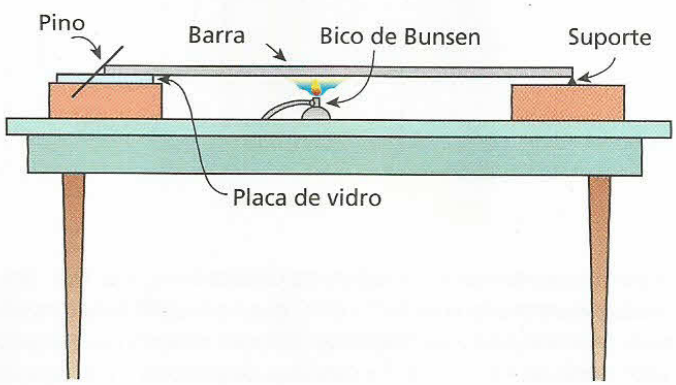
Aquecendo-se esse cone de alumínio de $\Delta\theta$, observa-se que o raio da base **R** sofre uma dilatação correspondente a 2,0% de seu valor inicial.



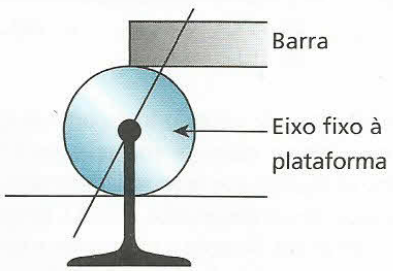
Nessas condições, os aumentos percentuais da área total externa e do volume desse cone serão, respectivamente, de:

a) 2,0% e 2,0%;
b) 4,0% e 8,0%;
c) 2,0% e 4,0%;
d) 6,0% e 8,0%;
e) 4,0% e 6,0%.

110 Num experimento de dilatação térmica dos sólidos, usou-se uma barra de alumínio de 1,0 metro de comprimento a uma temperatura inicial de 20 °C, conforme o esquema a seguir.



Aquecendo-se a barra, ela se expande e faz o pino cilíndrico (de 5,0 mm de raio) rolar em torno do eixo fixo, movendo o ponteiro.



A extremidade presa ao suporte se mantém fixa.

A que temperatura deve ser aquecida a barra para que o ponteiro gire 45° a partir de sua posição inicial?

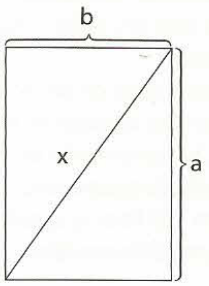
Dados: coeficiente de dilatação linear do alumínio = $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$;
$\pi = 3{,}2$.

a) 220 °C;
b) 150 °C;
c) 200 °C;
d) 45 °C;
e) 520 °C.

111 (ITA-SP) Um relógio de pêndulo, construído de um material de coeficiente de dilatação linear α, foi calibrado a uma temperatura de 0 °C para marcar um segundo exato ao pé de uma torre, de altura **h**. Elevando-se o relógio até o alto da torre, observa-se certo atraso, mesmo mantendo-se a temperatura constante. Considerando **R** o raio da Terra, **L** o comprimento do pêndulo a 0 °C e que o relógio permaneça ao pé da torre, então a temperatura para a qual se obtém o mesmo atraso é dada pela relação:

a) $\frac{2h}{\alpha R}$
b) $\frac{h(2R + h)}{\alpha R^2}$
c) $\frac{(R + h)^2 - LR}{\alpha L R}$
d) $\frac{R(2h + R)}{\alpha (R + h)^2}$
e) $\frac{2R + h}{\alpha R}$

112 (UFU-MG) Uma armação apresenta um formato retangular de lados **a** e **b**, sendo o lado **a** duas vezes maior do que o lado **b**, conforme a figura a seguir. Os coeficientes de dilatação linear dos lados **a** e **b** são iguais a α_a e α_b, respectivamente. Ao longo da diagonal da armação retangular, é fixada uma barra de comprimento **x** feita de certo material, com coeficiente de dilatação linear α_x.

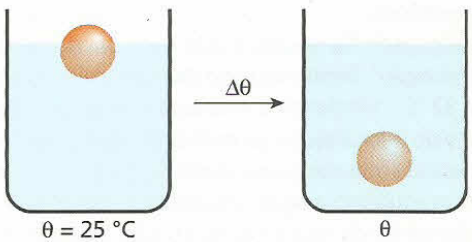


Determine o coeficiente de dilatação linear α_x em função dos coeficientes de dilatação α_a e α_b, de forma que a barra não fique nem tensionada nem comprimida devido às variações de temperatura.

113 Uma trena de aço é aferida para medidas a 15 °C. Qual será o erro em uma leitura de 20 m feita a 40 °C?

Dado: coeficiente de dilatação linear do aço = $12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

114 Sabe-se que, sob temperatura de 25 °C, um dado corpo de massa 80 g e volume total 10 cm^3 encontra-se parcialmente imerso e em equilíbrio em um líquido de densidade 8,8 g/cm^3. Quando sujeito a aquecimento, atinge-se uma temperatura tal que o corpo fica totalmente imerso.



Considerando-se que o coeficiente de dilatação cúbica do corpo e o do líquido são respectivamente iguais a $18 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e $360 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, indique a opção em que se encontra o valor aproximado da temperatura em que se dá a total imersão do corpo.

a) 269 °C
b) 294 °C
c) 319 °C
d) Não há temperatura possível para que o descrito ocorra.
e) –269 °C

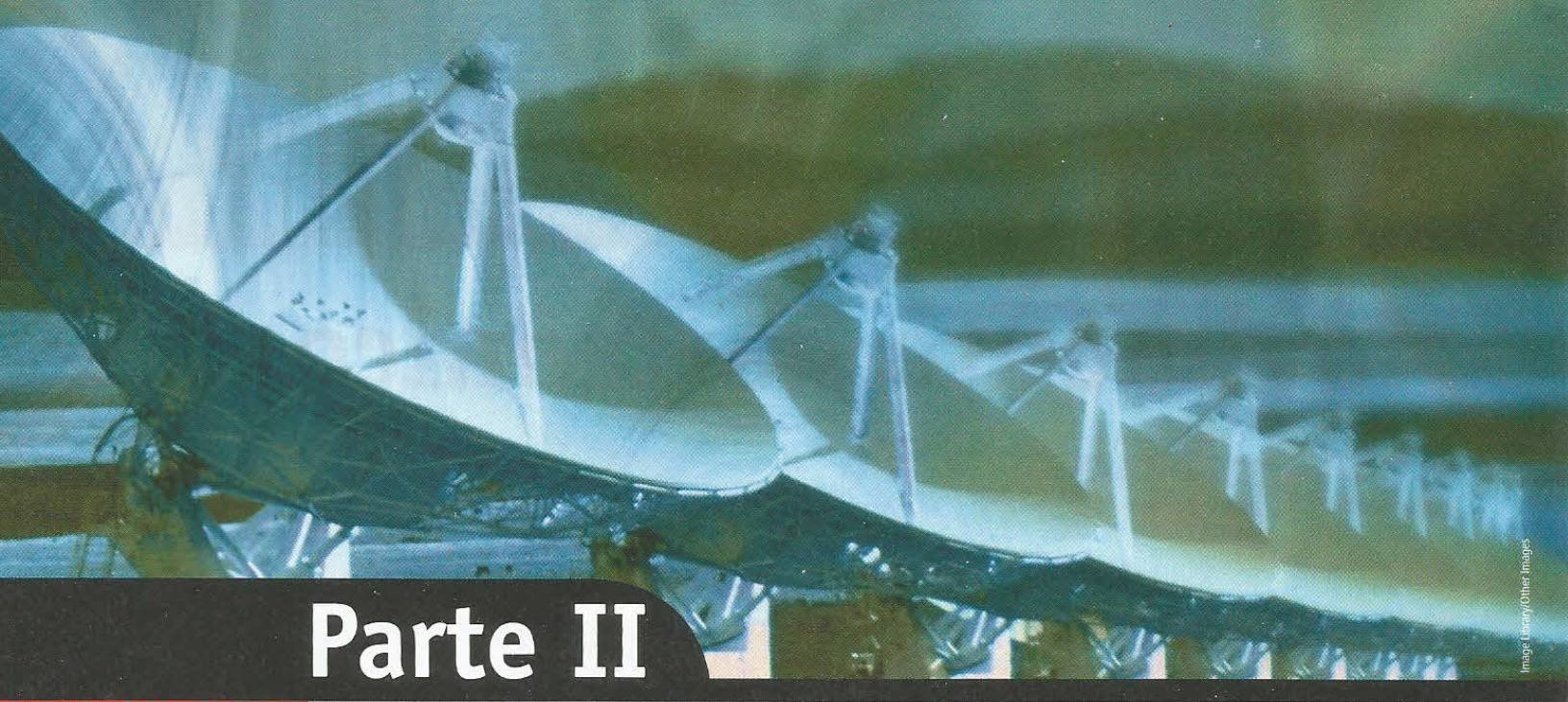


Image Library/Other Images

Parte II

ONDULATÓRIA

1. Movimento harmônico simples
2. Ondas
3. Acústica

Reprodução

Heinrich Rudolf Hertz
(1857-1894)

Tópico 1

Movimento harmônico simples

Bloco 1

1. Introdução

O estudo dos movimentos oscilatórios, dentre os quais se enquadram os chamados movimentos harmônicos simples, tem importantes aplicações.

Com ele, pode-se entender, por exemplo, que um lustre suspenso, balançando num movimento de vaivém, nos permite determinar a duração aproximada de um intervalo de tempo. Para isso, basta que se conheça o comprimento do lustre, o valor da aceleração da gravidade local e o número de vaivéns que o lustre realiza nesse intervalo de tempo.

Thales Trigo

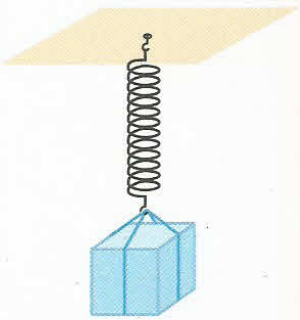
Se já forem conhecidos o tempo de duração de cada vaivém e o comprimento do lustre, será possível estimar o valor da aceleração da gravidade.

Note que o lustre se comporta como o pêndulo de um relógio.

Thales Trigo

Em alguns relógios de pêndulo, o mecanismo opera devido à energia potencial elástica armazenada quando alguém lhes dá corda. Em outros, a operação é mantida em virtude da energia potencial de gravidade de massas suspensas, que vão descendo com o passar das horas.

Com o estudo dos movimentos oscilatórios, também poderemos entender que uma mola e um cronômetro permitem a determinação da massa de um corpo, independentemente da gravidade local, que pode até ser nula, ou aparentemente nula, como no interior de uma nave em órbita. Para isso, basta conhecer a constante elástica da mola e o intervalo de tempo que o corpo, nela suspenso, demora para completar um vaivém.



Também é importante conhecer os conceitos estudados neste Tópico para que, nos Tópicos seguintes, possamos fazer um estudo mais consistente de Ondulatória.

2. Movimento periódico

Um movimento é **periódico** quando a posição, a velocidade e a aceleração do móvel (estado cinemático) repetem-se em intervalos de tempo iguais. O movimento elíptico de translação de um planeta em relação ao Sol é um exemplo de movimento periódico.

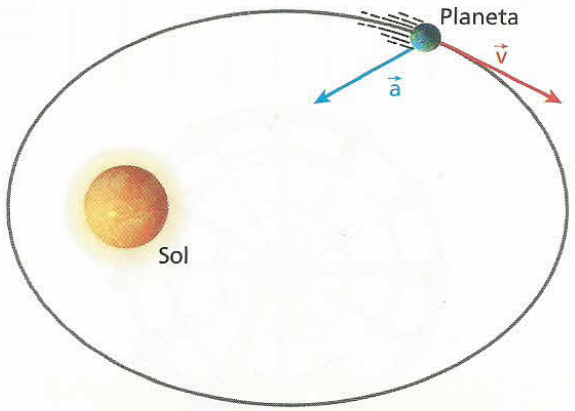


Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala.

A cada volta que o planeta completa a partir da posição indicada na figura, sua posição, sua velocidade vetorial ($\vec{v}$) e sua aceleração vetorial ($\vec{a}$) repetem-se.

Também são exemplos de movimentos periódicos o movimento de rotação da Terra e os realizados pelos ponteiros de um relógio.

O intervalo de tempo necessário para que ocorra uma repetição do movimento é denominado **período** do movimento (**T**). Assim, se ocorrerem **n** repetições do movimento num intervalo de tempo Δt, seu período será:

$$T = \frac{\Delta t}{n} \qquad \text{(I)}$$

O período pode ser medido em qualquer unidade de tempo. No SI, sua unidade é o **segundo** (**s**).

Outra grandeza a ser destacada num movimento periódico é sua **freqüência** (**f**), que corresponde ao número de vezes que esse movimento se repete na unidade de tempo. Assim, ocorrendo **n** repetições do movimento no intervalo de tempo Δt, sua freqüência é:

$$f = \frac{n}{\Delta t} \qquad \text{(II)}$$

Comparando as expressões (I) e (II), temos:

$$f = \frac{1}{T}$$

A unidade de freqüência, no SI, é o **hertz** (**Hz**). A freqüência de 1 Hz significa que o movimento repete-se uma vez por segundo.

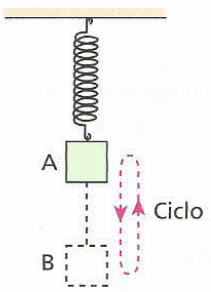
$$1\ \text{Hz} = 1\ \text{s}^{-1}$$

3. Movimento oscilatório

Um movimento é **oscilatório** quando ocorre com alternâncias de sentido, porém na mesma trajetória para os dois sentidos.

É o caso, por exemplo, do movimento do pêndulo de um relógio de parede.

A figura abaixo representa o movimento de um bloco que oscila periodicamente entre os pontos **A** e **B**.



Desprezada a dissipação de energia mecânica, o movimento do bloco é periódico e oscilatório.

Quando o bloco repete uma situação inicial, dizemos que completou um **ciclo**, uma **vibração** ou uma **oscilação**. É o que acontece quando ele sai de **A**, vai até **B** e volta a **A**.

O intervalo de tempo decorrido num ciclo é o **período** do movimento e o número de ciclos completados na unidade de tempo é a **freqüência**.

Veja, na tabela, os períodos de oscilação de alguns sistemas mecânicos:

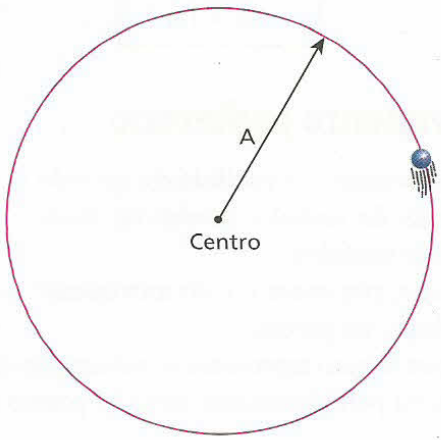
Grandes estruturas (como pontes e edifícios)	maior que 1 s
Cordas vocais	de 10^{-2} s a 10^{-3} s
Colunas de ar em instrumentos musicais de sopro	de 10^{-2} s a 10^{-3} s
Cordas de instrumentos musicais	de 10^{-2} s a 10^{-4} s

4. Movimento harmônico simples

Certos movimentos oscilatórios e periódicos, descritos por funções horárias harmônicas (funções seno ou cosseno), são denominados **movimentos harmônicos simples** (**MHS**).

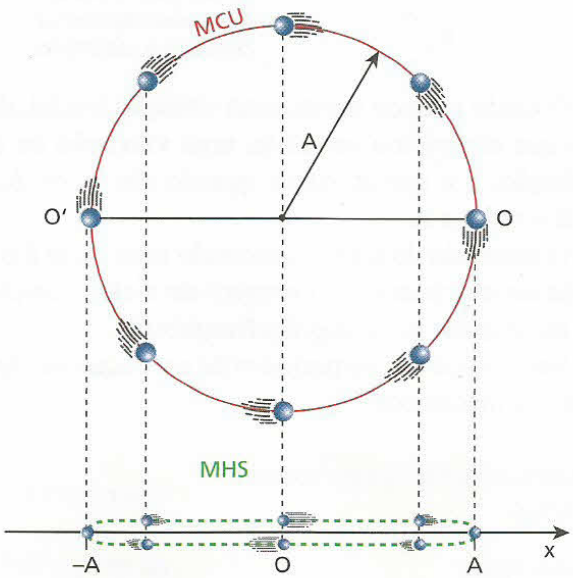
Para simplificar o estudo desses movimentos, podemos partir do movimento circular e uniforme (MCU).

Observe a figura a seguir, que representa uma partícula em movimento circular e uniforme numa circunferência de raio **A**.



Partícula em MCU

Agora, vamos fazer a projeção desse MCU sobre um eixo Ox, paralelo ao diâmetro OO' da circunferência e contido no plano dela:

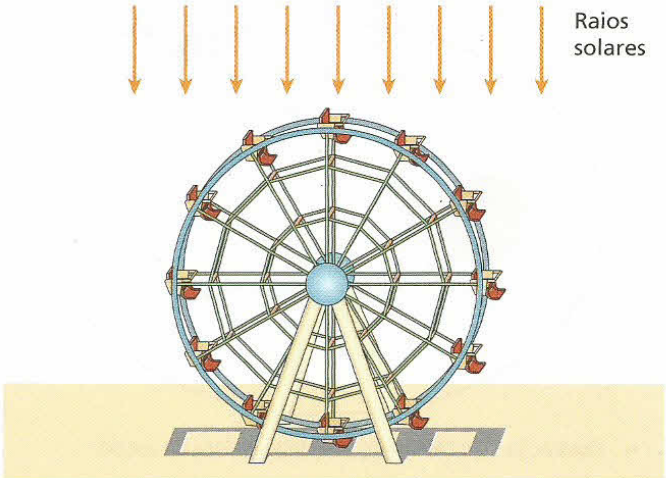


Com isso, podemos observar que, enquanto a partícula em MCU desloca-se do ponto **O** até o ponto **O'**, sua projeção desloca-se do ponto de abscissa x = A até o ponto de abscissa x = –A. Da mesma maneira, enquanto a partícula em MCU desloca-se de **O'** até **O**, a projeção desloca-se de x = –A até x = A.

Esse movimento retilíneo da projeção também é periódico e oscilatório. Além disso, o período desse movimento da projeção é igual ao período do movimento circular e uniforme. O movimento da projeção do MCU sobre o eixo Ox é um movimento harmônico simples (MHS).

No MHS, a abscissa (espaço) **x** é medida a partir do ponto médio da trajetória e denomina-se **elongação**. Observe, então, que no ponto médio da trajetória temos x = 0 (elongação nula) e nos pontos extremos da trajetória temos x = –A (**elongação mínima**) e x = A (**elongação máxima**).

A grandeza **A**, que corresponde ao raio da circunferência e é também a elongação máxima do MHS, denomina-se **amplitude** do MHS.



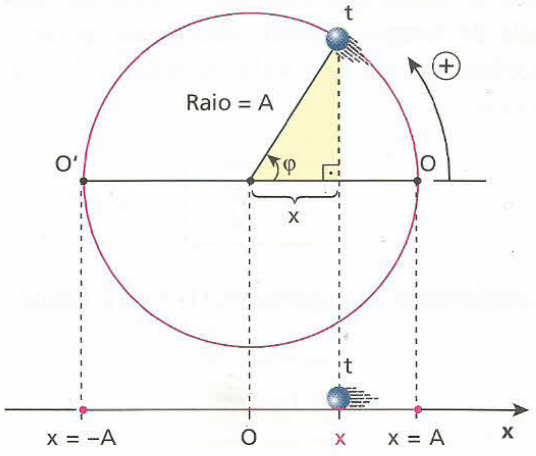
Com o Sol a pino e a roda-gigante em rotação uniforme, a sombra de cada cadeira, projetada no chão, realiza um MHS.

Nota:

- O movimento oscilatório do bloco preso a uma mola, mostrado no item 3 deste Tópico, é um movimento harmônico simples, como provaremos mais adiante. Observe, então, que a existência de um MHS não implica necessariamente a existência **concreta** do MCU gerador. Este último pode ser fictício.

5. Função horária da elongação no MHS

Na figura a seguir, destacamos a posição ocupada no instante **t** por uma partícula em MCU numa circunferência de raio **A**, bem como a posição de sua projeção sobre o eixo Ox, paralelo ao diâmetro OO' e contido no plano da circunferência.



Seja **ω** a velocidade angular da partícula em MCU.

O ângulo **φ**, denominado **fase** do movimento, estabelece a posição da partícula em relação ao ponto **O** da circunferência e é dado por:

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

No triângulo retângulo destacado, temos:

$$x = A \cos \varphi \qquad (I)$$

Como $\varphi = \omega t + \varphi_0$, obtemos, de (I):

$$x = A \cos (\omega t + \varphi_0)$$

Sobre essa expressão, que é a **função horária da elongação** no MHS, é importante observar que:

- a constante **A** (raio da circunferência em que ocorre o MCU) é a amplitude do MHS;
- a constante ω (velocidade angular da partícula em MCU) é denominada **pulsação** ou **freqüência angular** do MHS;
- a constante φ_0 é a **constante de fase** ou **fase inicial**, isto é, o valor da fase **φ** no instante t = 0. Para valores fixados de **A** e **ω**, a fase inicial φ_0 determina as características do MHS em t = 0.

A ilustração a seguir mostra como poderia ser obtida uma representação gráfica da elongação **x** em função do tempo **t**.

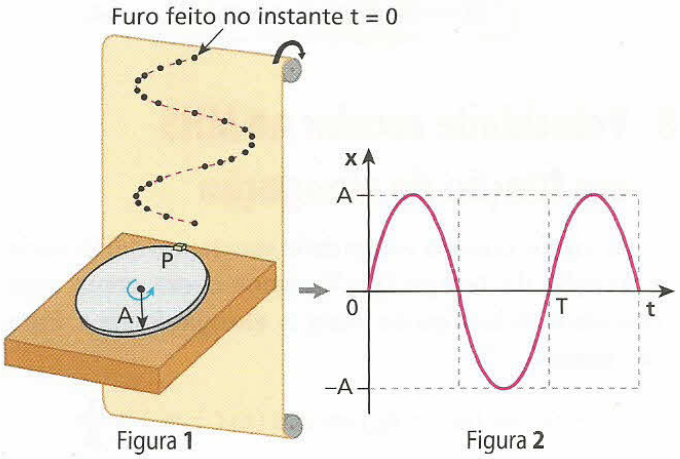
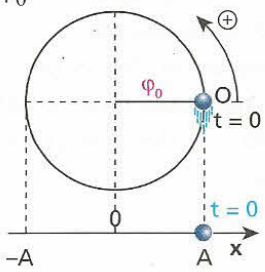


Figura 1 Figura 2

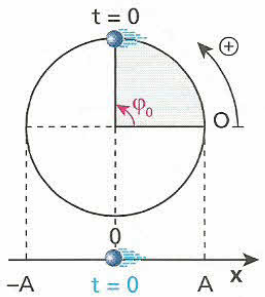
A figura 1 representa um toca-discos. O prato, de raio **A**, está em movimento de rotação uniforme de período **T**. Suponha que o dispositivo **P**, acoplado à periferia do prato, atire projéteis periodicamente, sempre numa direção perpendicular a uma fita que sobe com velocidade constante, perfurando-a. Se o intervalo de tempo entre dois tiros consecutivos for bem menor que **T**, as perfurações da fita determinarão uma linha sinusoidal, que corresponde ao gráfico da elongação **x** em função do tempo **t** para o MHS gerado pela projeção do MCU (figura 2).

Fase inicial do MHS (φ_0)

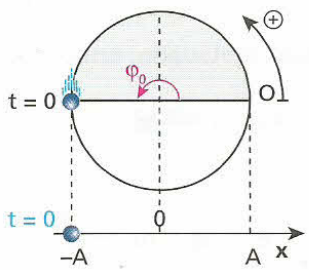
As figuras a seguir ilustram alguns valores notáveis de φ_0.



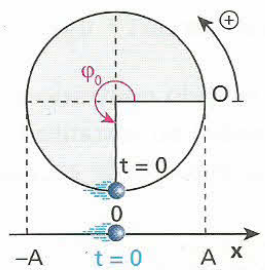
$\varphi_0 = 0$



$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad



$\varphi_0 = \pi$ rad



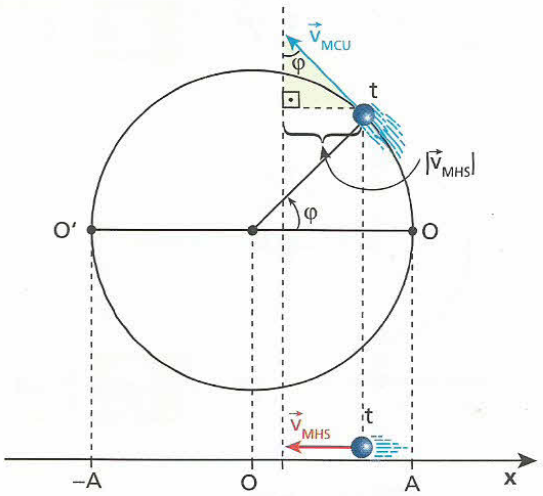
$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ rad

A fase inicial caracteriza o MHS em t = 0. Para cada situação possível do MHS, em t = 0, temos um valor de φ_0 ($0 \leq \varphi_0 < 2\pi$ rad), que pode ser determinado facilmente fazendo a correspondência do MHS com um MCU que seja capaz de gerá-lo por projeção. Assim, para cada situação inicial possível do MHS existe uma situação particular do MCU. Para determinar φ_0, admitimos um sentido para o MCU (no caso dos exemplos, sentido anti-horário). A partir do ponto **O** da circunferência, cuja projeção cai em x = A, medimos φ_0 no mesmo sentido admitido para o MCU. Esse procedimento é válido para qualquer direção do MHS.

6. Função horária da velocidade escalar instantânea

No item anterior, determinamos a posição no MHS pela projeção da posição no MCU.

A velocidade instantânea no MHS também é determinada pela projeção da velocidade no MCU sobre a trajetória em que se dá o MHS. Essa projeção está ilustrada na figura a seguir.



No triângulo retângulo destacado, temos:

$$|\vec{v}_{MHS}| = |\vec{v}_{MCU}| \text{ sen } \varphi$$

Lembrando que:

$$|\vec{v}_{MCU}| = \omega A \quad \text{e} \quad \varphi = \omega t + \varphi_0$$

obtemos:

$$|\vec{v}_{MHS}| = \omega A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$$

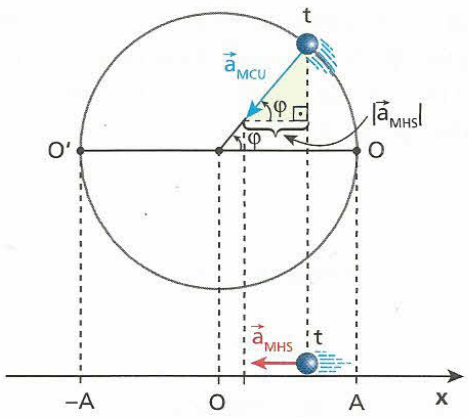
Como o MHS tem sentido contrário ao do eixo Ox (movimento retrógrado) no instante **t**, obtemos a seguinte expressão da velocidade escalar instantânea **v**:

$$v = -\omega A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$$

Essa é a função horária da velocidade escalar instantânea em um MHS.

7. Função horária da aceleração escalar instantânea

A aceleração instantânea no MHS é determinada também pela projeção da aceleração no MCU, que é centrípeta, sobre a trajetória em que ocorre o MHS. Essa projeção está representada na figura a seguir.



No triângulo destacado na figura, temos:

$$|\vec{a}_{MHS}| = |\vec{a}_{MCU}| \cos \varphi$$

Como:

$$|\vec{a}_{MCU}| = \omega^2 A \quad \text{e} \quad \varphi = \omega t + \varphi_0$$

obtemos:

$$|\vec{a}_{MHS}| = \omega^2 A \cos (\omega t + \varphi_0)$$

Observando que o MHS é acelerado no instante **t**, concluímos que nesse instante a velocidade escalar e a aceleração escalar devem ter o mesmo sinal. Sendo negativa a velocidade escalar, deduzimos que a aceleração escalar também é negativa. Obtemos, então, a função horária da aceleração escalar instantânea **α**, como segue:

$$\alpha = -\omega^2 A \cos (\omega t + \varphi_0)$$

8. Velocidade escalar no MHS em função da elongação

Já vimos como a velocidade escalar no MHS varia em função do **tempo** (**t**). Veremos agora como essa velocidade relaciona-se com a **elongação** (**x**). Para isso, temos:

$$x = A \cos (\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \cos (\omega t + \varphi_0) = \frac{x}{A}$$

$$v = -\omega A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \text{sen } (\omega t + \varphi_0) = \frac{-v}{\omega A}$$

Lembrando que a soma do quadrado do seno com o quadrado do cosseno de um mesmo ângulo é sempre igual a 1, temos:

$$\left(\frac{-v}{\omega A}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{v^2}{\omega^2 A^2} + \frac{x^2}{A^2} = 1$$

E assim:

$$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

Observe que, nessa expressão, a velocidade escalar é dada em função da elongação (**x**) e não em função do tempo (**t**).

Velocidade escalar nos pontos de inversão e no ponto central

Os **pontos de inversão** do movimento harmônico simples são as extremidades da trajetória, ou seja, os pontos de elongação $x = A$ e $x = -A$. Substituindo esses valores de **x** na expressão deduzida, obtemos:

$$v^2 = \omega^2 (A^2 - A^2) = 0 \Rightarrow \boxed{v = 0}$$

Assim, concluímos que a velocidade é nula nos pontos de inversão, como era esperado.

No **ponto central** da trajetória do MHS, a elongação é nula. Substituindo $x = 0$ naquela expressão, obtemos:

$$v^2 = \omega^2 (A^2 - 0) = \omega^2 A^2 \Rightarrow \boxed{v = \pm \omega A}$$

(máxima, em valor absoluto)

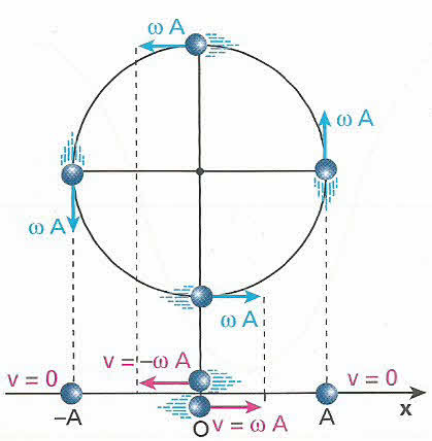
Assim, concluímos que a velocidade escalar no ponto central é igual a $+\omega A$, quando o movimento ocorre no sentido da trajetória, e $-\omega A$, quando ocorre em sentido oposto.

Observe, então, que:

A **velocidade escalar máxima** no MHS é dada pelo produto da pulsação pela amplitude, ocorrendo no ponto central da trajetória:

$$v_{máx} = \omega A$$

Também podemos chegar a esses resultados pela projeção direta da velocidade no MCU sobre a trajetória do MHS, como ilustra a figura abaixo.



9. Aceleração escalar no MHS em função da elongação

Já obtivemos uma expressão que relaciona a aceleração escalar no MHS com o **tempo** (**t**). É muito importante, porém, relacioná-la também com a **elongação** (**x**).

Para tanto, usaremos as seguintes expressões, já deduzidas:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{(I)}$$

$$\alpha = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), temos:

$$\alpha = -\omega^2 x$$

Aceleração escalar nos pontos de inversão e no ponto central

Nos **pontos de inversão** do MHS, temos $x = A$ e $x = -A$.

Em $x = A$: $\boxed{\alpha = -\omega^2 A}$ (valor mínimo)

Em $x = -A$: $\boxed{\alpha = \omega^2 A}$ (valor máximo)

No **ponto central** da trajetória do MHS, temos $x = 0$. Conseqüentemente, a aceleração escalar é nula nesse ponto:

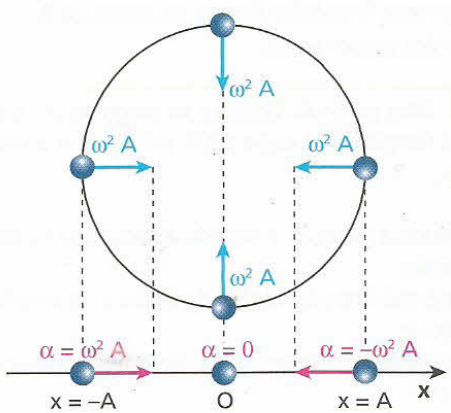
$$\alpha = 0$$

Destaquemos que:

A **aceleração escalar máxima** no MHS é dada pelo produto do quadrado da pulsação pela amplitude, ocorrendo no ponto de inversão em que a elongação é $x = -A$:

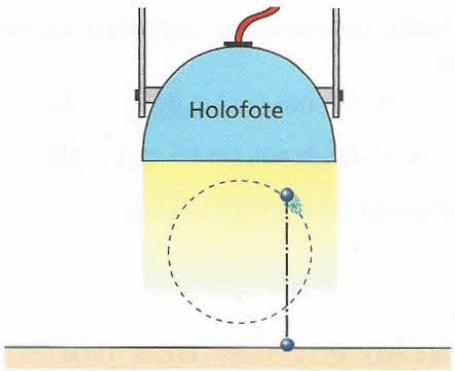
$$\alpha_{máx} = \omega^2 A$$

Também podemos obter esses resultados pela projeção da aceleração no MCU sobre a trajetória do MHS, como ilustra a figura abaixo.



EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 Um holofote emite um feixe cilíndrico e vertical de luz dirigido contra o solo, plano e horizontal. Uma pequena esfera opaca executa movimento circular e uniforme no interior desse feixe. A trajetória da esfera está contida num plano vertical.



Analise as afirmações a seguir:

I. O movimento da sombra projetada pela esfera é periódico e oscilatório.

II. O movimento da sombra tem o mesmo período do movimento da esfera.

III. Enquanto a esfera descreve uma semicircunferência, a sombra completa uma oscilação.

IV. A amplitude do movimento da sombra é igual ao diâmetro da circunferência descrita pela esfera.

V. O movimento da sombra é harmônico simples.

Indique a alternativa verdadeira.

a) Se apenas I e V forem corretas.
b) Se apenas I, II, IV e V forem corretas.
c) Se apenas I, II e V forem corretas.
d) Se apenas V for correta.
e) Se todas forem corretas.

2 (ITA-SP) Uma nave espacial está circundando a Lua em uma órbita circular de raio **R** e período **T**. O plano da órbita dessa nave é o mesmo que o plano da órbita da Lua ao redor da Terra.

Nesse caso, para um observador terrestre, se ele pudesse enxergar a nave (durante todo o tempo), o movimento dela, em relação à Lua, pareceria:

a) um movimento circular uniforme de raio **R** e período **T**.
b) um movimento elíptico.
c) um movimento periódico de período 2**T**.
d) um movimento harmônico simples de amplitude **R**.
e) diferente dos citados acima.

3 **E.R.** Uma partícula move-se ao longo de um eixo Ox, obedecendo à função $x = 2 \cos \pi t$ (SI), em que **x** é a elongação e **t** é o tempo.

Obtenha:

a) a amplitude, a pulsação, o período, a freqüência e a fase inicial do movimento;
b) os valores máximos da velocidade escalar e da aceleração escalar da partícula;
c) o gráfico da elongação em função do tempo, no intervalo de $t = 0$ a $t = 2$ s.

Resolução:

a) Temos:

$x = 2 \cos \pi t$ e $x = A \cos (\omega t + \varphi_0)$

Comparando essas expressões, termo a termo, temos:

$\boxed{A = 2 \text{ m}}$ (amplitude)

$\boxed{\omega = \pi \text{ rad/s}}$ (pulsação)

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{T = 2 \text{ s}}$ (período)

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}5 \text{ Hz}}$ (freqüência)

$\boxed{\varphi_0 = 0}$ (fase inicial)

b) Temos:

$v_{máx} = \omega A$ e $\alpha_{máx} = \omega^2 A$

Então:

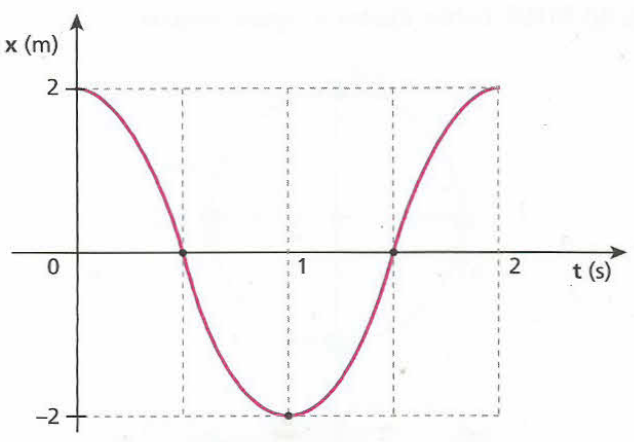
$v_{máx} = \pi \cdot 2 \Rightarrow \boxed{v_{máx} = 2\pi \text{ m/s}}$

$\alpha_{máx} = \pi^2 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{\alpha_{máx} = 2\pi^2 \text{ m/s}^2}$

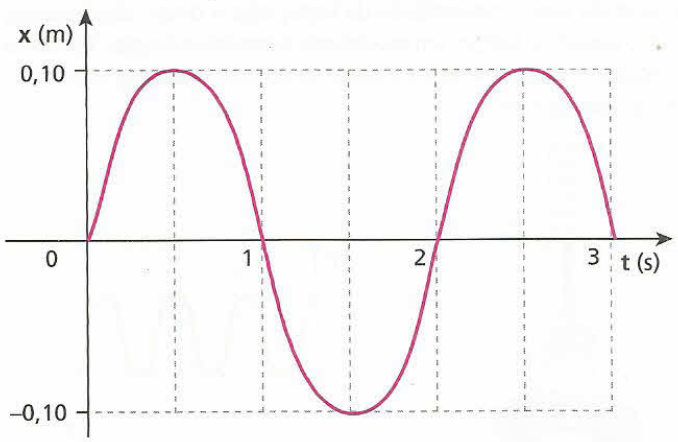
c) Vamos calcular a elongação nos instantes $t = 0$, $t = 0{,}5$ s, $t = 1$ s, $t = 1{,}5$ s e $t = 2$ s:

$t = 0 \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 0) \Rightarrow x = 2 \text{ m}$
$t = 0{,}5 \text{ s} \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 0{,}5) \Rightarrow x = 0$
$t = 1 \text{ s} \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 1) \Rightarrow x = -2 \text{ m}$
$t = 1{,}5 \text{ s} \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 1{,}5) \Rightarrow x = 0$
$t = 2 \text{ s} \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 2) \Rightarrow x = 2 \text{ m}$

Agora, vamos construir o gráfico pedido:



4 (Vunesp-SP) A partir do gráfico a seguir, que representa as posições ocupadas por um móvel em função do tempo quando oscila em movimento harmônico simples, determine:



a) a freqüência e a amplitude do movimento;
b) os instantes, durante os três primeiros segundos, em que a velocidade se anulou.

5 (Mack-SP) Uma partícula descreve um movimento harmônico simples segundo a equação $x = 0{,}3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot t\right)$, no SI. O módulo da máxima velocidade atingida por esta partícula é:

a) $\frac{\pi}{3}$ m/s. c) 0,6 m/s. e) 0,3 m/s.
b) $0{,}2 \cdot \pi$ m/s. d) $0{,}1 \cdot \pi$ m/s.

6 (UFPB) Um oscilador harmônico simples desloca-se entre os pontos **A** e **B**, conforme a figura abaixo:

O oscilador passa pelo ponto **O**, eqüidistante dos pontos **A** e **B**, com velocidade de 3,0 m/s. Sabendo que o módulo da aceleração do oscilador nos pontos **A** e **B** é $3{,}6 \cdot 10^4$ m/s^2 e considerando $\pi = 3$, determine, em kHz, a freqüência de seu movimento.

7 (Mack-SP) Uma partícula realiza um MHS (movimento harmônico simples) segundo a equação $x = 0{,}2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}t\right)$, no SI. A partir da posição de elongação máxima, o menor tempo que esta partícula gastará para passar pela posição de equilíbrio é:

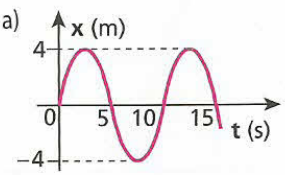
a) 8 s. b) 4 s. c) 2 s. d) 1 s. e) 0,5 s.

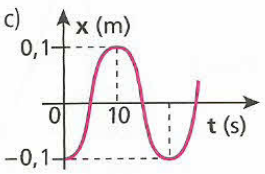
EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

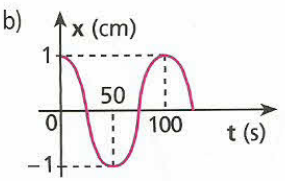
8 Uma partícula move-se obedecendo à função horária $x = 2 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, com **x** em metros e **t** em segundos.

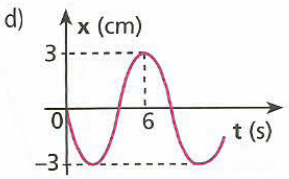
Determine:
a) o período do movimento;
b) a velocidade escalar da partícula em t = 1 s;
c) a aceleração escalar da partícula em t = 5 s.

9 **E.R.** Observe as quatro representações gráficas da elongação em função do tempo, para movimentos harmônicos simples:

a)


c)


b)


d)


Em cada caso, expresse analiticamente a elongação em função do tempo [x = f(t)].

Resolução:

a) Do gráfico, temos:

A = 4 m

$T = 10\text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{5}$ rad/s

Em t = 0, a elongação **x** é **nula** e **crescente**. Por isso,

$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ rad.

Lembrando que $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, obtemos:

$$\boxed{x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{3\pi}{2}\right)} \text{ (SI)}$$

b) Do gráfico, temos:

A = 1 cm

$T = 100\text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{100} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{50}$ rad/s

Em t = 0, a elongação **x** é igual à amplitude **A**. Por isso, $\varphi_0 = 0$.

Então:

$$\boxed{x = 1 \cos \frac{\pi}{50}t} \text{ (**x** em cm e **t** em s)}$$

c) A = 0,1 m

$T = 20\text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{10}$ rad/s

Em t = 0, temos x = –A. Por isso, $\varphi_0 = \pi$ rad.

Assim, temos:

$$\boxed{x = 0{,}1 \cos\left(\frac{\pi}{10}t + \pi\right)} \text{ (SI)}$$

d) A = 3 cm

$T = 8\text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{4}$ rad/s

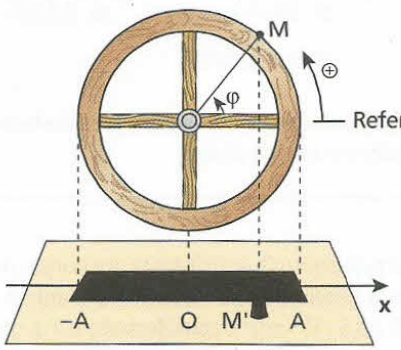
Em t = 0, a elongação **x** é **nula** e **decrescente**. Por isso,

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad.

Obtemos, então:

$$\boxed{x = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right)} \text{ (**x** em cm e **t** em s)}$$

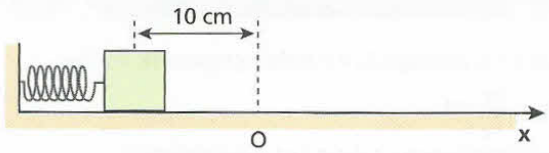
10 Uma roda munida de uma manivela **M** é iluminada pela luz do Sol a pino, projetando sombra em solo plano e horizontal. A roda executa movimento de rotação uniforme no sentido anti-horário em relação ao leitor, com freqüência igual a 120 rpm. O raio da roda vale 0,5 m.



Determine a função horária da elongação correspondente ao movimento da sombra M' da manivela ao longo do eixo Ox nos seguintes casos:

a) no instante t = 0, M' está em x = A;
b) no instante t = 0, M' ≡ O e o movimento de M' é retrógrado;
c) em t = 0, M' está no ponto médio entre x = O e x = A, em movimento progressivo.

11 A figura a seguir representa um corpo mantido em repouso, preso a uma mola ideal e apoiado em uma superfície plana e horizontal.



A mola está comprimida de 10 cm.
No instante t = 0, o corpo é abandonado e passa a realizar um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio **O**, que é a origem do eixo Ox, completando duas oscilações por segundo.
A função horária da velocidade escalar (**v**) desse corpo, no SI, é:

a) $v = -0{,}8\pi \cos(4\pi t + \pi)$.
b) $v = -0{,}4\pi \cos(4\pi t)$.
c) $v = -0{,}8\pi \operatorname{sen}(4\pi t + \pi)$.
d) $v = -0{,}4\pi \operatorname{sen}(4\pi t + \pi)$.
e) $v = -0{,}4\pi \operatorname{sen}(4\pi t)$.

12 (ITA-SP) Uma partícula em movimento harmônico simples oscila com freqüência de 10 Hz entre os pontos **L** e **–L** de uma reta. No instante t_1, a partícula está no ponto $\sqrt{3}\,\frac{L}{2}$, caminhando em direção a valores inferiores, e atinge o ponto $-\sqrt{2}\,\frac{L}{2}$ no instante t_2. O tempo gasto nesse deslocamento é:

a) 0,021 s.
b) 0,029 s.
c) 0,15 s.
d) 0,21 s.
e) 0,29 s.

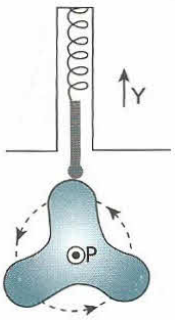
13 Uma partícula executa MHS de freqüência igual a 2 Hz e amplitude igual a 5 m. Calcule:

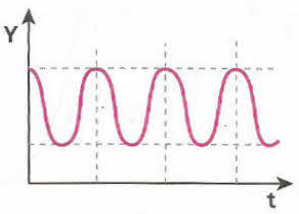
a) a velocidade escalar da partícula, quando ela está a 4 m do ponto de equilíbrio;
b) a aceleração escalar da partícula nos extremos da trajetória.

14 (UFPI) Uma partícula executa um movimento harmônico simples na direção **X**, em torno do ponto X = 0, com freqüência angular ω = 1 rad/s. Em um dado instante **t**, observa-se que a posição da partícula é X = 3 metros e sua velocidade é $v_X = -4$ m/s. A amplitude do movimento dessa partícula, em metros, vale:

a) 3,5.
b) 4,0.
c) 4,5.
d) 5,0.
e) 5,5.

15 (Fuvest-SP) Uma peça, com a forma indicada, gira em torno de um eixo horizontal **P**, com velocidade angular constante e igual a π rad/s. Uma mola mantém uma haste apoiada sobre a peça, podendo a haste mover-se **apenas** na vertical. A forma da peça é tal que, enquanto ela gira, a extremidade da haste sobe e desce, descrevendo, com o passar do tempo, um movimento harmônico simples **Y**(t) como indicado no gráfico. Assim, a freqüência do movimento da extremidade da haste será de:





a) 3,0 Hz
b) 1,5 Hz
c) 1,0 Hz
d) 0,75 Hz
e) 0,5 Hz

16 (UFG-GO) Os gráficos **A**, **B**, **C** abaixo representam, em ordem aleatória, a posição (em m), a velocidade (em m/s) e a aceleração (em m/s^2), em função do tempo (em s), de um corpo executando um movimento harmônico simples, sob a ação de uma força do tipo $F = -kx$.

Gráfico **A**

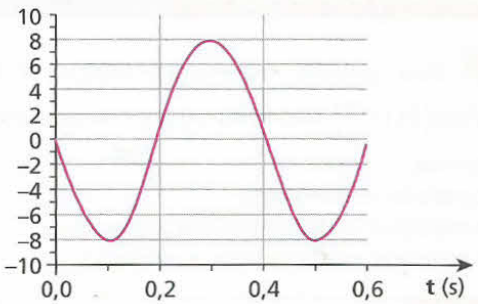


Gráfico **B**

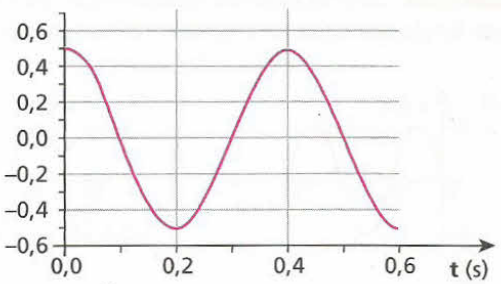
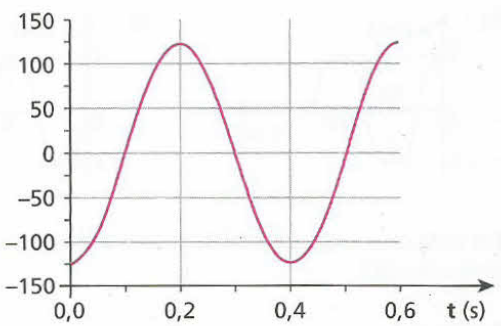


Gráfico **C**



Com base nos gráficos **A**, **B** e **C**:

a) identifique qual deles se refere à posição, qual à velocidade e qual à aceleração. Justifique sua resposta.
b) determine o deslocamento máximo do corpo em relação à origem (amplitude) e a freqüência desse movimento.

Bloco 2

10. Força no movimento harmônico simples

Vamos buscar aqui um critério que permita decidir se um corpo realiza ou não um MHS, a partir do conhecimento das forças que nele atuam.

No item anterior, você viu que a aceleração escalar de uma partícula em MHS em função da elongação é dada por:

$$\alpha = -\omega^2 x$$

O valor algébrico da força resultante que atua em uma partícula de massa **m** executando esse movimento retilíneo fica determinado pela expressão:

$$F = m\alpha \Rightarrow F = -m\omega^2 x$$

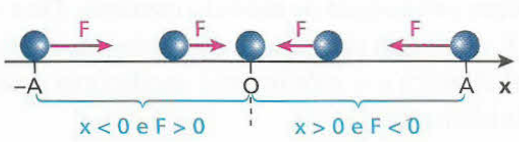
Como a massa **m** e a pulsação **ω** são constantes em um determinado MHS, podemos substituir $m\omega^2$ por uma única constante **K**, denominada **constante de força** do MHS.

Obtemos, então:

$$F = -Kx$$

Essa expressão revela que o valor algébrico da força resultante que atua em uma partícula em MHS é **proporcional** à elongação, tendo **F** e **x** sinais opostos. É essa característica que se deve ter em mente quando é preciso decidir se determinado movimento é ou não um movimento harmônico simples.

A força resultante num corpo em MHS é denominada **força restauradora**, porque ela atua de modo a garantir o prosseguimento das oscilações: toda vez que o corpo passa pela posição central, a força entra em ação para retardá-lo e, depois, trazê-lo de volta. Esse fato pode ser observado na análise de sinais na expressão $F = -Kx$. Quando a elongação (**x**) é positiva, o valor algébrico da força (**F**) é negativo, o que significa que a força tem sentido oposto ao do eixo Ox. Quando, porém, a elongação é negativa, o valor algébrico da força é positivo, o que significa que a força tem o mesmo sentido do eixo Ox.



Ponto de equilíbrio do MHS

No ponto central da trajetória do MHS, a elongação (**x**) é nula. O mesmo ocorre, conseqüentemente, com a força resultante.

Em qualquer movimento, o ponto da trajetória em que a força resultante se anula denomina-se **ponto de equilíbrio** do movimento.

A partir disso concluímos que:

> O **ponto de equilíbrio** de um MHS é o ponto central da trajetória, isto é, o ponto de elongação **x** igual a zero.

11. Período do MHS

Na maioria dos casos, a importância prática do MHS está no conhecimento de seu **período** (**T**), porque a partir dele podemos determinar outras grandezas.

Vamos, então, deduzir a expressão do período do MHS.

No item anterior, definimos a constante de força do MHS como sendo:

$$K = m\omega^2$$

Obtemos, daí, uma expressão para a pulsação do MHS:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Lembrando que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, temos:

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Observe que o período (**T**) do MHS não depende da amplitude das oscilações, mas apenas da **massa** (**m**) oscilante e da **constante de força** (**K**).

Como a freqüência (**f**) é igual ao inverso do período, temos:

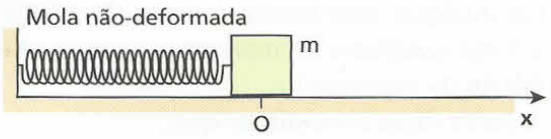
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

Observe que, fixando o valor de **K**, a freqüência é inversamente proporcional à raiz quadrada da massa.

O exemplo a seguir, embora não se trate, de fato, de um movimento harmônico simples, é considerado útil para ilustrar a relação entre freqüência e massa: um automóvel em movimento em uma estrada danificada chacoalha com uma freqüência maior quando está com pouca carga (massa total menor).

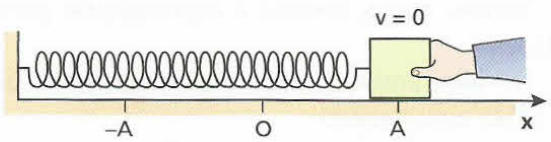
12. Oscilador massa-mola horizontal

Considere um bloco de massa **m**, em repouso num plano horizontal suposto perfeitamente liso, preso a uma mola, como mostra a figura a seguir. A mola é supostamente de massa desprezível e sua constante elástica é **K**.

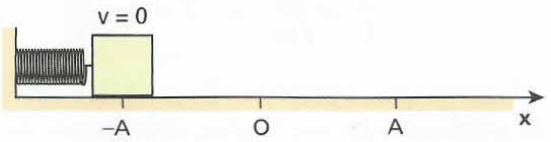


Observe que a posição do bloco é de equilíbrio, pois a mola não está deformada. Assim, a força resultante nele é nula. Um eixo Ox está associado ao plano horizontal, com a origem na posição de equilíbrio e na mesma direção do eixo da mola.

Vamos afastar o bloco da posição de equilíbrio, deslocando-o, por exemplo, para a direita até a posição x = A, e deixá-lo aí, como mostra a figura a seguir:



Supondo que a mola opere em regime de elasticidade perfeita e desprezando qualquer influência do ar, concluímos que o bloco executará, se solto, um movimento oscilatório e periódico entre x = A e x = –A (sistema conservativo).



Nesse movimento, a elongação é a própria deformação da mola. Além disso, a força elástica da mola é a força resultante sobre o bloco. Lembrando que a força elástica é proporcional à deformação da mola, obtemos a seguinte expressão para o valor algébrico da força resultante:

$$F = -K\,x$$

Isso prova que o movimento em questão é um movimento harmônico simples. Sendo assim, o período de oscilação é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

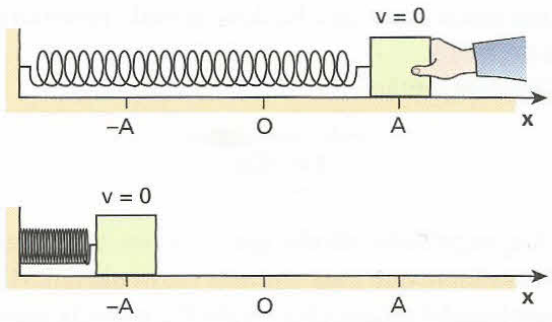
Observe, mais uma vez, que o período não depende da amplitude, ou seja, da posição em que o bloco é abandonado para oscilar, desde que oscile nas condições ideais consideradas.

Podemos resumir as principais informações sobre o oscilador massa-mola em plano horizontal e em condições ideais da seguinte forma:

- O corpo preso à mola executa MHS.
- A elongação no MHS é, em módulo, a própria deformação (distensão ou contração) da mola.
- A força resultante no corpo é a própria força elástica aplicada pela mola.
- No ponto de equilíbrio, a força elástica (força resultante) é nula, e a mola não está deformada.

Análise energética

Vamos agora analisar a energia mecânica do oscilador descrito:



Na posição x = A, a energia potencial elástica (E_p) armazenada e a energia cinética (E_c) valem:

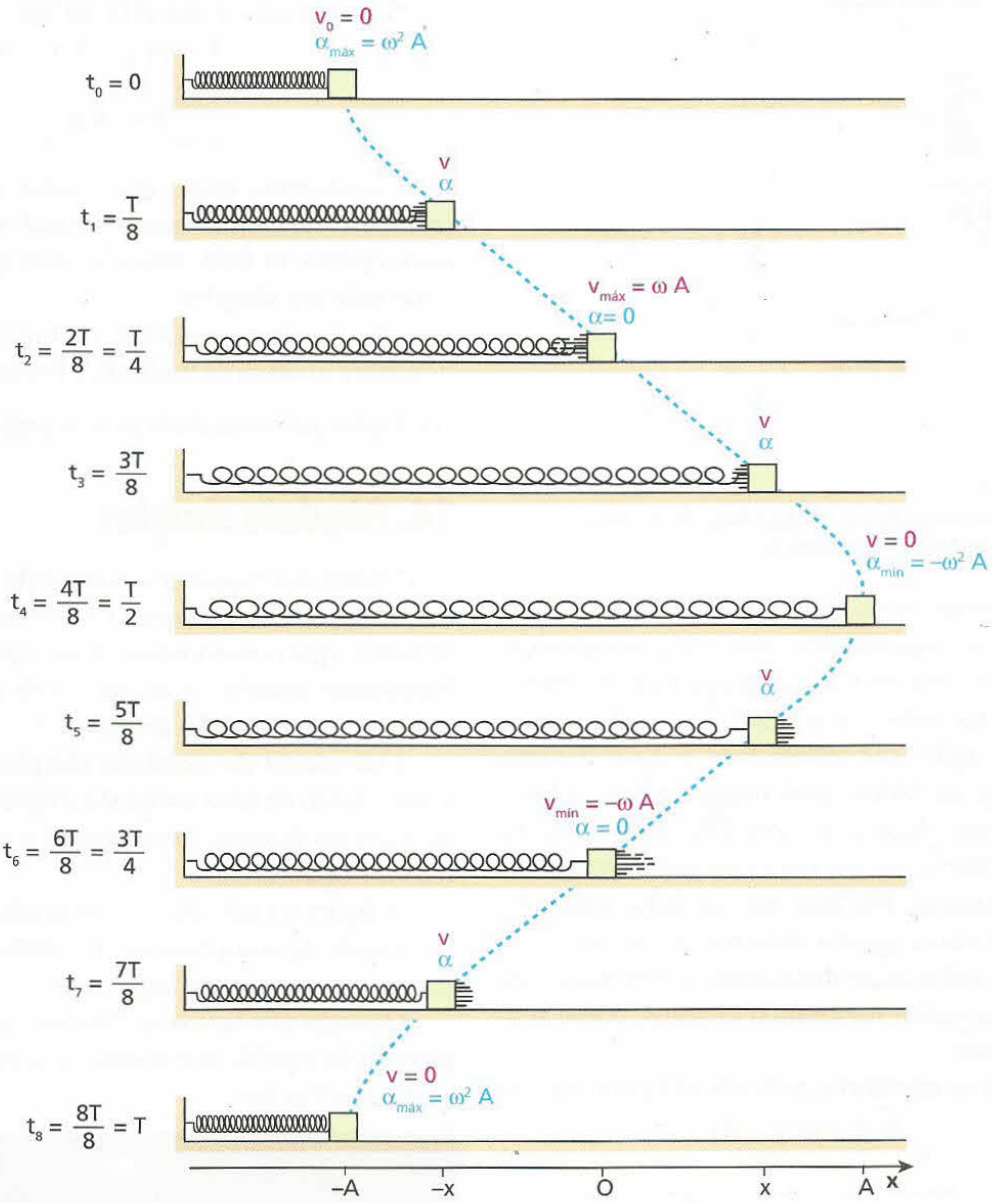
$$E_p = \frac{K\,A^2}{2} \quad \text{e} \quad E_c = 0$$

Assim, a energia mecânica do sistema é dada por:

$$E_m = E_p + E_c = \frac{K\,A^2}{2} + 0 \Rightarrow \boxed{E_m = \frac{K\,A^2}{2}}$$

Essa energia mecânica mantém-se constante, pois o sistema é conservativo. Ao se deslocar de x = A até x = 0, toda a energia potencial elástica converte-se em energia cinética e o bloco passa por x = 0 com velocidade de módulo máximo. De x = 0 até x = –A, a energia cinética se converte em energia potencial elástica e o movimento oscilatório prossegue indefinidamente.

Um bloco de massa **m**, preso a uma mola de constante elástica **K**, executa um MHS de período **T**, apoiado em uma superfície plana e horizontal. Entre duas posições consecutivas representadas na figura decorre um intervalo de tempo igual a $\frac{T}{8}$:



Observe que:

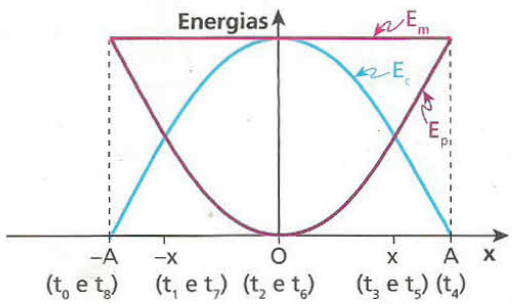
Em t_0, t_4 e t_8: $E_p = \frac{K \cdot A^2}{2}$ e $E_c = 0$

Em t_2 e t_6: $E_p = 0$ e $E_c = \frac{m\,\omega^2 A^2}{2} = \frac{K A^2}{2}$

Em t_1, t_3, t_5 e t_7: $E_p = \frac{K x^2}{2}$ e $E_c = \frac{m v^2}{2}$

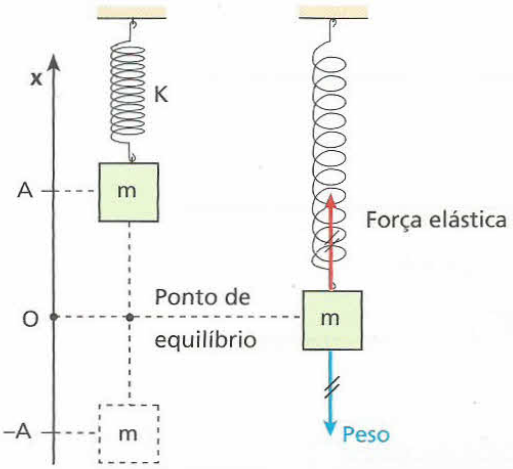
$$E_m = \frac{K A^2}{2}$$

Representando graficamente as energias desse sistema massa-mola, temos:



13. Oscilador massa-mola vertical

Observe agora o bloco de massa **m** oscilando verticalmente na extremidade da mola de constante elástica **K**, em condições ideais.



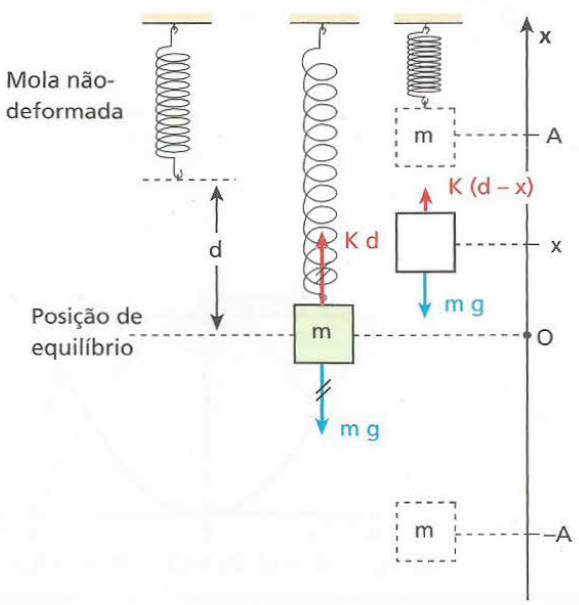
Situação no ponto de equilíbrio: a força resultante é nula, mas a mola está deformada.

Note que nesse oscilador a força resultante no bloco não é mais a força elástica, mas sim a composição vetorial da força elástica com a força peso do bloco. Desse modo, no ponto de equilíbrio (x = 0), a força elástica não é nula: sua intensidade é igual à intensidade do peso do bloco, pois nessa posição a força resultante é nula. Assim, a mola está deformada no ponto de equilíbrio, ao contrário do que acontece no oscilador horizontal. Por isso, no oscilador vertical a elongação **x** já não é igual à deformação da mola.

Apesar de todas essas diferenças, o movimento do bloco continua sendo harmônico simples, como provaremos a seguir.

Na posição de equilíbrio, indicada na figura, temos:

$$K\,d = m\,g \quad (I)$$



Numa posição genérica de elongação **x**, o valor algébrico **F** da força resultante no bloco é dado por:

$$F = K\,(d - x) - m\,g$$

$$F = K\,d - K\,x - m\,g \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II), temos:

$$F = m\,g - K\,x - m\,g$$

$$\boxed{F = -K\,x}$$

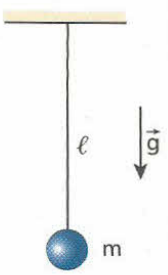
Concluímos, então, que o valor algébrico da força resultante no bloco é proporcional à elongação e tem sinal oposto ao dela. Isso significa que **o movimento é harmônico simples**.

Observe que a constante de força continua sendo a constante elástica da mola (**K**). Portanto, o período das oscilações continua dado pela expressão: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$.

14. Pêndulo simples

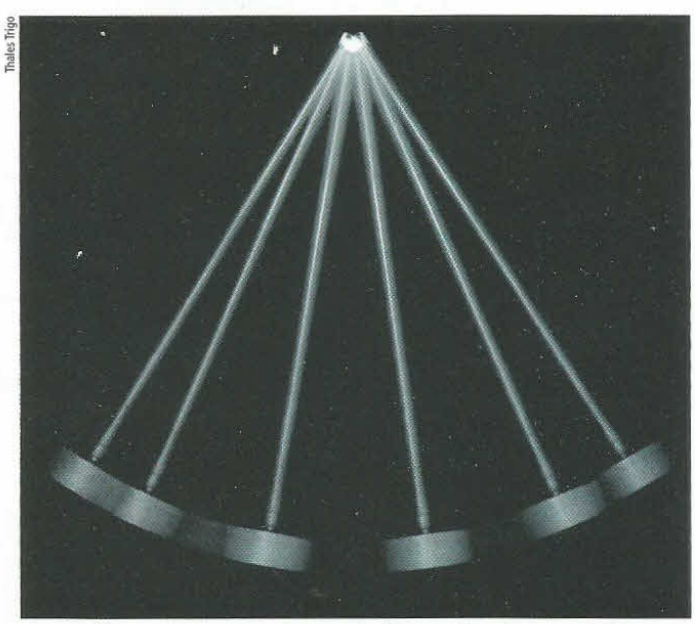
Vamos acompanhar a análise do movimento oscilatório de um corpo preso na extremidade de um fio. Veremos que o movimento desse corpo não é, a rigor, harmônico simples, mas que, sob certas condições, muito se aproxima de um MHS.

Chamamos de **pêndulo simples** o sistema ideal constituído de uma partícula suspensa a um fio flexível, inextensível e de massa desprezível.



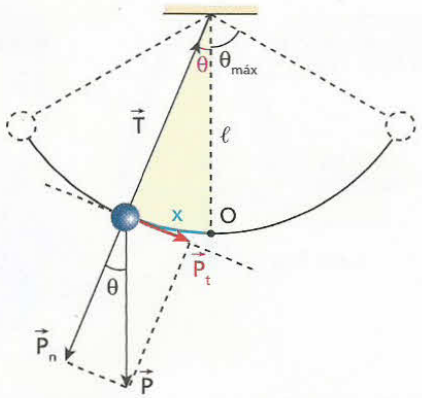
A figura ao lado ilustra um pêndulo simples de comprimento ℓ e massa **m**, em sua posição de equilíbrio.

Quando afastamos o pêndulo da posição de equilíbrio e o soltamos, ele realiza oscilações.


Thales Trigo

Fotografia estroboscópica de um pêndulo oscilando.

As forças que atuam na massa pendular, desprezando-se influências do ar, são a tração $\vec{T}$, exercida pelo fio, e o peso $\vec{P}$, que pode ser decomposto segundo as direções da tangente e da normal à trajetória.



A componente tangencial do peso ($\vec{P}_t$) é a força restauradora do movimento oscilatório do pêndulo. Sua intensidade é dada por:

$$P_t = m\,g\,\text{sen}\,\theta$$

O ângulo **θ** é expresso em radianos por:

$$\theta = \frac{x}{\ell}$$

Assim, temos:

$$P_t = m\,g\,\text{sen}\,\frac{x}{\ell}$$

Nessa última expressão, concluímos que o movimento do pêndulo não é harmônico simples, uma vez que a intensidade da força restauradora (P_t) não é proporcional à elongação (**x**), mas sim ao seno de $\frac{x}{\ell}$.

Se as oscilações, contudo, ocorrerem com pequenos ângulos ($\theta_{máx} \leqslant 10°$), o valor do seno e o valor do ângulo expresso em radianos serão aproximadamente iguais, o que pode ser comprovado na tabela a seguir.

θ (°)	θ (rad)	sen θ
0	0	0
2	0,0349	0,0349
4	0,0698	0,0698
6	0,1047	0,1045
8	0,1396	0,1392
10	0,1745	0,1736

Considerando, então, apenas os casos de pequenos ângulos ($\theta_{máx} \leqslant 10°$), podemos escrever:

$$P_t = m\,g\,\theta = m\,g\,\frac{x}{\ell}, \text{ pois sen}\,\theta = \text{sen}\,\frac{x}{\ell} \simeq \frac{x}{\ell}$$

Sendo **m**, **g** e **ℓ** constantes, podemos fazer:

$$K = \frac{m\,g}{\ell}$$

Assim, obtemos:

$$P_t = K\,x$$

A partir disso concluímos que a intensidade da força restauradora torna-se proporcional à elongação, podendo-se afirmar que, para pequenos ângulos, o movimento oscilatório do pêndulo é praticamente harmônico simples.

Período de oscilação do pêndulo simples

Em qualquer MHS, o período é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Essa fórmula é aplicável ao pêndulo simples, desde que as oscilações ocorram com pequenos ângulos. A constante **K** (constante de proporcionalidade entre a intensidade da força restauradora e a elongação) no movimento pendular, como vimos, é dada por:

$$K = \frac{m\,g}{\ell}$$

Substituindo essa expressão na fórmula do período, obtemos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{m\,g}{\ell}}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$$

Sobre o período de oscilação do pêndulo simples, é importante destacar que:

- independe da massa pendular;
- é proporcional à raiz quadrada do seu comprimento;
- é inversamente proporcional à raiz quadrada da intensidade do campo gravitacional.

LEITURA

O pêndulo de Foucault

Sem dúvida, uma das aplicações mais importantes do pêndulo é a sua utilização em relógios.

Há, porém, um registro histórico também muito importante: o uso do pêndulo para a constatação da **rotação** da Terra – fato que só foi possível devido à propriedade dos pêndulos de realizar oscilações sempre num mesmo plano.

Essa propriedade pode ser verificada montando-se o dispositivo ilustrado ao lado.

Fazemos o pêndulo oscilar e, em seguida, provocamos a rotação da armação de ferro. Notamos, com isso, que o pêndulo continua oscilando no mesmo plano inicial.

Bettman/Corbis/LatinStock

Na fotografia, o pêndulo de Foucault e sua base de referência.

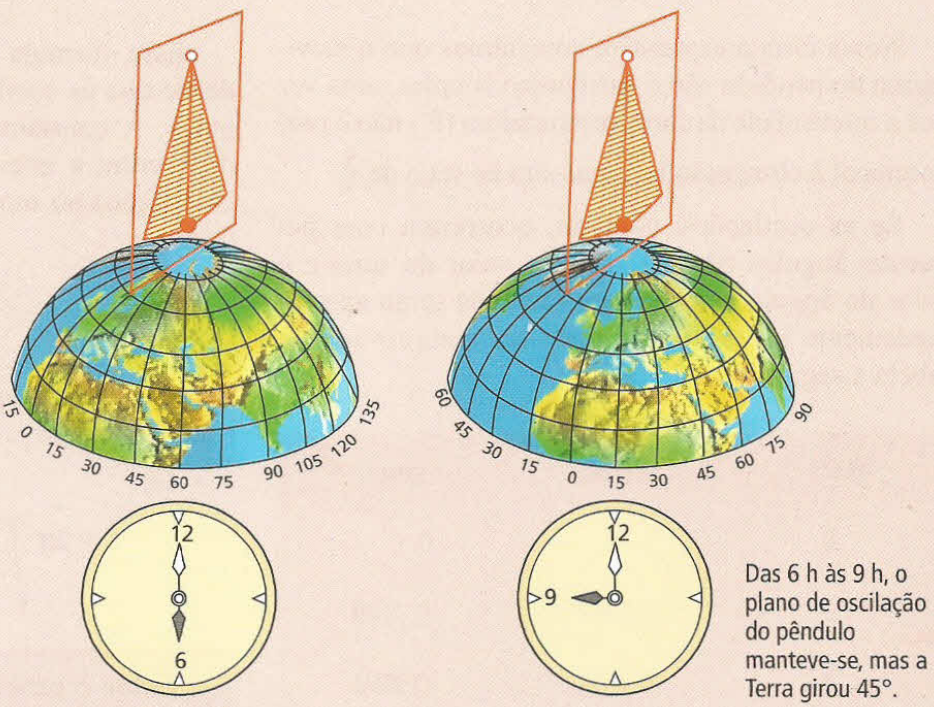
Em 1851, **Foucault** usou essa propriedade para evidenciar a rotação da Terra.

Para isso, construiu um enorme pêndulo e o fez oscilar sobre uma base de referência.

Com o passar das horas, o plano de oscilação do pêndulo mudou em relação à base de referência. Sabendo, entretanto, que o plano de oscilação não se altera (em relação a um referencial inercial, como as estrelas), Foucault concluiu que não havia sido o plano de oscilação do pêndulo que sofrera uma rotação em relação às estrelas, mas sim a base de referência, ou seja, a Terra. A ilustração abaixo facilita o entendimento da conclusão de Foucault.

Getty Images

Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868), físico francês que criou um método para medir a velocidade da luz e descobriu que surgem correntes elétricas induzidas em condutores submetidos a campos magnéticos variáveis.



Das 6 h às 9 h, o plano de oscilação do pêndulo manteve-se, mas a Terra girou 45°.

Massa inercial e massa gravitacional

A grandeza física **massa** aparece em dois contextos completamente diferentes, como veremos a seguir.

Quando um corpo é submetido a uma força resultante de intensidade **F**, adquire uma aceleração de intensidade **a**. Usando a **2ª Lei de Newton**, estabelecemos uma relação entre **F**, **a** e a massa do corpo. Nesse contexto, a massa é a chamada massa **inercial**, por estar relacionada com a inércia do corpo.

Simbolizando a massa inercial por m_I, escrevemos:

$$F = m_I a$$

Veja, agora, a grandeza massa aparecendo em outro contexto.

Por ter massa, um corpo sob a influência do campo gravitacional criado por um planeta, por exemplo, submete-se a uma força de atração, cuja intensidade **F** é dada pela **Lei de Newton da atração das massas**. Nesse contexto, a massa é a massa **gravitacional**, uma propriedade que os corpos têm de se atraírem mutuamente. Sendo **g** a intensidade do campo gravitacional ao qual o corpo está submetido e m_G sua massa gravitacional, temos:

$$F = m_G g$$

Quando recebemos a informação de que a massa de um corpo é igual a 5 kg, por exemplo, sempre usamos esse valor tanto para a massa inercial como para a gravitacional, ou seja, nunca nos importamos com o contexto.

Chegou o momento de nos questionarmos: será que a massa inercial e a massa gravitacional são realmente iguais? Até agora, nunca nos preocupamos com isso.

Para responder à pergunta, vamos retomar parte da demonstração do período do pêndulo simples, na condição de pequenos ângulos (ver item 14, na página 174).

A massa que aparece na expressão da componente tangencial do peso é a massa gravitacional. Então, devemos escrever:

$$P_t = m_G g \frac{x}{\ell}$$

Nessa expressão: $\frac{m_G g}{\ell} = K$ (constante de força do MHS).

A massa que aparece na expressão geral do período de um MHS, porém, é a massa inercial. De fato, essa expressão foi obtida a partir da 2ª Lei de Newton (ver itens 10 e 11, na página 171). Por isso, devemos escrever:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_I}{K}}$$

Sendo **K** igual a $\frac{m_G g}{\ell}$, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_I}{\frac{m_G g}{\ell}}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m_I}{m_G} \cdot \frac{\ell}{g}} \quad (I)$$

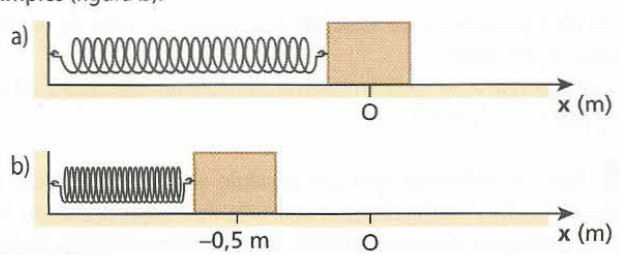
Entretanto, meticulosos experimentos realizados para determinar o período das pequenas oscilações de um pêndulo simples mostraram que a fórmula $2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ fornece, com discrepâncias desprezíveis, os mesmos resultados obtidos experimentalmente.

Isso nos leva a concluir que $\frac{m_I}{m_G}$, na expressão (I), é igual a 1 ou, pelo menos, a um valor extremamente próximo de 1.

Portanto, os valores de m_I e m_G são iguais ou muitíssimo próximos um do outro. Assim, se a massa inercial de um corpo for igual a 5 kg, por exemplo, continuaremos usando esse mesmo valor para a sua massa gravitacional.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

17 **E.R.** Um bloco com 4 kg de massa está em repouso apoiado num plano horizontal sem atrito, preso a uma mola ideal de constante elástica 400 N/m (figura **a**). Quando o bloco é afastado 0,5 m de sua posição inicial e abandonado, ele oscila em movimento harmônico simples (figura **b**).



Determine:

a) o período do movimento do bloco;

b) a energia mecânica do sistema massa-mola;

c) a representação gráfica do valor algébrico da força resultante, em função da elongação;

d) a representação gráfica da energia potencial e da energia cinética, em função da elongação.

Resolução:

a) O período é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

Sendo m = 4 kg e K = 400 N/m, temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{4}{400}} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}2\pi \text{ s}}$$

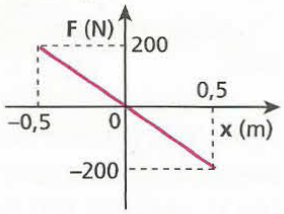
b) A energia mecânica do sistema é dada por:

$$E_m = \frac{K A^2}{2}$$

Sendo K = 400 N/m e a amplitude A = 0,5 m, temos:

$$E_m = \frac{400 \cdot 0{,}5^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_m = 50 \text{ J}}$$

c) O valor algébrico da força resultante é dado por:



$F = -Kx \Rightarrow F = -400x$ (SI)

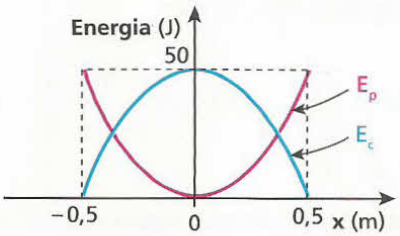
d) A energia potencial é dada por:

$$E_p = \frac{Kx^2}{2} \Rightarrow E_p = 200x^2 \quad (SI)$$

A energia cinética é dada por:

$$E_c = E_m - E_p \Rightarrow E_c = 50 - 200x^2 \quad (SI)$$

Representando graficamente, obtemos:



18 (UFMS) Uma partícula executa um movimento harmônico simples ao longo do eixo **x** e em torno da origem **O**. Sua amplitude é **A** e seu período é 4,0 s. É correto afirmar:

(01) A velocidade da partícula é nula quando $x = \pm A$.
(02) A freqüência do movimento é 0,25 Hz.
(04) A aceleração da partícula é nula quando $x = \pm A$.
(08) A energia cinética da partícula no ponto $x = 0$ é nula.
(16) A energia mecânica total da partícula é igual à sua energia potencial quando $x = \pm A$.
(32) O módulo da força resultante na partícula é proporcional ao módulo de seu deslocamento em relação à origem.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

19 O sistema representado na figura 1 oscila com freqüência f_1, verticalmente:

Figura 1

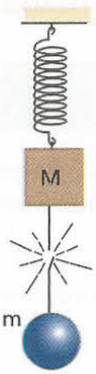


Figura 2

Se o fio for cortado como mostra a figura 2, o corpo de massa **M** passará a oscilar verticalmente com freqüência f_2 igual a f_1, maior que f_1 ou menor que f_1?

20 Um bloco suspenso por uma mola oscila verticalmente sob a ação da gravidade terrestre. Se esse sistema for transportado para a superfície da Lua, onde o módulo do campo gravitacional é cerca de $\frac{1}{6}$ do terrestre, o que ocorrerá com o período das oscilações verticais desse sistema?

21 Deixa-se o quilograma-padrão (1,0 kg) oscilar livremente na extremidade de uma mola ideal, sendo que ele o faz com freqüência igual a 1,0 Hz. Em seguida, retira-se o quilograma-padrão e coloca-se, em seu lugar, um corpo de massa desconhecida **m**, que oscila com freqüência igual a 0,50 Hz. Determine a massa **m**.

22 Considere um pêndulo simples que realiza oscilações de pequenas amplitudes. É correto afirmar que seu período:

(01) depende da massa pendular.
(02) depende de seu comprimento.
(04) depende da intensidade do campo gravitacional local.
(08) depende da amplitude das oscilações.
(16) duplica quando seu comprimento é quadruplicado.
(32) reduz-se à metade ao submeter-se a um campo gravitacional de intensidade quadruplicada.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

23 **E.R.** Calcule o período de oscilação de um pêndulo simples com 1,6 m de comprimento, que executa pequenas oscilações num local onde $g = 10\ m/s^2$. Despreze influências do ar e considere π igual a 3.

Resolução:

O período pedido é calculado pela expressão:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

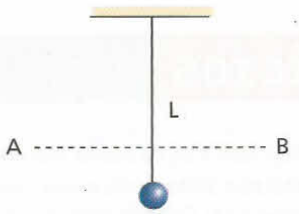
Temos:

$\pi = 3$
$\ell = 1{,}6\ m$
$g = 10\ m/s^2$

Então:

$$T = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{\frac{1{,}6}{10}} \Rightarrow \boxed{T = 2{,}4\ s}$$

24 (Ufal) O corpo suspenso do pêndulo da figura oscila entre os pontos **A** e **B**. Iniciando o movimento a partir de **A**, contou-se que, em 1 minuto, o corpo suspenso atingiu **B** e voltou a **A** trinta vezes.



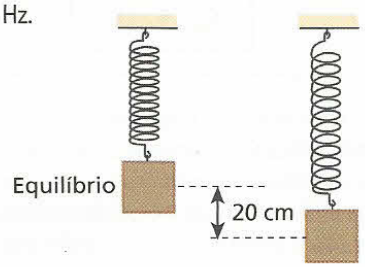
a) Calcule o período do pêndulo, em segundos, e o valor de sua freqüência, em hertz.
b) É possível que o comprimento desse pêndulo (**L**) seja igual a 2,0 m? Por quê? ($g = 10\ m/s^2$)

25 Num experimento com um pêndulo simples de 120 cm de comprimento, foi cronometrado o intervalo de tempo decorrido durante 20 oscilações, obtendo-se 44,0 s. Calcule a intensidade **g** da aceleração da gravidade no local da experiência. Use $\pi = 3{,}14$.

26 Uma pequena esfera metálica realiza oscilações de pequena amplitude e período igual a 1,2 s num recipiente hemisférico praticamente sem atrito e de raio **R**. Considerando $g = 10\ m/s^2$ e $\pi = 3$, calcule **R**.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

27 A figura mostra um bloco com 4 kg de massa, preso na extremidade de uma mola ideal. Se o bloco for puxado 20 cm para baixo da posição de equilíbrio e abandonado em seguida, ele oscilará com freqüência de 5 Hz.



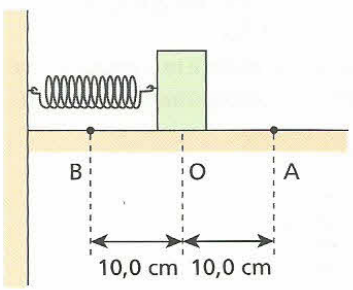
Despreze influências do ar e considere $g = 10\ m/s^2$ e $\pi^2 = 10$. Analise as afirmações a seguir:

I. A amplitude do movimento oscilatório do bloco é 20 cm.
II. O período do movimento oscilatório é 0,2 s.
III. A força resultante sobre o bloco na posição de equilíbrio vale zero.
IV. A força elástica sobre o bloco na posição de equilíbrio vale 40 N.
V. Nos pontos de inversão, a força resultante sobre o bloco vale 800 N.

São corretas:

a) todas as afirmações.
b) apenas I e III.
c) apenas II, III e IV.
d) apenas II, III e V.
e) apenas III, IV e V.

28 (Mack-SP) Um corpo de 250 g de massa encontra-se em equilíbrio, preso a uma mola helicoidal de massa desprezível e constante elástica **k** igual a 100 N/m, como mostra a figura a seguir. O atrito entre as superfícies em contato é desprezível. Estica-se a mola, com o corpo, até o ponto **A**, e abandona-se o conjunto nesse ponto, com velocidade zero. Em um intervalo de 1,0 s, medido a partir desse instante, o corpo retornará ao ponto **A**:



a) uma vez.
b) duas vezes.
c) três vezes.
d) quatro vezes.
e) seis vezes.

29 Um corpo de massa **m**, preso a uma mola de constante elástica **K**, executa um movimento harmônico simples ao longo de um eixo horizontal Ox. As elongações do corpo variam de $x = -A$ até $x = A$. Determine a elongação quando a energia cinética do bloco iguala-se à energia potencial elástica, indicando o resultado num gráfico dessas energias em função da posição.

30 (UFRGS-RS) Dois corpos de massas diferentes, cada um preso a uma mola distinta, executam movimentos harmônicos simples de mesma freqüência e têm a mesma energia mecânica.
Nesse caso:

a) o corpo de menor massa oscila com menor período.
b) o corpo de menor massa oscila com maior período.
c) os corpos oscilam com amplitudes iguais.
d) o corpo de menor massa oscila com menor amplitude.
e) o corpo de menor massa oscila com maior amplitude.

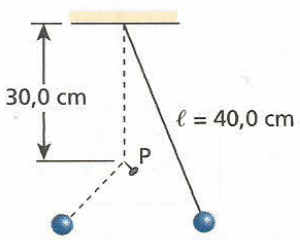
31 Um pêndulo simples realiza oscilações de pequena amplitude na superfície da Terra, com período igual a 2,0 s.

a) Se esse pêndulo realizasse oscilações de pequena amplitude na superfície da Lua, qual seria o seu período? Considere $g_{Lua} = \frac{1}{6} g_{Terra}$.
b) Esse pêndulo oscilaria se estivesse preso ao teto de um elevador em queda livre?

32 (UFRGS-RS) Um pêndulo foi construído com um fio leve e inextensível com 1,6 m de comprimento; uma das extremidades do fio foi fixada e na outra pendurou-se uma pequena esfera de chumbo cuja massa é de 60 g. Esse pêndulo foi colocado a oscilar no ar, com amplitude inicial de 12 cm. A freqüência medida para esse pêndulo foi aproximadamente 0,39 Hz. Suponha agora que se possa variar a massa (**M**), a amplitude (**A**) e o comprimento do fio (**L**).
Qual das seguintes combinações dessas três grandezas permite, aproximadamente, a duplicação da freqüência?

a) L = 6,4 m; A = 12 cm; M = 60 g.
b) L = 1,6 m; A = 6 cm; M = 60 g.
c) L = 0,4 m; A = 6 cm; M = 30 g.
d) L = 0,8 m; A = 12 cm; M = 60 g.
e) L = 1,6 m; A = 12 cm; M = 15 g.

33 (FCMSC-SP) A figura representa um pêndulo simples, de período igual a **T**. Colocando-se um prego (**P**) na posição indicada, o pêndulo, na máxima elongação para a esquerda, fica com a configuração indicada pela linha pontilhada, voltando depois à sua configuração inicial. Qual é o período de oscilação desse sistema?

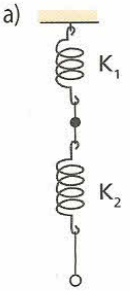


34 (Unicamp-SP) Um pêndulo simples, que executa um movimento harmônico simples num ambiente escuro, é iluminado por um holofote estroboscópico.

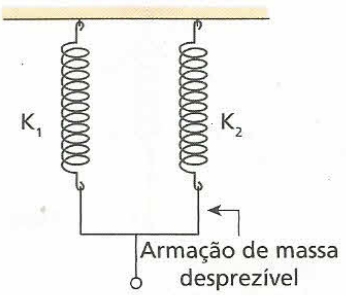
a) Sendo $\ell = 0{,}4$ m o comprimento do pêndulo, calcule a freqüência de suas oscilações.
b) Qual deve ser a freqüência máxima do estroboscópio para que esse pêndulo pareça estar parado na posição vertical? Considere $g = 10\ m/s^2$.

35 **E.R.** Determine a constante elástica equivalente às seguintes associações de molas ideais:

a)

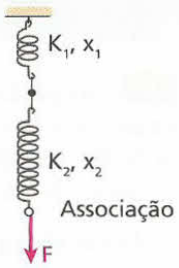


b)



Resolução:

a) Temos, neste caso, o que costumamos chamar de molas associadas "em série". Aplicando uma força de intensidade **F** na extremidade da associação, as molas de constantes elásticas K_1 e K_2 sofrem deformações respectivamente iguais a x_1 e x_2, sendo que, para ambas, a força tensora vale **F**.

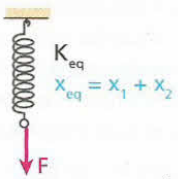


Associação

A constante elástica equivalente à associação corresponde à constante elástica de uma mola única, que, submetida à mesma força tensora, sofre a mesma deformação sofrida pela associação, ou seja, deforma-se:

$$x_{eq} = x_1 + x_2$$

Mola equivalente



Temos, então:

Na mola de constante K_1: $F = K_1\ x_1$ (I)

Na mola de constante K_2: $F = K_2\ x_2$ (II)

Na mola equivalente:

$$F = K_{eq}\ x_{eq} = K_{eq}(x_1 + x_2) \quad \text{(III)}$$

De (I) e (II), temos:

$$x_1 = \frac{F}{K_1} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{F}{K_2}$$

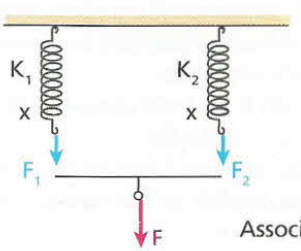
Introduzindo essas expressões em (III), temos:

$$F = K_{eq}\left(\frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$$

ou

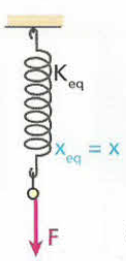
$$\boxed{K_{eq} = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}}$$

b) Agora, temos o que chamamos de molas associadas "em paralelo". Apliquemos uma força de intensidade **F** na extremidade da associação, de modo que as molas sofram a mesma deformação **x**:



Associação

A mola equivalente é aquela que, submetida à mesma força, sofre a mesma deformação que a associação.



Mola equivalente

Temos, então:

Na mola de constante K_1: $F_1 = K_1 x$

Na mola de constante K_2: $F_2 = K_2 x$

Mas:

$$F_1 + F_2 = F \Rightarrow F = (K_1 + K_2)x \quad \text{(I)}$$

Na mola equivalente: $F = K_{eq}\ x$ (II)

Comparando (I) e (II), obtemos:

$$\boxed{K_{eq} = K_1 + K_2}$$

36 A figura 1 representa um bloco em repouso, suspenso a uma mola de constante elástica K_1, deformada elasticamente de x_1.

A mola é cortada ao meio e o mesmo corpo é suspenso às duas metades por meio de uma haste H, de massa desprezível, ficando em repouso (figura 2). Cada metade apresenta-se deformada elasticamente de x_2.

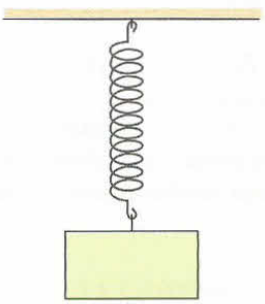


Figura 1

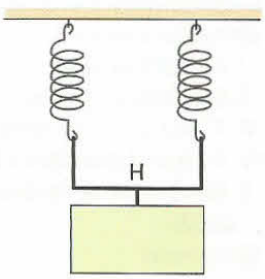


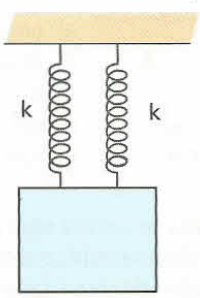
Figura 2

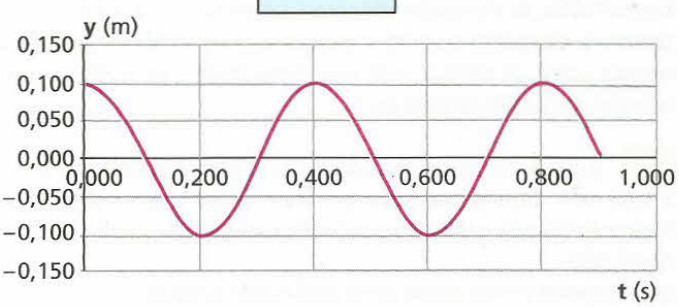
Determine:

a) a constante elástica K_2 do conjunto constituído pelas duas metades da mola, em função de K_1;

b) a deformação x_2, em função de x_1.

37 (EEM-SP) O bloco mostrado no esquema tem massa 0,200 kg e, após ser deslocado da sua posição de equilíbrio e solto, executa um movimento harmônico simples (MHS). Nessa condição, o período de oscilação do sistema mola-massa é $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eq}}}$, em que k_{eq} é a constante elástica equivalente da associação das molas e **m**, a massa do corpo. O gráfico descreve o deslocamento do corpo em função do tempo.





Despreze os efeitos de forças resistivas e determine a ($g = 10\ m/s^2$):

a) amplitude do movimento;

b) constante elástica equivalente da associação das molas;

c) deformação das molas na situação de equilíbrio.

Descubra mais

1. Quais planetas do Sistema Solar realizam movimento de rotação em sentido oposto ao da Terra?
2. Procure informações sobre outros movimentos da Terra além do movimento de rotação.
3. Se o pêndulo de Foucault oscilasse no equador terrestre, o movimento de rotação do planeta Terra seria constatado?
4. Você conheceu a fórmula para calcular o período de oscilação de um pêndulo simples na condição de **pequenos ângulos** ($\theta_{máx} \leq 10°$). Procure saber qual é a fórmula do período quando essa condição não é satisfeita. Em seguida, considere um pêndulo que, na condição de pequenos ângulos, oscila com período igual a 2,00 s. Usando apenas os três primeiros termos da fórmula que você encontrou, calcule o período desse mesmo pêndulo no caso em que $\theta_{máx}$ é igual a 60°.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

38 (Unifei-MG) Uma partícula se move em um plano, de modo que suas coordenadas de posição **x** e **y** variam em função do tempo **t** conforme as expressões $x = R \text{ sen } (\omega t)$ e $y = R \cos (\omega t) + R$, onde $\boldsymbol{\omega}$ e **R** são iguais a π rad/s e 5,0 m, respectivamente.

a) Esboce em seu caderno a trajetória da partícula posicionando-a em relação aos eixos Ox e Oy.

b) Calcule os módulos da velocidade e da aceleração da partícula numa posição genérica da trajetória.

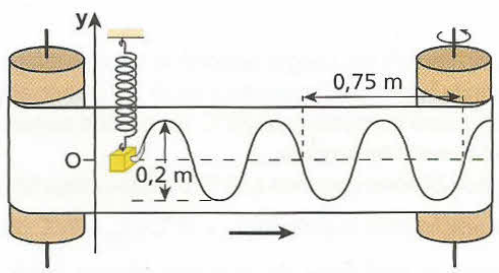
c) Que tipo de movimento a partícula realiza e qual o período do movimento?

39 Num osciloscópio, elétrons executam movimentos que são composições de dois movimentos harmônicos simples em direções perpendiculares. Considerando que esses movimentos são descritos pelas equações $x = A \cos \omega t$ e $y = B \text{ sen } \omega t$, determine a forma das trajetórias, supondo:

a) $A = B$; b) $A \neq B$.

40 (ITA-SP) A equação $x = 1{,}0 \text{ sen } (2{,}0t)$ expressa a posição de uma partícula em unidades do Sistema Internacional. Qual seria a forma do gráfico **v** (velocidade) × **x** (posição) dessa partícula?

41 Um corpo com 2 kg de massa oscila verticalmente em movimento harmônico simples, suspenso por uma mola helicoidal ideal. As posições ocupadas pelo corpo são registradas numa fita vertical de papel, por meio de um estilete preso ao corpo. A fita desloca-se horizontalmente com velocidade constante de 0,2 m/s.



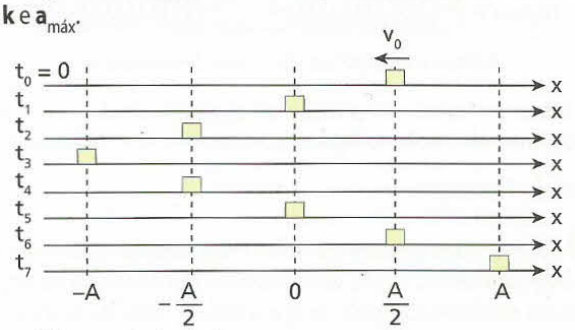
Determine:

a) a freqüência e a amplitude do movimento do corpo;

b) a constante elástica da mola, adotando $\pi^2 = 10$;

c) a equação horária do movimento do corpo, sabendo que no instante $t = 0$ a elongação é nula e o corpo está subindo.

42 (UFC-CE) Um corpo de massa **m** executa o movimento periódico mostrado na figura abaixo. A força que atua no sistema é da forma $F = -k x$. Com base nos dados fornecidos e na figura, é possível calcular algumas grandezas inerentes a esse tipo de movimento, tais como: $\boldsymbol{\delta}$, **v**, $\boldsymbol{\omega}$, **k** e $\mathbf{a}_{máx}$.



Dados: $\boldsymbol{\delta}$ é a constante de fase;
$\boldsymbol{\omega}$ é a freqüência natural da oscilação;
v é a velocidade do corpo;
k é a constante elástica;
$\mathbf{a}_{máx}$ é a aceleração máxima.

Das grandezas calculadas e apresentadas abaixo, indique a alternativa correta.

a) $\delta = 0$

b) $v(t_5) = \frac{A}{2}\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)$

c) $\omega = \frac{2\pi}{t_7 - t_3}$

d) $k = m\,A\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)^2$

e) $a_{máx} = A\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)^2$

43 Um bloco suspenso por uma mola oscila verticalmente em movimento harmônico simples, como representa a figura 1.

No instante $t = 0$, ele está passando pela sua posição de equilíbrio ($y = 0$). A velocidade escalar **v** desse bloco varia com o tempo **t**, conforme o gráfico apresentado na figura 2.

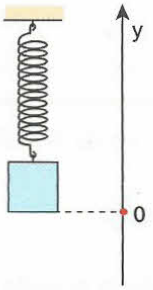


Figura 1

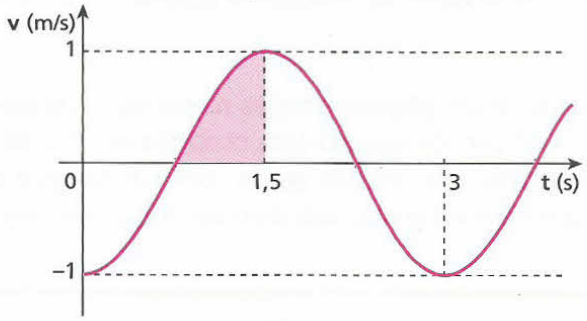


Figura 2

a) Determine a função horária da elongação, y = f(t), desse movimento.
b) Considerando π = 3, quanto vale a "área" destacada na figura 2?

44 Duas molas iguais e um mesmo bloco participam das duas montagens ilustradas nas figuras I e II:

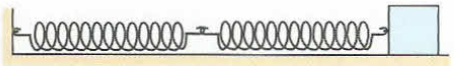
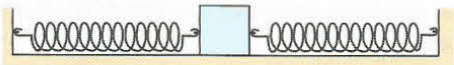
Figura I 

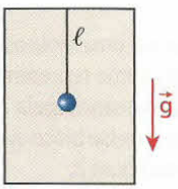
Figura II 

Atritos e influências do ar são desprezados.

Se o bloco é afastado da posição de equilíbrio (molas relaxadas) e abandonado, ele oscila na figura I com período T_I e na figura II com período T_{II}. Determine $\frac{T_I}{T_{II}}$.

45 (ITA-SP) Dois pêndulos simples, respectivamente de massas m_1 e m_2 e comprimentos ℓ_1 e ℓ_2, são simultaneamente abandonados para pôr-se em oscilação. Constata-se que a cada 4 ciclos do primeiro a situação inicial é restabelecida identicamente. Nessas condições, pode-se afirmar que necessariamente:
a) o pêndulo 2 deve oscilar mais rapidamente que o pêndulo 1.
b) o pêndulo 2 deve oscilar mais lentamente que o pêndulo 1.
c) $8\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$ é um número inteiro.
d) $6\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$ é um número inteiro.
e) $m_1 \ell_1 = 2m_2 \ell_2$.

46 Um pêndulo simples de comprimento ℓ é preso ao teto de um elevador, como mostra a figura:



Sendo **g** o módulo do campo gravitacional no local, analise as afirmações a seguir:
I. Se o elevador permanecer em repouso ou mover-se em movimento retilíneo e uniforme, o período de oscilação do pêndulo será $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.
II. Se o elevador mover-se com aceleração de módulo **a** dirigida para cima, o período de oscilação do pêndulo será $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a}}$.
III. Se o elevador mover-se com aceleração de módulo **a** dirigida para baixo (a < g), o período de oscilação será $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-a}}$.
IV. Se o elevador estiver em queda livre, o pêndulo não oscilará.
É (são) correta(s):
a) todas.
b) apenas II e III.
c) apenas IV.
d) apenas I.
e) apenas I, II e III.

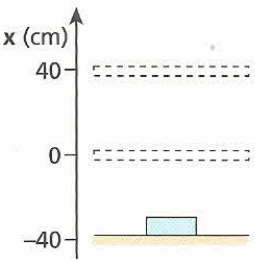
47 Considere a Terra uma esfera homogênea de raio **R** e massa **M**. Suponha que um pequeno corpo de massa **m** seja abandonado a partir do repouso em uma das bocas de um túnel que atravessa totalmente o planeta, cavado ao longo de seu eixo de rotação.
a) Mostre que, se não houvesse qualquer dissipação de energia mecânica, o corpo abandonado realizaria um movimento harmônico simples.
b) Calcule o período desse movimento. Para isso, use: $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m; $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg; $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ N m^{2}kg^{-2} e π = 3,14.
c) Mostre que o período obtido no item **b** é igual ao período do movimento do corpo de massa **m** em órbita circular rasante em torno da Terra (evidentemente, na ausência de atmosfera).

48 (ITA-SP) Um relógio de pêndulo, construído de um material de coeficiente de dilatação linear **α**, foi calibrado a uma temperatura de 0 °C para marcar 1 s exato ao pé de uma torre de altura **h**. Elevando-se o relógio até o alto da torre, observa-se um certo atraso, mesmo mantendo-se a temperatura constante. Considerando **R** o raio da Terra, **L** o comprimento do pêndulo a 0 °C e que o relógio permaneça ao pé da torre, então a temperatura para a qual se obtém o mesmo atraso é dada pela relação:
a) $\frac{2h}{\alpha R}$
b) $\frac{h(2R+h)}{\alpha R^2}$
c) $\frac{(R+h)^2 - LR}{\alpha LR}$
d) $\frac{R(2h+R)}{\alpha(R+h)^2}$
e) $\frac{2R+h}{\alpha R}$

49 (Unicamp-SP) Um relógio de pêndulo marca o tempo corretamente quando funciona à temperatura de 20 °C. Quando este relógio se encontra a uma temperatura de 30 °C, seu período aumenta devido à dilatação da haste do pêndulo.
a) Ao final de 24 horas operando a 30 °C, o relógio atrasa 8,64 s. Determine a relação entre os períodos τ_{30} a 30 °C e τ_{20} a 20 °C, isto é, $\frac{\tau_{30}}{\tau_{20}}$.
b) Determine o coeficiente de expansão térmica linear do material do qual é feita a haste do pêndulo. Use a aproximação: $(1{,}0001)^2 = 1{,}0002$.

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

50 Um bloco está apoiado em uma plataforma horizontal inicialmente em repouso na posição indicada na figura ao lado.
A plataforma passa a oscilar verticalmente em movimento harmônico simples de amplitude 40 cm e período 1 s. Determine a elongação em que o bloco perde contato com a plataforma, adotando $g = 10\ m/s^2$ e $\pi^2 = 10$.

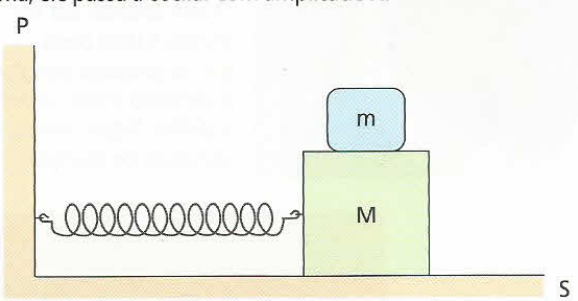


51 Uma prancha de massa **M** está inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal. Na extremidade **A** dessa prancha, encontra-se, também em repouso, um automóvel de massa **m**, assimilável a um ponto material.

A partir de certo instante, o automóvel passa a realizar um movimento harmônico simples em relação à superfície horizontal, indo da extremidade **A** à extremidade **B** e, em marcha a ré, da extremidade **B** à extremidade **A**. Considere **L** o comprimento da prancha, **μ** o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a prancha e **g** a intensidade do campo gravitacional. Despreze o atrito entre a prancha e a superfície em que se apóia. Nessas condições, determine:

a) a amplitude do movimento do automóvel em relação à superfície horizontal;
b) a máxima freqüência que o movimento do automóvel pode ter.

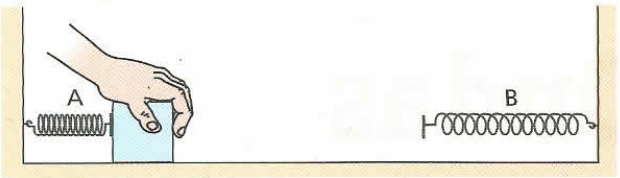
52 A figura a seguir representa uma mola ideal de constante elástica **k**, presa em uma parede **P** e em um bloco de massa **M** em repouso, numa superfície plana e horizontal **S**. Sobre esse bloco, repousa um outro, de massa **m**.
Existe atrito entre os blocos, mas se supõe a ausência de atrito na superfície **S**. Além disso, as influências do ar são desprezadas.
Afastando o bloco de massa **M** da posição de equilíbrio e liberando o sistema, ele passa a oscilar com amplitude **A**.



Determine, sendo **g** a intensidade do campo gravitacional:

a) o período de oscilação do sistema (**T**), supondo que um bloco não se mova em relação ao outro;
b) a expressão do coeficiente de atrito estático (**μ**) entre os blocos para garantir que um deles não se mova em relação ao outro.

53 Na situação esquematizada na figura, as molas **A** e **B** têm massas desprezíveis e constantes elásticas $k = 16\ \pi^2$ N/m. Um pequeno bloco rígido de massa igual a 4,0 kg é comprimido contra o aparador da mola **A**, que sofre uma deformação de 50 cm. Esse bloco é abandonado do repouso, passando a oscilar em trajetória retilínea sobre o plano horizontal. Em cada vaivém, ele realiza duas colisões contra os aparadores das molas, o que não acarreta nenhuma dissipação de energia mecânica.

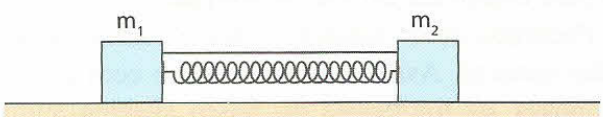


Supondo-se que a distância entre os aparadores na situação de relaxamento das molas é $d = \pi$ m e admitindo-se positivo o sentido da esquerda para a direita, pede-se, desprezando atritos e influências do ar:

a) calcular a máxima velocidade escalar atingida pelo bloco;
b) determinar o período de suas oscilações;
c) traçar, em uma folha à parte, o gráfico da velocidade escalar do bloco em função do tempo, abrangendo, pelo menos, um ciclo das oscilações.

54 (Olimpíada Brasileira de Física) Um antigo relógio tipo carrilhão é acionado pelas oscilações de um pêndulo de aço (coeficiente de dilatação linear igual a $1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$) que, no inverno, realiza uma oscilação completa em 1,0 s. Sabendo-se que no verão esse relógio passa a atrasar o equivalente a 2,0 min por mês, determine a diferença entre as temperaturas médias no verão e no inverno.

55 Dois blocos de massas m_1 e m_2, assimiláveis a pontos materiais, repousam em uma superfície plana e horizontal, presos a uma mola ideal de constante elástica **K**. A mola está comprimida e os blocos não se movem, porque um barbante está preso neles.



Queimando o barbante, o sistema passa a oscilar. Suponha desprezíveis o atrito e a resistência do ar.

a) Durante as oscilações, um ponto da mola permanece em repouso. Usando apenas argumentos conceituais, diga onde esse ponto se encontra.
b) Determine o período das oscilações do sistema.

56 Um cilindro de densidade ρ_C é mantido em repouso na posição indicada na figura 1. Sob o cilindro, encontra-se uma cuba contendo um líquido de densidade ρ_L.

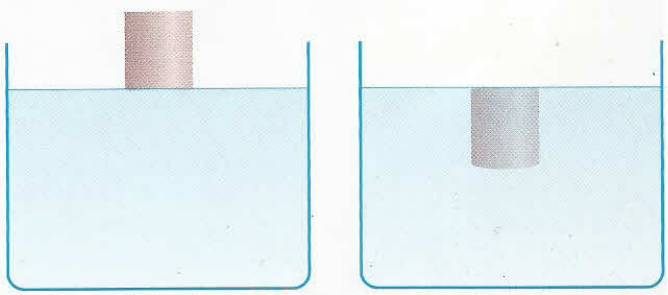


Figura 1 Figura 2

Desprezando-se a resistência do ar e a do líquido, o cilindro, ao ser abandonado, passa a realizar um movimento harmônico simples vertical.
Determine a razão ρ_L/ρ_C para que as posições de inversão do movimento sejam as representadas nas figuras 1 e 2.

Tópico 2

Ondas

Bloco 1

1. Introdução

Ondas de vários tipos estão presentes em nossa vida. Quando vemos objetos, por exemplo, nossos órgãos visuais estão sendo sensibilizados por ondas luminosas. Devido às limitações do nosso sistema visual, outras ondas do mesmo tipo da luz não podem ser vistas – como as ondas utilizadas nas telecomunicações (ondas de rádio, ondas de televisão e microondas para comunicação via satélite).

Podemos ouvir música, vozes e ruídos devido a ondas sonoras. Assim como acontece com as ondas luminosas, as limitações do nosso sistema auditivo não nos permitem ouvir ondas do mesmo tipo do som, como o ultra-som.

Além da luz e do som, que são as ondas que mais sentimos no nosso dia-a-dia, podemos encontrar outras, como as ondas formadas na superfície da água quando nela cai alguma coisa, ou como aquelas que aparecem em uma corda esticada quando sacudimos uma de suas extremidades.

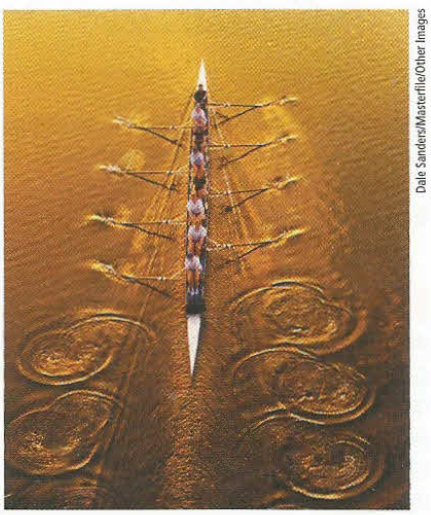
Todas essas ondas, e as que você estudará adiante, possuem algo em comum: são energias que se propagam através de um meio. **Atenção:** a energia se propaga, porém o meio não acompanha essa propagação, qualquer que seja a onda em estudo.

Bryan Runhart/Masterfile/Other Images

O som emitido por um violino é uma onda que se propaga pelo ar, acionando nosso sistema auditivo. Temos, assim, a sensação de audição.

Robert Gesic/Photodisc

Esta imagem só pode ser vista devido à existência de ondas luminosas.



Dale Sanders/Masterfile/Other Images

Ao tocar a superfície da água, cada remo produz ondas que se propagam, formando circunferências.

2. Ondas mecânicas e ondas eletromagnéticas

De acordo com sua natureza (características físicas), as ondas classificam-se em dois grupos: **ondas mecânicas** e **ondas eletromagnéticas**.

Ondas mecânicas

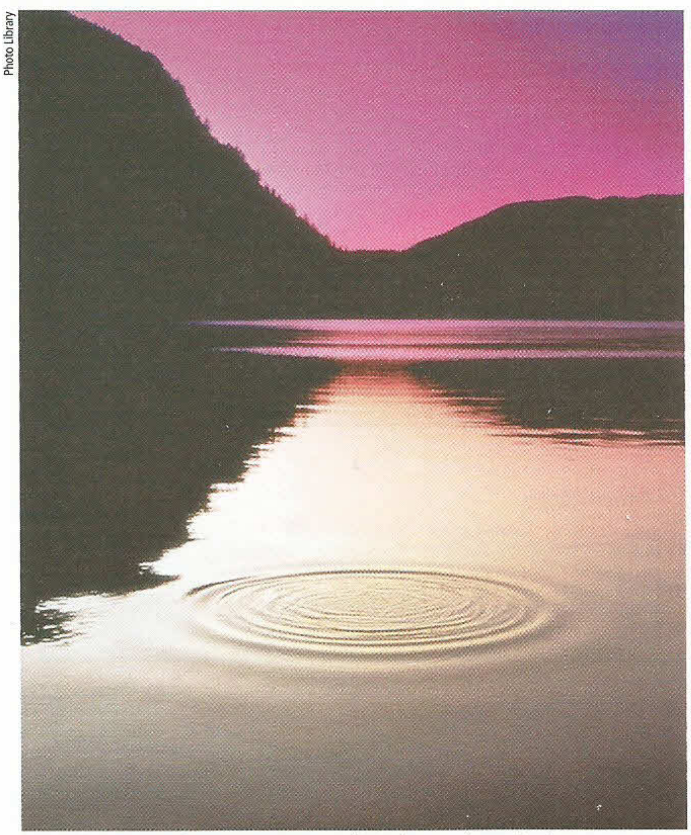
São deformações que se propagam em meios elásticos. Esse fenômeno ocorre apenas em meios materiais, pois as ondas mecânicas necessitam de partículas para se propagarem. Isso significa que elas nunca se propagam no vácuo.

A propagação de uma onda mecânica através de um meio material envolve o transporte de energia cinética e de energia potencial mecânica e depende de dois fatores fundamentais: a inércia e a elasticidade do meio.

Como acontece com qualquer onda, uma onda mecânica não transporta o meio onde se propaga. É apenas a energia que muda de local, passando de partícula para partícula do meio material.

Alguns exemplos de ondas mecânicas são as que se propagam em cordas ou molas esticadas, as que se propagam em superfícies de líquidos e os sons.

Photo Library



Quando uma pedra atinge a superfície de um lago de águas tranqüilas, produz uma onda mecânica que se propaga segundo uma linha circular.

Observe que em todos esses casos a existência de um meio material é fator preponderante para a propagação das ondas mecânicas.

Dessa forma, podemos dizer:

> **Onda mecânica** é a propagação de energia através de partículas de um meio material, sem que essas partículas sejam transportadas.
>
> Uma onda mecânica nunca se propaga no vácuo.

Ondas eletromagnéticas

Ondas eletromagnéticas são formadas por dois campos variáveis, um elétrico e outro magnético, que se propagam. Essa propagação pode ocorrer no vácuo e em determinados meios materiais.

Como exemplos de ondas eletromagnéticas, podemos citar as ondas de rádio, dentre elas AM (Amplitude Modulada) e FM (Freqüência Modulada), as ondas de TV, as ondas luminosas (luz), as microondas, os raios X, os raios γ e outras. Essas denominações são dadas de acordo com a principal fonte geradora das ondas e se diferenciam principalmente pelas faixas de freqüências.

Ondas que se "quebram"...

Karl Weatherly/Photodisc

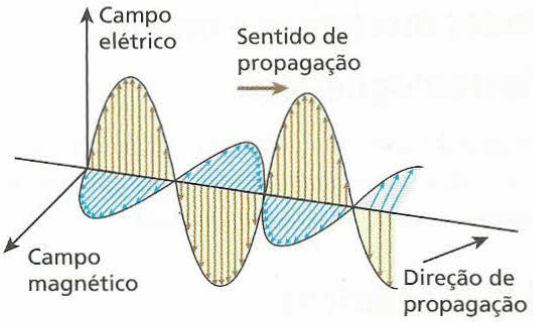
Em alto-mar, as ondas não transportam matéria, constituem apenas energia se propagando.
Nas proximidades da praia, porém, devido à diminuição brusca da profundidade, as ondas "quebram", provocando movimento de toda a massa de água e formando correntezas que podem arrastar corpos que lá se encontram.
As "ondas quebradas" deixam de se comportar como ondas.

Todas as ondas eletromagnéticas têm em comum sua velocidade de propagação no vácuo: aproximadamente 300 000 km/s.

A velocidade de propagação depende do material do meio e da freqüência da onda. Em meios materiais transparentes a essas ondas, a velocidade é menor que 300 000 km/s.

Assim, podemos dizer:

Ondas eletromagnéticas constituem um conjunto de dois campos, um elétrico e outro magnético, que se propagam no vácuo com velocidade aproximada de 300 000 km/s. Em meios materiais, quando ocorre propagação, a velocidade é menor que 300 000 km/s.



Observe, na representação esquemática, que os campos citados são perpendiculares entre si e, ainda, perpendiculares à direção de propagação da onda.

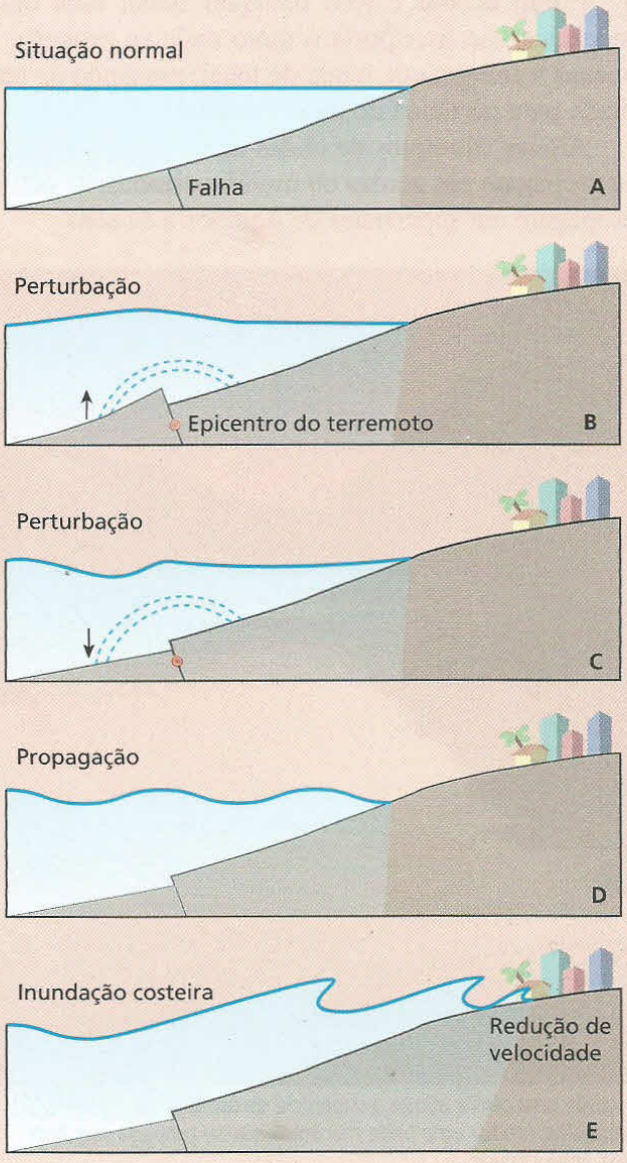
LEITURA

Tsunami

O termo "*tsunami*" é de origem japonesa, no qual ***tsu*** significa porto e ***nami***, onda. Esse termo surgiu a partir do relato de um grupo de pescadores que estavam em alto-mar, pescando. Quando retornaram ao porto, encontraram-no devastado por ondas imensas. Como eles não haviam percebido essas ondas enquanto navegavam, concluíram que foram formadas próximas ao porto. Daí o nome "*onda de porto*".

Hoje se sabe que tais ondas são formadas após rápido deslocamento vertical da coluna de água em regiões de grande profundidade. Tal deslocamento pode ser causado por um abalo sísmico, por uma atividade vulcânica, por um grande deslocamento de terra ou gelo ou pela queda de um meteorito. A potência de um *tsunami* é em função de sua amplitude e de sua velocidade. Quando a onda se aproxima da praia, sua velocidade diminui e sua amplitude aumenta, podendo atingir alturas de mais de 30 metros, devastando a orla marítima. Momentos antes da chegada dessas grandes ondas ocorre um rebaixamento significativo do nível do mar. Esse sinal serviria de aviso silencioso sobre o perigo iminente para que a população pudesse refugiar-se em áreas elevadas.

A região de maior probabilidade de ocorrer tais ondas é o Oceano Pacífico, onde existem muitas placas oceânicas que deslizam sob placas continentais. Esses deslizamentos, que ocorrem a grandes profundidades (4000 m), provocam ondas que se propagam na superfície a até 700 km/h.



John Russell/Getty Images

A fotografia mostra a chegada de um *tsunami*, na Tailândia, ocorrido no dia 26 de dezembro de 2004, que contabilizou mais de 280 000 vítimas, na Ásia e parte da África. Esse fenômeno teve origem a 160 km da parte oeste da ilha de Sumatra (Indonésia).

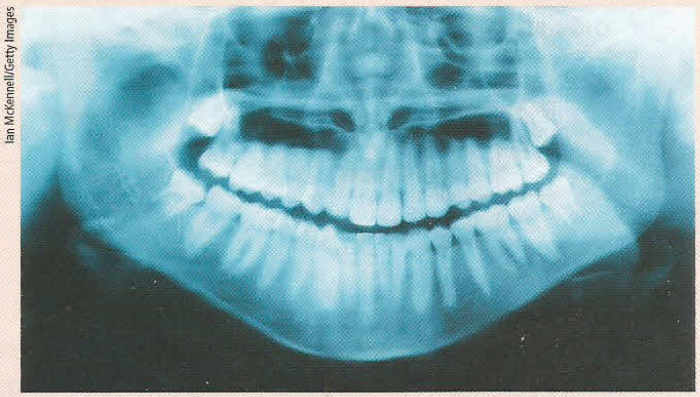
Raios α, β, γ, X e catódicos

Os raios α são partículas formadas por 2 prótons e 2 nêutrons, núcleos de um dos isótopos do hélio. Os raios β e os raios catódicos são constituídos de elétrons. Assim, os raios α, β e catódicos não são ondas, e sim partículas dotadas de carga elétrica, podendo ser desviadas por campos magnéticos.

Dentre os raios α, β, γ, X e catódicos, apenas os raios γ e X são ondas eletromagnéticas.

Os raios γ são obtidos por processos nucleares e, sendo fatais para microorganismos, têm aplicação em esterilização de instrumentos cirúrgicos. Cereais que precisam ficar muito tempo armazenados também devem ser expostos a raios γ, para que fiquem livres de fungos e bactérias que produzem a deterioração desses grãos. Esses raios também podem ser empregados para destruir tumores cancerígenos.

Na Medicina, os raios X são largamente usados para a obtenção de radiografias e, na indústria, dentre outras aplicações, são utilizados para detectar falhas em peças metálicas que irão constituir uma máquina. Minúsculos defeitos e microfissuras podem ser descobertos com o uso dos raios X.


Ian McKennell/Getty Images

Raio X panorâmico de arcada dentária, muito utilizado por especialistas em ortodontia.
Os raios X são ondas eletromagnéticas que podem se propagar através dos tecidos "moles" do corpo humano, como músculos, tendões e pele, porém ao atravessarem os ossos perdem mais energia. Uma película sensível a essas radiações é sensibilizada quando atingida. Assim, podemos "tirar uma foto" de partes do nosso corpo e observar sua estrutura óssea.

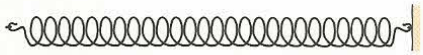
3. Ondas longitudinais, ondas transversais e ondas mistas

Numa propagação ondulatória, as vibrações podem ocorrer em direção idêntica à da propagação ou em direção perpendicular à dela. Em função disso, as ondas são classificadas em longitudinais e transversais. Em alguns casos, as vibrações ocorrem nas duas direções, tratando-se, então, de ondas mistas.

Ondas longitudinais

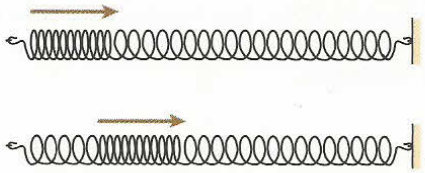
São ondas mecânicas que produzem perturbações nas partículas do meio material na mesma direção em que se propagam.

Como exemplo, considere uma mola elástica disposta horizontalmente:



Se fizermos uma rápida compressão na extremidade esquerda da mola, a compressão se propagará para a direita.

Note que as partículas da mola oscilam horizontalmente, na mesma direção em que a onda se propaga.



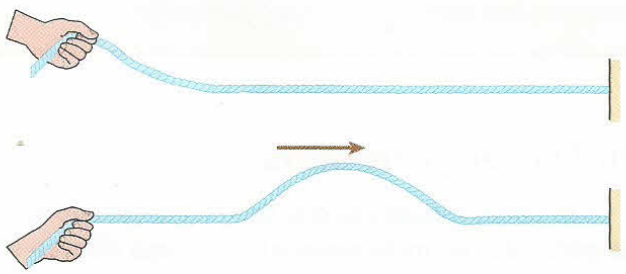
Os sons, quando se propagam em meios fluidos (líquidos, gases e vapores), são ondas longitudinais.

Ondas transversais

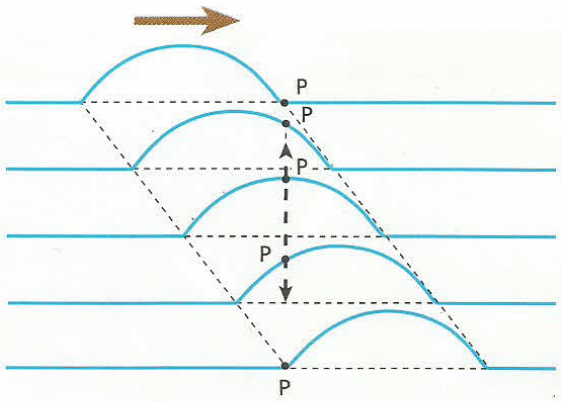
São ondas em que as vibrações ocorrem perpendicularmente à direção de propagação.

Como exemplo, considere uma corda esticada disposta horizontalmente:

Se sacudimos a extremidade esquerda da corda, surge um pulso que se propaga ao longo dela, dirigindo-se para a direita.



Esse pulso provoca um movimento vertical de sobe-e-desce nos pontos da corda atingidos. O movimento de sobe-e-desce ocorre perpendicularmente à direção de propagação do pulso, como podemos ver na ilustração.



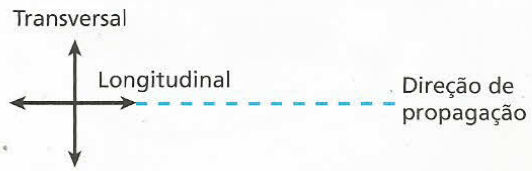
As ondas eletromagnéticas são constituídas de dois campos variáveis (um elétrico e outro magnético), perpendiculares entre si e perpendiculares à direção de propagação das ondas. Dizemos, então, que elas são **transversais**.

As perturbações eletromagnéticas que atingem os pontos de um meio, seja ele vácuo ou não, são sempre **perturbações transversais**.

Ondas mistas

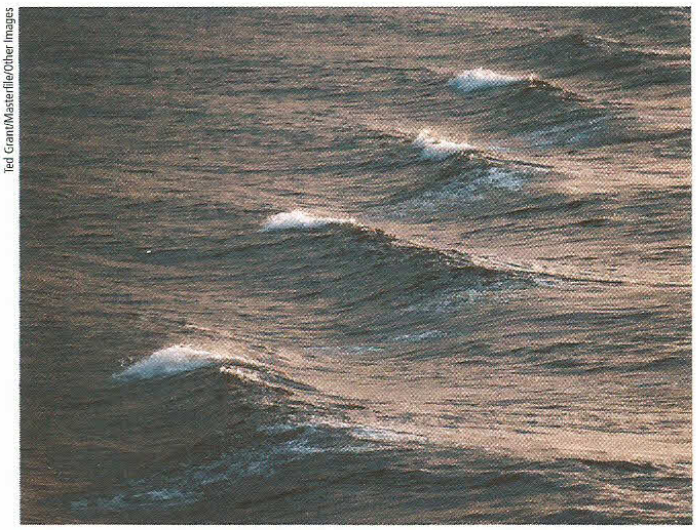
São ondas mecânicas constituídas de vibrações transversais e longitudinais simultâneas.

Quando uma partícula de um meio material é atingida por uma perturbação mista, ela oscila simultaneamente na direção de propagação e na direção perpendicular à de propagação.



Como exemplo, podemos citar as ondas em superfícies de líquidos, que nos mares e lagos geralmente são produzidas pela ação dos ventos sobre a superfície livre da água.

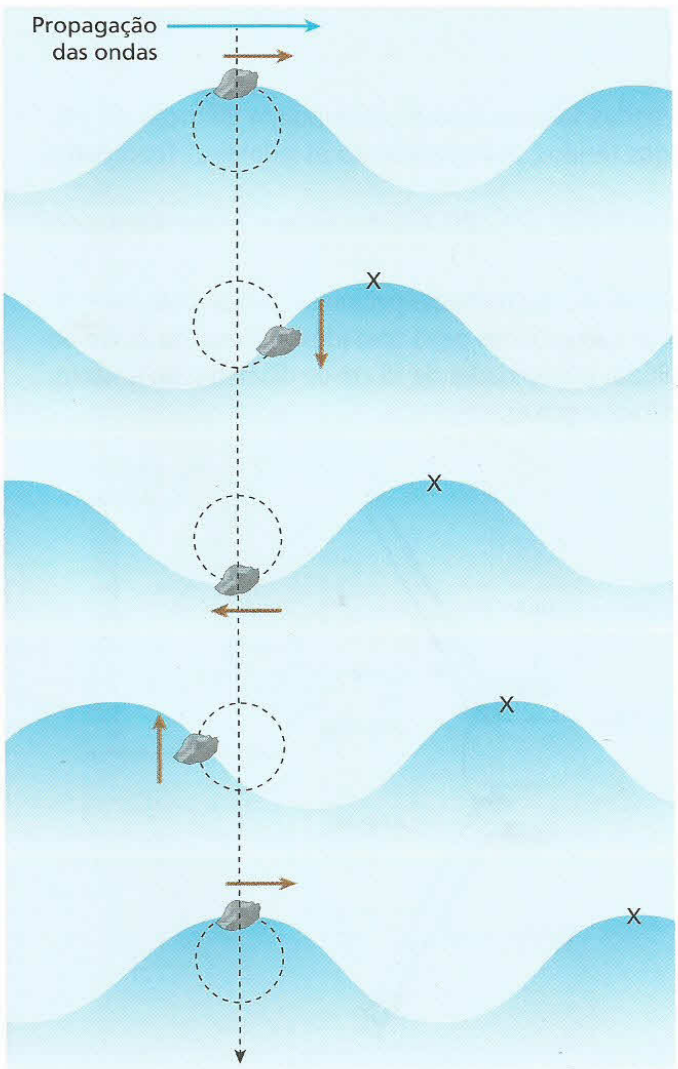
Representação esquemática da trajetória de uma partícula de água durante a passagem da onda.


Ted Grant/Masterfile/Other Images

Fotografia de ondas que se propagam na superfície da água em alto-mar.

Os sons, quando se propagam em meios sólidos, também são exemplos de perturbações mistas.

Se um corpo está flutuando na superfície da água em alto-mar, com a passagem da onda ele irá executar um movimento misto. Veja, na seqüência a seguir, como esse movimento pode ser representado:



4. Frente de onda e raio de onda

Numa propagação, podemos observar três tipos distintos de ondas:

a) **unidimensionais:** propagam-se em uma única dimensão. Por exemplo, ondas em cordas;

b) **bidimensionais:** propagam-se em duas dimensões, isto é, num plano. Por exemplo, ondas em superfície de líquidos;

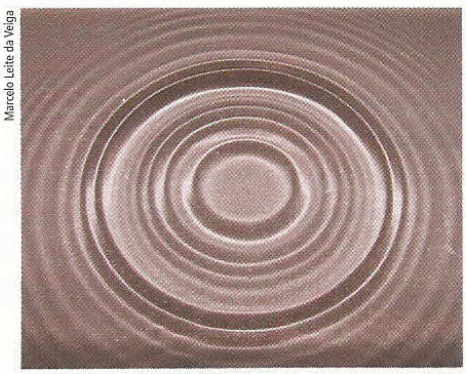
c) **tridimensionais:** propagam-se em três dimensões, isto é, no espaço. Por exemplo, ondas luminosas e ondas sonoras no ar.

No estudo das ondas bidimensionais e tridimensionais, são úteis os conceitos de frente de onda e de raio de onda:

Frente de onda é a fronteira entre a região já atingida pela onda e a região ainda não atingida.

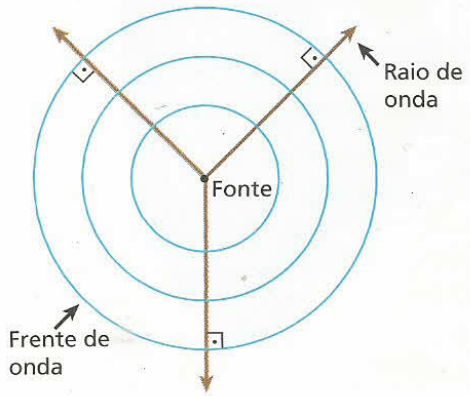
Raio de onda é uma linha orientada que tem origem na fonte de ondas e é perpendicular às frentes de onda. Os raios de onda indicam a direção e o sentido de propagação das ondas num meio.

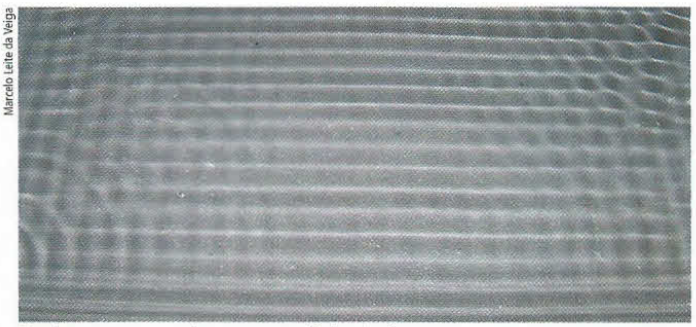
Entre as ondas bidimensionais que se propagam na superfície de líquidos, destacam-se as ondas circulares, cujas frentes de onda são circunferências, e as ondas retas, cujas frentes são segmentos de reta.


Marcelo Leite da Veiga

Ondas circulares geradas na superfície da água.

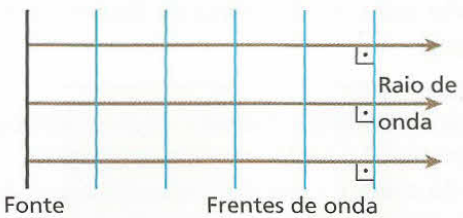
Veja uma representação esquemática de ondas circulares que se propagam na superfície de um líquido.




Marcelo Leite da Veiga

Ondas retas geradas na superfície da água.

Veja uma representação esquemática de ondas retas que se propagam na superfície de um líquido.



Entre as ondas tridimensionais (som e luz) que se propagam no espaço, destacam-se aquelas cujas frentes de onda são esféricas ou planas.

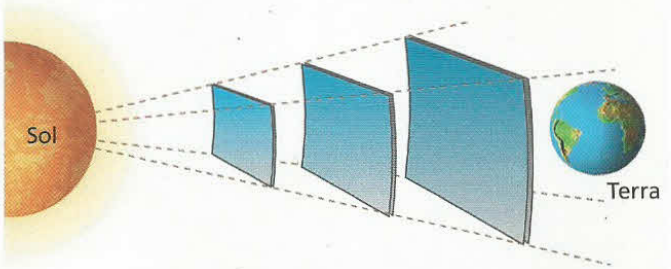


Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala.

A luz emitida pelo Sol avança pelo espaço apresentando frentes de onda esféricas.

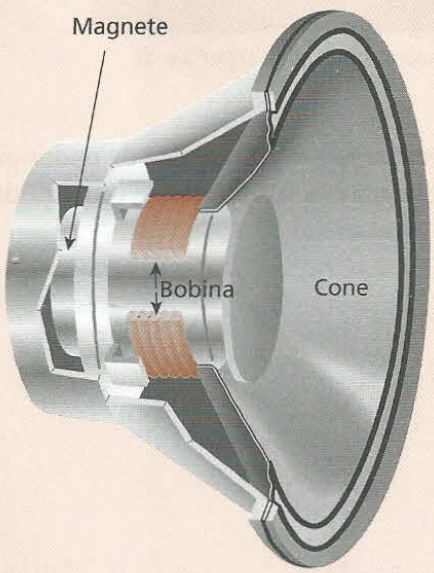
LEITURA

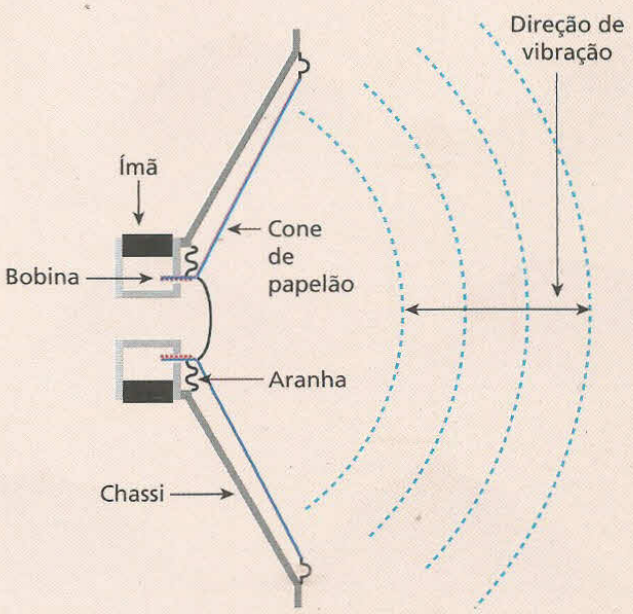
Alto-falante

O alto-falante é um dispositivo utilizado para produzir ondas sonoras a partir de impulsos elétricos. Os primeiros alto-falantes surgiram na década de 1920, nos Estados Unidos, acompanhando os primeiros fonógrafos elétricos.

Através de um cone de papelão (circular ou elíptico) que avança e recua, os alto-falantes emitem ondas **mecânicas longitudinais**.

Os sons agudos (altas freqüências), acima de 4000 Hz, são emitidos por unidades pequenas (*tweeters*) de 3 a 5 cm de diâmetro. Os sons graves (baixa freqüência), abaixo de 500 Hz, são emitidos pelas unidades (*woofers*) de 25 cm de diâmetro. Já sons intermediários, de 500 Hz a 4000 Hz, são emitidos por unidades de 15 cm de diâmetro. No entanto, podemos encontrar um único alto-falante que emite os sons médios e graves.

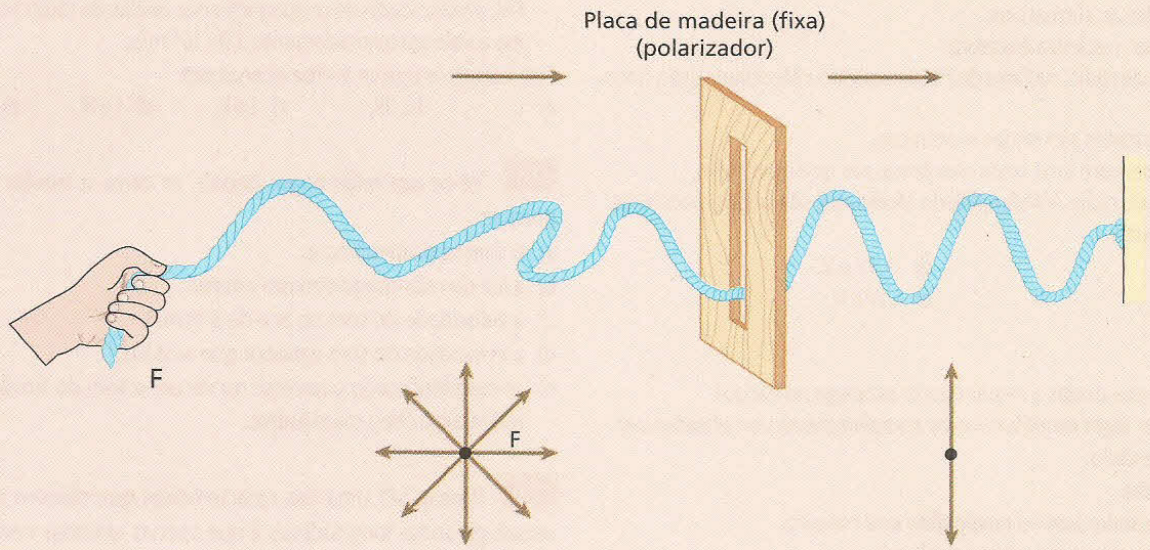




Onda polarizada

A polarização de uma onda transversal ocorre quando ela é "filtrada", permitindo apenas a passagem das vibrações que ocorrem na mesma direção que a da previamente estabelecida pelo polarizador.

Usando uma corda e uma placa de madeira com uma fenda, veja como isso acontece:



Ponto **F** perturbado transversalmente em várias direções.

Os pontos da corda situados depois do polarizador só podem vibrar no mesmo plano da fenda.

Observe que é possível gerar vibrações transversais em todas as direções, mas só vão passar pela placa de madeira aquelas que ocorrem na direção estabelecida pela fenda. As ondas que se propagam após a fenda são denominadas **ondas polarizadas**.

Apenas ondas transversais podem ser polarizadas. A luz, que é uma onda transversal, pode ser polarizada utilizando-se uma lâmina especial (polarizador). Ondas longitudinais, como o som nos fluidos, não podem ser polarizadas.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 **E.R.** Por que é impossível ouvirmos, aqui na Terra, uma explosão solar?

Resolução:
As ondas sonoras, sendo ondas mecânicas, não se propagam no vácuo que separa o Sol da Terra.

2 Quando uma onda se propaga de um local para outro, necessariamente ocorre:
a) transporte de energia.
b) transformação de energia.
c) produção de energia.
d) movimento de matéria.
e) transporte de matéria e energia.

3 Das ondas citadas a seguir, qual delas não é onda eletromagnética?
a) Infravermelho.
b) Radiação gama.
c) Ondas luminosas.
d) Ondas de rádio.
e) Ultra-som.

4 No vácuo, todas as ondas eletromagnéticas possuem:
a) mesma freqüência.
b) mesma amplitude.
c) mesmo comprimento de onda.
d) mesma quantidade de energia.
e) mesma velocidade de propagação.

5 Das ondas citadas a seguir, qual é longitudinal?
a) Ondas em cordas tensas.
b) Ondas em superfície da água.
c) Ondas luminosas.
d) Ondas eletromagnéticas.
e) Ondas sonoras propagando-se no ar.

6 Analise as seguintes afirmativas:
I. O som é onda mecânica.
II. A luz é onda eletromagnética.
III. A luz pode ser onda mecânica.
IV. O som pode propagar-se no vácuo.
V. A luz pode propagar-se no vácuo.

São verdadeiras:
a) I, II e III.
b) I, III e IV.
c) II, III e V.
d) I, II e V.
e) todas as afirmativas.

7 Analise as afirmativas:
I. Toda onda mecânica é sonora.
II. As ondas de rádio, na faixa de FM (Freqüência Modulada), são transversais.
III. Abalos sísmicos são ondas mecânicas.
IV. O som é sempre uma onda mecânica, em qualquer meio.
V. As ondas de rádio AM (Amplitude Modulada) são ondas mecânicas.
São verdadeiras:
a) I, II e III.
b) I, III e V.
c) II, III e IV.
d) III, IV e V.
e) I, IV e V.

8 Qual das ondas a seguir não se propaga no vácuo?
a) Raios *laser* (***l**ight **a**mplification by **s**timulated **e**mission of **r**adiation*).
b) Ondas de rádio.
c) Microondas.
d) Ondas de *sonar* (***so**und **n**avegation **a**nd **r**anging*).
e) Ondas de calor (raios infravermelhos).

9 (PUC-SP) As estações de rádio têm, cada uma delas, uma freqüência fixa e própria na qual a transmissão é feita. A radiação eletromagnética transmitida por suas antenas é uma **onda de rádio**. Quando escutamos uma música, nossos ouvidos são sensibilizados por **ondas sonoras**.
Sobre **ondas sonoras** e **ondas de rádio**, são feitas as seguintes afirmações:
I. Qualquer onda de rádio tem velocidade de propagação maior do que qualquer onda sonora.
II. Ondas de rádio e ondas sonoras propagam-se em qualquer meio, tanto material quanto no vácuo.
III. Independentemente de a estação de rádio transmissora ser AM ou FM, a velocidade de propagação das ondas de rádio no ar é a mesma e vale aproximadamente $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.
Está correto o que se afirma apenas em:
a) I. b) III. c) I e II. d) I e III. e) II e III.

10 Vê-se um relâmpago; depois, se ouve o trovão. Isso ocorre porque:
a) o som se propaga no ar.
b) a luz do relâmpago é muito intensa.
c) a velocidade do som no ar é de 340 m/s.
d) a velocidade do som é menor que a da luz.
e) se esse fenômeno ocorresse no vácuo, o som do trovão e a luz do relâmpago chegariam juntos.

11 (Unesp-SP) Uma das características que diferem ondas transversais de ondas longitudinais é que apenas as ondas transversais podem ser:
a) polarizadas.
b) espalhadas.
c) refletidas.
d) refratadas.
e) difratadas.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

12 Um professor de Física que ministrava a primeira aula sobre Ondas dava exemplos de ondas eletromagnéticas. Ele dizia: "São exemplos de ondas eletromagnéticas as ondas de rádio, a luz, as ondas de radar, os raios X, os raios γ". Um aluno entusiasmado completou a lista de exemplos, dizendo: "Raios α, raios β e raios catódicos".
Pode-se afirmar que:
a) pelo menos um exemplo citado pelo professor está errado.
b) todos os exemplos citados pelo professor e pelo aluno estão corretos.
c) apenas um exemplo citado pelo aluno está errado.
d) os três exemplos citados pelo aluno estão errados.
e) há erros tanto nos exemplos do professor quanto nos do aluno.

13 (UFG-GO) As ondas eletromagnéticas foram previstas por Maxwell e comprovadas experimentalmente por Hertz (final do século XIX). Essa descoberta revolucionou o mundo moderno. Sobre as ondas eletromagnéticas, são feitas as afirmações:
I. Ondas eletromagnéticas são ondas logitudinais que se propagam no vácuo com velocidade constante $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.
II. Variações no campo magnético produzem campos elétricos variáveis que, por sua vez, produzem campos magnéticos também dependentes do tempo e assim por diante, permitindo que energia e informações sejam transmitidas a grandes distâncias.
III. São exemplos de ondas eletromagnéticas muito freqüentes no cotidiano: ondas de rádio, ondas sonoras, microondas e raio X.
Está correto o que se afirma em:
a) I apenas.
b) II apenas.
c) I e II apenas.
d) I e III apenas.
e) II e III apenas.

14 (UFC-CE) Analise as assertivas abaixo e a seguir indique a alternativa correta.
I. Elétrons em movimento vibratório podem fazer surgir ondas de rádio e ondas de luz.
II. Ondas de rádio e ondas de luz são ondas eletromagnéticas.
III. Ondas de luz são ondas eletromagnéticas e ondas de rádio são ondas mecânicas.
a) Somente I é verdadeira.
b) Somente II é verdadeira.
c) Somente III é verdadeira.
d) Somente I e II são verdadeiras.
e) Somente I e III são verdadeiras.

15 (FMTM-MG) *Sir* David Brewster (1781-1868), físico inglês, realizou estudos experimentais sobre reflexão, refração e polarização da luz. Sobre estudos da polarização da luz, mostrou que esse fenômeno é característico de ondas:

I. longitudinais e pode ocorrer por difração ou por meio de polarizadores;
II. transversais e pode ocorrer por reflexão ou transmissão;
III. transversais ou longitudinais e pode ocorrer por interferência ou transmissão.

Está correto o contido em:
a) I apenas. c) III apenas. e) I, II e III.
b) II apenas. d) I e II apenas.

16 (ITA-SP) Luz linearmente polarizada (ou plano-polarizada) é aquela que:
a) apresenta uma só freqüência.
b) se refletiu num espelho plano.
c) tem comprimento de onda menor que o da radiação ultravioleta.
d) tem a oscilação, associada a sua onda, paralela a um plano.
e) tem a oscilação, associada a sua onda, na direção de propagação.

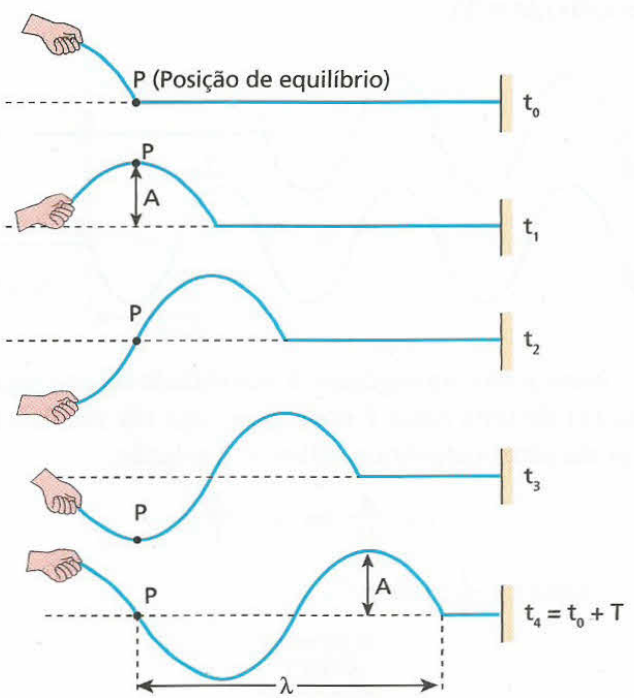
Bloco 2

5. Grandezas associadas às ondas

De acordo com a observação e o estudo de fenômenos ondulatórios, percebemos a necessidade de definirmos várias grandezas físicas associadas às ondas.

As principais grandezas associadas a uma onda são: **amplitude (A)**, **período (T)**, **freqüência (f)** e **comprimento de onda (λ)**. Utilizando um sistema que nos permita ver as ondas, podemos observar o significado de cada grandeza.

Considere um conjunto de ondas periódicas geradas continuamente (trem de ondas) numa corda, disposta horizontalmente, por um movimento harmônico simples (MHS), executado verticalmente na extremidade livre dessa corda.



Supondo que não haja dissipação de energia na propagação, observamos que essas ondas fazem cada ponto da corda oscilar verticalmente, repetindo o movimento harmônico simples original. O ponto **P**, por exemplo, oscila com a mesma amplitude **A** do MHS que gerou as ondas.

O valor de **A** é denominado **amplitude da onda**. Ele permanece constante ao longo da corda quando a propagação é conservativa (não há dissipação de energia) e diminui ao longo da corda quando a propagação é dissipativa (caso real, em que parte da energia da onda se dissipa). Se duas ondas diferem apenas na amplitude e propagam-se no mesmo meio, a mais intensa (mais forte) é aquela que tem maior amplitude.

Note que de t_0 a t_4 o ponto **P** completa uma oscilação (um ciclo). Assim, o intervalo de tempo de t_0 a t_4 é o período do MHS do ponto **P**, também denominado **período da onda (T)**.

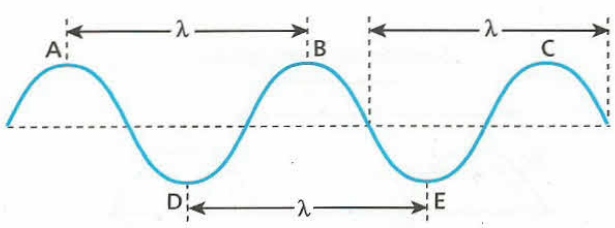
O número de oscilações executadas pelo ponto **P** na unidade de tempo é denominado **freqüência da onda (f)**. Convém notar que a freqüência de uma onda é sempre igual à freqüência da fonte que a originou e se mantém constante durante toda a existência dessa onda.

Como vimos, a unidade de freqüência no SI é o **hertz (Hz)**, valendo a relação:

$$f = \frac{1}{T}$$

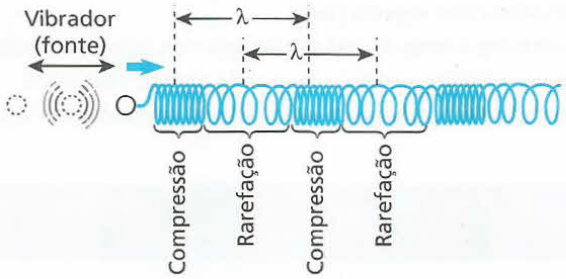
É importante observar que, durante um período **T** da onda – correspondente a uma oscilação completa do ponto **P** –, ela avança uma determinada distância, a que chamamos de **comprimento de onda**.

Na figura, essa distância é indicada pela letra grega **λ** (lambda).



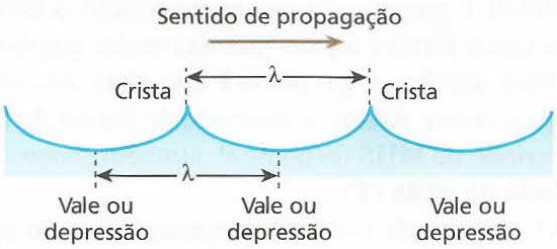
Os pontos **A**, **B** e **C** são denominados **cristas** da onda, enquanto os pontos **D** e **E** são chamados **vales** ou **depressões** da onda. Observe que a distância entre duas cristas consecutivas ou entre dois vales consecutivos também é igual a **λ**.

Nas ondas longitudinais, o comprimento de onda é a distância entre os centros de duas compressões ou de duas rarefações sucessivas.



Executando movimentos periódicos de vaivém na extremidade de uma mola, observamos ondas periódicas constituídas de compressões e rarefações.

Nas ondas mistas, o comprimento de onda pode ser obtido pela distância entre duas cristas ou dois vales consecutivos.

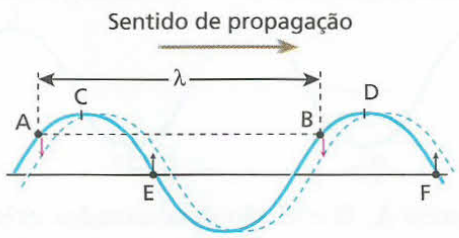


As cristas provocam, nas partículas do líquido, deslocamentos para cima e **para a frente**, enquanto os vales provocam deslocamentos para baixo e **para trás**.

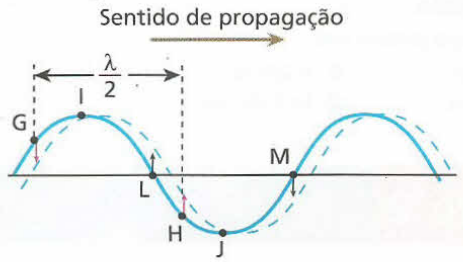
Convém destacar que os conceitos de período, freqüência, amplitude e comprimento de onda aplicam-se a qualquer onda periódica, não se restringindo aos exemplos citados.

Concordância e oposição de fase

O comprimento de onda também pode ser conceituado como a distância entre dois pontos consecutivos que vibram em **concordância de fase**, isto é, que apresentam a mesma elongação e se movem no mesmo sentido, em qualquer instante.



Os pontos **A** e **B** apresentam a mesma elongação e se movem no mesmo sentido (ambos estão descendo). Por isso, dizemos que os pontos **A** e **B** estão em concordância de fase, sendo **λ** a distância entre eles. Também estão em concordância de fase os pontos **C** e **D** e os pontos **E** e **F**. Portanto, $\overline{CD} = \overline{EF} = \overline{AB} = \lambda$.

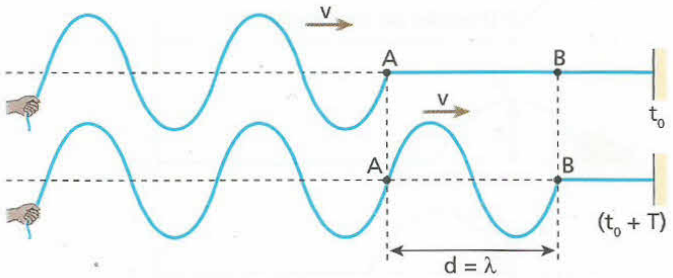


Dizemos que dois pontos vibram em oposição de fase quando apresentam elongações opostas e se movem em sentidos também opostos.

Os pontos **G** e **H** vibram em oposição de fase, o mesmo ocorrendo com **I** e **J** e com **L** e **M**. A "distância" entre dois pontos consecutivos em oposição de fase é $\frac{\lambda}{2}$.

6. Velocidade de propagação de uma onda periódica

Quando uma onda se propaga através de um meio, ela percorre uma distância **d** igual ao seu comprimento de onda ($d = \lambda$), num intervalo de tempo igual a um período ($\Delta t = T$).



Num meio homogêneo, a velocidade de propagação (**v**) de uma onda é constante, seja ela mecânica, seja ela eletromagnética, valendo a relação:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$$

Como $f = \frac{1}{T}$, temos:

$$v = \lambda f$$

Essa relação é fundamental e se aplica à propagação de todas as ondas.

Nota:

- Para simplificar a linguagem, toda vez que nos referirmos ao módulo da velocidade da onda usaremos apenas **velocidade da onda**.

7. O som

O som é constituído de um conjunto de ondas mecânicas que podem ser percebidas pelo sistema auditivo dos seres humanos e de muitos outros animais.

A velocidade de propagação das ondas sonoras depende das condições do meio em que se propagam. No ar, a 15 °C, a velocidade do som é de aproximadamente 340 m/s; na água, de 1 500 m/s, e nos sólidos, pode variar de 3 000 m/s a 6 000 m/s, dependendo da rigidez desse meio.

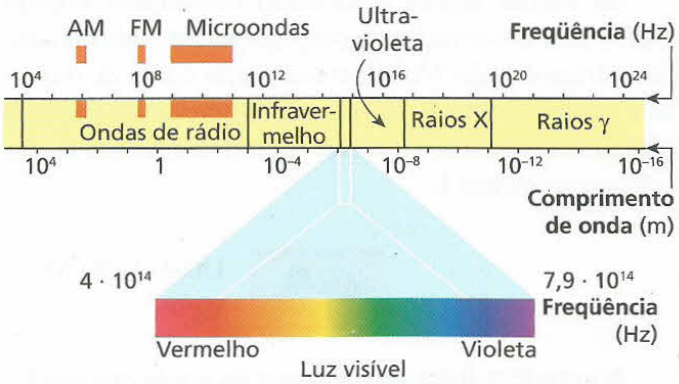
O sistema auditivo humano é sensível às ondas sonoras que tenham freqüência entre 20 Hz e 20 000 Hz, aproximadamente. Esse intervalo varia de pessoa para pessoa e de acordo com a idade de cada um.

Se a freqüência for menor que 20 Hz, essa onda será denominada **infra-som**. Se a freqüência da onda for maior que 20 000 Hz, ela será chamada de **ultra-som**. Ultra-sons e infra-sons não são ouvidos por seres humanos. Porém, alguns ultra-sons podem ser ouvidos por animais, como o cachorro, o golfinho ou o morcego.

A fotografia mostra a ultra-sonografia de um feto de três meses e meio. Ultra-sons (ondas sonoras com freqüência acima de 20 000 Hz) são enviados através do abdômen da gestante. Essas ondas refletem no feto e originam sinais que, captados, produzem imagens em um monitor de vídeo.

8. A luz

A luz, que é onda eletromagnética, só pode sensibilizar nosso sistema visual se tiver freqüência compreendida entre $4 \cdot 10^{14}$ Hz e $8 \cdot 10^{14}$ Hz, aproximadamente. Nessa faixa, na ordem crescente de freqüências, encontramos as cores: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta, que formam as sete cores principais que observamos no arco-íris. As freqüências logo abaixo dos $4 \cdot 10^{14}$ Hz são denominadas **infravermelhas** e as logo acima dos $8 \cdot 10^{14}$ Hz, **ultravioleta**.



Esquema do espectro eletromagnético, com a localização aproximada das faixas de freqüência das principais ondas eletromagnéticas.

A diferença entre as ondas eletromagnéticas que podemos "enxergar" e as ondas de rádio, por exemplo, está principalmente na freqüência. A propagação de todas as ondas eletromagnéticas se faz no vácuo a uma velocidade próxima de 300 000 km/s. Em meios materiais, essa propagação é feita a velocidades menores, e os valores dependem do meio transparente e da freqüência da onda.

Raios infravermelhos no controle da TV

O controle remoto de um aparelho eletrônico utiliza ondas eletromagnéticas (raios infravermelhos) para enviar sinais que provocam alterações no funcionamento do aparelho: aumentar ou diminuir a intensidade do som e mudar de canal (em uma TV), dentre outras. Antigamente, usava-se o ultra-som nesse controle remoto. No entanto, um simples bater de porta podia provocar uma troca de canal na TV. Daí, a mudança para raios infravermelhos.

9. Velocidade de propagação de ondas transversais em cordas tensas

As cordas tensas (esticadas) constituem ótimos meios para observação da propagação de ondas mecânicas transversais. Considerando uma corda de massa **m** e comprimento **L**, temos que a densidade linear **δ** (delta) dessa corda é a razão entre a sua massa **m** e o seu comprimento **L**.

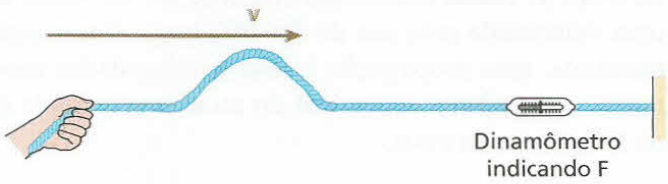
Assim:

$$\delta = \frac{m}{L}$$

Unidade no SI: kg/m

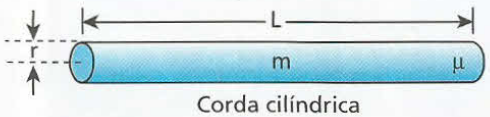
A grandeza **δ** fornece a massa da corda por unidade de comprimento.

Podemos constatar que, na propagação de um pulso transversal ou de uma onda periódica transversal, a velocidade **v** depende de dois fatores: da densidade linear (**δ**) da corda e da intensidade da força tensora (**F**) a que ela está submetida.



Experimentalmente comprova-se que, para o cálculo da velocidade **v** de propagação da onda, vale a relação:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}}$$



Corda cilíndrica

Como as cordas em geral são cilíndricas, podemos escrever essa relação de outra maneira.

A corda tem:

- volume: $V = \pi r^2 L$;
- densidade absoluta (volumétrica): $\mu = \frac{m}{V}$.

Assim:

$$\mu = \frac{m}{V} = \frac{m}{\pi r^2 L} \Rightarrow m = \mu \pi r^2 L$$

Entretanto, a densidade linear **δ** é dada por:

$$\delta = \frac{m}{V} \Rightarrow \delta = \frac{\mu \pi r^2 L}{L} \Rightarrow \delta = \mu \pi r^2$$

Substituindo esse resultado na relação do cálculo da velocidade das ondas em cordas, fica:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} = \sqrt{\frac{F}{\mu \pi r^2}}$$

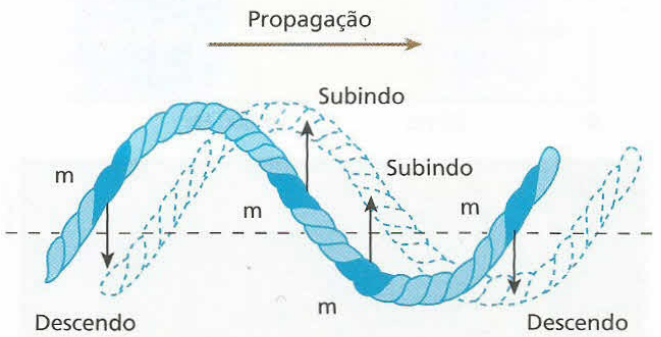
$$v = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{F}{\mu \pi}}$$

É importante observar que em cordas tensas também vale a relação vista no item 6 ($v = \lambda f$).

A energia mecânica na propagação da onda

A propagação ondulatória sempre envolve uma transmissão de energia. No caso das ondas na corda, essa energia, que é mecânica, apresenta-se parte sob a forma de energia cinética e parte sob a forma de energia potencial elástica.

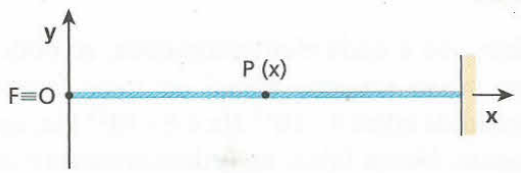
A energia cinética está na massa da corda, que naquele instante está subindo ou descendo. A energia potencial está na parte da corda que apresenta deformação, pois essa corda é um corpo elástico.



Um pequeno pedaço de massa **m** da corda, em cada instante, está subindo ou descendo (exceto quando por ele passa uma crista ou um vale). Assim, esse pedaço possui energia cinética.

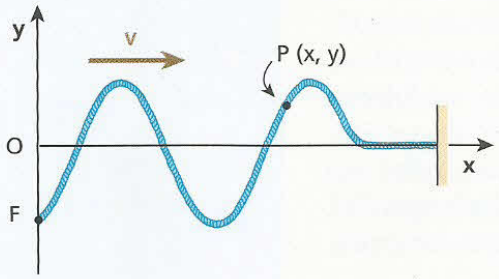
Equação de uma onda periódica transversal propagando-se em uma corda tensa

Considere uma corda elástica, esticada. O ponto **F** da corda é fonte emissora de ondas periódicas transversais, o ponto **O** é origem de um sistema cartesiano xOy e **P** é um ponto da corda escolhido arbitrariamente.



$$y = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

A partir dessa situação (t = 0), o ponto **F** executará um MHS de amplitude **A** e fase inicial φ_0. Assim, a ordenada **y** de **F** irá variar com o tempo, segundo a equação do MHS:



Não havendo dissipação de energia na propagação, após um tempo (Δt), o ponto genérico **P** da corda passará também a executar um MHS de mesma amplitude **A**, porém, defasado Δt em relação a **F**. Como Δt é o intervalo de tempo que a onda levou para atingir **P**, temos que $\Delta t = \frac{x}{v}$, em que **x** é a abscissa de **P** e **v**, a velocidade de propagação da onda.

Assim, o ponto genérico **P** tem sua ordenada **y** dada em função do tempo por:

$$y = A \cos [\omega (t - \Delta t) + \varphi_0]$$

Lembrando que $\omega = 2\pi f$ e que $\Delta t = \frac{x}{v}$, temos:

$$y = A \cos \left[2\pi f \left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]$$

$$y = A \cos \left[2\pi \left(f t - \frac{f x}{v}\right) + \varphi_0\right]$$

Mas $v = \lambda f \Rightarrow \frac{v}{f} = \lambda$ ou $\frac{f}{v} = \frac{1}{\lambda}$.

Substituindo na equação acima, obtemos:

$$y = A \cos \left[2\pi \left(f t - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Para cada ponto da corda, a abscissa **x** é fixa e a ordenada **y** varia em função do tempo, de acordo com essa função.

LEITURA

Raio *laser*

A palavra *laser* é formada pelas letras iniciais das palavras inglesas *light amplification by stimulated emission of radiation* (amplificação da luz por emissão estimulada de radiação). Apesar de a invenção do *laser* datar de 1960, já em 1954 havia sido inventado o *maser*, no qual a luz era substituída por microondas (*microwave*).

A característica principal de um *laser* é que pela estimulação de átomos de uma substância particular se obtém um estreito feixe de luz monocromática, colimada e coerente, isto é, luz de uma mesma cor, em feixe concentrado e em fase. Nesse feixe, todas as partículas de luz (fótons) possuem as mesmas propriedades.

Eric Bach/Keystone

Fotografia de carro em túnel de vento para estudo de sua aerodinâmica. O *laser* é usado para medir a velocidade com que o vento passa pelas diferentes partes da superfície externa.

A todos os fótons emitidos está associado o mesmo comprimento de onda. Dessa forma, pode-se obter uma grande concentração de energia em uma pequena superfície. Para gerar o feixe de luz, um meio (sólido, líquido ou gasoso) é estimulado por uma corrente elétrica, por uma descarga elétrica ou mesmo por outra fonte de luz. Assim, o *laser* transforma energia dispersa em energia concentrada em forma de luz.

Dependendo da finalidade de cada *laser*, ele pode ser obtido a partir de uma substância diferente. Na indústria, por exemplo, são utilizados *lasers* obtidos a partir de moléculas de dióxido de carbono (CO_2) ou de íons de neodímio em matrizes sólidas. Nesse caso, a energia gerada é utilizada para soldagem ou cortes de chapas metálicas. Na Medicina, o *laser* pode ser usado como bisturi ou para cauterização de vasos sangüíneos. Na Odontologia, ele substituirá o temido "motorzinho", podendo retirar cáries sem que um pedaço do dente também seja retirado. Os *lasers* usados na Medicina e na Odontologia são obtidos a partir de érbio, hólmio, argônio, neodímio e dióxido de carbono.

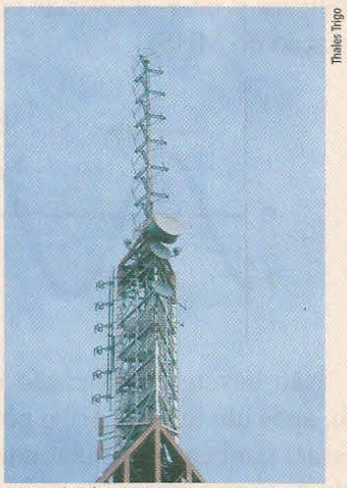
O *laser* também é usado na mira de armas modernas, como fuzis e lançadores de mísseis. No *compact disc player*, o *laser* é usado para "ler" o *compact disc* (CD).

Ondas de rádio AM e FM e ondas de TV

Em 1887, o físico alemão Heinrich Rudolf **Hertz** descobriu os princípios básicos da emissão e da recepção de ondas de rádio. No início, captava-se no receptor apenas um sinal contínuo. Somente depois de 1904, com o desenvolvimento da válvula termoiônica de Fleming, é que foi possível o início da transmissão via ondas eletromagnéticas. Para que essas ondas fossem portadoras de mensagens, elas deviam ser **moduladas**, isto é, deviam sofrer variações em suas amplitudes (AM) ou em suas freqüências (FM).

As ondas de **amplitude modulada** (AM) são divididas em três faixas, pelos seus comprimentos de onda: **ondas curtas** (OC), **ondas médias** (OM) e **ondas longas** (OL). Devido ao longo alcance dessas ondas, elas são utilizadas por emissoras comerciais, nas comunicações entre aviões, por radioamadores etc.

As ondas de **freqüência modulada** (FM), embora tenham um alcance menor, podendo ser captadas apenas em um raio de pouco mais de 100 km da fonte emissora, apresentam melhor qualidade. Dessa forma, as ondas de FM têm uma aplicação mais local, para pequenas distâncias. É por isso que, estando em São Paulo, você não pode captar no rádio emissoras de FM do Rio de Janeiro, enquanto algumas emissoras de AM podem ser captadas.


Thales Trigo

Através de antenas como esta, ondas de rádio são enviadas para novos aparelhos receptores.

Num aparelho de televisão, uma faixa de ondas de FM é utilizada para levar sinais que se transformam em imagens e sons. Para cada emissora, há um conjunto de duas freqüências próximas, uma transportando os sinais de imagem e a outra, os sinais de som. Alguns receptores de rádio têm sua banda de freqüências ampliada, podendo "captar o som" de canais de TV.

A banda de freqüências reservadas às emissoras de TV é dividida em duas faixas: a de VHF (*very high frequencies* – freqüências muito altas) e a de UHF (*ultra high frequencies* – freqüências ultra-altas).

Nas ondas do rádio

Considere esta cena: é domingo e você está em casa assistindo à TV, que transmite um sensacional grande prêmio de Fórmula 1. Ao mesmo tempo, de um canto menos importante da sala, um velho rádio em baixo volume reproduz na imaginação os lances decisivos de uma partida de futebol. De repente, a campainha de um telefone celular soa estridente, anunciando a recepção de uma ligação... Que agente físico viabiliza os funcionamentos da TV, do rádio e do telefone celular? Ondas eletromagnéticas. Em particular, as radiofreqüências que são radiações com comprimento de onda bem maior que o da luz visível.

Para que chegássemos ao atual estágio de conhecimento sobre telecomunicações, muitos pensadores deram sua contribuição.

James Clerk Maxwell (1831-1879): propôs quatro equações fundamentais na descrição dos fenômenos eletromagnéticos.

O responsável teórico por essa notável evolução foi o físico e matemático escocês James Clerk Maxwell, tido como um dos cientistas mais importantes entre Newton e Einstein. Ele formulou quatro equações que descrevem a natureza dos campos elétrico e magnético em termos de espaço e tempo, constituindo-se na base do eletromagnetismo. Essas equações prevêem a possível propagação conjunta desses campos com transmissão de energia eletromagnética através do vácuo e de alguns meios materiais de modo semelhante ao que ocorre com a luz.

Maxwell, entretanto, nunca comprovou experimentalmente suas teses. As conclusões a que chegou, porém, abriram caminho para que, vinte anos mais tarde, o físico alemão Hertz fizesse com que duas bobinas interagissem a distância, sem que houvesse conexão entre elas por meio de fios. Em 1886, durante uma aula que ministrava na Escola Politécnica de Karlsruhe, Hertz produziu uma faísca elétrica em uma das bobinas, verificando na outra, distante aproximadamente 1 metro, também o surgimento de uma faísca de mesma natureza, embora com intensidade menor. Com esse experimento, o cientista confirmou preliminarmente as previsões de Maxwell sobre a existência de radiações capazes de se propagar pelo espaço transportando energia de um ponto a outro. Hertz realizou ensaios mais elaborados e, fundamen-

tado em descobertas inusitadas, apresentou, em 1888, uma memorável teoria ondulatória. Em sua obra, as ondas eletromagnéticas, como as que ele próprio era capaz de produzir (radiações de baixa freqüência, denominadas mais tarde **ondas hertzianas**), recebiam tratamento análogo à luz, podendo também apresentar fenômenos de reflexão, refração, interferência e polarização. Além disso, Hertz corroborou para com a idéia de que todas as ondas eletromagnéticas propagam-se em linha reta no vácuo com velocidade $c \simeq 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

Hulton Archive/Getty Images

Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894): comprovou experimentalmente as teorias de Maxwell referentes à transmissão e recepção de ondas eletromagnéticas.

Corbis/LatinStock

Guglielmo Marconi (1874-1937): em 12 de outubro de 1931, utilizando ondas de rádio, ligou de Roma a chave geral da iluminação do Cristo Redentor, no Rio de Janeiro.

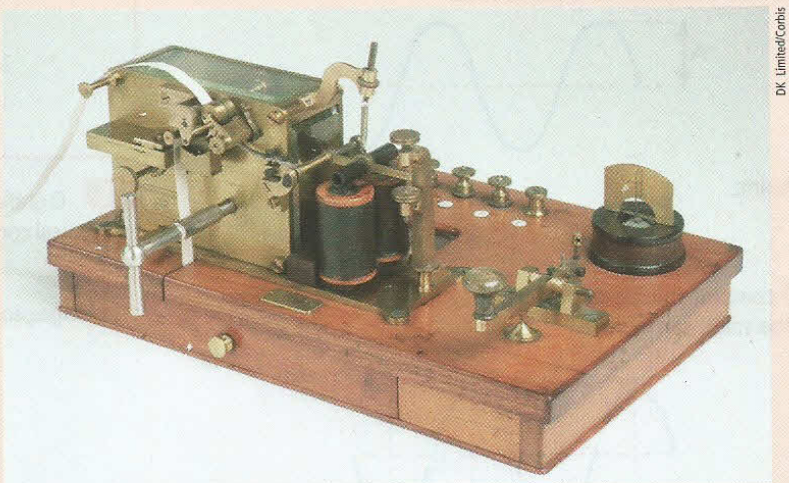
Reprodução

Padre Roberto Landell de Moura (1861-1928): transmissões de ondas de rádio antes de Marconi.

Abria-se então a possibilidade de transmissões a distância, o que levou vários pesquisadores a sonhar com o telégrafo e o telefone sem fio. Um desses visionários foi o italiano Guglielmo Marconi que imaginou até a possibilidade de transmissões transatlânticas. Mesmo enfrentando o ceticismo dos que acreditavam que a esfericidade da Terra impediria a captação de radiofreqüências em longas distâncias e sofrendo pressões de poderosas empresas de telégrafo, que mantinham em operação imensas malhas de postes e fios, Marconi não esmoreceu. Desenvolveu novos equipamentos e, em 1901, conseguiu transmitir o sinal Morse correspondente à letra S a uma distância de 3 700 km, aproximadamente, entre Cornualha, na Inglaterra, e Terra Nova, no Canadá. Com isso, descobriu-se que as ondas eletromagnéticas de baixa freqüência podiam refletir-se na ionosfera, viabilizando o envio de sinais a regiões muito além da linha do horizonte. Em 1909, Marconi foi distinguido com o prêmio Nobel de Física.

Um brasileiro também merece destaque como um dos precursores das telecomunicações. Trata-se do padre-engenheiro Roberto Landell de Moura que, antes de Marconi, em 1894, fez uma transmissão de ondas hertzianas da região da avenida Paulista, em São Paulo, para a Serra da Cantareira, nas imediações do bairro de Santana, distante cerca de 8 km em linha reta.

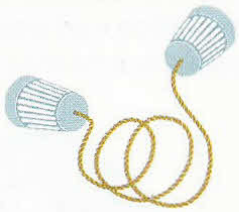
Hoje, o telégrafo perdeu sua importância inicial, sendo cogitado apenas em situações específicas. As telecomunicações, porém, fazendo uso de satélites de sofisticada tecnologia e de antenas de grande potência distribuídas sobre a superfície terrestre, possibilitam conexão imediata entre locais e pessoas. Com isso, um determinado acontecimento pode ser veiculado praticamente no mesmo instante nos rincões mais distantes do planeta.


DK Limited/Corbis

Aparelho de telégrafo utilizado no século passado, construído com latão, aço e madeira. Este modelo é posterior ao criado por Morse.

FAÇA VOCÊ MESMO

Para este experimento, você deve dispor de dois copos de plástico ou papelão (resistentes), de uma lapiseira ou caneta (para furar a base dos copos) e de uns cinco metros de barbante.



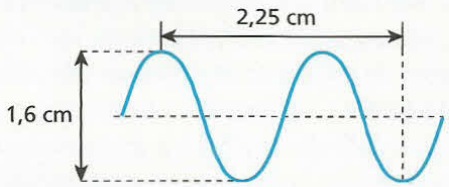
Faça um pequeno furo no fundo de cada copo. Passe uma das extremidades do barbante pelo furo de um dos copos, de fora para dentro, e dê um nó, grande o suficiente para que o barbante não escape pelo orifício. Repita esse mesmo procedimento no outro copo.

Agora, solicite que um colega converse com você por meio do instrumento fabricado, falando no interior de um dos copos, enquanto você mantém o outro colado à orelha. Atenção: o barbante deve permanecer esticado durante a conversa, senão as ondas mecânicas não irão se propagar de um para o outro.

Esse experimento mostra que a onda sonora emitida por um dos participantes se propaga através do barbante esticado atingindo o outro copo, permitindo que ocorra uma conversa sigilosa entre eles.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

17 **E.R.** A figura representa um trecho de uma onda que se propaga a uma velocidade de 300 m/s:

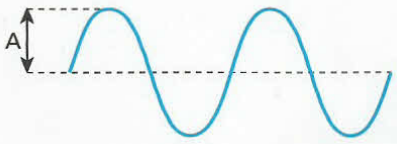


Para esta onda, determine:

a) a amplitude;
b) o comprimento de onda;
c) a freqüência;
d) o período.

Resolução:

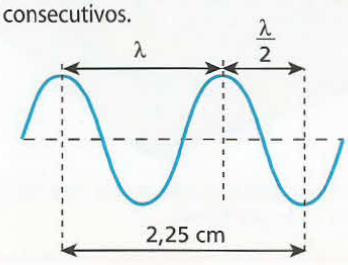
a) A amplitude (**A**) é a distância entre o nível de referência (linha horizontal tracejada) e a crista da onda.



Assim:

$$A = \frac{1{,}6\ cm}{2} \Rightarrow \boxed{A = 0{,}80\ cm}$$

b) O comprimento de onda (λ) é a distância entre duas cristas (ou dois vales) consecutivos.



Assim:

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 2{,}25$$

$$1{,}5\,\lambda = 2{,}25 \Rightarrow \boxed{\lambda = 1{,}5\ cm} \text{ ou } \boxed{\lambda = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ m}$$

c) Usando a equação da **propagação das ondas**, temos:

$$v = \lambda f$$

$$300 = 1{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot f$$

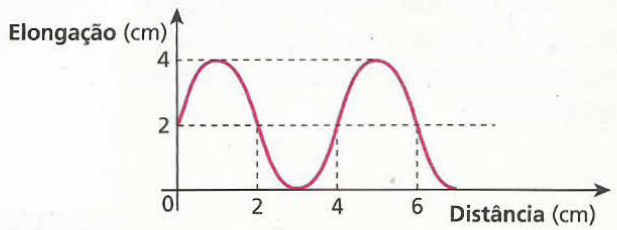
$$\boxed{f = 20\,000\ Hz = 20\ kHz}$$

d) O período de uma onda é o inverso da sua freqüência.

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{20\,000}\ s$$

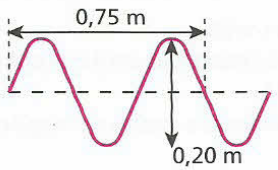
$$\boxed{T = 5{,}0 \cdot 10^{-5}\ s}$$

18 O gráfico a seguir mostra a variação da elongação de uma onda transversal com a distância percorrida por ela:



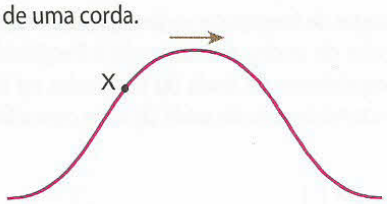
Qual o comprimento de onda e qual a amplitude dessa onda?

19 A figura representa a propagação de uma onda ao longo de uma corda com freqüência de 20 Hz.



Qual a velocidade de propagação dessa onda?

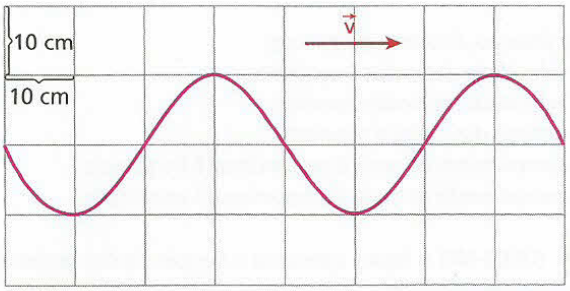
20 (UFPI) A figura abaixo mostra um pulso movendo-se para a direita, ao longo de uma corda.



A direção do movimento do ponto **x** da corda, neste momento, está mais bem representada na alternativa:

a) ↑ c) → e) ↗
b) ↓ d) ←

21 (Fatec-SP) Uma onda se propaga numa corda, da esquerda para a direita, com freqüência de 2,0 hertz, como é mostrado na figura.



De acordo com a figura e a escala anexa, é correto afirmar que:

a) o período da onda é de 2,0 s.
b) a amplitude da onda é de 20 cm.
c) o comprimento da onda é de 20 cm.
d) a velocidade de propagação da onda é de 80 cm/s.
e) todos os pontos da corda se movem para a direita.

22 **E.R.** Qual é a freqüência de uma onda luminosa, monocromática e de comprimento de onda igual a $6 \cdot 10^3$ Å, quando ela se propaga no ar?

Dado: velocidade da luz no ar = $3 \cdot 10^8$ m/s

Resolução:

A relação entre a freqüência (**f**), o comprimento de onda (**λ**) e a velocidade (**v**) de uma onda, quando ela se propaga num determinado meio, é:

$$v = \lambda f$$

Assim, sendo $v = 3 \cdot 10^8$ m/s, 1 Å = 10^{-10} m e $\lambda = 6 \cdot 10^3$ Å = $6 \cdot 10^{-7}$ m, temos:

$$3 \cdot 10^8 = 6 \cdot 10^{-7} f \Rightarrow \boxed{f = 5 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}}$$

23 Para atrair um golfinho, um treinador emite um ultra-som com freqüência de 25 000 Hz, que se propaga na água a uma velocidade de 1 500 m/s. Qual é o comprimento de onda desse ultra-som na água?

24 Os modernos fornos de microondas usados em residências utilizam radiação eletromagnética de pequeno comprimento de onda para cozinhar os alimentos. A freqüência da radiação utilizada é de aproximadamente 2 500 MHz. Sendo 300 000 km/s a velocidade da luz no vácuo, qual é, em centímetros, o valor aproximado do comprimento de onda das radiações utilizadas no forno de microondas?

25 Uma emissora de rádio, na faixa de FM (Freqüência Modulada), transmite utilizando ondas de 3,0 m de comprimento. Sendo $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s a velocidade das ondas eletromagnéticas no ar, qual a freqüência dessa emissora de rádio? Dê a resposta em MHz.

26 (Unicenp-PR) O físico que se especializa na área médica desenvolve métodos e aparelhos para diagnóstico, prevenção e tratamento de diversas anomalias ou doenças. O grande poder de penetração das radiações eletromagnéticas de determinadas freqüências possibilitou a criação de procedimentos médicos como a tomografia computadorizada, a mamografia e a densitometria óssea. Contudo, certas ondas mecânicas também podem fornecer informações sobre o interior do corpo humano, revelando o sexo dos bebês antes do nascimento ou facilitando diagnósticos cardíacos: os ecocardiogramas.

A radiação eletromagnética e a onda mecânica que comumente permitem a realização dos exames médicos citados são, respectivamente:

a) raios "gama" e infra-som.
b) raios infravermelhos e ultra-som.
c) raios ultravioleta e raios "X".
d) raios "X" e ultra-som.
e) ondas de rádio e infra-som.

27 (PUC-SP) Em dezembro de 2004, um terremoto no fundo do oceano, próximo à costa da ilha de Sumatra, foi a perturbação necessária, para a geração de uma onda gigante, uma *tsunami*. A onda arrasou várias ilhas e localidades costeiras na Índia, no Sri Lanka, na Indonésia, na Malásia, na Tailândia, dentre outras. Uma *tsunami* de comprimento de onda 150 quilômetros pode se deslocar com velocidade de 750 km/h. Quando a profundidade das águas é grande, a amplitude da onda não atinge mais do que 1 metro, de maneira que um barco nessa região praticamente não percebe a passagem da onda.

Quanto tempo demora para um comprimento de onda dessa *tsunami* passar pelo barco?

a) 0,5 min c) 12 min e) 60 min
b) 2 min d) 30 min

28 *Vivemos mergulhados em radiações. No vasto espectro das ondas eletromagnéticas, apenas uma pequena porção é percebida pelo nosso limitado aparelho sensorial, além do visível, o Universo, como descobrimos nas últimas décadas, está repleto de fontes de raios X, raios γ, ultravioleta, infravermelho e ondas de rádio.*

(*Scientific American Brasil* – n. 10 – mar. 2003)

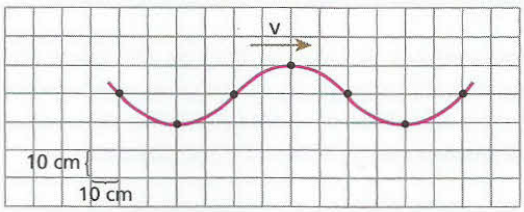
Grote Reber, engenheiro norte-americano de Illinois, foi um dos precursores da radioastronomia. Utilizando parcos recursos próprios, desenvolveu um refletor parabólico com nove metros de diâmetro para captação de sinais de rádio oriundos do espaço. Esse refletor foi instalado no quintal de sua casa e, em 1939, tendo ajustado seu equipamento para o comprimento de onda de 1,9 m detectou sinais provenientes do centro da Via-Láctea.

Adotando-se para o módulo de velocidade de propagação das ondas de rádio o valor de $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, é correto afirmar que a freqüência dos sinais captados por Reber, do centro da Via-Láctea, é mais próxima de:

a) $1{,}4 \cdot 10^8$ Hz. c) $1{,}8 \cdot 10^8$ Hz. e) $2{,}2 \cdot 10^8$ Hz.
b) $1{,}6 \cdot 10^8$ Hz. d) $2{,}0 \cdot 10^8$ Hz.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

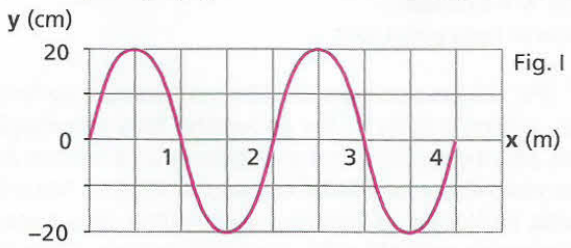
29 (UCSAL-BA) Uma onda periódica, de período igual a 0,25 s, se propaga numa corda conforme a figura abaixo.

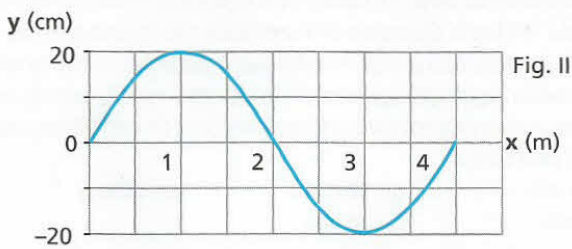


O comprimento de onda, a freqüência e a velocidade de propagação dessa onda são, respectivamente:

	λ (cm)	f (Hz)	V (cm/s)
a)	10	0,25	2,5
b)	10	4,0	40
c)	40	2,5	100
d)	80	4,0	320
e)	80	2,5	200

30 (UFRN) As figuras I e II representam fotografias de duas cordas idênticas em que se propagam ondas de mesma freqüência:



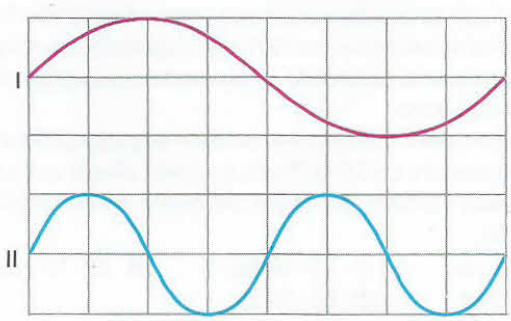


Sejam V_I e V_{II}, respectivamente, os módulos das velocidades das ondas representadas nas figuras I e II.

A razão $\frac{V_I}{V_{II}}$ é:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 2 e) 4

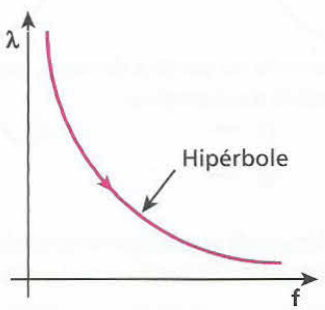
31 A figura abaixo mostra duas ondas que se propagam em cordas idênticas (mesma velocidade de propagação).



Escolha a alternativa correta.

a) A freqüência em I é menor que em II e o comprimento de onda em I é maior que em II.
b) A amplitude em ambas é a mesma e a freqüência em I é maior que em II.
c) A freqüência e o comprimento de onda são maiores em I.
d) As freqüências são iguais e o comprimento de onda é maior em I.
e) A amplitude e o comprimento de onda são maiores em I.

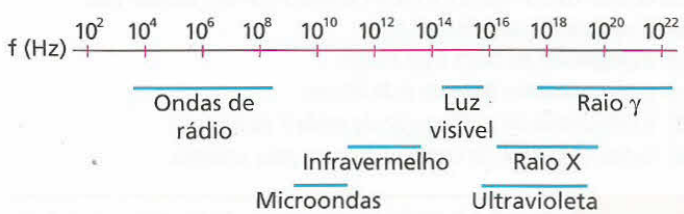
32 Um vibrador de freqüência variável produz ondas na água contida em uma cuba de ondas. Aumentando a freqüência do vibrador, medimos o comprimento de onda (λ) das ondas na água. O gráfico mostra como o comprimento de onda (λ) varia com a freqüência (f):



Nessa situação, é correto afirmar que:

a) a velocidade das ondas é constante.
b) a velocidade das ondas aumenta.
c) o período das ondas é constante.
d) o comprimento de onda é proporcional à freqüência.
e) o comprimento de onda é proporcional à velocidade.

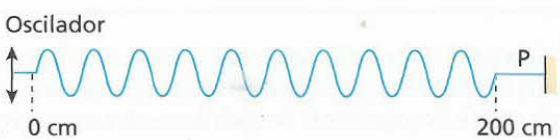
33 (UCDB-MT) A figura apresenta a freqüência das ondas do espectro eletromagnético:



Admitindo que a velocidade de propagação da luz no ar vale $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, uma onda com $\lambda = 6{,}0 \cdot 10^{-7}$ m seria:

a) uma onda de rádio.
b) luz infravermelha.
c) luz visível.
d) luz ultravioleta.
e) raio X.

34 (UFRN) Uma corda esticada tem uma de suas extremidades fixa e a outra está presa a um elemento que pode vibrar (oscilador). A figura abaixo representa uma fotografia tirada 5 s após o oscilador ter sido ligado.



Analisando essa fotografia da corda, podemos afirmar:

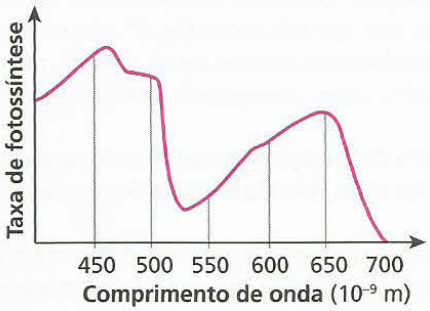
I. A velocidade da onda na corda é 30 cm/s.
II. O período da onda na corda é 0,5 s.
III. Nada se pode afirmar sobre o período de oscilação do oscilador.
IV. A freqüência com que um ponto **P** da corda vai oscilar enquanto a onda passa é 2,0 Hz.
V. O comprimento de onda da onda na corda é 20 cm.

As afirmativas corretas são:

a) II, IV e V.
b) I, II e III.
c) II, I e IV.
d) III, IV e V.
e) I, III e V.

35 (UFC-CE) Antenas para emissoras de rádio AM (Amplitude Modulada) são freqüentemente construídas de modo que a torre emissora tenha uma altura igual a $\frac{1}{4}$ do comprimento de onda das ondas a serem emitidas. Com base nisso, determine a altura, em metros, da torre de uma emissora que emite na freqüência de 1000 kHz.
Considere a velocidade da luz igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

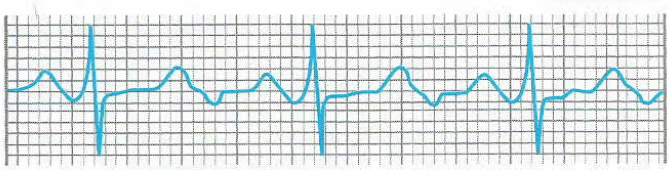
36 (Unifesp-SP) O gráfico mostra a taxa de fotossíntese em função do comprimento de onda da luz incidente sobre uma determinada planta em ambiente terrestre.



Uma cultura dessa planta desenvolver-se-ia mais rapidamente se exposta à luz de freqüência, em terahertz (10^{12} Hz), próxima a:

a) 460.
b) 530
c) 650
d) 700.
e) 1380.

37 (Unifesp-SP) O eletrocardiograma é um dos exames mais comuns da prática cardiológica. Criado no início do século XX, é utilizado para analisar o funcionamento do coração em função das correntes elétricas que nele circulam. Uma pena ou caneta registra a atividade elétrica do coração, movimentando-se transversalmente ao movimento de uma fita de papel milimetrado, que se desloca em movimento uniforme com velocidade de 25 mm/s. A figura mostra parte de uma fita de um eletrocardiograma.



Sabendo-se que a cada pico maior está associada uma contração do coração, a freqüência cardíaca dessa pessoa, em batimentos por minuto é:

a) 60.
b) 75.
c) 80.
d) 95.
e) 100.

38 **E.R.** Em um lago, o vento produz ondas periódicas que se propagam a uma velocidade de 2 m/s. O comprimento de onda é de 10 m. Determine a freqüência de oscilação de um barco:

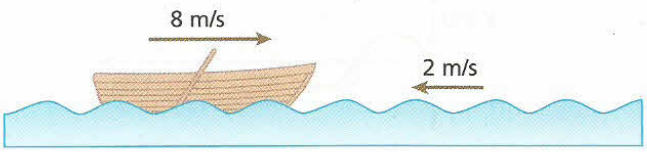
a) quando ancorado nesse lago;
b) quando se movimenta em sentido contrário ao da propagação das ondas, a uma velocidade de 8 m/s.

Resolução:

a) Temos que $v = \lambda f$. Sendo $v = 2$ m/s e $\lambda = 10$ m, calculemos a freqüência **f** com que o barco ancorado oscila:

$$2 = 10\,f \Rightarrow \boxed{f = 0{,}2 \text{ Hz}}$$

b)



A velocidade relativa entre o barco e as ondas tem módulo igual a 10 m/s. Assim, a velocidade v' das ondas em relação ao barco é igual a 10 m/s e o barco oscila com uma freqüência f', tal que:

$$v' = \lambda f'$$

Sendo $v' = 10$ m/s e $\lambda = 10$ m, obtemos:

$$10 = 10\,f' \Rightarrow \boxed{f' = 1 \text{ Hz}}$$

39 (UFMS) Ao se bater na superfície de um lago, produz-se uma onda, que se propaga com velocidade de 0,4 m/s. A distância entre duas cristas consecutivas da onda é 8 cm. Com base nesses dados, é correto afirmar:

(01) A onda formada tem comprimento de onda igual a 8 cm.
(02) A amplitude da onda certamente vale 4 cm.
(04) A freqüência da onda é 5 Hz.
(08) A onda, ao se propagar, transfere energia de um ponto a outro da superfície do lago.
(16) Supondo que sob o efeito da onda um ponto na superfície do lago oscile verticalmente, a onda é do tipo longitudinal.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas corretas.

40 (FGV-SP)

O ar. A folha. A fuga.
No lago, um círculo vago.
No rosto, uma ruga

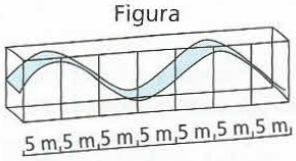
(Guilherme de Almeida)

Um peixe, pensando que se tratava de um inseto sobre a água, "belisca" quatro vezes a folha durante o tempo de um segundo, produzindo quatro ondulações de mesmo comprimento de onda. Uma vez que a propagação de um pulso mecânico na água do lago ocorre com velocidade 2,0 m/s, o comprimento de onda de cada abalo produzido é, em metros:

a) 0,5.
b) 1,0.
c) 2,0.
d) 4,0.
e) 8,0.

41 (Fuvest-SP) Um grande aquário, com paredes laterais de vidro, permite visualizar, na superfície da água, uma onda que se propaga. A figura representa o perfil de tal onda no instante T_0. Durante sua passagem, uma bóia, em dada posição, oscila para cima e para baixo e seu deslocamento vertical (**y**), em função do tempo, está representado no gráfico.

Figura



Gráfico

Com essas informações, é possível concluir que a onda se propaga com uma velocidade, aproximadamente, de:

a) 2,0 m/s.
b) 2,5 m/s.
c) 5,0 m/s.
d) 10 m/s.
e) 20 m/s.

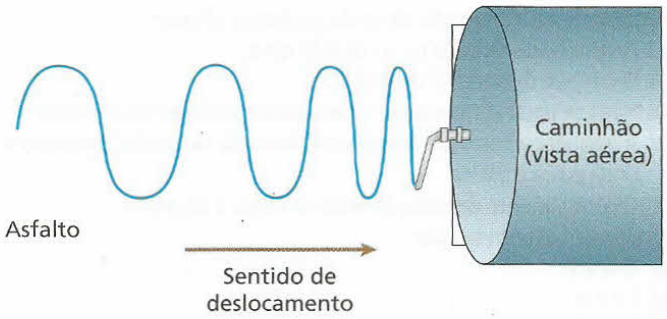
42 Um banhista, parado em relação à Terra, conta em uma praia a passagem de 21 cristas de onda eqüiespaçadas pelo seu corpo. O intervalo de tempo decorrido no evento é de 80 s. Conhecendo a velocidade de propagação das ondas (1,0 m/s), determine o comprimento de onda das ondas do mar nesse local.

43 As ondas de um lago chegam de 10 s em 10 s a um ponto da margem. Uma bóia desloca-se no sentido contrário ao da propagação das ondas a uma velocidade de 30 cm/s em relação à margem, levando 5,0 s para ir de uma depressão a outra, transpondo 8 cristas. Determine a distância entre duas cristas consecutivas.

44 No dia 12 de agosto de 2000, um sábado, uma tragédia abateu-se acima do Círculo Polar Ártico, no mar gelado de Barents, ao norte da Rússia. O submarino nuclear russo Kursk, em treinamento militar, afundou com 118 tripulantes a bordo, que tiveram suas vidas ceifadas sem oportunidade de socorro. O gigantesco Kursk, de 154 metros de comprimento, 18,2 metros de largura e 9 metros de altura, foi localizado com exatidão por embarcações de resgate equipadas com sonares. Esses aparelhos emitiram ultra-sons com freqüência próxima de 25 000 Hz que se propagaram na água com velocidade de cerca de 1 500 m/s, sendo refletidos pelo submarino e captados de volta.
Com base nos dados do enunciado e sabendo que o intervalo de tempo transcorrido entre a emissão dos ultra-sons e a recepção do "eco" determinado pelo Kursk foi de 0,16 s, calcule:

a) a profundidade em que foi localizada a embarcação considerando-se que o barco e o submarino estão na mesma vertical.
b) o comprimento de onda dos ultra-sons utilizados.

45 (UFRN) Do alto do prédio onde mora, Anita observou que o caminhão-tanque, que irriga canteiros em algumas avenidas em Natal, deixava no asfalto, enquanto se deslocava, um rastro de água, conforme representado na figura a seguir. Tal rastro era devido ao vazamento de uma mangueira que oscilava, pendurada na parte traseira do caminhão.



Considerando-se que a freqüência dessa oscilação é constante no trecho mostrado na figura acima, pode-se afirmar que a velocidade do caminhão:

a) permanece constante e o "comprimento de onda" resultante da oscilação da mangueira está aumentando.
b) está aumentando e o período de oscilação da mangueira permanece constante.
c) permanece constante e o "comprimento de onda" resultante da oscilação da mangueira está diminuindo.
d) está diminuindo e o período de oscilação da mangueira permanece constante.

46 (Unicamp-SP) Ondas são fenômenos nos quais há transporte de energia sem que seja necessário o transporte de massa. Um exemplo particularmente extremo são os *tsunamis*, ondas que se formam no oceano, como conseqüência, por exemplo, de terremotos submarinos.

a) Se, na região de formação, o comprimento de onda de um *tsunami* é de 150 km e sua velocidade é de 200 m/s, qual é o período da onda?
b) A velocidade de propagação da onda é dada por $v = \sqrt{g\,h}$, em que **h** é a profundidade local do oceano e **g** é a aceleração da gravidade. Qual é a velocidade da onda numa região próxima à costa, onde a profundidade é de 6,4 m? (**Dado:** $g = 10\ m/s^2$)
c) Sendo **A** a amplitude (altura) da onda e supondo-se que a energia do *tsunami* se conserva, o produto vA^2 mantém-se constante durante a propagação. Se a amplitude da onda na região de formação for 1,0 m, qual será a amplitude perto da costa, onde a profundidade é de 6,4 m?

47 **E.R.** Uma corda homogênea de 2,5 m de comprimento e 2,0 kg de massa está submetida a uma força tensora de 80 N. Suas extremidades são fixadas e produz-se na corda uma perturbação. Determine:

a) a densidade linear da corda;
b) a velocidade de propagação da onda na corda.

Resolução:

a) A densidade linear de uma corda homogênea é dada pela relação:

$$\delta = \frac{m}{L}$$

Como $m = 2{,}0$ kg e $L = 2{,}5$ m, vem:

$$\delta = \frac{2{,}0\ kg}{2{,}5\ m} \Rightarrow \boxed{\delta = 0{,}80\ kg/m}$$

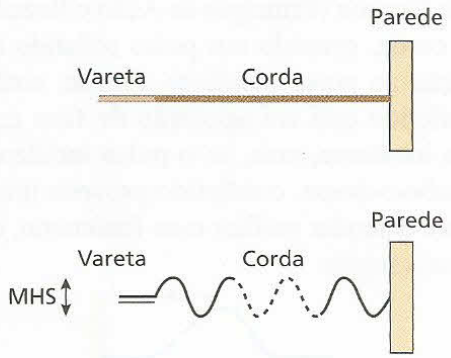
b) A velocidade de propagação da onda na corda tensa é determinada por:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{80}{0{,}8}} \Rightarrow \boxed{v = 10\ m/s}$$

48 Uma corda homogênea de densidade linear igual a 0,50 kg/m está tracionada com uma força de intensidade **F**. Uma perturbação aplicada na corda produz uma onda que se propaga por ela com velocidade de 6,0 m/s. Qual a intensidade **F** da força?

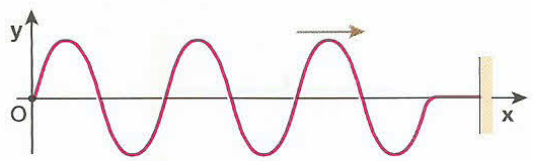
49 Traciona-se uma corda homogênea de 4,0 m de comprimento com uma força de intensidade 50 N. Ondas produzidas nessa corda propagam-se com velocidade de 10 m/s. Qual é a massa da corda?

50 (Mack-SP) Uma pessoa sustenta uma vareta rígida por uma de suas extremidades, segundo a horizontal. Na outra extremidade, está presa uma corda homogênea, de secção transversal constante, de massa 1,00 kg e comprimento 5,00 m. Prendendo-se a outra extremidade da corda a um ponto fixo de uma parede, a pessoa proporciona à vareta um MHS na direção vertical, de duas oscilações completas por segundo, e aplica à corda uma força tensora de intensidade 1,80 N. Sabendo-se que a velocidade de propagação de uma onda na corda é dada por $v = \sqrt{\frac{T}{A\mu}}$, onde **T** é a tensão na corda, **A** é a área da secção transversal e μ, sua densidade. As ondas cossenoidais que se propagam na corda possuem comprimento de onda de:



a) 5,00 m.
b) 4,50 m.
c) 3,00 m.
d) 1,50 m.
e) 0,75 m.

51 **E.R.** O esquema a seguir representa uma corda tensa não-absorvedora de energia, na qual se propaga um trem de ondas transversais, no sentido dos valores crescentes de **x**:



Em relação ao referencial xOy, a equação dessas ondas é dada por:

$$y = 0{,}5 \cos [2\pi (20t - 4x)] \quad \text{(SI)}$$

Determine:
a) a amplitude;
b) a freqüência e o período;
c) o comprimento de onda;
d) a velocidade de propagação das ondas.

Resolução:
A determinação das grandezas associadas às ondas é feita pela comparação da equação dada com a equação geral das ondas:

$$y = A \cos\left[2\pi\left(f t - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

$$y = 0{,}5 \cos [2\pi (20t - 4x)]$$

a) Amplitude (**A**): $\boxed{A = 0{,}5 \text{ m}}$

b) Freqüência (**f**) e período (**T**): $\boxed{f = 20 \text{ Hz}}$

Como $f = \frac{1}{T}$, então:

$$20 = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{20} \text{ s} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}05 \text{ s}}$$

c) Comprimento de onda (λ):

$$\frac{x}{\lambda} = 4x \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4} \text{ m} \Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}25 \text{ m}}$$

d) Velocidade de propagação (**v**):

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{1}{4} \cdot 20 \Rightarrow \boxed{v = 5 \text{ m/s}}$$

52 A equação de uma onda mecânica transversal é expressa por:

$$y = 0{,}2 \cos\left[2\pi\left(5t - \frac{x}{2}\right)\right] \quad \text{(SI)}$$

Determine a amplitude e a velocidade de propagação dessa onda.

53 A função de uma onda é dada pela expressão:

$$y = 20 \cos 2\pi\left(4t - \frac{x}{3}\right)$$

em que **x** e **y** estão em centímetros e **t**, em segundos. Determine a amplitude, o período e a freqüência dessa onda.

54 Um trem de ondas propaga-se em uma corda tensa não-absorvedora de energia com velocidade igual a 10 m/s. Sabendo que a amplitude das ondas vale 0,5 m, a freqüência é igual a 50 Hz e a fase inicial (φ_0) é nula, determine a equação dessas ondas.

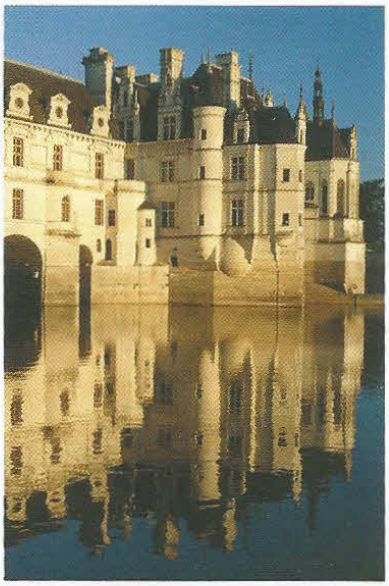
55 (Mack-SP) Para o estudo da propagação de uma onda, necessita-se do conhecimento da chamada **Função da Onda**, a qual, genericamente, é dada por $y = A \cdot \cos\left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$. Se, em determinada situação, a função da onda é $y = 0{,}20 \cdot \cos\left[2\pi \cdot (0{,}50 \cdot t - 0{,}80 \cdot x) + \frac{\pi}{4}\right]$, com dados no SI, a velocidade de propagação da onda é:

a) 1,60 m/s.
b) 1,25 m/s
c) $6{,}25 \cdot 10^{-1}$ m/s.
d) $3{,}14 \cdot 10^{-1}$ m/s.
e) $3{,}125 \cdot 10^{-1}$ m/s.

Bloco 3

10. Reflexão

Dos fenômenos que podem ocorrer com a luz no nosso dia-a-dia, o mais comum é a **reflexão**. A não ser os corpos que emitem luz, todos os outros podem ser observados por causa da reflexão da luz em sua superfície.



Andrew Ward/Life File/Photodisc

As ondas luminosas, provenientes do Sol, refletem nas paredes da construção, incidem na superfície do lago e voltam a se propagar no ar.

A respeito do fenômeno ondulatório **reflexão**, podemos dizer:

> Uma onda que se propaga em um meio sofre **reflexão** quando, após incidir num segundo meio de características diferentes, volta a se propagar no meio original.

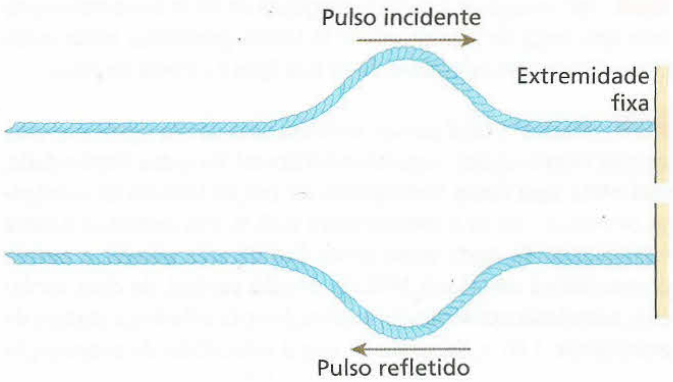
Qualquer que seja o tipo de onda, o módulo de sua velocidade de propagação não se altera na reflexão, pois ela continua a propagar-se no mesmo meio em que estava. Como a freqüência, característica da onda que se mantém sempre constante, o comprimento de onda também não varia na reflexão (lembre-se: $v = \lambda f$).

Vejamos dois casos particulares de reflexão: para ondas em cordas e para ondas em superfícies de líquidos. A reflexão de ondas luminosas (luz) será vista na parte de Óptica.

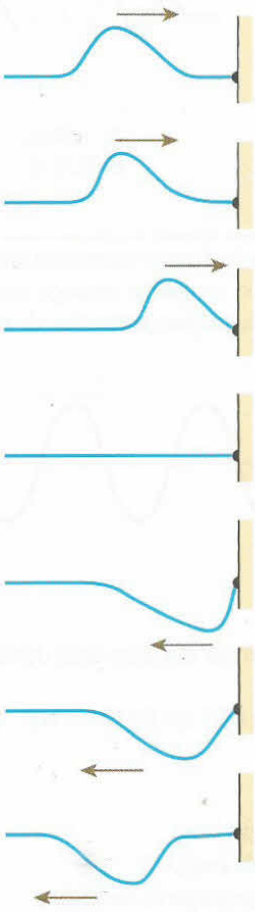
Reflexão de ondas transversais em cordas

A análise da reflexão de pulsos ou de ondas transversais nas extremidades de cordas deve ser dividida em duas partes:

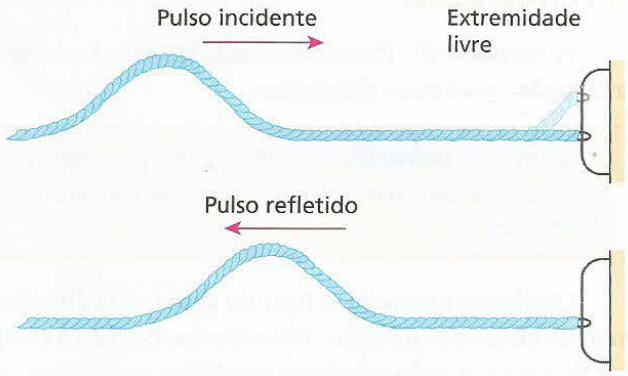
1ª) Em extremidade fixa:



O pulso gerado, à medida que passa pelos pontos da corda, faz cada um deles subir e descer. No entanto, quando esse pulso atinge uma extremidade fixa (uma parede, por exemplo) e tenta movê-la, esta, pela 3ª Lei de Newton (Princípio da Ação e Reação), reage sobre a corda, gerando um pulso refletido **invertido** em relação ao pulso incidente. Diz-se, então, que o pulso refletido está em **oposição de fase** em relação ao pulso incidente, pois, se o pulso incidente provoca um sobe-e-desce, o refletido provoca um desce-e-sobe. Para entender melhor esse fenômeno, observe a seqüência a seguir.

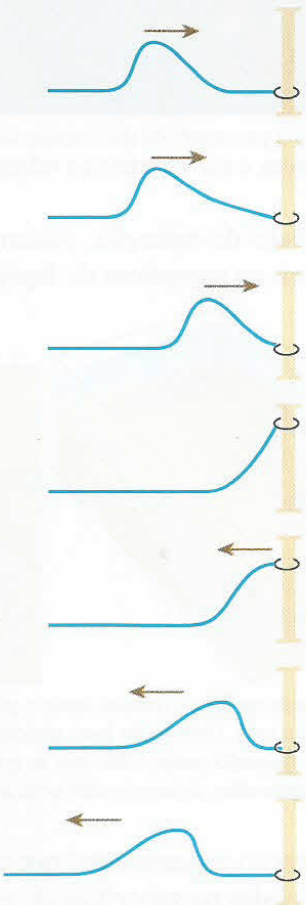


2ª) Em extremidade livre:

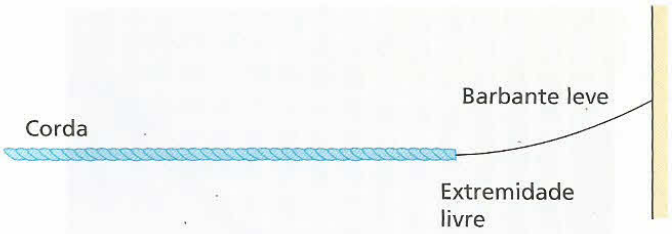


A extremidade livre pode ser idealizada por um anel leve, que possa deslizar sem atrito ao longo de uma haste.

Quando o pulso atinge o anel, ele sobe e desce, o pulso é refletido **sem inversão**. Dizemos, então, que o pulso refletido está **em fase** com o pulso incidente, pois tanto um como o outro provocam um movimento de sobe-e-desce. Tal fato é facilmente aceitável, pois se alguém executasse no anel um movimento de sobe-e-desce seria gerado um pulso que se propagaria para a esquerda com as mesmas características do pulso refletido. Para entender melhor como ocorre esse fenômeno, observe a seqüência a seguir.



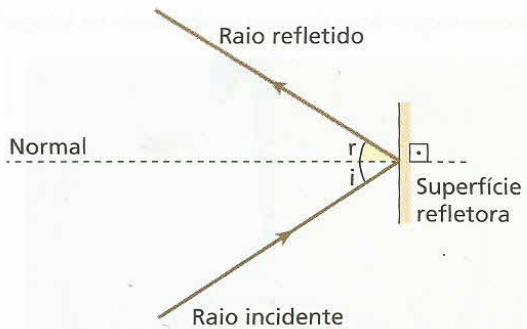
A extremidade livre costuma ser obtida, na prática, amarrando-se um barbante muito leve, flexível e não-elástico na extremidade da corda.



Reflexão de ondas que se propagam na superfície de líquidos

As reflexões de ondas bidimensionais e tridimensionais podem ser representadas por seus raios de onda ou pelas próprias frentes de onda.

Usando raios de onda como representação, obtemos a figura a seguir, que é útil para a apresentação das duas leis que regem a reflexão de qualquer tipo de onda.



1ª Lei da Reflexão

O raio incidente, o raio refletido e a reta normal à superfície refletora no ponto de incidência estão contidos sempre em um mesmo plano (são coplanares).

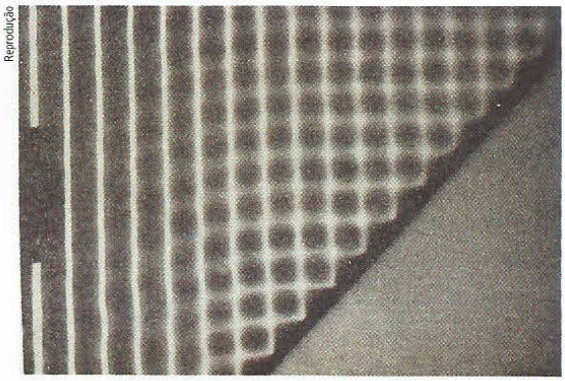
2ª Lei da Reflexão

O ângulo formado pelo raio incidente e a normal (ângulo de incidência **i**) e o ângulo formado pelo raio refletido e a mesma normal (ângulo de reflexão **r**) são sempre de mesma medida:

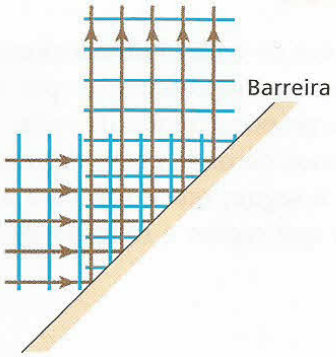
$$i = r$$

Observe as fotografias e as figuras a seguir. Elas representam a reflexão de ondas retas e ondas circulares que se propagam na superfície da água.

Reprodução

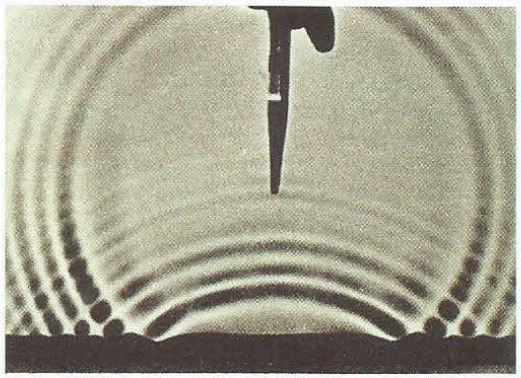


Fotografia de ondas retas que se propagam na superfície da água e refletem em uma barreira plana.

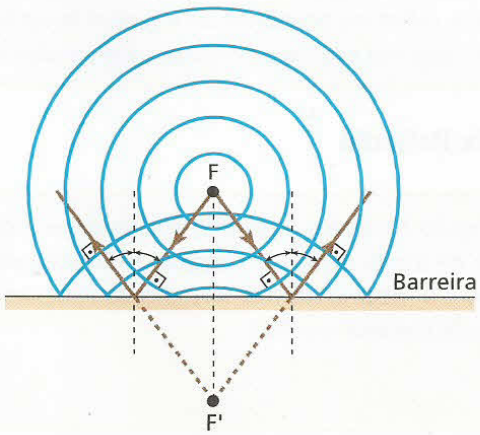


Representação esquemática da situação observada na fotografia.

Reprodução



Fotografia de ondas circulares propagando-se na superfície da água e refletindo em uma barreira plana.



Representação esquemática da situação observada na fotografia. É importante notar que os raios refletidos "partem" do ponto F', simétrico a **F** em relação à barreira plana. Perceba que as ondas refletidas continuam circulares.

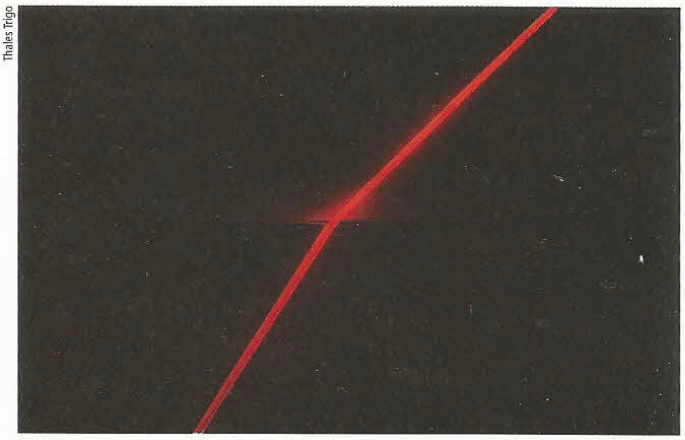
11. Refração

A respeito do fenômeno ondulatório denominado **refração**, podemos dizer que:

> Chama-se **refração** de uma onda a passagem dessa onda de um meio para outro, de características diferentes.

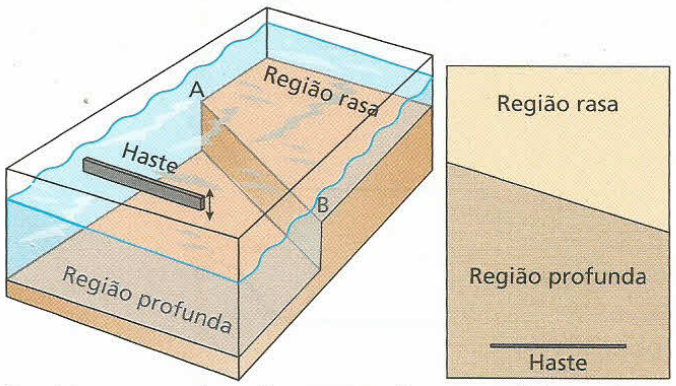
Qualquer que seja o tipo de onda, sua freqüência não se altera na refração. No entanto, devido à mudança de meio, a velocidade se modifica, o mesmo ocorrendo com o comprimento de onda. A onda refratada está sempre em fase com a onda incidente. Isso é válido para todos os tipos de ondas, o que será reforçado em Óptica, no estudo da refração da luz.

Thales Trigo



A fotografia mostra a passagem de um estreito feixe de luz vermelha de um meio para outro, o que caracteriza a **refração**.

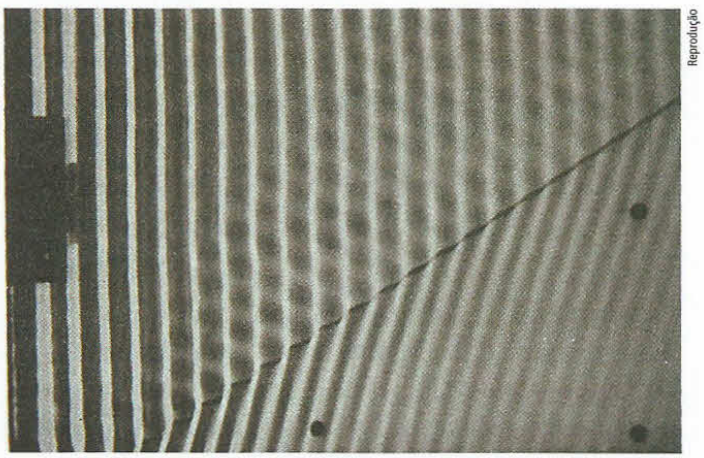
Como modelo de refração, podemos usar ondas que se propagam na superfície de líquidos.



O recipiente mostrado na figura contém água e possui duas regiões, uma profunda e uma rasa. Uma haste bate periodicamente na superfície da água, gerando ondas retas que se propagam da região profunda para a região rasa, determinando uma refração.

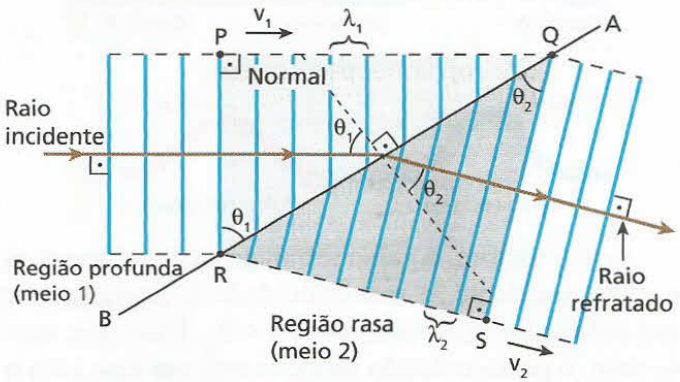
É de verificação experimental que a velocidade de propagação de ondas na superfície de um líquido pode depender da profundidade do local. Observa-se que o módulo da velocidade diminui quando as ondas passam de regiões profundas para regiões rasas (aquelas

cujas profundidades são menores que o comprimento de onda dessas ondas ou comparáveis a ele). Dessa forma, meios de diferentes profundidades podem ser considerados diferentes meios de propagação. Ondas que se propagam na superfície da água, por exemplo, sofrem refração quando passam de uma região profunda para uma rasa ou de uma região rasa para uma profunda.



Reprodução

Fotografia de refração de ondas retas que se propagam na superfície da água, passando de uma região de maior profundidade para uma de menor profundidade.



Representação esquemática da refração das ondas que se propagam na superfície da água mostrada na fotografia anterior. A mudança de direção ocorre porque os pontos de uma frente de onda não sofrem mudanças de velocidade simultaneamente.

Na figura, temos:

θ_1: ângulo formado pelo raio incidente e pela normal (ângulo de incidência) na região profunda. Observe que o ângulo formado pelas frentes incidentes e pela fronteira entre as duas regiões também vale θ_1;

θ_2: ângulo formado pelo raio refratado e pela normal (ângulo de refração) na região rasa. Também vale θ_2 o ângulo formado pelas frentes refratadas e pela fronteira entre as duas regiões;

v_1 e λ_1: respectivamente velocidade de propagação e comprimento de onda na região profunda;

v_2 e λ_2: respectivamente velocidade de propagação e comprimento de onda na região rasa.

A refração de ondas obedece a duas leis, apresentadas a seguir.

1ª Lei da Refração

O raio incidente, a normal à fronteira no ponto de incidência e o raio refratado estão contidos no mesmo plano (são coplanares).

2ª Lei da Refração

Também denominada **Lei de Snell**, a 2ª Lei da Refração é expressa pela relação:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

(As grandezas θ_1, θ_2, v_1, v_2, λ_1 e λ_2 estão indicadas na figura esquemática da refração.)

O matemático holandês Willebrord Snell (1581-1626) descobriu experimentalmente a veracidade da relação existente entre os ângulos de incidência e de refração. Em sua homenagem, essa relação matemática recebeu a denominação de Lei de Snell.

Demonstração da Lei de Snell

Na figura anterior, você observou que a distância PQ é percorrida com velocidade v_1 durante o mesmo intervalo de tempo Δt em que a distância RS é percorrida com velocidade v_2 ($v_2 < v_1$).

No triângulo retângulo PQR, temos:

$$\operatorname{sen}\theta_1 = \frac{PQ}{RQ} = \frac{v_1 \Delta t}{RQ} \qquad \text{(I)}$$

No triângulo retângulo RQS, temos:

$$\operatorname{sen}\theta_2 = \frac{RS}{RQ} = \frac{v_2 \Delta t}{RQ} \qquad \text{(II)}$$

Dividindo membro a membro a expressão (I) pela expressão (II), vem:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \qquad \text{(III)}$$

Lembrando que a freqüência (**f**) é a mesma nos dois meios, temos:

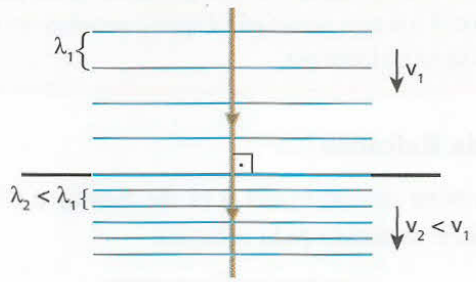
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1 f}{\lambda_2 f} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \qquad \text{(IV)}$$

Reunindo os resultados (III) e (IV), chegamos à expressão da Lei de Snell, apresentada anteriormente:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Nota:

- A incidência de raios perpendiculares à fronteira que separa as duas regiões é um caso particular de refração em que não ocorre desvio na propagação da onda, já que, nesse caso, todos os pontos da frente de onda sofrem mudança de velocidade simultaneamente.

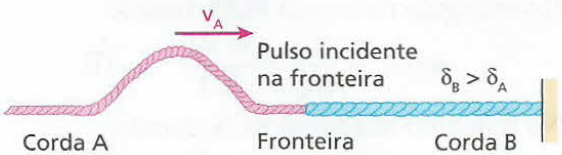


12. Refração e reflexão de ondas transversais em cordas

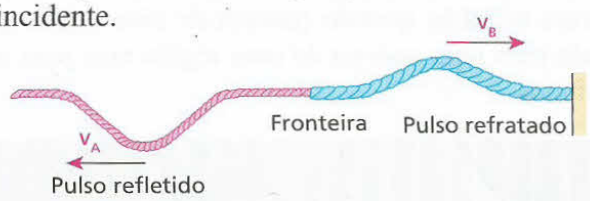
A refração e a reflexão de ondas transversais em cordas tensas podem ser facilmente visualizadas e também obedecem às regras básicas da refração e da reflexão.

Considere duas cordas de densidades lineares diferentes emendadas. Como primeira hipótese, suponha que a densidade linear da corda **B** seja maior que a da corda **A**.

Um pulso gerado na corda **A** propaga-se e incide na fronteira entre **A** e **B**. Nesse local, parte da energia do pulso incidente transmite-se (sofre refração), passando a propagar-se na corda **B**. Note que o pulso refratado está sempre em fase com o pulso incidente, isto é, ambos os pulsos estão "voltados para cima".

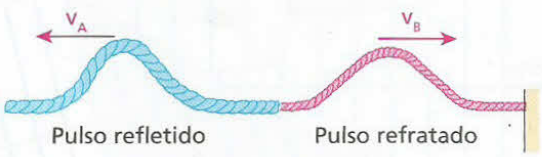


Na mesma fronteira, ocorre reflexão de uma parcela da energia através do pulso refletido. Quando a reflexão ocorre com o pulso propagando-se da corda de menor para a de maior densidade linear, o pulso refletido apresenta-se em **oposição de fase** em relação ao incidente.



Os pulsos incidente e refletido têm velocidades de mesmo módulo v_A, enquanto o pulso que sofreu refração tem velocidade de módulo v_B. Lembrando que $v = \sqrt{\frac{F}{\delta}}$, concluímos que v_B é menor que v_A, pois $\delta_B > \delta_A$ e a força tensora tem o mesmo valor nas duas cordas (pela 3ª Lei de Newton, a força com que **A** puxa **B** e a força com que **B** puxa **A** têm o mesmo módulo).

Como segunda hipótese, suponha que a corda **B** tenha menor densidade linear que a corda **A**. Assim, obtemos:



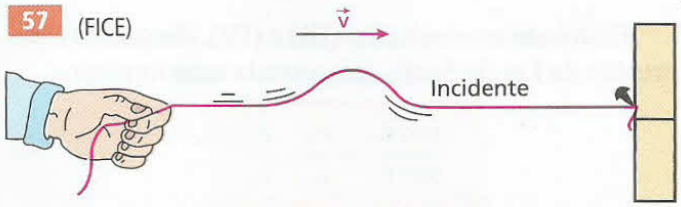
Como sempre, o pulso refratado está em fase com o pulso incidente, e sua velocidade é, agora, maior que a do pulso incidente, pois $\delta_B < \delta_A$. Note que, nesse caso, o pulso refletido também está **em fase** com o pulso incidente.

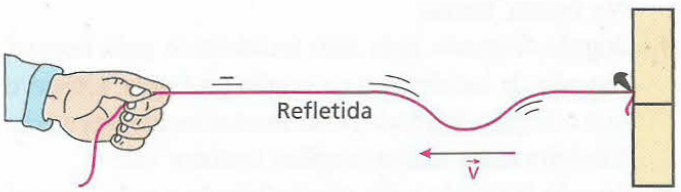
EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

56 Uma onda incide em um obstáculo e retorna ao mesmo meio em que se encontrava. Esse fenômeno é chamado de reflexão. Podemos afirmar que:

a) a freqüência dessa onda aumentou.
b) a freqüência dessa onda diminuiu.
c) o comprimento dessa onda aumentou.
d) a velocidade de propagação dessa onda diminuiu.
e) a velocidade de propagação dessa onda permaneceu constante.

57 (FICE)

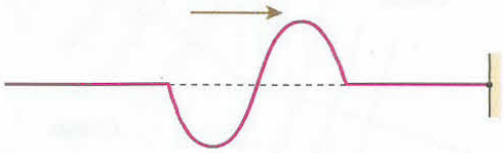




Um pulso, numa corda de extremidade fixa, ao refletir, sofre inversão de fase. Observe a figura acima. O fato de ocorrer inversão na fase do pulso está ligado à(ao):

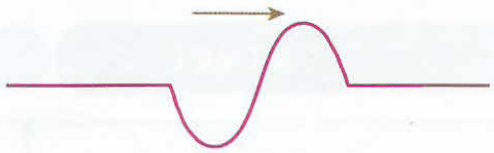
a) Primeira Lei de Newton.
b) Princípio da Conservação da Energia.
c) Terceira Lei de Newton.
d) Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento.
e) Lei de Coulomb.

58 Uma corda horizontal tem uma de suas extremidades fixa a uma parede. Na extremidade livre, produz-se um pulso, que se propaga ao longo da corda:



Qual o aspecto da corda logo após a reflexão do pulso na extremidade fixa?

59 Uma corda horizontal tem suas duas extremidades livres. Numa delas, produz-se um pulso, que se propaga ao longo da corda:



Qual o aspecto da corda logo após a reflexão do pulso na outra extremidade?

60 **E.R.** Uma corda AB, de comprimento L = 10 m, tem ambas as extremidades fixas. No instante t = 0, o pulso triangular esquematizado a seguir inicia-se em **A**, atingindo o ponto **P** no instante t = 4 s. Sendo AP = 8 m, determine a velocidade de propagação do pulso e o perfil da corda no instante t = 7 s.

Resolução:

A velocidade de propagação de um pulso que se propaga num meio homogêneo pode ser calculada pela relação:

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

em que **d** é a distância percorrida.

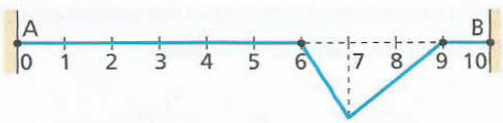
Como, no caso, d = 8 m e Δt = 4 s, temos:

$$v = \frac{8\ m}{4\ s} \Rightarrow \boxed{v = 2\ m/s}$$

Assim, até o instante t = 7 s, o pulso terá percorrido:

$$d = v\,\Delta t \Rightarrow d = 2 \cdot 7 \Rightarrow d = 14\ m$$

Como a corda tem apenas 10 m, conclui-se que o pulso refletiu em **B**, com inversão de fase (já que essa extremidade está fixa), e percorreu mais 4 m de volta, propagando-se de **B** para **A**. Portanto, o perfil da corda no instante t = 7 s é:



61 Um pulso triangular é produzido na extremidade **A** de uma corda AB, de comprimento L = 5,0 m, cuja outra extremidade **B** é livre. Inicialmente, o pulso se propaga de **A** para **B** com velocidade constante **v**. A figura **a** representa o perfil da corda no instante **t** segundos e a figura **b**, o perfil da corda no instante (t + 7) segundos.

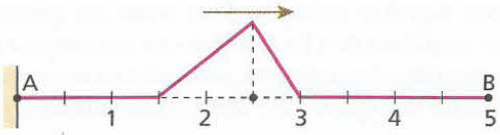


Figura a

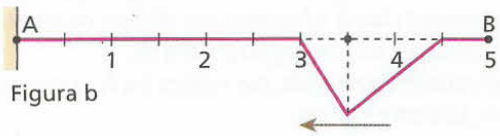


Figura b

Determine a velocidade (**v**) de propagação da onda, admitindo que a configuração de **b** esteja ocorrendo pela primeira vez após o instante **t**.

62 Analise as proposições:

I. A refração ocorre quando uma onda atravessa a superfície de separação de dois meios, passando a se propagar no segundo meio.
II. Na refração, a freqüência da onda não se altera.
III. Na refração, a velocidade de propagação da onda pode ou não variar.
IV. Na refração, a direção de propagação da onda pode mudar ou não.
V. Na refração, ocorre inversão de fase na onda.

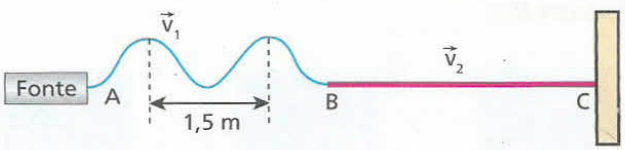
Podemos afirmar que:

a) todas as afirmativas são verdadeiras.
b) todas as afirmativas são falsas.
c) apenas I, II e IV são verdadeiras.
d) apenas I e V são verdadeiras.
e) apenas IV e V são verdadeiras.

63 (UFMG) A velocidade de um ultra-som, na água, é igual a 1 450 m/s e, no gelo, é de 3 840 m/s a 0 °C. Um ultra-som de freqüência igual a $2{,}0 \cdot 10^6$ Hz se propaga no mar em direção a um *iceberg*. Em relação ao comprimento de onda **λ** e à freqüência **f** do ultra-som, é correto afirmar que, quando o ultra-som penetra no *iceberg*:

a) λ aumenta e f aumenta.
b) λ aumenta e f diminui.
c) λ aumenta e f permanece constante.
d) λ permanece constante e f aumenta.
e) λ diminui e f diminui.

64 A figura representa uma onda transversal periódica que se propaga nas cordas AB e BC com as velocidades $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, de módulos respectivamente iguais a 12 m/s e 8,0 m/s.



Nessas condições, o comprimento de onda na corda BC, em metros, é:

a) 1,0.
b) 1,5.
c) 2,0.
d) 3,0.
e) 4,0.

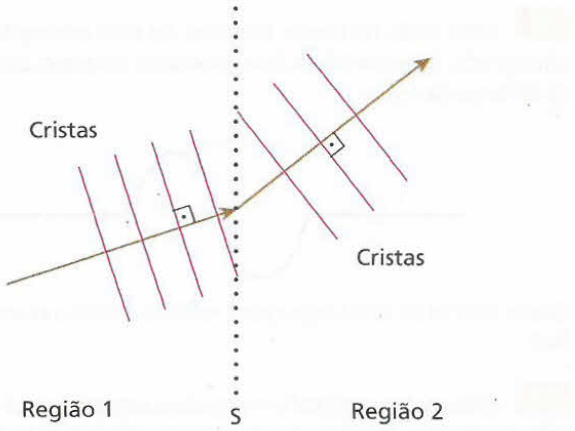
65 Uma onda mecânica com 800 Hz de freqüência propaga-se em um meio com comprimento de onda igual a 2,0 m. Ao sofrer refração, essa onda tem sua velocidade reduzida a 50% de seu valor inicial. Qual será o seu novo comprimento de onda?

66 (UFBA) A figura a seguir mostra, esquematicamente, as frentes de ondas planas, geradas em uma cuba de ondas, em que duas regiões, nas quais a água tem profundidades diferentes, são se-

paradas pela superfície imaginária **S**. As ondas são geradas na região 1, com freqüência de 4 Hz, e se deslocam em direção à região 2. Os valores medidos, no experimento, para as distâncias entre duas cristas consecutivas nas regiões 1 e 2 valem, respectivamente, 1,25 cm e 2,00 cm.

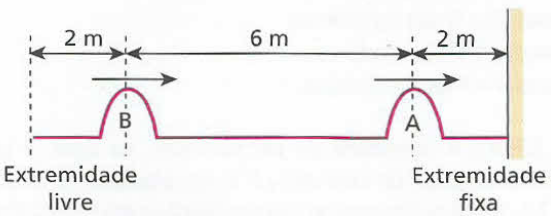
Com base nessas informações e na análise da figura, pode-se afirmar:

(01) O experimento ilustra o fenômeno da difração de ondas.
(02) A freqüência da onda na região 2 vale 4 Hz.
(04) Os comprimentos de onda, nas regiões 1 e 2, valem, respectivamente, 2,30 cm e 4,00 cm.
(08) A velocidade da onda, na região 2, é maior que na região 1.
(16) Seria correto esperar-se que o comprimento de onda fosse menor nas duas regiões, caso a onda gerada tivesse freqüência maior que 4 Hz.



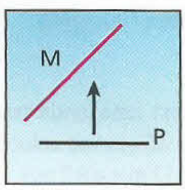
EXERCÍCIOS NÍVEL 2

67 Numa corda homogênea de 10 m de comprimento, propagam-se dois pulsos com velocidades iguais a 1 m/s. No instante t = 0, a configuração da corda é representada pela figura abaixo. Qual será a configuração dessa corda no instante t = 14 s?

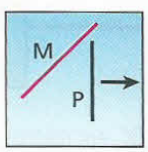


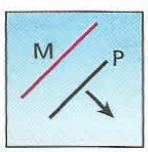
68 Um pulso reto propaga-se na superfície da água em direção a um obstáculo **M** rígido, onde se reflete.

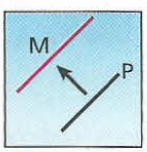
O pulso e o obstáculo estão representados na figura a seguir. A seta indica o sentido de propagação do pulso.

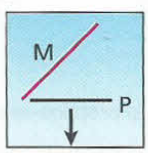


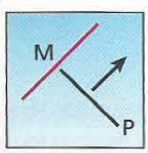
Entre as figuras abaixo, a que melhor representa o pulso **P**, após sua reflexão em **M**, é:

a)


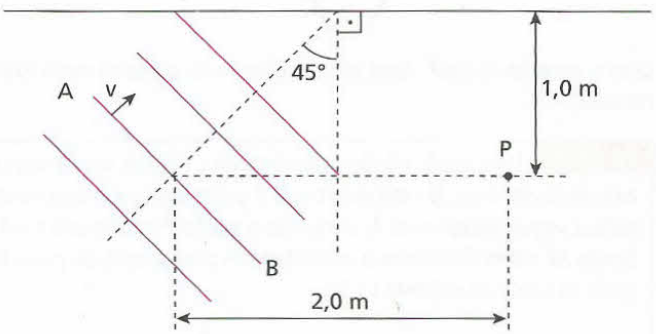
c)


e)


b)


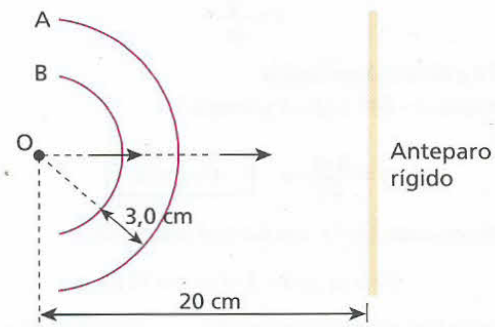
d)


69 (Fuvest-SP) Ondas retas propagam-se na superfície da água com velocidade de módulo igual a 1,4 m/s e são refletidas por uma parede plana vertical, na qual incidem sob o ângulo de 45°. No instante $t_0 = 0$, uma crista AB ocupa a posição indicada na figura.



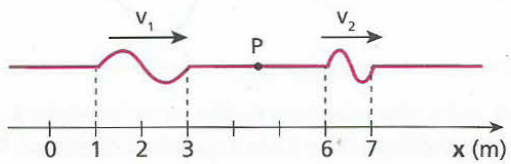
a) Depois de quanto tempo essa crista atingirá o ponto **P** após ser refletida na parede?
b) Esboce a configuração dessa crista quando passa por **P**.

70 Dois pulsos circulares **A** e **B** são produzidos no ponto **O** da superfície tranqüila da água de uma cuba de ondas. Os pulsos incidem em um anteparo plano colocado dentro da cuba, sofrendo reflexão:



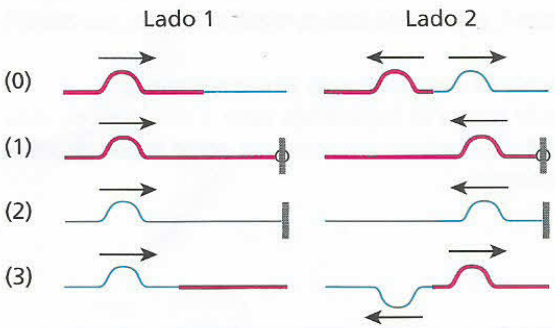
Sabendo que os pulsos se propagam na água com velocidade de 43 cm/s e que **A** foi produzido no instante t = 0, determine a configuração do sistema no instante t = 1,0 s.

71 O pulso proveniente da esquerda é transmitido através da junção **P** a uma outra corda, como se vê na figura:

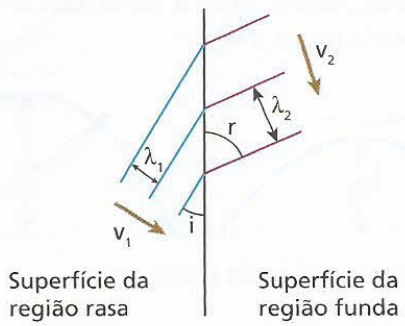


Qual é a razão entre a velocidade do pulso v_1 (antes da junção) e v_2 (depois da junção)?

72 (UFMT) Nos esquemas abaixo, temos a representação de um pulso que se propaga em uma corda. O lado 1 representa o pulso incidente e o lado 2 representa o pulso após ocorrido o fenômeno de reflexão, refração ou ambos. Diante do exposto, julgue os itens.



73 **E.R.** A figura mostra uma cuba de ondas onde há uma região rasa e outra funda. Com uma régua, são provocadas perturbações periódicas retas a cada 0,4 s que se propagam na superfície da água:



Sabendo que λ_1 (comprimento de onda na região rasa) é igual a 2 cm, **i** (ângulo de incidência) é igual a 30° e v_2 (velocidade da onda na região funda) é igual a $5\sqrt{2}$ cm/s, determine:

a) a velocidade (v_1) da onda, na região rasa;

b) o comprimento de onda (λ_2), na região funda;

c) o ângulo de refração (**r**).

Resolução:

a) A velocidade (v_1) da onda, na região rasa, pode ser calculada pela **relação fundamental das ondas**:

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$$

Sendo $\lambda_1 = 2$ cm e T = 0,4 s, temos:

$$v_1 = \frac{2}{0,4} \Rightarrow \boxed{v_1 = 5 \text{ cm/s}}$$

b) Para o cálculo do comprimento de onda (λ_2), na região funda, usamos a mesma relação do item anterior:

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = vT$$

Sendo $v_2 = 5\sqrt{2}$ cm/s e T = 0,4 s, já que o período não muda na refração, temos:

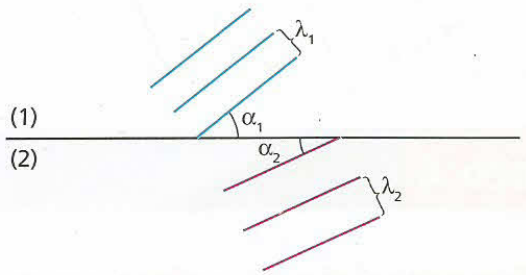
$$\lambda_2 = 5\sqrt{2} \cdot 0,4 \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = 2\sqrt{2} \text{ cm}}$$

c) Pela Lei de Snell, podemos calcular o ângulo de refração (**r**):

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\text{sen } 30°}{\text{sen } r} = \frac{2}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{sen } r = \sqrt{2} \cdot \text{sen } 30° \Rightarrow \text{sen } r = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{r = 45°}$$

74 A figura a seguir representa um trem de ondas retas que passa de um meio 1 para um meio 2. A separação entre os traços indica o comprimento de onda **λ**:



Aponte a alternativa correta.

a) A figura não está correta, porque, se $\lambda_2 > \lambda_1$, deveríamos ter $\alpha_1 < \alpha_2$.

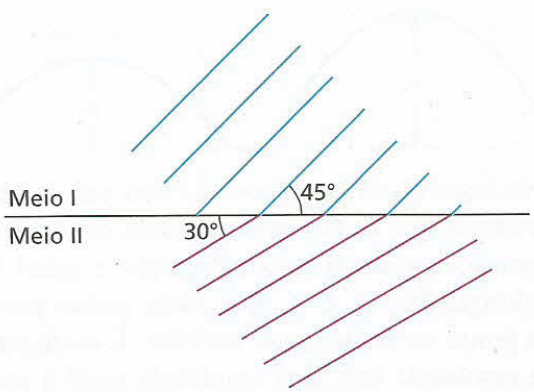
b) A figura está correta, e a velocidade de propagação da onda em 2 é maior que em 1.

c) A figura representa corretamente uma onda passando de um meio para outro mais refringente que o primeiro.

d) A figura não está correta, porque o comprimento de onda não varia quando uma onda passa de um meio para o outro.

e) Todas as afirmações anteriores estão erradas.

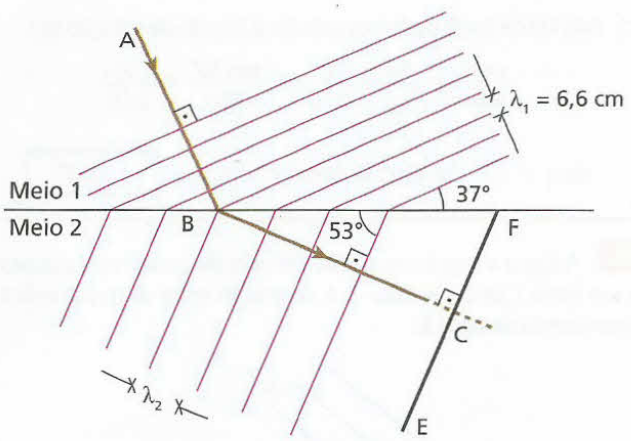
75 (Cesgranrio-RJ) Um vibrador produz ondas planas na superfície de um líquido com freqüência f = 10 Hz e comprimento de onda λ = 28 cm. Ao passarem do meio I para o meio II, como mostra a figura, foi verificada uma mudança na direção de propagação das ondas. (**Dados:** $\text{sen } 30° = \cos 60° = 0,5$; $\text{sen } 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\text{sen } 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Considere $\sqrt{2} = 1,4$.)



No meio II, os valores da freqüência e do comprimento de onda serão, respectivamente, iguais a:

a) 10 Hz; 14 cm.
b) 10 Hz; 20 cm.
c) 10 Hz; 25 cm.
d) 15 Hz; 14 cm.
e) 15 Hz; 25 cm.

76 O esquema a seguir representa a refração de uma onda sonora plana que passa de um meio 1 (ar) para um meio 2 (gás em alta temperatura e alta pressão). Estão indicados o raio incidente AB, o raio refratado BC e algumas frentes de onda. Uma barreira EF está posicionada no meio 2, perpendicularmente ao raio BC, com o objetivo de refletir o som.



A distância entre os pontos **B** e **F** é igual a 55 cm e adota-se para a intensidade da velocidade do som no meio 1 o valor 330 m/s.

Dados: sen 37° = cos 53° = 0,60;
sen 53° = cos 37° = 0,80.

Determine:

a) as freqüências f_1 e f_2 da onda sonora, respectivamente, nos meios 1 e 2;

b) o comprimento da onda λ_2 da onda sonora no meio 2;

c) o intervalo de tempo Δt transcorrido entre a passagem da onda pelo ponto **B** e seu retorno a esse mesmo ponto depois de sofrer reflexão na barreira.

Bloco 4

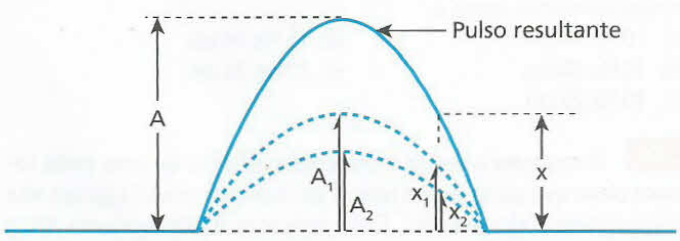
13. Superposição de pulsos em cordas

A superposição de duas ou mais ondas de mesma natureza provoca no local da superposição uma perturbação resultante igual à "soma algébrica" das perturbações individuais de cada onda.

Em uma corda tensa fica mais fácil visualizar esse fenômeno. Assim, considere uma corda esticada, disposta horizontalmente. Nas suas extremidades vamos produzir dois pulsos de mesma largura e amplitudes diferentes: A_1 e A_2. O resultado da superposição depende da forma como esses pulsos foram originados. Devemos, então, considerar duas situações:

1ª situação: pulsos em fase

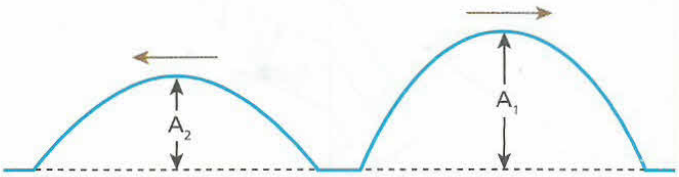
No instante da superposição dos pulsos **em fase**, observamos que cada ponto da corda na região de superposição apresenta uma elongação **x** igual à soma das elongações $\mathbf{x_1}$ e $\mathbf{x_2}$ que cada pulso produziria nesse ponto se lá chegasse sozinho. É evidente que a crista resultante tem uma amplitude igual à soma das amplitudes individuais dos pulsos.



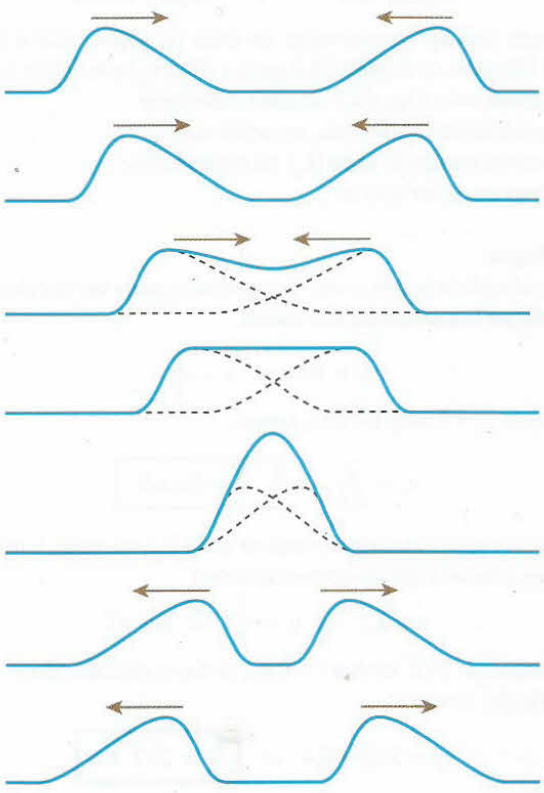
$A = A_1 + A_2$ $\qquad$ $x = x_1 + x_2$

A esse tipo de superposição de pulsos (em fase) dá-se o nome de **interferência construtiva**.

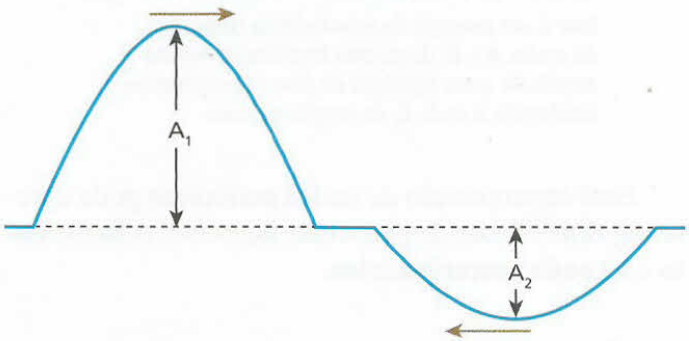
É importante observar que após a superposição os pulsos continuam suas propagações normalmente, como se nada tivesse acontecido. Esse fato justifica-se pelo **Princípio da Independência da Propagação Ondulatória**. Assim, após a superposição, a configuração da corda passa a ser:



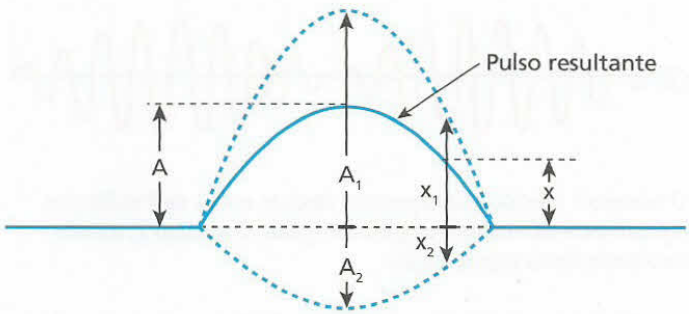
Observe a seqüência a seguir:



2ª situação: pulsos em oposição de fase



No instante da superposição dos pulsos **em oposição de fase**, observamos que cada ponto da corda na região de superposição apresenta uma elongação **x**, igual à diferença das elongações x_1 e x_2 que cada pulso produziria nesse ponto se lá chegasse sozinho. É evidente que a crista resultante tem uma amplitude igual à diferença das amplitudes individuais desses pulsos.

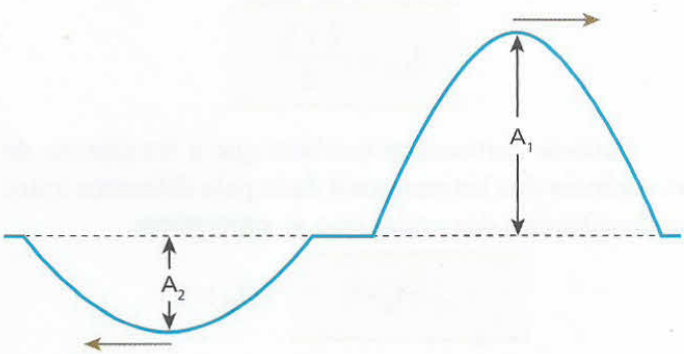


$$A = A_1 - A_2 \qquad x = x_1 - x_2$$

A esse tipo de superposição de pulsos (em oposição de fase) dá-se o nome de **interferência destrutiva**.

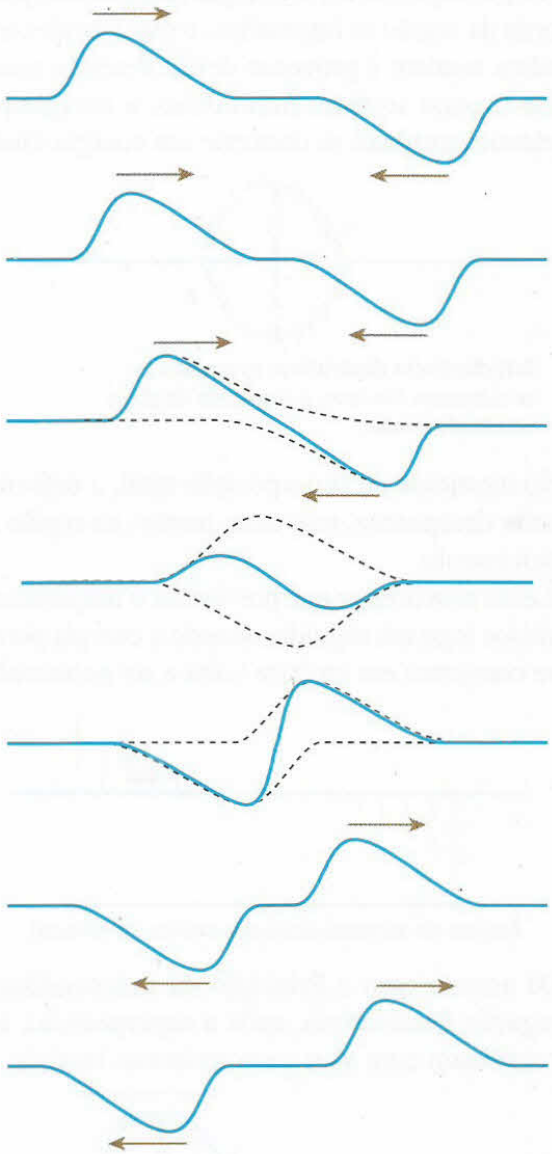
Também nesse caso, após a superposição, os pulsos continuam suas propagações normalmente, como se nada tivesse acontecido. Vale o **Princípio da Independência da Propagação Ondulatória**.

Assim, após a superposição, temos:



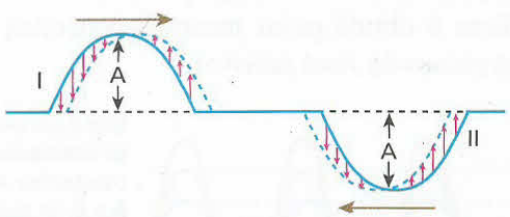
O fenômeno da interferência não é privilégio de ondas em cordas, podendo ocorrer também com ondas sonoras, com ondas em superfícies líquidas, com ondas luminosas etc.

Observe a seqüência a seguir:



Caso particular

Devemos fazer um estudo do caso particular em que os dois pulsos que se propagam na corda, em oposição de fase, possuem amplitudes iguais ($A_1 = A_2 = A$).



Dois pulsos de mesma amplitude propagando-se numa corda. As setas verticais indicam as velocidades de vibração dos pontos da corda no instante considerado.

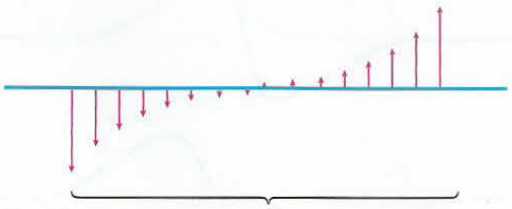
Em cada região por onde os pulsos passam, sempre há energia cinética e energia potencial elástica.

No instante em que se superpõem, os pulsos desaparecem momentaneamente, o mesmo ocorrendo com a deformação da corda e com a energia potencial elástica. Em compensação, a energia cinética dos pedaços de corda da região se intensifica, o que é evidente, pois os pulsos tendem a provocar deslocamentos transversais no mesmo sentido. Além disso, a energia potencial elástica também se converte em energia cinética.

Interferência destrutiva: as amplitudes se subtraem. No caso, a amplitude do pulso resultante é nula.

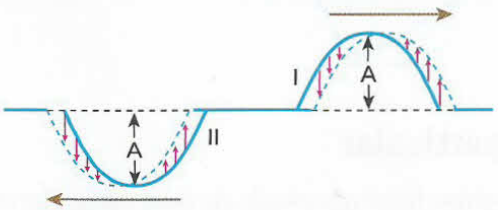
No momento da superposição total, a deformação da corda desaparece, mas seus pontos na região estão em movimento.

É esse movimento que possibilita o reaparecimento dos pulsos logo em seguida, quando a energia potencial que se converteu em cinética volta a ser potencial.



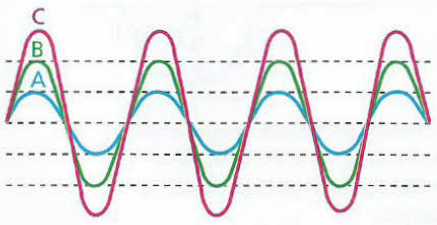
Região de superposição dos pulsos (ampliada).

De acordo com o Princípio da Independência da Propagação Ondulatória, após a superposição, as ondas continuam com suas características iniciais.

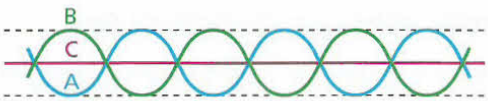


14. Superposição de ondas periódicas

A onda resultante da superposição de duas ondas periódicas é obtida pelos mesmos conceitos usados para os pulsos do item anterior.



Este é um exemplo de interferência construtiva. As ondas **A** e **B**, de mesma freqüência e em concordância de fase, superpõem-se, resultando a onda **C**.

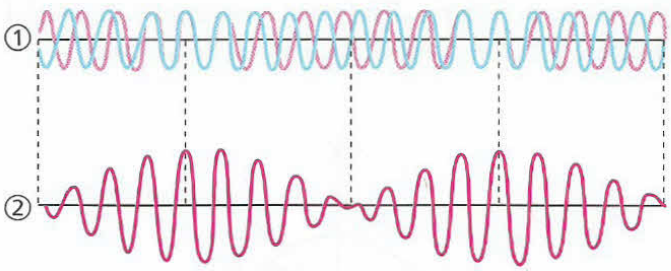


Este é um exemplo de interferência destrutiva. As ondas **A** e **B**, de mesma freqüência, mesma amplitude e em oposição de fase, superpõem-se, resultando a onda **C**, de amplitude nula.

Essa superposição de ondas periódicas pode apresentar dois efeitos de particular interesse: o **batimento** e as **ondas estacionárias**.

Batimento

O fenômeno ondulatório denominado **batimento** é obtido pela superposição de ondas periódicas de freqüências ligeiramente diferentes e de mesma amplitude (ou amplitudes próximas).



O número 1 mostra a superposição de duas ondas de freqüências ligeiramente diferentes e amplitudes iguais. O número 2, a onda resultante dessa superposição.

Note que a onda resultante da figura tem amplitude variável periodicamente, apresentando pontos de máxima intensidade (interferência construtiva) e pontos de mínima intensidade (interferência destrutiva). Dá-se a denominação de **batimento** a essa variação gradual e periódica de amplitude da onda resultante. Também se entende por batimento cada conjunto de vibrações que vai de um mínimo até outro mínimo consecutivo.

É possível demonstrar que a freqüência da onda resultante é dada pela média aritmética entre as freqüências das ondas que se superpõem:

$$f_{RES} = \frac{f_I + f_{II}}{2}$$

Pode-se demonstrar também que a freqüência de ocorrência dos batimentos é dada pela diferença entre as freqüências das ondas que se superpõem:

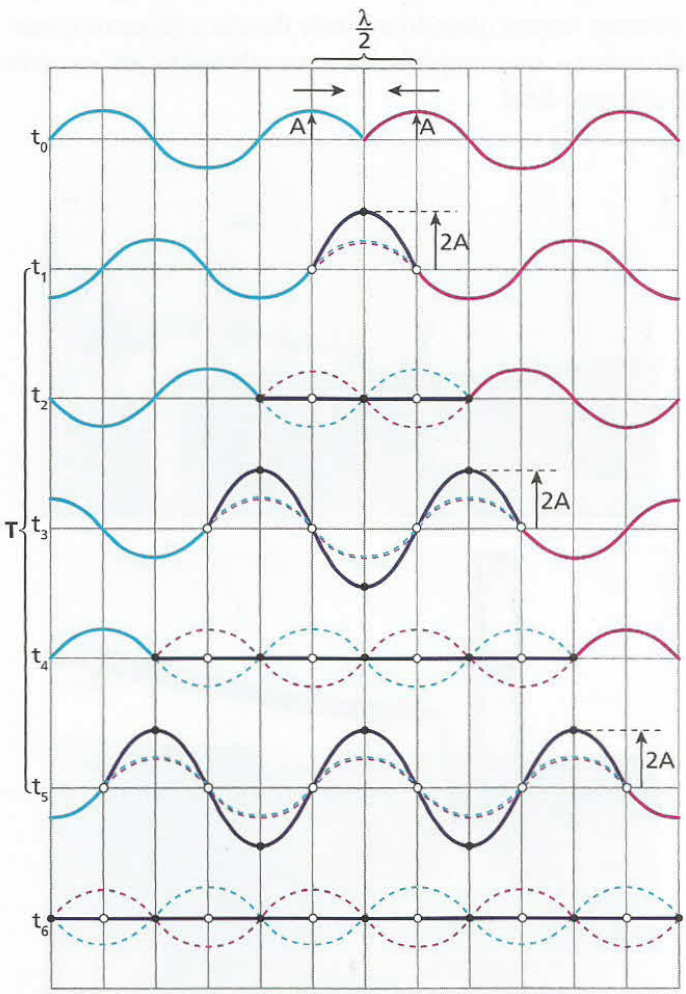
$$f_{BAT} = f_{II} - f_I \qquad (f_{II} > f_I)$$

Ondas estacionárias

O fenômeno ondulatório denominado **ondas estacionárias** é a configuração resultante da superposição de duas ondas idênticas que se propagam na mesma direção e em sentidos opostos.

Esse fenômeno é mais facilmente observado com ondas em cordas, apesar de poder ocorrer também com outros tipos de onda.

Para melhor entendimento, vamos considerar uma corda esticada e duas ondas idênticas propagando-se em sentidos opostos.



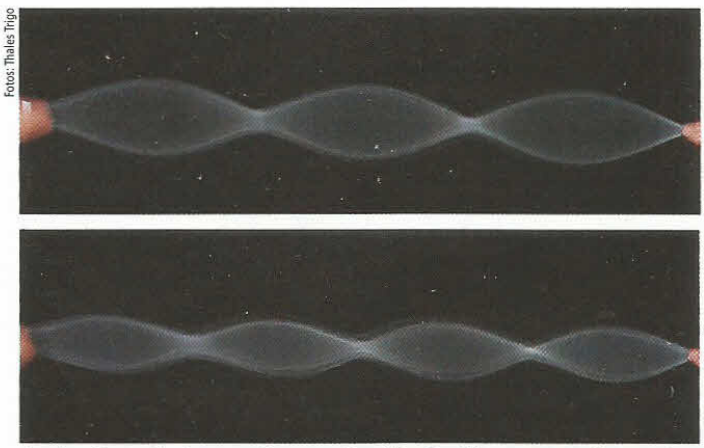
Podemos observar na figura que os pontos da corda representados por pequenos círculos brancos são pontos que não vibram, ocorrendo neles permanente interferência destrutiva. Esses pontos são denominados **nós** ou **nodos** de deslocamento.

Note, ainda, os pontos da corda representados por pequenos círculos pretos, que vibram com amplitude igual a 2A. Nesses pontos, ocorre permanente interferência construtiva, sendo, por isso, denominados **ventres**, **antinós** ou **antinodos** de deslocamento.

Como esses nós e ventres não se propagam, permanecendo sempre nos mesmos locais da corda, a configuração resultante recebe a denominação de **onda estacionária**.

É importante observar que a distância entre dois nós consecutivos ou dois ventres consecutivos é sempre $\frac{\lambda}{2}$, em que λ é o comprimento de onda de cada uma das ondas que se superpõem. Além disso, o período (**T**) das vibrações da onda estacionária é igual ao período das ondas componentes (ver figura anterior).

Fotos: Thales Trigo



Corda vibrando de maneira estacionária. As diferentes configurações ocorrem porque as freqüências das ondas são diferentes em cada situação. Quanto maior é a freqüência de vibração, mais ventres são formados na corda.

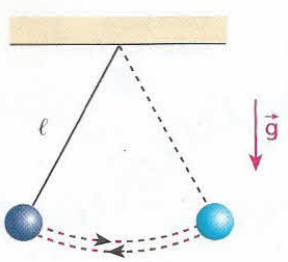
15. Ressonância

Todo sistema físico capaz de vibrar, se for excitado, vibrará numa freqüência que lhe é característica, que lhe é natural.

Alguns sistemas admitem uma única freqüência natural de vibração e outros, mais de uma. Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1:

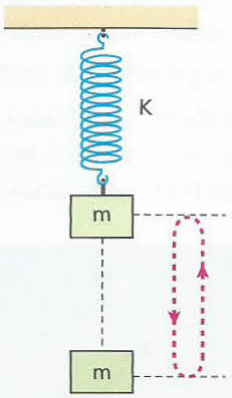
Quando um pêndulo simples é excitado, ou seja, afastado de sua posição de equilíbrio e, em seguida, abandonado, ele oscila numa única freqüência natural, dada por:



$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

Exemplo 2:

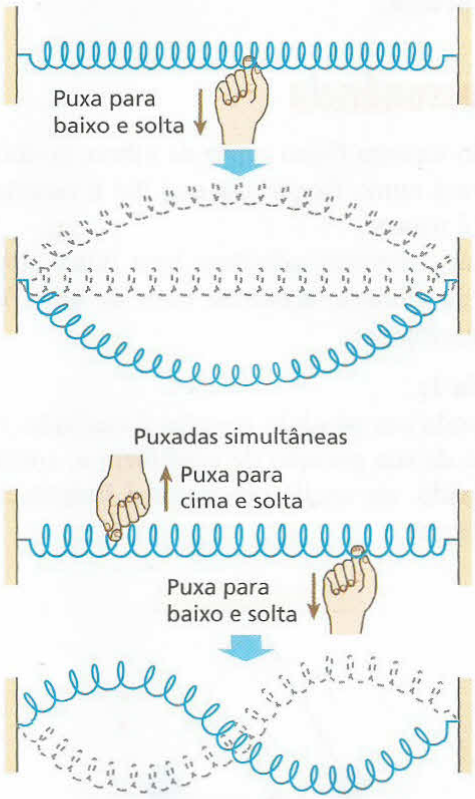
Quando a massa **m** de um sistema massa-mola é excitada e, em seguida, abandonada, ela oscila numa freqüência natural, também única, dada por:



$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Exemplo 3:

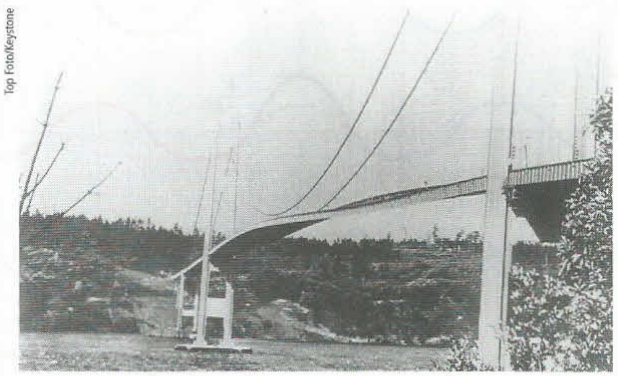
Uma mola, ao contrário dos casos anteriores, pode vibrar em várias freqüências naturais, o mesmo ocorrendo com uma corda elástica. A seguir, vemos dois dos muitos modos de vibração de uma mola presa pelas extremidades.



Além desses exemplos, podemos citar as cordas de um violão, a estrutura de um prédio e a de um estádio de futebol, que vibra quando os torcedores batem os pés, e o próprio corpo humano.

O fenômeno da ressonância ocorre quando um sistema físico recebe energia por meio de excitações de freqüência igual a uma de suas freqüências naturais de vibração. Com essa energia, o sistema físico passa a vibrar com amplitudes cada vez maiores.

Na ressonância, um sistema mecânico pode ter o limite de elasticidade ultrapassado, o que pode provocar seu rompimento. Isso foi o que provavelmente aconteceu na famosa ponte Tacoma Narrows (EUA), em 7 de novembro de 1940, apenas quatro meses após sua inauguração. O vento pode ter causado a vibração da ponte, com amplitudes cada vez maiores, até que ela se rompeu. Há uma teoria de que o vento iniciou a oscilação, mas foram os cabos de sustentação – que ficaram tensos quando a ponte descia e frouxos quando subia – que amplificaram as vibrações até ocorrer o colapso final.


Top Foto/Keystone

Top Foto/Keystone

A fotografia mostra o instante em que a ponte pênsil Tacoma Narrows caía, provavelmente devido ao fenômeno da ressonância. Acredita-se que o responsável por esse desastre tenha sido o vento, que excitava a ponte fornecendo energia para a vibração de sua estrutura.

Podemos dizer, a respeito da ressonância, que:

> Um sistema físico é dito em **ressonância** com um agente excitador quando recebe excitações periódicas numa freqüência igual a uma de suas freqüências naturais de vibração.

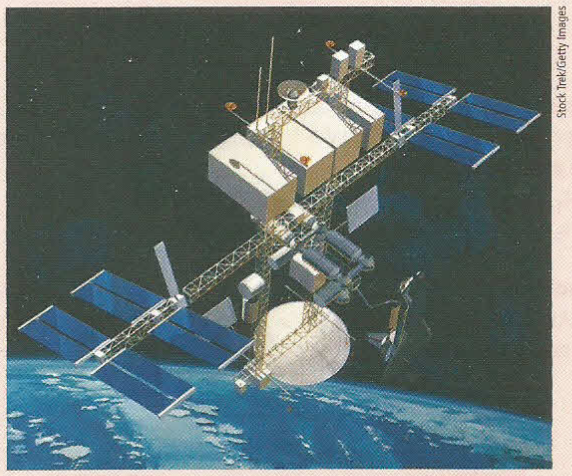
LEITURA

Microondas

Microondas são ondas eletromagnéticas com freqüências na faixa de 10^9 Hz a 10^{12} Hz. Como essas ondas se propagam na atmosfera de forma praticamente retilínea, são muito utilizadas nas telecomunicações, por exemplo, nas transmissões de sinais de televisão ou na troca de mensagens telefônicas, também via satélite, entre dois continentes.

Nos radares, largamente utilizados na aviação comercial e militar, também são usadas microondas. Observe que a palavra **radar** é uma abreviação das palavras inglesas *radio detection and ranging* (detecção e localização por rádio). O princípio básico do radar consiste no envio de um pulso e no recebimento, com identificação, do "eco" dessa radiação refletida no objeto.

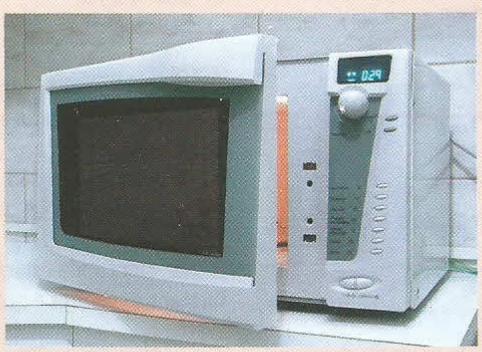
Getty Images


Stock Trek/Getty Images

A aplicação das microondas na cozinha foi descoberta por acaso. Logo após a 2ª Guerra Mundial, um técnico tentava consertar um **magnetron**, peça principal de um aparelho de radar. Uma barra de chocolate que estava no bolso da sua camisa começou a derreter "espontaneamente". Somente mais tarde se descobriu que uma das radiações emitidas pelo radar – as ondas de 2,45 gigahertz ($2{,}45 \cdot 10^9$ Hz) – provocava o aquecimento da água.

As moléculas de água, que são fortemente polares, tendem a se alinhar com o campo elétrico das ondas eletromagnéticas. Quando essas ondas têm freqüência de 2,45 GHz, as moléculas de água entram em ressonância com elas, passando a vibrar intensamente, acompanhando as inversões periódicas do campo elétrico. Se as moléculas de água em ressonância com as microondas vibram intensamente, fazem vibrar também outras moléculas situadas nas suas vizinhanças. A fricção entre as moléculas de água provoca o aquecimento do corpo.

Como sabemos, a água está presente nos alimentos. Desse modo, ocorre o aquecimento generalizado dos alimentos.

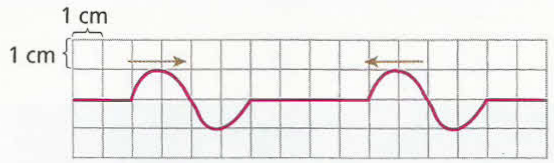

Jonny Getti

Um forno de microondas pode aquecer corpos que contenham água.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

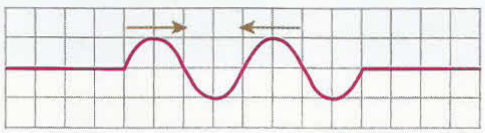
77 Quando duas ondas se superpõem, a onda resultante apresenta sempre, pelo menos, uma mudança em relação às ondas componentes. Tal mudança se verifica em relação à(ao):
a) comprimento de onda.
b) período.
c) amplitude.
d) fase.
e) freqüência.

78 **E.R.** No esquema a seguir, observamos duas ondas de mesmo comprimento de onda e mesma amplitude, que se propagam numa mesma corda homogênea em sentidos opostos:

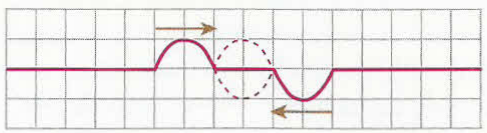


Sabendo que a situação indicada ocorreu no instante t = 0 e que a velocidade das ondas é igual a 1 cm/s, determine o perfil da corda nos instantes:
a) $t_1 = 2$ s;
b) $t_2 = 3$ s;
c) $t_3 = 4$ s;
d) $t_4 = 7$ s.

Resolução:
a) Até o instante $t_1 = 2$ s, as ondas deslocam-se 2 cm cada uma, no sentido de suas propagações:

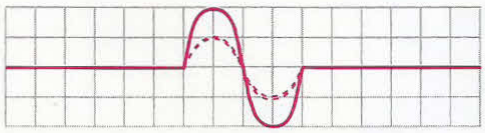


b) Do instante $t_1 = 2$ s até o $t_2 = 3$ s, as ondas avançam mais 1 cm cada uma. Então, temos a seguinte configuração:

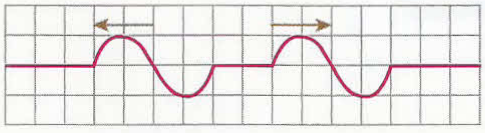


Note que na parte central da corda houve uma interferência destrutiva.

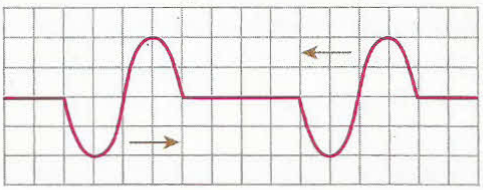
c) No instante $t_3 = 4$ s, as ondas se superpõem em concordância de fase, ocorrendo uma interferência construtiva:



d) De $t_3 = 4$ s até $t_4 = 7$ s, as ondas percorrem mais 3 cm. Temos, então, o seguinte perfil na corda:



79 A figura abaixo mostra, em um certo instante, duas ondas que se propagam numa corda longa, com o mesmo período T = 4 s:

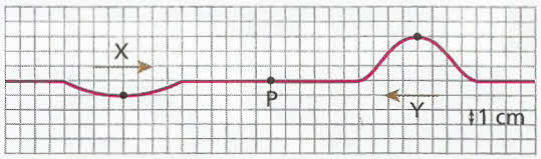


Qual será a forma da onda resultante três segundos após o instante mostrado acima?

80 Numa mesma corda são produzidos dois pulsos, que se propagam em sentidos opostos (figura **A**). No instante em que esses pulsos estiverem totalmente superpostos (figura **B**), qual será a forma da corda?

Figura A Figura B

81 Dois pulsos, **X** e **Y**, propagam-se ao longo de um fio homogêneo, como indicado na figura a seguir:



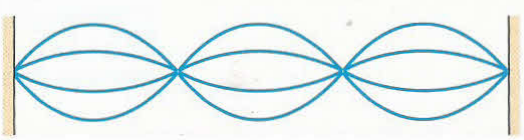
Quando os pulsos estiverem exatamente superpostos, qual será a amplitude do pulso resultante no ponto **P**?

82 Numa experiência com dois diapasões, os resultados obtidos foram batimentos. Isso só foi possível porque os diapasões vibraram com:
a) mesma amplitude.
b) amplitudes pouco diferentes entre si.
c) freqüências bem diferentes.
d) freqüências iguais.
e) freqüências de valores próximos.

83 Um afinador de pianos, ao realizar seu trabalho, vale-se de diapasões que emitem sons de freqüências-padrão. Para afinar certa nota, após acioná-la, ele percute o diapasão correspondente e ouve os dois sons. A afinação da nota será considerada finda quando o afinador não observar entre os sons do piano e do diapasão:
a) interferência.
b) polarização.
c) batimentos.
d) ressonância.
e) reflexão.

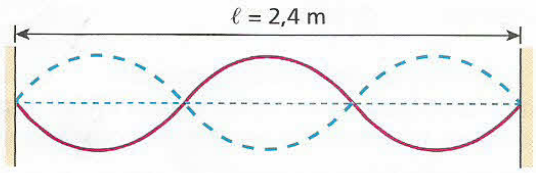
84 Numa corda vibrante, é possível observar ondas estacionárias. Elas se formam devido aos fenômenos de:
a) reflexão e refração.
b) dispersão e reflexão.
c) refração e polarização.
d) reflexão e interferência.
e) interferência e polarização.

85 Uma onda estacionária é estabelecida numa corda, de modo a formar três ventres e quatro nós, como está esquematizado na figura:

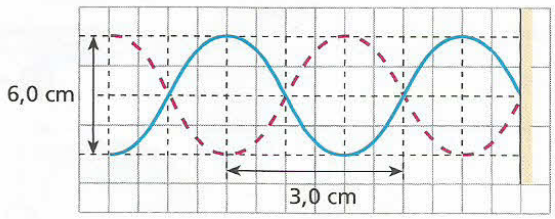


Sabendo que a distância entre os nós extremos é de 1,5 m e a velocidade da onda é de 10 m/s, determine a freqüência dessa onda.

86 Uma corda de comprimento $\ell = 2{,}4$ m vibra com freqüência de 300 Hz no estado estacionário representado na figura. Qual a velocidade de propagação da onda na corda?



87 O esquema seguinte representa a configuração estacionária formada numa corda elástica, que tem uma extremidade fixa e outra vibrante:



A respeito da onda estacionária formada na corda, aponte a alternativa verdadeira:

a) Embora sua velocidade de propagação seja nula, transporta energia.
b) Sua amplitude vale 6,0 cm.
c) Seu comprimento de onda vale 3,0 cm.
d) A distância entre dois de seus nós pode ser 6,0 cm.
e) A distância entre dois de seus ventres é 4,0 cm.

88 Um sistema físico que vibra devido à ressonância deve:

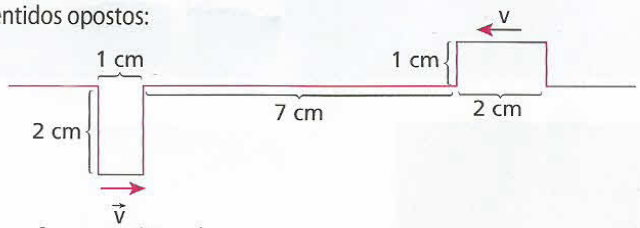
a) vibrar com sua máxima amplitude possível.
b) vibrar com uma freqüência maior que sua freqüência natural.
c) receber energia de uma onda que tem freqüência igual à sua freqüência natural de vibração.
d) ser feito do mesmo material que a fonte emissora de ondas.
e) ter tamanho menor que o comprimento de onda emitido pela fonte de vibração.

89 (Aman-RJ) Em um forno de microondas, o processo de aquecimento é feito por ondas eletromagnéticas que atingem o alimento ali colocado, incidindo assim nas moléculas de água nele presentes. Tais ondas, de freqüência 2,45 GHz, atingem aquelas moléculas, que, por possuírem esta mesma freqüência natural, passam a vibrar cada vez mais intensamente. Desse modo, podemos afirmar que o aquecimento descrito é decorrente do seguinte fenômeno ondulatório:

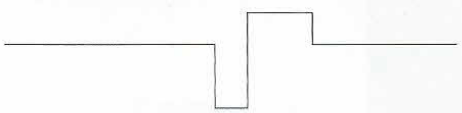
a) batimento.
b) refração.
c) interferência.
d) ressonância.
e) difração.

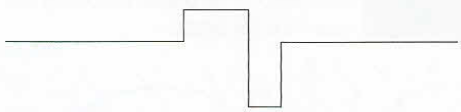
EXERCÍCIOS NÍVEL 2

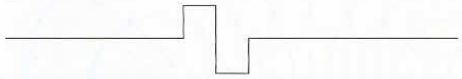
90 (UFSCar-SP) A figura mostra dois pulsos numa corda tensionada no instante t = 0 s, propagando-se com velocidade de 2 m/s em sentidos opostos:

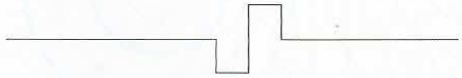


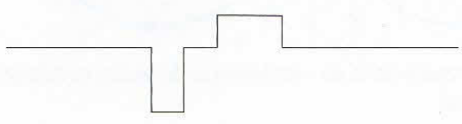
A configuração da corda no instante t = 20 s é:

a)


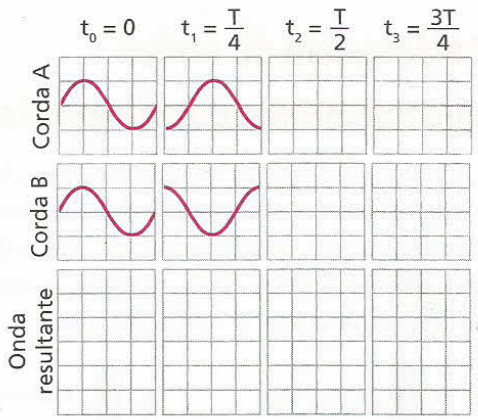
b)


c)


d)


e)


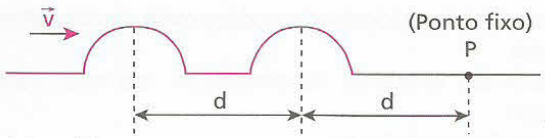
91 Duas ondas harmônicas, de mesma freqüência e igual comprimento de onda, propagam-se em duas cordas idênticas. Os esquemas representam o perfil de um mesmo trecho das cordas nos instantes $t_0 = 0$ e $t_1 = \frac{T}{4}$, em que **T** é o período das ondas:



Determine:

a) o sentido de propagação das ondas, em cada corda;
b) o perfil das cordas nos instantes $t_2 = \frac{T}{2}$ e $t_3 = \frac{3T}{4}$;
c) o perfil de uma única corda, nos instantes considerados, supondo que as ondas se superpõem, ocorrendo interferência entre elas.

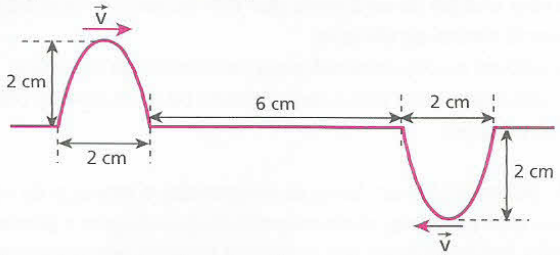
92 (UEL-PR) Dois pulsos idênticos se propagam numa mola perfeitamente elástica com velocidade $\vec{v}$ e são refletidos no ponto fixo **P**. O esquema representa a posição dos pulsos no instante t = 0:



Obs.: d é medido em metros.

Para que as deformações se anulem totalmente, por interferência, no instante t = 1 s, qual deve ser o valor da velocidade de propagação, em metros por segundo?

93 (UFSC) A figura representa dois pulsos de onda, inicialmente separados por 6,0 cm, propagando-se em um meio com velocidades iguais a 2,0 cm/s, em sentidos opostos.



Considerando a situação descrita, indique a(s) proposição(ões) correta(s).

(01) Inicialmente, as amplitudes dos pulsos são idênticas e iguais a 2,0 cm.
(02) Decorridos 8,0 segundos, os pulsos continuarão com a mesma velocidade e forma de onda, independentemente um do outro.
(04) Decorridos 2,0 segundos, haverá sobreposição dos pulsos e a amplitude será nula nesse instante.
(08) Decorridos 2,0 segundos, haverá sobreposição dos pulsos e a amplitude será máxima nesse instante e igual a 2,0 cm.
(16) Quando os pulsos se encontrarem, haverá interferência de um sobre o outro e não mais haverá propagação dos mesmos.

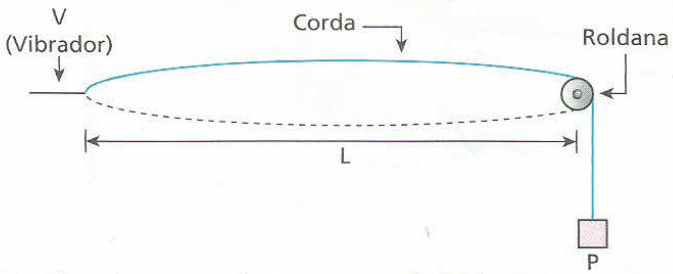
Dê como resposta o somatório dos itens corretos.

94 (UEL-PR) Há algum tempo um repórter de televisão noticiou uma marcha em algum lugar do Brasil. Em dado momento, citou que os seus integrantes pararam de marchar quando estavam passando sobre uma ponte, com medo de que pudesse cair. Na ocasião, o repórter atribuiu tal receio a "crendices populares". Com base nos conceitos da Física, é correto afirmar que os integrantes da marcha agiram corretamente, pois a ponte poderia cair devido ao fenômeno da(o):

a) reverberação.
b) interferência.
c) ressonância.
d) batimento.
e) efeito Doppler.

95 (Cefet-MG) Uma corda com comprimento livre **L** possui uma de suas extremidades presa à haste de um vibrador e a outra, passando por uma roldana, sustentando um peso **P**. A velocidade de propagação das ondas na corda é expressa por $v = \sqrt{\frac{P}{\mu}}$, em que **μ** representa a massa específica linear da corda $\left(\frac{m}{L}\right)$. Os valores de **P**, **L** e **m** encontram-se na tabela.

P	1 N
L	1 m
m	0,04 kg



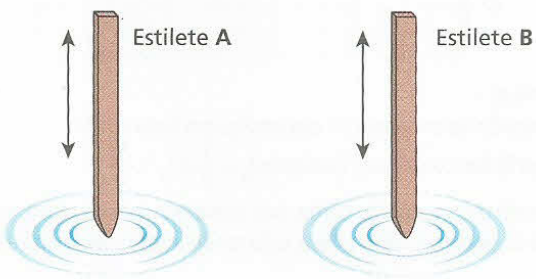
Considerando que a corda é posta para vibrar, adquirindo o formato mostrado, é correto afirmar que o valor da freqüência **f** de vibração, em oscilações/segundo, é igual a:

a) 1,5. b) 2,5. c) 4,5. d) 5,0. e) 7,0.

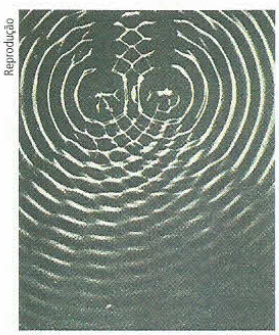
Bloco 5

16. Interferência de ondas bidimensionais e tridimensionais

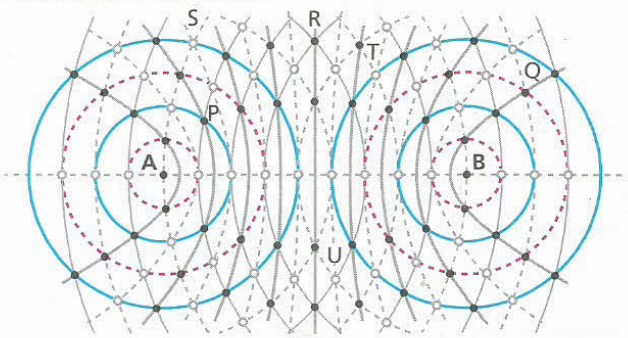
Para ilustrar o fenômeno da interferência de ondas bidimensionais, vamos considerar dois estiletes que vibram verticalmente, produzindo na superfície da água ondas idênticas e em fase, ou seja, quando um estilete produz uma crista, o outro faz o mesmo.



Algum tempo após o início das vibrações dos estiletes, a superfície livre da água apresenta-se como na fotografia a seguir.



Interferência de ondas circulares na superfície da água.



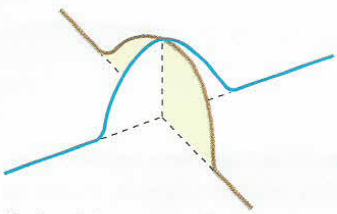
Representação esquemática da interferência de ondas circulares na superfície da água.

Na figura, as circunferências azuis representam as cristas das ondas, enquanto as circunferências vermelhas representam os vales das ondas.

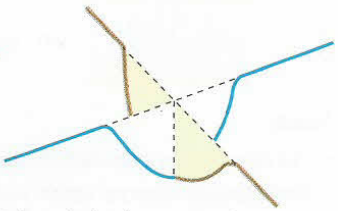
Uma análise mais detalhada do que está acontecendo nos pontos onde ocorre superposição dessas ondas mostra duas situações de grande interesse.

1ª situação:

Nos pontos onde ocorre a superposição de duas cristas ou de dois vales, a amplitude da perturbação resultante é igual à soma das amplitudes individuais dessas ondas. Nesses pontos, está ocorrendo uma **interferência construtiva**.



No local da superposição de duas cristas, ocorre uma interferência construtiva.

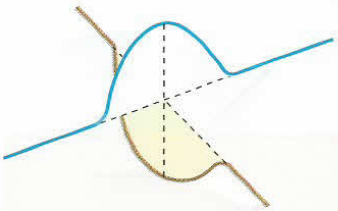


A interferência construtiva também ocorre nos pontos de superposição de dois vales.

Esses locais de interferência construtiva estão representados, na figura da página anterior, por pequenos círculos cheios.

2ª situação:

Nos pontos onde uma crista e um vale se superpõem, ocorre interferência destrutiva.



No local de superposição de uma crista e um vale, ocorre interferência destrutiva. Se as amplitudes são iguais, o nível da água normaliza-se, tornando-se igual ao nível de equilíbrio.

Esses locais de interferência destrutiva estão representados, ainda na figura da página anterior, por pequenos círculos vazios.

É importante observar que nessa figura os pontos de interferência construtiva (círculos cheios) e os pontos de interferência destrutiva (círculos vazios) pertencem a hipérboles intercaladas, todas de focos coincidentes com as fontes **A** e **B**. As hipérboles determinadas pelos pontos de interferência construtiva são denominadas **linhas ventrais** e as determinadas pelos pontos de interferência destrutiva são denominadas **linhas nodais**. Essas linhas são curvas hiperbólicas porque todos os pontos de uma mesma hipérbole apresentam a mesma diferença de distância em relação às fontes (focos) **A** e **B**.

Quando comparadas com as amplitudes de vibração dos pontos vizinhos, notamos que nas linhas ventrais os pontos vibram com amplitudes máximas, enquanto nas linhas nodais os pontos não vibram (ou praticamente não vibram).

No segmento AB, que liga as duas fontes, observamos a formação de ondas estacionárias. Nos demais locais, formam-se ondas progressivas de amplitude máxima nas linhas ventrais.

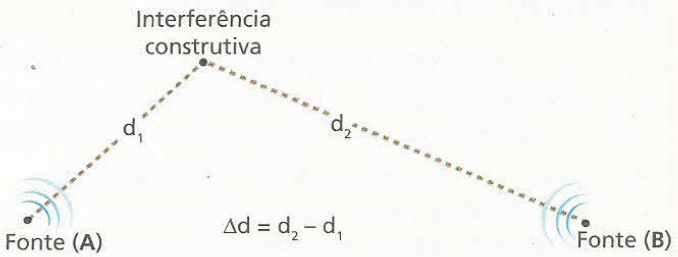
Condição de interferência construtiva

Na figura esquemática da interferência de ondas circulares (página 222) notamos que, para qualquer ponto ventral (interferência construtiva), a diferença das distâncias entre um ponto e as fontes é nula ou um múltiplo par de meios comprimentos de onda.

Como exemplos, observe os pontos **P**, **Q** e **R** dessa figura:

- O ponto **P** dista 1λ de **A** e 4λ de **B**. Assim, a diferença entre essas distâncias é igual a 3λ, ou $\frac{6\lambda}{2}$.
- O ponto **Q** dista $5{,}5\lambda$ de **A** e $1{,}5\lambda$ de **B**. Assim, a diferença entre essas distâncias é igual a 4λ, ou $\frac{8\lambda}{2}$.
- O ponto **R** dista 3λ de **A** e 3λ de **B**. Assim, a diferença entre essas distâncias é zero.

Portanto, na interferência de ondas geradas por fontes coerentes (mesma freqüência e em concordância de fase), para que um ponto pertença a uma linha ventral, isto é, para que nesse ponto as ondas interfiram construtivamente, é preciso que a diferença entre as distâncias desse ponto às fontes seja nula ou um número par de meios comprimentos de onda:



$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2} \quad \text{em que } N = 0, 2, 4, 6, \ldots$$

Caso as fontes estejam em **oposição de fase**, situação em que uma fonte gera um vale enquanto a outra gera uma crista, a condição muda para **N** igual a um número ímpar de meios comprimentos de onda:

$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2} \quad \text{em que } N = 1, 3, 5, 7, \ldots$$

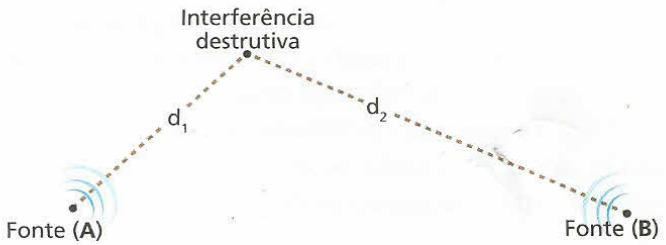
Condição de interferência destrutiva

Voltando à figura esquemática de interferência de ondas circulares (página 222), notamos que, para qualquer ponto nodal (interferência destrutiva), a diferença das distâncias de um ponto à fonte **A** e desse mesmo ponto à fonte **B** é um número ímpar de meios comprimentos de onda.

Como exemplos, consideremos os pontos **S**, **T** e **U** dessa figura:

- O ponto **S** dista 2λ de **A** e 4,5λ de **B**. Assim, a diferença entre essas distâncias é igual a 2,5λ, ou $\frac{5\lambda}{2}$.
- O ponto **T** dista 3,5λ de **A** e 2λ de **B**. Assim, a diferença entre essas distâncias é igual a 1,5λ, ou $\frac{3\lambda}{2}$.
- O ponto **U** dista 3λ de **A** e 2,5λ de **B**. Assim, a diferença entre essas distâncias é igual a 0,5λ, ou $\frac{1\lambda}{2}$.

Portanto, na interferência de ondas geradas por fontes coerentes (mesma freqüência e em concordância de fase), para que um ponto pertença a uma linha nodal, isto é, para que nesse ponto as ondas interfiram destrutivamente, é preciso que a diferença entre as distâncias desse ponto às fontes seja um número ímpar de meios comprimentos de onda:



$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2} \quad \text{em que } N = 1, 3, 5, 7, \ldots$$

Caso as fontes estejam em **oposição de fase**, a condição muda para **N** nulo ou igual a um número par de meios comprimentos de onda:

$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2} \quad \text{em que } N = 0, 2, 4, 6, \ldots$$

Nota:

- As condições estudadas são válidas também quando a interferência ocorre entre ondas tridimensionais, como as ondas sonoras e as luminosas.

A luz emitida por uma lanterna comum é constituída de ondas eletromagnéticas de diversas freqüências, aleatoriamente defasadas. O *laser*, por sua vez, é constituído de ondas eletromagnéticas de mesma freqüência em concordância de fase (luz coerente).

LEITURA

Barulho + barulho = silêncio

O título acima pode parecer estranho para uma pessoa que nunca tenha estudado o fenômeno da interferência. No entanto, sabemos que duas ondas podem interferir destrutivamente, proporcionando o anulamento de seus efeitos.

Na cabine de um avião, por exemplo, é possível que haja um som de fundo, devido aos motores. Os tripulantes, ficando expostos a esses sons durante uma longa viagem, podem se sentir incomodados. Para resolver esse problema, um computador instalado na cabine irá receber o som de fundo, por meio de um microfone, e analisá-lo. Em seguida, emitirá, por meio de alto-falantes, uma onda sonora idêntica à recebida, com exceção da fase, que será invertida. A superposição dessas duas ondas idênticas, porém em oposição de fase, irá proporcionar um "silêncio" no interior da cabine.

R. Gingnagel/F1 Online/Other Images

No interior da cabine de um avião, os sons indesejáveis podem ser "anulados" por meio da interferência destrutiva.

Outra situação em que a interferência destrutiva atua é o bloqueio de celulares. Nos jornais, sempre há manchetes dizendo que o governo pretende blindar os presídios, não deixando os presos utilizarem seus celulares. Esse bloqueio é feito por meio de emissões de ondas eletromagnéticas nas mesmas freqüências das emitidas pelas operadoras, po-

rém em oposição de fase. A finalidade é provocar uma interferência destrutiva, evitando que os celulares existentes no interior dos presídios possam receber ligações. Outra maneira de evitar que ligações sejam recebidas é emitir ondas nas mesmas freqüências das operadoras, porém com intensidades bem maiores. O aparelho receptor (o celular) irá decodificar as ondas de maior energia. Assim, a pessoa que está usando o celular apenas irá escutar um zumbido. Isso também ocorre quando, ao viajar por uma estrada com o rádio ligado, passamos por uma região que tem uma emissora de rádio que transmite na mesma freqüência daquela em que estamos sintonizados. Notamos que esta interfere na recepção da primeira e o aparelho, ao receber as duas ondas, dará preferência para a onda de maior intensidade.

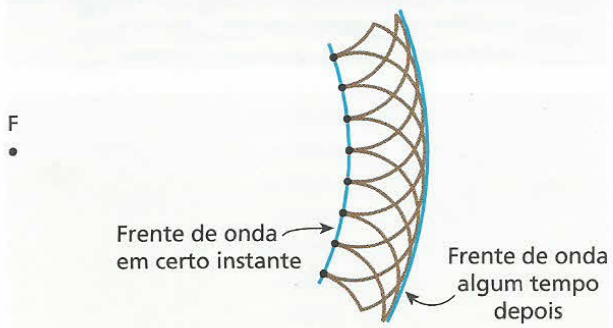
Top Photo Group/AGB Photo Library

Os celulares podem ser bloqueados por meio da emissão de ondas eletromagnéticas que interferem destrutivamente com as ondas recebidas das operadoras.

17. Princípio de Huygens

No final do século XVII, Huygens propôs, em seu *Tratado da luz*, um método de construção gráfica de frentes de onda que ficou conhecido como **Princípio de Huygens**. Segundo esse princípio:

> Cada ponto de uma frente de onda comporta-se como uma nova fonte de ondas elementares, que se propagam para além da região já atingida pela onda original e com a mesma freqüência que ela.

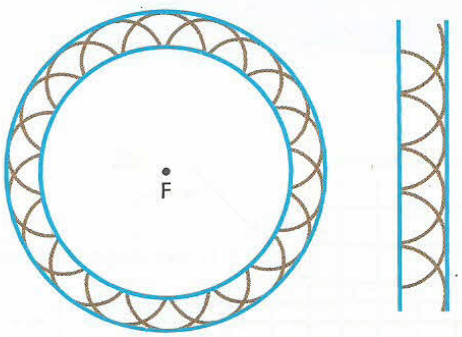


Num instante considerado, cada ponto da frente de onda, representado por uma bolinha preta, comporta-se como fonte das ondas elementares de Huygens. Passado algum tempo, a frente de onda envolve as ondas elementares.

Reprodução

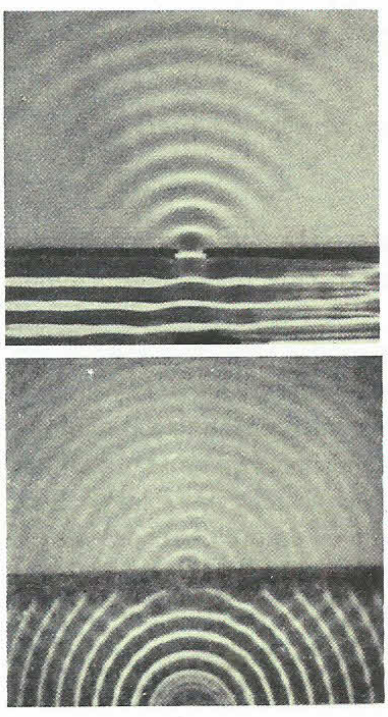
Christian Huygens (1629-1695), físico e astrônomo holandês. Em 1690, publicou a obra *Tratado da luz*, em que formula a teoria ondulatória para a luz. Suas idéias foram de encontro à teoria corpuscular, aceita pela comunidade científica da época e defendida por Isaac Newton.

Podemos concluir que, em meios homogêneos e isótropos, a frente de onda desloca-se mantendo sua forma geométrica. Portanto, uma frente circular continua circular, uma frente reta continua reta, uma frente esférica continua esférica, e assim por diante, desde que não haja obstáculos que afetem a propagação.



Ondas circulares Ondas retas

Reprodução



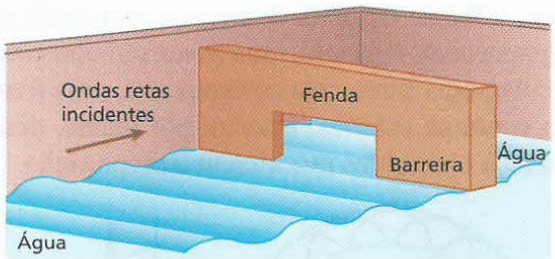
As fotografias mostram as ondas elementares de Huygens na superfície da água. Note que elas são circulares, independentemente de as ondas originais também o serem ou não.

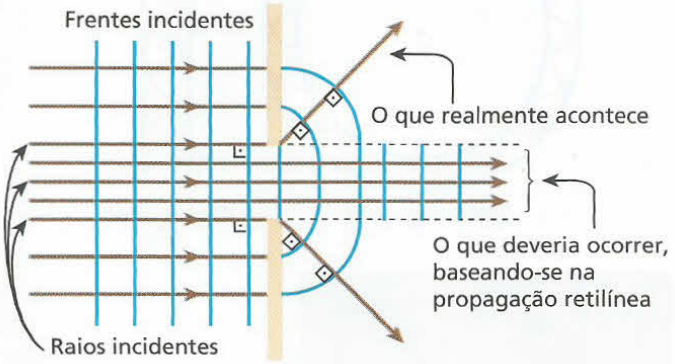
18. Difração

A **difração** é um fenômeno ondulatório que só pode ser explicado a partir do Princípio de Huygens.

Chama-se **difração** de uma onda o encurvamento sofrido por seus raios quando a onda encontra obstáculos à sua propagação. O fenômeno da difração prova ser incorreta a generalização de que os raios de onda são retilíneos (ainda que em meios homogêneos e isótopos).

Como ilustração, considere um exemplo bastante simples: um trem de ondas retas propagando-se na superfície da água e atingindo uma barreira onde existe uma fenda.





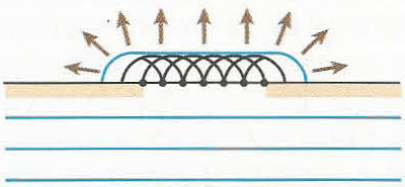
Esquema da difração de ondas retas que se propagam na superfície da água.

Note que a parte da frente de onda que incide na barreira é refletida, mas a parte que atinge a fenda passa por ela.

Se a propagação das ondas ocorresse sempre em linha reta, elas continuariam retas após atravessar a fenda, e observaríamos apenas uma faixa de largura igual à da fenda. No entanto, podemos notar que, nas bordas da fenda, as ondas sofrem um desvio. Esse desvio é observado quando a largura da fenda é da ordem do comprimento de onda das ondas incidentes.

A rigor, a difração de uma onda em fendas sempre ocorre. Entretanto, o desvio torna-se tanto mais acentuado quanto menor é a largura da fenda.

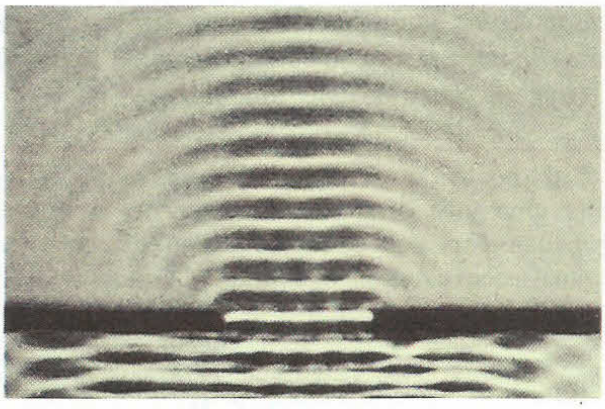
Particularmente no caso em que as dimensões da largura são bem inferiores às do comprimento de onda, as ondas difratadas tornam-se aproximadamente circulares, mesmo que as ondas incidentes não o sejam.

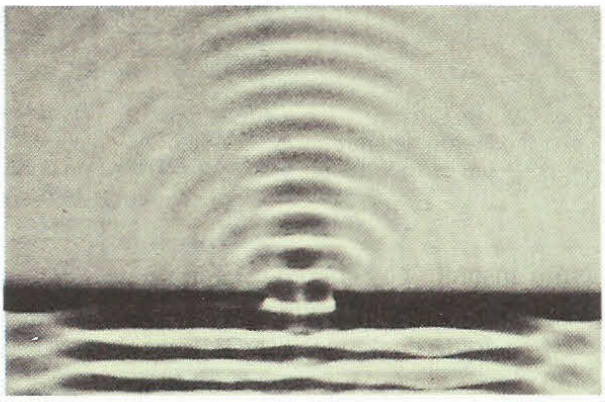


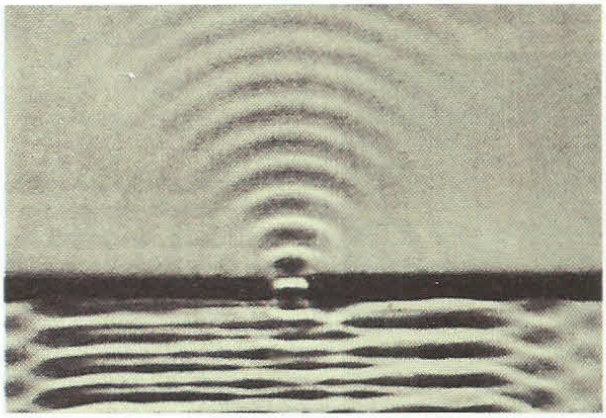
Cada ponto da frente de onda que atravessa a fenda comporta-se como uma fonte das ondas elementares de Huygens.

Observe, na seqüência de fotografias realizadas com ondas retas na superfície da água, que a diminuição da largura da fenda acentua o fenômeno da difração.

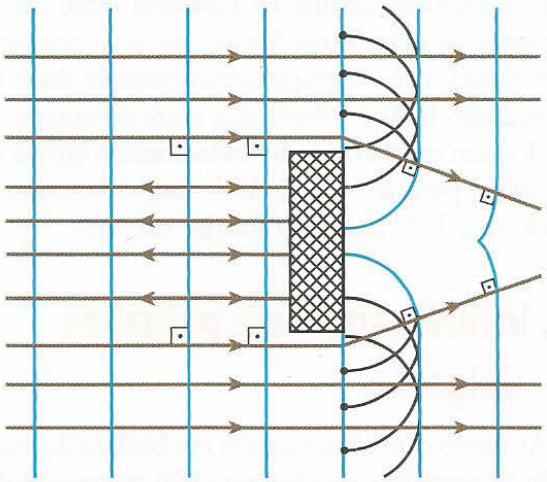
Fotos: Reprodução







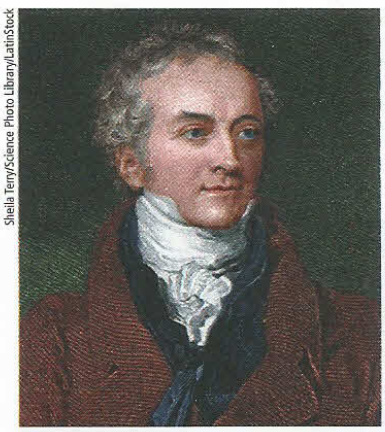
Se, em vez de uma fenda, essas ondas encontrassem um obstáculo, continuaríamos tendo difração. Nesse caso, as ondas se desviariam, contornando o obstáculo.



A difração intensifica-se quando as dimensões da fenda ou do obstáculo são inferiores às do comprimento da onda ou pelo menos da mesma ordem de grandeza.

19. Experiência de Young

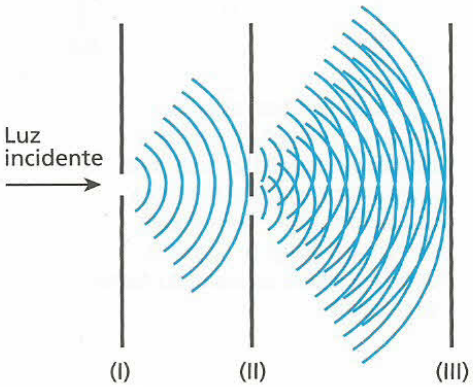
Apesar de Christian Huygens ter publicado em 1690 o seu *Tratado da luz*, no qual defendia a teoria ondulatória para a luz, a teoria corpuscular idealizada por Isaac Newton permaneceu aceita pela comunidade científica. Em 1801, Thomas Young demonstrou, baseado em sólidos resultados experimentais, a existência do fenômeno da interferência luminosa.



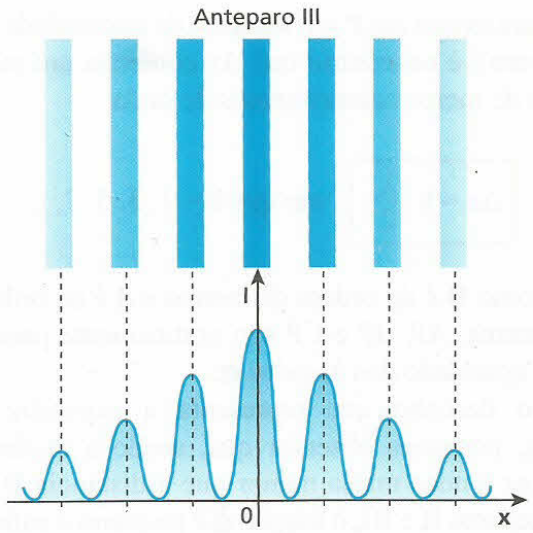
Sheila Terry/Science Photo Library/LatinStock

Thomas Young (1773–1829), médico e físico inglês, foi o primeiro a demonstrar a teoria ondulatória da luz com sólida base experimental. Suas descobertas reforçaram as teorias de Huygens publicadas no final do século XVII.

Na experiência realizada por Young, foram usados três anteparos. No primeiro, havia um pequeno orifício, em que ocorria a primeira difração da luz monocromática. No segundo, havia dois orifícios, colocados lado a lado, em que novas difrações aconteciam com a luz já difratada no primeiro orifício. No último anteparo, eram projetadas as "manchas" de interferência e podiam ser observados os **máximos** (regiões mais bem iluminadas) e os **mínimos** (regiões mal iluminadas) de intensidade. Quando os orifícios são substituídos por estreitas fendas, essas "manchas" tornam-se "franjas" de interferência, que são mais bem visualizadas.

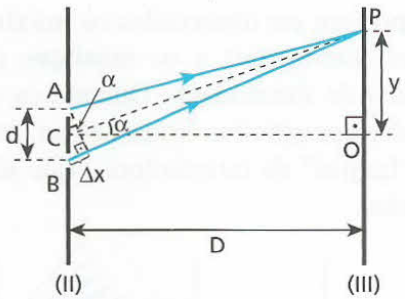


O esquema acima mostra como Young obteve o espectro de interferência no anteparo III. O orifício único no primeiro anteparo fazia com que a luz atingisse os orifícios do segundo anteparo em fase, transformando-os em "fontes" coerentes, já que pertenciam a uma mesma frente de onda.



O esquema acima mostra a variação da intensidade da luz projetada no anteparo III. A "franja" central é o máximo de maior intensidade. Observe que para a direita e para a esquerda do máximo central temos, de forma intercalada, mínimos e máximos, sendo que os máximos apresentam intensidades decrescentes.

Como as "fontes" (orifícios do segundo anteparo) são coerentes, isto é, estão em fase, as interferências observadas no anteparo III dependem apenas da diferença (Δx) entre os caminhos percorridos pelos raios de luz.



A luz que atravessa as fendas **A** e **B** se superpõe no anteparo III, proporcionando as franjas de interferência. Em **O**, a diferença de caminho (Δx) é nula. Porém, conforme a franja se distancia de **O**, em ambos os lados, Δx torna-se crescente.

Na figura acima, para existir em **P** um **máximo** de intensidade (franja clara), é necessário que Δx contenha um número inteiro de comprimentos de onda ou um número par de meios comprimentos de onda.

$$\Delta x = k\frac{\lambda}{2} \quad \text{em que } k = 0, 2, 4, 6, \ldots$$

Para existir em **P** um **mínimo** de intensidade (franja escura), é necessário que Δx contenha um número ímpar de meios comprimentos de onda.

$$\Delta x = k\frac{\lambda}{2} \quad \text{em que } k = 1, 3, 5, 7, \ldots$$

Como **D** é da ordem de metros e **d** é da ordem de milímetros; AP, BP e CP são praticamente paralelos. Daí a igualdade dos ângulos **α**.

No desenho que representa a experiência de Young, podemos observar que, sendo a distância **d** entre as fendas muito menor que a distância **D** entre os anteparos II e III, o ângulo **α** é pequeno o suficiente para que seja válida a relação: sen $\alpha \simeq$ tg α.

Assim, no triângulo retângulo pequeno, temos: $\text{sen}\ \alpha = \frac{\Delta x}{d}$.

No triângulo retângulo CPO, temos: $\text{tg}\ \alpha = \frac{y}{D}$.

Então, como sen $\alpha \simeq$ tg α, podemos escrever: $\frac{\Delta x}{d} = \frac{y}{D}$, mas $\Delta x = k\frac{\lambda}{2}$. Então: $k\frac{\lambda}{2} = \frac{yd}{D}$

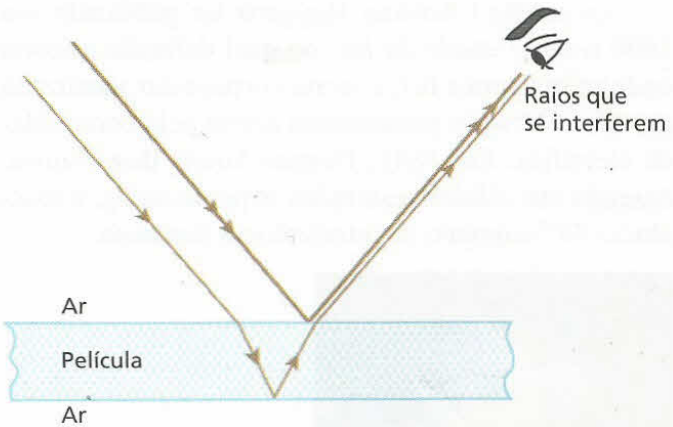
$$\lambda = \frac{2yd}{kD}$$

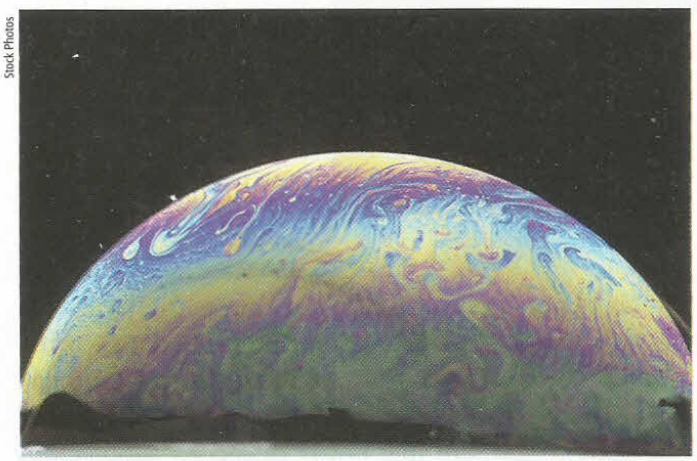
Essa expressão pode ser usada para calcular a freqüência ou o comprimento de onda da luz monocromática incidente no anteparo II.

Observe que **y** é a distância entre a franja considerada e o máximo central (a distância entre duas franjas claras ou entre duas franjas escuras consecutivas é a mesma), **d** é o espaçamento entre as duas fendas do anteparo II, **D** é a distância entre os anteparos II e III e **k** é um número inteiro relacionado com a ordem da franja: para k = 0, 2, 4, ... temos franjas claras; para k = 1, 3, 5, ... temos franjas escuras.

20. Interferência em películas delgadas

As cores que observamos em bolhas de sabão ou em finas manchas de óleo no chão aparecem devido à interferência de raios de luz que refletem na sua superfície externa e interna. A diferença do caminho percorrido por esses dois raios e a inversão de fase na reflexão da superfície externa podem proporcionar interferências construtivas ou destrutivas entre eles.





Stock Photos

Na fotografia, podemos observar manchas multicoloridas na superfície de uma bolha de sabão. Esse fenômeno ocorre devido à interferência da luz.

LEITURA

Procurando o sinal

A telefonia celular é um dos serviços que mais crescem no mundo. No Brasil, o número de aparelhos celulares já ultrapassou o de telefones fixos. A principal característica da telefonia celular é a mobilidade, ou seja, com ela o usuário consegue estabelecer contatos telefônicos mesmo em deslocamento. Isso é possível porque a comunicação é feita sem o emprego de fios, utilizando-se ondas eletromagnéticas de freqüência compreendida entre 1 GHz e 3 GHz. O sistema celular é formado por três componentes: a estação móvel, que é o telefone celular propriamente dito, a estação rádio-base, que é a antena responsável pelo encaminhamento das ligações, e a central de comutação e controle, que é o cérebro do sistema, responsável pelo gerenciamento das chamadas e a conexão com outras estações rádio-base. O atual estágio da telefonia celular permite que um telefone dentro de sua área de cobertura seja localizado mesmo no interior de veículos (carros, ônibus, trens etc.), contido em bolsos de roupas ou dentro de malas ou sacolas. Nesses casos, a onda é detectada depois de sofrer reflexões, refrações e difrações. É importante notar que as ondas hertzianas utilizadas na telefonia celular difratam-se com grande facilidade em fendas de pequenas dimensões, como nos quase invisíveis orifícios existentes em tramas têxteis, já que seu comprimento de onda é da ordem de 10^1 cm.

Enrique Algarra/Keystone

Compact disc (CD)

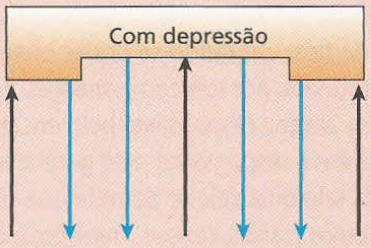
O *compact disc* (CD) é um disco de policarbonato transparente de 12 cm de diâmetro. Em uma de suas faces, existe uma fina camada de uma liga metálica na qual podem ser estampadas microscópicas depressões. As regiões com depressões e as regiões sem depressões representam em conjunto as informações por meio de um sistema binário. Esses dados são gravados a partir de 2 cm do centro do disco em uma trilha espiralada que se afasta com passo constante.

A leitura das informações é realizada utilizando-se um *laser* de baixa potência, que "lê" as depressões e as ausências de depressões do centro para a extremidade do disco. Quando o *laser* está iluminando uma região de ausência de

Image Library/Other Images

depressão, ocorre uma interferência construtiva entre os raios luminosos refletidos, o que será interpretado pelo leitor óptico como dígito 1 (um). Quando a luz incide em uma região onde existe depressão, raios refletidos na depressão e raios refletidos nas bordas da depressão, devido à diferença de caminho, irão sofrer interferência destrutiva, chegando com intensidade menor ao leitor óptico, sendo interpretado como o dígito 0 (zero). Uma seqüência de tais informações é decodificada pelo sistema e enviada para um alto-falante (no caso de sons) ou para uma tela de computador (no caso de imagens).

Esquema de interferência construtiva: máximo de intensidade detectado pelo leitor óptico (dígito 1).

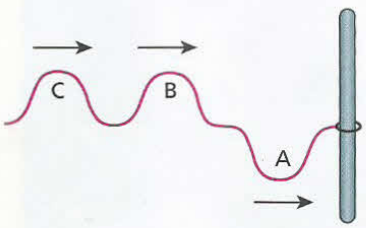


Esquema de interferência destrutiva: mínimo de intensidade detectado pelo leitor óptico (dígito 0).

O nome CD é utilizado para os discos comprados nas lojas nos quais encontramos músicas gravadas. Aqueles que trazem informações de *softwares* de computadores são denominados CD-ROM, que são gravados pelo fabricante, não podendo ser alterados. Encontramos também os discos virgens para gravação, os CD-R, e os CD-RW, que podem ser regravados. Os DVDs utilizam teconologia semelhante à dos CDs.

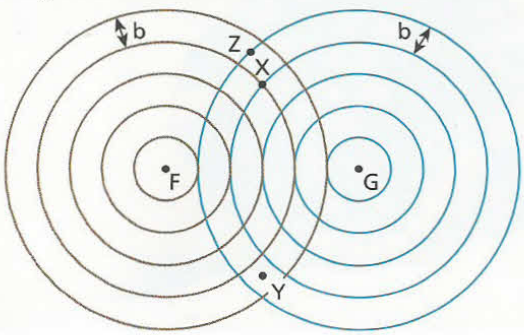
EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

96 (Vunesp-SP) A figura mostra 3 pulsos deslocando-se para a direita numa corda com a extremidade móvel na barra vertical. Até a reflexão de todos os pulsos ocorrerão, seqüencialmente,



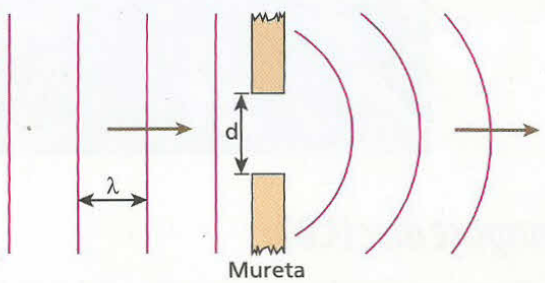
a) duas interferências construtivas.
b) duas interferências construtivas e uma destrutiva.
c) uma interferência destrutiva, uma construtiva e outra destrutiva.
d) duas interferências destrutivas.
e) duas interferências destrutivas e uma construtiva.

97 A figura seguinte representa as ondas produzidas por duas fontes, **F** e **G**, que vibram na superfície de um líquido. **X**, **Y** e **Z** são pontos da superfície do líquido. As circunferências indicam cristas. Considere que na região indicada não há amortecimento das ondas.



a) Se **f** é a freqüência da fonte **F**, qual a freqüência da fonte **G**?
b) Se **x**, **y** e **z** são amplitudes de vibração da água nos pontos **X**, **Y** e **Z**, compare **x**, **y** e **z**.

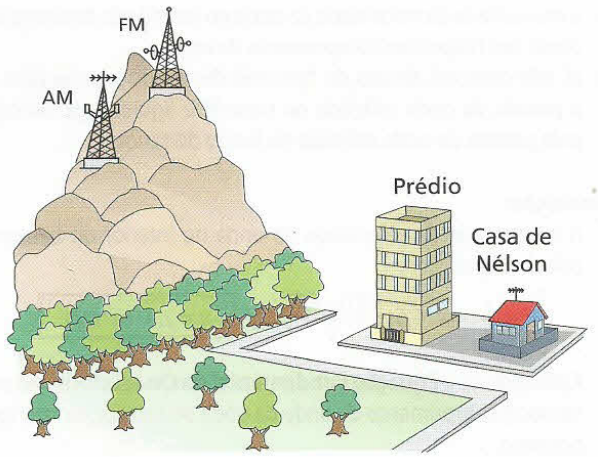
98 O esquema a seguir representa, visto de cima, a evolução de ondas na superfície da água. Elas se propagam da esquerda para a direita, incidindo na mureta indicada, na qual há uma abertura de largura **d**:



Mureta

As ondas, cujo comprimento de onda vale **λ**, conseguem "contornar" a mureta, propagando-se à sua direita. É correto que:
a) ocorreu refração, e $d > \lambda$.
b) ocorreu refração, e $d = \lambda$.
c) ocorreu difração, e $d < \lambda$.
d) ocorreu reflexão, e $d > \lambda$.
e) tudo o que se afirmou não tem relação alguma com o fenômeno ocorrido.

99 (UFMG) No alto da Serra do Curral, estão instaladas duas antenas transmissoras – uma de rádio AM e outra de rádio FM. Entre essa serra e a casa de Nélson, há um prédio, como mostrado na figura a seguir:

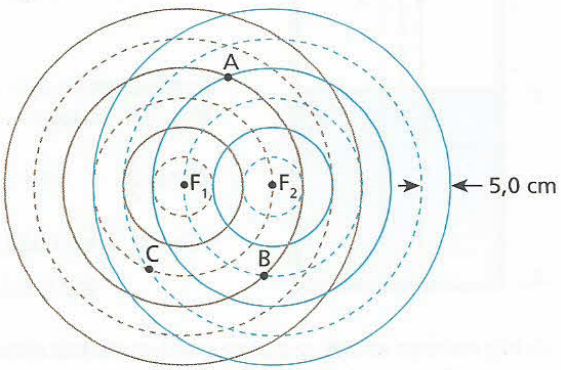


Na casa de Nélson, a recepção de rádio FM é ruim, mas a de rádio AM é boa.
Com base nessas informações, **explique** por que isso acontece.

100 O princípio que estabelece que cada ponto de uma onda se comporta como se fosse uma fonte de ondas secundárias é devido a:
a) Newton.
b) Young.
c) Fresnel.
d) Huygens.
e) Coulomb.

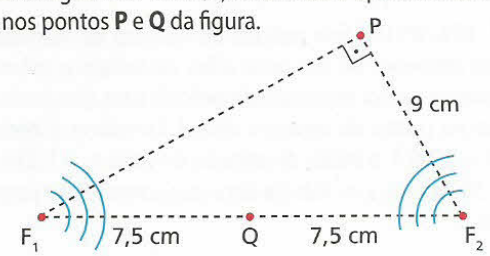
EXERCÍCIOS NÍVEL 2

101 (UFSC) Na figura abaixo estão representadas as cristas (circunferências contínuas) e os vales (circunferências tracejadas) das ondas produzidas pelas fontes F_1 e F_2, num determinado instante. A amplitude de cada onda é igual a 1,0 cm e a freqüência de vibração de F_1 como a de F_2 é igual a 10 Hz.



Indique a(s) proposição(ões) verdadeira(s):
(01) Cada uma das ondas independentemente é unidimensional.
(02) No ponto **A**, há uma interferência construtiva com amplitude de vibração de 2,0 cm.
(04) No ponto **B**, há uma interferência destrutiva com amplitude de vibração nula.
(08) No ponto **C**, há uma interferência construtiva com amplitude de vibração de 2,0 cm.
(16) O comprimento de onda de cada onda é 5,0 cm.
(32) O valor da velocidade de propagação de cada onda é v = 100 cm/s.
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

102 **E.R.** Numa cuba de ondas de profundidade constante, dois estiletes funcionam como fontes de ondas circulares, vibrando em fase com freqüência de 5 Hz. Sabendo que a velocidade dessas ondas na superfície da água é de 10 cm/s, determine o tipo de interferência que ocorre nos pontos **P** e **Q** da figura.



Resolução:
Ponto Q
Como o ponto **Q** está a igual distância das fontes e estas vibram em fase, a interferência nesse local é **construtiva**, pois $\Delta d = 0$.

E sendo $\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$, temos N = 0.

Obs.: Para N = 0, 2, 4, 6, 8, ..., teremos interferência construtiva (IC) e para N = 1, 3, 5, 7, ..., teremos interferência destrutiva (ID), caso as fontes estejam em concordância de fase (se estiverem em oposição, as condições se inverterão).

Ponto P
Para o ponto **P**, temos $PF_2 = 9$ cm e PF_1 pode ser calculado pelo Teorema de Pitágoras, já que o triângulo F_1PF_2 é retângulo. Então:

$(\overline{F_1F_2})^2 = (\overline{PF_1})^2 + (\overline{PF_2})^2$

$15^2 = (\overline{PF_1})^2 + 9^2 \Rightarrow (\overline{PF_1})^2 = 225 - 81 = 144$

$\overline{PF_1} = 12$ cm

Assim, temos:

$\Delta d = \overline{PF_1} - \overline{PF_2} = 12 - 9 \Rightarrow \Delta d = 3$ cm

Da relação $\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$, sendo $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10\text{ cm/s}}{5\text{ Hz}} = 2$ cm, vem:

$$3 = N \cdot \frac{2}{2} \Rightarrow \boxed{N = 3}$$

Portanto, em **P** a interferência é destrutiva.

103 Nas figuras, F_1 e F_2 são duas fontes de ondas circulares de mesma freqüência que se propagam na superfície da água. Supondo que na primeira figura as fontes estejam em concordância de fase e que na segunda estejam em oposição, determine o tipo de interferência que ocorre nos pontos **A**, **B**, **C** e **D**. As ondas propagam-se com comprimentos de onda iguais a 2 cm.

Figura 1

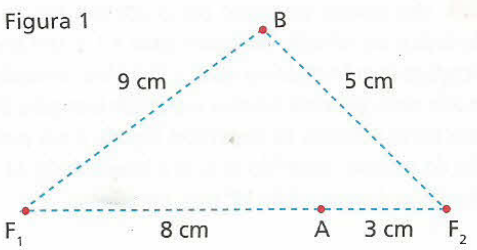
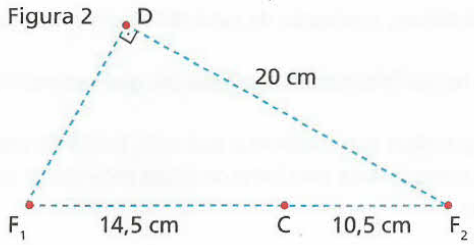
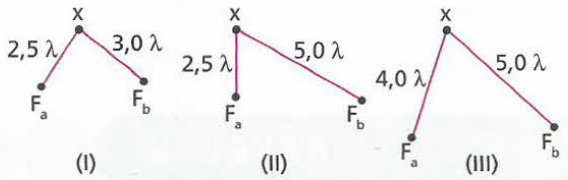


Figura 2



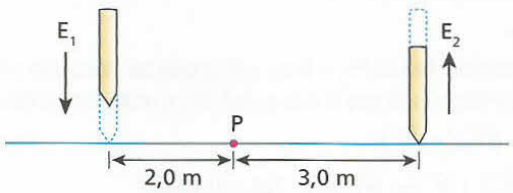
104 (Cefet-MG) Os diagramas seguintes mostram duas fontes de onda F_a e F_b, em fase, produzindo ondas na superfície da água, de comprimento de onda λ.



Em **x**, o deslocamento da superfície da água é nulo no(s) diagrama(s):

a) somente I.
b) somente I e II.
c) somente III.
d) somente II.
e) I, II e III.

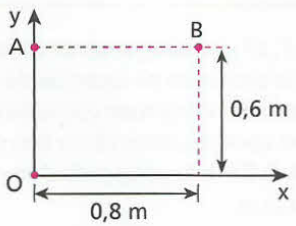
105 Dois estiletes E_1 e E_2 vibram verticalmente, executando movimentos harmônicos simples, de freqüências iguais. Suas extremidades colidem com a superfície da água de um lago, provocando ondas de amplitudes iguais que se propagam sem amortecimento, com velocidade de 10 m/s.



Sabendo que os estiletes vibram em oposição de fase, calcule a menor freqüência de suas oscilações para que no ponto **P** indicado se observe:

a) o máximo reforço das ondas que se superpõem;
b) o anulamento das ondas que se superpõem.

106 Numa cuba de ondas, criam-se ondas de superfície com duas fontes puntiformes síncronas sediadas nos pontos **O** e **A**. Qual o maior comprimento de onda λ possível para que no ponto **B** ocorra um máximo de interferência? E para um mínimo de interferência em **B**?



107 **E.R.** Um tanque de fundo plano contém benzeno transparente de índice de refração absoluto igual a 1,5. Um onda de telecomunicações com freqüência igual a 100 MHz, emitida de um satélite, incide verticalmente sobre a superfície tranqüila do benzeno, sendo em parte refletida na superfície líquida e em parte refletida no fundo do tanque. Sabendo-se que a intensidade da velocidade da luz no vácuo é igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, determine:

a) a intensidade da velocidade da onda no interior do benzeno, bem como seu respectivo comprimento de onda;
b) as três menores alturas do benzeno dentro do tanque para que a parcela da onda refletida na superfície líquida seja cancelada pela parcela da onda refletida no fundo do tanque.

Resolução:

a) A intensidade da velocidade da onda no interior do benzeno é calculada por:

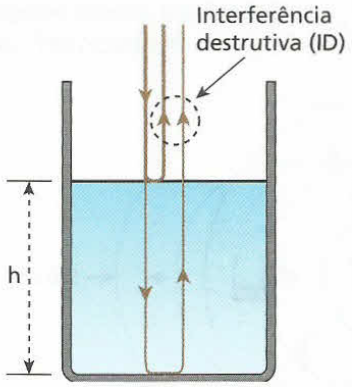
$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow 1{,}5 = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{v} \Rightarrow \boxed{v = 2{,}0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

Aplicando-se a **Equação Fundamental da Ondulatória**, determinamos o comprimento de onda da onda do satélite no interior do benzeno.

$$v = \lambda f \Rightarrow 2{,}0 \cdot 10^8 = \lambda 100 \cdot 10^6 \Rightarrow \boxed{\lambda = 2{,}0 \text{ m}}$$

É importante notar que mesmo sofrendo sucessivas refrações a onda mantém inalterada sua freqüência de 100 MHz.

b)



Condição de ID: $\Delta y = \frac{\lambda}{2}$

Mas, $\Delta y = 2h$, logo:

$$2h = k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow h = k\frac{2{,}0}{4} \text{ (m)}$$

Donde: $h = k\,0{,}50$ (m)

$(k = 1, 3, 5, ...)$

Os três menores valores de h correspondem aos três menores valores de k (k = 1, k = 3 e k = 5).

Assim:

Para k = 1: $h = 1 \cdot 0{,}50$ m $\Rightarrow$ $\boxed{h = 0{,}50 \text{ m}}$

Para k = 3: $h = 3 \cdot 0{,}50$ m $\Rightarrow$ $\boxed{h = 1{,}5 \text{ m}}$

Para k = 5: $h = 5 \cdot 0{,}50$ m $\Rightarrow$ $\boxed{h = 2{,}5 \text{ m}}$

108 (Uece) Um método muito usado para inibir a reflexão da luz em vidros é recobri-los com um filme fino e transparente. A espessura mínima, em nm, que um filme fino com índice de refração 1,25 deve ter para que uma luz de comprimento de onda igual a 620 nm, no vácuo, não seja refletida, quando incide praticamente normal a um vidro de índice de refração 1,50, é:

a) 155. b) 124. c) 112. d) 103.

109 (ITA-SP) Um fina película de fluoreto de magnésio recobre o espelho retrovisor de um carro a fim de reduzir a reflexão luminosa. Determine a menor espessura da película para que produza a reflexão mínima no centro do espectro visível. Considere o comprimento de onda $\lambda = 5\,500$ Å, o índice de refração do vidro $n_v = 1{,}50$ e o da película $n_p = 1{,}30$. Admita a incidência luminosa como quase perpendicular ao espelho.

110 (Olimpíada Brasileira de Física) Ondas de 6 cm de comprimento, produzidas na superfície de um tanque, propagam-se com uma velocidade de 0,06 m/s. Essas ondas encontram um anteparo com uma abertura de 3 cm. Pode-se afirmar que:

a) ocorre difração e o comprimento de onda, após a abertura, é metade da anterior.
b) ocorreu difração e a freqüência das ondas é sempre 1 Hz.
c) ocorre refração e a velocidade de propagação das ondas aumentou.
d) ocorre refração, embora as ondas se desloquem na mesma direção.
e) as ondas sofrem reflexão, porque a abertura é menor que o comprimento de onda.

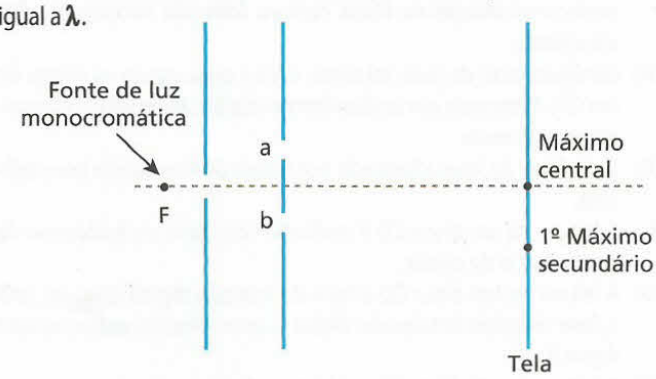
111 (ITA-SP) "Cada ponto de uma frente de onda pode ser considerado a origem de ondas secundárias tais, que a envoltória dessas ondas forma a nova frente de onda."

I. Trata-se de um princípio aplicável somente a ondas transversais.
II. Tal princípio é aplicável somente a ondas sonoras.
III. É um princípio válido para todos os tipos de ondas, tanto mecânicas quanto eletromagnéticas.

Das afirmativas, pode-se dizer que:

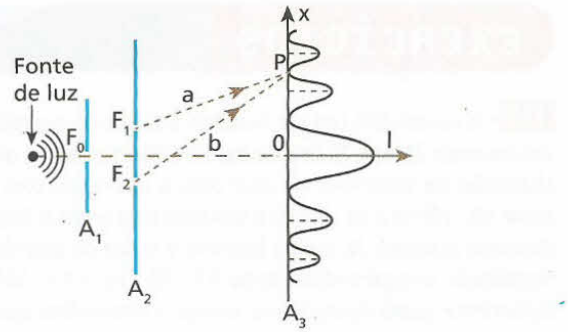
a) somente I é verdadeira.
b) todas são falsas.
c) somente III é verdadeira.
d) somente II é verdadeira.
e) I e II são verdadeiras.

112 Na montagem da experiência de Young, esquematizada abaixo, **F** é uma fonte de luz monocromática de comprimento de onda igual a **λ**.



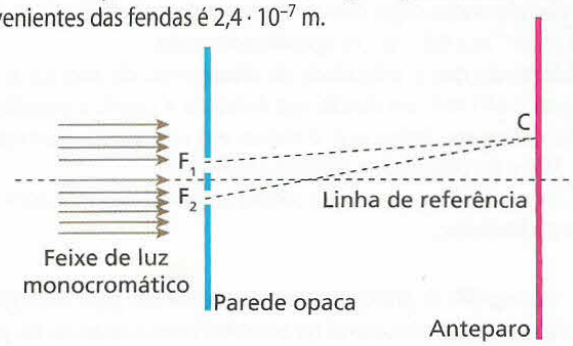
Na região onde se localiza o primeiro máximo secundário, qual a diferença entre os percursos ópticos dos raios provenientes das fendas **a** e **b**?

113 (UFBA) Na experiência de Thomas Young, a luz monocromática difratada pelas fendas F_1 e F_2 se superpõe na região limitada pelos anteparos A_2 e A_3, produzindo o padrão de interferência mostrado na figura.



Sabendo que a luz utilizada tem freqüência igual a $6{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz e se propaga com velocidade de módulo igual a $3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s, determine, em unidades do Sistema Internacional, a diferença entre os percursos ópticos **a** e **b** dos raios que partem de F_1 e F_2 e atingem o ponto **P**.

114 (FURG-RS) A figura mostra a montagem da experiência de Young sobre o fenômento da interferência da luz. Um feixe de luz monocromático incide perpendicularmente sobre a parede opaca da esquerda, que tem duas fendas F_1 e F_2, próximas entre si. A luz, após passar pelas fendas, forma uma figura de interferência no anteparo da direita. O ponto **C** é a posição da primeira franja escura, contada a partir da franja clara central. A diferença de percurso entre as luzes provenientes das fendas é $2{,}4 \cdot 10^{-7}$ m.



Cor	Comprimento de onda
Vermelha	$6{,}5 \cdot 10^{-7}$ m
Amarela	$5{,}7 \cdot 10^{-7}$ m
Verde	$5{,}4 \cdot 10^{-7}$ m
Azul	$4{,}8 \cdot 10^{-7}$ m
Violeta	$4{,}5 \cdot 10^{-7}$ m

De acordo com a tabela dada, identifique qual é a cor da luz do experimento.

a) Vermelha.
b) Amarela.
c) Verde.
d) Azul.
e) Violeta.

Descubra mais

1. Se uma porção de água for colocada (**em recipiente não-metálico**) no interior de um forno microondas por alguns minutos, para aquecer, ao ser retirada, a agitação do recipiente poderá desencadear uma reação violenta, provocando uma "explosão" de massa líquida. Como você explica essa "explosão" de água? Quais são as condições para que isso ocorra? Por que o recipiente não pode ser metálico?

▶ **ATENÇÃO!** Não realize este experimento: perigo de queimaduras.

2. Nos fornos de microondas antigos, não existia o prato giratório, porém, nos mais novos, encontramos esse dispositivo. Esse prato giratório é realmente necessário? Ele proporciona alguma vantagem para o usuário?

EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

115 (Cesubra-DF) Um ser humano é capaz de perceber sons que variam entre 20 Hz e 20 kHz. Ondas semelhantes, acima de 20 kHz, são chamadas de ultra-som. Na Medicina, o ultra-som, com freqüências entre $1{,}0 \cdot 10^6$ Hz e $10 \cdot 10^6$ Hz é utilizado para analisar órgãos internos do corpo humano. Já, o olho humano é capaz de perceber ondas de freqüências compreendidas entre $4{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz e $7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz e, imediatamente acima desta última, tem-se o ultravioleta, que, em excesso, pode provocar o aparecimento de câncer de pele. A velocidade de propagação do som nos sólidos tem valor próximo a 1 500 m/s e da luz no ar (ou vácuo), aproximadamente 300 000 km/s. Com base no texto e nos seus conhecimentos sobre o assunto, julgue os itens a seguir, classificando-os como verdadeiros ou falsos.

(1) Quando um paciente submete-se ao exame de ultra-som, seu corpo é permeado por ondas mecânicas cujos comprimentos de onda variam entre 0,15 mm e 1,5 mm.
(2) Ondas de rádio são mecânicas e suas freqüências estão compreendidas entre 20 Hz e 20 kHz.
(3) Quando um olho emetrope percebe a luz solar, as células da retina (os cones e os bastonetes) sensibilizam-se, porque estão recebendo ondas cujos comprimentos estão compreendidos entre $4{,}0 \cdot 10^{-7}$ m e $6{,}6 \cdot 10^{-7}$ m, aproximadamente.
(4) Admitindo que a velocidade de propagação do som no ar seja igual a 340 m/s, um trovão que é ouvido 4 s após a visualização do relâmpago indica que o trovão e o relâmpago ocorreram a 1 360 m do observador, aproximadamente.
(5) É impossível que uma onda sonora sofra interferência com uma onda luminosa.

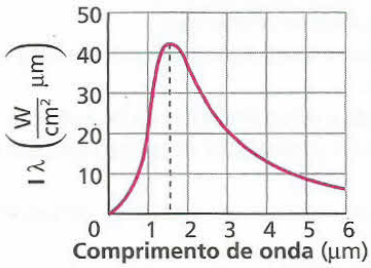
116 (Unesp-SP) O princípio físico fundamental para entender o forno de microondas baseia-se no conceito de ressonância. Na parte superior da parede, numa das laterais do forno, encontra-se o *magnetron*, que é a fonte de microondas e que determina a freqüência dessas ondas eletromagnéticas. Por sua vez, as dimensões do forno são adequadas para que se formem ondas estacionárias no seu interior. Os antinodos formados por essas ondas estacionárias podem ser visualizados por manchas mais escuras em um papel fotossensível (como os de aparelhos de fax) deixado no forno durante período breve de funcionamento.

a) Quais grandezas físicas variam periodicamente dando origem às microondas?
b) Calcule a velocidade das microondas de um forno, sabendo que a distância entre o centro de duas manchas no papel de fax foi da ordem de 6 cm e que a freqüência, indicada pelo fabricante, é 2,45 GHz.

117 Em 1894, o físico alemão Wilhelm Wien (1864-1928) propôs que o produto entre o comprimento de onda da radiação de máxima intensidade emitida por um corpo ($\lambda_{máx}$) e sua respectiva temperatura absoluta (T) é aproximadamente constante, conforme a expressão

$$\lambda_{máx}\, T \simeq 3{,}0 \cdot 10^3\ (\mu m K)$$

A radiação térmica proveniente de uma fornalha utilizada para fundir materiais pode ser analisada por um espectrômetro. A intensidade das radiações emitidas por essa fornalha a uma determinada temperatura foi registrada pelo equipamento em função do comprimento de onda correspondente, obtendo-se a curva espectral a seguir.



De acordo com as informações do texto e do gráfico e adotando-se para a intensidade da velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas o valor $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, pode-se afirmar que a temperatura da fornalha e a freqüência da radiação de máxima intensidade emitida valem, respectivamente:

a) $3{,}0 \cdot 10^3$ K e $5{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
b) $3{,}0 \cdot 10^3$ K e $2{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
c) $2{,}0 \cdot 10^3$ K e $5{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
d) $2{,}0 \cdot 10^3$ K e $2{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
e) $5{,}0 \cdot 10^3$ K e $2{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz.

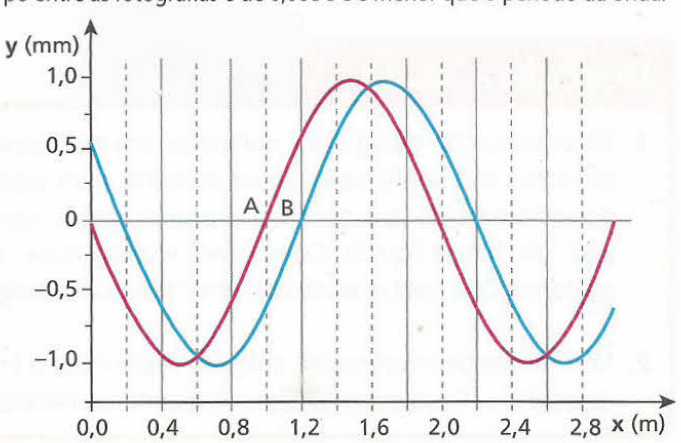
118 Informações são guardadas em discos CD por meio de seqüências de traços ao longo da superfície do disco, as quais são varridas por um feixe de *laser* durante a leitura.

Analise as proposições a seguir.

(01) No vácuo, a velocidade das ondas eletromagnéticas que formam o feixe de *laser* é de 300 000 km/s.
(02) As ondas eletromagnéticas que formam o feixe de *laser* podem deslocar-se através de fibras ópticas, sofrendo sucessivas reflexões totais.
(04) Qualquer feixe de *laser*, tal como o feixe empregado na leitura de um CD, é formado por ondas eletromagnéticas de vários comprimentos de onda.
(08) Todo feixe de *laser* é formado por fótons de freqüência bem definida.
(16) A leitura de um disco CD é realizada com base no fenômeno da interferência de ondas.
(32) A leitura de um disco CD é feita de maneira digital (binária), isto é, *laser* refletido fortalecido: dígito 1; *laser* refletido enfraquecido: dígito 0.
(64) A leitura de um disco CD também pode ser realizada com o emprego de ondas mecânicas.

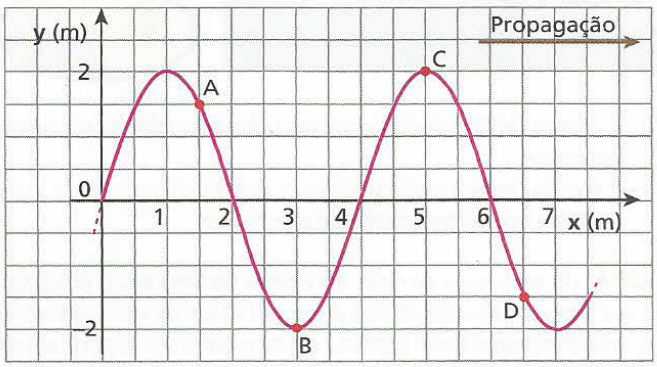
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

119 As curvas **A** e **B** representam duas fotografias sucessivas de uma onda transversal que se propaga numa corda. O intervalo de tempo entre as fotografias é de 0,008 s e é menor que o período da onda.



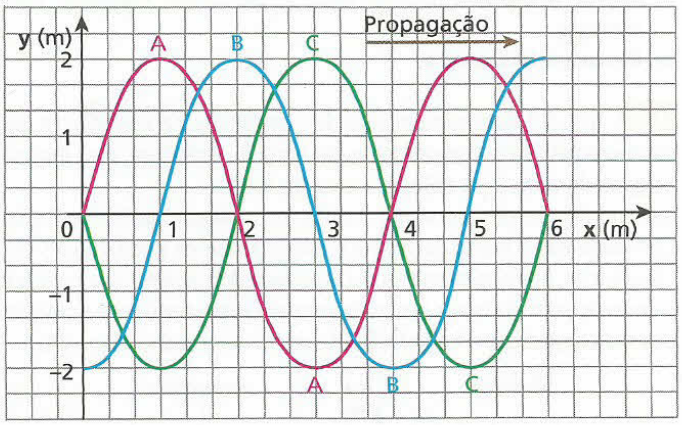
Pede-se para determinar:
a) a amplitude (**A**), o comprimento de onda (**λ**) e a freqüência (**f**) da onda que se propaga ao longo da corda;
b) a intensidade (**v**) da velocidade de propagação.

120 A figura representa no instante $t_0 = 0$ um trecho de uma corda elástica e não-absorvedora percorrida por um trem de ondas harmônicas que se propagam para a direita, com velocidade de intensidade igual a 2 m/s.



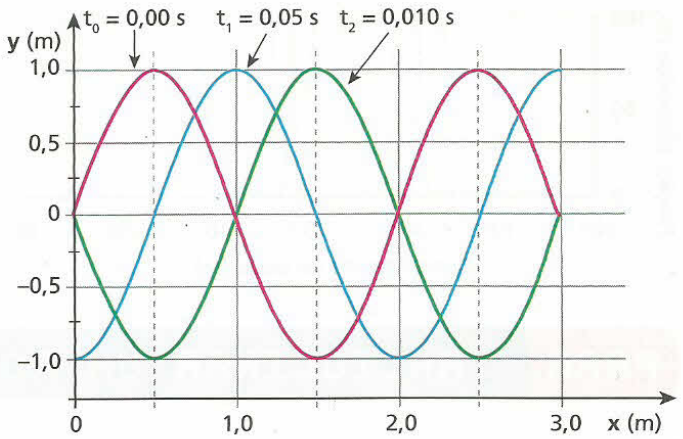
Considerando o referencial cartesiano 0xy, responda:
a) Qual a equação das ondas, y = f(x, t), dada em unidades do SI?
b) Qual a defasagem, em radianos, entre os pontos **A** e **D**?
c) Os pontos **B** e **C** estão vibrando em concordância ou em oposição de fase? Justifique.

121 A figura seguinte representa três fotografias do mesmo trecho de uma corda, por onde se propaga um trem de ondas sinusoidais sem dissipação de energia.



A primeira fotografia, identificada pela letra **A**, foi obtida no instante t = 0; a segunda, **B**, foi obtida no instante t = 0,05 s e a terceira, **C**, no instante t = 0,10 s. Em relação ao sistema cartesiano xOy, determine:
a) a velocidade de propagação das ondas;
b) o comprimento de onda, a freqüência e o período;
c) a "equação" y = f(x, t) das ondas referidas.

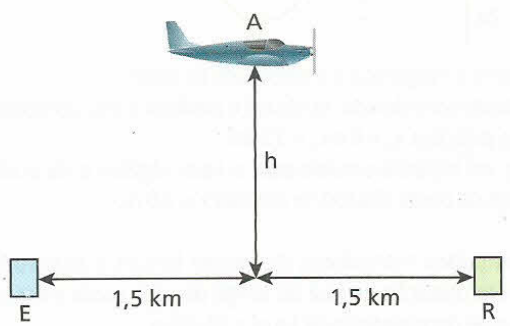
122 O esquema abaixo representa três fotografias consecutivas e superpostas de um mesmo trecho de uma corda elástica, ao longo da qual se propaga um trem de ondas harmônicas. O intervalo de tempo entre duas fotografias consecutivas é maior que um período das ondas, porém, menor que dois períodos.



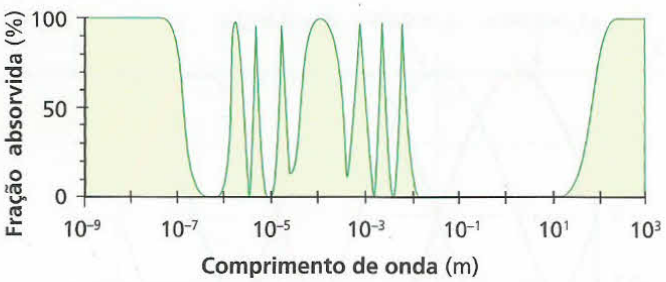
A partir da figura, determine:
a) a amplitude e o comprimento de onda das ondas;
b) a intensidade da velocidade de propagação, bem como a freqüência, admitindo-se dois casos: as ondas propagam-se no sentido positivo do eixo 0x; as ondas propagam-se no sentido negativo do eixo 0x.

123 (UFC-CE) Um método muito usado para inibir a reflexão da luz em vidros é recobri-los com um filme fino e transparente. A espessura mínima, em nm, que um filme fino com índice de refração 1,25 deve ter para que uma luz de comprimento de onda igual a 620 nm, no vácuo, não seja refletida, quando incide praticamente normal a um vidro de índice de refração 1,50, é:
a) 155.
b) 124.
c) 112.
d) 103.

124 (UFC-CE) Uma estação (**E**) de rádio AM, transmitindo na freqüência f = 750 kHz, está sendo sintonizada por um receptor (**R**), localizado a 3,0 km de distância. A recepção é, momentaneamente, interrompida devido a uma interferência destrutiva entre a onda que chega direto da estação e a que sofre reflexão no avião (**A**), que voa a uma altura **h**, a meio caminho entre a estação e o receptor (veja figura abaixo). Determine o menor valor possível de **h**. A velocidade da luz no ar é $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.
Obs.: a onda refletida sofre uma inversão de fase.



125 (Unicamp-SP) O sistema GPS (*Global Positioning System*) consiste em um conjunto de satélites em órbita em torno da Terra que transmitem sinais eletromagnéticos para receptores na superfície terrestre. A velocidade de propagação dos sinais é de 300 000 km/s. Para que o sistema funcione bem, a absorção atmosférica desse sinal eletromagnético deve ser pequena. A figura a seguir mostra a porcentagem de radiação eletromagnética absorvida pela atmosfera em função do comprimento de onda.

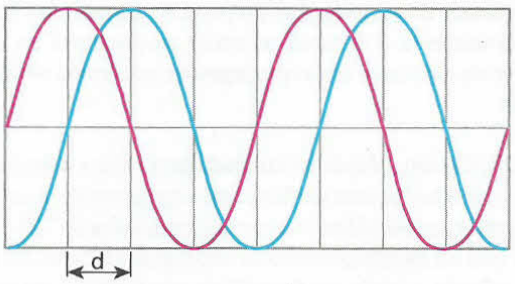


a) A freqüência do sinal GPS é igual a 1 500 MHz. Qual o comprimento de onda correspondente? Qual a porcentagem de absorção do sinal pela atmosfera?

b) Uma das aplicações mais importantes do sistema GPS é a determinação da posição de um receptor na Terra. Essa determinação é feita por meio da medida do tempo que o sinal leva para ir do satélite até o receptor. Qual é a variação Δt na medida do tempo feita pelo receptor que corresponde à uma variação na distância satélite-receptor de $\Delta x = 100$ m? Considere que a trajetória do sinal seja retilínea.

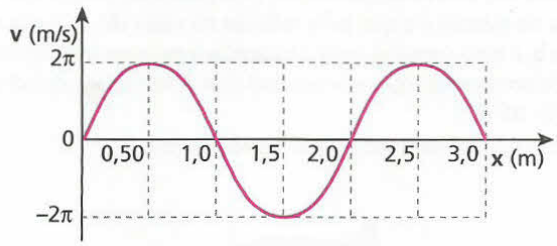
PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

126 A figura mostra uma onda progressiva em dois instantes de tempo: $t_1 = 1{,}0$ s (——) e $t_2 = 9{,}0$ s (— —). Se a distância indicada for $d = 2{,}0$ m, o período (em segundos) da onda não poderá ser igual a:



a) 32. b) 16. c) 6,4. d) 3,5. e) 2,5.

127 Considere uma onda senoidal propagando-se com velocidade igual a 4,0 m/s ao longo de uma corda elástica coincidente com um eixo de referência Ox. O gráfico mostra, em determinado instante, os valores algébricos das velocidades transversais de alguns pontos da corda, compreendidos entre as posições $x_0 = 0$ e $x_1 = 3{,}0$ m.

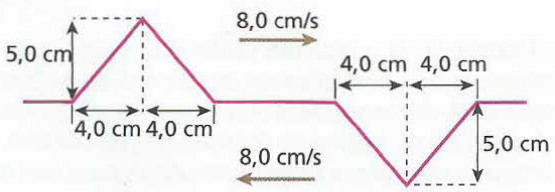


a) Determine a freqüência e a amplitude da onda.

b) No instante considerado, qual será o perfil da corda compreendido entre as posições $x_0 = 0$ e $x_1 = 3{,}0$ m?

c) Calcule, no instante considerado, o valor algébrico da aceleração do ponto da corda situado na posição $x = 2{,}0$ m.

128 Dois pulsos triangulares, de mesma largura e amplitude, propagam-se em oposição de fase ao longo de uma corda elástica, não-dispersiva e de densidade linear igual a 10 g/cm.



Suas velocidades são opostas, apresentando módulo de 8,0 cm/s. Sabendo que cada pulso transporta uma energia potencial elástica de $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ J, calcule:

a) a energia cinética transportada por pulso antes de eles estarem superpostos;

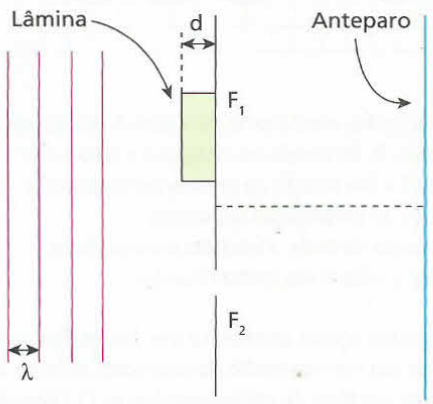
b) a energia cinética total associada ao sistema no instante em que os pulsos estiverem perfeitamente superpostos.

129 Uma emissora de rádio AM opera com freqüência de 600 kHz e sua antena transmissora está distante 180 km de um determinado aparelho receptor. Entre a antena e o receptor o solo é praticamente plano e horizontal e não existem barreiras pejudicando a propagação das ondas de telecomunicações, que, no local, têm velocidade de intensidade $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. O sinal que atinge o receptor chega por dois caminhos: o direto e o via reflexão na ionosfera, admitida paralela à superfície terrestre e situada, num instante $t_0 = 0$, a 120 km de altitude. Nesse instante, o receptor recebe um sinal resultante reforçado como conseqüência da interferência construtiva ocorrida entre os dois sinais que o atingem. Em seguida, o sinal captado torna-se mais fraco, voltando, pela primeira vez, a apresentar-se intensificado como antes no instante $t = 2{,}6$ min. Isso pode ser explicado pelo fato de a ionosfera ter-se aproximado do solo com uma velocidade escalar média do módulo **v**.

a) Calcule o comprimento de onda λ das ondas irradiadas pela emissora.

b) Determine o valor de **v**.

130 (ITA-SP) Num experimento de duas fendas de Young, com luz monocromática de comprimento de onda λ, coloca-se uma lâmina delgada de vidro ($n_v = 1{,}6$) sobre uma das fendas.
Isso produz um deslocamento das franjas na figura de interferência. Considere que o efeito da lâmina é alterar a fase da onda. Nessas circunstâncias, pode-se afirmar que a espessura **d** da lâmina, que provoca o deslocamento da franja central brilhante (ordem zero) para a posição que era ocupada pela franja brilhante de primeira ordem, é igual a:



a) 0,38 λ. c) λ. e) 1,7 λ.
b) 0,60 λ. d) 1,2 λ.

Tópico 3

Acústica

Bloco 1

1. Introdução

Prosseguindo em nossos estudos de Ondulatória, abordaremos agora outro assunto de grande importância prática: a Acústica.

Em Acústica, estudamos as fontes das ondas sonoras e os fenômenos ondulatórios que podem ocorrer durante a propagação dessas ondas.

Entre as fontes sonoras, além do nosso aparelho fonador, merecem destaque as cordas, as colunas de ar e as membranas vibrantes, principalmente pelo uso delas na maioria dos instrumentos musicais.

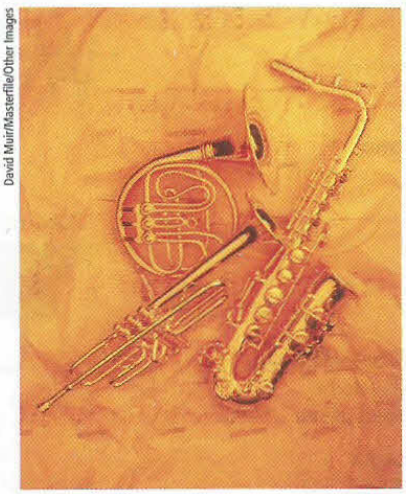
Fazendo uma fonte sonora vibrar, ela também faz vibrar o meio em que se encontra, em geral o ar; assim acontece a emissão do som.

Quando fazemos uma corda de um instrumento vibrar, ela o faz simultaneamente em diversas freqüências. Então, o som que ela emite também é composto de diversas freqüências: cada uma é denominada um **harmônico** do som emitido.

Image Library/Other Images

Nos instrumentos de sopro, o som produzido na embocadura é constituído de muitas freqüências diferentes, mas só os sons de determinadas freqüências entram em ressonância com uma coluna de ar. Assim, os sons que têm essas freqüências se reforçam, e cada uma delas também é um dos vários harmônicos do som emitido.

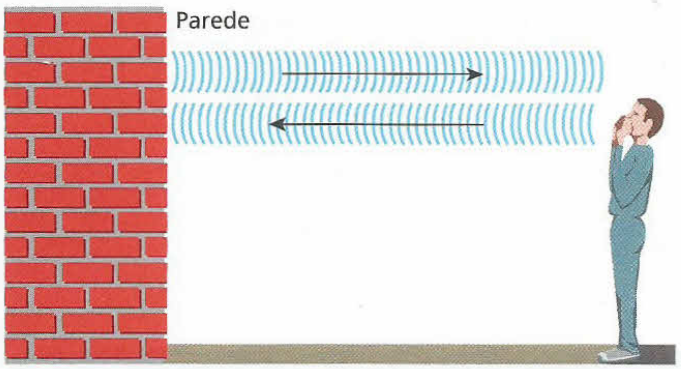
David Muir/Masterfile/Other Images



Keydisc Brasil/Keystone

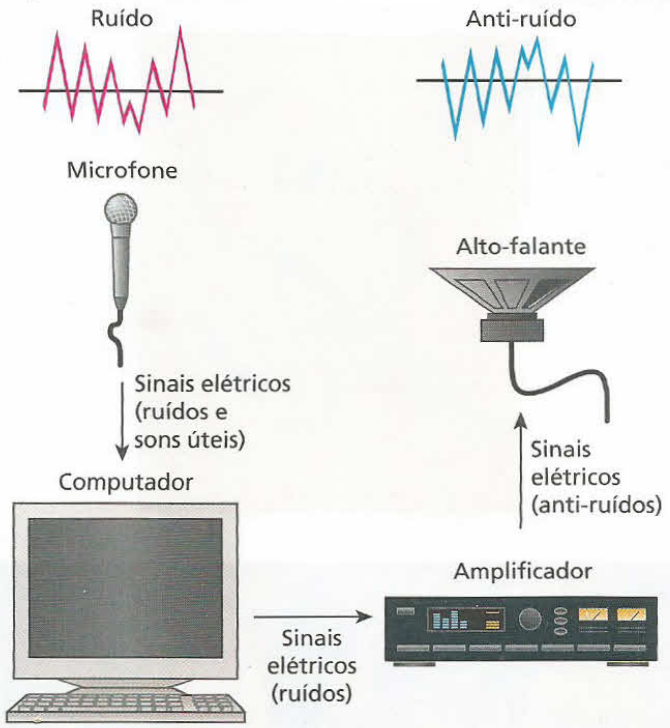
O som emitido por membranas vibrantes também é composto de diversos harmônicos.

Entre os fenômenos ondulatórios que podem ocorrer com o som, destacam-se a reflexão, a refração, a interferência, a ressonância, a difração e o efeito Doppler.



Se a pessoa estiver suficientemente afastada do paredão e emitir um som forte, o som **refletirá** na parede e retornará a ela, que poderá perceber então o fenômeno do eco.

A **interferência** de ondas sonoras vem sendo usada cada vez mais para reduzir o nível de ruído de ambientes. Basicamente, o processo é o seguinte: um microfone capta os sons úteis e os ruídos produzidos em determinado ambiente e gera sinais elétricos correspondentes aos sons e aos ruídos.

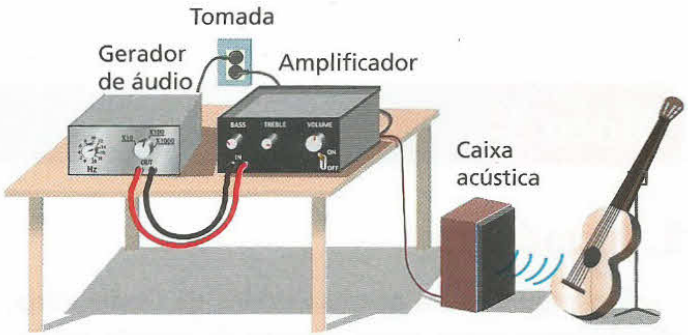


Esses sinais são levados a um computador, que os analisa, separando aqueles que correspondem aos ruídos e enviando-os a um amplificador. O amplificador, por sua vez, inverte a fase dos sinais recebidos e os amplifica. Os sinais invertidos e amplificados são levados a um alto-falante, que então emite os anti-ruídos no ambiente. A interferência dos ruídos com os anti-ruídos acarreta um significativo cancelamento dos ruídos.

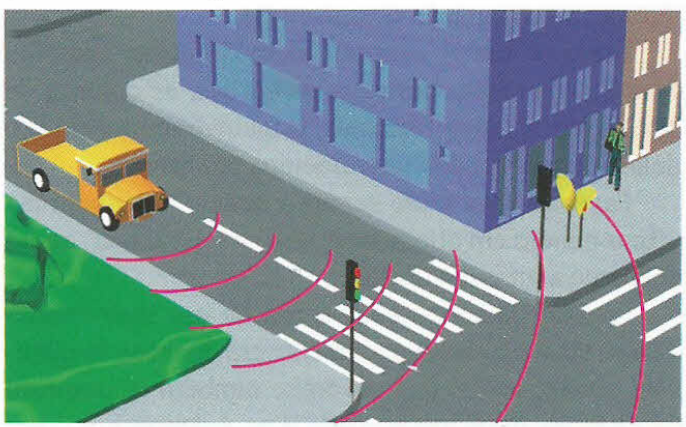
Esse recurso é bastante útil em cabines de aviões, em automóveis e em ventiladores, por exemplo.

Veja mais exemplos de fenômenos relacionados ao som:

- Quando se aumenta a freqüência do sinal produzido pelo gerador de áudio a partir de zero, observa-se que, para diversas freqüências, as cordas do violão começam a vibrar sem que ninguém as tenha tocado. Isso acontece porque, para diversas freqüências, as cordas entram em **ressonância** com o som produzido.



- Embora a pessoa não veja o veículo, ela ouve o ruído produzido por ele, pois o ruído "dobra a esquina" devido à **difração** do som.



- Quando o carro se aproxima e depois se afasta, a platéia ouve seus ruídos, respectivamente mais agudos e mais graves do que se o veículo estivesse parado. Isso é um exemplo da ocorrência do **efeito Doppler**, que também pode ser percebido quando assistimos a uma corrida pela televisão.

Rogério Reis/Pulsar

2. O som e sua propagação

Agora veremos como são geradas as ondas sonoras e como se dá sua propagação.

O som é uma propagação de vibrações longitudinais através de meios materiais, compreendendo compressões e rarefações que se propagam. Nas compressões, a pressão é mais elevada do que seria caso não houvesse ondas (meio em equilíbrio). Nas rarefações, a pressão é mais baixa que no equilíbrio.

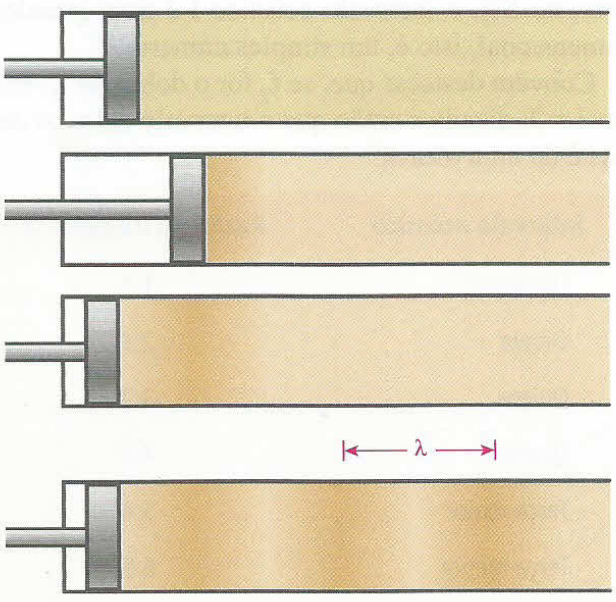
Essas compressões e rarefações propagam-se de maneira análoga às ondas longitudinais em molas, assunto visto no tópico anterior. É importante destacar, porém, que em geral as ondas sonoras propagam-se em três dimensões pelo espaço. São, portanto, ondas tridimensionais.

Como modelo de produção e propagação de ondas sonoras, podemos usar um êmbolo que gera compressões e rarefações no ar do interior de um cilindro.

Suponhamos que o êmbolo seja posto a oscilar periodicamente. Quando se desloca para a direita, ele gera uma compressão no ar interno ao cilindro. Essa compressão, então, propaga-se.

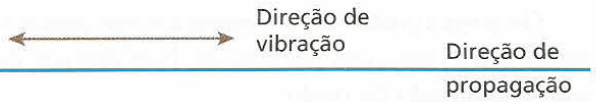
Em seguida, o êmbolo volta à posição inicial. Durante essa volta, gera uma rarefação que também se propaga.

Logo após, mais uma compressão é produzida, depois outra rarefação e assim por diante.



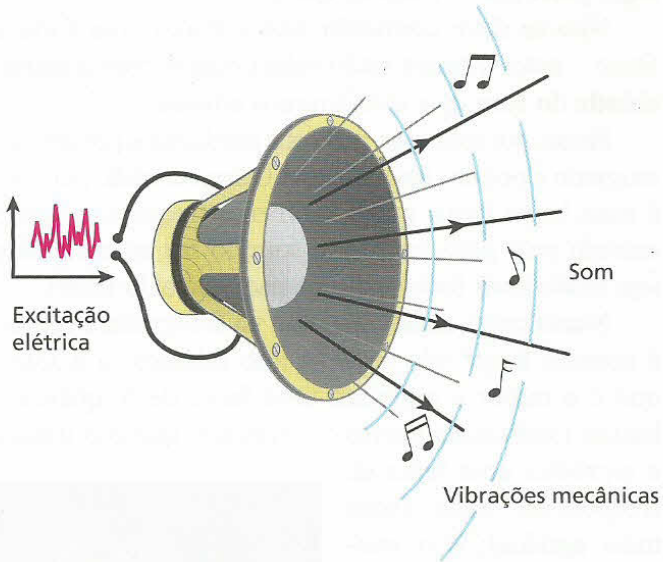
Como a onda gerada é periódica, continua válida a expressão $v = \lambda f$, em que **v** é a velocidade de propagação da onda, **λ** é seu comprimento de onda e **f** é sua freqüência.

Um ponto qualquer atingido por essas compressões e rarefações oscila na mesma direção da propagação. Por isso, as ondas sonoras são longitudinais.



Quando a onda passa, ela não arrasta a partícula de ar. O que ocorre é que a partícula de ar vibra em torno de sua posição de equilíbrio.

Um alto-falante é um exemplo interessante de fonte sonora. Nesse dispositivo, um diafragma (cone) é posto a vibrar e produz compressões e rarefações que se propagam, constituindo as ondas sonoras que ouvimos.



Nota:

- Para simplificar a linguagem, toda vez que nos referirmos ao módulo da velocidade do som diremos simplesmente **velocidade do som**.

3. Considerações gerais sobre o som

Vibrações mecânicas audíveis

O **som** é uma onda mecânica que, ao atingir nossa orelha, causa a sensação da audição. Para que a sensação sonora seja percebida, é necessário que a freqüência dessas ondas mecânicas esteja dentro de certa faixa de valores. A faixa, por sua vez, depende do ouvinte e varia conforme a idade. De modo geral, são audíveis as ondas mecânicas com freqüências compreendidas entre 20 Hz e 20 000 Hz. Apesar disso, também são chamadas de vibrações acústicas as vibrações mecânicas cujas freqüências estão acima (ultra-sons) ou abaixo (infra-sons) desses limites.

Os sons agradáveis ou musicais são aqueles constituídos de vibrações periódicas. Nos demais casos, o som é chamado de ruído.

Altura de um som

A **altura** de um som é a sensação de grave ou agudo que ele provoca. Costuma-se dizer que um som de freqüência f_1 é mais alto (ou mais agudo) que outro de freqüência f_2 se f_1 é maior que f_2; e mais baixo (ou mais grave) se f_1 é menor que f_2.

Não se deve confundir alto e baixo com forte e fraco – estes últimos estão relacionados com a **intensidade** do som, que estudaremos adiante.

Pense, por exemplo, nos sons produzidos por um boi mugindo e por um gato miando. O som emitido pelo boi é mais baixo (mais grave, de menor freqüência) que o emitido pelo gato, embora o som do boi normalmente seja muito mais forte (mais intenso) que o do felino.

Numa caixa acústica, como na fotografia a seguir, é comum haver três tipos de alto-falantes: o *woofer*, que é o maior e reproduz uma faixa de freqüências baixas (sons mais graves); o *tweeter*, que é o menor e reproduz uma faixa de freqüências altas (sons mais agudos); e o *mid-range*, que reproduz uma faixa de freqüências intermediárias. Os sinais elétricos provenientes do amplificador contêm as três faixas, que passam por um circuito denominado divisor de freqüências. Ele separa as três faixas e as distribui aos alto-falantes adequados.

Emiliano Martinelli

Ondas sonoras: longitudinais ou mistas

São as propriedades elásticas dos meios materiais que determinam se é possível haver propagação de ondas mecânicas transversais e longitudinais através deles.

As ondas mecânicas longitudinais serão possíveis sempre que surgirem forças elásticas do meio opondo-se às compressões nele provocadas. Isso pode ocorrer tanto com meios no estado gasoso quanto com meios no estado líquido ou sólido.

Suponha agora que uma camada do meio seja deslocada paralelamente a outra camada vizinha e que surjam, então, forças elásticas tentando fazer com que a camada deslocada retorne a sua posição original. Com isso, as ondas transversais serão possíveis nesse meio. Isso só pode ocorrer em meios materiais sólidos – com exceção da componente transversal das ondas nas superfícies líquidas.

Como vimos, as ondas sonoras são longitudinais. A rigor, isso é correto nos meios materiais gasosos e líquidos. Nos meios sólidos, entretanto, as ondas sonoras podem ter, ainda, uma componente transversal, além da longitudinal. Essa componente longitudinal propaga-se mais velozmente que a transversal (quando temos ondas mecânicas propagando-se num mesmo meio, as vibrações longitudinais são sempre mais velozes que as transversais).

Em termos de audição, essa componente transversal não tem nenhum interesse, pois as vibrações sonoras que chegam ao tímpano precisam atravessar o ar, sendo, por isso, exclusivamente longitudinais.

4. Intervalo acústico entre dois sons

O intervalo acústico entre dois sons de freqüências f_1 e f_2 é o quociente dessas freqüências:

$$i = \frac{f_2}{f_1} \qquad (f_2 > f_1)$$

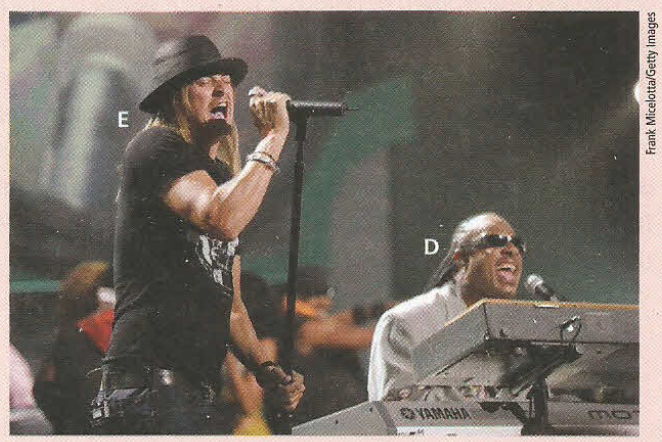
Como f_1 e f_2 são medidas na mesma unidade (o hertz, no SI), o intervalo acústico **i** é uma grandeza adimensional, isto é, um simples número.

Convém destacar que, se f_2 for o dobro de f_1, teremos $i = 2$; dizemos então que o intervalo entre os dois sons é de uma **oitava**.

Intervalo acústico	Razão de freqüência
Uníssono	1:1
Oitava	2:1
Quinta	3:2
Quarta	4:3
Terça maior	5:4
Terça menor	6:5
Sexta maior	5:3
Sexta menor	8:5
Tom maior (M)	9:8
Tom menor (m)	10:9
Semitom (s)	16:15

LEITURA

Som estereofônico



Frank Micelotta/Getty Images

As vibrações produzidas pelos sons que um microfone recebe são convertidas em pequenos sinais elétricos, que são depois amplificados.

Uma gravação estereofônica é feita com dois microfones que captam sons em locais diferentes. Na figura ao lado, o artista Kid Rock (esquerda) canta mais perto do microfone esquerdo (**E**), enquanto o artista Stevie Wonder (direita) canta e toca mais perto do direito (**D**).

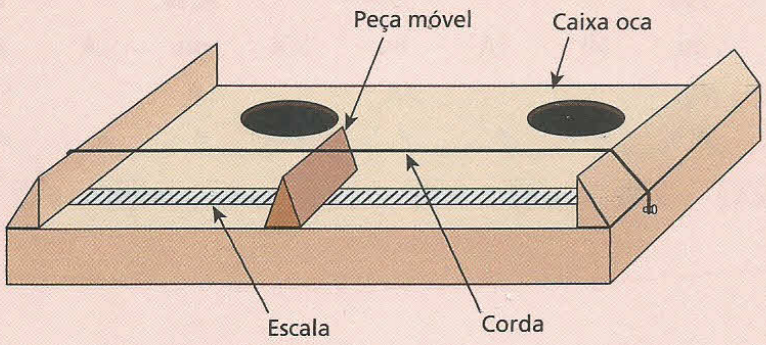
Vamos admitir que os sons captados pelos microfones **E** e **D** serão gravados em uma fita, em gravação estereofônica. Nesse tipo de gravação, os sons são registrados em duas regiões da fita (canais). Em um dos canais, ficará gravado mais intensamente o som de Kid Rock; no outro, o som de Stevie Wonder.

Na reprodução, em aparelho também estereofônico, o som de um aparecerá mais intensamente em um dos alto-falantes, enquanto o de outro aparecerá mais intensamente no outro alto-falante. Assim, ao ouvir a gravação teremos a percepção das posições dos artistas cantando e tocando.

Os intervalos acústicos e os matemáticos gregos

A partir do século VI a.C., os matemáticos gregos, discípulos de Pitágoras, observaram que dois sons provocam uma sensação agradável quando a razão entre suas freqüências é "simples", isto é, formada de números inteiros e pequenos, como $\frac{3}{4}$, por exemplo. Entretanto, se essa razão for "complexa", como $\frac{137}{171}$, por exemplo, a sensação será desagradável.

Diversos intervalos acústicos foram definidos com o uso de um instrumento conhecido por monocórdio, que tinha, em sua versão mais simples, uma única corda (de tripa) esticada sobre uma caixa oca dotada de aberturas. Uma peça móvel, comprimida pela corda, podia deslizar sobre uma escala graduada construída sobre a caixa, dividindo a corda em duas partes.



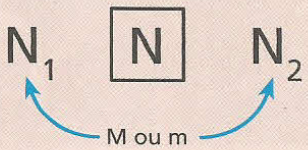
Representação esquemática do monocórdio.

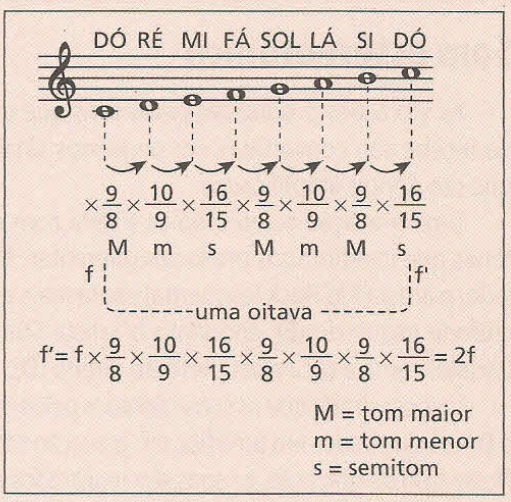
Quando a corda era tangida sem a presença da peça móvel, produzia-se determinado som. Colocando-se essa peça no meio da corda, cada metade dela emitia um som uma **oitava** acima do primeiro. Quando a peça dividia a corda na razão três para dois, os sons emitidos pelas duas partes determinavam o intervalo acústico de uma **quinta**. Do mesmo modo, o monocórdio era usado para observar outros intervalos acústicos.

Escalas musicais

Escala musical é uma seqüência de notas musicais dispostas em ordem crescente de freqüências convencionais, havendo entre elas intervalos acústicos bem definidos. Chama-se **gama** o conjunto de notas dentro de uma oitava. A gama representada no pentagrama ao lado é denominada **escala natural**. Nessa escala, as gamas se sucedem, mantendo-se as denominações das notas e a seqüência de intervalos.

O tom maior e o tom menor são intervalos aproximadamente iguais, porém maiores que o semitom. Assim, na escala natural, entre duas notas N_1 e N_2, separadas por um tom maior ou menor, pode-se intercalar outra nota **N**:





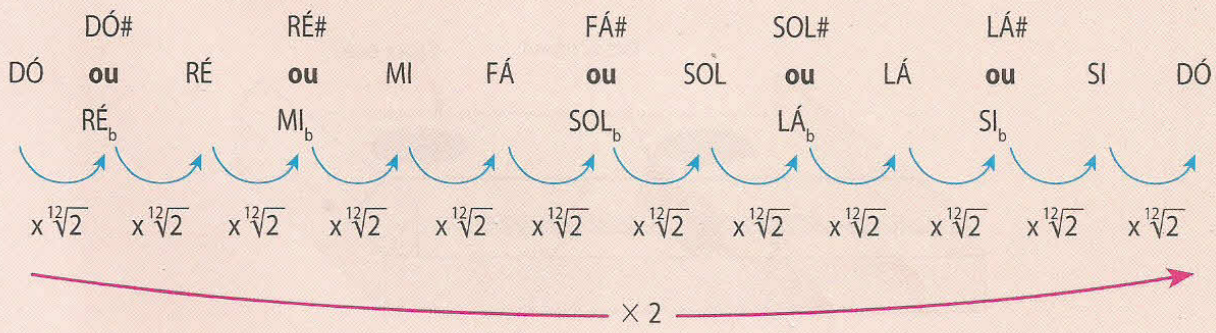
Representação de escala musical natural.

A freqüência dessa nota **N** é igual à freqüência da nota N_1 multiplicada por $\frac{25}{24}$ e é denominada **sustenido** de N_1 (símbolo $N_1^{\#}$) ou **bemol** de N_2 (N_{2b}).

Assim, obtemos uma gama constituída de treze notas, que são:

	DÓ #		RÉ #			FÁ #		SOL #		LÁ #		
DÓ	**ou**	RÉ	**ou**	MI	FÁ	**ou**	SOL	**ou**	LÁ	**ou**	SI	DÓ
	$RÉ_b$		MI_b			SOL_b		$LÁ_b$		SI_b		

Como essas treze notas estão separadas por intervalos **quase** iguais, foi conveniente a criação de outra escala, denominada **escala temperada**, em que cada gama é constituída de treze notas separadas por doze intervalos realmente iguais. É a escala temperada que se usa, por exemplo, nos pianos e órgãos. Nessa escala, o intervalo entre duas notas consecutivas é igual a $\sqrt[12]{2}$ ($\sqrt[12]{2} \simeq 1{,}05946$). Representamos, a seguir, uma gama de escala temperada:



Num piano ou teclado, as teclas pretas correspondem às notas intermediárias da escala.

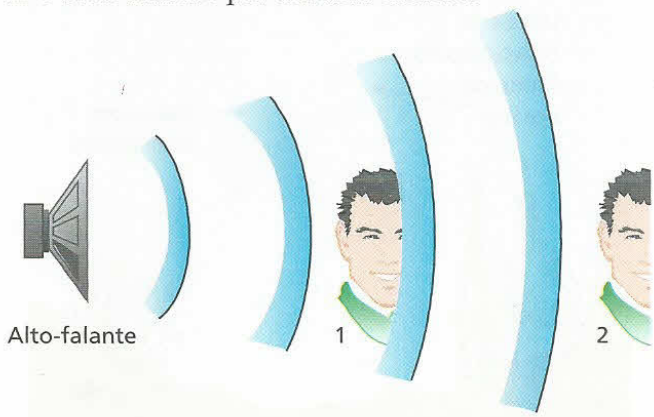
5. Intensidade sonora

Por ser uma propagação ondulatória, o som é um processo de transporte de energia (no caso, mecânica).

Para garantir uma boa qualidade de audição, é importante, para um ouvinte, a quantidade de energia sonora que o atinge por unidade de área e por unidade de tempo. Por isso, definimos mais uma grandeza – a **intensidade sonora**:

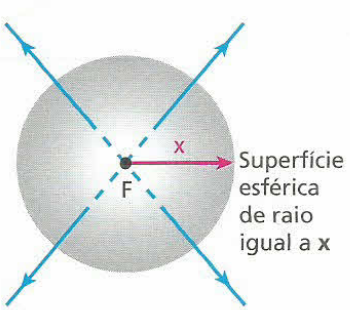
> A **intensidade sonora** é a quantidade de energia sonora que atravessa a unidade de área de uma superfície disposta perpendicularmente à direção de propagação, na unidade de tempo. Em outras palavras, é a potência sonora recebida por unidade de área da superfície. No SI, a unidade de medida da intensidade sonora é $\frac{J}{m^2\,s}$ ou $\frac{W}{m^2}$.

Observe o esquema a seguir, em que 1 e 2 são duas posições que uma pessoa pode escolher para ouvir o som emitido por um alto-falante.



Suponha que a onda sonora se propague sem dissipação de energia. Assim, à medida que essa propagação ocorre, a **mesma** potência emitida pelo alto-falante se "dilui" cada vez mais, pois fica espalhada numa superfície cada vez maior. Então, o canal auditivo de uma pessoa (que podemos considerar tendo uma unidade de área) recebe mais energia por unidade de tempo na posição 1 que na posição 2. Isso significa que a intensidade sonora é maior em 1 que em 2.

Observe a figura a seguir, em que uma fonte sonora **F**, considerada puntiforme, está emitindo som num meio homogêneo em que a velocidade de propagação da onda é a mesma em todas as direções (meio acusticamente isótropo ou isotrópico).



A superfície esférica de raio igual a **x** e centro na fonte sonora é uma superfície perpendicular às direções de propagação do som. Supondo que a energia emitida pela fonte não seja absorvida pelo meio de propagação (caso ideal), a potência sonora da fonte será totalmente recebida na superfície esférica considerada. Simbolizando por **Pot** a potência da fonte e por **A** a área da superfície esférica ($A = 4\pi x^2$), temos:

$$I = \frac{Pot}{A} \Rightarrow \boxed{I = \frac{Pot}{4\pi x^2}},$$

em que **I** é a intensidade do som.

Note que, nessa expressão, se desprezarmos a absorção do meio, a intensidade de uma onda sonora esférica será inversamente proporcional ao quadrado da distância até a fonte. Assim, se a intensidade do som é **I** a uma distância **d** da fonte sonora, ela será $\frac{I}{4}$ a uma distância 2d.

Para finalizar, é importante salientar que a intensidade da onda sonora é, para uma dada freqüência e um dado meio, proporcional ao quadrado da **amplitude**. Assim, a uma distância maior da fonte, a intensidade e a amplitude da onda são menores.

Nota:

- A intensidade das ondas eletromagnéticas esféricas também obedece às considerações feitas para as ondas sonoras esféricas.

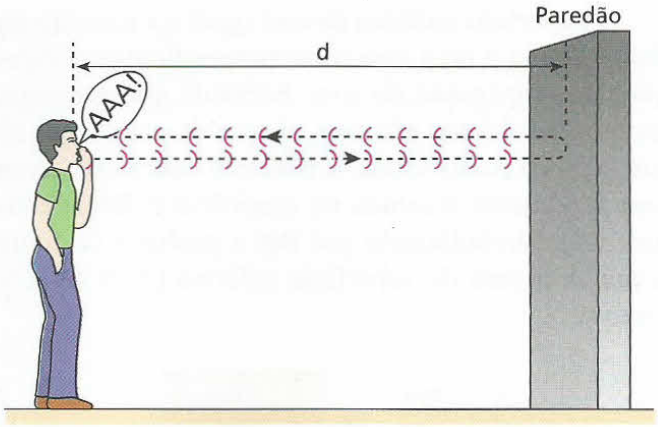
6. Reflexão do som

Quando as ondas sonoras atingem um obstáculo fixo, como uma parede, elas sofrem reflexão com inversão de fase.

Como acontece com qualquer onda, o som refletido tem a mesma velocidade de propagação, a mesma freqüência e o mesmo comprimento de onda que o som incidente.

A reflexão do som envolve os fenômenos do **eco** e da **reverberação**.

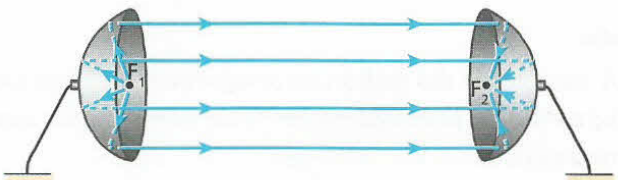
Quando recebemos um som, a sensação sonora causada por ele persiste em nós por aproximadamente um décimo de segundo (0,1 s). A esse intervalo de tempo dá-se o nome de **persistência acústica**. Se uma pessoa emite um som que atinge um paredão e reflete, ela ouve dois sons: o **som direto**, no momento em que ele é emitido, e, algum tempo depois, o **som refletido** pelo paredão.



Sendo v o módulo da velocidade de propagação do som no ar, o som refletido chegará à pessoa após um intervalo de tempo Δt, tal que:

$$v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2d}{v}$$

Se esse intervalo de tempo for inferior a 0,1 s, o som refletido chegará à pessoa quando ela ainda estiver com a sensação do som direto. A pessoa perceberá, então, um prolongamento do som direto, que é denominado **reverberação**. Entretanto, se o intervalo de tempo for superior a 0,1 s, o som refletido chegará depois de cessada a sensação do som direto. Assim, o som refletido será percebido separado do som direto, fenômeno que recebe o nome de **eco**.

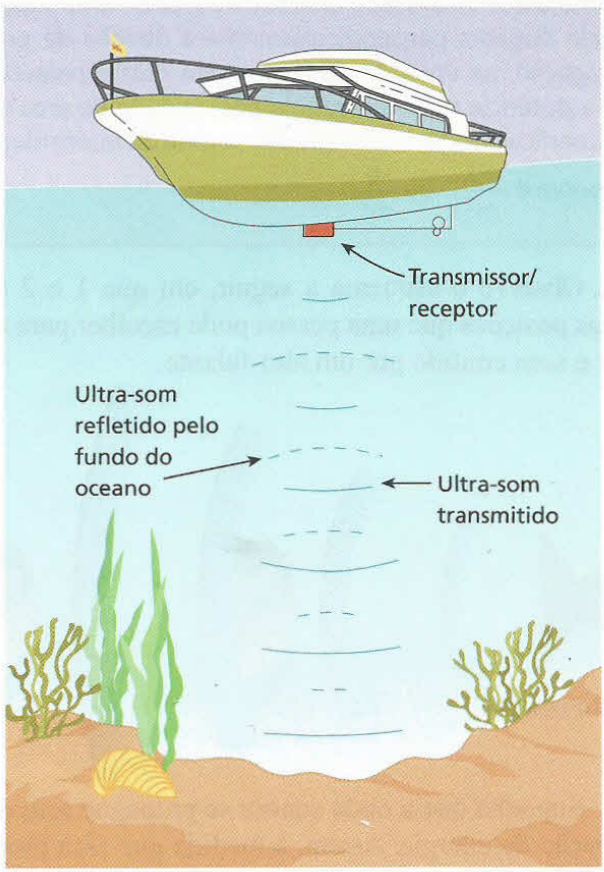


A ilustração representa dois bons refletores de som parabólicos, com cerca de 2 m de diâmetro cada um. Se uma pessoa falar naturalmente nas proximidades do foco F_1, outra pessoa no foco F_2 a ouvirá perfeitamente, mesmo que a distância entre os parabolóides seja grande, como 50 m, por exemplo.

Sonar e radar

O sonar instalado num barco emite ultra-som dirigido para o fundo do mar. O ultra-som refletido é recebido pelo sonar, que determina a que distância dele está o corpo refletor, a partir do tempo de ida e volta do sinal. Assim, o sonar permite determinar a profundidade do mar e localizar objetos, submarinos e cardumes, por exemplo.

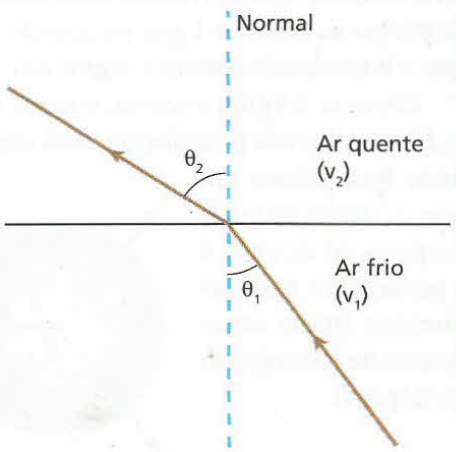
O radar também usa esse princípio, mas opera com ondas eletromagnéticas.



Representação de barco equipado com sonar.

Refração do som

Como você verá no Bloco 4 deste Tópico, a velocidade do som no ar quente é maior do que no ar frio. Por isso, um raio de onda sonora que se propaga no ar frio afasta-se da normal quando se refrata ao incidir obliquamente no ar quente, como está representado no modelo ao lado:



$$\frac{\text{sen}\,\theta_1}{\text{sen}\,\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Como $v_2 > v_1 : \theta_2 > \theta_1$.

A figura a seguir representa uma fonte sonora nas proximidades da superfície de um lago congelado, onde o ar está muito frio. Dessa região para cima, a temperatura aumenta. Se imaginarmos que o ar, acima do lago, é constituído de finas camadas a temperaturas crescentes com a altitude, o raio de onda sonora representado parte da fonte e vai se afastando da normal, retornando à superfície. Na superfície, o raio se reflete e o processo continua.

É por esse motivo que as ondas sonoras podem percorrer grandes distâncias nas proximidades da superfície de um lago congelado.

É muito importante lembrar que, como acontece com qualquer onda, a **freqüência** do som também **não se altera** na refração.

LEITURA

Ecolocalização

Um dos mitos mais comuns a respeito dos morcegos é o de que esses mamíferos voadores são cegos. Na verdade, não são. Eles têm olhos funcionais, como a maioria dos mamíferos, e algumas espécies enxergam relativamente bem.

No entanto, o que adianta ter órgãos visuais em condições de enxergar se não houver luz? É como estar dentro de uma caverna, na escuridão total, sem uma lanterna.

Assim, para os morcegos, animais de hábitos noturnos que freqüentemente visitam ambientes na mais completa escuridão, a visão não é muito importante. Para eles, é muito mais eficiente o uso de um sistema de emissão e recepção de sinais ultra-sônicos, conhecido por **ecolocalização**.

Haroldo Palo Jr./kino.com.br

A partir do eco desses sinais, após reflexão em qualquer obstáculo, como construções, árvores, insetos (mesmo pequenos), fios elétricos etc., os morcegos conseguem se localizar. Para os humanos, seria como atravessar rapidamente um salão escuro e mobiliado sem bater em nada, utilizando apenas as reflexões da própria voz.

Golfinhos, baleias e algumas espécies de esquilos e pássaros também usam a ecolocalização, mas nos morcegos e nos golfinhos ela é bem mais sofisticada.

Contudo, nem todos os morcegos a utilizam. Esse sistema de orientação é encontrado em todas as espécies da subordem Microchiroptera (cerca de 850), um dos dois grandes grupos em que se dividem os morcegos. Na outra subordem, Megachiroptera, que reúne em torno de 150 espécies da África, da Ásia e da Oceania, apenas uma (*Rousettus aegyptiacus*) comprovadamente usa a ecolocalização – os demais megaquirópteros dependem principalmente da visão.

Para as espécies que se servem da ecolocalização, diferenças na duração e na intensidade entre o sinal emitido e seu eco carregam as informações necessárias para que os morcegos consigam, por exemplo, desviar de obstáculos ou encontrar alimento e abrigo.

A maioria dos morcegos que usam a ecolocalização emite sinais entre 20 kHz e 100 kHz, mas há espécies com emissões próximas de 10 kHz e outras que alcançam cerca de 200 kHz.

Normalmente, os sinais emitidos são de curtíssima duração (cerca de alguns milissegundos). Quando detecta uma presa, geralmente o morcego diminui o intervalo de tempo entre os sinais emitidos para obter mais informações em menos tempo. Algumas espécies podem emitir 200 sinais por segundo.

Todos os microquirópteros geram seus sinais na laringe, por meio da vibração das cordas vocais causada pela passagem do ar. A freqüência do sinal emitido depende da tração das cordas vocais, que pode ser alterada pela maior ou menor contração dos músculos da laringe.

Alguns morcegos utilizam também o efeito Doppler, assunto a ser estudado no Bloco 4 deste Tópico. Com esse recurso, o morcego consegue saber, por exemplo, se um inseto que refletiu o sinal está parado ou se está afastando-se ou aproximando-se dele.

Em geral, o sinal emitido por um morcego não interfere na "navegação" de outro morcego porque cada um deles tem sua "voz" característica, como acontece com os humanos. Além disso, algumas espécies podem alterar a freqüência, a intensidade ou o intervalo de seus sinais para que não se confundam com os sinais de outros que estejam na mesma área.

Marcelo Bordignon

O morcego *Chrotopterus auritus* (família Phyllostomidae), um dos maiores do Brasil (até 70 cm de envergadura), tem ao redor das narinas uma "folha nasal", estrutura relacionada à emissão e à recepção dos sinais de ecolocalização – a espécie utiliza sinais entre 20 kHz e 100 kHz, de curta duração e baixa intensidade, e alimenta-se de insetos, frutos e pequenos animais (sapos, lagartos e pequenos roedores).

Adaptado de: BERNARD, Enrico. "Ecos na escuridão: o fascinante sistema de orientação dos morcegos." *Ciência Hoje*. Rio de Janeiro: SBPC, v. 32, n. 190, jan./fev. 2003. p. 14.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 (Vunesp-SP) Nas últimas décadas, o cinema tem produzido inúmeros filmes de ficção científica com cenas de guerras espaciais, como *Guerra nas estrelas*. Com exceção de *2001, uma odisséia no espaço*, essas cenas apresentam explosões com estrondos impressionantes, além de efeitos luminosos espetaculares, tudo isso no espaço interplanetário.

a) Comparando *Guerra nas estrelas*, que apresenta efeitos sonoros de explosão, com *2001, uma odisséia no espaço*, que não os apresenta, qual deles está de acordo com as leis da Física? Justifique.

b) E quanto aos efeitos luminosos que todos apresentam? Justifique.

2 **E.R.** Uma fonte sonora emite um som com 440 Hz de freqüência à beira de um lago. Nas condições em que o ar se encontra, o som se propaga nele a 352 m/s. Na água, sua velocidade de propagação é de 1 496 m/s, aproximadamente. Calcule o comprimento de onda do som dessa fonte:

a) no ar;

b) na água.

Resolução:

a) Sendo f = 440 Hz e v = 352 m/s, e lembrando que $v = \lambda f$, temos:

$$v = \lambda f \Rightarrow 352 = \lambda \cdot 440 \Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}80\ m}$$

b) Como você já sabe, a freqüência de uma onda não se altera quando ela passa de um meio para outro (refração). Então, na água temos f = 440 Hz e v = 1 496 m/s:

$$v = \lambda f \Rightarrow 1496 = \lambda \cdot 440 \Rightarrow \boxed{\lambda = 3{,}4\ m}$$

3 Um ser humano com boa audição é capaz de ouvir vibrações acústicas entre 20 Hz e 20 000 Hz aproximadamente. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, determine os comprimentos de onda do som mais grave (mais baixo) e do som mais agudo (mais alto) que ele consegue ouvir.

4 Durante um *show* à beira do mar, uma guitarra emite uma onda sonora que se propaga no ar com velocidade **v**, comprimento de onda λ e freqüência **f**. Essa onda penetra na água, onde se propaga com velocidade **v'**, comprimento de onda λ' e freqüência **f'**. Sabendo que **v'** é maior que **v**, compare λ' com λ e **f'** com **f**.

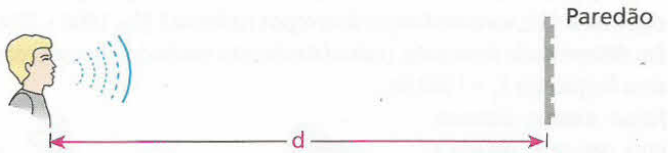
5 Os morcegos emitem ultra-sons. O menor comprimento de onda produzido no ar pela maioria dos morcegos é aproximadamente igual a $33 \cdot 10^{-4}$ m. Considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s, qual a freqüência mais elevada que esses morcegos podem emitir?

6 Julgue as afirmações a seguir:
I. Todo som alto tem grande intensidade.
II. Sons baixos são aqueles que têm pequena intensidade.
III. Quanto maior a freqüência de um som, mais alto ele é.
IV. A diferença entre um som forte e um som fraco está na freqüência.
É (são) correta(s):
a) todas.
b) somente a I e a II.
c) somente a III e a IV.
d) somente a III.
e) somente a I, a II e a IV.

7 Quais as freqüências dos sons uma oitava acima e uma oitava abaixo de um som de 400 Hz?

8 Uma pequena fonte sonora de potência constante emite ondas esféricas que são recebidas com intensidade **I** por um observador. Se esse observador se afastar da fonte até dobrar a distância até ela, com que intensidade **I'** passará a receber as ondas emitidas pela citada fonte? Suponha que o meio de propagação não absorva energia das ondas.

9 Considere que uma pessoa só percebe o eco de sua voz quando o intervalo de tempo decorrido entre a emissão da voz e a recepção do som refletido em algum obstáculo é, no mínimo, igual a 0,10 s. A figura representa uma pessoa a uma distância **d** de um paredão:



Considerando igual a 340 m/s a velocidade do som no ar:
a) calcule o mínimo valor de **d** para a pessoa perceber o eco de sua voz;
b) calcule a distância **d** no caso de a pessoa ouvir o eco 2,0 s após a emissão de sua voz.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

10 Uma roda, contendo em sua borda 20 dentes regularmente espaçados, gira uniformemente dando 5 voltas por segundo. Seus dentes se chocam com uma palheta produzindo sons que se propagam no ar a 340 m/s.
a) Qual a freqüência do som produzido?
b) Qual o comprimento de onda do som produzido?

11 No ar, a uma temperatura de 15 °C, um diapasão emite um som que se propaga com velocidade v_1 igual a 340 m/s. Esse som penetra em uma câmara frigorífica, onde o ar está a –1 °C, passando a se propagar com velocidade v_2 aproximadamente igual a 330 m/s.
Ao passar do ar a 15 °C para o ar a –1 °C, determine a variação percentual:
a) da freqüência do som;
b) do comprimento de onda do som.

12 A nota **lá**-padrão tem freqüência igual a 440 Hz. Num piano, é possível atingir três oitavas acima e quatro oitavas abaixo dessa nota. Calcule, então, as freqüências mínima e máxima das notas **lá** desse instrumento.

13 **E.R.** Para que uma pessoa sem problemas auditivos consiga ouvir um som, ele precisa ter uma intensidade de, no mínimo, 10^{-12} W/m^2. Considere um violino que gera cerca de 50 μW e suponha que o som, ao se propagar pela atmosfera, não sofra dissipação de energia. Determine a máxima distância possível de um observador para que ele ainda possa ouvir os sons desse violino. Admita que esses sons se propagam esfericamente.

Resolução:
Considerando a onda sonora esférica, sua intensidade varia com a distância (**x**) da fonte emissora de acordo com a relação:

$$I = \frac{Pot}{4\pi x^2},$$

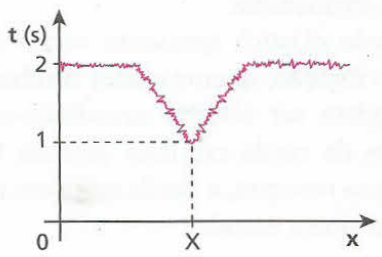
em que Pot é a potência da fonte emissora.
Assim, sendo $I = 10^{-12}$ W/m^2, $Pot = 50\ \mu W = 50 \cdot 10^{-6}$ W e $\pi = 3{,}14$, temos:

$$10^{-12} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot x^2} \Rightarrow \boxed{x \simeq 2 \cdot 10^3 \text{ m}}$$

Portanto, se não houvesse fatores de dissipação de uma onda sonora, uma pessoa poderia ouvir os sons emitidos pelo violino a 2 km dele.

14 A menor intensidade sonora que uma pessoa de audição normal pode perceber é de 10^{-16} W/cm^2 e a máxima que ela suporta é de 10^{-4} W/cm^2, quando já começa a sentir dor. Uma fonte sonora de pequenas dimensões emite som que um bom ouvinte percebe até uma distância de, no máximo, 100 km. Determine, desprezando dissipações na propagação e considerando $\pi = 3$:
a) a potência sonora da fonte;
b) a distância da pessoa à fonte, quando ela começa a sentir dor.

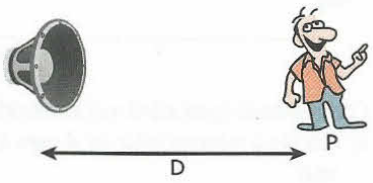
15 (FCC-SP) Para traçar o relevo do fundo do mar, um navio emite, verticalmente, pulsos sonoros e registra o intervalo **t** de tempo entre o instante de emissão do pulso e o de recepção do pulso refletido. A velocidade do som na água é de 1,5 km/s.



O gráfico mostra a duração de **t**, em função da posição **x** do navio, que navegava em linha reta. A partir dessas informações, pode-se concluir, corretamente, que na posição **X** havia:

a) um vale submarino, cujo fundo estava a 1,5 km do nível do mar.
b) um vale submarino, cujo fundo estava a 3,0 km do nível do mar.
c) um vale submarino, cujo fundo estava a 4,5 km do nível do mar.
d) uma montanha submarina, cujo pico estava a 0,75 km do nível do mar.
e) uma montanha submarina, cujo pico estava a 1,5 km do nível do mar.

16 (Fuvest-SP) Um alto-falante fixo emite um som cuja freqüência **F**, expressa em Hz, varia em função do tempo **t** na forma $F(t) = 1000 + 200t$. Em determinado momento, o alto-falante está emitindo um som com uma freqüência $F_1 = 1080$ Hz. Nesse mesmo instante, uma pessoa **P**, parada a uma distância D = 34 m do alto-falante, está ouvindo um som com uma freqüência F_2, aproximadamente, igual a:



a) 1020 Hz.
b) 1040 Hz.
c) 1060 Hz.
d) 1080 Hz.
e) 1100 Hz.

Velocidade do som no ar ≈ 340 m/s

17 (Uepa) Para detectar o relevo do fundo de rios, o sonar pode ser utilizado gerando uma imagem acústica do fundo. Considere que o sonar pode ser representado por uma fonte pontual que produz onda esférica e registra o eco em um receptor localizado praticamente na mesma posição da fonte. A **Figura 1** representa um levantamento de dados de sonar em uma região de leito plano e inclinado, nas posições **1** e **2** do navio. Os intervalos de tempo entre a emissão e a recepção do eco, para duas posições da fonte, estão representados na **Figura 2**. Neste experimento, as leis da óptica geométrica descrevem precisamente o comportamento das frentes de ondas sonoras.

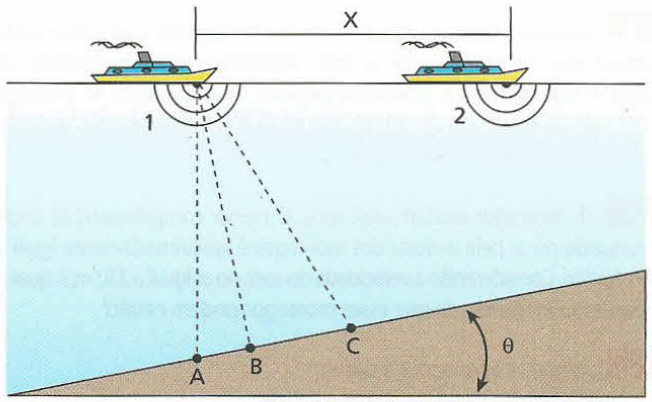


Figura 1

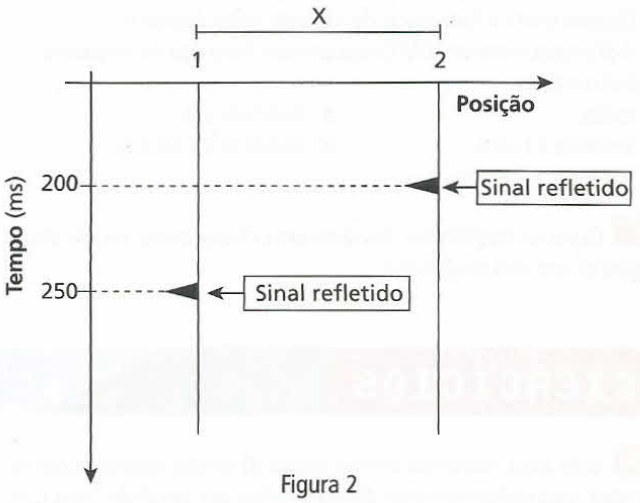


Figura 2

Nessas condições responda:

a) Quando a fonte está na posição **1**, qual dos pontos indicados sobre o leito do rio pode ser considerado responsável pelo eco registrado no receptor? Justifique sua resposta.
b) Considere que a velocidade do som na água é 1500 m/s e que o ângulo **θ** é de 60°. Nessas condições, determine a profundidade do ponto sobre o leito do rio onde ocorre a reflexão do sinal detectado quando o navio se encontra na posição **2**.

Bloco 2

7. Cordas sonoras

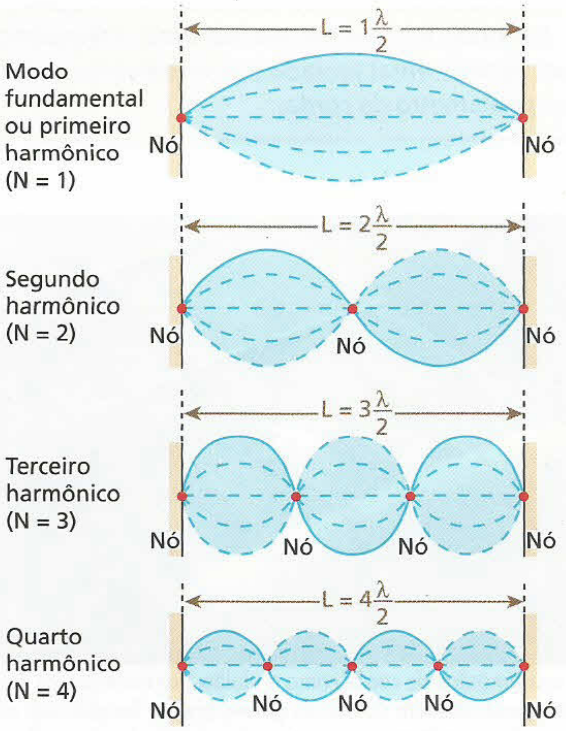
Modos de vibração da corda

Estudaremos agora as freqüências em que uma corda esticada, de violão, por exemplo, pode vibrar. Além disso, veremos também o que determina os valores dessas freqüências.

Uma corda elástica apresenta várias freqüências naturais de vibração, denominadas **modos de vibração**, que podem ser obtidos sacudindo-se uma das extremidades da corda em uma de suas freqüências naturais. Dessa maneira, a corda entra em ressonância com o agente que a sacode.

Uma vez atingido determinado modo de vibração, ainda que se pare de sacudir a extremidade da corda, ela continuará vibrando até perder toda a energia de vibração. Essa maneira de obter os modos de vibração permite tratar cada modo como uma configuração de onda estacionária, resultante da superposição da onda que emitimos quando balançamos a corda com a onda refletida na outra extremidade.

A figura a seguir mostra os quatro primeiros modos de vibração de uma corda de comprimento ℓ, presa pelas extremidades. Evidentemente, apenas algumas freqüências podem gerar ondas estacionárias, uma vez que nas extremidades fixas há, necessariamente, **nós**.



É imprescindível lembrar que, numa configuração de onda estacionária, a distância entre dois nós consecutivos é igual à metade do comprimento de onda das ondas que se superpõem.

O modo mais simples de vibrar uma corda denomina-se **modo fundamental** ou **primeiro harmônico**. Temos, nesse caso:

$$L = 1\,\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2L$$

Sendo v a velocidade de propagação das ondas na corda e lembrando que $v = \lambda f$, temos:

$$v = 2L\,f \Rightarrow \boxed{f = \frac{v}{2L}}$$ (freqüência fundamental de vibração da corda ou primeiro harmônico)

O segundo modo de vibração chama-se **segundo harmônico**, e para ele temos:

$$L = 2\,\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{2}$$

(é conveniente deixar assim)

Como $v = \lambda f$, temos:

$$v = \frac{2L}{2}\,f \Rightarrow \boxed{f = \frac{2v}{2L}}$$ (segundo harmônico)

Com relação ao **terceiro harmônico**, temos:

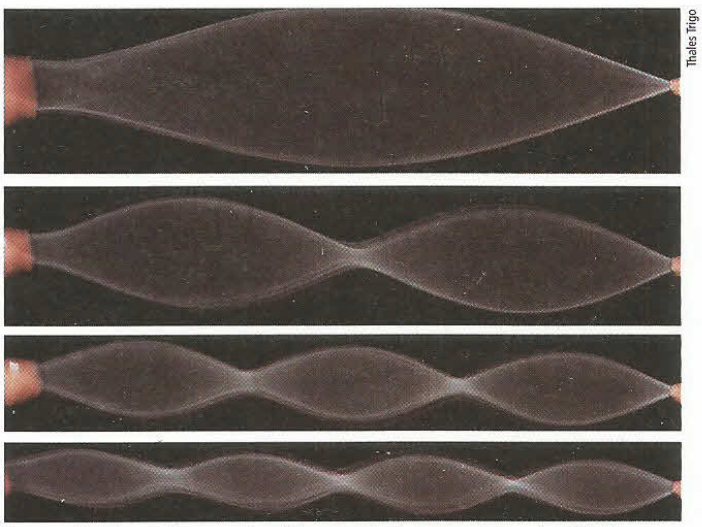
$$L = 3\,\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{3}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{2L}{3}\,f \Rightarrow \boxed{f = \frac{3v}{2L}}$$ (terceiro harmônico)

Procedendo da mesma maneira, podemos determinar a freqüência de vibração correspondente a qualquer outro harmônico. Observe que a ordem do harmônico (primeiro, segundo, terceiro etc.) representa quantas vezes a freqüência desse harmônico é maior que a freqüência correspondente ao modo fundamental. Sendo **N** a quantidade de meios comprimentos de onda (ou ordem do harmônico), podemos, então, generalizar, escrevendo a seguinte expressão para as freqüências de vibração:

$$\boxed{f = \frac{N\,v}{2L}} \quad (N = 1, 2, 3, \ldots)$$

Veja que só poderemos gerar ondas estacionárias numa corda presa pelas extremidades se a fizermos vibrar em determinadas freqüências, de modo que entre as extremidades "caiba" um número inteiro de $\frac{\lambda}{2}$.


Thales Trigo

Fotografia de ondas estacionárias produzidas numa corda elástica. As imagens revelam os quatro primeiros modos de vibração da corda. Cada modo corresponde a uma freqüência com que a corda é sacudida.

Quando uma corda (de violão, por exemplo) é tangida, ela vibra no modo fundamental e, simultaneamente, em vários harmônicos.

Nesse caso, a forma da corda vibrando é muito mais complexa do que a forma correspondente a cada harmônico.

Som emitido por uma corda vibrante

No caso de um instrumento de corda, não podemos confundir as ondas na corda, que são transversais, com as ondas sonoras emitidas, que, como sabemos, são longitudinais. Na verdade, a corda vibrante é a fonte das ondas sonoras, e por isso elas têm **a mesma fre-**

qüência das vibrações da corda. Porém a velocidade de propagação do som emitido e seu comprimento de onda nada têm que ver com a velocidade e o comprimento de onda das ondas produzidas na corda.

Quando uma pessoa dedilha a corda de um instrumento musical, ela fornece energia à corda, que, por sua vez, vibra o ar ao seu redor, fornecendo-lhe energia. Ocorre, assim, a emissão do som. Se a corda vibra no modo fundamental, o som emitido é também denominado **som fundamental**. A mesma linguagem vale para os demais harmônicos.

Freqüências naturais de vibração de uma corda em função das características da corda

Considerando apenas cordas cilíndricas, temos, a partir do que foi estudado no tópico anterior:

$$v = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{F}{\mu\,\pi}} \quad \text{(I)}$$

em que:
v é a velocidade de propagação de ondas transversais na corda;
r é o raio da secção transversal da corda;
F é a intensidade da força tensora na corda;
μ é a massa específica do material de que é feita a corda.

As freqüências naturais de vibração da corda são dadas por:

$$f = \frac{N\,v}{2L} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), obtemos:

$$f = \frac{N}{2L\,r}\sqrt{\frac{F}{\mu\,\pi}} \quad \text{ou} \quad f = \frac{N}{D\,L}\sqrt{\frac{F}{\mu\,\pi}}$$

em que D = 2r é o diâmetro da secção transversal da corda.

Na última expressão, podemos notar que a freqüência fundamental de vibração da corda (N = 1), que é a mesma do som fundamental emitido, depende do diâmetro (**D**) e do comprimento (**L**) da corda, da massa específica (**μ**) do material de que ela é feita e da intensidade da força (**F**) que a traciona.

A seguir, analisamos a influência de cada variável na freqüência do som fundamental.

Supondo fixas as demais variáveis, a freqüência do som fundamental emitido é inversamente proporcional ao diâmetro da corda.

Bob Sacha/Corbis

Em instrumentos de corda como o violão, por exemplo, as cordas mais grossas emitem sons mais graves (menor freqüência), enquanto as mais finas emitem sons mais agudos (maior freqüência).

Supondo fixas as demais variáveis, a freqüência do som fundamental emitido é inversamente proporcional ao comprimento da corda.

AGB Photo Library

Pressionando uma mesma corda em diversas posições (casas), alteramos o comprimento do trecho que vibra quando ela é tangida. Quanto menor é esse comprimento, mais agudo é o som emitido.

Supondo fixas as demais variáveis, a freqüência do som fundamental emitido é diretamente proporcional à raiz quadrada da força tensora.

Quando um violonista está afinando um violão, ele varia a freqüência, alterando a força tensora na corda.

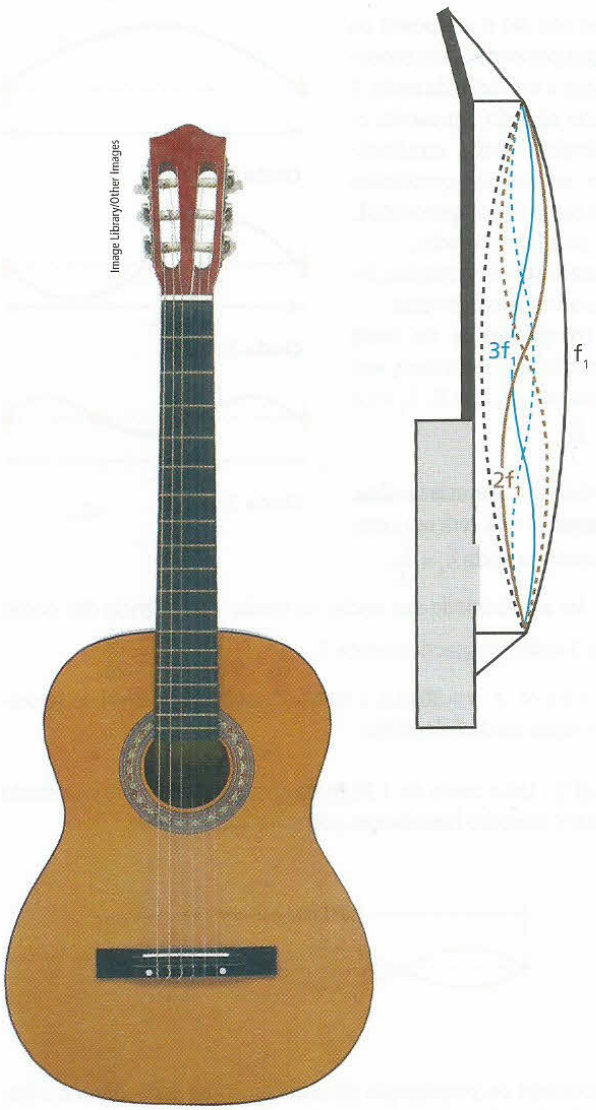
Supondo fixas as demais variáveis, a freqüência do som fundamental emitido é inversamente proporcional à raiz quadrada da massa específica do material de que é feita a corda.

Num violão, se substituirmos uma corda de náilon por uma corda metálica (maior massa específica), de mesmo diâmetro e sujeita à mesma tensão, obteremos um som mais grave, ou seja, de menor freqüência.

8. Timbre de um som

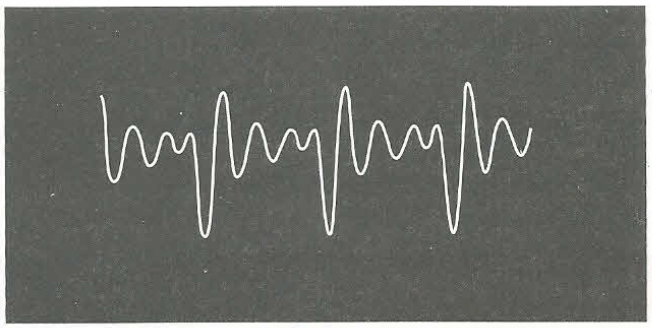
O **timbre** de um som é a sensação característica causada pela presença de harmônicos acompanhando o som fundamental. Influem no timbre tanto a quantidade de harmônicos como suas intensidades relativas.

É o timbre que nos permite distinguir a mesma nota (mesmo som fundamental) emitida por instrumentos diferentes, ainda que essa nota tenha a mesma intensidade nas duas emissões.

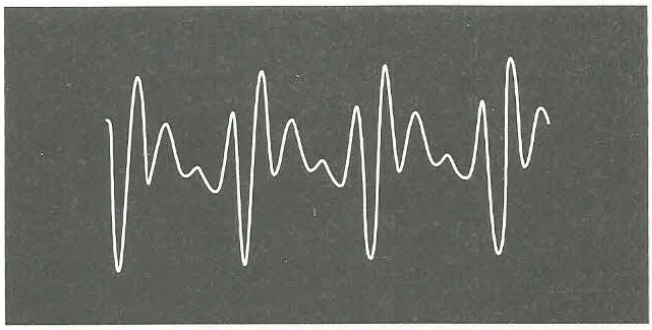


Quando uma corda de violão é tangida, ela vibra simultaneamente em diversas freqüências, o que caracteriza o timbre do som emitido. A ilustração mostra os modos de vibração correspondentes aos três primeiros harmônicos, de freqüências f_1, $2f_1$ e $3f_1$.

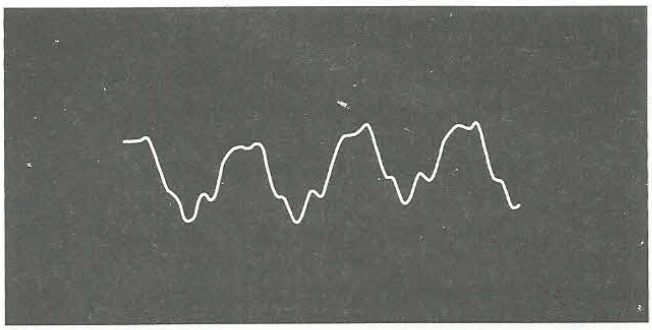
A presença dos harmônicos, em quantidades e intensidades diferentes, determina formas de ondas variadas, isto é, diferentes representações gráficas da elongação em função do tempo. Nas figuras a seguir, aparecem formas de onda da mesma nota **fá** emitida por um trompete, um trompete sintetizado, um violão e um violão sintetizado.



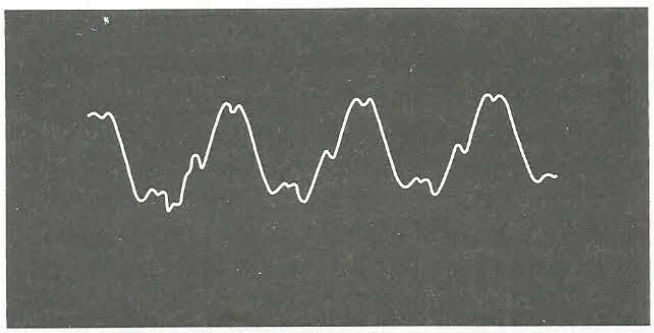
Trompete



Trompete sintetizado

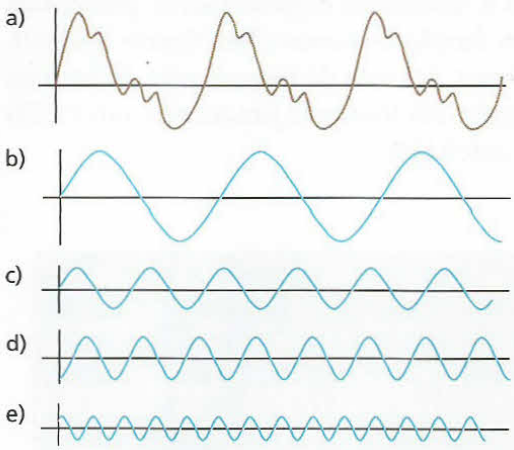


Violão



Violão sintetizado

As figuras a seguir mostram a análise de uma nota musical emitida por um violino:



Em **a**, temos a forma de onda correspondente a uma nota emitida por um violino. Em **b**, **c**, **d** e **e** estão os quatro principais harmônicos que compõem essa nota.

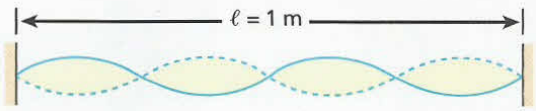
A **altura** (sensação que um som nos causa em virtude de sua freqüência), o **timbre** (sensação que um som nos causa em virtude dos harmônicos presentes nele) e a **sonoridade** (sensação da intensidade de um som) são denominados **qualidades fisiológicas** do som.

Nota:

- A sonoridade será estudada no Bloco 5 deste Tópico.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

18 **E.R.** Uma corda esticada entre duas paredes vibra como mostra a figura:



Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é $v_s = 340$ m/s e que a velocidade de propagação de ondas transversais na corda é $v_c = 500$ m/s, determine:

a) a freqüência do som emitido pela corda;

b) o comprimento de onda do som emitido pela corda;

c) a freqüência do som fundamental que essa corda pode emitir.

Resolução:

a) Lembrando que a distância entre dois nós consecutivos é igual à metade do comprimento de onda, temos, para as ondas na corda:

$$\ell = 4\frac{\lambda_c}{2} \Rightarrow 1 = 4\frac{\lambda_c}{2} \Rightarrow \lambda_c = 0{,}5 \text{ m}$$

$$v_c = \lambda_c f \Rightarrow 500 = 0{,}5\, f \Rightarrow \boxed{f = 1000 \text{ Hz}}$$

Essa é a freqüência de vibração da corda e, conseqüentemente, a freqüência do som emitido.

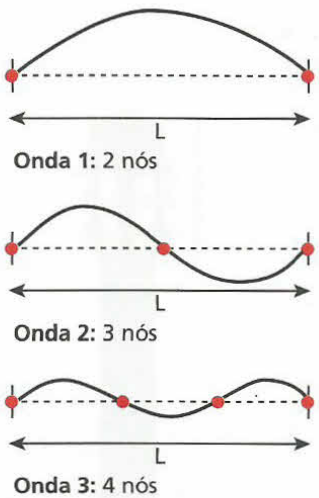
b) Para o som emitido, temos:

$$v_s = \lambda_s f \Rightarrow 340 = \lambda_s \cdot 1000 \Rightarrow \boxed{\lambda_s = 0{,}34 \text{ m}}$$

c) O modo de vibração da corda apresentada corresponde ao quarto harmônico:

$$f_4 = 4f_1 \Rightarrow 1000 = 4f_1 \Rightarrow \boxed{f_1 = 250 \text{ Hz}}$$

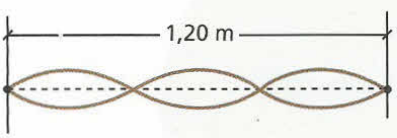
19 (UFG-GO) Os sons produzidos por um violão acústico são resultantes das vibrações de suas cordas quando tangidas pelo violonista. As cordas vibram produzindo ondas transversais estacionárias de diferentes freqüências. Essas ondas são também caracterizadas pelo número de nós. Nó é um ponto da corda que permanece em repouso durante a oscilação da onda. A seqüência ao lado representa as três primeiras ondas estacionárias que podem ser produzidas em uma corda de comprimento **L**, fixa em suas extremidades.



Com base nessas informações, indique as afirmativas corretas:

1. Os comprimentos de onda das ondas 1, 2 e 3 valem, respectivamente, $\lambda_1 = 2L$, $\lambda_2 = L$ e $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$.
2. A próxima onda estacionária, contendo 5 nós, terá um comprimento de onda $\lambda_4 = \frac{L}{4}$.
3. Se **v** for a velocidade das ondas na corda, a freqüência das ondas 1, 2 e 3 valerá, respectivamente, $f_1 = \frac{v}{2L}$, $f_2 = \frac{v}{L}$ e $f_3 = \frac{3v}{2L}$.
4. Se L = 0,5 m e v = 30 m/s, a menor freqüência possível de se produzir nessa corda é de 90 Hz.

20 (UFSE) Uma corda de 1,20 m de comprimento vibra no estado estacionário (terceiro harmônico), como na figura abaixo.



Se a velocidade de propagação da onda na corda é de 20 m/s, a freqüência da vibração é, em hertz:

a) 15.
b) 20.
c) 21.
d) 24.
e) 25.

21 Numa corda tensa, abalos transversais propagam-se a 100 m/s. Sendo de 2 m o comprimento da corda, calcule sua freqüência de vibração:
a) no modo fundamental;
b) no terceiro harmônico.

22 Ondas estacionárias são produzidas numa corda, sendo de 60 cm o comprimento de onda. Determine, em centímetros, os três menores valores possíveis para o comprimento da corda.

23 Considere uma corda de violão de 60 cm de comprimento. Quais os três maiores comprimentos de onda de ondas estacionárias que podemos produzir nela?

24 Uma corda de 0,50 m com densidade linear de 10^{-2} kg/m está submetida a uma tração de 100 N.
a) Calcule a freqüência fundamental do som emitido pela corda.
b) Proponha duas maneiras de dobrar a freqüência do som fundamental, alterando uma única grandeza em cada caso.
c) Considerando igual a 330 m/s a velocidade de propagação do som no ar, calcule o comprimento de onda do som fundamental emitido no ar.

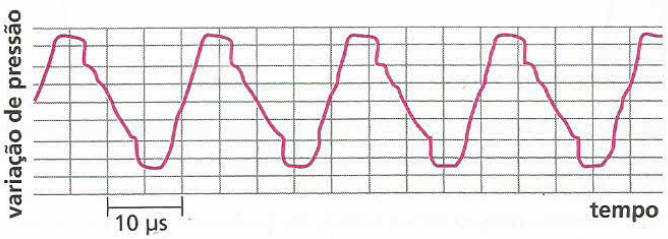
25 (Uepa) Ao tocar a corda mais grossa do violão, presa apenas nas suas extremidades, é produzido um som grave denominado MI e de freqüência fundamental 327 Hz. Considere o comprimento da corda igual a 60 cm.
a) Calcule a velocidade de transmissão da onda na corda.
b) A corda mais fina, por sua vez, na plenitude de seu comprimento, também produz um som denominado MI, porém com freqüência duas oitavas acima do som produzido pela corda mais grossa. Identifique a qualidade fisiológica que diferencia o som produzido pelas duas cordas.

26 Durante um processo de investigação, uma conversa telefônica foi gravada e surgiu a necessidade de se confirmar se uma determinada voz era ou não do senhor **X**. Para isso, a voz gravada foi analisada em laboratório.
Qual qualidade fisiológica do som é decisiva para se concluir se essa voz era ou não dele?

27 (Unicenp-PR) O italiano Luciano Pavarotti, conhecidíssimo cantor da ópera, possui uma extensão de voz que varia aproximadamente entre o "dó" (128 Hz) e o "lá" (440 Hz), sendo classificado como **tenor**. Já um **contralto** compreende uma extensão de voz que vai, pelo menos, de "sol" (196 Hz) a "mi" (669 Hz).
A classificação citada, que pode ainda envolver barítonos, baixos, sopranos e *mezzo*-sopranos, está calcada na qualidade fisiológica do som conhecida como:
a) intensidade.
b) altura.
c) timbre.
d) volume.
e) reverberação.

28 (Fuvest-SP) O som de um apito é analisado com o uso de um medidor que, em sua tela, visualiza o padrão apresentado na figura abaixo. O gráfico representa a variação da pressão que a onda sonora exerce sobre o medidor, em função do tempo, em μs (1 μs = 10^{-6} s). Analisando a tabela de intervalos de freqüências audíveis, por diferentes seres vivos, conclui-se que esse apito pode ser ouvido apenas por:

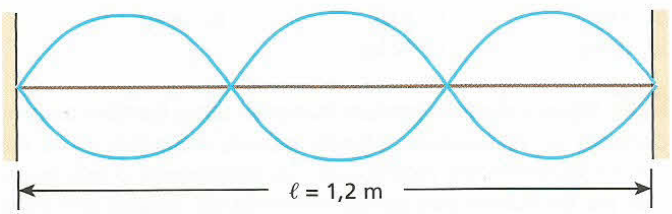
Seres vivos	Intervalos de freqüência
cachorro	15 Hz – 45 000 Hz
ser humano	20 Hz – 20 000 Hz
sapo	50 Hz – 10 000 Hz
gato	60 Hz – 65 000 Hz
morcego	1 000 Hz – 120 000 Hz



a) seres humanos e cachorros.
b) seres humanos e sapos.
c) sapos, gatos e morcegos.
d) gatos e morcegos.
e) morcegos.

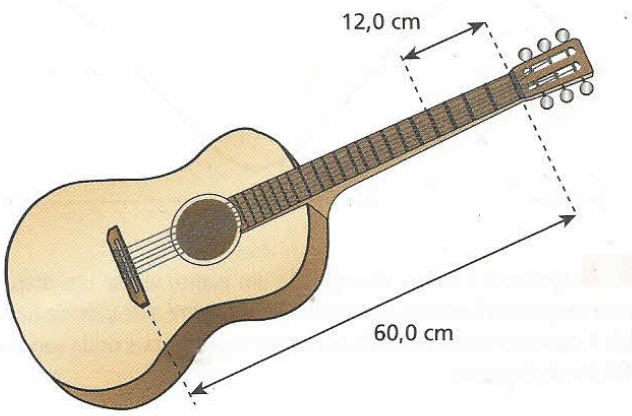
EXERCÍCIOS NÍVEL 2

29 Uma corda de massa m = 240 g e comprimento ℓ = 1,2 m vibra com freqüência de 150 Hz, no estado estacionário esquematizado a seguir:



Determine a velocidade de propagação das ondas que originam o estado estacionário nessa corda e a intensidade da força tensora.

30 (Cesgranrio-RJ) O comprimento das cordas de um violão (entre suas extremidades fixas) é de 60,0 cm. Ao ser dedilhada, a segunda corda (lá) emite um som de freqüência igual a 220 Hz. Qual será a freqüência do novo som emitido, quando o violonista, ao dedilhar essa mesma corda, fixar o dedo no traste, a 12,0 cm de sua extremidade?

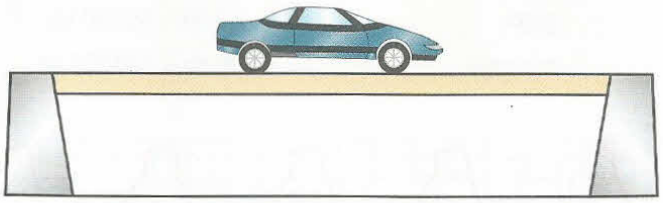


31 Um violonista tange no instrumento duas cordas de diâmetros diferentes, feitas do mesmo material e igualmente tracionadas, e consegue produzir a mesma nota. Explique como isso é possível.

32 (Unicentro) A quinta corda solta do violão corresponde à nota si (freqüência fundamental igual a 981 Hz). Se essa corda for presa no quinto trasto, diminuindo assim o comprimento da corda vibrante, obtém-se a nota mi aguda (freqüência fundamental igual a 1 308 Hz). Sobre o comprimento da parte vibrante da corda si (ℓ), que vibra na freqüência da nota mi aguda, expresso em função do comprimento da corda solta (**L**), é correto afirmar:

a) $\ell = \frac{1}{2}$ L.
c) $\ell = \frac{3}{4}$ L.
e) $\ell = \frac{5}{6}$ L.
b) $\ell = \frac{2}{3}$ L.
d) $\ell = \frac{4}{5}$ L.

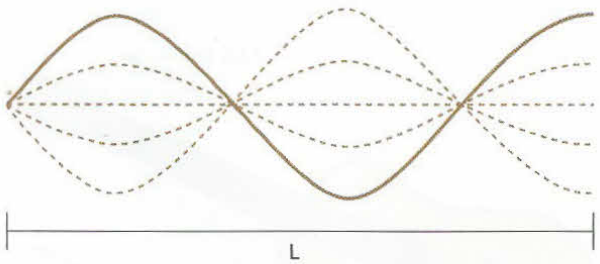
33 (UFSCar-SP) Com o carro parado no congestionamento sobre o centro de um viaduto, um motorista pôde constatar que a estrutura deste estava oscilando intensa e uniformemente. Curioso, pôs-se a contar o número de oscilações que estavam ocorrendo. Conseguiu contar 75 sobes e desces da estrutura no tempo de meio minuto, quando teve de abandonar a contagem devido ao reinício lento do fluxo de carros.



Mesmo em movimento, observou que, conforme percorria lentamente a outra metade a ser transposta do viaduto, a amplitude das oscilações que havia inicialmente percebido gradativamente diminuía, embora mantida a mesma relação com o tempo, até finalmente cessar na chegada em solo firme. Levando em conta essa medição, pode-se concluir que a próxima forma estacionária de oscilação desse viaduto deve ocorrer para a freqüência, em Hz, de:

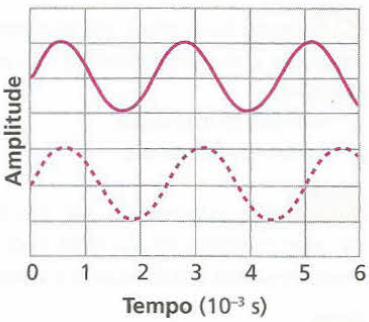
a) 15,0.
b) 9,0.
c) 7,5.
d) 5,0.
e) 2,5.

34 (UFPE) A figura mostra um modo estacionário em uma corda homogênea, de comprimento **L**, que tem uma extremidade fixa e a outra livre. Determine a razão entre a freqüência deste modo e a do modo estacionário de mais baixa freqüência (modo fundamental).

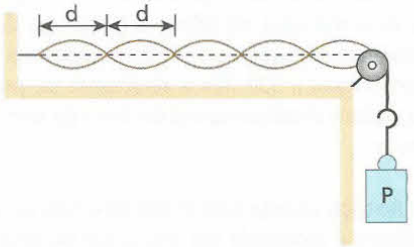


35 (Udesc-SC) Para a afinação de um piano, usa-se um diapasão com freqüência fundamental igual a 440 Hz, que é a freqüência da nota **Lá**. A curva contínua do gráfico a seguir representa a onda sonora de 440 Hz do diapasão.

a) A nota **Lá** de certo piano está desafinada e o seu harmônico fundamental está representado na curva tracejada do gráfico. Obtenha a freqüência da nota **Lá** desafinada.
b) O comprimento dessa corda do piano é igual a 1,0 m e sua densidade linear é igual a $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ g/cm. Calcule o aumento de tração na corda necessário para que a nota **Lá** seja afinada.



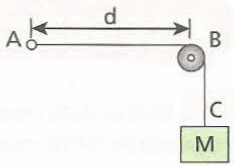
36 (Unifesp-SP) A figura representa uma configuração de ondas estacionárias produzida num laboratório didático com uma fonte oscilante.



a) Sendo d = 12 cm a distância entre dois nós sucessivos, qual o comprimento de onda da onda que se propaga no fio?
b) O conjunto **P** de cargas que traciona o fio tem massa m = 180 g. Sabe-se que a densidade linear do fio é $\mu = 5{,}0 \cdot 10^{-4}$ kg/m. Determine a freqüência de oscilação da fonte.

Dados: velocidade de propagação de uma onda numa corda: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$; $g = 10$ m/s^2.

37 (Ufam) Um estudante, querendo medir a massa **M** de um bloco e não dispondo de uma balança, decidiu praticar o que aprendera na aula sobre cordas vibrantes. Para isso, fixou com um prego a extremidade **A** de um fio de aço muito fino e na extremidade livre, **C**, pendurou o corpo com massa desconhecida **M**, depois de passar o fio por uma polia em **B**, cuja distância d = $\overline{AB}$ era ajustável (ver figura). Fazendo d = 1 m, dedilhou a corda e ouviu um som com uma dada freqüência **f**. Acostumado a "afinar" violão, o estudante então substituiu a massa **M** por um pacote de açúcar de 1 kg e passou a dedilhar a corda, variando a distância **d**, até conseguir a mesma freqüência **f** ouvida anteriormente, o que ocorreu para d = 0,25 m. Pode-se afirmar que a massa **M** do bloco vale:



a) 8 kg.
b) 10 kg.
c) 4 kg.
d) 16 kg.
e) 12 kg.

38 Alguns *softwares* permitem manipular certos harmônicos componentes da voz humana, intensificando-os, atenuando-os ou até mesmo suprimindo-os, modificando substancialmente o som percebido por um ouvinte para uma determinada voz. Surgem com essas manipulações aquelas vozes de "robôs", de "monstros", de seres "extraterrestres" etc., tão comuns no cinema. A principal qualidade que se altera na voz é:

a) a altura.
b) o timbre.
c) a intensidade.
d) o nível sonoro.
e) a amplitude.

Bloco 3

9. Batimento, ressonância e difração do som

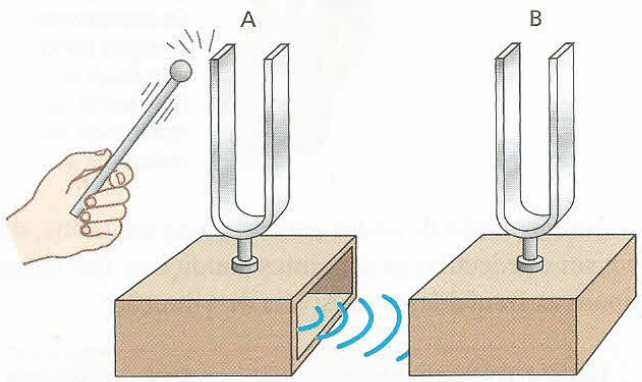
Os **batimentos** sonoros entre dois sons de freqüências f_1 e f_2 próximas poderão ser percebidos apenas se a freqüência desses batimentos não ultrapassar 7 Hz. Lembre-se de que a freqüência dos batimentos é dada pela diferença positiva entre f_1 e f_2. Além disso, eles podem ser produzidos, por exemplo, acionando-se simultaneamente duas teclas adjacentes de um piano correspondentes a notas baixas.

A **ressonância** sonora, por sua vez, é comumente obtida com o uso de um diapasão, que é uma peça metálica em forma de **U**, acoplada a uma caixa oca de madeira que tem uma face lateral aberta (caixa de ressonância). Batendo-se na peça metálica, o diapasão vibra, emitindo uma onda sonora pura (única freqüência) que costuma ser utilizada como padrão de freqüência para a afinação de instrumentos.

Michael Pole/Corbis/LatinStock

Fotografia de diapasão sem a caixa de ressonância.

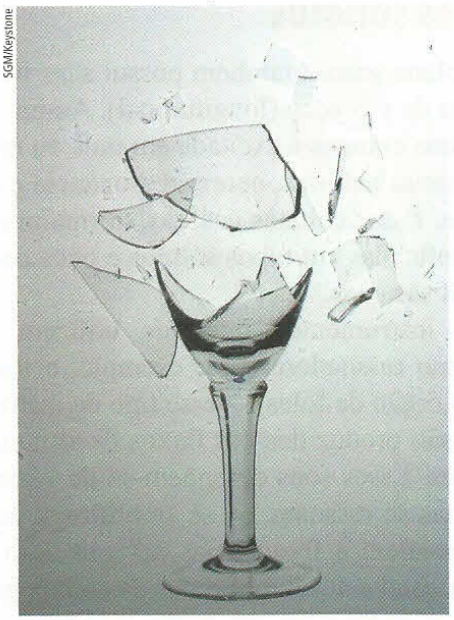
A experiência descrita a seguir permite a constatação do fenômeno da ressonância.



Ressonância

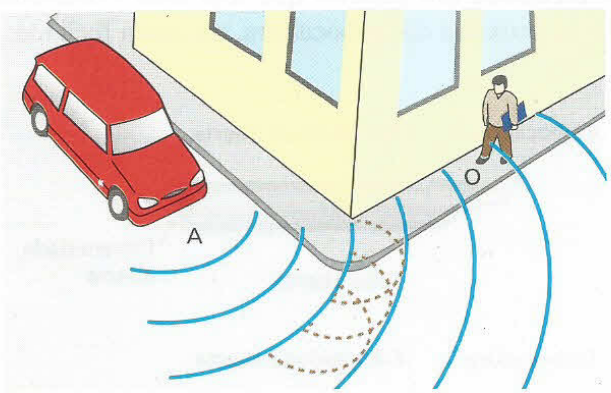
Na figura, **A** e **B** são diapasões idênticos. Batendo-se apenas no diapasão **A**, observamos que o diapasão **B** também vibra. Isso ocorre porque **B** é excitado pelas ondas sonoras provenientes de **A**, cuja freqüência é igual à sua freqüência de vibração natural. Esse fenômeno é a ressonância.

De modo análogo, se tocarmos a corda de um violão colocado perto de outro, estando ambos com essa corda afinada igualmente, a corda do outro também vibrará (ressonância).


SGM/Keystone

O copo foi excitado continuamente por um som bastante intenso e de freqüência adequada. Desse modo, ele entrou em ressonância com o som, passando a vibrar cada vez mais intensamente até se estilhaçar.

A **difração** é um fenômeno que ocorre freqüente e acentuadamente com as ondas sonoras. Essa acentuação dá-se quando os obstáculos atingidos apresentam dimensões inferiores às do comprimento de onda ou, pelo menos, da mesma ordem de grandeza. E pelo fato de o som ter comprimentos de onda que variam de aproximadamente 17 mm até 17 m, ele encontra grande facilidade para se difratar.



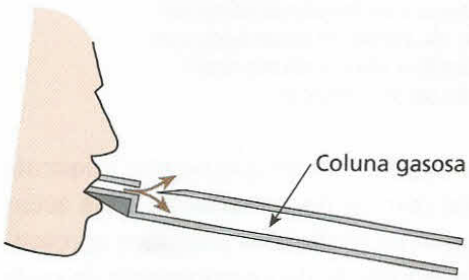
Um observador em **O**, embora não veja o automóvel **A**, consegue ouvir muito bem o ruído produzido por ele. Note, na figura, em linhas tracejadas, as ondas elementares de Huygens justificando a difração.

Os sons graves, por terem maior comprimento de onda, difratam-se mais que os agudos. Isso é facilmente notado numa caixa acústica, já que os sons agudos são muito mais direcionais que os graves. Por isso, uma pessoa bem afastada lateralmente em relação à caixa ouve muito melhor os graves que os agudos.

10. Tubos sonoros

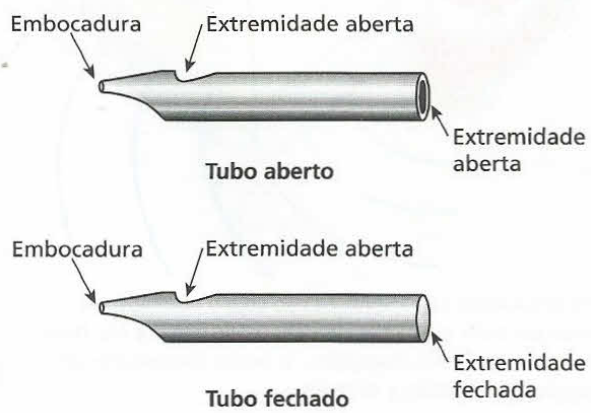
Uma coluna gasosa também possui suas freqüências naturais de vibração (longitudinal). Assim, quando uma dessas colunas é excitada em uma ou mais de suas freqüências naturais, ocorre ressonância e o som amplifica-se. Essas colunas gasosas, normalmente de ar, estão confinadas em tubos sólidos e ocos denominados **tubos sonoros**.

Muitos instrumentos musicais utilizam tubos sonoros como ressoadores (por exemplo, a flauta, o saxofone, o órgão de foles). Nesse tipo de instrumento, os sons são produzidos por fluxos de ar numa das extremidades. Esses sons compõem-se de várias freqüências, mas só ressoam, ou se amplificam, aquelas que correspondem a freqüências naturais, isto é, ao som fundamental e aos harmônicos da coluna gasosa.



O ar soprado na embocadura de uma flauta gera um jato vibrante, dirigido ora para fora, ora para dentro, que emite um som de muitas freqüências.

Os tubos são classificados em abertos e fechados. Os tubos **abertos** são aqueles que têm as duas extremidades abertas (uma delas próxima da embocadura). Os **fechados** são aqueles que têm uma extremidade aberta, próxima da embocadura, e a outra fechada.



Do mesmo modo que nas cordas, as vibrações das colunas gasosas podem ser estudadas como ondas estacionárias resultantes da interferência do som enviado na embocadura com o som refletido na outra extremidade do tubo.

Em uma extremidade aberta, o som reflete-se em fase, havendo aí um **ventre** de deslocamento. Nessa extremidade, então, uma compressão reflete-se como rarefação, uma vez que a superposição das duas normaliza a pressão nesse local, ou seja, torna a pressão, nessa extremidade, igual à pressão atmosférica. Por isso, dizemos que se forma um nó de pressão na extremidade aberta.

Em uma extremidade fechada, por sua vez, ocorre reflexão com inversão de fase, formando-se aí um **nó** de deslocamento. Nessa extremidade, então, uma compressão reflete-se como compressão e uma rarefação, como rarefação. A superposição dessas compressões, por um lado, resulta em pressão alta, acima da pressão na ausência de ondas, isto é, acima da pressão atmosférica. A superposição das rarefações, por outro lado, dá como resultado pressão baixa, abaixo da pressão na ausência de ondas.

Portanto, em extremidade fechada, a pressão varia entre um máximo e um mínimo, razão pela qual dizemos que se forma, nessa extremidade, um ventre de pressão.

Os instrumentos de sopro, como este saxofone, baseiam-se na ressonância em colunas de ar.

Na formação de ondas estacionárias em tubos, devem ser obedecidas as seguintes condições, que determinam as freqüências possíveis de vibração:

> Em extremidade aberta, sempre existe um **ventre de deslocamento** (ou nó de pressão).
> Em extremidade fechada, sempre existe um **nó de deslocamento** (ou ventre de pressão).

Agora, veremos esquematicamente como ficam as ondas estacionárias em tubos abertos e em tubos fechados.

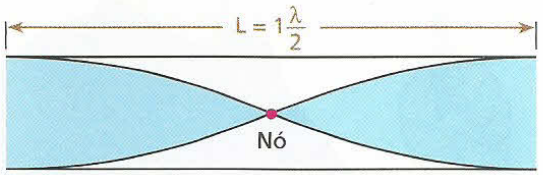
Tubos abertos

A figura a seguir mostra os três primeiros modos de vibração de um tubo aberto, de comprimento **L**.

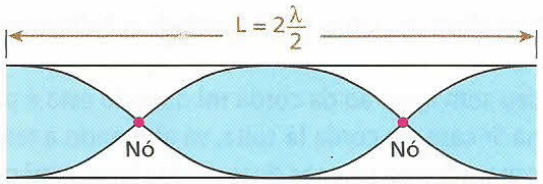
Observe, nas três situações, ventres de deslocamento nas extremidades abertas.

Para simplificar, os nós e os ventres estão representados como se as ondas fossem transversais, quando na realidade elas são longitudinais. Para efeito de cálculo, porém, esse artifício é válido.

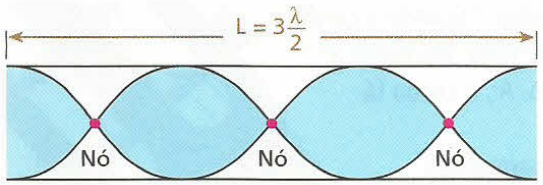
Modo fundamental ou primeiro harmônico (N = 1)



Segundo harmônico (N = 2)



Terceiro harmônico (N = 3)



Sendo **v** o valor da velocidade do som no gás interno ao tubo, temos, para o modo fundamental:

$$L = 1\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2L \Rightarrow \boxed{f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1v}{2L}}$$

Para o segundo harmônico:

$$L = 2\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{2} \Rightarrow \boxed{f = \frac{v}{\lambda} = \frac{2v}{2L}}$$

Para o terceiro harmônico:

$$L = 3\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{3} \Rightarrow \boxed{f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3v}{2L}}$$

Generalizando para um harmônico de ordem **N** qualquer, obtemos:

$$\boxed{f = \frac{N\,v}{2L}} \quad (N = 1, 2, 3, ...)$$

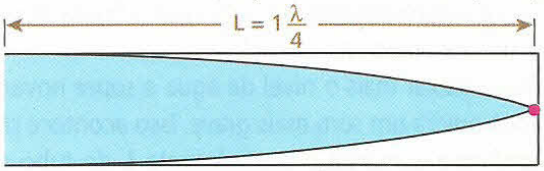
O número **N** é a ordem do harmônico e corresponde à quantidade de meios comprimentos de onda em cada configuração de onda estacionária.

Tubos fechados

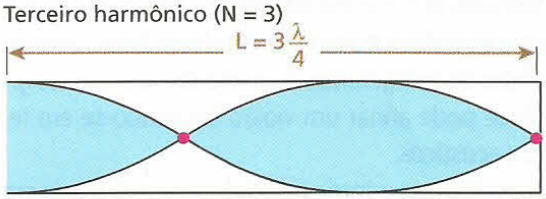
A figura a seguir representa os três primeiros modos de vibração num tubo fechado, de comprimento **L**.

Observe, nas três situações, ventres de deslocamento nas extremidades abertas e nós de deslocamento nas extremidades fechadas.

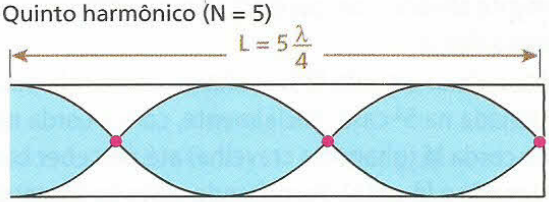
Modo fundamental ou primeiro harmônico (N = 1)



Terceiro harmônico (N = 3)



Quinto harmônico (N = 5)



Para o modo fundamental, temos:

$$L = 1\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4L \Rightarrow \boxed{f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1v}{4L}}$$

Para o terceiro harmônico, temos:

$$L = 3\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{3} \Rightarrow \boxed{f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3v}{4L}}$$

Para o quinto harmônico, temos:

$$L = 5\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{5} \Rightarrow \boxed{f = \frac{v}{\lambda} = \frac{5v}{4L}}$$

Note, então, que os tubos fechados apenas emitem o som fundamental e os harmônicos de ordem ímpar, isto é, os harmônicos cujas freqüências são múltiplos ímpares da freqüência do som fundamental. Assim, generalizando para um harmônico qualquer de ordem ímpar, temos:

$$\boxed{f = \frac{N\,v}{4L}} \quad (N = 1, 3, 5, 7, ...)$$

Nesse caso, o número **N** continua sendo a ordem do harmônico, porém corresponde à quantidade de quartos de comprimento de onda.

Nota:

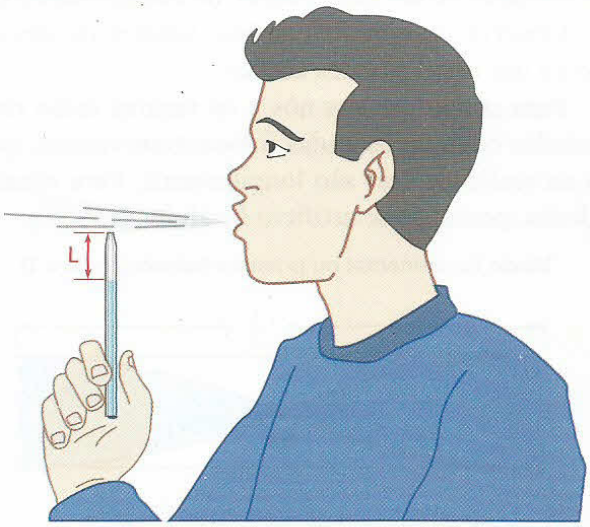
- A rigor, tudo o que foi dito a respeito dos tubos sonoros é válido para os tubos finos, ou seja, tubos em que o diâmetro (**d**) é muito menor que o comprimento ($d << L$).

FAÇA VOCÊ MESMO

I. Retire a carga de uma caneta esferográfica, ficando apenas com o tubo plástico rígido. Encha-o com água, tapando o orifício lateral. Em seguida, destape o furo para que a água desça um pouquinho e tape-o novamente. Sopre vigorosamente, como sugere a figura. Você ouvirá um som bastante agudo.

Deixe baixar mais o nível da água e sopre novamente. Você ouvirá um som mais grave. Isso acontece porque, conforme aumenta o comprimento **L** do tubo sonoro fechado, diminui sua freqüência de ressonância.

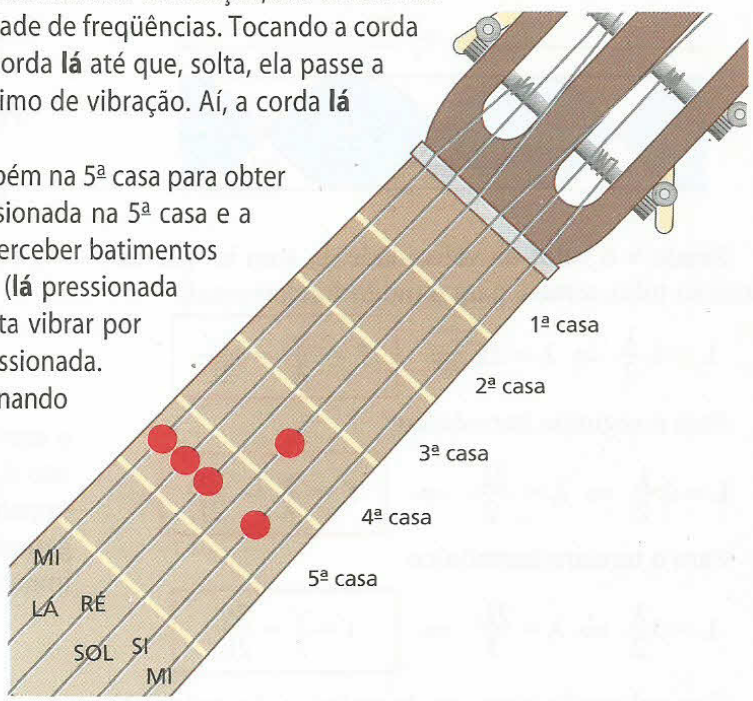
Esse experimento também pode ser feito com um canudinho de refrigerante, de preferência dos mais grossos.



II. Você pode afinar um violão baseando-se em fenômenos acústicos.

Suponha que a corda **mi**, mais grossa, já esteja razoavelmente afinada ("de ouvido"). Vamos, então, propor uma maneira de afinar as outras cordas, usando o batimento e a ressonância.

- Para afinar a corda **lá** (vizinha da corda **mi**), você deve tornar seu som igual ao da corda **mi** quando esta é pressionada na 5ª casa. Inicialmente, com a corda **mi** pressionada na 5ª casa e a corda **lá** solta, vá alterando a tensão na corda **lá** (girando a cravelha) até perceber batimentos bem espaçados ao tocar as duas cordas juntas (**mi** pressionada e **lá** solta). Percebendo esses batimentos, isto é, um som de intensidade lentamente variável, você já fica sabendo que as freqüências estão próximas. Para melhorar a afinação, use a ressonância, que permite perceber visualmente a igualdade de freqüências. Tocando a corda **mi** pressionada na 5ª casa, altere a tensão na corda **lá** até que, solta, ela passe a vibrar sem ser tocada. Procure observar o máximo de vibração. Aí, a corda **lá** estará afinada.
- Para afinar a corda **ré**, pressione a corda **lá** também na 5ª casa para obter a freqüência da corda **ré**. Com a corda **lá** pressionada na 5ª casa e a corda **ré** solta, altere a tensão na corda **ré** até perceber batimentos bem espaçados ao tocar as duas cordas juntas (**lá** pressionada e **ré** solta). Em seguida, observe a corda **ré** solta vibrar por ressonância quando tocar apenas a corda **lá** pressionada.
- Para afinar a corda **sol**, repita a operação pressionando a corda **ré** na 5ª casa (corda **sol** solta).
- Para afinar a corda **si**, repita a operação pressionando a corda **sol** na 4ª casa (corda **si** solta).
- Para afinar a corda **mi** (vizinha da **si**), repita a operação pressionando a corda **si** na 5ª casa (corda **mi** solta).



Nota:

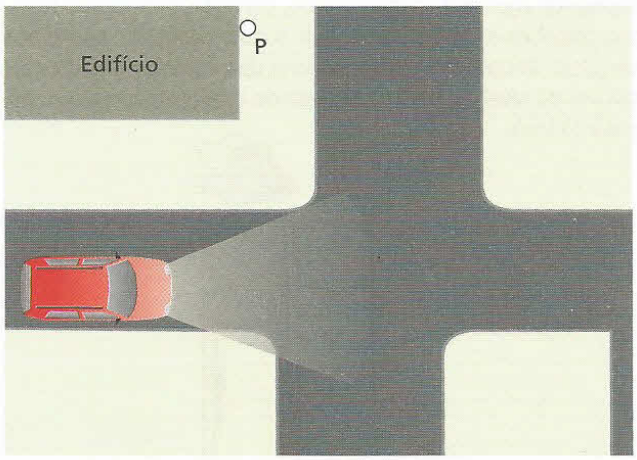
- O **lá** de um violão afinado tem freqüência igual a 220 Hz, ou seja, uma oitava abaixo do **lá**-padrão.
  Para obter uma afinação mais apurada do violão, você pode usar um piano. Nesse caso, a primeira corda a ser afinada é a corda **lá**, tocando a nota **lá** de 220 Hz do piano.
  Em seguida, usando o que foi descrito, a partir da corda **lá** já afinada, você afinará as demais.
  Em vez de um piano, também poderia ser usado um diapasão. Entretanto, os diapasões comuns disponíveis no comércio vibram na freqüência do **lá**-padrão, que é de 440 Hz, e não de 220 Hz.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

39 Num experimento de batimento, colocam-se a vibrar simultaneamente dois diapasões com freqüências de 200 Hz e 206 Hz.
a) Determine a freqüência dos batimentos.
b) Para se obterem batimentos de freqüência igual a 3 Hz, em que freqüência deve vibrar um diapasão, junto com o diapasão de 200 Hz?

40 Consideremos dois violões com as cordas **lá** igualmente afinadas. Estando um violão próximo ao outro, tangemos a corda **lá** de um deles e verificamos que a corda **lá** do outro também vibra. Qual fenômeno explica esse acontecimento?

41 É noite. Um automóvel aproxima-se de uma esquina, onde há um grande edifício. Na situação representada na figura, uma pessoa na posição **P** ouve perfeitamente os ruídos do veículo, mas não pode vê-lo. Por quê?



42 **E.R.** Um tubo sonoro de 3,0 m de comprimento emite um som de freqüência 125 Hz. Considerando a velocidade do som no ar igual a 300 m/s, determine:
a) se o tubo é aberto ou fechado;
b) o harmônico correspondente a essa freqüência.

Resolução:
a) Para um tubo sonoro aberto, a freqüência do som emitido é calculada por:

$$f = \frac{N\,v}{2L} \quad (N = 1, 2, 3, ...)$$

em que **N** é a ordem do harmônico, **v** é a velocidade do som no gás dentro do tubo (ar) e **L** é o comprimento do tubo.
Sendo f = 125 Hz, v = 300 m/s e L = 3,0 m, temos, para **N**, o valor:

$$125 = \frac{N \cdot 300}{2 \cdot 3{,}0} \Rightarrow N = 2{,}5$$

Como o valor obtido para **N** não é inteiro, concluímos que o tubo que emitiu o referido som não pode ser aberto. Para um tubo fechado, a freqüência do som emitido é dada por:

$$f = \frac{N\,v}{4L} \quad (N = 1, 3, 5, ...)$$

Fazendo v = 300 m/s, f = 125 Hz e L = 3,0 m, obtemos:

$$125 = \frac{N \cdot 300}{4 \cdot 3{,}0} \Rightarrow N = 5$$

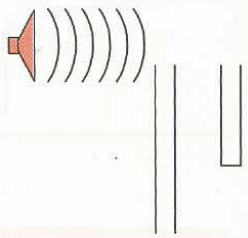
Como **N** resultou ímpar, concluímos que o som foi realmente emitido por um tubo fechado.
b) No item anterior, obtivemos o valor 5 para a ordem **N** do harmônico, o que nos permite concluir que esse tubo fechado está emitindo um som correspondente ao seu **quinto harmônico**.

43 Um tubo sonoro aberto, contendo ar, tem 33 cm de comprimento. Considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s, determine a freqüência:
a) do som fundamental emitido pelo tubo;
b) do quarto harmônico que esse tubo pode emitir.

44 Um tubo sonoro contendo ar tem 1 m de comprimento, apresentando uma extremidade aberta e outra fechada. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, determine as três menores freqüências que esse tubo pode emitir.

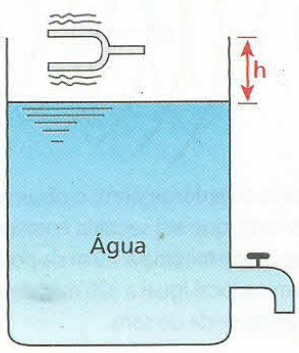
45 (Cesgranrio-RJ) O maior tubo do órgão de uma catedral tem comprimento de 10 m e o tubo menor tem comprimento de 2,0 cm. Os tubos são abertos e a velocidade do som no ar é de 340 m/s. Quais são os valores extremos da faixa de freqüências sonoras que o órgão pode emitir, sabendo que os tubos ressoam no modo fundamental?

46 (UFPI) Um alto-falante emite som de freqüência constante igual a 55 Hz, próximo de dois tubos sonoros: um aberto e outro fechado. A velocidade de propagação do som em ambos os tubos é de 330 m/s. Se o som do alto-falante ressoa nesses tubos, seus comprimentos mínimos são, respectivamente:
a) 4 m e 2 m.
b) 3 m e 1,5 m.
c) 6 m e 3 m.
d) 5 m e 2,5 m.
e) 10 m e 5 m.



47 (UFRGS-RS) Em uma onda sonora estacionária, no ar, a separação entre um nodo e o ventre mais próximo é de 0,19 m. Considerando-se a velocidade do som no ar igual a 334 m/s, qual é o valor aproximado da freqüência dessa onda?
a) 1760 Hz. b) 880 Hz. c) 586 Hz. d) 440 Hz. e) 334 Hz.

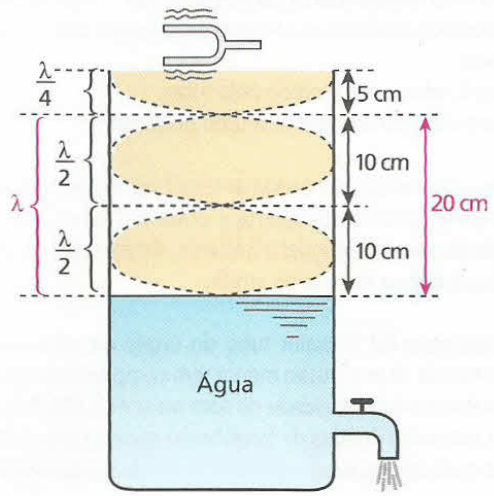
48 **E.R.** Na extremidade aberta do tubo de Quincke mostrado na figura, é colocado um diapasão, que emite um som puro (única freqüência). Abrindo-se a torneira, a água escoa lentamente e, para certos valores de **h**, ocorre um aumento na intensidade do som que sai do tubo. Os três menores valores de **h** são 5 cm, 15 cm e 25 cm.



Determine:
a) o comprimento de onda do som emitido pelo diapasão;
b) a velocidade desse som no ar, sabendo que sua freqüência é 1 600 Hz.

Resolução:

a) Enquanto a água escoa, a região de altura **h** comporta-se como um tubo sonoro fechado de comprimento variável. Para certos valores de **h**, a coluna de ar do interior da região entra em ressonância com o som emitido pelo diapasão.



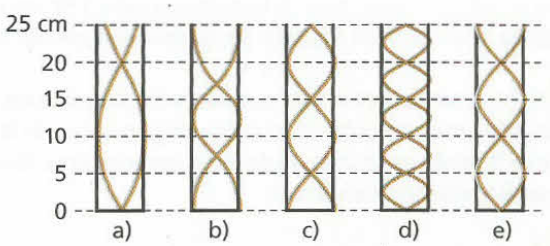
Da figura, concluímos que: $\boxed{\lambda = 20\ cm}$

b) Da relação $v = \lambda f$, temos:

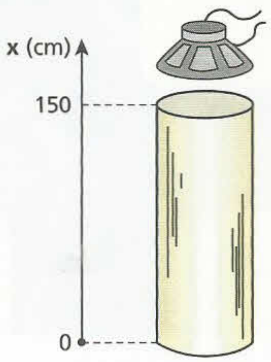
$$v_{som} = 0{,}20\ m \cdot 1\,600\ Hz$$

$$\boxed{v_{som} = 320\ m/s}$$

49 (Fuvest-SP) Um músico sopra a extremidade aberta de um tubo de 25 cm de comprimento, fechado na outra extremidade, emitindo um som na freqüência f = 1 700 Hz. A velocidade do som no ar, nas condições do experimento, é v = 340 m/s. Dos diagramas a seguir, aquele que melhor representa a amplitude de deslocamento da onda sonora estacionária, excitada no tubo pelo sopro do músico, é:

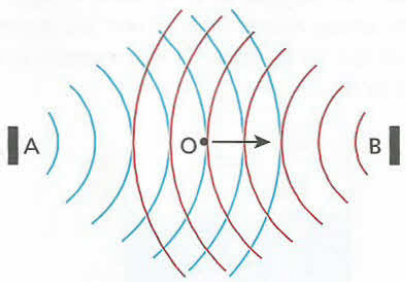


50 Um alto-falante que emite um som com freqüência de 330 Hz (devido a um gerador de áudio) é colocado próximo à extremidade aberta de um vaso cilíndrico vazio, como mostra a figura abaixo.
Despejando água lentamente no vaso, em certas posições do nível da água percebemos que a intensidade sonora passa por valores máximos (ressonância). Determine os valores de **x** correspondentes a essas posições do nível da água, considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s.



EXERCÍCIOS NÍVEL 2

51 **E.R.** Num campo de futebol, um estudante colocou dois alto-falantes **A** e **B** frente a frente, como está representado na figura a seguir. Em seguida, ligou-os a fontes diferentes que emitem sinais de mesma freqüência e colocou-se no ponto **O**, eqüidistante de **A** e **B**. Como não ouvia o som, começou a deslocar-se lentamente na direção e no sentido indicados na figura:



À medida que ocorria o deslocamento, o observador percebia um som cada vez mais forte, que em seguida começava a se enfraquecer, atingindo intensidade mínima a 1,0 m da posição inicial. Sendo a velocidade do som no local igual a 320 m/s, determine a freqüência e o comprimento de onda do som.

Resolução:

Pelo fato de o estudante não ouvir o som na posição inicial, pode-se dizer que ocorre uma interferência destrutiva nesse local, que se repete a 1,0 m de distância. Sabemos, também, que entre dois pontos consecutivos onde ocorre interferência destrutiva temos metade de um comprimento de onda. Então:

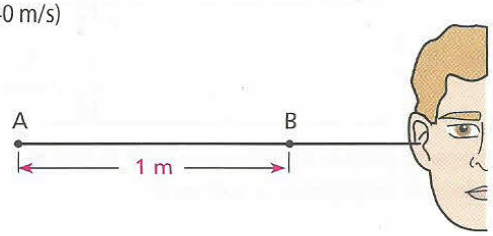
$$\frac{\lambda}{2} = 1{,}0\ m \Rightarrow \boxed{\lambda = 2{,}0\ m}$$

Da relação $v = \lambda f$, temos:

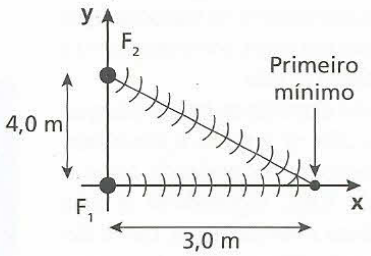
$$320 = 2{,}0f \Rightarrow \boxed{f = 160\ Hz}$$

52 Uma onda sonora incide perpendicularmente num anteparo e reflete-se, de modo que a onda incidente interfere com a onda refletida. Observa-se que a menor distância entre dois pontos, nos quais a intensidade sonora é mínima, vale 34 cm. A freqüência desse som é de 488 Hz. Calcule sua velocidade de propagação.

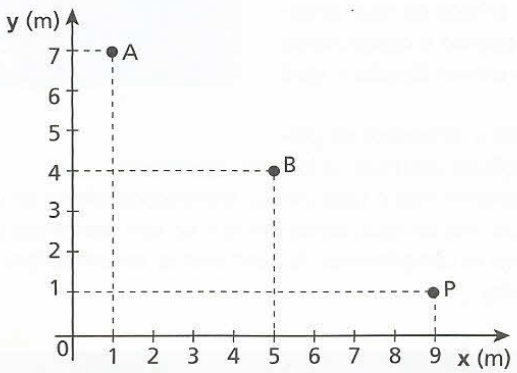
53 Nos pontos **A** e **B** da figura estão dois alto-falantes que emitem som de idêntica freqüência e em fase. Se a freqüência vai crescendo, desde cerca de 30 Hz, atinge um valor em que o observador à direita de **B** deixa de ouvir o som. Qual é essa freqüência? (velocidade do som = 340 m/s)



54 (UFPE) Duas fontes sonoras pontuais F_1 e F_2, separadas entre si de **4,0 m**, emitem em fase e na mesma freqüência. Um observador, se afastando lentamente da fonte F_1, ao longo do eixo **x**, detecta o primeiro mínimo de intensidade sonora, devido à interferência das ondas geradas por F_1 e F_2, na posição **x = 3,0 m**. Sabendo-se que a velocidade do som é **340 m/s**, qual a freqüência das ondas sonoras emitidas, em **Hz**?



55 (UFC-CE) Duas fontes sonoras, **A** e **B**, mostradas na figura abaixo, emitem ondas senoidais em fase e com a mesma freqüência.



Considerando-se a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a menor freqüência capaz de produzir:

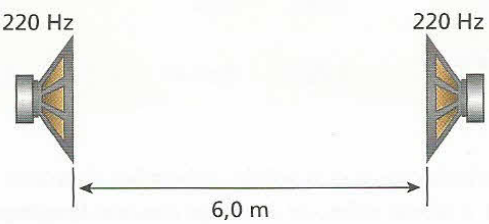
a) interferência construtiva no ponto **P**;

b) interferência destrutiva no ponto **P**.

56 (Unicamp-SP) A velocidade do som no ar é de aproximadamente 330 m/s. Colocam-se dois alto-falantes iguais, um defronte ao outro, distanciados 6,0 m, conforme a figura abaixo. Os alto-falantes são excitados simultaneamente por um mesmo amplificador com um sinal de freqüência de 220 Hz. Pergunta-se:

a) Qual é o comprimento de onda do som emitido pelos alto-falantes?

b) Em que pontos do eixo, entre os dois alto-falantes, o som tem intensidade máxima?



57 (UFPI) Dois alto-falantes, **a** e **b**, emitem ondas sonoras de mesmo comprimento de onda, λ, e diferença de fase nula. Eles estão separados por uma distância $d = 3\lambda$, como mostrado na figura abaixo. As ondas que atingem o ponto **P** apresentam uma diferença de fase, ϕ, igual a:

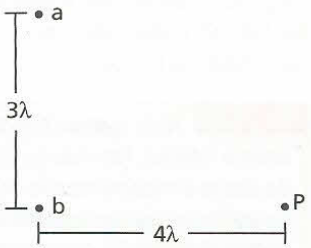
a) π.

b) 3π.

c) $\frac{\pi}{2}$.

d) $\frac{3\pi}{2}$.

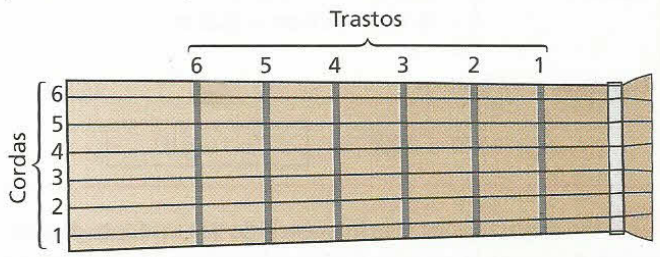
e) 2π.



58 (UFRN) Afinar a corda de um instrumento musical é ajustar a tensão dessa corda até que a freqüência de seu modo fundamental de vibração coincida com uma freqüência predeterminada.

Uma forma usual de se afinar um violão consiste em afinar uma das últimas cordas (valendo-se de memória musical ou da comparação com algum som-padrão, obtido por meio de diapasão, piano, flauta etc.) e usar tal corda para afinar as outras que ficam abaixo dela. (A figura a seguir ilustra em detalhe o braço de um violão.)

Flavita, acostumada a afinar seu violão, afina inicialmente a corda número 5. Assim, para afinar a corda número 4, ela pressiona a corda 5 entre o quarto e o quinto trasto, percute-a, observa se a corda 4 vibra e o quão intensamente vibra em conseqüência desse procedimento. Flavita vai ajustando a tensão na corda 4 e repetindo tal procedimento até que ela vibre com a maior amplitude possível. Quando isso ocorre, essa corda está afinada.



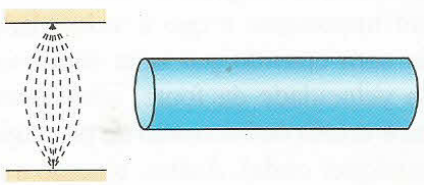
Com base no acima exposto, atenda às seguintes solicitações.

a) Dê o nome do fenômeno físico que fundamenta esse processo de afinação do violão.

b) Com base em seus conhecimentos de acústica, explique como esse fenômeno ocorre no processo de afinação do violão.

59 Um menino faz um apito de bambu. Fecha uma das extremidades e sopra pela outra, emitindo uma nota musical. Seu companheiro faz outro apito, deixando uma extremidade aberta e soprando pela outra, produzindo uma nota uma oitava mais aguda (ou seja, de freqüência igual ao dobro da freqüência do primeiro apito). Supondo sons fundamentais nos dois casos, determine a relação entre os comprimentos dos dois apitos.

60 Uma corda de 100 g de massa e 1 m de comprimento vibra no modo fundamental próxima de uma das extremidades de um tubo aberto de 4 m de comprimento. O tubo então ressoa, também no modo fundamental. Sendo de 320 m/s a velocidade do som no ar do tubo, calcule a força tensora na corda.

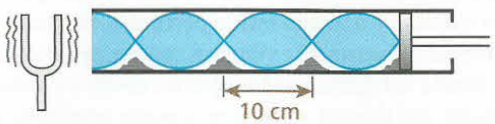


61 Na orelha externa do ser humano, o conduto auditivo tem em média 2,5 cm de comprimento por 0,66 cm^2 de área de secção transversal e é fechado numa de suas extremidades pela membrana do tímpano. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é de 340 m/s e que esse conduto comporta-se como um tubo sonoro, determine sua freqüência fundamental de ressonância.

62 **E.R.** Num tubo de Kundt, há pó de cortiça depositado na parte interna inferior. Fazendo-se vibrar um diapasão em sua extremidade aberta e movimentando-se o êmbolo, atinge-se uma situação de ressonância cuja conseqüência é a formação de montículos de pó de cortiça distantes 10 cm um do outro. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é igual a 320 m/s, qual é a freqüência do som emitido pelo diapasão?

Resolução:

Na formação de ondas estacionárias dentro do tubo, temos nós e ventres de deslocamento. Nos ventres, o pó de cortiça é sacudido, enquanto nos nós ele forma montículos em repouso. A distância entre dois montículos consecutivos é a distância entre dois nós consecutivos, ou seja, $\frac{\lambda}{2}$.



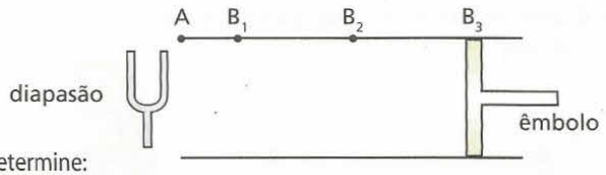
Assim:

$$\frac{\lambda}{2} = 10 \Rightarrow \lambda = 20\ cm = 0{,}20\ m$$

Da relação $v = \lambda f$, temos:

$$320 = 0{,}20f \Rightarrow \boxed{f = 1\,600\ Hz}$$

63 Um diapasão vibra com freqüência de 500 Hz diante da extremidade **A** (aberta) de um tubo. A outra extremidade é fechada por um êmbolo, que pode ser deslocado ao longo do tubo. Afastando-se o êmbolo, constata-se que há ressonância para três posições, B_1, B_2 e B_3, tais que $\overline{AB}_1 = 18$ cm, $\overline{AB}_2 = 54$ cm e $\overline{AB}_3 = 90$ cm.

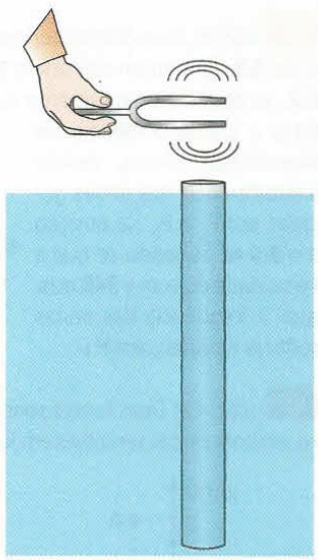


Determine:

a) o comprimento de onda da onda sonora que se propaga no tubo;

b) a velocidade de propagação do som no ar.

64 Um tubo de PVC, com 5 cm de diâmetro e 180 cm de comprimento, tendo as duas extremidades abertas, encontra-se quase totalmente imerso na água de uma lagoa, como representa a figura ao lado.



Um diapasão de freqüência igual a 256 Hz é posto a vibrar bem perto da extremidade superior do tubo. Erguendo-se o tubo lenta e verticalmente, com o diapasão sempre vibrando nas proximidades de sua extremidade superior, ouve-se, pela primeira vez, um reforço do som (ressonância) quando o comprimento da parte emersa do tubo é igual a 33 cm.

a) Calcule a velocidade de propagação do som no ar no local do experimento.

b) Erguendo-se mais o tubo, até sua extremidade inferior atingir a superfície livre da água, outros reforços do som são percebidos. Determine os comprimentos da parte emersa, em centímetros, nessas ocasiões.

Bloco 4

11. Velocidade de propagação do som

Considerações iniciais

Como regra geral, o som propaga-se com velocidade maior nos meios sólidos que nos líquidos, e maior nos meios líquidos que nos gasosos. No ar, por exemplo, a velocidade de propagação do som é de aproximadamente 340 m/s, valendo cerca de 1 500 m/s na água e aproximadamente 5 000 m/s no ferro.

A tabela ao lado fornece valores mais precisos da velocidade do som em alguns meios.

Um fato importante é que a velocidade de propagação do som emitido por uma fonte sonora não depende da velocidade da fonte, mas apenas de características e condições do meio de propagação (isso vale para qualquer onda). Assim, quando a buzina de um automóvel em movimento é acionada, o som emitido no ar propaga-se com a mesma velocidade que se propagaria se o veículo estivesse em repouso.

Meio	Velocidade do som (m/s)	Meio	Velocidade do som (m/s)
Ar (a 0 °C)	331	Água (a 20 °C)	1 482
Ar (a 15 °C)	340	Chumbo	1 210
Oxigênio (a 0 °C)	316	Alumínio	5 000
Hidrogênio (a 0 °C)	1 284	Aço	5 960
Mercúrio (a 20 °C)	1 450	Berílio	12 870

Nota:

- Em relação aos meios sólidos (chumbo, alumínio, aço e berílio), a tabela refere-se às ondas sonoras **longitudinais**.

Outra regra geral é que a velocidade de propagação do som não depende de sua intensidade ou de sua freqüência. De fato, podemos imaginar como seria difícil o entendimento de uma conversa se os sons agudos, graves, fortes e fracos se propagassem com velocidades diferentes!

Velocidade do som num gás perfeito

Em virtude da rapidez com que ocorrem, as compressões e as expansões provocadas num gás pela propagação de vibrações acústicas podem ser consideradas transformações adiabáticas. Com base nisso, pode-se demonstrar que a velocidade de propagação do som num gás perfeito é dada pela seguinte expressão:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

em que:

v é o módulo da velocidade de propagação do som no gás;

R é a constante de Clapeyron;

T é a temperatura absoluta do gás;

M é a massa molar do gás;

γ é a razão entre o calor específico do gás medido a pressão constante (c_p) e o calor específico do gás medido a volume constante (c_v). Assim, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$.

Em geral, os valores de **γ** são típicos da atomicidade do gás, ou seja, da quantidade de átomos por molécula do gás. Assim, para um gás monoatômico, temos $\gamma = 1{,}7$; para um gás diatômico, $\gamma = 1{,}4$; e para um gás poliatômico, **γ** está em torno de 1,3 (alguns gases fogem a esses padrões).

Na expressão apresentada, você pode notar que:

A velocidade de propagação do som num gás perfeito não depende da pressão ou da densidade do gás. É proporcional à raiz quadrada da temperatura absoluta e inversamente proporcional à raiz quadrada de sua massa molar, dependendo também de sua estrutura molecular (atomicidade).

A velocidade do som num gás perfeito não depende de sua densidade, pois as vibrações se transmitem de molécula para molécula a uma velocidade praticamente igual à da agitação térmica. Essa agitação é, para cada gás, função exclusiva da temperatura absoluta.

Notas:

- Verificou-se experimentalmente que a velocidade do som no ar aumenta aproximadamente 0,6 m/s para cada elevação de 1 °C na temperatura.
- A velocidade do som no ar aumenta ligeiramente quando aumenta o grau de umidade. Isso ocorre porque a adição de vapor de água ao ar dá origem a uma mistura de massa molar média (**M**) inferior à do ar seco.
- Os ventos também influem na velocidade do som no ar em relação à Terra. A velocidade resultante de propagação do som em relação à Terra é dada pela composição vetorial da velocidade do som na ausência do vento com a velocidade do vento.

12. Efeito Doppler

Getty Images

Retrato de Doppler.

Em 1842, o físico austríaco Christian Johann **Doppler** (1803-1853) escreveu um artigo afirmando que a freqüência sonora percebida por um observador depende do movimento relativo entre fonte e observador.

Esse fenômeno, denominado efeito Doppler, pode ser definido da seguinte maneira:

Efeito Doppler é a alteração da freqüência percebida pelo observador em virtude do movimento relativo de **aproximação** ou de **afastamento** entre fonte e observador.

Embora se trate de um fenômeno característico de qualquer propagação ondulatória, o efeito Doppler sonoro é mais comumente percebido.

Quando um automóvel se aproxima de nós buzinando, percebemos o som da buzina mais agudo (maior freqüência) do que perceberíamos se o veículo estivesse em repouso. Contudo, quando o automóvel se afasta buzinando, percebemos um som mais grave (menor freqüência) do que perceberíamos se o veículo estivesse em repouso. Nos dois casos, o efeito fica mais evidente quando o automóvel está em alta velocidade. Isso também é freqüentemente notado com relação ao barulho do motor dos automóveis, como é possível perceber ao se assistir

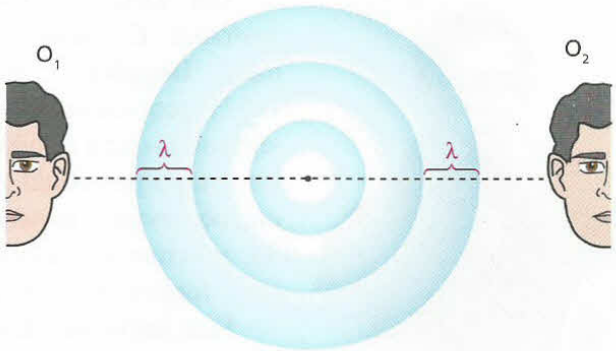
a uma corrida de Fórmula 1. Sirenes de ambulâncias também permitem perceber o efeito Doppler de forma bastante clara.

Ricardo Azoury/Pulsar

Quando um trem, de preferência em alta velocidade, passa apitando por uma estação, as pessoas que estão na plataforma percebem um som de freqüência diferente daquela que perceberiam se o trem estivesse parado.

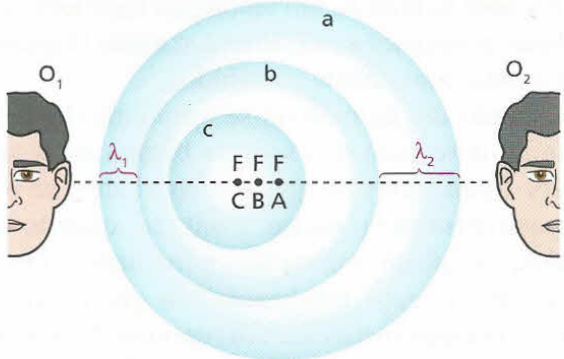
Nas deduções a seguir, vamos considerar o meio de propagação do som (o ar, por exemplo) em repouso em relação à Terra. Desse modo, torna-se indiferente referir a velocidade do som ao meio ou à Terra.

Observe a figura:



A fonte sonora puntiforme **F** emite frentes esféricas concêntricas com freqüência **f**. Tanto a fonte **F** como os observadores O_1 e O_2 estão fixos. Por isso, não havendo aproximação nem afastamento entre observador e fonte, não se verifica o efeito Doppler, e tanto O_1 como O_2 percebem o mesmo comprimento de onda λ e a mesma freqüência **f**.

Analisemos, agora, esta nova situação:



Nesse caso, os observadores O_1 e O_2 estão fixos, mas a fonte **F** desloca-se para a esquerda, emitindo frentes esféricas com freqüência **f** e comprimento de onda λ. O centro de cada frente de onda corresponde à posição da fonte **F** no momento em que ela a emitiu. Assim, as frentes **a**, **b** e **c** foram emitidas quando **F** passou, respectivamente, pelos pontos **A**, **B** e **C**.

O movimento da fonte faz com que as frentes de onda juntem-se mais do lado esquerdo e separem-se mais do lado direito. Conseqüentemente, o observador O_1 recebe, num mesmo intervalo de tempo, mais frentes de onda do que receberia se a fonte não se movesse. Assim, o observador O_1 percebe uma freqüência f_1 maior que **f** e um comprimento de onda λ_1 menor que λ, enquanto O_2 percebe uma freqüência f_2 menor que **f** e um comprimento de onda λ_2 maior que λ.

Para o que acabamos de ver, e para o que vem a seguir, convém lembrar que a velocidade de propagação das ondas não depende do movimento da fonte.

Nosso problema, agora, é calcular a freqüência Doppler percebida por O_1 e O_2, ou seja, calcular f_1 e f_2 em função de **f** (freqüência da fonte), v_F (velocidade da fonte, que se supõe constante) e **v** (velocidade de propagação do som).

Cálculo de f_1:

Entre a emissão de uma frente de onda e a emissão da seguinte, a fonte percorre uma distância igual a $v_F T$, em que **T** é o período do som emitido pela fonte. Assim:

$$\lambda_1 = \lambda - v_F T$$

$$\frac{v}{f_1} = \frac{v}{f} - \frac{v_F}{f}$$

$$f_1 = \frac{f v}{v - v_F} \qquad \text{(I)}$$

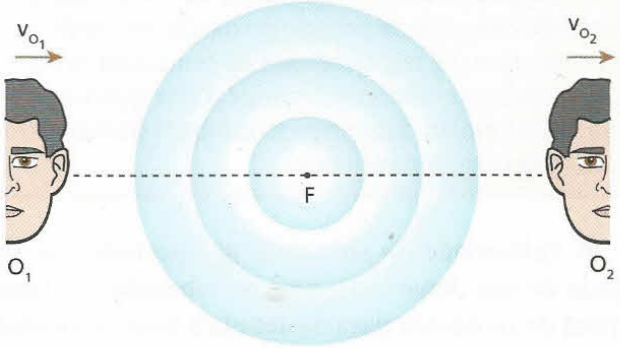
Cálculo de f_2:

$$\lambda_2 = \lambda + v_F T$$

$$\frac{v}{f_2} = \frac{v}{f} + \frac{v_F}{f}$$

$$f_2 = \frac{f v}{v + v_F} \qquad \text{(II)}$$

Até aqui, consideramos apenas o efeito Doppler causado pelo movimento da fonte. Considere, a seguir, que a fonte seja fixa, mas que os observadores estejam em movimento:



Cálculo de f_1:

Se O_1 estivesse em repouso, ele receberia, num intervalo de tempo Δt, **N** ondas completas, percebendo a freqüência $f = \frac{N}{\Delta t}$, que é a freqüência da fonte. Entretanto, pelo fato de estar em movimento com velocidade v_{O_1}, O_1 percorre a distância $v_{O_1}\,\Delta t$ durante esse intervalo de tempo. Conseqüentemente, esse observador recebe $\frac{v_{O_1}\Delta t}{\lambda}$ vibrações além daquelas **N** que receberia se estivesse em repouso. De fato, $\frac{v_{O_1}\Delta t}{\lambda}$ representa o número de comprimentos de onda, ou vibrações, que cabem na distância $v_{O_1}\,\Delta t$ percorrida por O_1. Assim, esse observador percebe uma freqüência f_1 que é dada por:

$$f_1 = \frac{N + \frac{v_{O_1}\Delta t}{\lambda}}{\Delta t} = \frac{N}{\Delta t} + \frac{v_{O_1}}{\lambda} = f + \frac{v_{O_1} f}{v}$$

$$f_1 = \frac{f\,(v + v_{O_1})}{v} \quad \text{(III)}$$

Cálculo de f_2:

Nesse caso, o observador O_2 recebe $\frac{v_{O_2}\Delta t}{\lambda}$ vibrações a menos do que receberia se estivesse em repouso, percebendo uma freqüência f_2 dada por:

$$f_2 = \frac{N - \frac{v_{O_2}\Delta t}{\lambda}}{\Delta t} = \frac{N}{\Delta t} - \frac{v_{O_2}}{\lambda} = f - \frac{v_{O_2} f}{v}$$

$$f_2 = \frac{f\,(v - v_{O_2})}{v} \quad \text{(IV)}$$

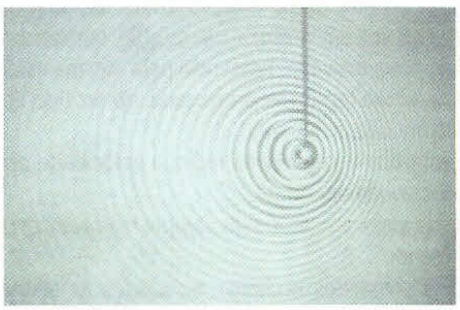
Observemos que, se v_{O_2} é igual a **v**, temos $f_2 = 0$. Assim, o observador não percebe vibrações, uma vez que, pelo fato de estar viajando com as ondas, permanece numa região de pressão constante.

Evidentemente, tanto o observador como a fonte podem estar em movimento. Nesse caso, reunimos as expressões (I), (II), (III) e (IV), obtendo, assim, a fórmula geral para a freqüência Doppler (f_D):

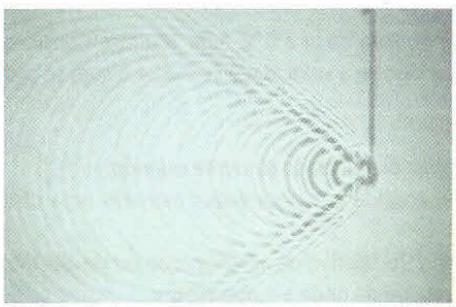
$$f_D = f\,\frac{v \pm v_O}{v \pm v_F}$$

em que os sinais $\pm$ podem ser obtidos pela seguinte convenção: o segmento de reta ligando o observador **O** até a fonte **F** é orientado sempre de **O** para **F**, quaisquer que sejam as posições de **O** e de **F**.

a)

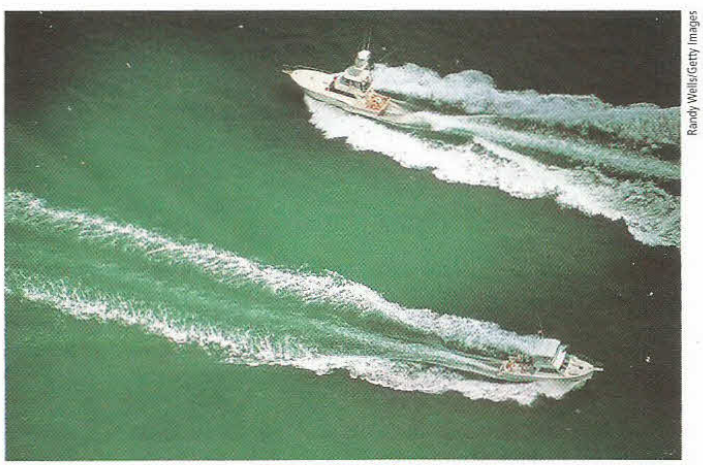


b)



Reprodução proibida

Fotografia de ondas produzidas na superfície da água por uma fonte móvel quando:
a) a velocidade da fonte é menor que a da propagação das ondas (efeito Doppler);
b) a velocidade da fonte é maior que a da propagação das ondas (formação de ondas de choque).



Randy Wells/Getty Images

Na fotografia, barcos em movimento com velocidades maiores do que a velocidade de propagação das ondas que geram na água.

Notas:

- A freqüência percebida pelo observador (f_D), que chamamos de freqüência Doppler, costuma ser chamada também de freqüência aparente.
- Caso as velocidades do observador e da fonte não estejam alinhadas com a reta que passa por eles, deve-se operar com as componentes dessas velocidades segundo a referida reta.

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

65 Analise as seguintes afirmações:
(01) Durante a apresentação de uma orquestra, um som grave emitido por um contrabaixo e um agudo emitido por um violino propagam-se com a mesma velocidade até a platéia.
(02) Uma locomotiva parada numa estação emite um som (apito) que se propaga no ar (sem vento) a 340 m/s. Se, em vez de estar parada, a locomotiva estivesse passando pela mesma estação a 20 m/s, o som emitido (apito) se propagaria, no sentido do movimento da locomotiva, a 360 m/s.
(04) Quando aumentamos o volume do rádio, a velocidade do som emitido por ele também aumenta.
(08) Ondas sonoras de maior amplitude são sempre mais velozes que as de amplitude menor.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

66 A velocidade do som no ar a 0 °C é de 330 m/s. Considerando o ar um gás perfeito, calcule a velocidade com que o som se propaga nele a 30 °C.

67 O efeito Doppler é observado somente quando:
a) a fonte da onda emitida e o observador mantêm uma distância constante.
b) existe um movimento relativo de aproximação ou de afastamento entre a fonte emissora de onda e o observador.
c) a onda emitida pela fonte é transversal e de grande amplitude.
d) a fonte e o observador movem-se com a mesma velocidade (vetorial), em relação ao meio de propagação da onda.
e) a fonte da onda é mais veloz que a onda.

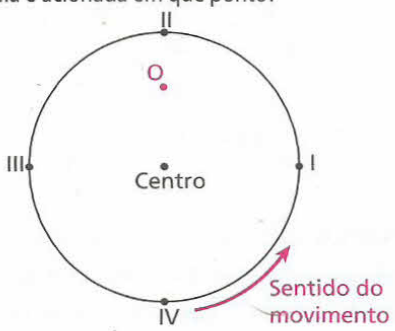
68 (UFRGS-RS) Indique a alternativa que preenche corretamente o texto abaixo.
O alarme de um automóvel está emitindo som de uma determinada freqüência. Para um observador que se aproxima rapidamente desse automóvel, esse som parece ser de .... freqüência. Ao afastar-se, o mesmo observador perceberá um som de .... freqüência.
a) maior — igual
b) maior — menor
c) igual — igual
d) menor — maior
e) igual — menor

69 (Unifor-CE) Quando uma ambulância, com sirene ligada, se aproxima de um observador, este percebe:
a) aumento da intensidade sonora e da freqüência.
b) aumento da intensidade sonora e diminuição da freqüência.
c) mesma intensidade sonora e mesma freqüência.
d) diminuição da altura e variação no timbre sonoro.
e) variação no timbre e manutenção da altura.

70 O som emitido pelo motor de um carro de corrida soa, para o espectador, de forma diferente quando ocorre aproximação e quando ocorre afastamento entre ele e o veículo. No entanto, sabemos que essas diferenças não existem para o piloto do carro. Se **f** é a freqüência do som ouvido pelo piloto, f_1 é a freqüência ouvida pelo espectador na aproximação e f_2 é a freqüência ouvida pelo espectador no afastamento, então:
a) $f = f_1 < f_2$.
b) $f > f_1 = f_2$.
c) $f_1 < f > f_2$.
d) $f_1 > f > f_2$.
e) $f_1 < f < f_2$.

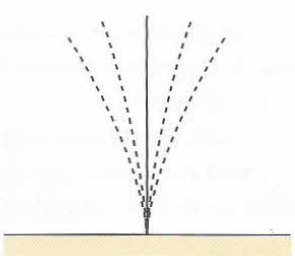
71 Dois trens **A** e **B** têm apitos idênticos. Um observador parado numa estação ouve o apito de **A** mais agudo que o de **B**. Qual (quais) das situações abaixo pode(m) viabilizar o caso proposto?
I. Os trens **A** e **B** aproximam-se do observador.
II. Os trens **A** e **B** afastam-se do observador.
III. O trem **B** afasta-se do observador, enquanto o trem **A** está parado.
IV. O trem **A** afasta-se do observador, enquanto o trem **B** está parado.
V. O trem **B** afasta-se do observador, enquanto o trem **A** aproxima-se.
a) Somente I e II.
b) Somente III e IV.
c) Somente I, II, III e V.
d) Somente I, II e III.
e) Somente V.

72 Um automóvel percorre uma pista circular em movimento uniforme. A buzina é acionada quando ele passa pelos pontos I, II, III e IV. Um observador em repouso no ponto **O** ouve o som da buzina mais agudo quando ela é acionada em que ponto?



EXERCÍCIOS NÍVEL 2

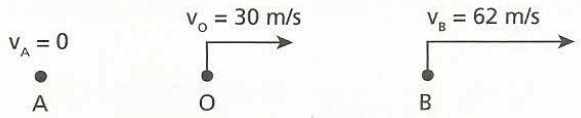
73 (UFPR) A figura abaixo mostra uma lâmina presa a um suporte rígido, a qual oscila passando 100 vezes por segundo pela posição vertical, onde estaria se estivesse em repouso.



É correto afirmar que:
(01) A freqüência da onda sonora emitida no ar pela vibração da lâmina é de 50 Hz.
(02) Se a lâmina vibrasse no vácuo, não seriam produzidas ondas sonoras.
(04) Aumentando-se a amplitude da oscilação da lâmina e mantendo-se a mesma freqüência, haverá uma diminuição do comprimento de onda da onda sonora emitida no ar.
(08) A velocidade de propagação da onda sonora emitida pela vibração da lâmina no ar depende da amplitude desta vibração.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

74 **E.R.** Duas fontes sonoras **A** e **B** emitem sons puros de mesma freqüência, igual a 680 Hz. A fonte **A** está fixa no solo e **B** move-se para a direita, afastando-se de **A** com velocidade de 62 m/s em relação ao solo. Um observador entre as fontes move-se para a direita, com velocidade de 30 m/s também em relação ao solo.
Determine:
a) a freqüência do som proveniente da fonte **A**, ouvida pelo observador;
b) a freqüência do som proveniente da fonte **B**, ouvida pelo observador;
c) a freqüência do batimento devido à superposição dessas ondas, admitindo-se que suas amplitudes sejam iguais (ou aproximadamente iguais).
Dado: velocidade do som no ar = 340 m/s

Resolução:
Façamos, inicialmente, um esquema mostrando a situação descrita:



Para o cálculo da freqüência f_D ouvida pelo observador (freqüência Doppler), devemos estabelecer um sentido de referência, sempre do observador para a fonte, e aplicar a fórmula:

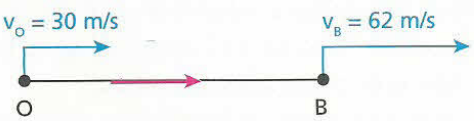
$$f_D = f \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F}$$

a) Assim, para o som proveniente da fonte **A**, temos:

$f = 680$ Hz, $v = 340$ m/s, $v_O = 30$ m/s, $v_F = v_A = 0$

$$e\ f_D = 680 \cdot \frac{340 - 30}{340} \Rightarrow \boxed{f_D = 620 \text{ Hz}}$$

b) Para o som proveniente da fonte **B**, temos:



$f = 680$ Hz, $v = 340$ m/s, $v_O = 30$ m/s, $v_F = v_B = 62$ m/s e

$$f_D = 680 \cdot \frac{340 + 30}{340 + 62} \Rightarrow \boxed{f_D = 626 \text{ Hz}}$$

c) A superposição de duas ondas sonoras de amplitudes iguais (ou aproximadamente iguais) e de freqüências próximas resulta no fenômeno denominado batimento, cuja freqüência é dada pela diferença:

$$f_{BAT} = f_2 - f_1 \quad (f_2 > f_1)$$

Assim:

$$f_{BAT} = 626 - 620 \Rightarrow \boxed{f_{BAT} = 6 \text{ Hz}}$$

75 Um avião emite um som de freqüência f = 600 Hz e percorre uma trajetória retilínea com velocidade $v_a = 300$ m/s. O ar apresenta-se imóvel. A velocidade de propagação do som é v = 330 m/s. Determine a freqüência do som recebido por um observador estacionário junto à trajetória do avião:
a) enquanto o avião aproxima-se do observador;
b) quando o avião afasta-se do observador.

76 (PUC-SP) Uma fonte sonora em repouso, situada no ar, emite uma nota com freqüência de 440 Hz. Um observador, movendo-se sobre uma reta que passa pela fonte, escuta a nota com freqüência de 880 Hz. Supondo a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s, podemos afirmar que o observador:
a) aproxima-se da fonte com velocidade de 340 m/s.
b) afasta-se da fonte com velocidade de 340 m/s.
c) aproxima-se da fonte com velocidade de 640 m/s.
d) afasta-se da fonte com velocidade de 640 m/s.
e) aproxima-se da fonte com velocidade de 880 m/s.

77 (ITA-SP) Considere a velocidade máxima permitida nas estradas como sendo exatamente 80 km/h. A sirene de um posto rodoviário soa com uma freqüência de 700 Hz, enquanto um veículo de passeio e um policial rodoviário se aproximam do posto emparelhados. O policial dispõe de um medidor de freqüências sonoras. Dada a velocidade do som, de 350 m/s, ele deverá multar o motorista do carro a partir de que freqüência mínima medida?

78 (ITA-SP) Com que velocidade deve um observador deslocar-se entre duas fontes sonoras estacionárias que emitem sons de mesma freqüência, para que ele tenha a sensação de que essas freqüências estão na razão 9:8? A velocidade do som no ar é de 340 m/s.

79 (PUC-SP) Uma fonte sonora está adaptada a um veículo que se desloca em trajetória retilínea e se aproxima, freando, de um observador parado. Sendo **f** a freqüência do som emitido pela fonte, podemos afirmar que o som percebido pelo observador tem freqüência:
a) invariável.
b) crescente e inferior a **f**.
c) crescente e superior a **f**.
d) decrescente e superior a **f**.
e) decrescente e inferior a **f**.

Pat LaCroix/Getty Images

LEITURA

Técnica Doppler de diagnose por ultra-som

O uso do efeito Doppler para examinar as partes internas do corpo humano que se movem, como a válvula mitral, as paredes do coração, a fisiologia fetal e os fluidos, especialmente o sangue, é chamado de **técnica Doppler de diagnose por ultra-som**.

Na medição da velocidade **V** do sangue – por exemplo, numa artéria –, uma onda ultra-sônica contínua, de freqüência **f**, emitida por um transdutor estacionário, é "recebida" por algumas células vermelhas do sangue, que se afastam da fonte, conforme ilustra a figura 1.

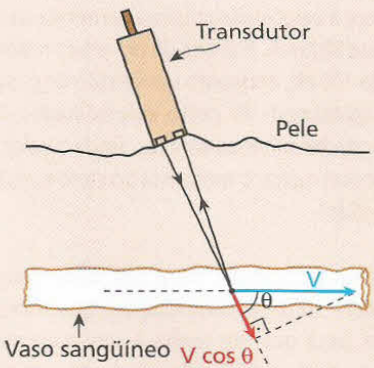


Figura 1

Nessa situação, o transdutor é a fonte de ondas (**F**) e a célula vermelha é o observador (**O**). A célula "percebe" o ultra-som com uma freqüência aparente f_D, ligeiramente menor que **f**, porque ela se afasta do transdutor com velocidade **V** cos θ (veja a figura 2).

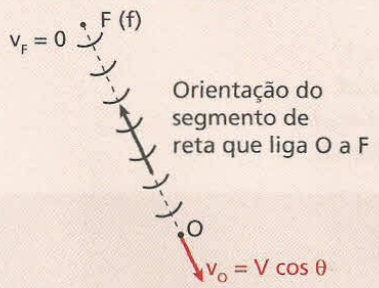


Figura 2

Sendo **v** a velocidade do ultra-som nos tecidos, vamos determinar f_D:

$$f_D = f \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} \Rightarrow f_D = f \frac{v - V \cos \theta}{v}$$

(f_D é ligeiramente menor que **f**)

A onda que atinge a célula é refletida e captada pelo transdutor. Nessa situação, a célula é a fonte (**F**), que envia um ultra-som de freqüência f_D ao transdutor, que é o observador (**O**). O transdutor "perceberá" um ultra-som com freqüência f_D' ainda menor que f_D (veja a figura 3).

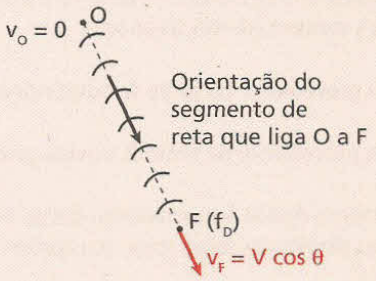


Figura 3

Para determinar f_D', é preciso entender que, nesse cálculo, a freqüência (**f**) da fonte, na fórmula do efeito Doppler, deve ser substituída por f_D, pois a célula envia uma onda que tem a mesma freqüência da onda que ela recebeu:

$$f_D' = f_D \frac{v}{v + V \cos \theta} \text{ (ainda menor que } f_D)$$

Substituindo f_D nessa expressão, obtemos:

$$f_D' = f \frac{v - V \cos \theta}{v} \cdot \frac{v}{v + V \cos \theta} = f \frac{v - V \cos \theta}{v + V \cos \theta}$$

A variação de freqüência detectada pelo transdutor, que inicialmente emitiu freqüência **f**, é:

$$\Delta f = f - f_D' = f - f \frac{v - V \cos \theta}{v + V \cos \theta} = \frac{2 f V \cos \theta}{v + V \cos \theta}$$

Como V cos θ é muito menor que a velocidade **v** do ultra-som, podemos simplificar a última expressão. Assim, obtemos:

$$\boxed{\Delta f = \frac{2 f V \cos \theta}{v}}$$

Dessa forma, medindo-se Δf e **θ** e conhecendo-se **f** e **v**, pode-se determinar a velocidade do fluxo sangüíneo **V**. Isso permite detectar o bloqueio de vasos, tromboses, existência de placas ateromatosas etc.

Para vasos periféricos, as freqüências ultra-sônicas entre 5 MHz e 10 MHz dão o melhor compromisso entre resolução e alcance. Para vasos mais profundos, como a aorta torácica, usam-se freqüências da ordem de 2 MHz.

Nos exames pré-natais, a técnica Doppler é usada para detectar movimentos do coração fetal e gestação múltipla, localizar a placenta e monitorar a vida fetal, pois os exames radiológicos devem ser evitados.

A mesma técnica Doppler descrita para a diagnose por ultra-som é usada nos radares que medem as velocidades dos veículos nas rodovias. Entretanto, esses radares operam com ondas eletromagnéticas.

(Adaptado de: OKUNO, Emico; CALDAS, Iberê L.; CHOW, Cecil. *Física para ciências biológicas e biomédicas*. São Paulo: Harbra/Harper & Row do Brasil, 1982.)

Bloco 5

13. Sonoridade

No item 5 deste Tópico, conceituamos intensidade sonora. Tratava-se, naquele caso, de uma intensidade física, definida em termos puramente energéticos. Entretanto, quando uma mesma onda sonora atinge duas pessoas, as sensações sonoras podem ser diferentes. É possível, até, que uma das pessoas ouça bem e a outra não perceba nenhuma sensação sonora. Estamos nos referindo, agora, à **sensação sonora** ou **sonoridade**.

Dois observadores recebendo ondas sonoras idênticas de mesma intensidade. A quantidade de energia que cada um recebe por unidade de área e por unidade de tempo é a mesma (igual intensidade), mas as sensações sonoras percebidas podem ser diferentes (sonoridades diferentes).

É evidente que, para um ouvinte normal, a sonoridade aumenta quando a intensidade de determinado som também aumenta. A sonoridade depende ainda da freqüência do som, pois o aparelho auditivo é mais sensível a algumas freqüências que a outras.

A máxima sensibilidade do aparelho auditivo é verificada para freqüências entre 2 kHz e 4 kHz. Isso significa que, se um mesmo ouvinte receber dois sons de mesma intensidade, porém um de 2 kHz e o outro de 12 kHz, por exemplo, o primeiro será sentido mais fortemente (maior sonoridade) que o segundo. Podemos dizer, ainda, que se as ondas tiverem freqüências infra-sônicas ou ultra-sônicas, a sonoridade evidentemente será nula, qualquer que seja a intensidade dessas ondas.

Em resumo:

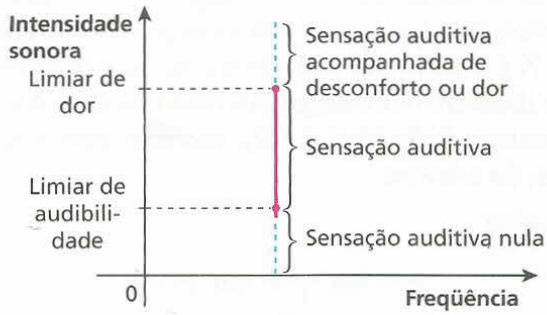
> A **sonoridade** ou **sensação sonora** depende da intensidade sonora, do ouvinte e da freqüência do som considerado.

Weber e Fechner verificaram que as sensações sonoras (e outras) são, para cada ouvinte, aproximadamente proporcionais ao logaritmo da excitação, ou seja, da intensidade sonora. Essa conclusão é conhecida como **Lei Psicofísica de Weber-Fechner**.

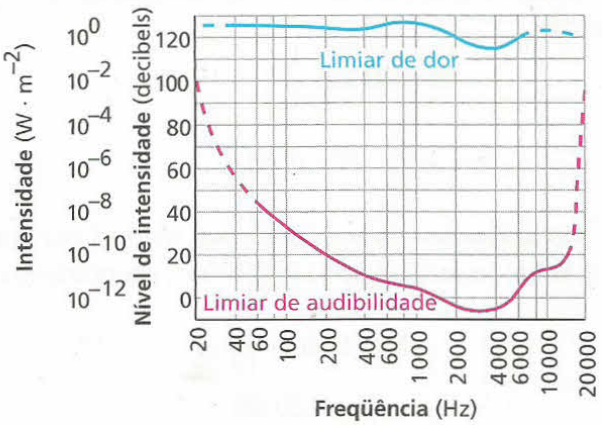
14. Nível relativo de intensidade

Suponha que uma pessoa receba um som de freqüência constante, cuja intensidade é aumentada gradativamente a partir de zero. Enquanto não atingir uma intensidade mínima, esse som não será percebido, ainda que o ouvinte escute normalmente. A intensidade mínima que um som precisa ter, para ser ouvido, denomina-se **limiar de sensação auditiva** ou **limiar de audibilidade**. Esse limiar depende da freqüência do som.

Aumentando-se a intensidade sonora a partir desse limiar, o som é percebido cada vez mais fortemente, até que, a partir de certo valor da intensidade, à sensação sonora acrescenta-se uma sensação de desconforto ou de dor. A esse valor dá-se o nome de **limiar de sensação dolorosa** ou **limiar de dor**, que também depende, mas apenas ligeiramente, da freqüência.



Como dissemos, os limiares variam com a freqüência do som. Medidas obtidas em laboratório em toda a faixa audível levaram à construção da **curva de audibilidade** ou **audiograma**, conforme mostra a figura a seguir. É claro que o audiograma varia de acordo com o ouvinte, mas, em média, é isso que vamos considerar.



Como podemos observar, o aparelho auditivo é mais sensível a freqüências compreendidas entre 2 000 Hz e 4 000 Hz. Isso significa que é nesse intervalo que conseguimos ouvir os sons de menor intensidade.

Em audição normal, o aparelho auditivo humano percebe sons cujas intensidades podem variar na ampla faixa de 10^{-12} W/m² a 1 W/m². Esses valores em si e a faixa extremamente extensa em que comparecem contribuem para dificultar seu uso na prática. Por isso, e também com o incentivo dado pela Lei de Weber-Fechner, definiu-se o nível relativo de intensidade sonora (**N**) pela expressão:

$$N = k \log \frac{I}{I_{ref}}$$

em que:
k é uma constante de proporcionalidade;
I é a intensidade sonora de um som;
N é seu nível relativo de intensidade em relação a um som de referência de intensidade I_{ref}.

O som de referência adotado tem intensidade igual a 10^{-12} W/m² e corresponde, aproximadamente, ao limiar de sensação auditiva na freqüência de 1 kHz.

Inicialmente, adotou-se **k** igual a 1. Nesse caso, o nível **N** é medido em **bels** (plural de bel, símbolo **B**), nome dado em homenagem ao físico escocês Alexander Graham Bell (1847-1922), inventor, dentre outras coisas, do telefone.

Assim:

$$N = \log \frac{I}{I_{ref}}, \text{ em bels.}$$

Entretanto, pelo fato de a unidade bel ser muito grande, prefere-se utilizar, na prática, uma unidade que corresponde a um décimo do bel, ou seja, o **decibel**.

Desse modo, temos, fazendo k = 10:

$$N = 10 \log \frac{I}{I_{ref}}, \text{ em decibels (dB)}$$

Observe que, para um som de intensidade $I = I_{ref}$, temos:

$$N = 10 \log \frac{I_{ref}}{I_{ref}} = 10 \cdot 0$$

$$N = 0 \text{ dB}$$

No limiar de sensação dolorosa, temos **I** por volta de 1 W/m², e sendo $I_{ref} = 10^{-12}$ W/m², encontramos:

$$N = 10 \log \frac{1}{10^{-12}}$$

$$N = 120 \text{ dB}$$

O limiar de sensação dolorosa é, então, igual a 120 dB, o que significa que os sons desconfortantes estão em níveis superiores a 120 dB.

É importante notar que o uso do nível de intensidade sonora (**N**), em substituição à intensidade sonora (**I**), permite comparar sons lidando com números bem mais simples. Assim, em vez de falarmos num som de 10^{-9} W/m², falamos num som de 30 dB.

Valores aproximados de alguns níveis de intensidade sonora

Respiração normal	10 dB
Respiração ofegante	30 dB
Ambiente em boas condições para dormir	35 dB
Conversação em ambiente silencioso (como numa biblioteca)	45 dB
Duas pessoas conversando a 1 m de distância	60 dB
Conversação em festa barulhenta	90 dB
Rua barulhenta	90 dB
Concerto de *rock*	120 dB
Trovão próximo	120 dB
Jato decolando a 30 m de distância*	140 dB
Grandes explosões (nas proximidades)*	200 dB

*Perigo para o aparelho auditivo.

Nota:

- As unidades bel e decibel foram estabelecidas originariamente para medir atenuações de sinais em linhas telefônicas. Com o tempo, o uso dessas unidades difundiu-se, sendo hoje largamente empregadas em eletricidade para comparar níveis de sinais elétricos de tensão, potência etc.

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

80 (UFPA) As qualidades fisiológicas do som são:
a) altura, intensidade e timbre.
b) altura, sonoridade e timbre.
c) intensidade, sonoridade e timbre.
d) timbre, volume e sonoridade.
e) limpidez, sonoridade e volume.

81 **E.R.** Que nível de intensidade, em decibels, terá o som recebido por uma pessoa a 10 m de um instrumento musical que emite uma onda sonora de potência constante igual a 125,6 μW?
Dados: $\pi = 3{,}14$ e $I_{ref} = 10^{-12}\ W/m^2$.

Resolução:
O nível relativo de intensidade de um som é dado, em decibels, por:

$$N = 10 \log \frac{I}{I_{ref}}$$

Considerando o som uma onda esférica, a intensidade **I** recebida no local citado é calculada por:

$$I = \frac{Pot}{4\pi x^2}$$

Assim, sendo $Pot = 125{,}6\ \mu W = 125{,}6 \cdot 10^{-6}\ W$, $\pi = 3{,}14$ e $x = 10$ m, temos:

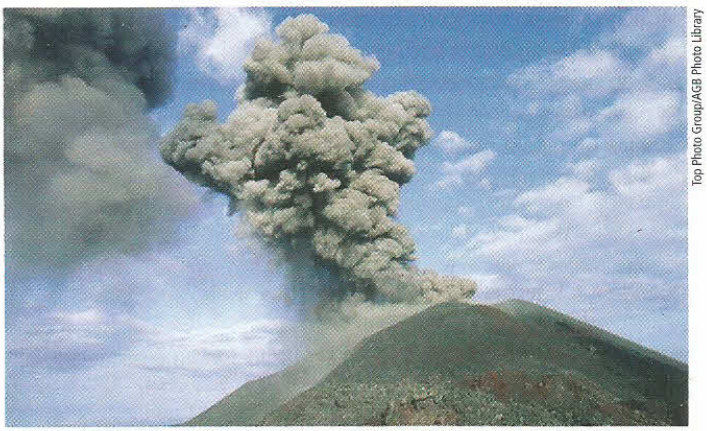
$$I = \frac{125{,}6 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2} \Rightarrow I = 1 \cdot 10^{-7}\ W/m^2$$

Portanto:

$$N = 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \log 10^5 = 50$$

$$\boxed{N = 50\ dB}$$

82 A mais gigantesca onda sonora registrada na história foi o som da explosão do vulcão de Krakatoa, perto de Java, no oceano Índico. Essa onda sonora foi ouvida a 4800 km do local.



Top Photo Group/AGB Photo Library

Supondo que essa onda seja esférica, que não houve dissipação de energia em sua propagação e que a intensidade mínima necessária para ela ser ouvida seja de $10^{-12}\ W/m^2$, determine a potência da explosão, em watts.

83 (UFPA) Uma fonte puntiforme produz a 50 m de distância um som cujo nível de intensidade vale 50 dB. Em watts, a potência da fonte vale:
a) $\pi \cdot 10^{-1}$.
b) $\pi \cdot 10^{-3}$.
c) $2\pi \cdot 10^{-2}$.
d) $4\pi \cdot 10^{-3}$.
e) $5\pi \cdot 10^{-2}$.

84 Com um decibelímetro, mede-se o nível de ruído em um ponto do cruzamento das avenidas Ipiranga e São João (São Paulo). Uma primeira amostragem, levantada às 3h, revela 60 dB, enquanto outra, obtida às 18h, acusa 100 dB. Por quanto ficou multiplicada a intensidade sonora da primeira para a segunda amostragem?

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

85 A orelha de um ouvinte normal recebe um som de intensidade $I_1 = 1\,000\ I_{ref}$, em que I_{ref} é uma intensidade sonora tomada como referência.
Em seguida, recebe um som de mesma freqüência, mas de intensidade I_2 igual ao dobro da anterior, ou seja, $I_2 = 2I_1$.
A sensação sonora também dobrou? Justifique com cálculos.
Dado: log2 = 0,30

86 **E.R.** Considere dois sons de intensidades I_1 e I_2 e níveis sonoros N_1 e N_2, respectivamente. Determine $\Delta N = N_2 - N_1$, em decibels.

Resolução:
Temos que:

$$N_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_{ref}} \quad \text{e} \quad N_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_{ref}}$$

Então:

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_{ref}} - 10 \log \frac{I_1}{I_{ref}}$$

$$N_2 - N_1 = 10 \left(\log \frac{I_2}{I_{ref}} - \log \frac{I_1}{I_{ref}} \right)$$

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{\frac{I_2}{I_{ref}}}{\frac{I_1}{I_{ref}}} \Rightarrow \boxed{\Delta N = N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}}$$

87 (PUC-MG) O nível sonoro, dado em decibéis (dB), é definido pela expressão $\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$, onde I_0 é uma intensidade-padrão de referência e **I**, a intensidade, em W/m^2, do som cujo nível se está calculando. Se o nível sonoro de um murmúrio, a 1 m de distância, é de $\beta_1 = 20$ dB, e o de um forte grito, à mesma distância, é de $\beta_2 = 70$ dB, a razão $\frac{I_2}{I_1}$ das intensidades dos dois sons é:
a) $\frac{7}{2}$.
b) $\frac{2}{7}$.
c) 10^5.
d) 50.
e) 10^3.

88 (Aman-RJ) Num estádio de futebol, o nível de intensidade sonora é normalmente de 60 dB. No momento de um gol a intensidade sonora amplia-se 1 000 vezes. Qual é, em dB, o nível de intensidade sonora no momento do gol?

89 (UCDB-MT) A orelha humana é muito sensível às variações de freqüência de um som, percebendo variações da ordem de 1%. No entanto, tem sensibilidade bastante menor às variações de potência das ondas sonoras. São necessárias variações da ordem de 25% na potência para serem percebidas pela orelha. Assim, a definição do decibel significa que, para duas potências sonoras que se diferenciam de **n** decibéis, vale a relação:

$$n = 10 \log \frac{P_2}{P_1}$$

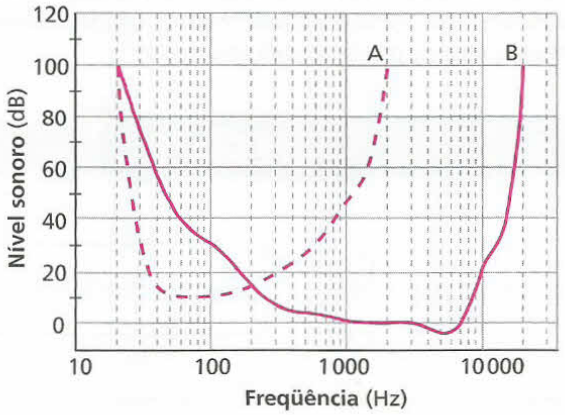
Quando n = 1 decibel, $\frac{P_2}{P_1} = 1{,}26$, ou seja,

para um aumento de 1 decibel na sensação sonora é necessário um aumento de 26% na potência da onda sonora.
Se n = 10 decibéis, o aumento da potência, em porcentagem, é de:
a) 900%. b) 126%. c) 90%. d) 50%. e) 9%.

90 (Unicamp-SP) É usual medirmos o nível de uma fonte sonora em decibéis (dB). O nível em dB é relacionado à intensidade **I** da fonte pela fórmula:

$$\text{Nível sonoro (dB)} = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

em que $I_0 = 10^{-12}$ W/m² é um valor-padrão de intensidade muito próximo do limite de audibilidade humana.
Os níveis sonoros necessários para uma pessoa ouvir variam de indivíduo para indivíduo. No gráfico abaixo esses níveis estão representados em função da freqüência do som para dois indivíduos, **A** e **B**. O nível sonoro acima do qual um ser humano começa a sentir dor é aproximadamente 120 dB, independentemente da freqüência.



a) Que freqüências o indivíduo **A** consegue ouvir melhor que o indivíduo **B**?
b) Qual a intensidade **I** mínima de um som (em W/m²) que causa dor em um ser humano?
c) Um beija-flor bate as asas 100 vezes por segundo, emitindo um ruído que atinge o ouvinte com um nível de 10 dB. Quanto a intensidade **I** desse ruído precisa ser amplificada para ser audível pelo indivíduo **B**?

91 (Cesgranrio-RJ) Quando a orelha humana é submetida prolongadamente a ruídos de nível sonoro superior a 85 dB, sofre lesões irreversíveis. Por isso, o *Ministério do Trabalho* estabelece o intervalo de tempo máximo diário que um trabalhador pode ficar exposto a sons muito intensos. Esses dados são apresentados na tabela a seguir.

Nível sonoro (dB)	**Intervalo de tempo máximo de exposição** (h)
85	8
90	4
95	2
100	1

Observe, portanto, que a cada aumento de 5 dB no nível sonoro, o intervalo de tempo máximo de exposição reduz-se à metade. Sabe-se ainda que, ao assistir a um *show* de *rock*, espectadores próximos às caixas de som ficam expostos a níveis sonoros em torno de 110 dB. De acordo com as informações acima, responda:
a) Qual deveria ser a duração máxima de um *show* de *rock* para os espectadores próximos às caixas de som?
b) De 90 dB para 105 dB, que redução percentual ocorre no intervalo de tempo máximo de exposição?
c) Sejam, respectivamente, **I** a intensidade sonora correspondente a 110 dB (nível sonoro nas proximidades das caixas de som nos *shows* de *rock*) e I_0 a intensidade sonora correspondente a 0 dB (silêncio). Determine a razão $\frac{I}{I_0}$.

LEITURA

Nossa sensibilidade auditiva e os enganos da potência

Nosso sistema auditivo é bastante sensível às alterações da freqüência do som. De fato, variações muito pequenas da freqüência do som nos fazem perceber que ele se tornou um pouco mais grave ou um pouco mais agudo.

Entretanto, nossa sensibilidade às alterações da intensidade sonora é muito pequena. Experimentos revelam que o limiar da nossa percepção de variações de intensidade sonora é aproximadamente igual a 1 dB. Isso significa que o

nível sonoro precisa aumentar cerca de 1 dB para que possamos perceber um ligeiro aumento, quase imperceptível, da intensidade sonora. Veja que o aumento de 1 dB no nível relativo de intensidade (**N**) corresponde a um aumento significativo da intensidade sonora (**I**). Para isso, vamos usar o resultado do exercício resolvido 86:

$$\Delta N = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

em que ΔN é a diferença entre os níveis relativos de intensidade de dois sons de intensidades I_1 e I_2. Fazendo $\Delta N = 1$ dB, temos:

$$1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 0{,}1 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{0{,}1} \simeq 1{,}26 \Rightarrow I_2 \simeq 1{,}26\, I_1$$

Note que, para o nível sonoro aumentar 1 dB, a intensidade sonora, e portanto a potência sonora, precisa aumentar cerca de 26%.

Para que uma pessoa com audição normal reconheça mais claramente que a intensidade sonora realmente aumentou, é necessário um ΔN de aproximadamente 3 dB. Veja o que isso significa:

$$\Delta N = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 3 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 0{,}3 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{0{,}3} \simeq 2 \Rightarrow I_2 \simeq 2\, I_1$$

Então, a intensidade e a potência sonoras precisam dobrar. Assim, se você tiver um sistema de som de 100 W de potência real e trocá-lo por outro de 200 W de potência também real, perceberá, supondo que ambos estejam operando a toda potência, que o som ficou apenas um pouco mais forte.

Para você poder julgar que o nível sonoro realmente dobrou, é preciso um ΔN da ordem de 10 dB:

$$\Delta N = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 10 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 1 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10 \Rightarrow I_2 = 10\, I_1$$

Portanto, a potência precisa ser multiplicada por 10. Então, um sistema de som de 100 W precisaria ser trocado por outro de 1 000 W para você julgar que o nível sonoro dobrou. E tudo isso acontece porque a percepção do nosso sistema auditivo é aproximadamente logarítmica e não linear.

Descubra mais

1. Se você estivesse no interior de uma caverna, na mais completa escuridão, entre morcegos voando, ficaria com medo de que eles colidissem com você?

2. Quando encostamos nossa orelha na abertura de uma concha marinha, ouvimos um som característico: o "barulho do mar". Qual é a causa desse "barulho"?

> **CUIDADO!**
> Não faça esse experimento. Embora o hélio seja um gás inerte, sua aspiração reduz a pressão parcial de oxigênio nos pulmões, o que pode causar asfixia.

3. O gás hélio é muito usado para inflar aqueles balões de borracha freqüentemente vendidos em parques de diversão. Se uma pessoa aspirar o gás hélio de um desses balões e falar em seguida, perceberá que sua voz foi drasticamente alterada: ela fica mais aguda e o timbre também muda. Explique por que isso acontece.

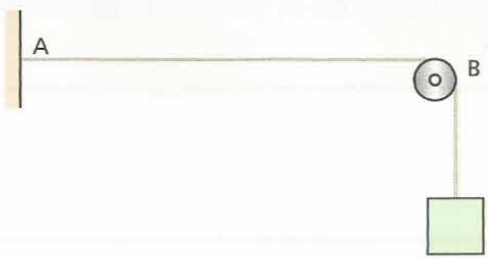
EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

92 O aparelho auditivo, considerado no seu conjunto uma "caixa-preta", que detecta um sinal sonoro no ar e o transmite ao cérebro, tem como grandezas de entrada e saída:
a) variação de pressão — impulsos elétricos.
b) variação de pressão — compressão e distensão de moléculas.
c) variação de velocidade de moléculas — concentração iônica nas células.
d) variação de velocidade — impulsos elétricos.
e) variação de pressão — concentração iônica nas células.

93 (Vunesp-SP) Numa experiência para determinar a velocidade do som, dois observadores colocaram-se a uma distância de 5,0 km um do outro, munidos de um revólver e um cronômetro. O observador em **A** acionou seu cronômetro no instante em que viu o clarão do disparo de revólver de **B**, tendo registrado que o som levou 15,5 s para chegar à sua orelha. Em seguida, **A** atirou e **B** registrou o tempo de 14,5 s até ouvir o estampido. Calcule a velocidade do som e a componente da velocidade do vento ao longo da linha AB.

94 (UFU-MG) Um estudante de Física encontra-se a certa distância de uma parede, de onde ouve o eco de suas palmas. Desejando calcular a que distância encontra-se da parede, ele ajusta o ritmo de suas palmas até deixar de ouvir o eco, pois este chega ao mesmo tempo que ele bate as mãos. Se o ritmo das palmas é de 30 palmas por minuto e a velocidade do som é aproximadamente 330 m/s, qual sua distância à parede?

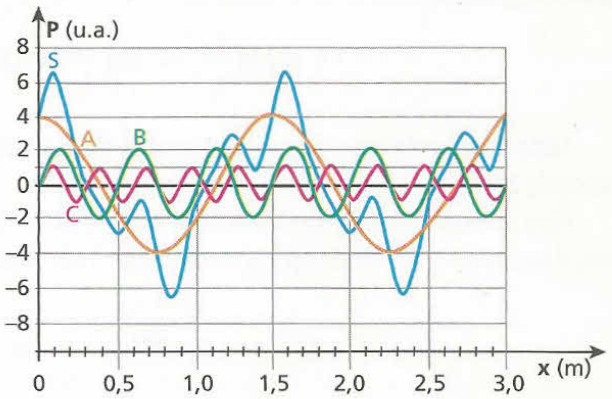
95 A figura mostra uma corda fixa pela extremidade **A** e passando por uma polia em **B**. Na outra extremidade, está suspenso um bloco de 1 000 N de peso e 0,075 m^3 de volume. A densidade linear da corda é igual a 0,1 kg/m e o comprimento do trecho horizontal é de 1 m.

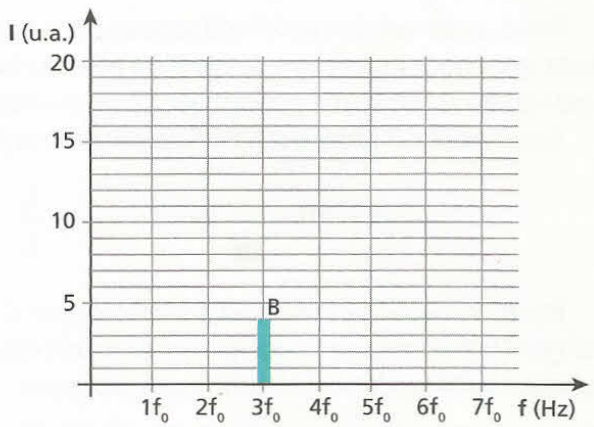


Tangendo a corda no ponto médio entre **A** e **B**, ela vibra no modo fundamental.
a) Calcule a freqüência fundamental de vibração do trecho AB.
b) Calcule a nova freqüência fundamental de vibração do trecho AB se o bloco estiver totalmente imerso em um líquido de massa específica igual a 1 000 kg/m^3 (g = 10 m/s^2).

96 (Fuvest-SP) O som produzido por um determinado instrumento musical, longe da fonte, pode ser representado por uma onda complexa **S**, descrita como uma sobreposição de ondas senoidais de pressão, conforme a figura. Nela, está representada a variação da pressão **P** em função da posição, em determinado instante, estando as três componentes de **S** identificadas por **A**, **B** e **C**.
a) Determine os comprimentos de onda, em metros, de cada uma das componentes **A**, **B** e **C**.
b) Determine o comprimento de onda λ_0, em metros, da onda **S**.
c) Copie o gráfico apresentado a seguir, representando as intensidades das componentes **A** e **C**. Nesse mesmo gráfico, a intensidade da componente **B** já está representada, em unidades arbitrárias.

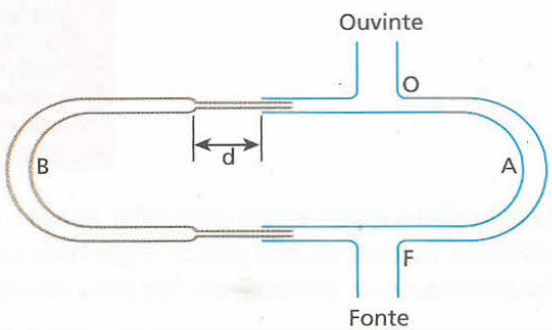
Note e adote:
u.a. = unidade arbitrária; velocidade do som ≃ 340 m/s
A intensidade **I** de uma onda senoidal é proporcional ao quadrado da amplitude de sua onda de pressão.
A freqüência f_0 corresponde à componente que tem menor freqüência.



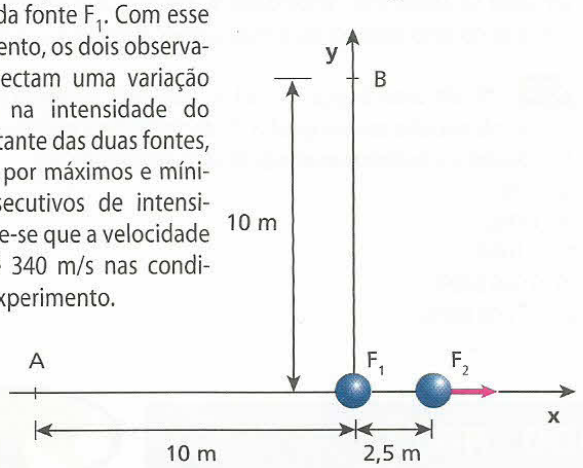


97 (PUC-SP) Dois diapasões vibram com freqüências f_1 = 32 000 Hz e f_2 = 30 000 Hz. Se os dois diapasões forem colocados próximos um do outro, um ouvinte:
a) ouvirá um som de freqüência 2 000 Hz.
b) não ouvirá som algum.
c) ouvirá apenas o som de freqüência 32 000 Hz.
d) ouvirá apenas o som de freqüência 30 000 Hz.
e) ouvirá um som de freqüência 31 000 Hz.

98 (Fatec-SP) O esquema abaixo representa um trombone de Quincke. A fonte é um diapasão próximo a **F**. O ouvinte constata intensidade mínima para d_1 = 5 cm e novamente para d_2 = 15 cm. Qual o comprimento de onda do som dentro do tubo?



99 (Fuvest-SP) Duas fontes sonoras F_1 e F_2 estão inicialmente separadas de 2,5 m. Dois observadores **A** e **B** estão distantes 10 m da fonte F_1, sendo que o observador **A** está no eixo **x** e o observador **B**, no eixo **y**, conforme indica a figura. As duas fontes estão em fase e emitem som numa freqüência fixa f = 170 Hz. Num dado instante, a fonte F_2 começa a se deslocar lentamente ao longo do eixo **x**, afastando-se da fonte F_1. Com esse deslocamento, os dois observadores detectam uma variação periódica na intensidade do som resultante das duas fontes, passando por máximos e mínimos consecutivos de intensidade. Sabe-se que a velocidade do som é 340 m/s nas condições do experimento.



Levando em conta a posição inicial das fontes, determine:

a) a separação L_a entre as fontes para a qual o observador **A** detecta o primeiro mínimo de intensidade;

b) a separação L_b entre as fontes para a qual o observador **B** detecta o primeiro máximo de intensidade.

100 A respeito das ondas estacionárias sonoras produzidas no ar, podemos afirmar que:

a) num nó de deslocamento, a pressão é constante.

b) num nó de deslocamento, a pressão varia.

c) num ventre de deslocamento, a pressão varia.

d) a pressão é constante tanto nos ventres como nos nós de deslocamento.

101 Uma fonte sonora emitindo um som puro (única freqüência) de freqüência igual a 440 Hz foi colocada sucessivamente junto à extremidade aberta de cinco tubos cilíndricos **A**, **B**, **C**, **D** e **E**, fechados na outra extremidade, de comprimentos respectivamente iguais a 6,25 cm, 15,00 cm, 18,75 cm, 37,50 cm e 93,75 cm. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar existente dentro dos tubos é igual a 330 m/s, determine que tubo(s) entrou(entraram) em ressonância com a fonte.

102 (ITA-SP) Um tubo sonoro aberto em uma das extremidades e fechado na outra apresenta uma freqüência fundamental de 200 Hz. Sabendo que o intervalo de freqüências audíveis é aproximadamente de 20,0 a 16 000 Hz, qual o número de freqüências audíveis que esse tubo pode emitir?

103 (IME-RJ) Há dez batimentos por segundo entre o segundo harmônico de um tubo aberto de órgão, de 8,5 m de comprimento, e o terceiro harmônico de outro tubo, fechado. Dos dois sons, o mais grave é o primeiro. Determine o comprimento do tubo fechado, sabendo que a velocidade do som no ar é 340 m/s.

104 (Unicamp-SP) Em um forno de microondas, as moléculas de água contidas nos alimentos interagem com as microondas que as fazem oscilar com uma freqüência de 2,40 GHz ($2{,}40 \cdot 10^9$ Hz). Ao oscilar, as moléculas colidem inelasticamente entre si transformando energia radiante em calor. Considere um forno de microondas de 1000 W que transforma 50% da energia elétrica em calor. Considere a velocidade da luz $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

a) Determine o comprimento de onda das microondas.

b) Considere que o forno é uma cavidade ressonante, na qual a intensidade das microondas é nula nas paredes. Determine a distância entre as paredes do forno, na faixa entre 25 cm e 40 cm, para que a intensidade da radiação seja máxima exatamente em seu centro.

c) Determine o tempo necessário para aquecer meio litro de água de 20 °C para 40 °C. O calor específico da água é 4 000 J/kg °C.

Nota:

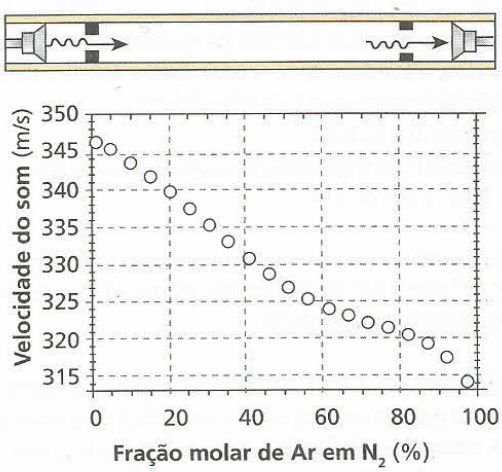
- O motivo do aquecimento não é a colisão inelástica entre as moléculas de água, mas sim a ressonância dessas moléculas com as microondas nelas incidentes.

105 (IME-RJ) Ao encher-se um recipiente com água, o som produzido fica mais agudo com o passar do tempo.

a) Explique por que isso ocorre.

b) Determine uma expressão para a freqüência fundamental do som em função do tempo, para o caso de um recipiente cilíndrico com 6 cm de diâmetro e 30 cm de altura, sabendo que a vazão do líquido é de 30 cm^3/s. Suponha que a velocidade do som no ar no interior do recipiente seja 340 m/s.

106 (Unicamp-SP) Uma das formas de se controlar misturas de gases de maneira rápida, sem precisar retirar amostras, é medir a variação da velocidade do som no interior desses gases. Uma onda sonora com freqüência de 800 kHz é enviada de um emissor a um receptor (vide esquema a seguir), sendo então medida eletronicamente sua velocidade de propagação em uma mistura gasosa. O gráfico a seguir apresenta a velocidade do som para uma mistura de argônio e nitrogênio em função da fração molar de Ar em N_2.



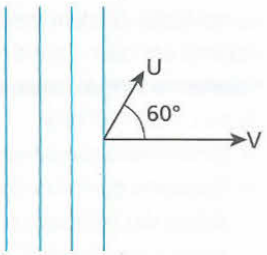
a) Qual o comprimento de onda da onda sonora no N_2 puro?

b) Qual o tempo para a onda sonora atravessar um tubo de 10 cm de comprimento contendo uma mistura com uma fração molar de Ar de 60%?

107 (Fuvest-SP) Uma onda sonora considerada plana, proveniente de uma sirene em repouso, propaga-se no ar parado, na direção horizontal, com velocidade **V** igual a 330 m/s e comprimento de onda igual a 16,5 cm. Na região em que a onda está se propagando,

um atleta corre, em uma pista horizontal, com velocidade **U** igual a 6,60 m/s, formando um ângulo de 60° com a direção de propagação da onda. O som que o atleta ouve tem freqüência aproximada de:

a) 1960 Hz.
b) 1980 Hz.
c) 2000 Hz.
d) 2020 Hz.
e) 2040 Hz.



Frentes de onda

108 Uma fonte sonora com freqüência de 600 Hz executa, no ar, um movimento harmônico simples entre os pontos **A** e **B** do eixo Ox, segundo a função horária x = 0,8 cos 50t (SI).

Sendo de 340 m/s a velocidade do som no ar, determine a máxima freqüência sonora percebida por um observador estacionário em **P**.

109 (IME-RJ) Um observador escuta a buzina de um carro em duas situações diferentes. Na primeira, o observador está parado e o carro se afasta com velocidade **V**; na segunda, o carro está parado e o observador se afasta com velocidade **V**. Em qual das duas situações o tom ouvido pelo observador é mais grave? Justifique sua resposta.

110 (ITA-SP) Uma banda de *rock* irradia certa potência em um nível de intensidade sonora igual a 70 decibéis. Para elevar esse nível a 120 decibéis, a potência irradiada deverá ser elevada de:

a) 71%.
b) 171%.
c) 7 100%.
d) 9 999 900%.
e) 10 000 000%.

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

111 (ITA-SP) Um pelotão desfila num ritmo de 120 passos por minuto, ao som de uma fanfarra, que o precede; nota-se que a última fila está com o pé esquerdo à frente quando os componentes da fanfarra estão com o direito à frente. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, o comprimento do pelotão, incluindo a fanfarra, é de aproximadamente:

a) 170 m.
b) 680 m.
c) 85 m.
d) 200 m.
e) 490 m.

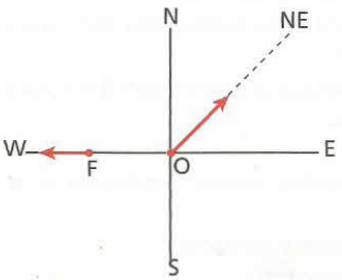
112 Uma corda de um instrumento musical, de 50 cm de comprimento e densidade linear igual a 2,50 g/m, vibra no modo fundamental com freqüência igual a 260 Hz. Perto dela, um tubo aberto ressoa também no modo fundamental e são percebidos batimentos com freqüência igual a 4 Hz.
Observou-se que uma ligeira diminuição da intensidade da força tensora na corda acarretou um aumento da freqüência dos batimentos.
Considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s, determine:

a) a freqüência fundamental f_T do tubo aberto;
b) o comprimento **L** do tubo;
c) a intensidade **F** da força tensora na corda quando foram observados os batimentos de 4 Hz.

113 Dois harmônicos consecutivos de um tubo sonoro têm freqüências iguais a 425 Hz e 595 Hz. Determine a ordem desses harmônicos e a freqüência fundamental do tubo.

114 Um automóvel e uma ambulância movem-se numa estrada, lado a lado, no mesmo sentido, com velocidades constantes e iguais a 72 km/h. A sirene da ambulância emite um som de freqüência igual a 1280 Hz. A partir de certo instante, o motorista do automóvel imprime à sua viatura a aceleração de 1 m/s² no sentido do movimento. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é de 340 m/s, determine o espaço percorrido pelo automóvel até seu motorista ouvir um som de freqüência igual a 1240 Hz. Admita que o ar esteja parado em relação à Terra, à qual são referidas as velocidades mencionadas.

115 Uma fonte sonora **F**, emitindo um som de freqüência igual a 500 Hz, desloca-se para Oeste, com velocidade v_F = 20 m/s. Um observador **O** desloca-se para Nordeste com velocidade $V_O = 20\sqrt{2}$ m/s (ver figura).

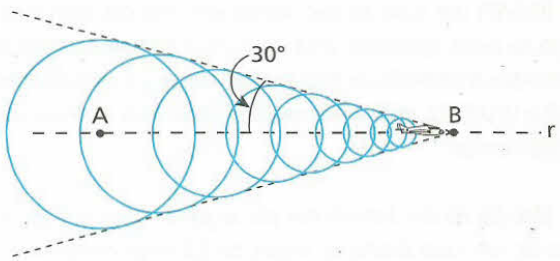


O vento sopra de Oeste para Leste, com velocidade v_v = 40 m/s. Sabendo-se que, na ausência de vento, a velocidade do som no ar é v_s = 340 m/s e que todas as velocidades citadas são relativas ao solo, calcule a freqüência do som ouvido pelo observador.

116 No instante $t_0 = 0$, um garoto abandona uma pequena fonte sonora, que emite um som de freqüência igual a 720 Hz, na boca de um poço cilíndrico vertical de profundidade **H**. Essa fonte despenca, atingindo o fundo do poço no instante **T**.
No local, o módulo da velocidade de propagação do som no ar é de 320 m/s. Admitindo-se que no instante em que o garoto vê o impacto da fonte sonora no fundo do poço ele ouça o som dessa fonte com freqüência igual a 640 Hz, determine, desprezando a resistência do ar e considerando g = 10 m/s²:

a) o valor de **T**;
b) o valor de **H**.

117 A figura representa frentes de onda esféricas emitidas por um avião que se movimenta horizontalmente para a direita, ao longo da reta **r**, com velocidade constante:



Considere a a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s e $\sqrt{3} = 1{,}7$.

a) Calcule a velocidade do avião.
b) Num determinado instante, o avião está na mesma vertical que passa por um observador parado no solo. Sabendo-se que 3,0 s após esse instante o observador ouve o estrondo sonoro causado pela onda de choque gerada pelo avião, calcule a altura do avião em relação a esse observador.

Laurence Manning/Corbis/LatinStock

Parte III

ÓPTICA GEOMÉTRICA

1. Fundamentos da Óptica Geométrica
2. Reflexão da luz
3. Refração da luz
4. Lentes esféricas
5. Instrumentos ópticos e Óptica da visão

Reprodução

Carl Friedrich Gauss
(1777-1855)

Tópico 1

Fundamentos da Óptica Geométrica

Bloco 1

1. Luz: uma forma de energia radiante

Energia radiante é aquela que se propaga por meio de ondas eletromagnéticas. Dentro dessa concepção, podemos destacar as ondas de rádio, TV e de radar, os raios infravermelhos, a luz, os raios ultravioleta, os raios X, os raios gama etc.

O Sol envia à Terra energia radiante, constituída de radiações infravermelhas (denominadas "ondas de calor" por interagirem com a matéria aumentando o estado de agitação das partículas), luz e radiações ultravioleta, dentre outras. Essa energia chega ao nosso planeta à taxa de 1,92 caloria por minuto, em cada centímetro quadrado de superfície normal aos raios solares, denominada **constante solar**.

Uma característica importantíssima da energia radiante é sua velocidade de propagação, que, no vácuo, vale aproximadamente:

$$c \simeq 3{,}00 \cdot 10^5 \text{ km/s} = 3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Nos meios materiais, como o ar, a água e o vidro, a velocidade de propagação da energia radiante é menor que **c**. No diamante, por exemplo, chega a 0,4c, aproximadamente.

Pelo exposto, vimos que a luz é uma forma de energia radiante. Sabe-se, ainda, que a luz difere das demais radiações eletromagnéticas por sua freqüência característica, que se estende desde $4 \cdot 10^{14}$ Hz (vermelho) até $8 \cdot 10^{14}$ Hz (violeta), aproximadamente.

Entretanto, o conceito de luz que utilizaremos em nosso estudo de Óptica tem um caráter mais específico. Diremos que:

Luz é o agente físico que, atuando nos órgãos visuais, produz a sensação da visão.

Karl Weatherley/Photodisc

A vida na Terra está subordinada à energia radiante recebida do Sol. Todos os seres vivos – animais ou vegetais – nutrem-se dessa energia, que é produzida pela fusão nuclear do hidrogênio, que, ao ser submetido a temperaturas de milhões de graus Celsius, se transforma em hélio.

2. Óptica: divisão e aplicações

A **Óptica** é a parte da Física que trata dos fenômenos que têm como causa determinante a energia radiante, em particular a luz.

Por questões de ordem didática, costuma-se estudá-la em dois grandes capítulos: **óptica geométrica** e **óptica física**.

- **Óptica Geométrica** – estuda os fenômenos ópticos em que apresentam interesse as trajetórias seguidas pela luz. Fundamenta-se na noção de raio de luz e nas leis que regulamentam seu comportamento.

- **Óptica Física** – estuda os fenômenos ópticos que exigem uma teoria sobre a natureza constitutiva da luz.

A Óptica é um setor da Física que tem largo emprego prático. Dos simples óculos aos sofisticados dispositivos de observação, a Óptica, aliada a outros campos do conhecimento científico, dá sua contribuição por meio de seus princípios e leis. Algumas aplicações da Óptica são:

- correção de defeitos da visão;
- construção de instrumentos de observação: lupas, microscópios, periscópios, lunetas e telescópios;
- fixação de imagens (fotografia e cinematografia);
- construção de equipamentos de iluminação;
- medidas geométricas de alta precisão (interferômetros);
- estudo da estrutura do átomo.

3. Fontes de luz

Os diversos corpos que nos cercam podem ser vistos porque deles recebemos luz, que, incidindo sobre os nossos órgãos visuais, promove os estímulos geradores da sensação da visão. O Sol, a Lua, uma pessoa e um livro, por exemplo, enviam luz aos olhos, o que permite enxergar-lhes.

No entanto, os corpos absolutamente negros não são visíveis. Desses corpos não emana luz de espécie alguma e, eventualmente, nota-se sua presença devido ao contraste com as vizinhanças.

São considerados **fontes de luz** todos os corpos dos quais se pode receber luz.

Dependendo da procedência da luz distribuída para o meio, os corpos em geral podem ser classificados em duas categorias: **fontes primárias** e **fontes secundárias**.

- **Fontes primárias** – são os corpos que emitem luz própria. Exemplos: o Sol, a chama de uma vela, as lâmpadas (quando acesas) etc.
- **Fontes secundárias** – são os corpos que enviam a luz que recebem de outras fontes. O processo ocorre por **difusão**, ou seja, a luz é espalhada aleatoriamente, em geral por reflexão, ou mesmo por refração, para todas as direções dos arredores do corpo. Exemplos: a Lua, as nuvens, uma árvore, as lâmpadas (quando apagadas) etc.

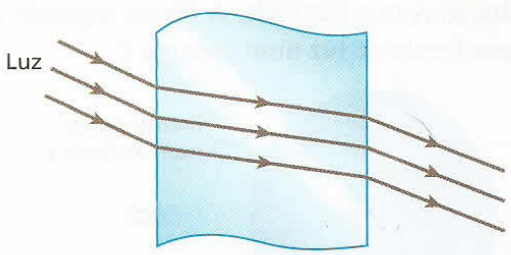
Uma fonte de luz é considerada **pontual** (ou **puntiforme**) quando suas dimensões são irrelevantes em comparação com as distâncias aos corpos iluminados por ela. A maioria das estrelas observadas da Terra comporta-se como fonte pontual de luz. De fato, embora as dimensões dessas estrelas sejam enormes, as distâncias que as separam do nosso planeta são muito maiores.

Fontes de luz de dimensões não-desprezíveis são denominadas **extensas**. O Sol, observado da Terra, comporta-se como uma fonte extensa de luz.

4. Meios transparentes, translúcidos e opacos

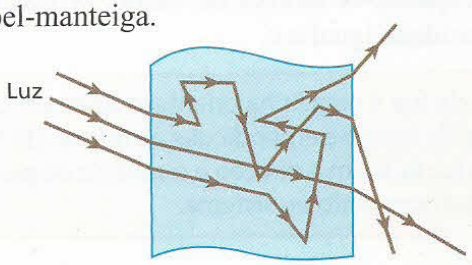
Meios transparentes são aqueles que permitem que a luz os atravesse descrevendo trajetórias regulares e bem definidas.

O único meio absolutamente transparente é o vácuo. Entretanto, em camadas de espessura não muito grande, também podem ser considerados transparentes o ar atmosférico, a água pura, o vidro hialino e outros.



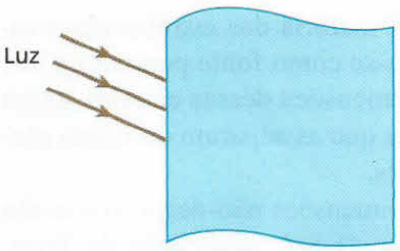
Esquema de meio transparente.

Meios translúcidos são aqueles em que a luz descreve trajetórias irregulares com intensa difusão (espelhamento aleatório), provocada pelas partículas desses meios. É o que ocorre, por exemplo, quando a luz atravessa a neblina, o vidro leitoso, o papel vegetal e o papel-manteiga.



Esquema de meio translúcido.

Meios opacos são aqueles através dos quais a luz não se propaga. Depois de incidir num meio opaco, a luz é parcialmente absorvida e parcialmente refletida por ele, sendo a parcela absorvida convertida em outras formas de energia, como a energia térmica. Quando se apresentam em camadas de razoável espessura, são opacos os seguintes meios: alvenaria, madeira, papelão, metais etc.



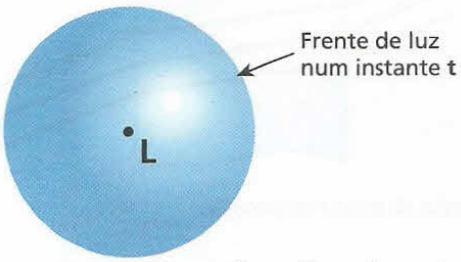
Esquema de meio opaco.

5. Frente de luz – Raio de luz

Considere uma pequena lâmpada **L** acesa numa região de vácuo. Nessas condições, da lâmpada emanam ondas luminosas, que atingem todos os pontos de sua vizinhança.

Frente de luz é a fronteira entre a região já atingida por um pulso luminoso e a região ainda não atingida.

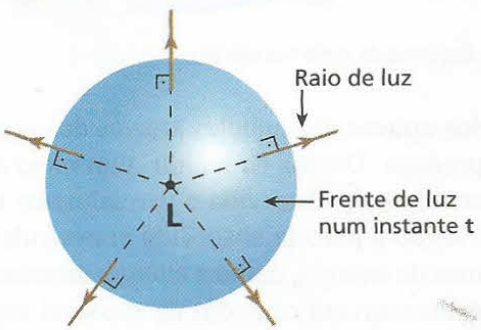
No caso da lâmpada **L**, a propagação luminosa se faz por meio de ondas eletromagnéticas esféricas, concêntricas com a lâmpada. A figura seguinte representa uma frente de luz num instante **t**:



A região interna à superfície esférica (frente de luz) já foi atingida pelo pulso luminoso, enquanto a região externa ainda não o foi.

Observe que cada frente de luz emitida pela lâmpada **L** expande-se através do vácuo, propagando-se com velocidade igual a **c**.

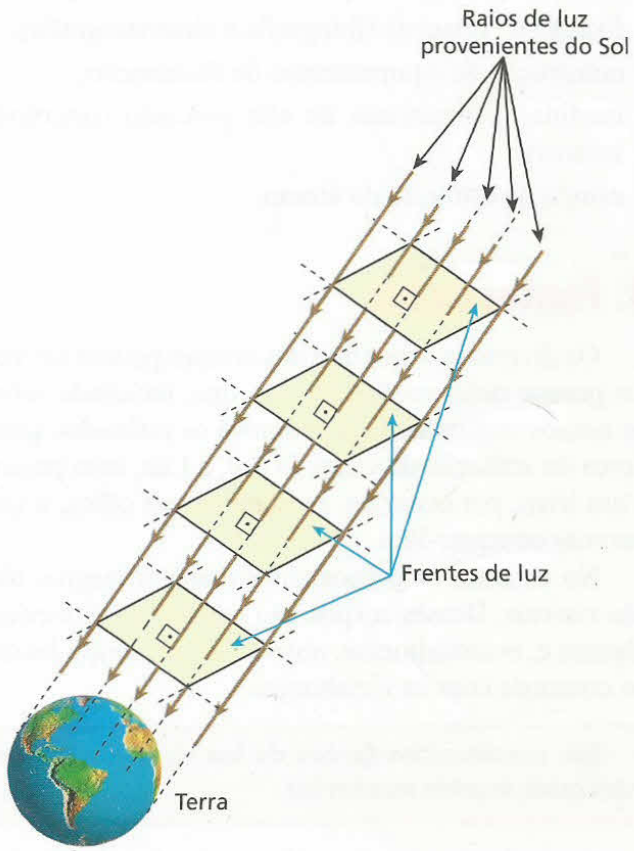
Raio de luz é uma linha orientada que tem origem na fonte de luz e é perpendicular às frentes de luz. Os raios de luz indicam a direção e o sentido de propagação da luz num meio ou sistema.



Para uma onda luminosa esférica, os raios de luz são retilíneos e radiais.

Em pontos situados a grandes distâncias da lâmpada **L**, as frentes de luz lá recebidas têm raio de curvatura muito grande, sendo, por isso, consideradas planas.

Isso ocorre com a luz que a Terra recebe do Sol. Essa luz constitui-se de ondas eletromagnéticas esféricas. Entretanto, o diâmetro da Terra (aproximadamente 12 800 km) é desprezível em comparação com a distância do planeta ao Sol (cerca de 150 milhões de quilômetros), permitindo-nos considerar planas as frentes de luz que nos atingem.



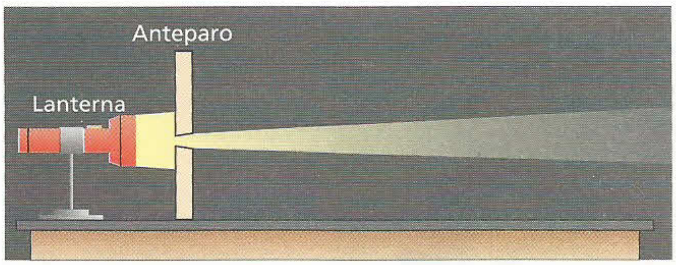
Os raios solares que atingem a Terra podem ser considerados paralelos entre si (caracterização em cores-fantasia).

Nota:

- Uma frente de luz tem existência física, mas o mesmo não ocorre com um raio de luz, que apenas indica a direção e o sentido da propagação luminosa em certo local.

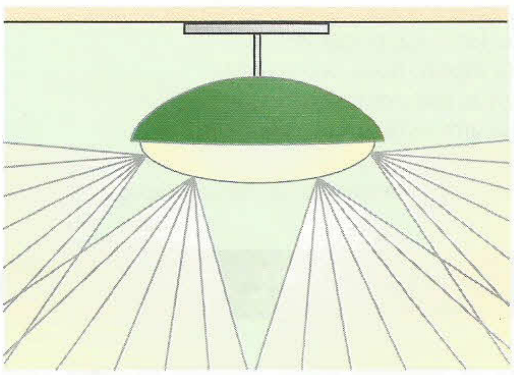
6. Pincel de luz – Feixe de luz

Observe a figura a seguir, que representa uma lanterna comum colocada diante de um anteparo que tem um orifício de diâmetro relativamente pequeno (da ordem de 2 mm). O conjunto encontra-se sobre uma mesa, num ambiente escurecido.



Se acendermos a lanterna e espalharmos fumaça na região da montagem, notaremos, à direita do anteparo, uma região cônica do espaço diretamente iluminada. Essa região, que tem pequena abertura angular em virtude do pequeno diâmetro do orifício, denomina-se **pincel de luz**.

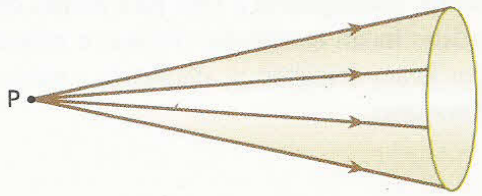
Considere, agora, uma lâmpada instalada no interior de um globo difusor. Com a lâmpada acesa, partem de cada elemento de superfície do globo vários pincéis de luz. Reunindo-se os pincéis emanados de um mesmo elemento de superfície, obtém-se uma região iluminada de abertura angular relativamente grande, que recebe o nome de **feixe de luz**.



Na figura, estão representados quatro feixes de luz emanados do globo difusor. Cada feixe é um conjunto de pincéis de luz.

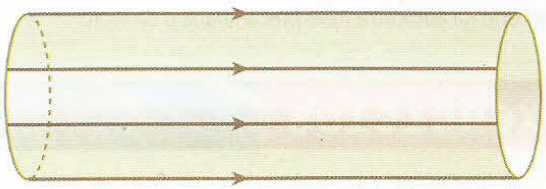
Os pincéis de luz (e também os feixes de luz) admitem a seguinte classificação:

- **Cônicos divergentes** – os raios de luz divergem a partir de um mesmo ponto **P**.



- **Cônicos convergentes** – os raios de luz convergem para um mesmo ponto **P**.

- **Cilíndricos** – os raios de luz são paralelos entre si.

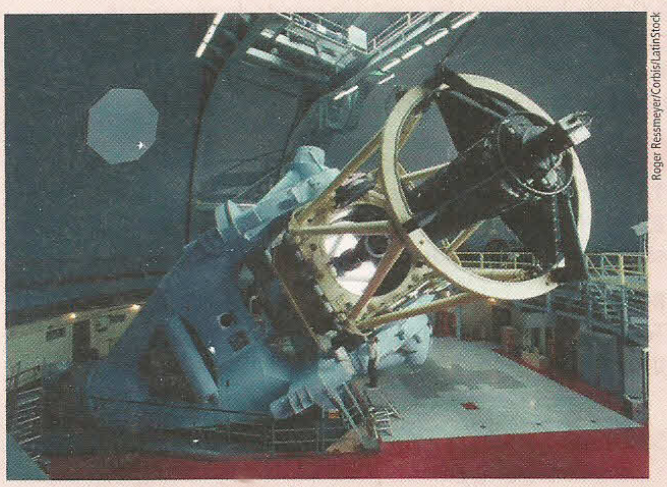


LEITURA

Telescópios e microscópios

Os telescópios e microscópios descortinaram aos olhos do ser humano um verdadeiro universo de conhecimentos. Aquilo que era inacessível a olho nu veio à tona por meio desses instrumentos, que possibilitaram reformular e ampliar conceitos e teorias.

O advento da luneta astronômica, idealizada originalmente pelo holandês Hans Lippershey, em 1606, permitiu que constelações inteiras tivessem sua existência registrada. Ao saber da novidade, Galileu aperfeiçoou o instrumento, que lhe permitiu mapear as crateras lunares, observar os anéis de Saturno, os satélites de Júpiter e estudar as manchas solares. Outros planetas, além dos já conhecidos, foram descobertos, estendendo-se as fronteiras do Sistema Solar.



Roger Ressmeyer/Corbis/LatinStock

Fotografia de telescópio de reflexão.

O microscópio, por sua vez, inventado pelo também holandês Zacharias Janssen na mesma época da luneta astronômica, desvendou, logo no início do século XVIII, muitos mistérios dos microorganismos. Iniciou-se o estudo da célula, o que trouxe um avanço sem precedentes à Medicina. Conseguiu-se a cura para muitas doenças e várias delas foram erradicadas. Vacinas e métodos terapêuticos foram descobertos, ampliando a média de vida do ser humano.

Jean Loup Charmet/SPL/LatinStock

Microscópios do começo do século XIX.

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

1 Imagine-se na janela de um apartamento situado no 10º andar de um edifício. No solo, um carpinteiro bate um prego numa tábua. Primeiro você enxerga a martelada, para depois de certo intervalo de tempo escutar o ruído correspondente. A explicação mais plausível para o fato é:
a) a emissão do sinal sonoro é atrasada em relação à emissão do sinal luminoso;
b) o sinal sonoro percorre uma distância maior que o luminoso;
c) o sinal sonoro propaga-se mais lentamente que o luminoso;
d) o sinal sonoro é bloqueado pelas moléculas de ar, que dificultam sua propagação;
e) o sentido da audição é mais precário que o da visão.

2 A velocidade de propagação das ondas luminosas:
a) é infinitamente grande;
b) é máxima no ar;
c) é maior na água que no vácuo;
d) vale 300 000 km/s no vidro;
e) vale $3{,}00 \cdot 10^{10}$ cm/s no vácuo.

3 São fontes luminosas primárias:
a) lanterna acesa, espelho plano, vela apagada;
b) olho-de-gato, Lua, palito de fósforo aceso;
c) lâmpada acesa, arco voltaico, vaga-lume aceso;
d) planeta Marte, fio aquecido ao rubro, parede de cor clara;
e) tela de uma TV em funcionamento, Sol, lâmpada apagada.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

4 Acreditavam os antigos que a capacidade de visualização devia-se a um estranho mecanismo que consistia de os olhos lançarem linhas invisíveis terminadas em ganchos ("anzóis") que capturavam os detalhes dos objetos visados e traziam as informações aos órgãos visuais, possibilitando enxergar. Tão logo foi aprimorada a noção de luz, essa teoria foi demovida mediante o seguinte argumento:
a) A luz propaga-se em linha reta.
b) Os raios luminosos têm um único sentido de propagação.
c) Não é possível enxergar em ambientes totalmente escuros.
d) Só é possível enxergar corpos que difundem a luz de outros corpos.
e) Só é possível enxergar corpos que emitem luz própria.

5 **E.R.** A distância do Sol à Terra vale, aproximadamente, $1{,}5 \cdot 10^8$ km. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é de $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s, calcule o intervalo de tempo decorrido desde a emissão de um pulso luminoso no Sol até sua recepção na Terra.

Resolução:
Tendo em conta que a luz se propaga em movimento uniforme, podemos calcular o intervalo de tempo pedido por:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$$

Sendo $\Delta s = 1{,}5 \cdot 10^8$ km e $v = 3{,}0 \cdot 10^5$ km/s, vem:

$$\Delta t = \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{3{,}0 \cdot 10^5}\ (s) \Rightarrow \boxed{\Delta t = 5{,}0 \cdot 10^2\ s = 8\ min\ 20\ s}$$

6 Considere os seguintes dados: distância do Sol à Terra: $1{,}5 \cdot 10^8$ km; velocidade da luz no vácuo: $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s. Admita que a partir de um determinado instante o Sol deixasse de emanar energia, isto é, "apagasse". Quanto tempo após o referido instante esse fato seria registrado na Terra?

7 Suponha que um espelho de grandes dimensões seja fixado no solo lunar, voltando-se sua superfície refletora para determinado observatório na Terra. Um sinal luminoso de grande potência é emitido do observatório em direção ao espelho, onde sofre reflexão, sendo recebido de volta ao ponto de partida 2,54 s depois de sua emissão. Ignorando os movimentos da Terra e da Lua durante o fenômeno e adotando para a velocidade da luz o valor $3{,}00 \cdot 10^8$ m/s, calcule a distância entre a Terra e a Lua.

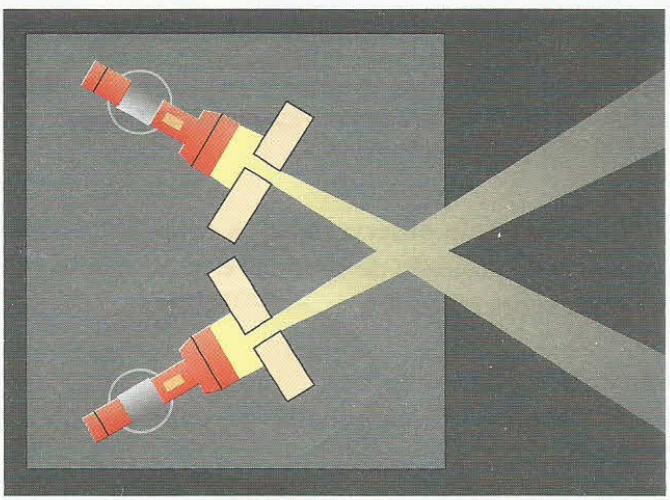
8 Define-se um ano-luz como a distância percorrida por um sinal luminoso no vácuo durante um ano terrestre. Sabendo que, no vácuo, a luz viaja a uma velocidade de $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s, calcule, em metros, o comprimento equivalente a um ano-luz.

9 Considere a seguinte citação, extraída de um livro de Física:
"Quando contemplamos o céu numa noite de tempo bom, recebemos das estrelas um relato do passado".
Utilizando argumentos científicos, comente o pensamento do autor.

Bloco 2

7. Princípio da Independência dos Raios de Luz

Considere a situação experimental seguinte, em que há, sobre uma mesa no interior de um quarto escuro, duas lanternas dirigidas para os orifícios existentes em dois anteparos. A figura representa a montagem vista de cima.



Ligando-se as lanternas e espalhando-se fumaça na região da montagem, dos anteparos "sairão" dois pincéis de luz que se interceptarão, provocando na região da intersecção o fenômeno de interferência. O experimento mostra no entanto que, após essa intersecção, cada pincel de luz segue seu caminho – como se não houvesse o cruzamento.

Com base nesse e em outros experimentos similares, podemos enunciar que:

> A propagação de um pincel de luz não é perturbada pela propagação de outros na mesma região; um independe da presença dos outros.

Utilizando a noção de raio de luz, podemos dizer que:

> Quando ocorre cruzamento de raios de luz, cada um deles continua sua propagação independentemente da presença dos outros.

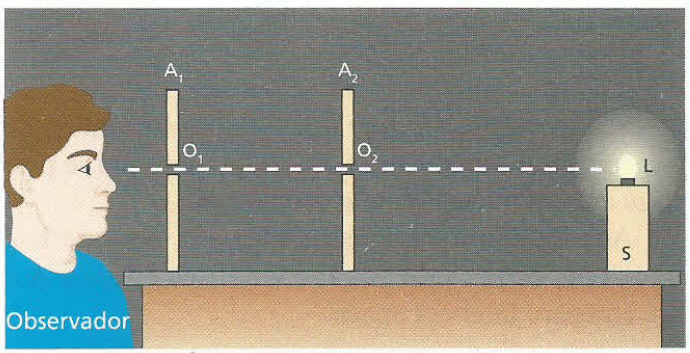
A importância prática do Princípio da Independência dos Raios de Luz é que, nos problemas de Óptica, podemos concentrar nossa atenção em determinado raio de luz, sem nos preocuparmos com a presença de outros, que certamente não perturbam o raio em estudo.

8. Princípio da Propagação Retilínea da Luz

Observe a montagem da figura seguinte, em que a lâmpada **L** (presa ao suporte **S**) tem dimensões muito pequenas. Os anteparos A_1 e A_2, feitos de material opaco, são dotados dos orifícios O_1 e O_2, de diâmetros também muito pequenos. Para que o resultado do experimento seja mais pronunciado, admitamos que os componentes da montagem estejam no interior de um quarto escuro.

Ao se acender a lâmpada **L**, um observador, com um dos olhos próximo de O_1, perceberá luz direta da lâmpada somente se **L**, O_2 e O_1 **estiverem alinhados**.

Esse e outros experimentos de mesma natureza formam a base prática que permite a seguinte conclusão:



> Nos meios transparentes e homogêneos, a luz propaga-se em linha reta.

É importante observar que **meio homogêneo** é aquele que apresenta as mesmas características em todos os elementos de volume.

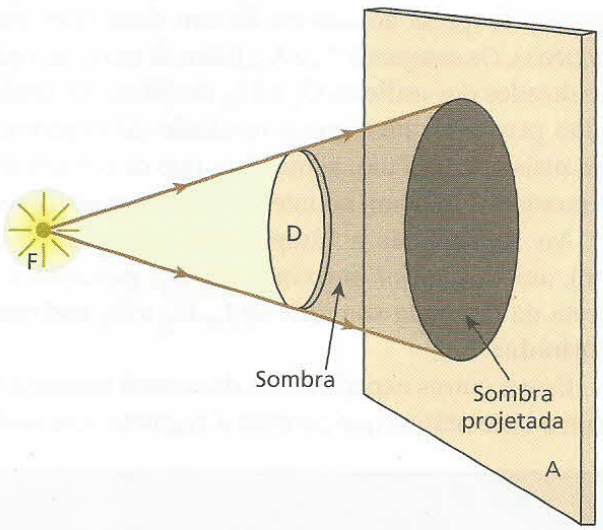
Notas:

- Do ponto de vista óptico, chama-se **meio isótropo** (ou isotrópico) todo aquele em que a velocidade de propagação da luz e as demais propriedades ópticas independem da direção em que é realizada a medida.
- Chama-se **meio ordinário** todo aquele que é ao mesmo tempo transparente, homogêneo e isótropo. O vácuo é um meio ordinário.

9. Sombra e penumbra

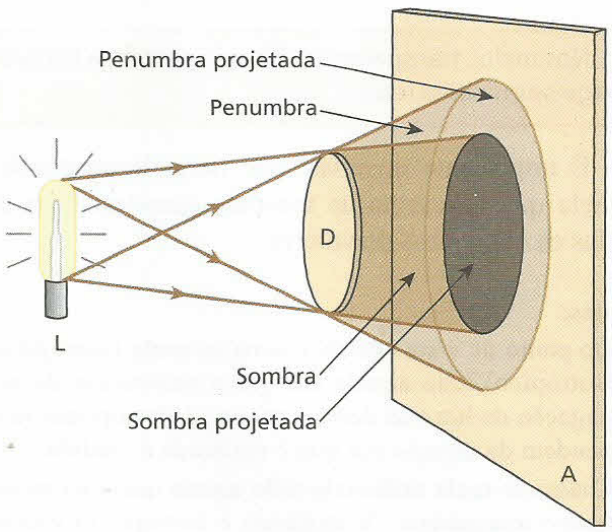
Na montagem experimental sugerida na figura a seguir, **F** é uma fonte luminosa **puntiforme**, **D** é um disco opaco e **A** é um anteparo também opaco.

Tendo em vista que a propagação da luz é retilínea no local do experimento, teremos, na região entre **D** e **A**, um tronco de cone desprovido de iluminação direta de **F**. Essa região é denominada **sombra**. Em **A**, notaremos uma região circular também isenta de iluminação direta de **F**. Essa região é chamada de **sombra projetada**.



É importante observar que o fato de a sombra de um corpo ser semelhante a ele atesta que a luz se propaga em linha reta no meio considerado.

Admita agora o esquema seguinte, em que **L** é uma fonte **extensa** de luz, **D** é um disco opaco e **A** é um anteparo também opaco.



Nesse caso, pelo fato de a fonte de luz ser extensa, além das regiões de sombra e de sombra projetada teremos ainda regiões de **penumbra** e de **penumbra projetada**. Nas regiões de penumbra, a iluminação será parcial, sendo que aí se observará transição entre sombra e iluminação total.

Gabor Nemes/Kino.com.br

Nesta fotografia, o ursinho de pelúcia foi iluminado por uma fonte extensa de luz. Observe, na parede ao fundo, a sombra projetada pelo ursinho, contornada por uma área de semi-iluminação. Essa área corresponde à penumbra projetada.

É interessante observar que os eclipses são conseqüência da projeção de sombras e de penumbras de um astro sobre outro.

Exemplo 1: eclipse da Lua

Neste caso, a Lua situa-se no cone de sombra da Terra.

Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala.

O eclipse da Lua ocorre na fase de lua cheia.

Dr. Fred Espenak/SPL/LatinStock

Este eclipse da Lua foi fotografado em 16 de maio de 2003. Na seqüência de imagens, podemos notar a gradual imersão do satélite no cone de sombra da Terra.

Exemplo 2: eclipse do Sol

Neste caso, a Lua projeta sobre a Terra uma região de sombra e uma de penumbra.

Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala.

Região 1: sombra da Lua.

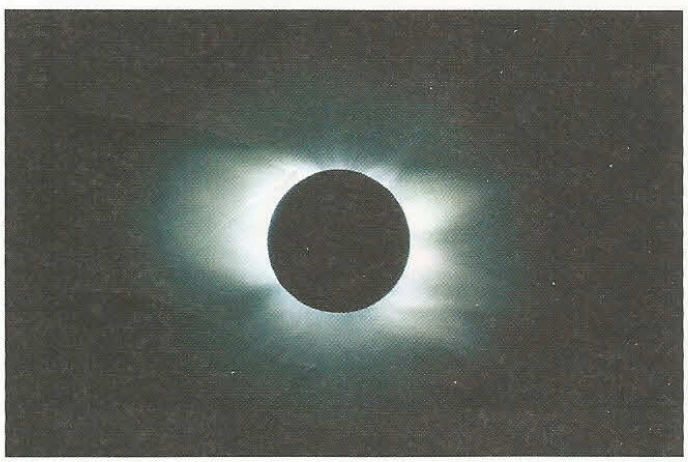
Região 2: penumbra.

Região 3: sombra da Lua projetada na Terra. Nessa região, ocorre o eclipse total ou anular do Sol.

Região 4: penumbra projetada. Nessa região, ocorre o eclipse parcial do Sol, caso em que uma parte do "disco solar" permanece visível.

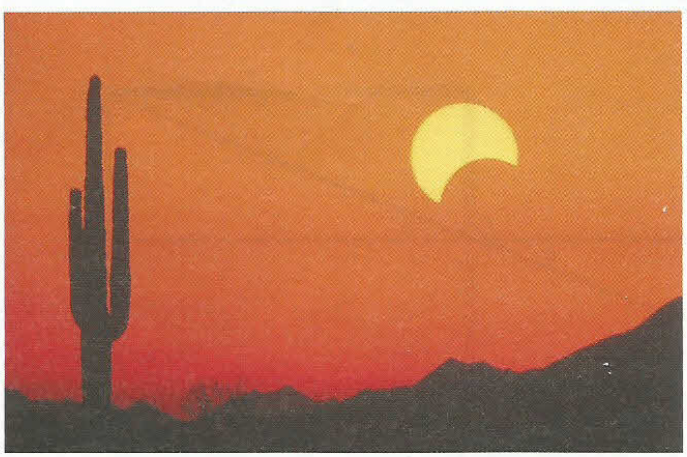
Região 5: não há eclipse nessa região e o "disco solar" é visualizado integralmente.

O eclipse do Sol ocorre na fase da lua nova.



Stock Trek/Getty Images

Nos locais da Terra em que o eclipse do Sol é total, o "disco solar" é observado completamente encoberto pela Lua.



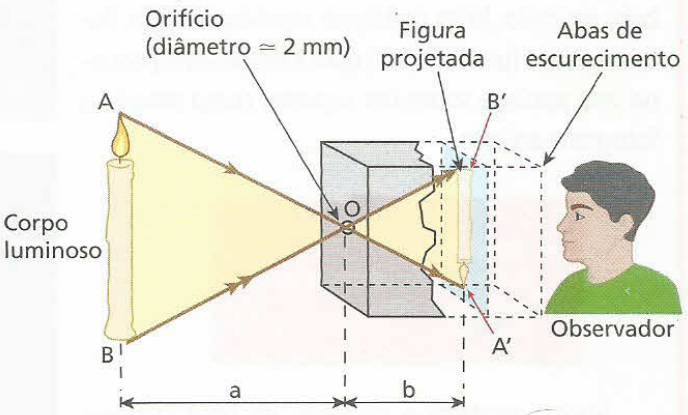
Richard Cummins/Corbis/LatinStock

Nos locais da Terra em que o eclipse do Sol é parcial, uma fração do "disco solar" é observada descoberta.

10. Câmara escura de orifício

Esse dispositivo nada mais é que uma caixa de paredes opacas, sendo uma delas dotada de um orifício **O**, diante do qual é colocado um corpo luminoso.

Os raios emanados desse corpo, após atravessarem **O**, incidem na parede do fundo da caixa, lá projetando uma figura semelhante ao corpo considerado, em forma e em cõlorido. Tal figura, no entanto, apresenta-se invertida em relação ao corpo.



Observando o esquema, você pode constatar que os triângulos OAB e OA'B' são semelhantes. Por isso:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a}$$

Para uma mesma câmara e um mesmo corpo luminoso, os comprimentos **b** (profundidade da câmara) e AB (comprimento do corpo luminoso) são constantes. Por isso, podemos afirmar que, nesse caso, A'B' (comprimento da figura projetada) é **inversamente proporcional** à distância **a** do corpo luminoso à parede frontal da câmara. Se, por exemplo, dobrarmos **a**, A'B' se reduzirá à metade.

É importante destacar que a figura projetada na parede do fundo da câmara pode ser contemplada por um observador situado na posição sugerida no esquema. Para tanto, basta que ele substitua a parede do fundo por uma lâmina de vidro fosco ou papel vegetal, por exemplo.

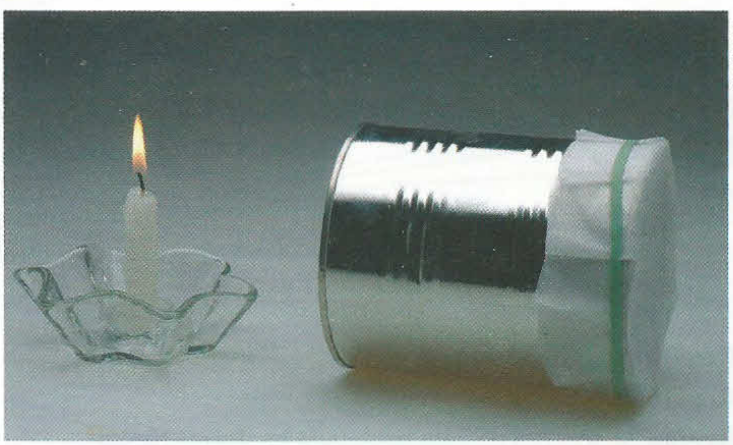
Para obter uma boa definição na figura projetada (boa nitidez), não se deve aumentar o diâmetro do orifício além de 2 mm.

Pode-se dizer que a câmara escura de orifício constitui um ancestral da câmara fotográfica, sendo ainda um dispositivo que comprova o Princípio da Propagação Retilínea da Luz.

FAÇA VOCÊ MESMO

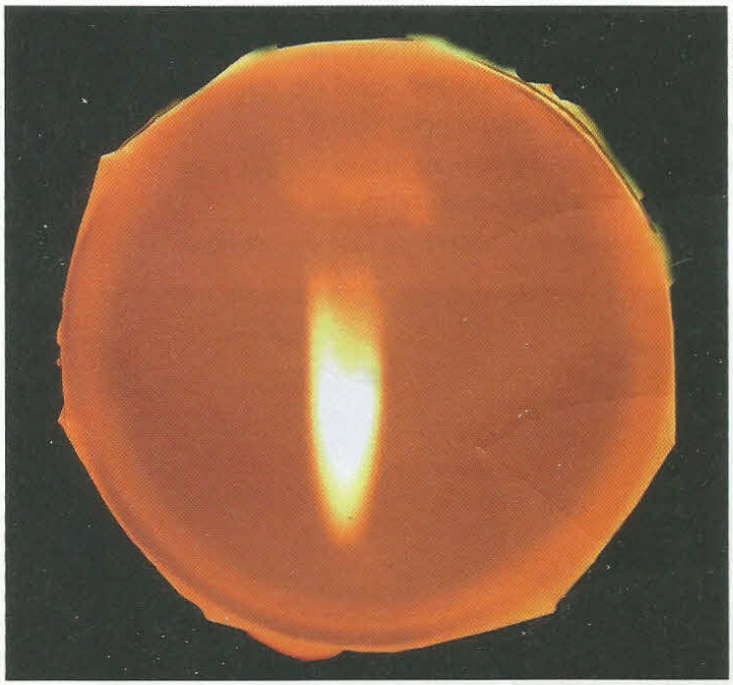
Vamos construir uma câmara escura de orifício e verificar algumas conseqüências da propagação retilínea da luz.

Faça um furo circular no centro da base de uma lata de conservas utilizando um prego de uns 2 mm de diâmetro. Tape a boca da lata com um pedaço de papel vegetal ou papel-manteiga, fixando-o por meio de um elástico ou barbante. O papel deve ficar bem esticado. Num ambiente semi-escurecido, ilumine a base furada da lata com a luz de uma pequena vela apoiada sobre um suporte, como propõe a fotografia ao lado.



Fabio R. Martins

> ▸ **ATENÇÃO!**
> Tome muito cuidado ao manusear a vela acesa.



Fabio R. Martins

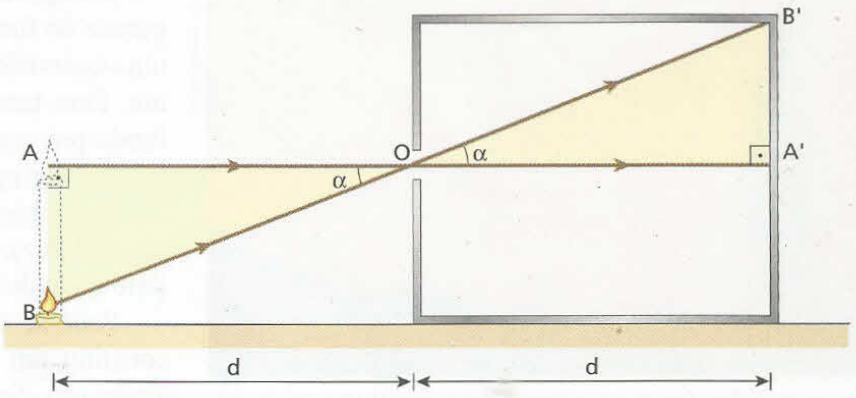
Você perceberá a projeção de uma imagem invertida da vela no papel que tapa a boca da lata, como aparece na fotografia ao lado. Observe que apenas a região mais iluminada da vela, próxima à base da chama, aparecerá projetada.

Aproximando-se a vela da lata, o tamanho da imagem projetada aumentará e, afastando-se a vela da lata, o tamanho da imagem projetada diminuirá.

Agora, corte uma vela apagada de modo que de seu pavio fique à mesma altura do furo existente no centro da base da lata. Meça com uma régua a profundidade da lata e coloque a vela a uma distância igual em relação ao furo, conforme ilustra o esquema, e acenda-a.

Deixe a vela ir queimando. À medida que seu comprimento for diminuindo, você notará a imagem projetada subindo na parede oposta ao furo, de maneira que, quando a vela estiver praticamente terminada, a projeção da imagem de sua chama estará no ponto mais alto do papel, no topo da parede do fundo da lata.

A semelhança existente entre a imagem projetada no papel e a vela é uma evidência de que a luz se propaga em linha reta no ambiente do experimento. Deve-se notar também a congruência entre os triângulos ABO e A'B'O destacados na figura, o que também pode ser justificado pelo fato de a luz se propagar em linha reta.



EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

10 Com o Sol a pino, observa-se que a sombra de um disco circular, projetada no solo plano e horizontal, tem a mesma forma e o mesmo diâmetro do disco. Pode-se, então, concluir que:

a) os raios solares são praticamente paralelos entre si e o disco está disposto paralelamente ao solo;
b) os raios solares são praticamente paralelos entre si e o disco está disposto perpendicularmente ao solo;
c) os raios solares são muito divergentes e o disco está disposto paralelamente ao solo;
d) os raios solares são muito divergentes e o disco está disposto perpendicularmente ao solo;
e) Nada se pode concluir apenas com as informações oferecidas.

11 Analise as proposições seguintes:

I. No vácuo, a luz propaga-se em linha reta.
II. Em quaisquer circunstâncias, a luz propaga-se em linha reta.
III. Nos meios transparentes e homogêneos, a luz propaga-se em linha reta.
IV. Ao atravessar a atmosfera terrestre, a luz propaga-se em linha reta.

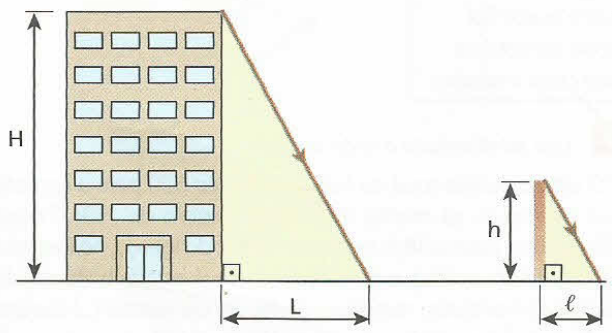
O que você concluiu?

a) Somente I é correta.
b) Somente I e III são corretas.
c) Somente II e III são corretas.
d) Todas são corretas.
e) Todas são erradas.

12 **E.R.** Desejando medir a altura **H** de um prédio, um estudante fixou verticalmente no solo uma estaca de 2,0 m de comprimento. Em certa hora do dia, ele percebeu que o prédio projetava no solo uma sombra de 60 m de comprimento, enquanto a estaca projetava uma sombra de 3,0 m de comprimento. Considerando os raios solares paralelos, que valor o estudante encontrou para **H**?

Resolução:

O processo descrito está representado na figura seguinte:



Como podemos considerar os raios solares paralelos, os triângulos retângulos correspondentes às regiões de sombra do prédio e da estaca são semelhantes. Assim, podemos escrever que:

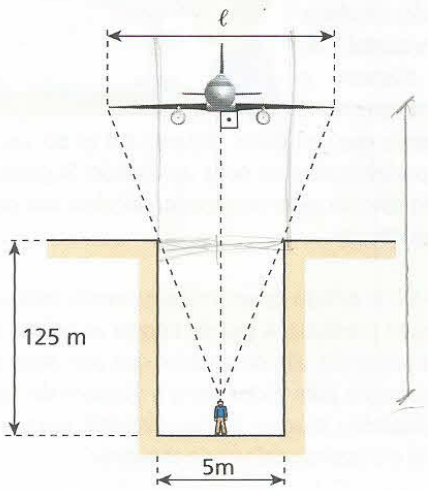
$$\frac{H}{h} = \frac{L}{\ell}$$

Sendo h = 2,0 m, L = 60 m e ℓ = 3,0 m, calculemos **H**:

$$\frac{H}{2,0\ m} = \frac{60\ m}{3,0\ m} \Rightarrow \boxed{H = 40\ m}$$

13 (UFPE) Uma pessoa de 1,8 m de altura está em pé ao lado de um edifício de altura desconhecida. Num dado instante, a sombra dessa pessoa, projetada pela luz solar, tem uma extensão de 3,0 m, enquanto a sombra do edifício tem uma extensão de 80 m. Qual a altura, em metros, do edifício?

14 Do fundo de um poço, um observador de altura desprezível contempla um avião, que está 500 m acima de seus olhos. No instante em que a aeronave passa sobre a abertura do poço, o observador tem a impressão de que a envergadura (distância entre as extremidades das asas) abrange exatamente o diâmetro da abertura.

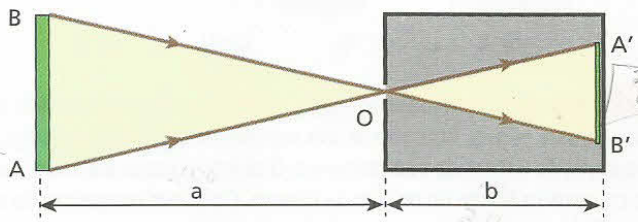


Considerando os elementos da figura ilustrativa acima, fora de escala, calcule a envergadura ℓ do avião.

15 (UFG-GO) Um feixe luminoso, partindo de uma fonte puntiforme, incide sobre um disco opaco de 10 cm de diâmetro. Sabendo-se que a distância da fonte ao disco corresponde a um terço da distância deste ao anteparo e que os planos da fonte, do disco e do anteparo são paralelos, pode-se afirmar que o raio da sombra do disco, projetada sobre o anteparo, é de:

a) 15 cm. b) 20 cm. c) 25 cm. d) 35 cm. e) 40 cm.

16 O esquema representa o corte de uma câmara escura de orifício, diante da qual existe um corpo luminoso AB de 40 cm de comprimento:



Considerando a = 100 cm e b = 20 cm, calcule o comprimento da figura A'B' projetada na parede do fundo da câmara.

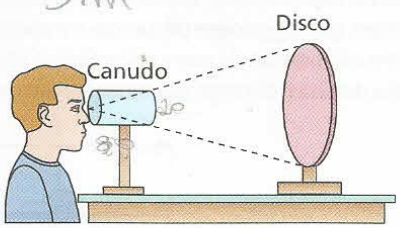
17 Num eclipse da Lua, a posição relativa dos três astros, Sol, Lua e Terra, é a seguinte:

a) O Sol entre a Lua e a Terra.
b) A Lua entre o Sol e a Terra.
c) A Terra entre o Sol e a Lua.
d) A Terra e a Lua à esquerda do Sol.
e) É impossível a ocorrência de um eclipse da Lua.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

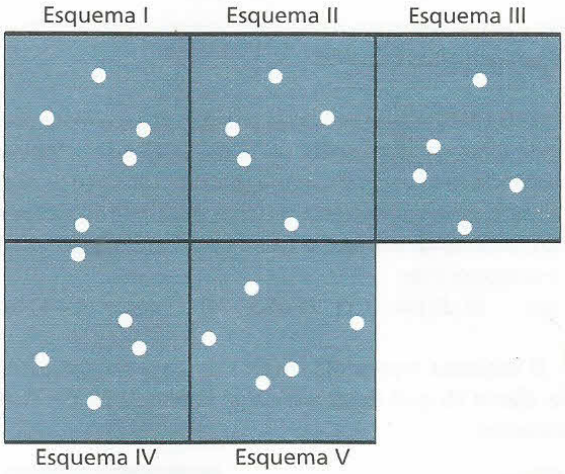
18 Um grupo de escoteiros deseja construir um acampamento em torno de uma árvore. Por segurança, eles devem colocar as barracas a uma distância tal da base da árvore que, se cair, ela não venha a atingi-los. Aproveitando o dia ensolarado, eles mediram, ao mesmo tempo, os comprimentos das sombras da árvore e de um deles, que tem 1,5 m de altura; os valores encontrados foram 6,0 m e 1,8 m, respectivamente. Qual deve ser a menor distância das barracas à base da árvore?

19 Considere o esquema ao lado, em que o observador olha através de um canudo cilíndrico, de eixo horizontal, de 20 cm de diâmetro e 80 cm de comprimento.



O rapaz observa que um disco, distante 8,0 m do seu olho, parece encaixar-se perfeitamente na boca do canudo. Supondo desprezível a distância do olho do rapaz ao canudo, calcule o raio do disco, admitindo que seja circular.

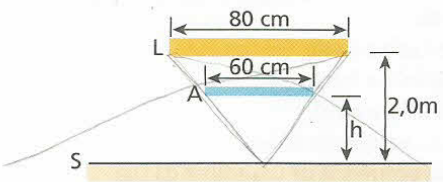
20 (FCC-SP) O orifício de uma câmara escura está voltado para o céu, numa noite estrelada. A parede oposta ao orifício é feita de papel vegetal translúcido. Um observador que está atrás da câmara, se olhasse diretamente para o céu, veria o Cruzeiro do Sul conforme o esquema I. Olhando a imagem no papel vegetal, por trás da câmara, o observador vê o Cruzeiro conforme o esquema:



a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

21 Um objeto luminoso e linear é colocado a 20 cm do orifício de uma câmara escura, obtendo-se, em sua parede do fundo, uma figura projetada de 8,0 cm de comprimento. O objeto é então afastado, sendo colocado a 80 cm do orifício da câmara. Calcule o comprimento da nova figura projetada na parede do fundo da câmara.

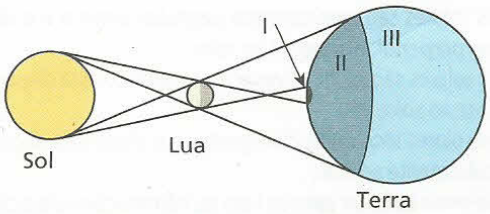
22 (UEL-PR) A figura a seguir representa uma fonte extensa de luz **L** e um anteparo opaco **A** dispostos paralelamente ao solo (**S**):



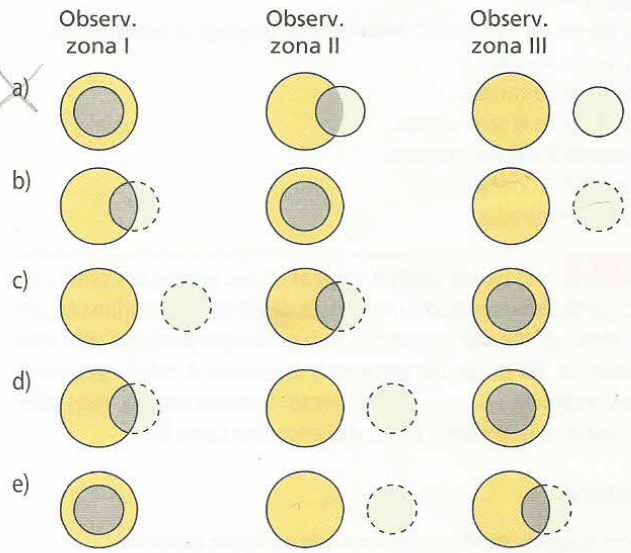
O valor mínimo de **h**, em metros, para que sobre o solo não haja formação de sombra, é:

a) 2,0. b) 1,5. c) 0,80. d) 0,60. e) 0,30.

23 (Cesgranrio-RJ)



A figura acima está fora de escala; reproduz, porém, corretamente, os aspectos qualitativos da geometria do sistema Terra, Lua, Sol durante um eclipse anular do Sol. Qual das opções abaixo melhor representa a situação aparente do Sol e da Lua para observadores situados respectivamente nas zonas I, II e III da Terra?



Código:
círculo maior: Sol
círculo menor: Lua
Parte cinza = sombra

24 Leia atentamente o texto abaixo:

"O último eclipse total do Sol neste século (XX) para o hemisfério sul aconteceu na manhã de 3 de novembro de 1994. Faltavam 15 minutos para as 10 h, na cidade de Foz do Iguaçu, no Paraná. Em qualquer dia normal, o sol da primavera já estaria brilhando bem acima do horizonte, mas esse não foi um dia normal (...) Durante o eclipse, a gigantesca sombra, com 200 km de diâmetro, progrediu a 3 000 km por hora do Oceano Pacífico para a América do Sul. Entrou no Brasil por Foz do Iguaçu e saiu para o Oceano Atlântico, sobre a divisa dos estados de Santa Catarina e Rio Grande do Sul."

(*Revista Superinteressante*. Ano 8, n. 10.)

Com base em seus conhecimentos e nas informações contidas no texto, responda:

a) Em que fase da Lua (lua cheia, lua minguante, lua nova ou lua crescente) ocorre o eclipe total do Sol?

b) Qual a duração máxima do eclipse citado para uma pessoa que observou o fenômeno de um local em Foz do Iguaçu?

Bloco 3

11. Fenômenos físicos fundamentais na Óptica Geométrica

A Óptica Geométrica trata basicamente das trajetórias da luz na sua propagação. São de especial interesse nesse estudo dois fenômenos físicos fundamentais: a **reflexão** e a **refração**.

Considere uma superfície **Σ** separadora de dois meios transparentes 1 e 2. Admita um pincel luminoso cilíndrico que, propagando-se no meio 1, incide sobre **Σ**.

Uma parte da energia luminosa incidente retorna ao meio 1, caracterizando, assim, o fenômeno da reflexão.

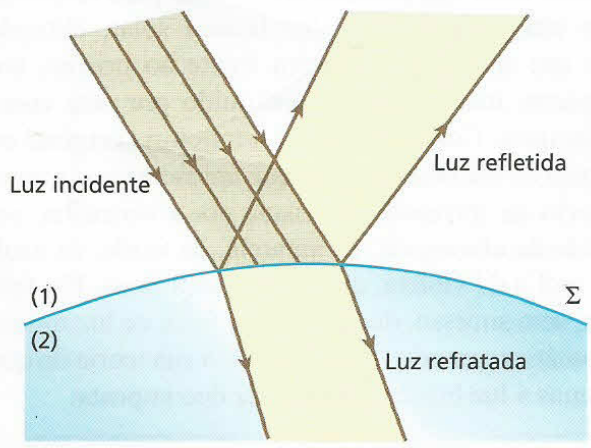
Reflexão é o fenômeno que consiste no fato de a luz voltar a se propagar no meio de origem, após incidir na superfície de separação deste com outro meio.

Outra parte da energia luminosa incidente poderá passar para o meio 2, caracterizando, assim, o fenômeno da refração.

Refração é o fenômeno que consiste no fato de a luz passar de um meio para outro diferente.

Considerando-se o que foi visto em Ondas, vale lembrar que na reflexão conservam-se a freqüência e a intensidade da velocidade de propagação, enquanto na refração a freqüência conserva-se, mas a intensidade da velocidade de propagação varia na proporção direta do comprimento de onda.

A figura a seguir ilustra a reflexão e a refração da luz.



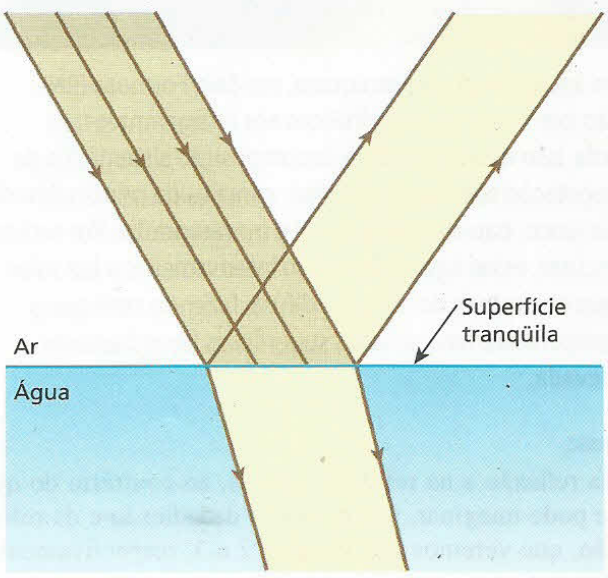
Imagine, por exemplo, que você está num local bastante iluminado, diante de uma porta de vidro transparente que dá acesso a outro ambiente, mais escurecido. Parte da luz difundida por seu corpo sofrerá reflexão na porta de vidro, permitindo que você veja uma imagem sua. Outra parte da luz difundida por seu corpo atravessará a porta de vidro, refratando-se e possibilitando que pessoas situadas dentro do outro ambiente – o mais escurecido – também o vejam.

12. Reflexão e refração regulares e difusas

A maior ou menor regularidade da superfície sobre a qual incide a luz pode determinar dois tipos de reflexão e de refração: a **regular** e a **difusa**.

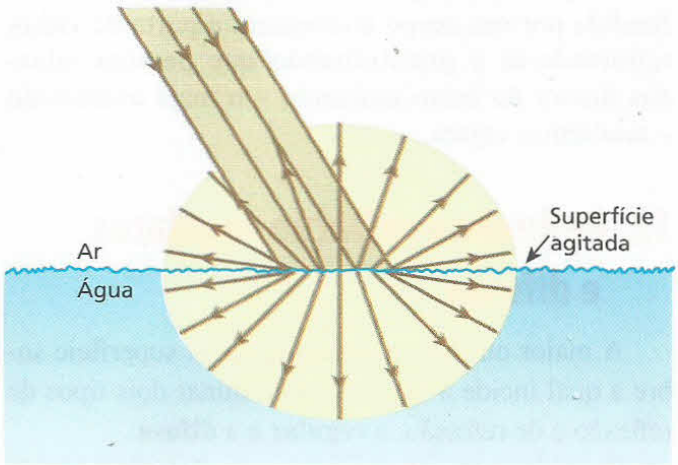
Considere, por exemplo, a superfície da água de um lago isenta de quaisquer perturbações. Nessas condições, essa superfície apresenta-se praticamente desprovida de ondulações ou irregularidades.

Fazendo incidir sobre a água do lago um pincel cilíndrico de luz monocromática (uma só cor ou freqüência), podemos observar reflexão e refração regulares. Os pincéis luminosos refletido e refratado também serão cilíndricos; os raios de luz componentes desses pincéis serão paralelos entre si, da mesma forma que os raios luminosos constituintes do pincel incidente. A figura a seguir ilustra a reflexão e a refração regulares.



Imagine, agora, que a superfície da água do lago seja perturbada pelas gotas de uma chuva torrencial.

Fazendo incidir sobre a água do lago um pincel cilíndrico de luz monocromática, poderemos observar reflexão e refração difusas. Os pincéis luminosos refletido e refratado não serão cilíndricos; os raios de luz componentes desses pincéis terão direções diversas, expandindo-se de modo aleatório por todo o espaço. A figura abaixo ilustra a reflexão e a refração difusas.



Refrigerante quente

Ricardo Helou Doca

As águas da lagoa Araraquara, em Baía Formosa (RN), são bem escuras, semelhantes aos refrigerantes tipo cola. Isso ocorre devido à decomposição sistemática da vegetação subaquática e ciliar, constituída principalmente de junco, pau-rosa, pau-brasil e maçaranduba. Por serem escuras, essas águas absorvem intensamente a luz solar, que é refratada de maneira difusa, fazendo com que a temperatura nas camadas superficiais fique bastante elevada.

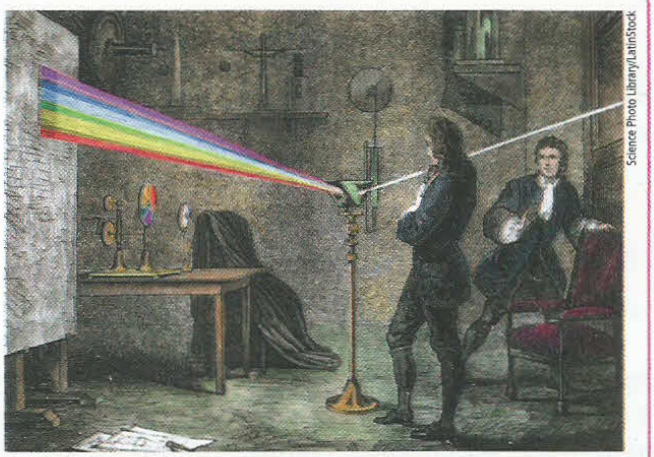
Notas:

- Na reflexão e na refração difusas, ao contrário do que se pode imaginar, valem as leis da reflexão e da refração, que veremos nos Tópicos 2 e 3, respectivamente. As direções diversas assumidas pelos raios refletidos e refratados devem-se às irregularidades da superfície de incidência.
- Como não há superfície perfeitamente lisa, sempre que ocorre reflexão ou refração uma parte da luz incidente é difundida. É claro que tal parcela será tanto menor quanto mais regular for a superfície.
- A difusão da luz é decisiva para a visão das coisas que nos cercam. Um pincel de luz que atravessa um quarto escuro, por exemplo, poderá ser observado se na região abrangida por ele espalharmos fumaça, cujas partículas constituintes difundem a luz, enviando-a aos nossos olhos.

13. Reflexão e refração seletivas

A luz solar (ou a luz emitida por uma lâmpada fluorescente) é denominada **luz branca**.

A luz branca solar é policromática, isto é, composta de diversas cores, das quais se costumam destacar sete: vermelha, alaranjada, amarela, verde, azul, anil e violeta.


Science Photo Library/LatinStock

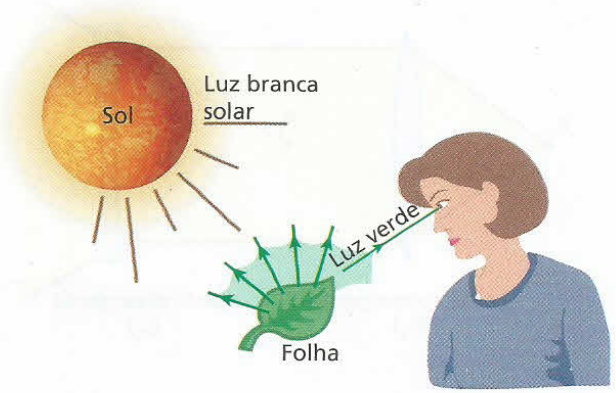
Por volta de 1665, o cientista inglês Isaac Newton (1642-1727) verificou que as luzes coloridas, como a amarela e a azul, não eram modificações da luz branca, como se acreditava na época, mas componentes dela. Ele utilizou um prisma para dispersar um estreito pincel de luz branca solar, obtendo em um anteparo, posto em frente ao prisma, um espectro multicolorido constituído por sete cores principais. Considerando-se a trajetória original do pincel de luz branca, a cor que apresentava o menor desvio na travessia do prisma era a vermelha, seguida da alaranjada, da amarela, da verde, da azul, da anil e da violeta, que se desviava mais. Ele tentou, sem sucesso, decompor um feixe de luz monocromática amarela, confirmando a sua teoria de que apenas a luz branca poderia ser decomposta.

Quando iluminadas pela luz solar, as folhas de uma árvore nos parecem verdes, por quê?

Porque essas folhas "selecionam" no espectro solar principalmente a cor componente verde, refletindo-a de modo difuso para o meio. Ao recebermos luz verde em nossos olhos, enxergamos as folhas em verde.

Cumpre observar que as demais cores componentes da luz branca são predominantemente absorvidas pelas folhas.

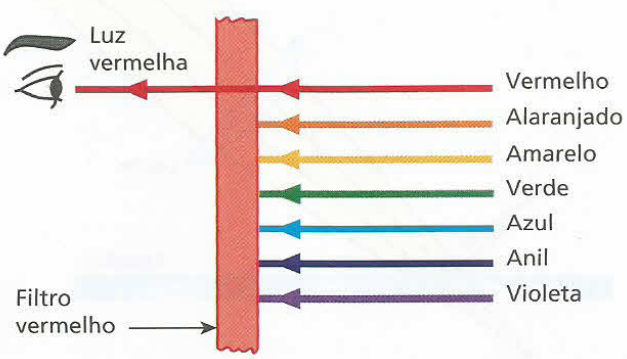
A figura a seguir ilustra a reflexão seletiva.



Notas:

- Se vemos um corpo branco, é porque ele está refletindo todas as cores do espectro solar.
- Se "vemos" um corpo preto, é porque ele está absorvendo todas as cores do espectro solar.
- Um corpo que nos parece vermelho quando iluminado pela luz branca solar se apresentará escuro quando iluminado por luz monocromática de cor diferente da vermelha (azul, por exemplo).

Observando os objetos que nos cercam através de uma lâmina de acrílico vermelha, por exemplo, distinguiremos nesses objetos apenas regiões vermelhas e regiões bem escuras. Isso ocorre porque a lâmina de acrílico constitui um **filtro**, que refrata (deixa passar) seletivamente a luz vermelha, absorvendo substancialmente as demais cores do espectro.



Esquema da refração seletiva.

Os filtros são largamente utilizados em fotografia, permitindo que penetrem no interior da câmara apenas as colorações desejadas.

14. Generalidades sobre sistemas ópticos

Em geral, há dois tipos principais de sistemas ópticos: os **refletores** e os **refratores**.

No grupo dos sistemas ópticos refletores, encontram-se os espelhos, que são superfícies polidas de um corpo opaco, com alto poder de reflexão.

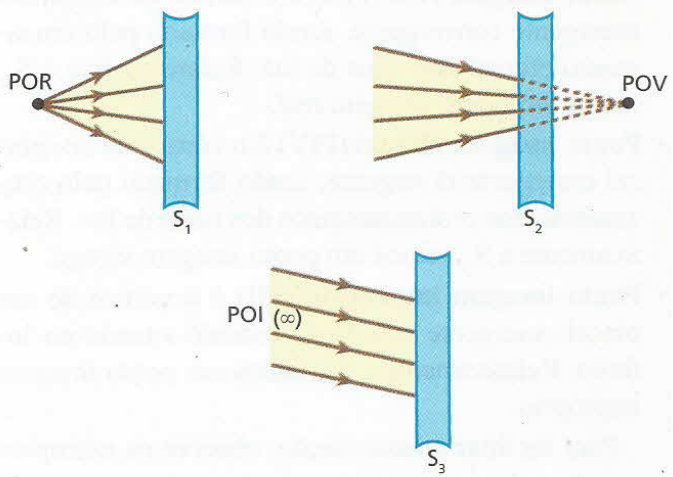
No grupo dos sistemas ópticos refratores, por sua vez, encontram-se os dioptros, que são constituídos de dois meios transparentes separados por uma superfície regular. Associações convenientes de dioptros dão origem a utensílios ópticos de grande importância prática, como lentes e prismas, dentre outros.

15. Ponto objeto e ponto imagem

Definições

Os conceitos de **ponto objeto** e **ponto imagem** são essenciais no estudo de Óptica Geométrica.

Considere as três figuras a seguir, em que são representados três sistemas ópticos genéricos, S_1, S_2 e S_3, nos quais incide luz:



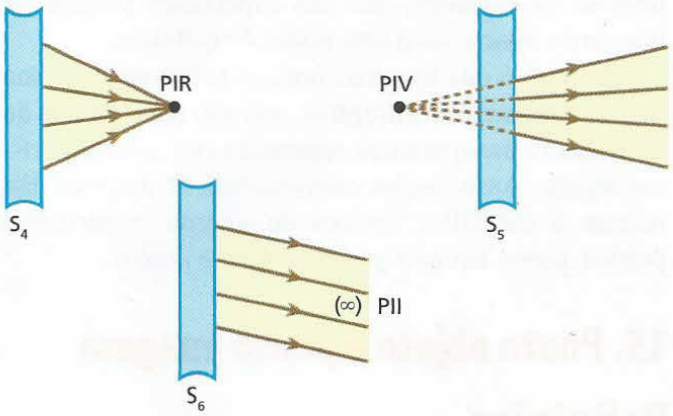
Relativamente a determinado sistema óptico, chama-se **ponto objeto** o vértice do pincel luminoso incidente.

É importante destacar que:

- **Ponto objeto real** (POR) é o vértice de um pincel incidente divergente, sendo formado pelo cruzamento efetivo dos raios de luz. Relativamente a S_1, temos um ponto objeto real.

- **Ponto objeto virtual** (POV) é o vértice de um pincel incidente convergente, sendo formado pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios de luz. Relativamente a S_2, temos um ponto objeto virtual.
- **Ponto objeto impróprio** (POI) é o vértice de um pincel incidente cilíndrico, estando situado no infinito. Relativamente a S_3, temos um ponto objeto impróprio.

Considere, agora, as três figuras a seguir, em que são representados três sistemas ópticos genéricos, S_4, S_5 e S_6, dos quais emerge luz:



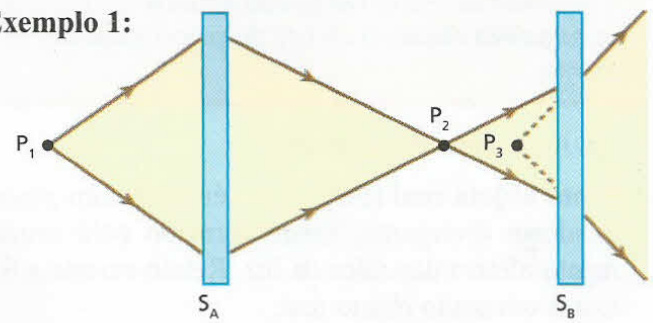
Relativamente a determinado sistema óptico, chama-se **ponto imagem** o vértice do pincel luminoso emergente.

Convém destacar que:

- **Ponto imagem real** (PIR) é o vértice de um pincel emergente convergente, sendo formado pelo cruzamento efetivo dos raios de luz. Relativamente a S_4, temos um ponto imagem real.
- **Ponto imagem virtual** (PIV) é o vértice de um pincel emergente divergente, sendo formado pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios de luz. Relativamente a S_5, temos um ponto imagem virtual.
- **Ponto imagem impróprio** (PII) é o vértice de um pincel emergente cilíndrico, estando situado no infinito. Relativamente a S_6, temos um ponto imagem impróprio.

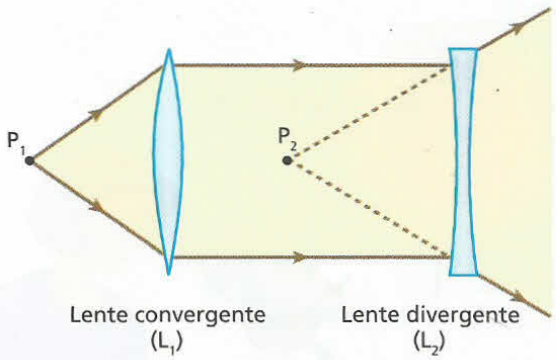
Para facilitar a assimilação, observe os exemplos seguintes.

Exemplo 1:



Sistema óptico / Ponto	S_A	S_B
P_1	POR	–
P_2	PIR	POR
P_3	–	PIV

Exemplo 2:

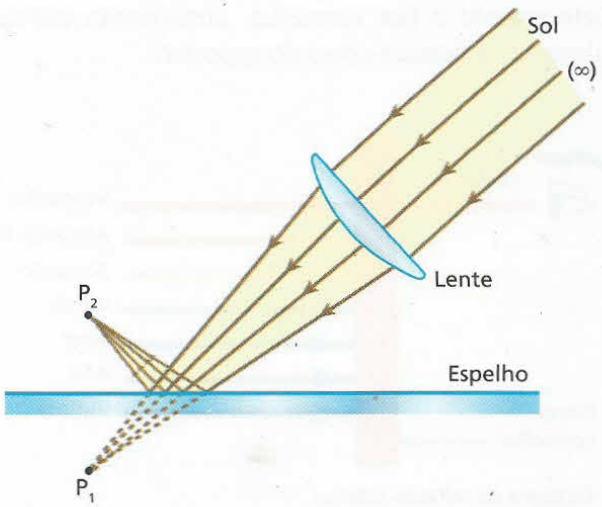


Sistema óptico / Ponto	L_1	L_2
P_1	POR	–
P_2	–	PIV

Nota:

- A imagem que L_1 conjuga (faz corresponder) a P_1 é imprópria: essa imagem comporta-se como objeto impróprio em relação a L_2.

Exemplo 3:



Sistema óptico / Ponto	Lente	Espelho
Sol	POI	–
P_1	PIR	POR
P_2	–	PIR

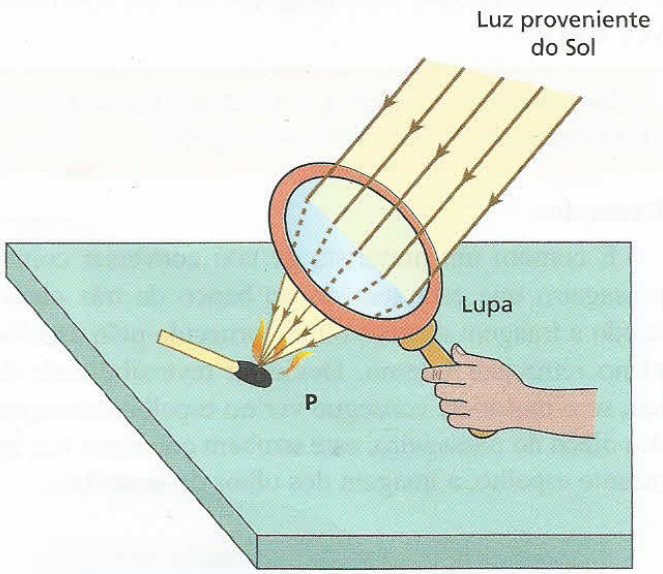
Nota:

- Embora P_1 tenha sido formado pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios de luz, comporta-se, em relação à lente, como ponto imagem real, pois corresponde ao vértice de um pincel emergente convergente.

Exemplo 4:

Uma lupa (lente de aumento) pode concentrar a luz recebida do Sol numa pequena região, como **P**. Colocando-se a extremidade inflamável de um palito de fósforo em **P**, ela poderá se incendiar.

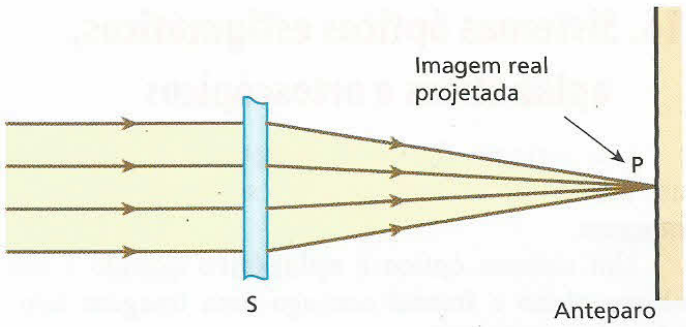
Em relação ao sistema óptico lupa, o Sol, situado a grande distância, comporta-se como objeto impróprio, enquanto **P** é uma imagem real do Sol (formada efetivamente por raios luminosos).



Comentários

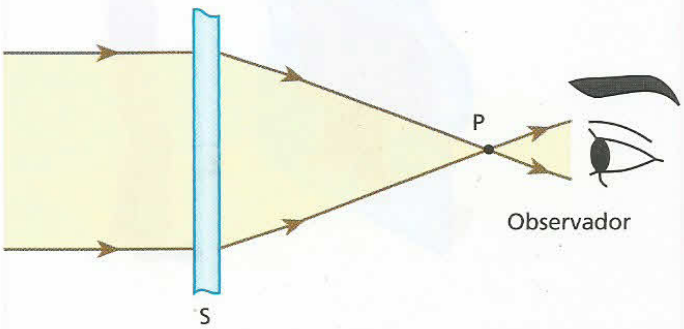
As imagens reais **podem** ser projetadas em anteparos, como telões ou paredes.

Isso ocorre pelo fato de os pontos de imagens reais constituírem vértices efetivos de feixes luminosos emergentes do sistema óptico.



Depois de incidir no anteparo, a luz que determina a imagem real é difundida para o ambiente, permitindo a observação coletiva, isto é, a visão da figura projetada por vários observadores simultaneamente. No cinema, por exemplo, a imagem projetada na tela é real.

Convém salientar, entretanto, que uma imagem real também pode ser visualizada diretamente, isto é, sem estar projetada em anteparos. Para isso, basta que o observador posicione o seu globo ocular de modo a ser atingido pela luz, conforme mostra o esquema a seguir:

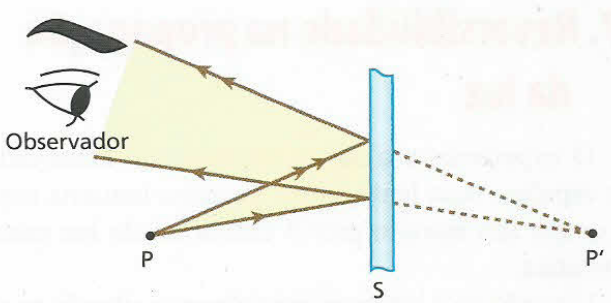


As imagens virtuais **não podem** ser projetadas em anteparos.

Isso ocorre porque não há luz na região em que se forma uma imagem virtual.

Observe que, embora não possa ser projetada em anteparos, uma imagem virtual pode ser vista por um observador, comportando-se em relação ao seu globo ocular como um objeto real.

No esquema abaixo, representamos o exposto.



Em relação ao sistema óptico **S**, P' é um ponto imagem virtual que não pode ser projetado em anteparos. Entretanto, em relação ao globo ocular do observador, esse ponto comporta-se como ponto objeto real.

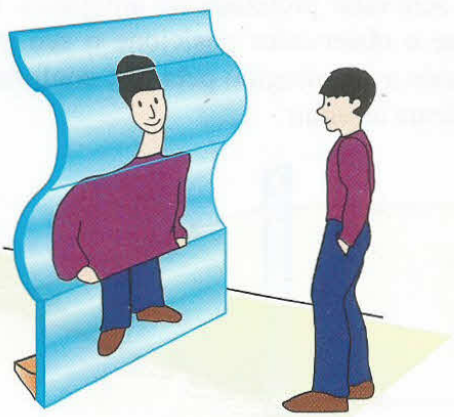
16. Sistemas ópticos estigmáticos, aplanéticos e ortoscópicos

Um sistema óptico é **estigmático** quando a um ponto objeto conjuga um e somente um ponto imagem.

Um sistema óptico é **aplanético** quando a um objeto plano e frontal conjuga uma imagem também plana e frontal.

Um sistema óptico é **ortoscópico** quando a um objeto conjuga uma imagem geometricamente semelhante.

O único sistema óptico rigorosamente estigmático, aplanético e ortoscópico para qualquer posição do objeto é o espelho plano.

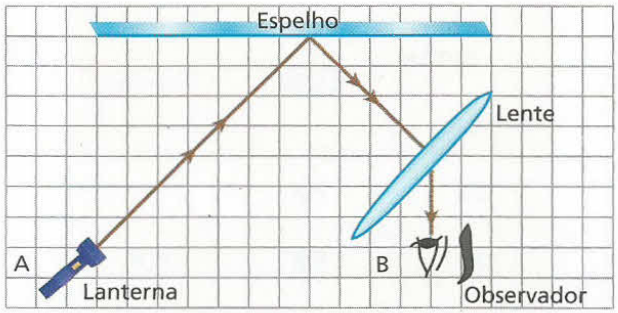


O "espelho mágico" representado na figura é constituído de uma região convexa, uma côncava e outra plana. Exceto a região plana, as demais regiões não são estigmáticas, nem aplanéticas, nem ortoscópicas. A imagem que o sistema conjuga é sensivelmente distorcida em relação ao objeto.

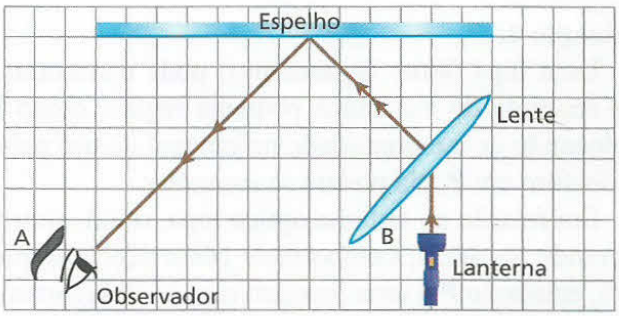
17. Reversibilidade na propagação da luz

O experimento a seguir envolve um observador, um espelho, uma lente e uma pequena lanterna capaz de emitir um estreito pincel cilíndrico de luz monocromática.

Ligando-se a lanterna, inicialmente situada na posição **A**, o pincel luminoso emitido por ela descreverá a trajetória mostrada na figura a seguir, atingindo o olho do observador situado na posição **B**:



Permutando-se, agora, as posições da lanterna e do olho do observador, notaremos que, acendendo-se a lanterna na posição **B**, a luz emitida por ela descreverá a mesma trajetória do caso anterior, atingindo o olho do observador situado na posição **A**. A figura a seguir ilustra o exposto:



Esse experimento e outros similares constituem a evidência de que a propagação da luz é reversível, isto é:

> Em idênticas condições, a trajetória seguida pela luz independe do sentido de propagação.

Exemplo:

É comum um motorista de táxi conversar com o passageiro que está sentado no banco de trás observando a imagem de seus olhos fornecida pelo espelho plano retrovisor interno. Devido à reversibilidade da luz, se o motorista consegue ver no espelho a imagem dos olhos do passageiro, este também consegue ver, no mesmo espelho, a imagem dos olhos do motorista.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

25 Um quadro coberto com uma placa de vidro plano transparente não é tão bem visto quanto outro não coberto principalmente porque:
a) o vidro reflete grande parte da luz ambiente incidente sobre ele;
b) o vidro não refrata a luz proveniente do quadro;
c) o vidro difunde a luz proveniente do quadro;
d) o vidro absorve a luz proveniente do quadro;
e) o vidro reflete totalmente a luz ambiente incidente sobre ele.

26 À noite, numa sala iluminada, é possível ver os objetos da sala por reflexão numa vidraça de vidro transparente melhor do que durante o dia. Isso ocorre porque, à noite:
a) aumenta a parcela de luz refletida pela vidraça;
b) não há luz refletida pela vidraça;
c) diminui a parcela de luz refratada, proveniente do exterior;
d) aumenta a parcela de luz absorvida pela vidraça;
e) diminui a quantidade de luz difundida pela vidraça.

27 Um jarro pintado de cor clara pode ser visto de qualquer posição do interior de uma sala devidamente iluminada. Isso ocorre porque:
a) o jarro refrata grande parte da luz que recebe;
b) o jarro difunde para os seus arredores grande parte da luz que recebe;
c) o jarro absorve a luz que recebe;
d) o jarro é um bom emissor de luz;
e) o jarro reflete toda a luz que recebe.

28 **E.R.** Um estudante está usando uma camiseta que, vista à luz do Sol, se apresenta amarela, tendo impressa no peito a palavra ÓPTICA em letras vermelhas. Como se apresentará a camiseta se o estudante entrar em um recinto iluminado por luz monocromática vermelha? Suponha que os pigmentos amarelos do tecido e vermelhos da palavra impressa sejam puros.

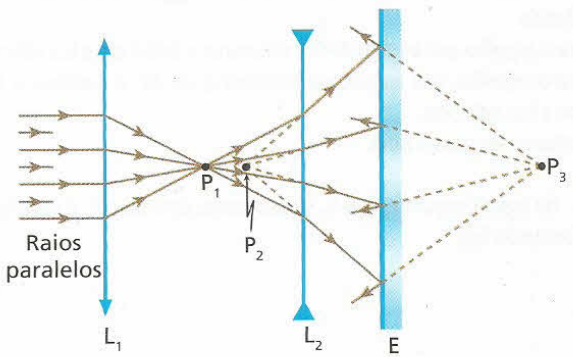
Resolução:
A região que se apresentava amarela sob a luz solar se apresentará escura, pois a luz vermelha incidente sobre ela será totalmente absorvida.
A região que se apresentava vermelha sob a luz solar (palavra ÓPTICA) se apresentará vermelha, pois a luz vermelha incidente sobre ela será predominantemente difundida.

29 A bandeira do Brasil esquematizada na figura é confeccionada em tecidos puramente pigmentados:

Estando estendida sobre uma mesa no interior de um recinto absolutamente escuro, a bandeira é iluminada por luz monocromática. Determine de que cores serão vistas as regiões designadas por 1, 2, 3 e 4 no caso de:
a) a luz monocromática ser verde;
b) a luz monocromática ser vermelha.

30 Um estudante que contemple um arco-íris através de um filtro óptico (lâmina de acrílico) amarelo:
a) verá o arco-íris completo, com todas as suas cores;
b) não verá nada do arco-íris;
c) verá apenas a faixa amarela do arco-íris;
d) verá todas as faixas do arco-íris, exceto a amarela;
e) verá apenas as faixas alaranjada, amarela e verde do arco-íris.

Responda aos testes de **31** a **36** com base nas informações seguintes.
Considere estas convenções e a associação de sistemas ópticos:
POR = ponto objeto real
POV = ponto objeto virtual
POI = ponto objeto impróprio
PIR = ponto imagem real
PIV = ponto imagem virtual
PII = ponto imagem impróprio
L_1 = lente convergente
L_2 = lente divergente
E = espelho plano



31 A luz incidente recebida por L_1 provém de um:
a) POR; b) POV; c) POI; d) PIR; e) PII.

32 Em relação a L_1, o ponto P_1 é:
a) POR; b) POV; c) PIR; d) PIV; e) PII.

33 Em relação a L_2, o ponto P_1 é:
a) POR; b) POV; c) PIR; d) PIV; e) PII.

34 Em relação a L_2, o ponto P_2 é:
a) POR; b) POV; c) PIR; d) PIV; e) PII.

35 Em relação a **E**, o ponto P_2 comporta-se como:
a) POR; b) POV; c) PIR; d) PIV; e) PII.

36 Em relação a **E**, o ponto P_3 é:
a) POR; b) POV; c) PIR; d) PIV; e) PII.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

37 A janela de um quarto escuro dá para a rua, intensamente iluminada pelo Sol. Abrindo uma estreita fresta na janela, um observador que está dentro do quarto percebe a entrada de um feixe de luz, que, além de poder ser visto de diversos locais do quarto, ilumina uma área do seu piso. A respeito dessa situação, analise as proposições seguintes:

I. Ao passar da rua para o interior do quarto, a luz sofre refração.
II. Ao incidir no piso do quarto, a luz sofre reflexão regular.
III. O feixe de luz pode ser visto de diversos locais do quarto devido à difusão da luz por partículas suspensas no ar.

O que você concluiu?

a) Todas são corretas.
b) Todas são erradas.
c) Apenas I e II são corretas.
d) Apenas I e III são corretas.
e) Apenas III é correta.

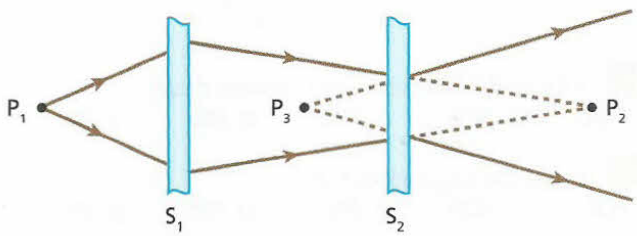
38 (Puccamp-SP) Num quarto absolutamente escuro, existem:

1. uma fonte de luz intensa, cujo feixe tem seção constante de 5 mm de diâmetro;
2. um espelho plano;
3. um anteparo branco não-polido;
4. uma bola de futebol usada.

Ao se acender a fonte, a maneira de obter uma visão da superfície da bola (superfície essa de maior área) é dirigir o feixe de luz colimado:

a) para o anteparo e iluminar a bola com a luz difundida.
b) para o espelho em incidência rasante e iluminar a bola com a luz refletida.
c) para o espelho sob ângulo de 60° e iluminar a bola com a luz refletida.
d) para o espelho sob ângulo de incidência de 30° e iluminar a bola com a luz refletida.
e) diretamente para a bola.

39 Na figura seguinte, S_1 e S_2 são sistemas ópticos e P_1 é uma fonte puntiforme de luz:



Com base nessa situação, responda:

a) O que representa P_1 em relação a S_1?
b) O que representa P_2 em relação a S_1? E em relação a S_2?
c) O que representa P_3 em relação a S_2?

40 (UFF-RJ) O telescópio refletor *Hubble* foi colocado em órbita terrestre, de modo que, livre das distorções provocadas pela atmosfera, tem obtido imagens espetaculares do universo. O *Hubble* é constituído por dois espelhos esféricos.

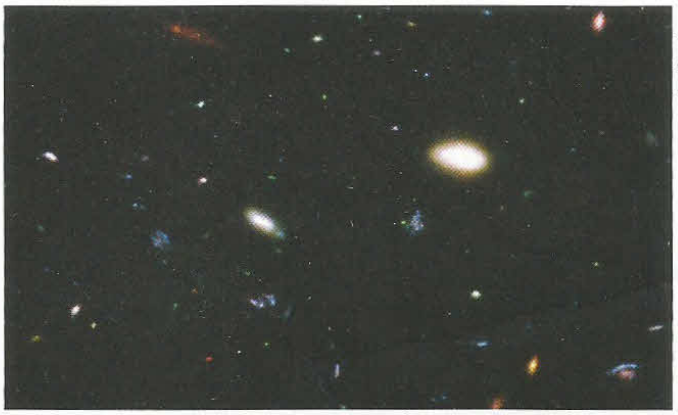
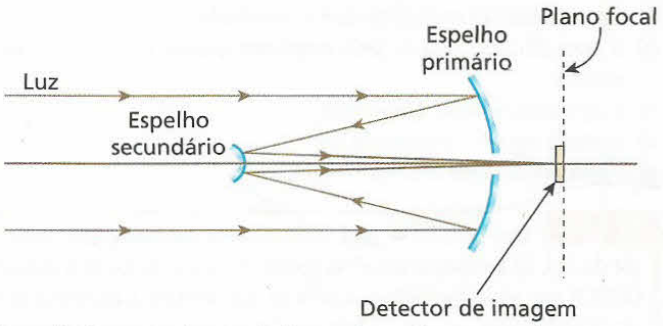


Imagem obtida pelo telescópio Hubble.

O espelho primário é côncavo e coleta os raios luminosos oriundos de objetos muito distantes, refletindo-os em direção a um espelho secundário, convexo, bem menor que o primeiro. O espelho secundário, então, reflete a luz na direção do espelho principal, de modo que esta, passando por um orifício em seu centro, é focalizada em uma pequena região onde se encontram os detectores de imagem.



Com relação a esse sistema óptico, pode-se afirmar que a imagem que seria formada pelo espelho primário é:

a) virtual e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser virtual.
b) real e funciona como objeto real para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser virtual.
c) virtual e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser real.
d) real e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser real.
e) real e funciona como objeto real para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser real.

41 Considere as proposições seguintes:

I. Uma imagem real pode ser projetada em um anteparo.
II. Uma imagem virtual pode ser projetada em um anteparo.
III. Qualquer ponto que se comporta como imagem real pode ser projetado em um anteparo.
IV. Para que uma imagem real seja visada por um observador, ela deve estar, necessariamente, projetada em um anteparo.

É (são) correta(s):

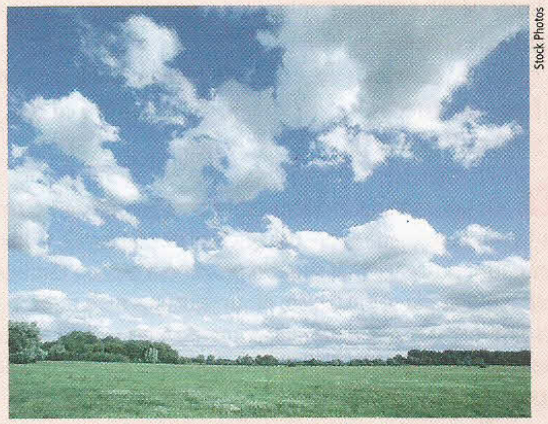
a) todas;
b) somente I;
c) somente II;
d) somente I e III;
e) somente I, III e IV.

LEITURA

Por que o céu diurno é azul?

A luz branca solar – policromática, pois é constituída de diversas cores, como vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta –, depois de atravessar cerca de 150 milhões de quilômetros no vácuo desde a sua emissão no Sol, adentra a atmosfera terrestre, sofrendo sucessivas refrações até atingir o solo.

Nessa penetração, ela tem suas componentes de maior freqüência – o azul e o violeta – bastante difundidos pelas partículas dos gases que compõem o ar – principalmente o nitrogênio (N_2), que ressoam intensamente com essas duas radiações. As luzes azul e violeta são então espalhadas em todas as direções. O resultado disso é que essas duas freqüências – principalmente a azul, que é mais abundante no espectro da luz branca – incidem de forma predominante nos nossos olhos, fazendo-nos perceber o céu diurno na tonalidade **azul**.

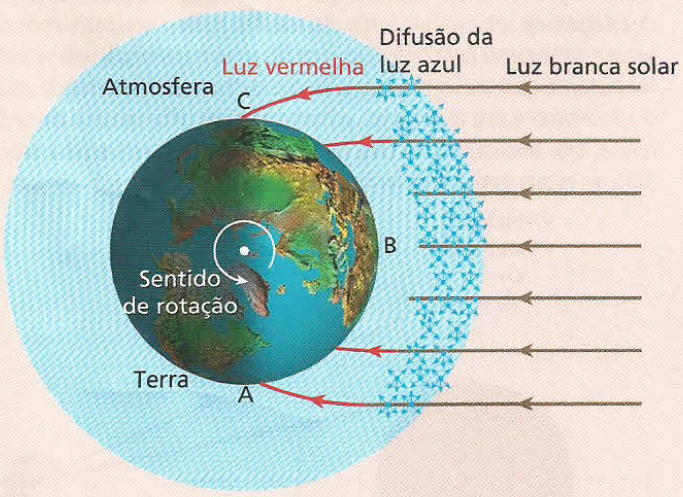


Stock Photos

Fotografia de visão diurna: partículas dos gases do ar definem a cor azul do céu.

As nuvens em geral são visualizadas brancas pelo fato de as partículas de água que as constituem difundirem de forma praticamente igual as sete cores fundamentais.

Ao amanhecer e ao anoitecer, entretanto, o céu apresenta-se avermelhado na direção do Sol. Isso se explica por que, nessas ocasiões, a luz percorre na atmosfera um caminho mais longo que o percorrido, por exemplo, ao meio-dia. O azul é difundido logo nas camadas de entrada da luz, e o que chega aos nossos olhos são principalmente as radiações de baixa freqüência (vermelho, alaranjado e amarelo), difundidas por partículas sólidas em suspensão nas camadas mais baixas da atmosfera.



Em **A:** amanhecer;
em **B:** meio-dia;
em **C:** anoitecer.

O céu do meio-dia é azul, enquanto o céu do amanhecer e do anoitecer é avermelhado.

Você seria capaz de imaginar como seria o céu diurno caso a Terra não tivesse atmosfera? Seria negro, como o céu lunar. Veríamos iluminados o solo, os objetos e as pessoas. O Sol apareceria brilhante e imponente, porém imerso em uma imensidão escura que possibilitaria, mesmo durante o dia, a visão de outros corpos celestes – luminosos e iluminados –, como só ocorre em condições reais durante a noite.

Descubra mais

1. Você assiste à decolagem de um avião de um local próximo à sua posição. Depois, você visualiza a mesma aeronave distante, já voando em grande altitude. Por que o avião parece mais lento em vôo que em solo quando, na realidade, ocorre o contrário?

2. Por que as nuvens de chuvas são vistas acinzentadas por um observador situado no solo terrestre?

3. Qual a cor predominante do céu de Marte durante o dia daquele planeta?

EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

42 Considere as proposições:

I. Um meio perfeitamente homogêneo e transparente é invisível para um observador no seu interior.

II. Um observador cujo globo ocular não intercepta um estreito pincel de luz que se propaga no vácuo não vê o pincel.

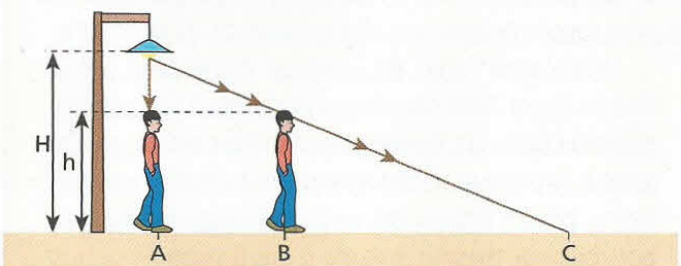
III. A água do mar, considerada em grandes quantidades, é um meio homogêneo e transparente.

O que você conclui?

a) Todas são corretas.
b) Todas são erradas.
c) Somente I é correta.
d) Somente I e II são corretas.
e) Somente III é correta.

43 Os raios solares incidem sobre uma pessoa de 1,60 m de altura. Sua sombra projetada sobre um piso horizontal tem 2,40 m de comprimento. Um poste vertical situado próximo à pessoa também tem sua sombra projetada sobre o piso. Algumas horas mais tarde, a sombra da pessoa apresenta 2,00 m de comprimento, enquanto a sombra do poste tem 2,50 m a menos de comprimento que a anterior. Qual a altura do poste?

44 Na situação esquematizada a seguir, um homem de altura **h**, em movimento para a direita, passa pelo ponto **A**, da vertical baixada de uma lâmpada fixa num poste a uma altura **H** em relação ao solo, e dirige-se para o ponto **B**.



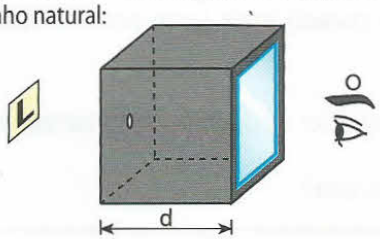
Sabendo que, enquanto o homem se desloca de **A** até **B** com velocidade média de intensidade **V**, a sombra de sua cabeça projetada sobre o solo horizontal se desloca de **A** até **C** com velocidade média de intensidade **V'**, calcule **V'** em função de **h**, **H** e **V**.

45 (Fatec-SP) Uma placa retangular de madeira tem dimensões 40 cm × 25 cm. Através de um fio que passa pelo seu baricentro, ela é presa ao teto de uma sala, permanecendo horizontalmente a 2,0 m do assoalho e a 1,0 m do teto. Bem junto ao fio, no teto, há uma lâmpada cujo filamento tem dimensões desprezíveis.

A área da sombra projetada pela placa no assoalho vale, em metros quadrados:

a) 0,90. b) 0,40. c) 0,30. d) 0,20. e) 0,10.

46 (Fuvest-SP) Um aparelho fotográfico rudimentar é constituído de uma câmara escura com um orifício em uma face e um anteparo de vidro fosco na face oposta. Um objeto luminoso em forma de **L** encontra-se a 2,0 m do orifício e sua imagem no anteparo é 5 vezes menor que seu tamanho natural:



a) Que imagem é vista pelo observador **O** indicado na figura? Esquematize.

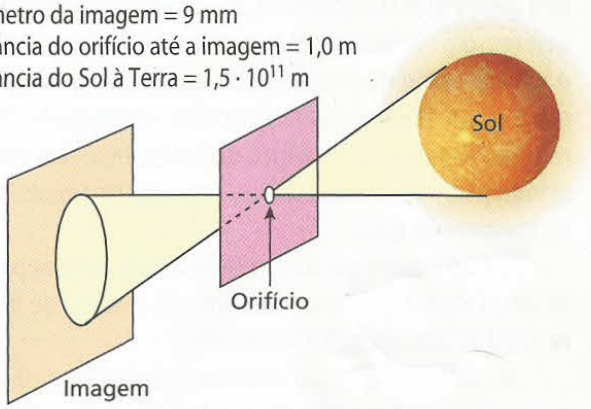
b) Determine a largura **d** da câmara.

47 (FEI-SP) Um dos métodos para medir o diâmetro do Sol consiste em determinar o diâmetro de sua imagem nítida, produzida sobre um anteparo, por um orifício pequeno feito em um cartão paralelo a este anteparo, conforme ilustra a figura fora de escala a seguir. Em um experimento realizado por esse método, foram obtidos os seguintes dados:

I. Diâmetro da imagem = 9 mm

II. Distância do orifício até a imagem = 1,0 m

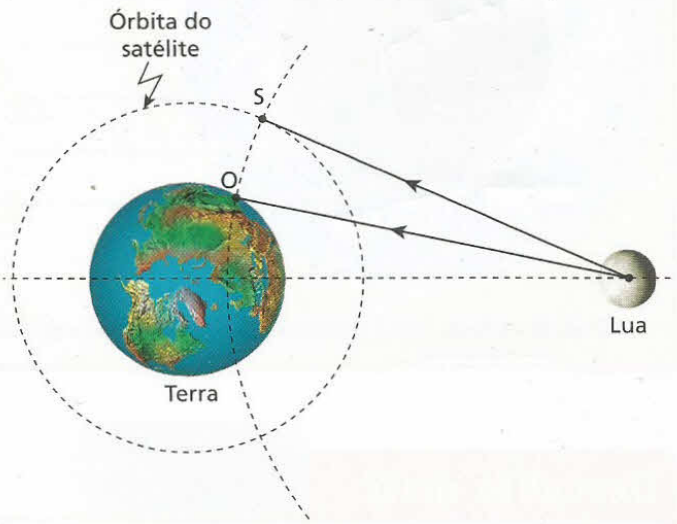
III. Distância do Sol à Terra = $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m



Qual é aproximadamente o diâmetro do Sol medido por esse método?

a) $1{,}5 \cdot 10^8$ m
b) $1{,}35 \cdot 10^9$ m
c) $2{,}7 \cdot 10^8$ m
d) $1{,}35 \cdot 10^8$ m
e) $1{,}5 \cdot 10^9$ m

48 Com seu telescópio, um astrônomo visa a Lua para observar a decolagem de um módulo lunar. Ao mesmo tempo, seu assistente observa o fenômeno pela televisão, que faz uma transmissão via satélite. No instante da decolagem, o satélite **S** e o observatório **O** (onde estão o astrônomo e seu assistente) acham-se sobre uma mesma circunferência, que tem centro na Lua, conforme mostra o esquema a seguir (fora de escala e em cores-fantasia). A distância **OS** vale $6{,}0 \cdot 10^4$ km.

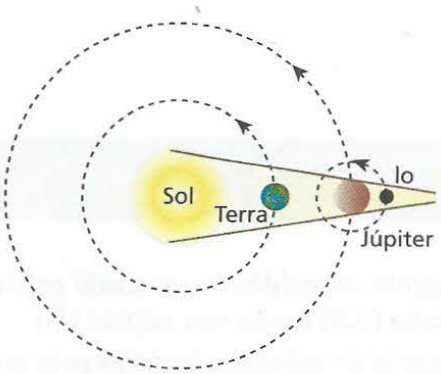


O astrônomo e seu assistente cronometram o instante em que aparecem as chamas do foguete do módulo lunar. Adotando-se para as ondas eletromagnéticas a velocidade $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s (no vácuo e na atmosfera terrestre), pode-se afirmar que o assistente vê o fenômeno:

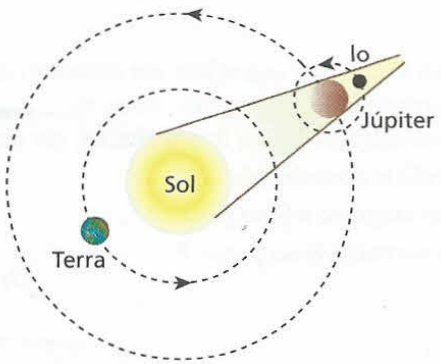
a) no mesmo instante que o astrônomo;
b) 0,20 s antes do astrônomo;
c) 0,20 s após o astrônomo;
d) 2,0 s antes do astrônomo;
e) 2,0 s após o astrônomo.

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

49 Em 1676, o astrônomo dinamarquês Ole Christensen Röemer (1644-1710), estudando eclipses do satélite Io de Júpiter, obteve um valor bastante razoável para a velocidade da luz. Röemer observou o instante do início de dois eclipses do satélite – imersão de Io no cone de sombra de Júpiter: o primeiro, com a Terra em conjunção com Júpiter, e o segundo, com a Terra em oposição a Júpiter, conforme ilustram os esquemas fora de escala abaixo.



Representação esquemática da Terra e de Júpiter em conjunção.



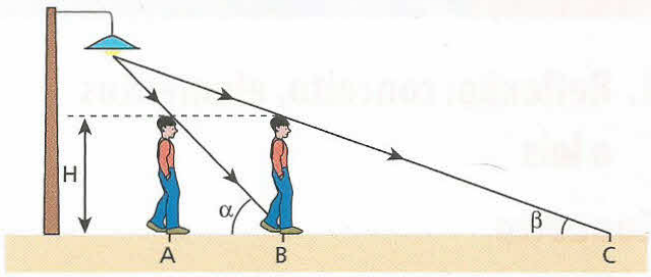
Representação esquemática da Terra e de Júpiter em oposição.

Ele notou que, no segundo caso, a informação luminosa demorava um intervalo de tempo a mais para atingir a Terra que no primeiro caso. Então questionou: como poderia um fenômeno astronômico regular e previsível ter seu início retardado em função do local do espaço de onde era observado? A explicação dada pelo astrônomo foi a seguinte: com a Terra em oposição a Júpiter, a luz indicativa do início do eclipse teria de percorrer um distância maior – um segmento de reta adicional – para atingir a Terra, o que justificaria o atraso verificado. Essa distância seria o diâmetro da órbita terrestre. Realizando-se a medição da velocidade da luz pelo método Röemer com recursos atuais, determina-se um atraso de 16 min 34 s entre o início dos dois eclipses de Io. Sabendo-se que o raio médio da órbita terrestre em torno do Sol é igual a 149 milhões de quilômetros, responda:

a) Os eclipses, de um modo geral, confirmam que princípio da Óptica Geométrica?
b) Que valor se obtém modernamente para a velocidade da luz pelo método de Röemer?

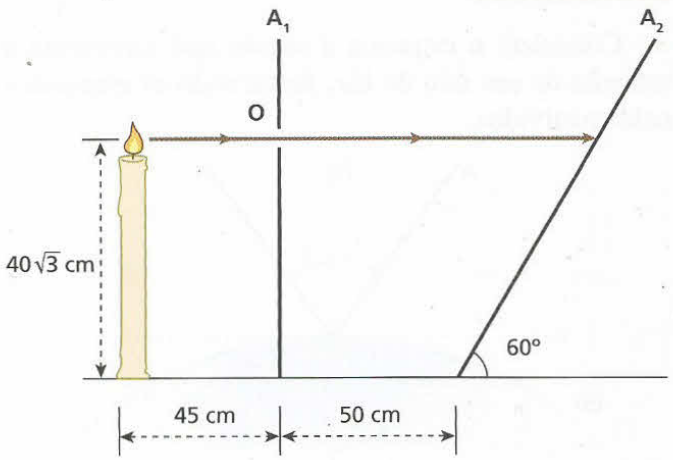
50 A primeira medição da distância entre a Terra e o Sol foi realizada pelo filósofo grego Anaxágoras, cerca de quatro séculos antes de Cristo. Ele não conhecia o paralelismo dos raios solares que atingem nosso planeta, porém sabia que estacas verticais cravadas no solo não projetavam sombra em Siena, mas projetavam sombra em Alexandria, ao meio-dia do solstício de verão – 21 de junho, no hemisfério Norte. Anaxágoras considerava a Terra plana e sabia que a distância de Siena a Alexandria era de 5 000 *stadia* (1 *stadium* = 183 metros, Egito). Sendo **h** a altura da estaca, a medida de sua sombra em Alexandria era de 0,126 **h**.
Determine, em quilômetros, a distância entre a Terra e o Sol (na realidade, de Siena ao Sol) obtida por Anaxágoras. Analise o resultado, comparando-o com a medida atual.

51 A figura a seguir representa um homem de altura **H** que vai do ponto **A** ao ponto **B** em movimento retilíneo. Durante o mesmo intervalo de tempo, a sombra de sua cabeça, projetada no solo horizontal, vai do ponto **B** ao ponto **C**:



Conhecendo os ângulos **α** e **β** ($\alpha = 60°$ e $\beta = 30°$), determine a relação entre as velocidades escalares médias da sombra (v_s) e do homem (v_h).

52 Uma vela acesa, de comprimento inicial $40\sqrt{3}$ cm, está a 45 cm de um anteparo opaco A_1 dotado de um pequeno orifício **O**, situado no mesmo nível da posição inicial da chama pontual da vela. O experimento é realizado no interior de um laboratório escurecido de modo que um estreito feixe luminoso proveniente da vela atravessa **O** indo incidir em um outro anteparo A_2, inclinado de 60° em relação à horizontal e apoiado a 50 cm de A_1, conforme ilustra a figura.



Tendo-se verificado que, decorridas 2,0 h da situação inicial, o comprimento da vela reduziu-se de $15\sqrt{3}$ cm, pode-se afirmar que a velocidade escalar média com que o feixe luminoso projetado em A_2 percorreu esse anteparo foi, em cm/min, igual a:

a) 0,25;
b) 0,50;
c) 0,75;
d) 1,00;
e) 1,50.

Tópico 2

Reflexão da luz

Bloco 1

1. Reflexão: conceito, elementos e leis

Conceito

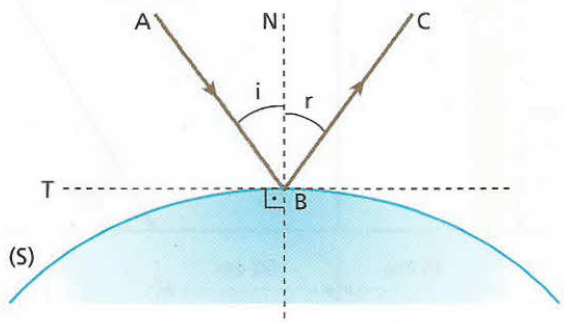
Este tópico refere-se ao fenômeno da reflexão da luz e suas aplicações em sistemas ópticos de grande utilização prática, como espelhos planos e esféricos.

Em Ondulatória, e também no Tópico anterior, vimos que:

> **Reflexão** é o fenômeno que consiste no fato de a luz voltar a se propagar no meio de origem, após incidir na superfície de separação desse meio com outro.

Elementos

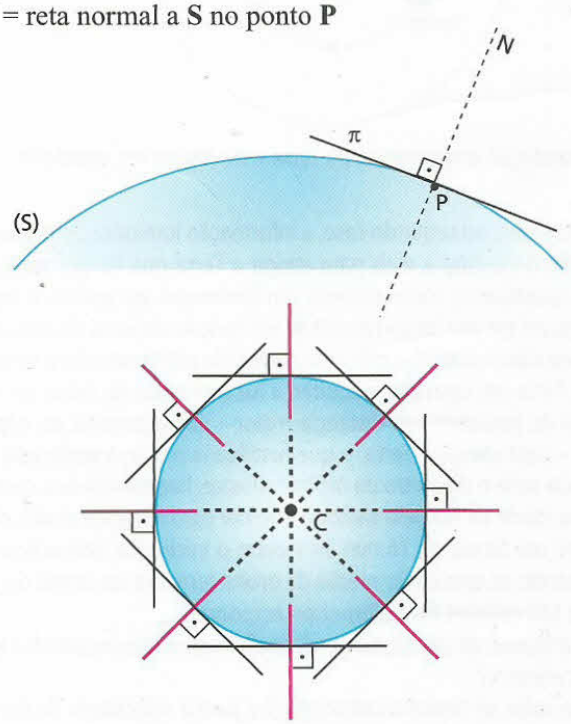
Considere o esquema a seguir, que representa a reflexão de um raio de luz, destacando os elementos nela envolvidos.



S = superfície polida e refletora
AB = raio incidente
BC = raio refletido
N = reta normal a **S** no ponto de incidência
T = reta tangente a **S** no ponto de incidência
i = ângulo de incidência, formado pelo raio incidente (AB) e pela reta normal (**N**)
r = ângulo de reflexão, formado pelo raio refletido (BC) e pela reta normal (**N**)

Notas:

- A reta normal a uma superfície em determinado ponto é a reta perpendicular a um plano tangente à superfície no ponto considerado. Veja a figura abaixo, em que:
  S = superfície considerada
  π = plano tangente a **S** no ponto **P**
  N = reta normal a **S** no ponto **P**



As retas normais a uma superfície esférica são **radiais**, isto é, têm a direção do raio da superfície em cada ponto.

- Ao plano formado pelo raio incidente e pela reta normal dá-se o nome de **plano de incidência**.

Leis

O fenômeno da reflexão é regido por duas leis, que podem ser verificadas teórica e experimentalmente.

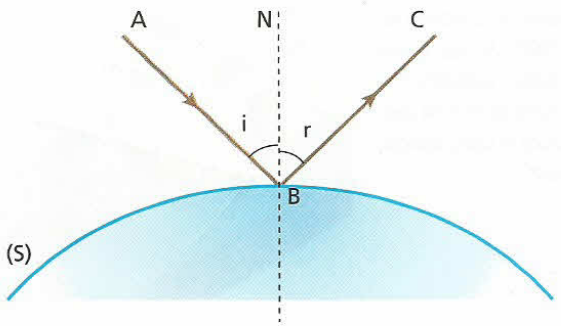
1ª Lei da Reflexão

O raio refletido pertence ao plano de incidência, ou seja, o raio refletido, a reta normal no ponto de incidência e o raio incidente são **coplanares**.

2ª Lei da Reflexão

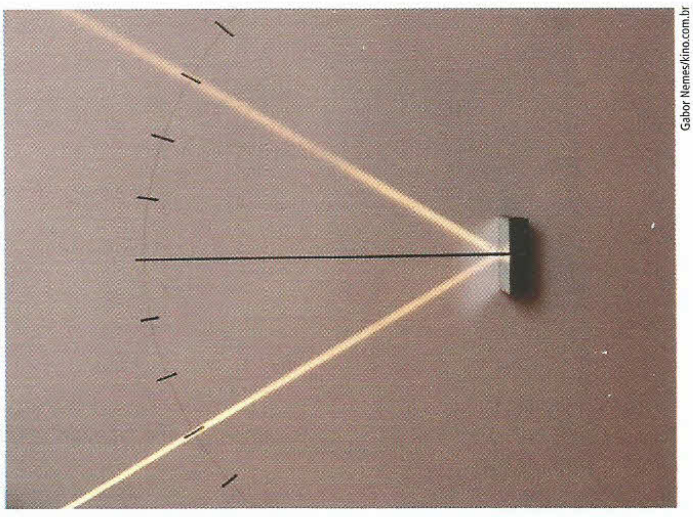
O ângulo de reflexão é sempre **igual** ao ângulo de incidência.

Observe o esquema a seguir, que representa a reflexão de um raio luminoso em uma superfície S:



De acordo com as leis da reflexão, se AB e **N** estiverem contidos no plano do papel, o mesmo deverá acontecer com BC, e teremos ainda a igualdade: r = i.

Na foto abaixo, um estreito pincel cilíndrico de luz é refletido por um pequeno espelho.


Gabor Nemes/kino.com.br

Podemos observar que os pincéis incidente e refletido são coplanares, isto é, estão quase totalmente contidos no plano de apoio do espelho, e também que o ângulo de reflexão é igual ao de incidência. É possível verificar ainda a reversibilidade da luz. Repare que, independentemente de a luz provir de cima ou de baixo, sua trajetória é a mesma.

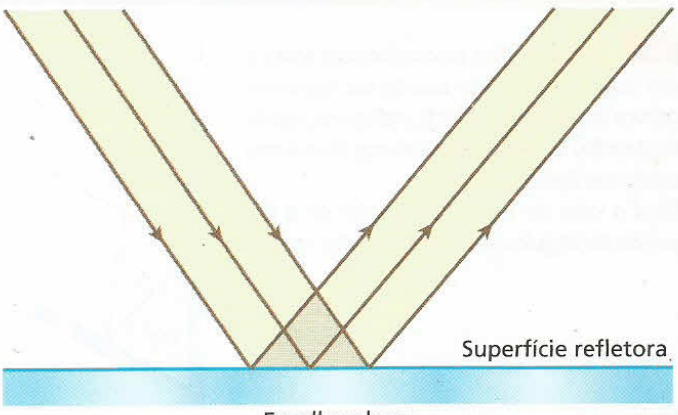
2. O espelho plano

Chama-se **espelho plano** qualquer superfície plana, polida e com alto poder refletor.

Bons espelhos planos são obtidos com o polimento de chapas metálicas. Entretanto, os espelhos obtidos assim nem sempre são baratos e funcionais. Em geral, os espelhos planos são confeccionados a partir de uma lâmina de vidro hialino de faces paralelas, sendo uma delas recoberta por uma película de nitrato de prata que se reduz a prata metálica. A fixação dessa película é obtida colocando-se sobre ela uma fina camada de cobre que recebe demãos de tinta e verniz.

Os espelhos planos têm emprego bastante diversificado. São utilizados domesticamente, prestando-se a variados fins, e também como componentes de vários sistemas ópticos.

Adotaremos o esquema abaixo para representar os espelhos planos.



Espelho plano

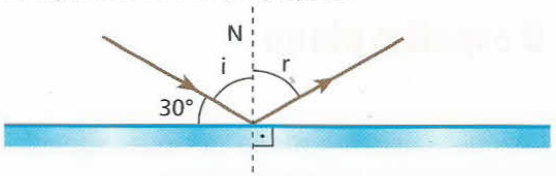
Convém observar que num espelho plano há predominância da reflexão regular.

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

1 **E.R.** Um raio luminoso incide sobre um espelho plano formando um ângulo de 30° com sua superfície refletora. Qual o ângulo formado entre os raios incidente e refletido?

Resolução:

A figura a seguir ilustra a situação proposta:



O ângulo procurado é **α**, dado por: $\alpha = i + r$.

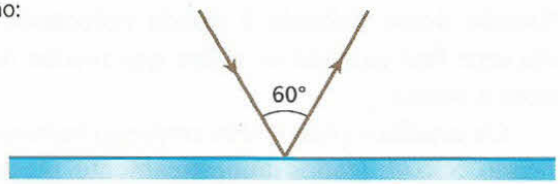
Porém, conforme a **2ª Lei da Reflexão**, $r = i$ (o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência). Logo:

$$\alpha = i + i \Rightarrow \alpha = 2i$$

Observando que $30° + i = 90°$, temos: $i = 60°$

Portanto: $\alpha = 2 \cdot 60° \Rightarrow$ $\boxed{\alpha = 120°}$

2 O esquema representa a reflexão de um raio luminoso em um espelho plano:



Determine:

a) o ângulo de incidência da luz;

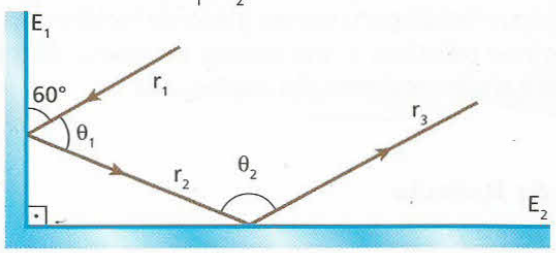
b) o ângulo formado entre o raio refletido e o espelho.

3 (Esam-RN) Na figura a seguir, considere:

E_1 – espelho plano vertical

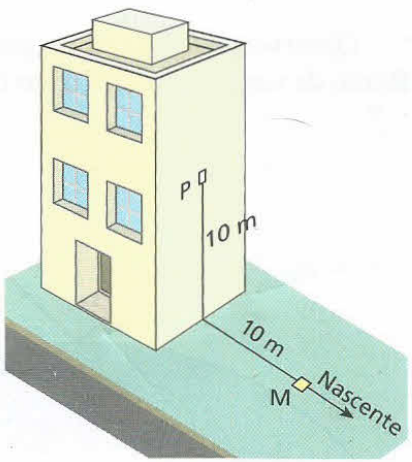
E_2 – espelho plano horizontal

r_1, r_2 e r_3 – segmentos de um raio luminoso que incide sucessivamente em E_1 e E_2



Nas condições indicadas, quanto valem, respectivamente, os ângulos θ_1 e θ_2?

4 Observe a figura:

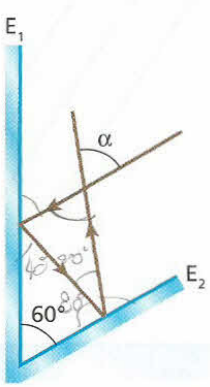


Em um dia de céu claro, o Sol estava no horizonte (0°) às 6 h da manhã. Às 12 h, ele se encontrava no zênite (90°). A que horas a luz solar, refletida no espelhinho plano **M** deitado sobre o solo, atingiu o ponto **P**?

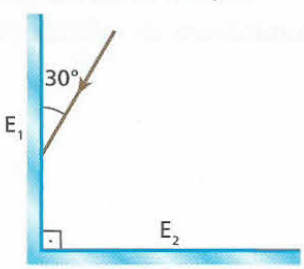
EXERCÍCIOS NÍVEL 2

5 Dois espelhos planos formam entre si um ângulo de 60°. Um raio de luz monocromática incide no espelho E_1, reflete-se, incide no espelho E_2, reflete-se e emerge do sistema conforme ilustra a figura.

Qual o valor do ângulo **α**? O valor de **α** depende do ângulo de incidência da luz em E_1?

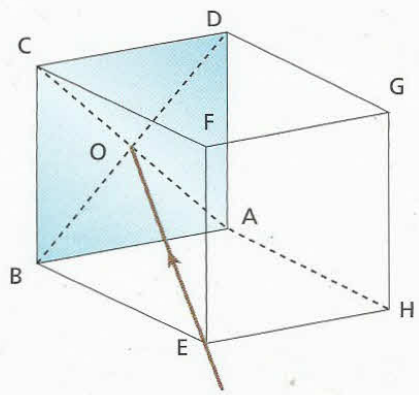


6 Na figura, os espelhos planos E_1 e E_2 são perpendiculares. Um raio luminoso incide no espelho E_1 formando 30° com a superfície refletora, conforme está indicado:



Copie a figura em seu caderno e represente a trajetória da luz até que esta deixe o sistema de espelhos.

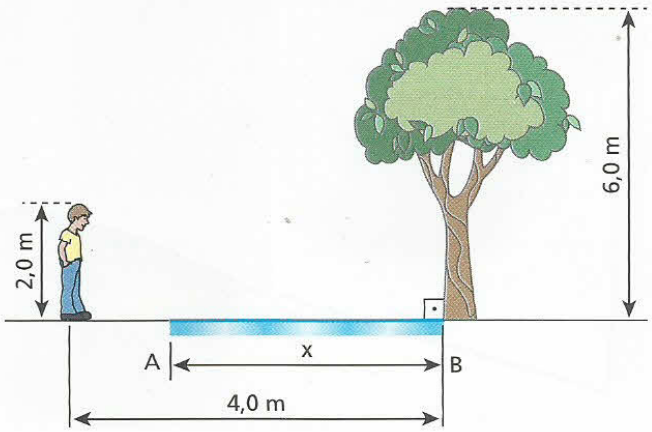
7 Considere a caixa cúbica representada abaixo, em que a face ABCD é espelhada, de tal modo que a superfície refletora seja voltada para dentro da caixa. Suponha que um raio luminoso penetre na caixa pelo vértice **E** e incida no ponto **O**, centro do espelho.



Você poderá, então, afirmar que o correspondente raio refletido sairá da caixa pelo vértice:

a) C; b) G; c) F; d) H; e) A.

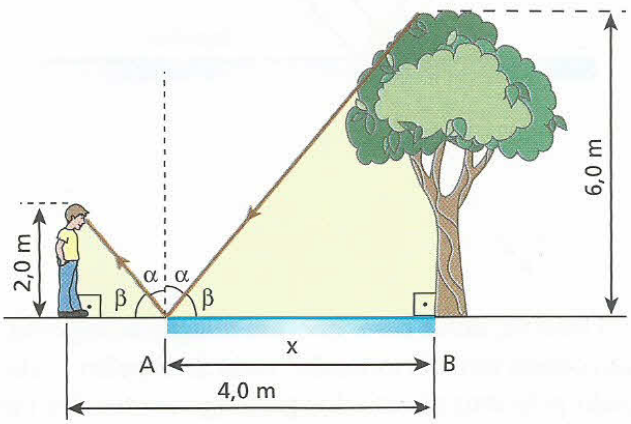
8 **E.R.** No esquema, o observador deseja visar a imagem da árvore por meio do espelho plano **AB** deitado sobre o solo:



Qual deve ser o menor comprimento **x** do espelho para que o observador veja a imagem completa da árvore, isto é, do topo até o pé?

Resolução:

Se o comprimento **x** do espelho é o menor possível, para que o observador veja a imagem completa da árvore, um raio de luz proveniente do seu topo deve refletir-se na borda esquerda do espelho e atingir o olho do observador, conforme o esquema a seguir.



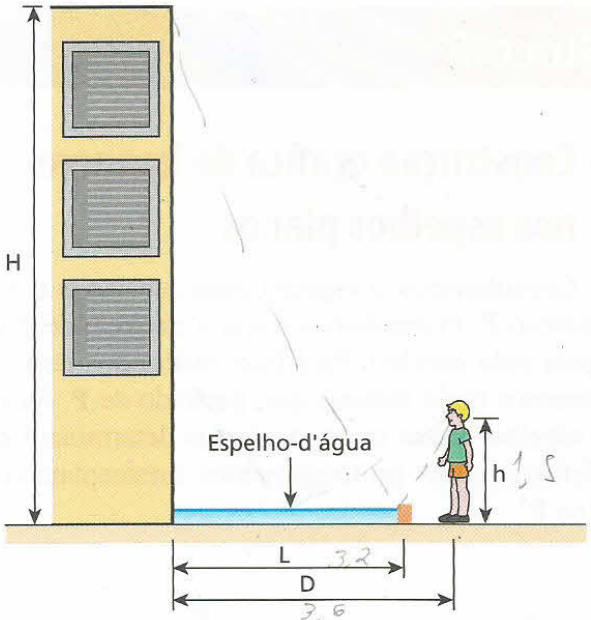
Os triângulos retângulos destacados são semelhantes. Logo:

$$\frac{x}{4{,}0 - x} = \frac{6}{2{,}0} \Rightarrow x = 3{,}0\,(4{,}0 - x)$$

$$x = 12 - 3{,}0\,x \Rightarrow 4{,}0\,x = 12$$

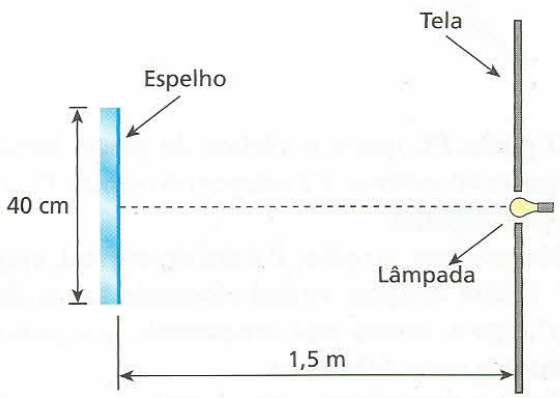
$$\boxed{x = 3{,}0\ \text{m}}$$

9 Um garoto, cujo globo ocular está a uma altura **h** em relação ao solo, observa que a imagem completa de um prédio de altura **H**, situado a uma distância **D** da vertical do seu corpo, abrange toda a extensão **L** de um espelho-d'água existente defronte do prédio.

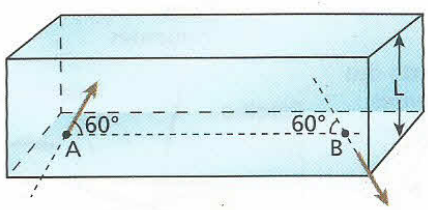


Sabendo que h = 1,5 m, L = 3,2 m e D = 3,6 m, calcule o valor de **H**.

10 Uma tela opaca de grandes dimensões apresenta um pequeno furo onde está instalada uma lâmpada pontual de grande potência. Um espelho plano quadrado de lado igual a 40 cm é fixado paralelamente à tela, a 1,5 m de distância em relação a ela, conforme representa a figura. Desconsiderando a existência de outras fontes de luz no local do experimento, determine, em metros quadrados, a área iluminada na tela.



11 (Fuvest-SP) Um feixe de luz entra em uma caixa retangular de altura **L**, espelhada internamente, através de uma abertura **A**. O feixe, após sofrer 5 reflexões, sai da caixa por um orifício **B** depois de decorrido $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ segundo.



Os ângulos formados pela direção do feixe e o segmento **AB** estão indicados na figura.

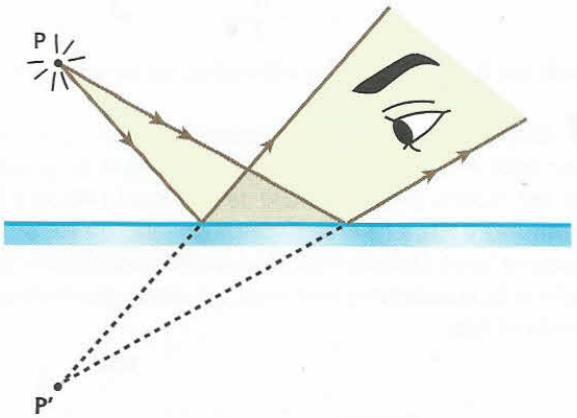
a) Calcule o comprimento do segmento AB. **Dado:** $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s

b) O que acontece com o número de reflexões e com o tempo entre a entrada e a saída do feixe se diminuirmos a altura da caixa **L** pela metade?

Bloco 2

3. Construção gráfica de imagens nos espelhos planos

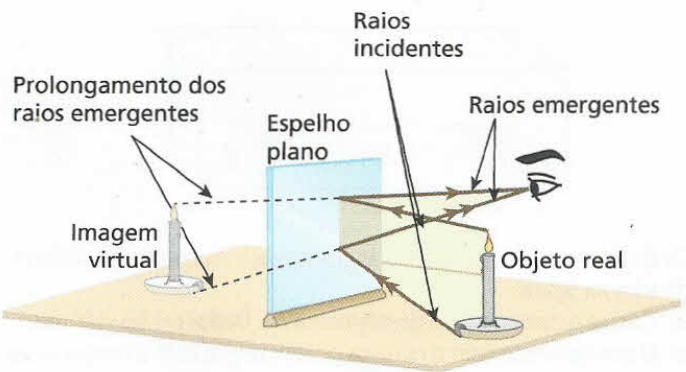
Consideremos o espelho plano abaixo e o ponto luminoso **P**. Pretendemos traçar a imagem de **P** conjugada pelo espelho. Para isso, utilizamos dois raios luminosos (pelo menos) que, partindo de **P**, incidem no espelho. Esses raios incidentes determinam raios refletidos, cujos prolongamentos interceptam-se no ponto **P'**.



O ponto **P'**, que é o vértice do pincel luminoso emergente do sistema, é a imagem do objeto **P**, conjugada pelo espelho.

Observe que, no caso, **P** é um objeto real, enquanto **P'** é uma imagem virtual (formada "atrás do espelho", isto é, obtida pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios refletidos).

Convém destacar que, em relação ao olho do observador, **P'** se comporta como objeto real, como se a luz fosse proveniente desse ponto.

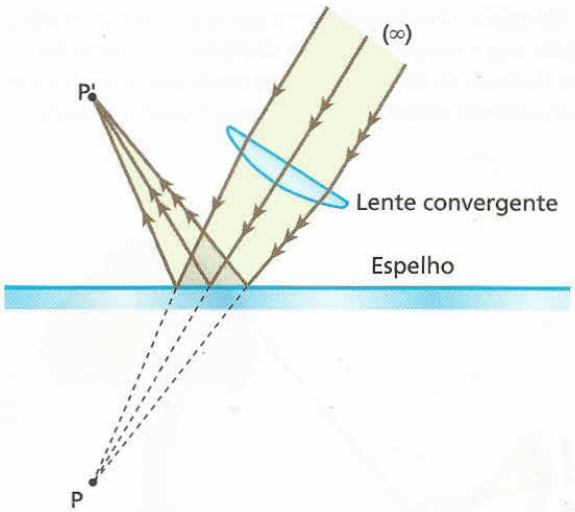


Nesta ilustração, você pode notar a imagem virtual da vela situada "atrás do espelho". Essa imagem não tem existência luminosa, mas funciona como objeto real em relação ao olho do observador.

Gabor Nemes/kino.com.br

Nesta fotografia, você pode observar um pote e sua respectiva imagem fornecida por um espelho plano vertical.

Façamos, agora, o traçado da imagem conjugada ao ponto **P** pelo espelho plano indicado na figura abaixo:



Observe, nesse caso, que, em relação ao espelho, **P** é um objeto virtual (formado "atrás do espelho", isto é, obtido pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios incidentes), enquanto **P'** é uma imagem real (vértice efetivo do pincel luminoso emergente do sistema).

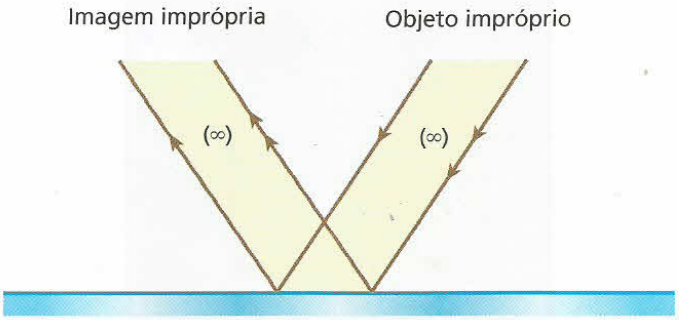
O que acaba de ser exposto, além de mostrar o processo de construção gráfica das imagens, permite uma conclusão importante:

> Nos espelhos planos, o objeto e a respectiva imagem têm sempre **naturezas opostas**, isto é, se o primeiro for real, o outro será virtual e vice-versa.

Nota:

- Devido à reflexão regular da luz nos espelhos planos, a um objeto impróprio ("situado no infinito") corresponde uma imagem imprópria ("situada no infinito").

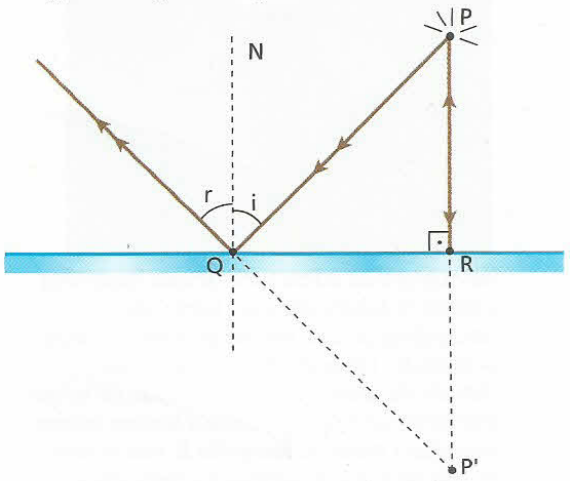
Pelo fato de conjugarem uma imagem imprópria a um objeto impróprio, os espelhos planos são sistemas ópticos **afocais**.



4. Propriedade Fundamental dos Espelhos Planos: simetria

Considere o espelho plano representado na figura seguinte, diante do qual se situa um objeto luminoso pontual **P**. Sejam os raios luminosos PR e PQ, que incidem no espelho, respectivamente, normal e obliquamente. O raio PR se refletirá sobre si mesmo, enquanto PQ dará um raio refletido oblíquo em relação ao espelho. A imagem de **P** é **P'**, obtida pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios refletidos.

A fim de apresentar a Propriedade Fundamental dos Espelhos Planos, demonstremos a congruência dos triângulos PQR e P'QR.



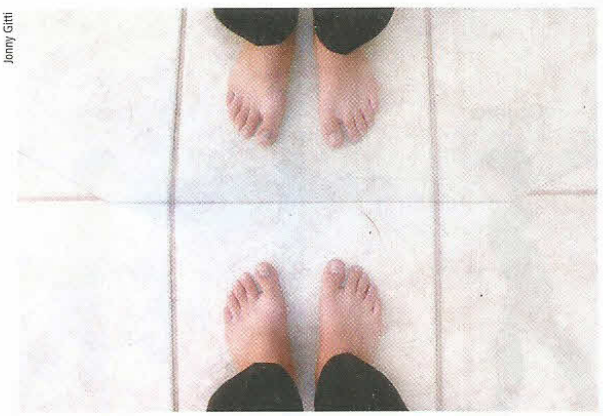
- O lado QR é comum aos dois triângulos.
- $Q\hat{P}R = i$ (alternos internos) e $Q\hat{P}'R = r$ (correspondentes). Mas, como $r = i$ (2ª Lei da Reflexão), tem-se $Q\hat{P}'R = Q\hat{P}R$.
- $Q\hat{R}P = Q\hat{R}P' =$ ângulo reto (por construção).

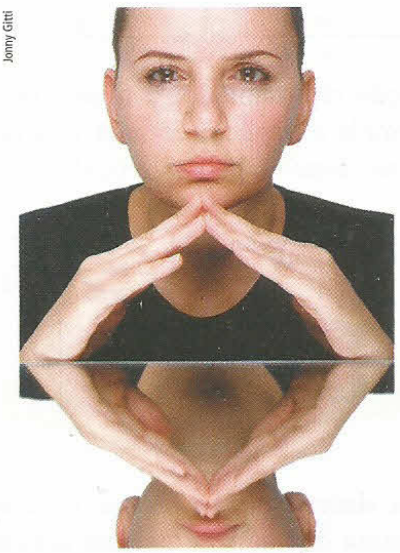
Demonstrada a congruência dos dois triângulos, podemos afirmar que:

$$PR = P'R$$

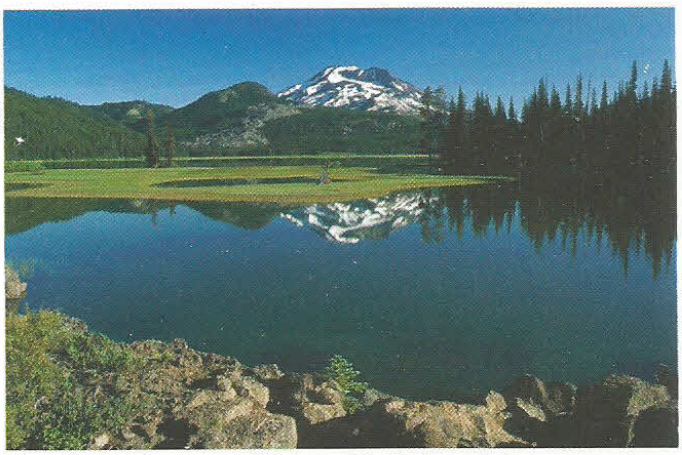
Isso significa que a distância do objeto ao espelho (PR) é igual à distância da imagem ao espelho (P'R). Tal verificação é conhecida por **Propriedade Fundamental dos Espelhos Planos** e pode ser enunciada assim:

> Nos espelhos planos, a imagem é sempre **simétrica** do objeto em relação ao espelho.


Jonny Gitti

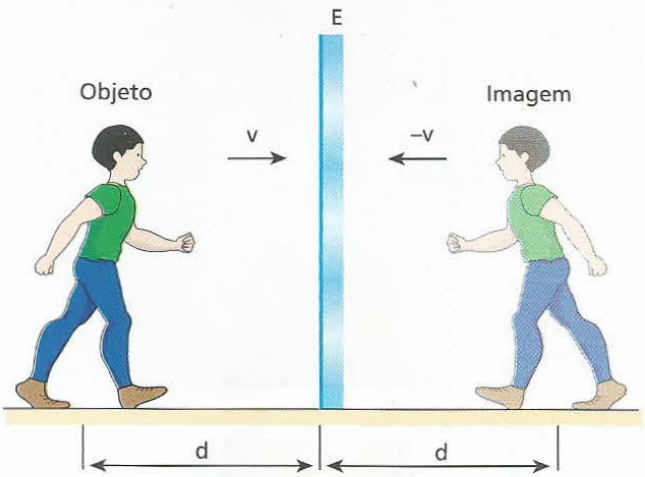

Jonny Gitti

As fotografias acima ilustram satisfatoriamente a Propriedade Fundamental dos Espelhos Planos: **simetria**. Observe que a distância da imagem ao espelho é idêntica à distância do objeto ao espelho.

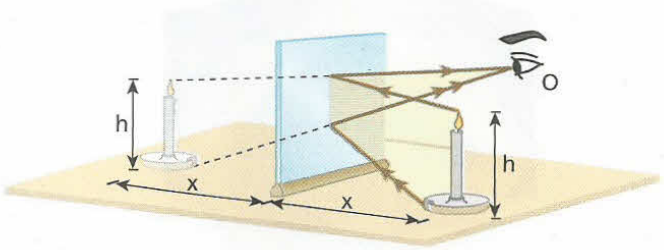

Roberto Gluso/Photodisc

Nesta fotografia, a superfície tranqüila da água do lago comporta-se como um espelho plano, fazendo corresponder aos objetos reais da paisagem imagens virtuais e simétricas em relação a eles.

Na situação esquematizada abaixo, uma pessoa se aproxima de um espelho plano **E**, fixo, com velocidade de módulo **v**. Devido à **simetria**, a imagem também se aproxima do espelho com velocidade de módulo **v**. Se, entretanto, adotarmos a pessoa como referencial, a imagem se aproximará dela com velocidade de módulo 2v.

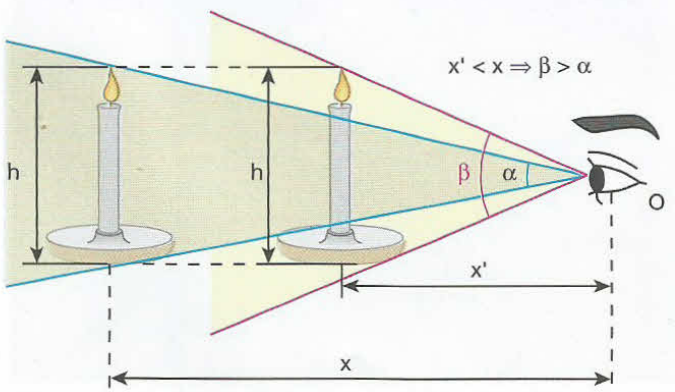


Na situação representada na figura, um observador **O** contempla a imagem de uma vela de altura **h** por meio de um espelho plano vertical.



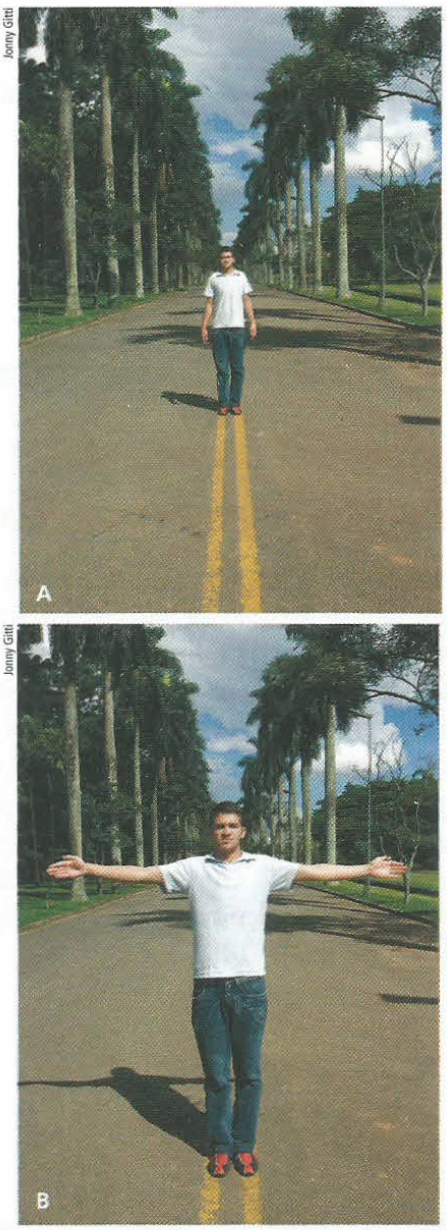
Devido à **simetria** entre o objeto e a respectiva imagem, a altura da imagem também será **h**, mesmo que a vela seja aproximada ou afastada do espelho.

No caso de uma aproximação, por exemplo, o observador terá a **sensação** de que a altura da imagem aumenta, mas isso apenas decorre do aumento do ângulo visual de observação.



Quanto mais próxima do olho estiver a imagem, maior será o ângulo visual de observação, dando a impressão de aumento na sua altura.

Ângulo visual



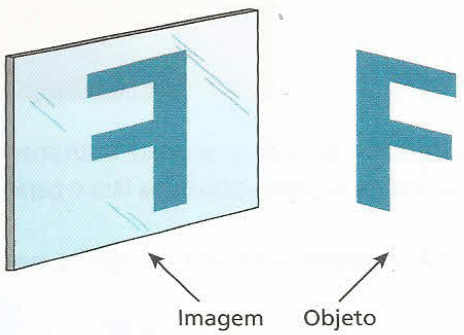
Nas fotografias acima, uma câmara fotográfica simples, instalada sobre um tripé, "viu" (fotografou) de uma mesma posição um mesmo homem. Na fotografia **A**, o homem estava distante da câmara e, na fotografia **B**, ele estava mais próximo dela. Veja como o homem aparenta uma altura maior na fotografia **B**. Isso se deve ao fato de, nessa fotografia, o ângulo visual de observação ser maior que na fotografia **A**. Note, no entanto, que a altura do homem é a mesma. Quanto maior for o ângulo visual, maior aparentará ser o objeto observado.

5. Imagem e objeto não-superponíveis

É importante observar que, devido à simetria, a imagem de um objeto extenso fornecida por um espelho plano, embora idêntica a ele, não lhe é, em geral, superponível.

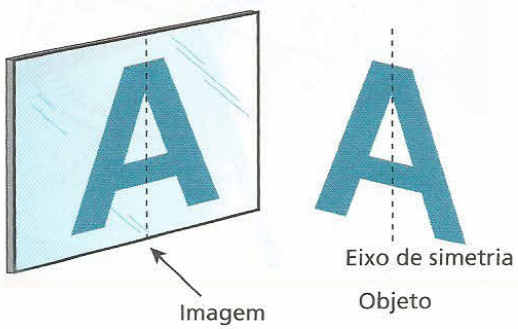
Considere, por exemplo, a ilustração abaixo, que representa um espelho plano diante do qual se coloca a letra **F**.

Nessas condições, a imagem fornecida pelo espelho é um **F** ao contrário, não-superponível ao objeto que lhe deu origem. Há uma aparente inversão lateral da letra. Diz-se que a imagem é **enantiomorfa**, isto é, tem forma contrária à do objeto.



Entretanto, a imagem fornecida por um espelho plano de um objeto monocromático que admite um eixo de simetria é superponível a ele.

Se, por exemplo, tivermos uma letra **A** vertical e simétrica diante de um espelho plano vertical, o objeto produzirá uma imagem que lhe será superponível.



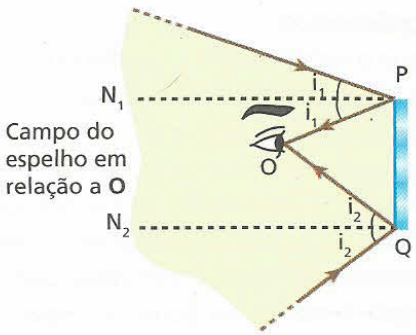
Jonny Gitti

Em viaturas utilizadas em emergências, como ambulâncias e carros de bombeiros, é comum pintar a palavra que as designam "ao contrário". O objetivo é proporcionar aos motoristas que estão à frente uma leitura adequada em seus espelhos retrovisores.

6. Campo de um espelho plano

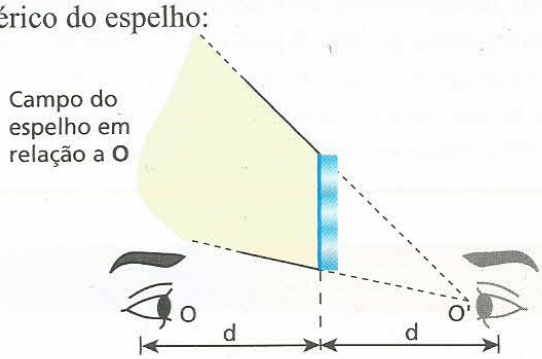
Chama-se **campo de um espelho plano**, para determinado observador, a região do espaço que pode ser contemplada por ele pela reflexão da luz no espelho.

A demarcação do campo do espelho é feita da seguinte maneira: na figura a seguir, **O** é o olho do observador e PO e QO são raios refletidos na periferia do espelho, que atingem **O**:



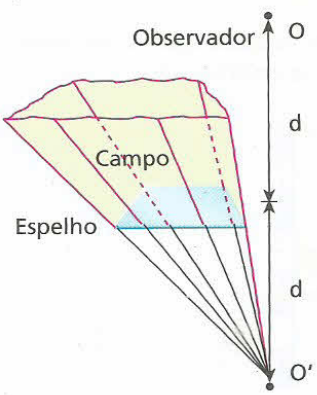
A região destacada corresponde ao campo do espelho em relação a **O**.

A demarcação do campo pode ser feita de forma mais imediata. Dada a posição do observador **O**, determina-se a posição simétrica **O'** em relação à superfície refletora. A região do espaço visível por reflexão é determinada ligando-se o ponto **O'** ao contorno peri-férico do espelho:



Tudo se passa como se o observador **O** estivesse olhando a partir de **O'**.

Convém apontar que o campo de um espelho qualquer é uma região **tridimensional**.



Vista espacial do campo de um espelho plano retangular em relação ao observador **O**.

FAÇA VOCÊ MESMO

Verificação experimental da 2ª Lei da Reflexão

Sugerimos a seguir um experimento bastante simples que você pode realizar na escola ou mesmo em casa para verificar a **2ª Lei da Reflexão**: o ângulo de reflexão é sempre igual ao ângulo de incidência.

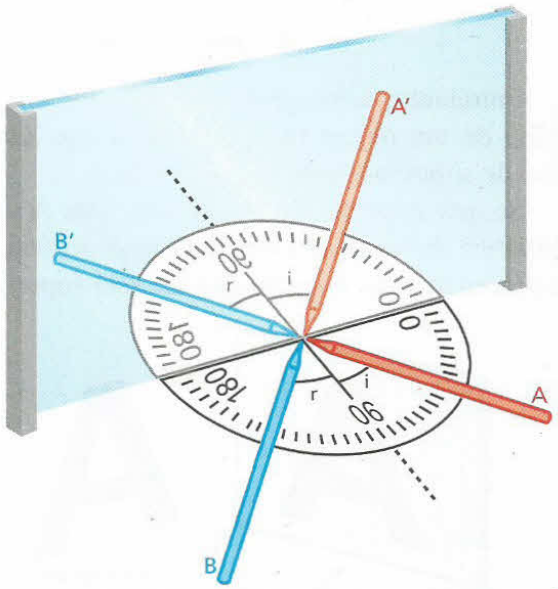
Material necessário:

- Um espelho plano de base reta com moldura
- Um transferidor (medidor de ângulos) semicircular
- Dois lápis apontados (ou canetas) diferentes, de preferência um de cada cor

▶ **ATENÇÃO!**
Cuidado ao manusear o espelho.

Procedimentos:

1. Coloque o espelho sobre o transferidor de modo que sua base coincida com a linha de base deste instrumento. Com isso, a linha indicativa de 90° do transferidor fica perpendicular à superfície do espelho (essa linha fará o papel de reta normal à superfície refletora).
2. Pegue um dos lápis (vermelho, por exemplo, que chamaremos de lápis **A**) e encoste sua ponta no espelho, no local em que a linha indicativa de 90° do transferidor encontra a superfície espelhada. O lápis **A** fará o papel de raio incidente.
3. Pegue o outro lápis (azul, por exemplo, que chamaremos de lápis **B**) e encoste também sua ponta no espelho, fazendo-a coincidir com a ponta do lápis **A**. O lápis **B** fará o papel de raio refletido.
4. Alinhe, agora, da maneira mais perfeita possível, o lápis **B** com a imagem do lápis **A**, conforme representa a figura.
5. Por fim, meça os ângulos formados entre os lápis **A** e **B** e a linha indicativa de 90° do transferidor. Observe que esses ângulos são **iguais**, o que comprova a **2ª Lei da Reflexão**.



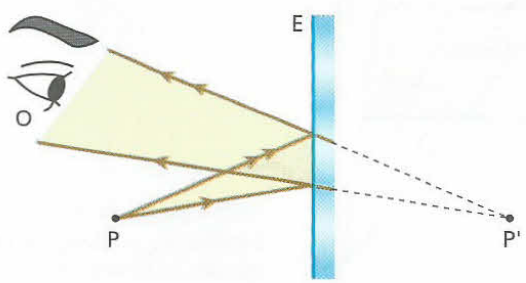
Modificando a inclinação do lápis **A** em relação à linha indicativa de 90° do transferidor, você perceberá a necessidade de ajustar também a posição do lápis **B** para que ele fique devidamente alinhado com a imagem do lápis **A**. Isso revela que o resultado do experimento é válido, independentemente do ângulo formado entre o lápis **A** e a linha indicativa de 90° do transferidor.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

12 A imagem fornecida por um espelho plano será:

a) real, se o objeto for real;
b) virtual, se o objeto for virtual;
c) virtual, se o objeto for real, e real, se o objeto for virtual;
d) sempre virtual;
e) sempre real.

13 Considere o esquema seguinte, no qual **P** é um ponto luminoso, **E** é um espelho plano e **O** é o olho de um observador:



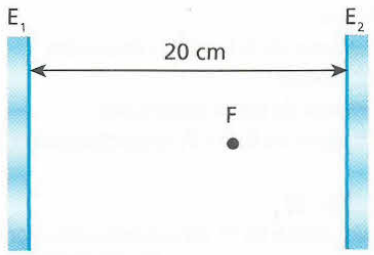
É correto afirmar que:

a) em relação a **E**, **P'** é imagem real;
b) em relação a **E**, **P'** é imagem imprópria;
c) em relação a **O**, **P'** é imagem real;
d) em relação a **O**, **P'** é imagem virtual;
e) em relação a **O**, **P'** se comporta como objeto real.

14 (Ufal) Um espelho plano está no piso horizontal de uma sala com o lado espelhado voltado para cima. O teto da sala está a 2,40 m de altura e uma lâmpada está a 80 cm do teto. Com esses dados, pode-se concluir que a distância entre a lâmpada e sua imagem formada pelo espelho plano é, em metros, igual a:

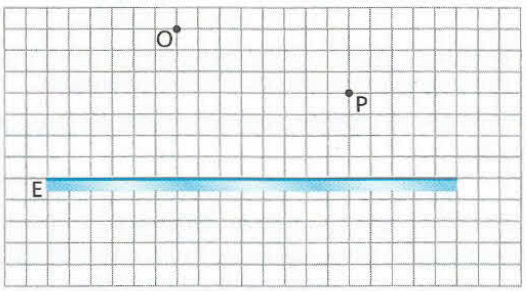
a) 1,20.
b) 1,60.
c) 2,40.
d) 3,20.
e) 4,80.

15 (UFF-RJ) Dois espelhos planos paralelos, E_1 e E_2, estão frente a frente separados pela distância de 20 cm. Entre eles há uma fonte luminosa **F**, de pequenas dimensões, na posição indicada na figura:



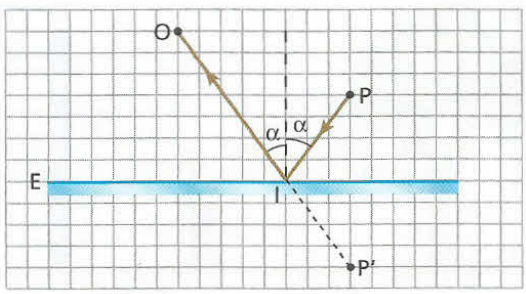
a) Calcule a distância entre a primeira imagem fornecida pelo espelho E_1 e a primeira imagem fornecida pelo espelho E_2.
b) A distância calculada no item **a** depende da posição de **F** em relação a E_1 e E_2?

16 **E.R.** No esquema da figura, **P** é um ponto luminoso, **E** é um espelho plano e **O** é o olho de um observador:

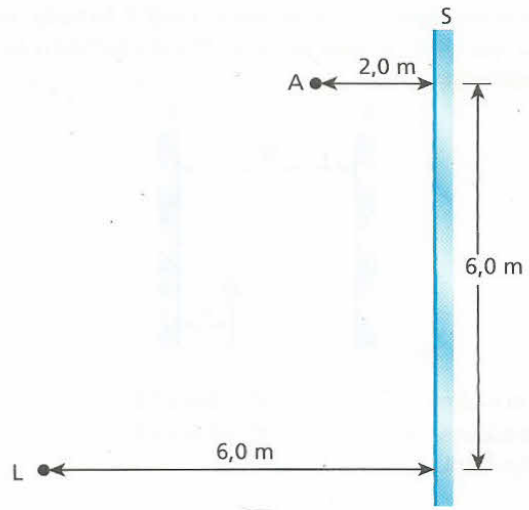


Trace o caminho óptico da luz, que, partindo de **P**, sofre reflexão em **E** e atinge **O**.

Resolução:
Traçado do raio refletido:
Determina-se, por simetria, a imagem **P'**, que o espelho conjuga a **P**. A partir de **P'**, traça-se a reta P'O. O cruzamento dessa reta com o espelho define o ponto de incidência **I**, e o raio refletido corresponde ao segmento IO.
O raio incidente correspondente ao segmento PI.



17 (Fuvest-SP) A figura representa um objeto **A**, colocado a uma distância de 2,0 m de um espelho plano **S**, e uma lâmpada **L**, colocada à distância de 6,0 m do espelho:



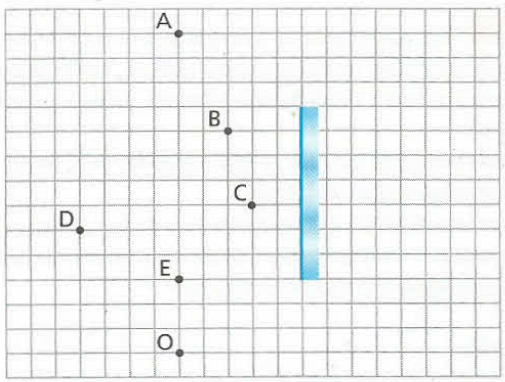
a) Copie a figura e desenhe o raio emitido por **L** e refletido por **S** que atinge **A**. Explique a construção.
b) Calcule a distância percorrida por esse raio.

18 (Vunesp-SP) Um estudante veste uma camiseta em cujo peito se lê a inscrição seguinte:

UNESP

a) De que forma a imagem dessa inscrição aparece para o estudante quando ele se encontra frente a um espelho plano?
b) Suponha que a inscrição esteja a 70 cm do espelho e que cada letra da camiseta tenha 10 cm de altura. Qual a distância entre a inscrição e sua imagem? Qual a altura de cada letra da imagem?

19 O esquema representa um espelho plano diante do qual se encontram cinco objetos luminosos: **A**, **B**, **C**, **D** e **E**. O ponto **O** corresponde à posição do globo ocular de um observador.



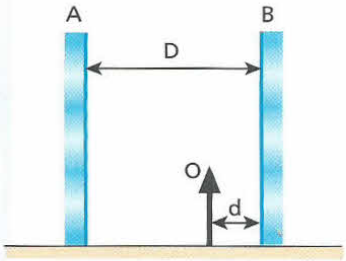
Que ponto (ou pontos) o observador **não poderá** ver pela reflexão da luz no espelho?

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

20 (UFPR) Um espelho plano fornece, de um dado objeto em relação ao espelho, uma imagem real, projetável sobre um anteparo. Pode-se, então, afirmar, sobre o objeto e sobre o feixe incidente que o define, respectivamente, que:
a) é real e divergente.
b) é virtual e convergente.
c) é virtual e divergente.
d) é real e convergente.
e) é real e paralelo.

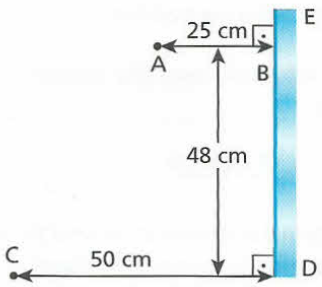
21 (UFPI) Dois espelhos planos, paralelos, um defronte ao outro, estão separados por uma distância D = 2,0 m. O objeto **O** está situado entre eles, a uma distância d = 0,50 m de **B** (veja a figura a seguir).

A distância que separa as duas primeiras imagens formadas em **A** e a distância que separa as duas primeiras imagens formadas em **B** são, respectivamente:



a) 0,50 m e 1,5 m.
b) 1,5 m e 3,5 m.
c) 2,0 m e 4,0 m.
d) 1,0 m e 3,0 m.
e) 2,0 m e 2,0 m.

22 (UEL-PR) A figura representa um espelho plano **E** vertical e dois segmentos de reta AB e CD perpendiculares ao espelho:



Supondo que um raio de luz parta de **A** e atinja **C** por reflexão no espelho, o ponto de incidência do raio de luz no espelho dista de **D**, em centímetros:

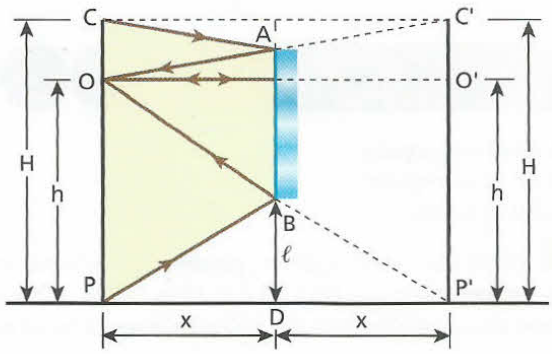
a) 48.
b) 40.
c) 32.
d) 24.
e) 16.

23 **E.R.** Um observador de altura **H** deseja mirar-se de corpo inteiro, utilizando para tanto um espelho plano circular disposto verticalmente. Sendo **h** a altura de seus olhos em relação ao solo, plano e horizontal:

a) calcule o mínimo diâmetro **d** que o espelho deve ter para que o observador realize seu intento;
b) obtenha a distância ℓ do extremo inferior do espelho ao solo;
c) responda: as dimensões **d** e ℓ dependem ou não da distância **x** do observador em relação ao espelho?

Resolução:

Nas condições do esquema seguinte, o observador CP consegue mirar-se de corpo inteiro, utilizando para isso o espelho plano com diâmetro mínimo:



Observe na figura:
C = extremo superior da cabeça do observador
O = olho do observador
P = extremo inferior do pé do observador
C', **O'** e **P'** = imagens de **C**, **O** e **P**, respectivamente, fornecidas pelo espelho
AB = espelho (AB = d)

a) Os triângulos OAB e OC'P' são semelhantes. Por isso:

$$\frac{d}{H} = \frac{x}{2x} \Rightarrow \boxed{d = \frac{H}{2}}$$

O diâmetro mínimo do espelho deve corresponder à metade da altura do observador.

b) Os triângulos OPP' e BDP' são semelhantes. Por isso:

$$\frac{\ell}{h} = \frac{x}{2x} \Rightarrow \boxed{\ell = \frac{h}{2}}$$

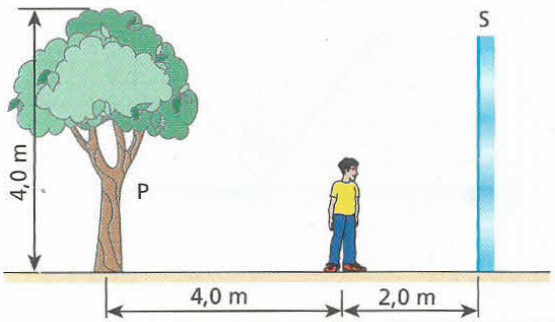
A distância do extremo inferior do espelho ao solo deve corresponder à metade da altura dos olhos do observador.

c) As dimensões **d** e ℓ independem de **x**, que foi cancelado nos cálculos.

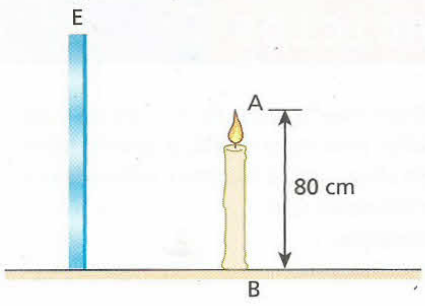
24 Um homem com 1,80 m de altura deseja mirar-se dos pés à cabeça em um espelho plano quadrado, disposto verticalmente e com sua base paralela ao solo. Sendo a altura de seus olhos ao solo igual a 1,70 m, calcule:

a) a menor medida admissível para o lado do espelho, a fim de que o homem consiga seu objetivo;
b) a distância da borda inferior do espelho ao solo, no caso de o homem estar se vendo no espelho de corpo inteiro.

25 O esquema abaixo representa um homem de frente para um espelho plano **S**, vertical, e de costas para uma árvore **P**, de altura igual a 4,0 m. Qual deverá ser o comprimento mínimo do espelho para que o homem possa ver nele a imagem completa da árvore?

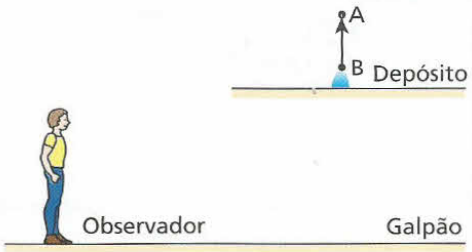


26 (FEI-SP) Um objeto vertical AB, de altura $\overline{AB}$ = 80 cm, encontra-se diante de um espelho plano vertical **E**. Sabe-se que a imagem do ponto **B** se encontra a 30 cm do espelho. Um raio de luz, partindo do ponto **B**, encontra o espelho num ponto **C**, segundo um ângulo de incidência α, e reflete-se passando pelo ponto **A**. Qual o valor de sen α?



27 **E.R.** Numa fábrica, um galpão tem o teto parcialmente rebaixado, criando um compartimento superior que é utilizado como depósito.

Para ter acesso visual a esse compartimento, constrói-se um sistema óptico simples, com dois espelhos planos E_1 e E_2, de modo que um observador no andar de baixo possa ver as imagens dos objetos guardados no depósito (como o objeto AB, por exemplo).



São possíveis duas configurações. Na primeira, os espelhos são paralelos, ambos formando 45° com a horizontal, como mostra a figura 1:

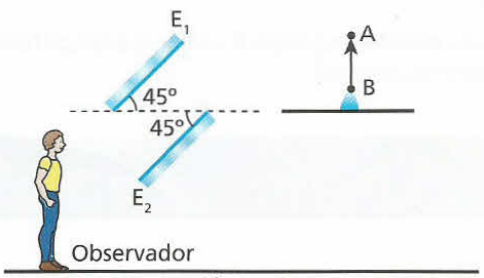


Figura 1

Na outra, os espelhos são perpendiculares entre si, ambos formando 45° com a horizontal, como mostra a figura 2:

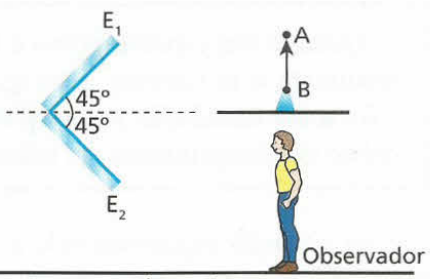


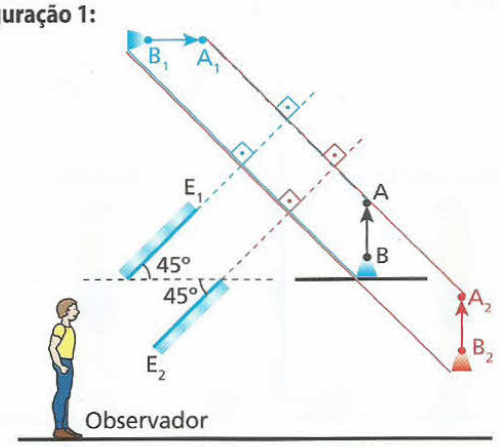
Figura 2

Posicione em cada configuração as imagens A_1B_1 e A_2B_2 fornecidas por E_1 e E_2, respectivamente, e responda: as imagens visadas pelo observador são **direitas** ou **invertidas** em relação ao objeto AB?

Resolução:

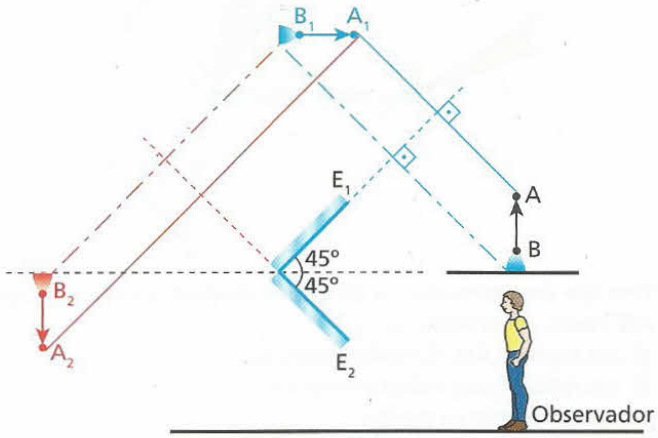
O posicionamento das imagens é feito observando-se a Propriedade Fundamental dos Espelhos Planos: a imagem é **simétrica** do objeto em relação à superfície refletora.

Configuração 1:



A_2B_2: imagem direita

Configuração 2:

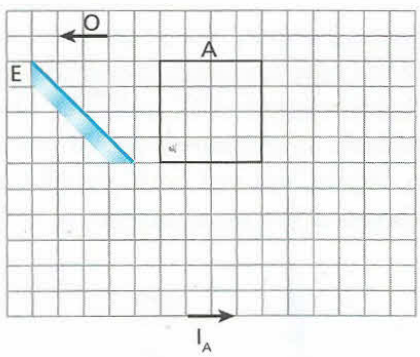


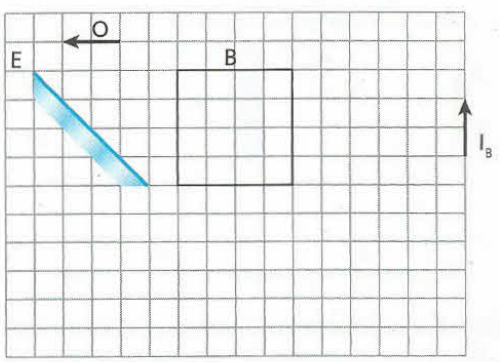
A_2B_2: imagem invertida

Nota:

- Em ambas as configurações, a imagem A_1B_1 fornecida pelo espelho E_1 para o objeto AB funciona como **objeto** para o espelho E_2.

28 (Vunesp-SP) As figuras a seguir mostram a posição de um objeto **O** em relação a um espelho plano **E** e duas regiões delimitadas pelos quadrados **A** e **B**. Dentro de cada uma dessas regiões deve-se colocar um outro espelho plano, de modo que se obtenham as imagens I_A e I_B indicadas nas figuras.

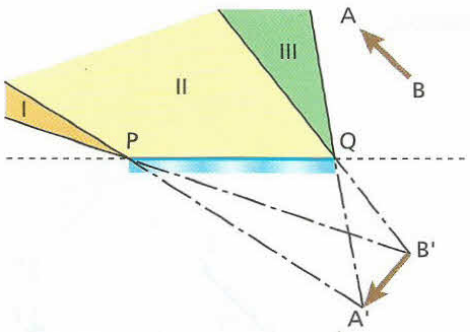




a) Copie o quadrado **A** numa folha. Em seguida, posicione no interior do quadrado um espelho plano capaz de criar a imagem I_A indicada na primeira figura.

b) Copie o quadrado **B** numa folha. Em seguida, posicione no interior do quadrado um espelho plano capaz de criar a imagem I_B indicada na segunda figura.

29 No esquema seguinte, PQ é um espelho plano, AB é um objeto linear e A'B' é a imagem de AB conjugada pelo espelho:

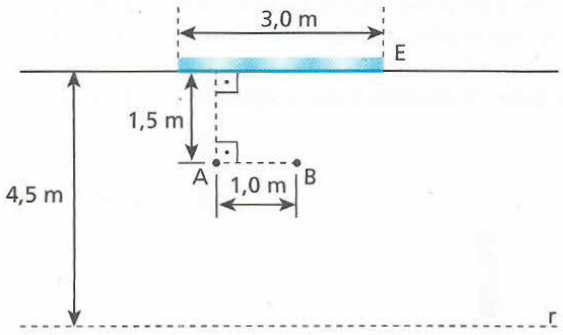


Para que um observador de dimensões desprezíveis veja a imagem A'B' inteira, deve colocar-se:

a) nas regiões I, II ou III, indiferentemente;
b) nas regiões I ou II, indiferentemente;
c) exclusivamente na região I;
d) exclusivamente na região II;
e) exclusivamente na região III.

30 Juliana está parada no ponto **A**, indicado na figura a seguir, contemplando sua imagem num espelho plano vertical **E**, de largura 3,0 m.

Rodrigo, um colega de classe, vem caminhando ao longo da reta **r**, paralela à superfície refletora do espelho, com velocidade de intensidade 2,0 m/s.



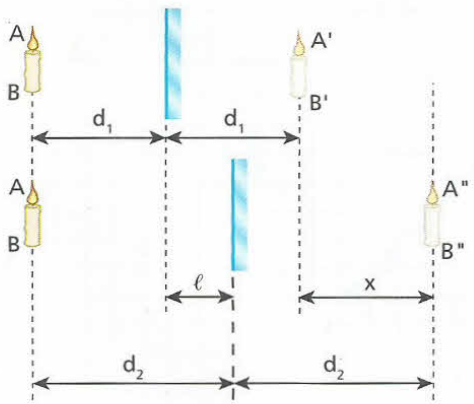
Desprezando-se as dimensões de Juliana e de Rodrigo, responda:

a) Por quanto tempo Juliana poderá observar a imagem de Rodrigo em **E**?
b) Se Juliana estivesse na posição **B**, qual seria o tempo de observação da imagem de Rodrigo?

Bloco 3

7. Translação de um espelho plano

No esquema a seguir, tem-se um objeto AB situado diante de um espelho plano. Nesse caso, o espelho conjuga a AB a imagem A'B' indicada. O espelho é então transladado, afastando-se de AB paralelamente a si mesmo. Agora, em sua nova posição, o espelho conjuga ao objeto AB a nova imagem A"B".



Sejam ℓ o comprimento correspondente à translação do espelho e **x** o comprimento correspondente à translação da imagem de AB. Relacionando **x** e ℓ por meio dos outros comprimentos referidos na figura, temos:

$$x = 2d_2 - 2d_1 \Rightarrow x = 2(d_2 - d_1) \quad (I)$$

$$\ell = d_2 - d_1 \quad (II)$$

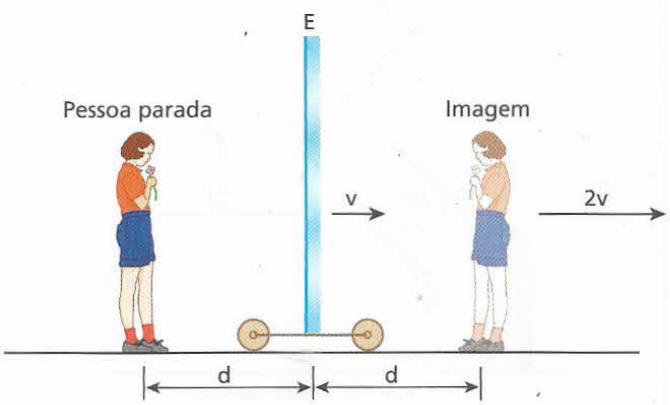
Substituindo (II) em (I), segue que:

$$x = 2\ell$$

Concluímos, portanto, o seguinte:

> Quando um espelho plano é transladado paralelamente a si mesmo, a imagem de um objeto fixo sofre translação no mesmo sentido, com o dobro do comprimento em relação à do espelho.

Na situação esquematizada a seguir, um espelho plano **E** afasta-se, com velocidade **v**, de um objeto fixo (a pessoa parada na ilustração). O espelho está a uma distância **d** da pessoa e a imagem, a uma distância **2d** dela. Considerando um determinado intervalo de tempo, podemos afirmar que: se a velocidade do espelho em relação à pessoa é **v**, então a velocidade da imagem é **2v**. Se, entretanto, adotarmos o espelho como referencial, a velocidade da imagem em relação a ele será **v**.



8. Rotação de um espelho plano

Observe a figura a seguir, em que um raio luminoso **A** incide no ponto I_1 de um espelho plano, situado inicialmente na posição E_1. O raio **A** determina, nessa situação, o raio refletido **A'**.

Admita, agora, que o espelho seja girado em torno do eixo **O**, sofrendo uma rotação equivalente ao ângulo α e passando à nova posição E_2. Nesse caso, o raio **A** incide no espelho no ponto I_2, determinando o novo raio refletido **A"**.

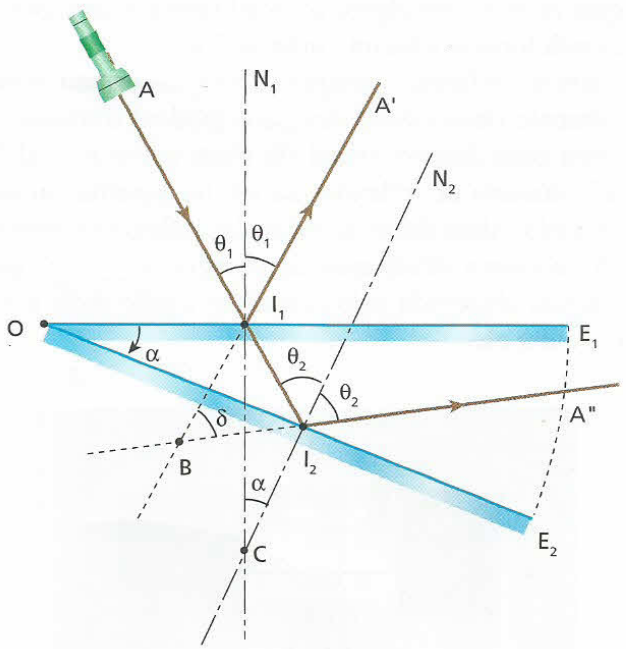
Sendo δ o ângulo formado pelas direções dos raios refletidos **A'** e **A"**, relacionemos δ com α.

No triângulo I_1I_2B, temos $B\hat{I}_1I_2 = 2\,\theta_1$. Aplicando o Teorema do Ângulo Externo, temos:

$$\delta + 2\theta_1 = 2\theta_2 \Rightarrow \delta = 2(\theta_2 - \theta_1) \quad (I)$$

No triângulo I_1I_2C, temos $C\hat{I}_1I_2 = \theta_1$. Aplicando também o Teorema do Ângulo Externo, temos:

$$\alpha + \theta_1 = \theta_2 \Rightarrow \alpha = \theta_2 - \theta_1 \quad (II)$$



Substituindo (II) em (I), obtemos:

$$\delta = 2\alpha$$

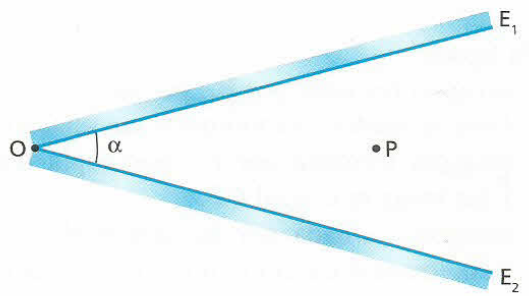
Concluímos, então, que:

> Quando um espelho plano sofre uma rotação de um ângulo α em torno de um eixo normal ao plano de incidência de um raio de luz proveniente de uma fonte fixa, o raio refletido correspondente sofre uma rotação, no mesmo sentido, de um ângulo que equivale ao dobro de α.

9. Imagens múltiplas em dois espelhos planos associados

A figura a seguir representa dois espelhos planos E_1 e E_2, que formam entre suas superfícies refletoras um ângulo diedro α. O ponto **P** representa um objeto pontual colocado diante dos espelhos.

A luz emanada de **P** sofrerá múltiplas reflexões, até emergir do sistema. Devido a isso, a associação de espelhos conjugará a **P** várias imagens, que se apresentarão distribuídas ao longo de uma circunferência de centro em **O** e raio OP.



O número **n** de imagens fornecidas pela associação fica determinado pela expressão:

$$n = \frac{360°}{\alpha} - 1$$

em que α, ângulo formado pelos espelhos, deve ser divisor de 360°.

Notas:

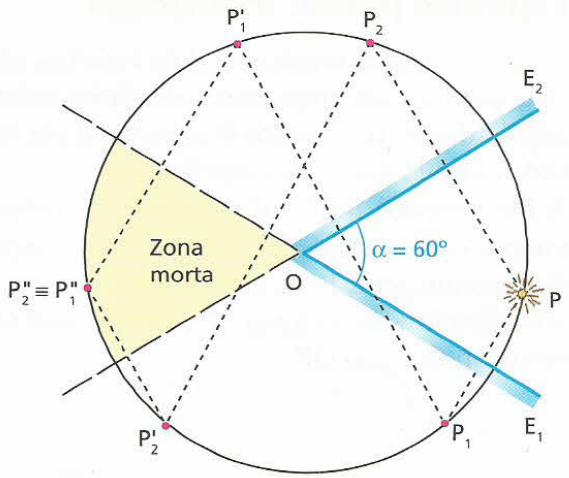
- Se o quociente de $\frac{360°}{\alpha}$ for par, a expressão será aplicável qualquer que seja a posição de **P** entre os espelhos.
- Se o quociente de $\frac{360°}{\alpha}$ for ímpar, a expressão só será aplicável se **P** estiver no plano bissetor do diedro formado pelos espelhos.

Para exemplificar melhor vamos analisar o caso em que se tem um objeto **P** situado entre as superfícies refletoras de dois espelhos planos que formam entre si um ângulo diedro $\alpha = 60°$. O número **n** de imagens que poderão ser observadas é:

$$n = \frac{360°}{\alpha} - 1 \Rightarrow n = \frac{360°}{60°} - 1$$

$$n = 5 \text{ imagens}$$

No esquema a seguir, fazemos uma representação esquemática correspondente à situação em estudo:



Na figura:

P_1 = imagem formada por E_1, por simples reflexão. Essa imagem é enantiomorfa em relação a **P**.

P'_1 = imagem formada por E_2, por dupla reflexão. Essa imagem é igual a **P**.

P''_1 = imagem formada por E_1, por tripla reflexão. Essa imagem é enantiomorfa em relação a **P**.

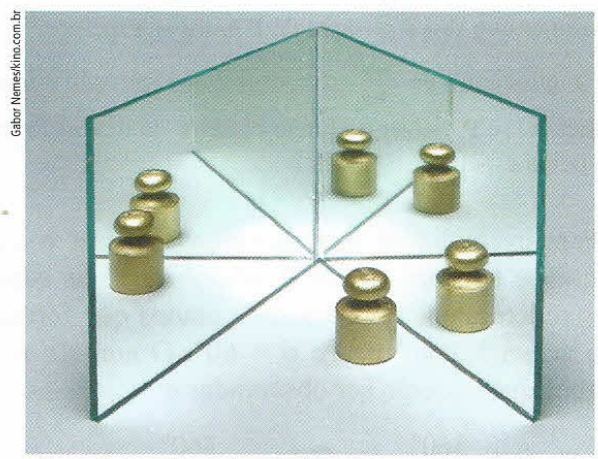
P_2 = imagem formada por E_2, por simples reflexão. Essa imagem é enantiomorfa em relação a **P**.

P'_2 = imagem formada por E_1, por dupla reflexão. Essa imagem é igual a **P**.

P''_2 = imagem formada por E_2, por tripla reflexão. Essa imagem é enantiomorfa em relação a **P**.

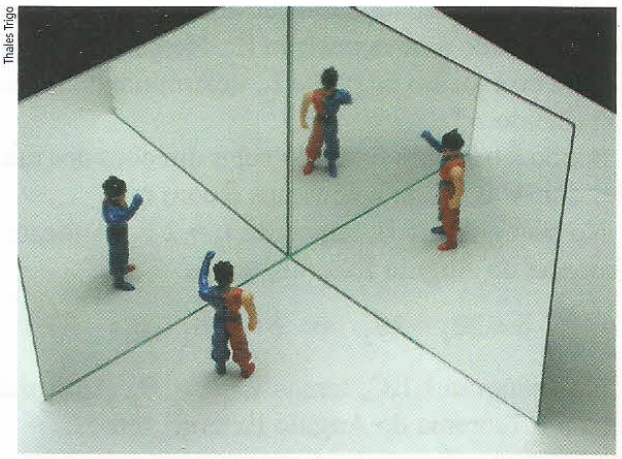
Notas:

- As imagens formadas por um número ímpar de reflexões são sempre enantiomorfas em relação ao objeto dado.
- As imagens P''_1 e P''_2, superpostas, constituem, na realidade, uma só imagem.
- O ponto $P''_1 \equiv P''_2$, pelo fato de estar situado na zona morta da associação, isto é, atrás tanto de E_1 como de E_2, não produz imagens subseqüentes.


Gabor Nemes/kino.com.br

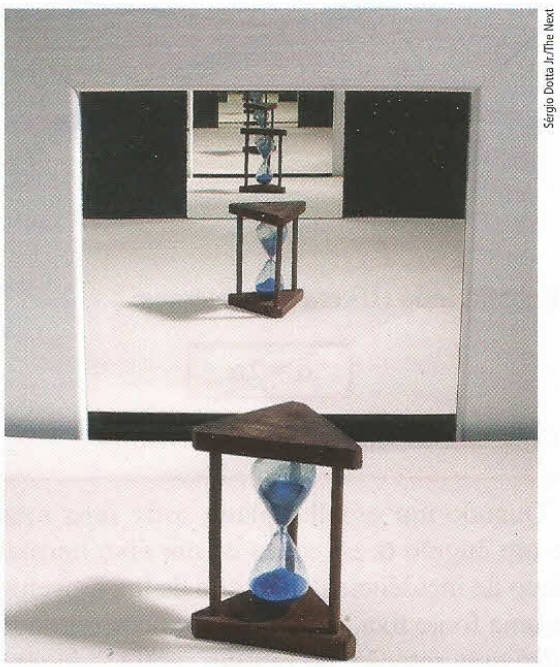
Nesta fotografia, o ângulo formado entre os espelhos é de 60°. Observe o objeto posicionado diante das duas superfícies refletoras e as cinco imagens produzidas pela associação.

Na fotografia a seguir, os espelhos planos formam 90° entre suas superfícies refletoras. A associação conjuga três imagens ao boneco, sendo duas enantiomorfas (formadas por simples reflexão da luz) e a outra igual ao objeto (obtida por dupla reflexão da luz).


Thales Trigo

Se os espelhos planos forem dispostos paralelamente entre si, um objeto colocado entre suas superfícies refletoras produzirá "infinitas" imagens.

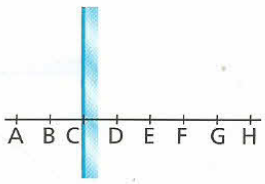
Essas "infinitas" imagens, entretanto, não serão totalmente observáveis devido à gradual diminuição sofrida pelo ângulo visual de observação à medida que o número de reflexões da luz no sistema vai aumentando. Além disso, as múltiplas reflexões impõem uma sucessiva dissipação da energia luminosa, que vai sendo absorvida pelos espelhos e pelo meio existente entre eles.


Sérgio Dotta Jr./The Next

Imagens fornecidas por dois espelhos planos paralelos de uma ampulheta colocada entre eles.

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

31 (UEL-PR) A figura representa um espelho plano vertical e um eixo horizontal onde estão os pontos **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**, **G** e **H**, eqüidistantes entre si:



Se o espelho plano sofrer uma translação, passando do ponto **C** ao ponto **D**, a imagem de **A** vai passar do ponto:

a) **D** para o ponto **E**.
b) **E** para o ponto **G**.
c) **E** para o ponto **F**.
d) **E** para o ponto **H**.
e) **F** para o ponto **G**.

32 **E.R.** Dois espelhos planos são associados de modo que suas superfícies refletoras formem um ângulo diedro de 45°. Um objeto luminoso é colocado diante da associação. Determine:

a) o número de imagens que os espelhos conjugam ao objeto;
b) o número de imagens enantiomorfas e o número de imagens iguais ao objeto.

Resolução:

a) O número de imagens que a associação conjuga ao objeto é calculado pela fórmula:

$$n = \frac{360°}{\alpha} - 1$$

Sendo $\alpha = 45°$, determinemos **n**:

$$n = \frac{360°}{45°} - 1 \Rightarrow \boxed{n = 7 \text{ imagens}}$$

b) 1ª e 2ª imagens: simples reflexão ⇒ enantiomorfas
3ª e 4ª imagens: dupla reflexão ⇒ iguais ao objeto
5ª e 6ª imagens: tripla reflexão ⇒ enantiomorfas
7ª imagem: quádrupla reflexão ⇒ igual ao objeto

Portanto, temos:

4 imagens enantiomorfas

3 imagens iguais ao objeto

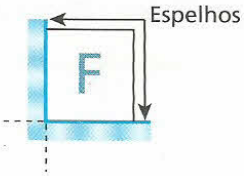
33 Diante de dois espelhos planos que formam entre suas superfícies refletoras um ângulo de 90°, um rapaz coloca um relógio, cujo painel é dotado de traços no lugar dos números. Sabendo que o experimento é realizado às 4 h 10 min, determine:

a) o número de imagens que os espelhos conjugam ao relógio;
b) quantas imagens têm o aspecto da figura I e quantas têm o aspecto da figura II.

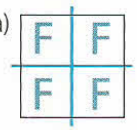
Figura I

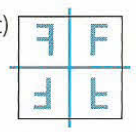
Figura II

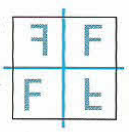
34 (Fuvest-SP) Na figura, **F** indica um ladrilho colocado perpendicularmente a dois espelhos planos que formam um ângulo reto:

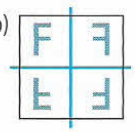


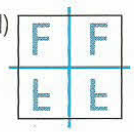
Indique a alternativa que corresponde às três imagens formadas pelos espelhos.

a) 

c) 

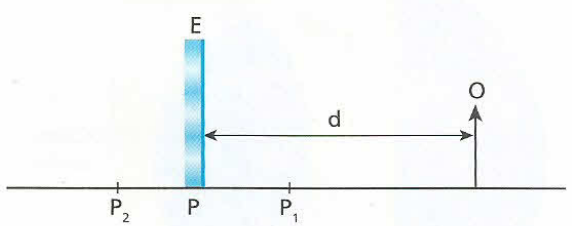
e) 

b) 

d) 

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

35 (UFC-CE) A figura abaixo mostra um objeto **O** diante do espelho plano **E**, em posição vertical. Originalmente, o espelho está na posição **P**, a uma distância **d** do objeto. Deslocando-se o espelho para a posição P_1, a distância da imagem de **O** até o espelho é de 7 cm. Se o espelho é deslocado para a posição P_2, a distância da imagem de **O** até o espelho passa a ser de 11 cm. P_1 e P_2 estão a igual distância de **P**. A distância original, **d**, entre o espelho e o objeto vale:



a) 4 cm. b) 9 cm. c) 14 cm. d) 18 cm. e) 22 cm.

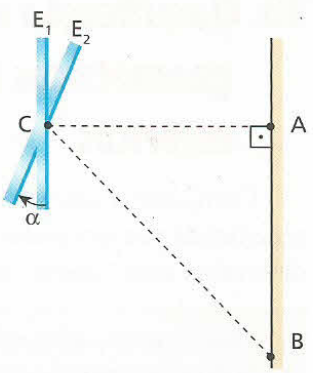
36 Um caminhão trafega em uma estrada retilínea com velocidade de 40 km/h. Olhando no espelho retrovisor plano, o motorista contempla a imagem de um poste vertical fixo na estrada.

a) Qual a velocidade da imagem do poste em relação ao solo?
b) Qual a velocidade da imagem do poste em relação ao motorista do caminhão?

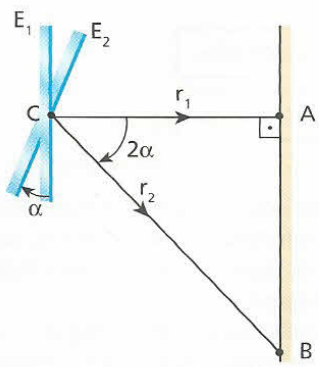
37 **E.R.** A figura a seguir representa um espelho plano que pode girar em torno de um eixo contendo seu centro **C**.

Estando na posição E_1, o espelho capta a luz proveniente de uma fonte pontual **A**, fixa no anteparo, refletindo-a de volta ao ponto de partida. O espelho sofre, então, uma rotação equivalente a um ângulo α, passando para a posição E_2. Nesse caso, ao receber a luz emitida por **A**, reflete-a para o ponto **B**.

Sabendo que $AB = \sqrt{3}\,AC$, calcule o ângulo α.



Resolução:
A figura a seguir representa os raios refletidos r_1 e r_2, que correspondem, respectivamente, às posições E_1 e E_2 do espelho:



No triângulo ABC, temos:

$$\text{tg } 2\alpha = \frac{AB}{AC}$$

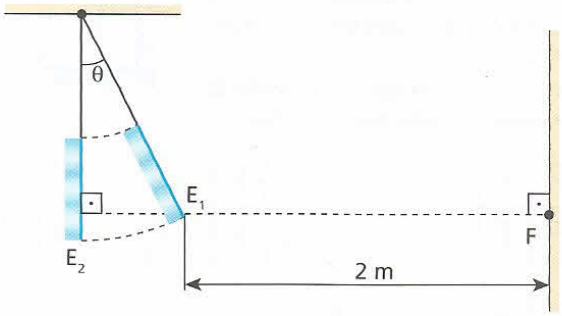
Mas, sendo $AB = \sqrt{3}\ AC$, vem:

$$\text{tg } 2\alpha = \frac{\sqrt{3}\ AC}{AC} \Rightarrow \text{tg } 2\alpha = \sqrt{3}$$

Portanto:

$$2\alpha = 60° \Rightarrow \boxed{\alpha = 30°}$$

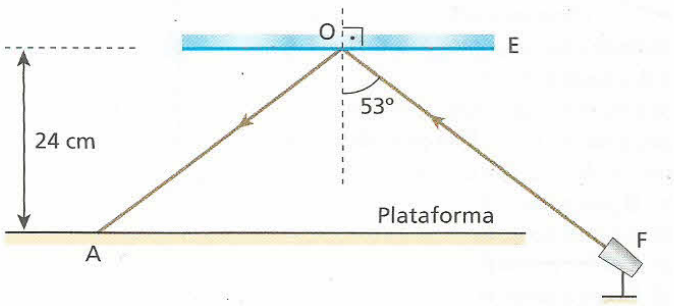
38 O esquema a seguir representa um pêndulo. Na extremidade do fio, está preso um espelho plano. Incrustada no anteparo há uma lâmpada pontual **F** que emite um pincel luminoso cilíndrico na direção horizontal para a esquerda. O pêndulo é posto a oscilar, fazendo com que o espelho passe pelas posições E_1 e E_2 e varra, de uma para a outra, um ângulo $\theta = 30°$ no plano da figura:



Calcule a extensão do anteparo percorrida pelo pincel luminoso proveniente de **F** e refletido pelo espelho, quando o espelho vai de E_1 para E_2.

39 Na situação esquematizada a seguir, **F** é uma pequena lanterna fixa que emite um estreito feixe cilíndrico de luz e **E** é um espelho plano que pode girar em torno de um eixo **O** perpendicular ao plano desta página.

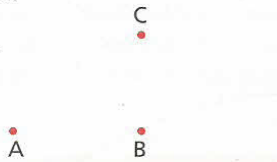
Inicialmente, a luz proveniente de **F** incide em **E** sob um ângulo de 53°, como indica a figura, produzindo um feixe refletido que ilumina o ponto **A** de uma plataforma também fixa.



O espelho sofre, então, uma rotação de 8° no sentido anti-horário, fazendo com que o feixe refletido atinja um outro ponto **B** da mesma plataforma.
Sabendo-se que sen 53° = cos 37° = 0,80 e cos 53° = sen 37° = 0,60, pode-se afirmar que a distância entre os pontos **A** e **B** vale:
a) 32 cm; c) 18 cm; e) 12 cm.
b) 24 cm; d) 14 cm;

40 Um diretor de cinema registrou uma cena em que apareceram 24 bailarinas. Ele utilizou na filmagem apenas três atrizes, trajadas com a mesma roupa, colocadas diante de uma associação de dois espelhos planos verticais cujas superfícies refletoras formavam entre si um ângulo diedro **α**. Qual o valor de **α**?

41 (Fuvest-SP) Tem-se um objeto **O** em frente a dois espelhos planos perpendiculares entre si. Os pontos **A**, **B** e **C** correspondem às imagens formadas do referido objeto. A distância AB é igual a 80 cm e a distância BC, igual a 60 cm.

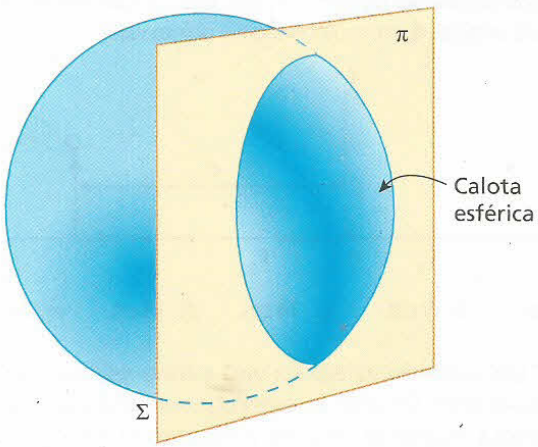


a) Qual a distância entre o objeto e a imagem **B**?
b) Desenhe em uma folha de papel o esquema com os espelhos, o objeto e as imagens.

Bloco 4

10. Classificação e elementos geométricos dos espelhos esféricos

Considere a superfície esférica **Σ** da figura ao lado, seccionada por um plano **π**. O seccionamento corta **Σ** e determina uma "casca" esférica denominada **calota**.



Chama-se **espelho esférico** qualquer calota esférica polida e com alto poder refletor.

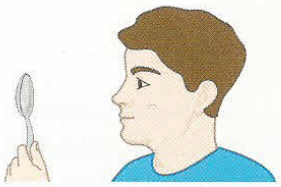
Se a superfície refletora da calota estiver voltada para dentro da esfera, o espelho esférico correspondente será denominado **côncavo**.

Representação de um espelho esférico côncavo.

Se a superfície refletora da calota estiver voltada para fora da esfera, o espelho esférico correspondente será denominado **convexo**.

Representação de um espelho esférico convexo.

Uma colher de aço inoxidável tem comportamento semelhante ao dos espelhos esféricos. A face sobre a qual são colocados os alimentos é um **espelho côncavo**, enquanto a face oposta é um **espelho convexo**. É importante observar, entretanto, que essas colheres em geral não são superfícies esféricas.



LEITURA

Espelhos esféricos: muitas aplicações práticas

Os espelhos esféricos côncavos são utilizados como espelhos de aumento nos estojos de maquiagem, como refletores atrás das lâmpadas de sistemas de iluminação e projeção – lanternas, faróis, holofotes e projetores em geral – e como objetivas de telescópios, dentre diversas outras aplicações.

Barry Sweet/Corbis/LatinStock

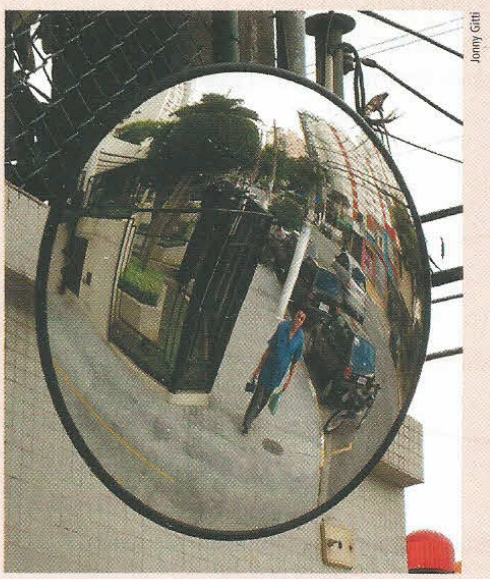
Gabor Nemes/kino.com.br

Nas fotografias acima, espelhos côncavos estão sendo utilizados como espelhos de aumento.

Ricardo Helou Doca

Por trás da lâmpada desta lanterna há um espelho côncavo (não-esférico) que reflete a luz, proporcionando um feixe luminoso de pequena abertura angular.

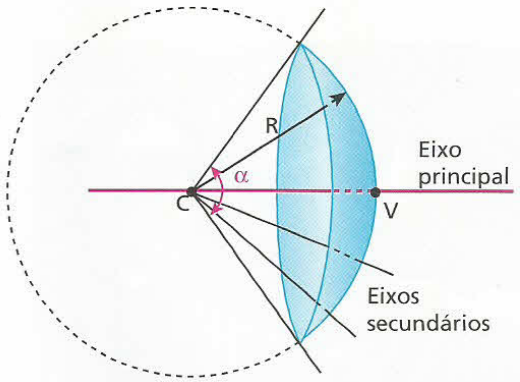
Bo Zaunders/Corbis


Jonny Gitti

Nestas fotografias, espelhos convexos estão sendo utilizados para retrovisão.

Os espelhos esféricos convexos são utilizados como espelhos retrovisores de veículos – como motos e alguns carros de passeio (retrovisor direito) – e em pontos estratégicos de garagens, cruzamentos de ruas estreitas, portas de elevadores e ônibus. A vantagem dos espelhos convexos sobre os espelhos planos, nesses casos, é proporcionar, em idênticas condições, um campo visual maior. Deve-se notar, no entanto, que as imagens produzidas pelos espelhos convexos para objetos reais são menores que os respectivos objetos.

Veja a seguir o esquema de um espelho esférico com seus principais elementos geométricos:



- O centro **C** da esfera que originou a calota é chamado de **centro de curvatura** do espelho.
- O pólo **V** da calota é chamado de **vértice** do espelho.
- A reta que passa por **C** e por **V** é chamada de **eixo principal** do espelho.
- Todas as demais retas que contêm o centro **C** são chamadas de **eixos secundários**.
- O ângulo **α**, que tem o vértice no centro **C** e os lados passando por pontos diametralmente opostos da calota, é chamado de **abertura** do espelho.
- O raio **R** da esfera que originou a calota é denominado **raio de curvatura** do espelho.
- Qualquer plano perpendicular ao eixo principal é denominado **plano frontal**.

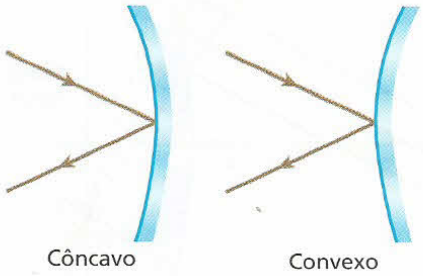
11. Espelhos esféricos gaussianos

Em geral, os espelhos esféricos não são sistemas ópticos estigmáticos, nem aplanéticos, nem ortoscópicos, como ocorre nos espelhos planos, uma vez que as imagens fornecidas por eles são sensivelmente distorcidas em comparação com os objetos correspondentes. As distorções provocadas por esses espelhos são denominadas **aberrações de esfericidade**.

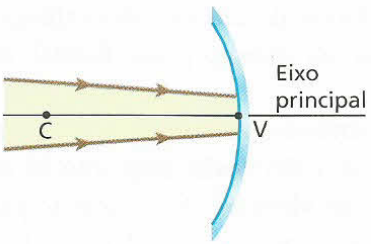
Entretanto, o físico e matemático alemão Carl Friedrich **Gauss** (1777-1855) observou que, operando-se com raios luminosos pouco inclinados e pouco afastados em relação ao eixo principal (raios **paraxiais**), as aberrações de esfericidade inerentes aos espelhos esféricos ficavam sensivelmente minimizadas.

Neste livro, salvo recomendação em contrário, abordaremos os espelhos esféricos gaussianos, isto é, aqueles em que os raios luminosos envolvidos são pouco inclinados e pouco afastados em relação ao eixo principal. Por raios luminosos "pouco afastados" em relação ao eixo principal entendemos aqueles cuja distância do ponto de incidência ao referido eixo é pequena em comparação com o raio de curvatura do espelho.

A representação esquemática dos espelhos esféricos gaussianos é a seguinte:



Em relação ao pincel luminoso incidente representado na figura a seguir, o espelho esférico côncavo pode ser considerado gaussiano. Observe que, nessas condições, o ângulo de abertura da região do espelho sobre a qual incide a luz não deve exceder a 10°.



Time Life Picture/Getty Images

Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Alemão, filho de família humilde, notabilizou-se logo na juventude por seus estudos em Matemática e Astronomia. Publicou em 1807 – época em que era diretor do Observatório de Gottingen – uma série de trabalhos sobre Óptica, em especial envolvendo sistemas de várias lentes. Destacou-se também pelas contribuições em Eletricidade e Magnetismo, tendo estabelecido um sistema de unidades magnéticas fundamentado nas noções de comprimento, massa e tempo.

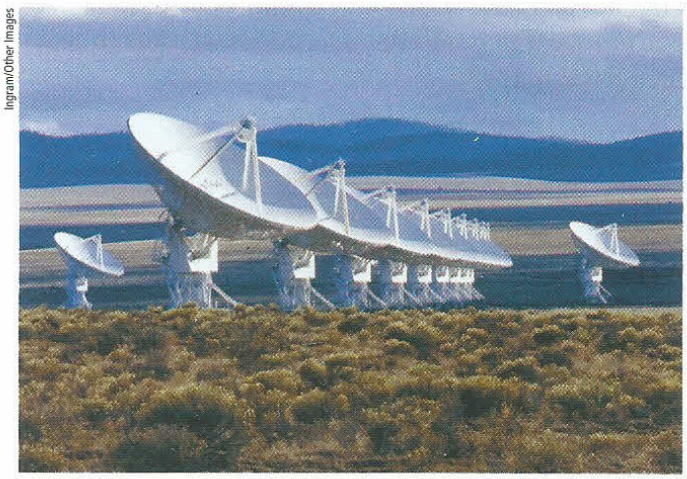
12. Focos dos espelhos esféricos

De maneira geral:

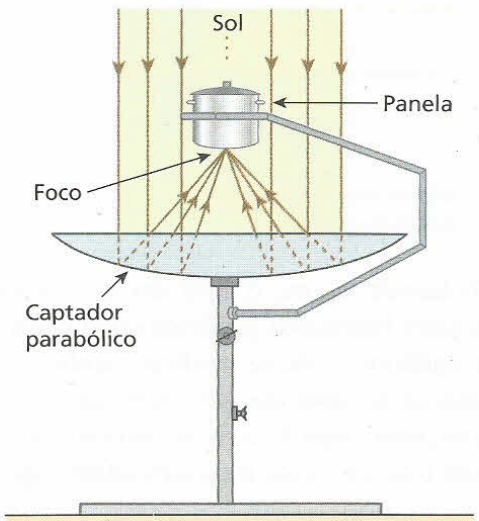
O **foco** de um sistema óptico qualquer é um ponto que tem por conjugado um ponto impróprio ("situado no infinito").

Exemplo 1:

Radiotelescópios são equipamentos que rastreiam o espaço em busca de sinais – ondas eletromagnéticas compatíveis com as radiofreqüências – provenientes dos mais remotos pontos do Universo. O elemento receptor desses dispositivos é uma superfície parabólica, cuja parte côncava tem alto poder de reflexão. Ondas planas incidem sobre o sistema, originando ondas esféricas refletidas que convergem para o foco do parabolóide, onde está instalado o elemento detector das informações.


Ingram/Other Images

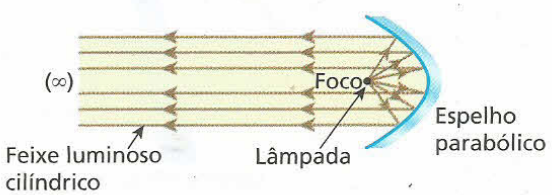
O fogão solar, projetado para ser utilizado no campo, funciona de maneira similar aos radiotelescópios. Raios solares paralelos incidem sobre um captador parabólico e, depois de refletidos, convergem para o foco do sistema, onde é colocada a panela contendo os alimentos.



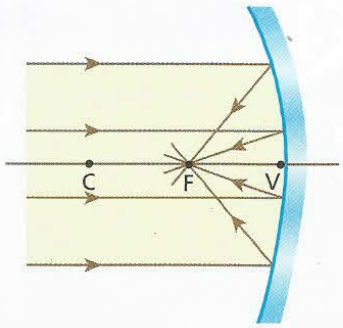
Esquema de um fogão solar.

Exemplo 2:

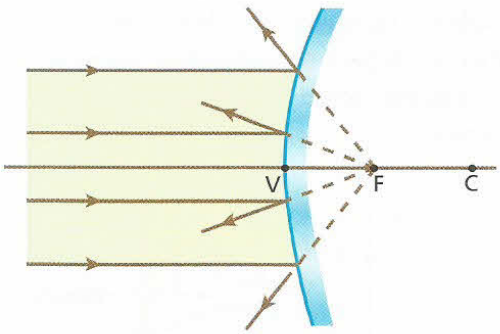
Nos colimadores, holofotes e refletores que emitem feixes luminosos cilíndricos (constituídos de raios paralelos), uma pequena lâmpada é instalada sobre o foco de um espelho parabólico côncavo que conjuga à fonte de luz uma imagem imprópria.



Considere os espelhos esféricos gaussianos abaixo, nos quais incidem raios luminosos paralelos entre si e ao eixo principal. A experiência mostra que as direções dos raios refletidos passam, necessariamente, por um mesmo ponto do eixo principal, denominado **foco principal (F)**:

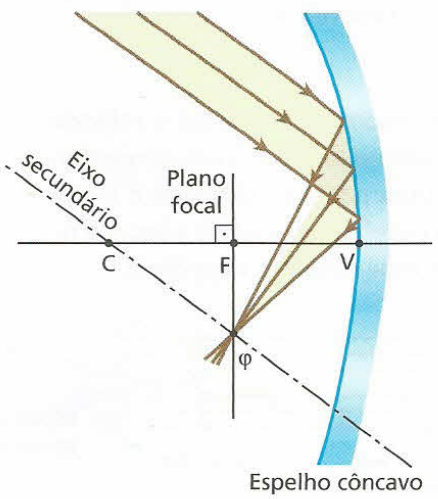


Representação esquemática de espelho côncavo.

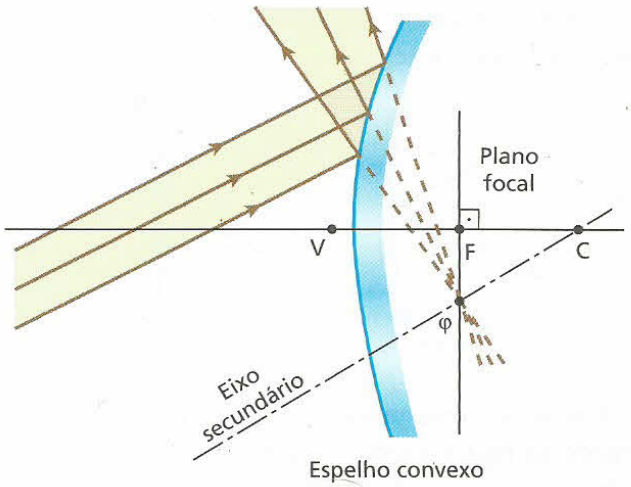


Representação esquemática de espelho convexo.

Suponhamos, agora, o caso em que incidem nos espelhos raios luminosos paralelos entre si e a um dos eixos secundários. Pode-se verificar, também nessa situação, que as direções dos raios refletidos passam por um mesmo ponto, mas do eixo secundário considerado. Esse ponto é denominado **foco secundário (φ)**:



Espelho côncavo

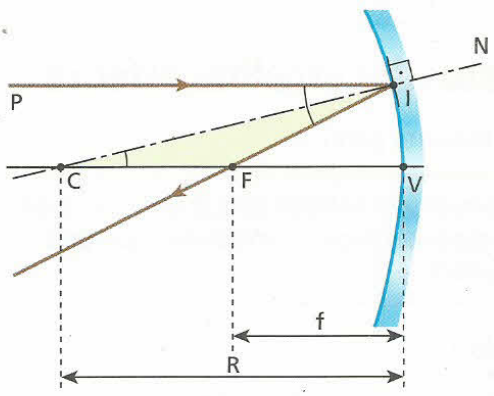


Espelho convexo

Prova-se, ainda, que o foco principal e os infinitos focos secundários de um espelho esférico gaussiano alojam-se em um mesmo plano frontal, denominado **plano focal**.

É importantíssimo observar que os focos de um espelho côncavo são **reais**, enquanto os de um espelho convexo são **virtuais**. A explicação para esse fato é simples: nos espelhos côncavos, os focos são determinados efetivamente pelos raios de luz (os focos apresentam-se "na frente" do espelho), enquanto nos espelhos convexos os focos são determinados pelos prolongamentos dos raios (os focos apresentam-se "atrás" do espelho).

Observe agora o espelho esférico côncavo representado a seguir, no qual incide um raio luminoso paralelo ao eixo principal. Ao se refletir, o raio intercepta o eixo principal do espelho no ponto **F** (foco principal).



Na figura, temos:

$$C\hat{I}P = F\hat{I}C \text{ (2ª Lei da Reflexão)}$$

$$C\hat{I}P = I\hat{C}F \text{ (alternos internos)}.$$

Portanto, $F\hat{I}C = I\hat{C}F$, e o triângulo FIC é isósceles, valendo a igualdade:

$$CF = FI$$

Mas $FI \simeq FV$, pois o raio incidente considerado é paraxial. Assim:

$$CF \simeq FV$$

ou também:

$$f \simeq \frac{R}{2}$$

A conclusão acima permite afirmar:

Nos espelhos esféricos gaussianos, o **foco principal** é aproximadamente eqüidistante do centro de curvatura e do vértice.

13. Raios luminosos particulares

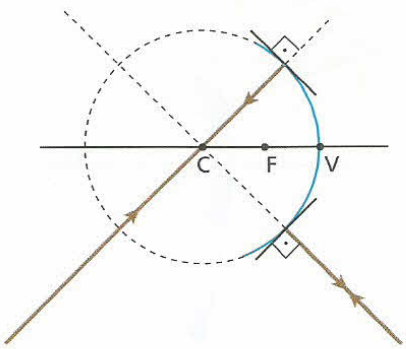
Nos espelhos esféricos, alguns raios luminosos particulares de simples traçado apresentam grande interesse, pois facilitam a construção gráfica das imagens.

1º raio particular

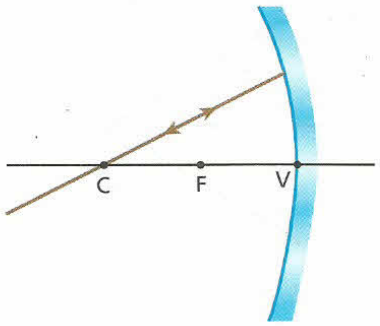
Todo raio luminoso que incide no espelho alinhado com o centro de curvatura reflete-se sobre si mesmo.

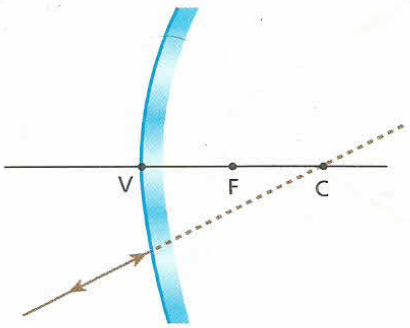
Essa afirmação pode ser constatada de imediato, pois um raio luminoso que incide alinhado com o centro de curvatura é **normal** à superfície refletora.

Como a incidência é normal, o ângulo de incidência é nulo, o mesmo devendo ocorrer com o ângulo de reflexão. Daí dizermos que "o raio reflete-se sobre si mesmo".



Usando a representação gaussiana, temos as figuras:





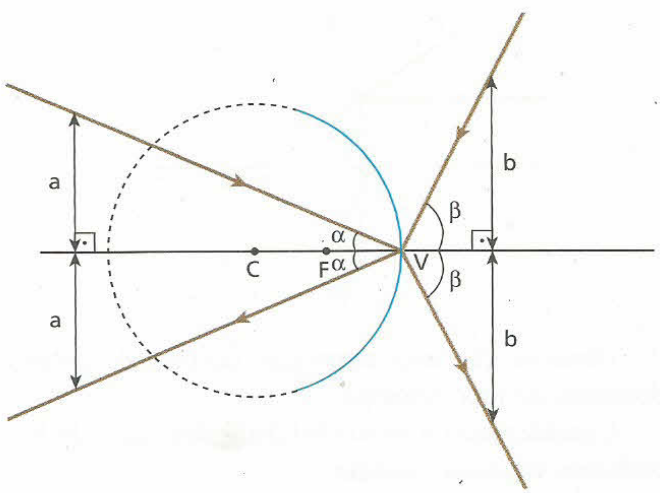
Nota:

- A propriedade que esse raio tem de refletir-se sobre si mesmo é verificada em quaisquer tipos de espelhos esféricos, gaussianos ou não.

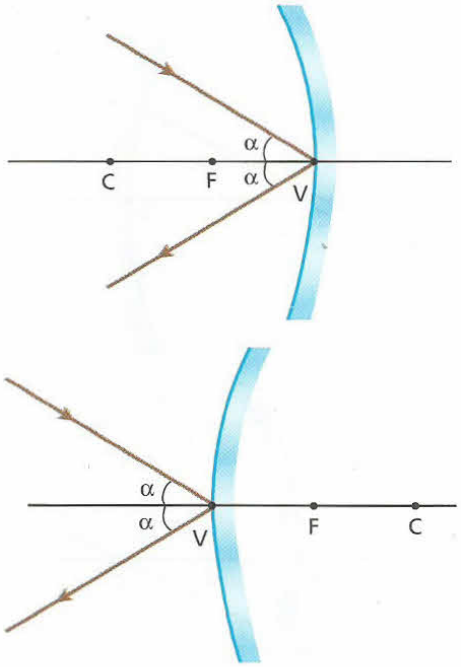
2º raio particular

Todo raio luminoso que incide no vértice do espelho gera, relativamente ao eixo principal, um raio refletido simétrico.

Essa afirmação é conseqüência da 2ª Lei da Reflexão. A reta normal à superfície refletora em **V** é o próprio eixo principal. Como o ângulo de reflexão deve ser igual ao de incidência, justifica-se a simetria citada.



Usando a representação gaussiana, temos as figuras:

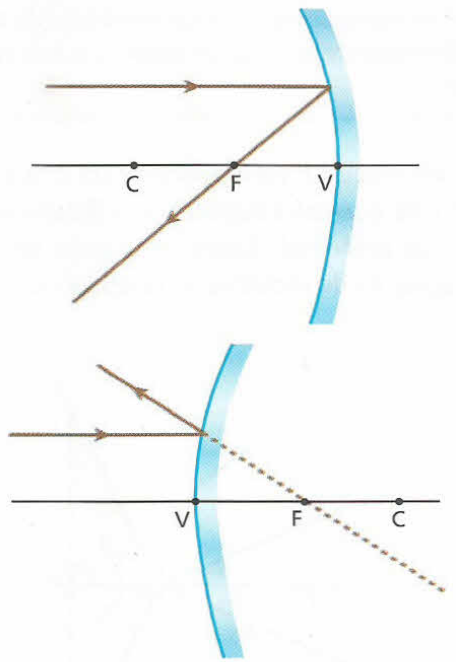


Nota:

- A propriedade que esse raio tem de refletir-se simetricamente em relação ao eixo principal é verificada com quaisquer tipos de espelhos esféricos, gaussianos ou não.

3º raio particular

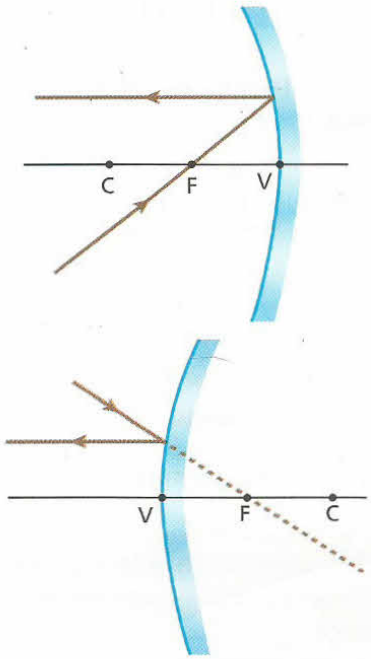
Todo raio luminoso que incide paralelamente ao eixo principal reflete-se alinhado com o foco principal.



Observe que essa afirmação decorre da própria definição de foco principal.

Considerando a reversibilidade dos raios de luz, podemos enunciar também:

Todo raio luminoso que incide alinhado com o foco principal reflete-se paralelamente ao eixo principal.



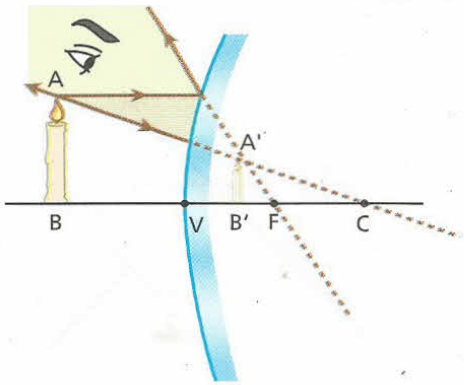
Nota:

- Esse raio só é verificado em espelhos esféricos gaussianos.

14. Construção gráfica das imagens nos espelhos esféricos

Para construir a imagem de um ponto conjugada por um sistema óptico, necessitamos de pelo menos dois raios luminosos incidentes. Em relação ao traçado das imagens fornecidas pelos espelhos esféricos, devemos utilizar os raios luminosos particulares descritos no item anterior.

Considere, por exemplo, o espelho convexo abaixo, diante do qual há um objeto AB que tem o extremo **B** no eixo principal. Nesse caso, para obter a imagem de AB, basta obtermos a imagem do extremo **A**, pois a imagem correspondente ao extremo **B** estará situada no eixo principal.



Observe que, nessa situação, a imagem formada é:
- virtual: obtida pelo cruzamento dos prolongamentos dos raios refletidos (situada "atrás do espelho");
- direita: "de cabeça para cima" em relação ao objeto;
- menor: o "tamanho" da imagem é menor que o do objeto.

É importante destacar que:

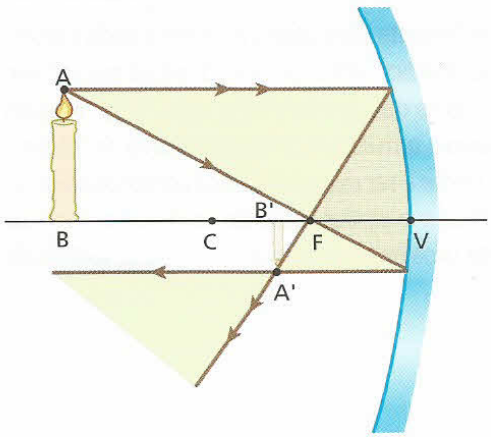
> A um objeto real, um espelho esférico convexo conjuga uma imagem sempre virtual, direita e menor, compreendida entre o foco principal e o vértice, independentemente da distância do objeto à superfície refletora.

Thales Trigo

Aumentando-se ou diminuindo-se a distância entre a vela e a superfície refletora do espelho convexo, a imagem mantém suas características: virtual, direita e menor que o objeto.

As características das imagens produzidas pelos espelhos côncavos, por sua vez, dependem da posição do objeto em relação ao espelho. Há cinco casos importantes a considerar:

1º) Objeto além do centro de curvatura

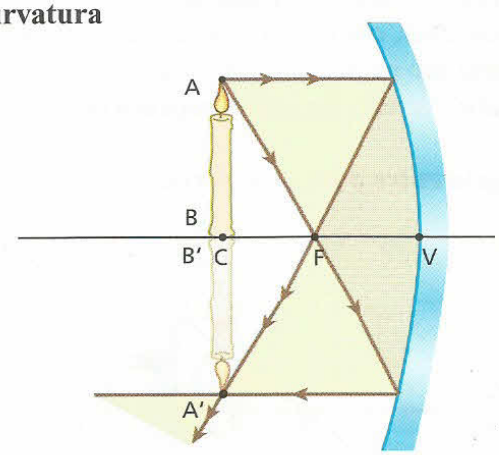


Características da imagem:
- real: formada pelo cruzamento efetivo dos raios refletidos;
- invertida: "de cabeça para baixo" em relação ao objeto;
- menor: o "tamanho" da imagem é menor que o do objeto.

Thales Trigo

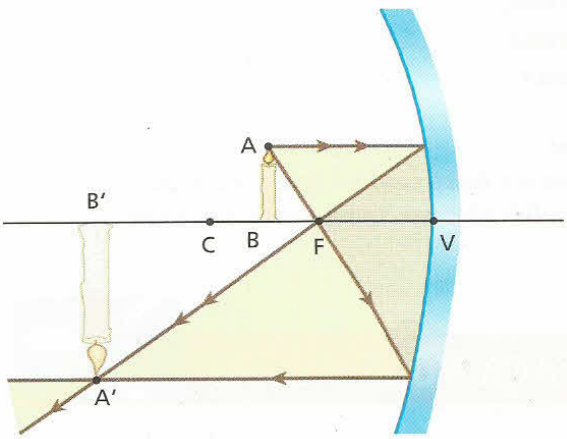
Na fotografia, imagem real, invertida e menor produzida por um espelho esférico côncavo, a partir de objeto situado além do seu centro de curvatura.

2º) Objeto no plano frontal que contém o centro de curvatura



Características da imagem:
- real;
- invertida;
- do mesmo tamanho que o objeto.

3º) Objeto entre o centro de curvatura e o foco

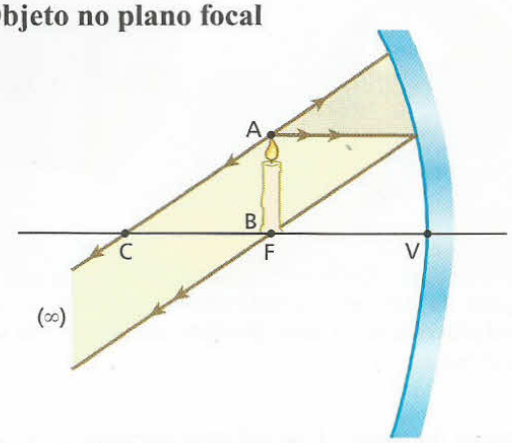


Características da imagem:
- real;
- invertida;
- maior: o "tamanho" da imagem é maior que o do objeto.

Nota:

- Observe que as imagens reais obtidas a partir de objetos também reais são sempre invertidas.

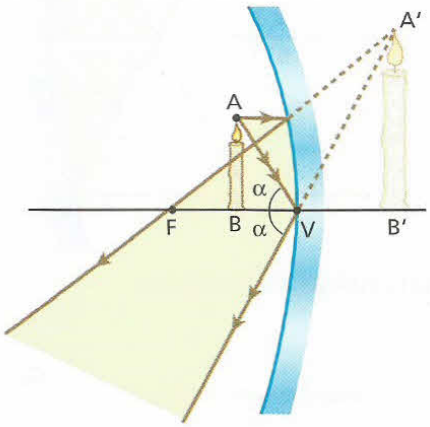
4º) Objeto no plano focal



Características da imagem:

Nesse caso, como os raios luminosos emergentes do sistema são paralelos entre si, a imagem "forma-se no infinito", sendo, portanto, **imprópria**.

5º) Objeto entre o foco e o vértice



Características da imagem:

- virtual;
- direita;
- maior.

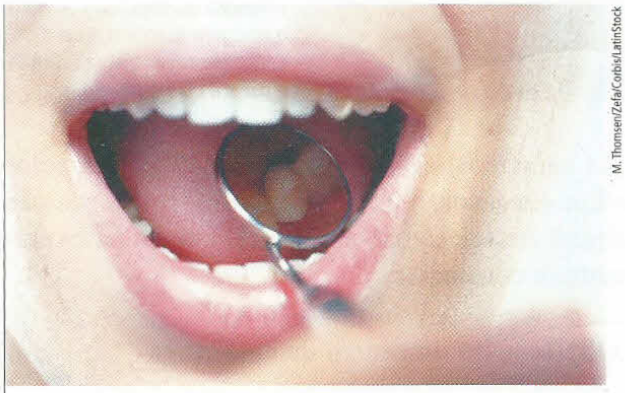
Nota:

- Esse é o único caso em que, a partir de um objeto real, o espelho côncavo conjuga imagem virtual.

Duas imagens: duas classificações

Nesta fotografia visualiza-se a imagem virtual, direita e maior de uma vela colocada entre o foco e o vértice de um espelho esférico côncavo. Visualiza-se também a imagem de um boneco, colocado de cabeça para cima além do centro de curvatura do espelho. Essa imagem é real, menor e invertida, apresentando-se de cabeça para baixo em relação ao boneco.

Para dentista ver melhor!



Uma ferramenta obrigatória no exercício da Odontologia é o "espelhinho", utilizado pelo dentista para observar a parte interna dos dentes do paciente. Esse "espelhinho" é côncavo e tem distância focal próxima de 10 cm. Com isso, o dente a ser examinado fica compreendido entre o plano focal e o vértice, fazendo com que o utensílio óptico produza uma imagem virtual, direita e ampliada do dente.

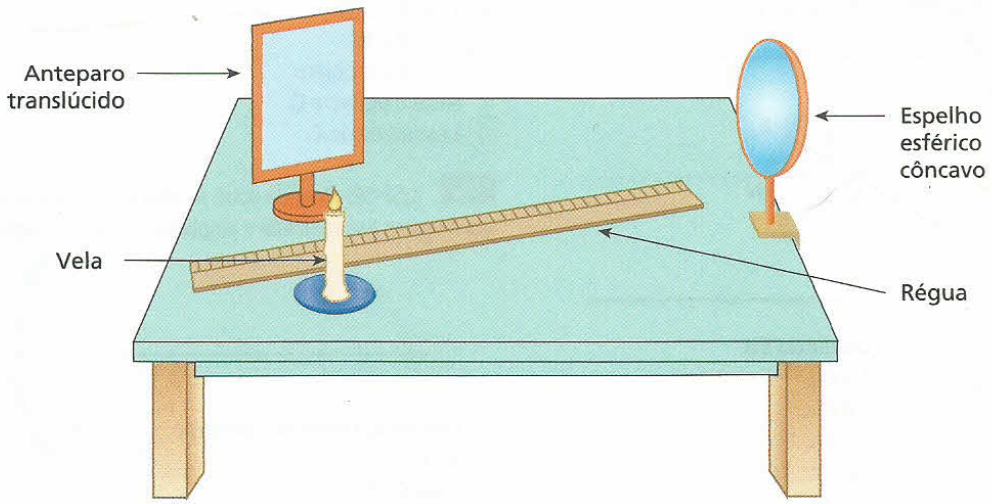
FAÇA VOCÊ MESMO

Há um método prático de determinar o valor aproximado da distância focal de um espelho esférico côncavo.

Além do espelho côncavo (que deve ter pequeno ângulo de abertura), você precisará de um anteparo, uma vela e uma régua.

A figura a seguir mostra os elementos necessários para o experimento, que deve ser realizado num ambiente escurecido.

ATENÇÃO!
Este experimento envolve fogo. Cuidado também ao manusear os espelhos.

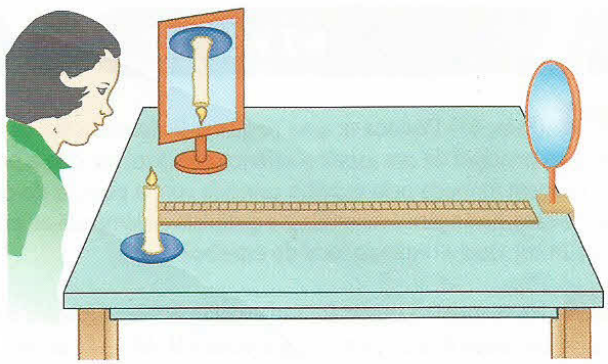


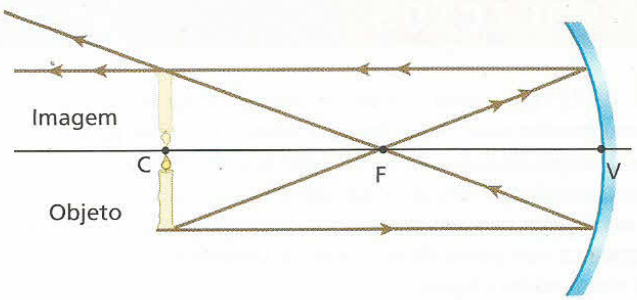
Coloque a vela ao lado do anteparo e faça com que a superfície refletora do espelho, previamente fixado, fique voltada para esse conjunto.

Movimente lentamente a vela e o anteparo, mantendo-os sempre emparelhados, procurando fazer com que a luz refletida pelo espelho incida sobre o anteparo.

Inicialmente, você observará uma mancha luminosa desfocada projetada no anteparo, mas, movimentando o conjunto vela-anteparo convenientemente, a mancha vai se definindo até constituir-se em uma imagem nítida, devidamente focalizada, da vela.

Nesse momento, o conjunto vela-anteparo estará posicionado na região do centro de curvatura do espelho e a imagem projetada (real) será invertida e terá o mesmo tamanho da vela.





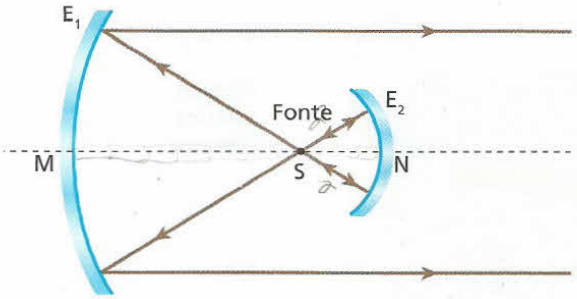
Medindo com a régua a distância do espelho ao conjunto vela-anteparo, você obterá o raio de curvatura **R** do espelho.

Dividindo **R** por 2, você terá determinado o valor da distância focal **f**:

$$f = \frac{R}{2}$$

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

42 (Cesgranrio-RJ) Em um farol de automóvel, dois espelhos esféricos côncavos são utilizados para se obter um feixe de luz paralelo a partir de uma fonte aproximadamente pontual. O espelho principal E_1 tem 16,0 cm de raio. O espelho auxiliar E_2 tem 2,0 cm de raio. Para que o feixe produzido seja efetivamente paralelo, as distâncias da fonte **S** aos vértices **M** e **N** dos espelhos devem ser iguais, respectivamente, a:

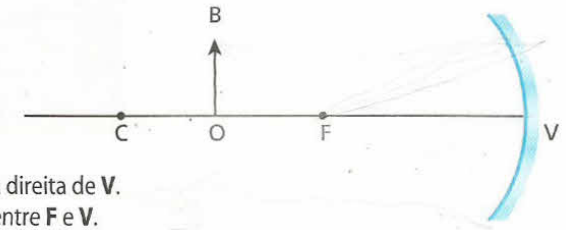


	Distância SM	Distância SN
a)	8,0 cm.	1,0 cm.
b)	16,0 cm.	2,0 cm.
c)	16,0 cm.	1,0 cm.
d)	8,0 cm.	2,0 cm.
e)	8,0 cm.	4,0 cm.

43 (Mack-SP) A imagem de um objeto que está a 40 cm de um espelho esférico côncavo tem a mesma altura do objeto. Colocando o objeto a grande distância do espelho, sua imagem estará a:

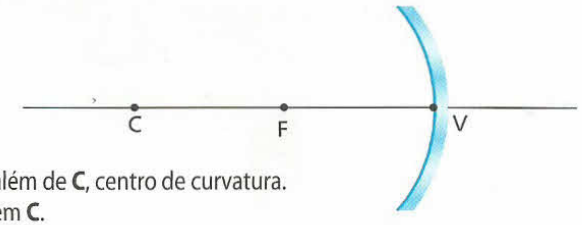
a) 60 cm do espelho.
b) 50 cm do espelho.
c) 40 cm do espelho.
d) 30 cm do espelho.
e) 20 cm do espelho.

44 (PUC-SP) A figura mostra um espelho esférico côncavo, em que **C** é o centro, **F** é o foco e **V** é o vértice. Colocando-se um objeto OB entre **C** e **F**, sua imagem situa-se:



a) à direita de **V**.
b) entre **F** e **V**.
c) entre **F** e o objeto.
d) entre o objeto e **C**.
e) à esquerda de **C**.

45 (USF-SP) Quando você se olha em um espelho esférico côncavo, sua imagem é vista direita e ampliada. Nessas condições, você deve estar:



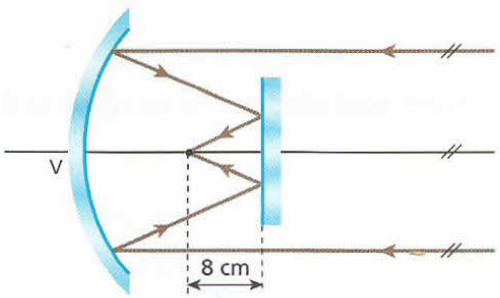
a) além de **C**, centro de curvatura.
b) em **C**.
c) entre **C** e **F**, foco.
d) em **F**.
e) entre **F** e **V**, vértice.

46 Diante de uma bola de Natal que tem a superfície externa espelhada, um observador dispõe um lápis, que é aproximado e afastado da superfície refletora. A respeito da imagem que a bola conjuga ao lápis, podemos afirmar que:

a) é virtual, direita e reduzida, qualquer que seja a posição do lápis;
b) pode ser real ou virtual, dependendo da posição do lápis;
c) é real, invertida e aumentada, qualquer que seja a posição do lápis;
d) é simétrica do lápis em relação à superfície refletora;
e) nenhuma proposição anterior é correta.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

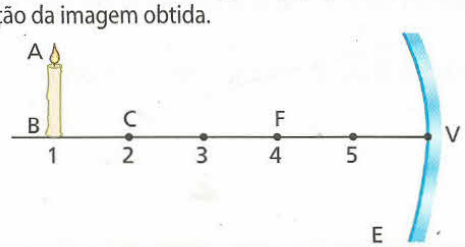
47 (UFRJ) Um espelho côncavo de raio de curvatura 50 cm e um pequeno espelho plano estão frente a frente. O espelho plano está disposto perpendicularmente ao eixo principal do côncavo. Raios luminosos paralelos ao eixo principal são refletidos pelo espelho côncavo; em seguida, refletem-se também no espelho plano e tornam-se convergentes num ponto do eixo principal distante 8 cm do espelho plano, como mostra a figura.



Calcule a distância do espelho plano ao vértice **V** do espelho côncavo.

48 (Fatec-SP) Desloca-se uma pequena lâmpada acesa ao longo do eixo principal de um espelho esférico côncavo, até que a posição da imagem formada pelo espelho coincida com a posição do objeto. Nesse caso, a imagem é invertida e a distância da lâmpada ao espelho é de 24 cm. Qual a distância focal do espelho?

49 No esquema a seguir, **E** é um espelho esférico côncavo de centro de curvatura **C**, foco principal **F** e vértice **V**. AB é um objeto luminoso posicionado diante da superfície refletora. Levando em conta as condições de Gauss, construa graficamente, em seu caderno, a imagem de AB considerando as posições 1, 2, 3, 4 e 5. Em cada caso, dê a classificação da imagem obtida.

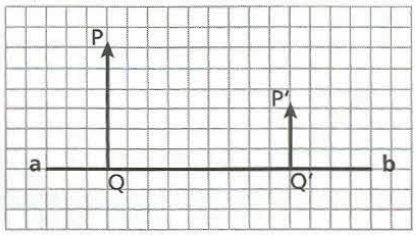


50 (UFPE) A concha de aço inoxidável representada na figura pode ser usada para demonstrar propriedades dos espelhos esféricos.

Uma dessas propriedades consta de uma das alternativas abaixo.
Indique:

a) Para objetos colocados à direita, num afastamento inferior a um quarto do diâmetro, as imagens são invertidas.
b) Para objetos colocados à esquerda, num afastamento inferior a um quarto do diâmetro, as imagens são invertidas.
c) Imagens virtuais só podem ser obtidas para objetos colocados à esquerda.
d) Para objetos colocados à direita, num afastamento inferior a um quarto do diâmetro, as imagens são direitas.
e) Imagens virtuais só podem ser obtidas para objetos colocados à direita.

51 **E.R.** No esquema seguinte, ab é o eixo principal de um espelho esférico gaussiano, PQ é um objeto luminoso contido em um plano frontal e P'Q' é a imagem que o espelho conjuga ao objeto considerado:



Reproduza essa figura no seu caderno e obtenha graficamente a posição e o tipo do espelho, bem como as posições de seu centro de curvatura e de seu foco principal.

Resolução:

Posição do espelho:

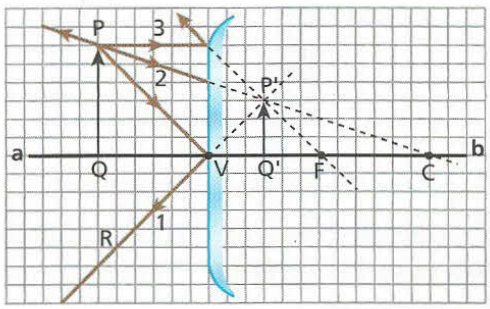
Inverte-se o objeto, obtendo-se seu simétrico QR em relação ao eixo principal. Liga-se **R** a P' (raio 1). Onde o segmento RP' intercepta o eixo principal, tem-se o vértice **V** do espelho.

Natureza do espelho:

O espelho é convexo, pois a um objeto real está conjugando uma imagem virtual, direita e menor que o objeto.

Posição do centro de curvatura:

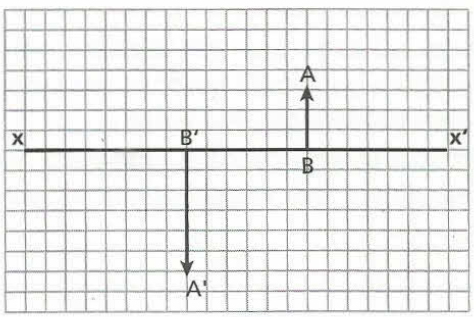
A partir de **P**, traça-se uma reta passando por P' (raio 2). Na intersecção dessa reta com o eixo principal, tem-se a posição do centro de curvatura.



Posição do foco principal:

A partir de **P**, traça-se um segmento paralelo ao eixo principal (raio 3). Do ponto em que esse segmento toca o espelho, traça-se uma reta passando por P'. Ao cruzar o eixo principal, essa reta determina a posição do foco principal.

52 No esquema, xx' é o eixo principal de um espelho esférico gaussiano que conjuga a imagem A'B' ao objeto real AB:



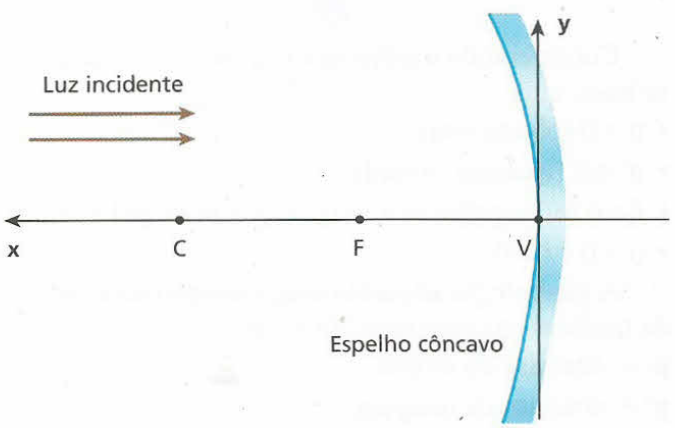
Reproduza essa figura no seu caderno e obtenha graficamente a posição e o tipo do espelho, bem como as posições de seu centro de curvatura e de seu foco principal.

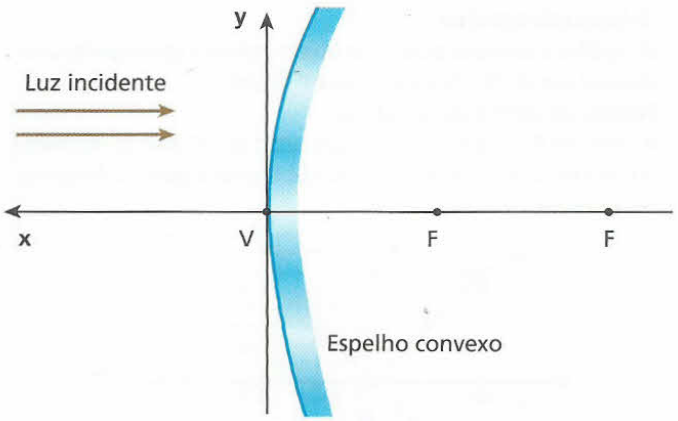
Bloco 5

15. O referencial gaussiano

Podemos nos fundamentar em dados matemáticos e equações para discutir as características das imagens produzidas em espelhos esféricos. É importante salientar que tudo o que se pode concluir graficamente – por meio de esquemas – também pode ser determinado analiticamente, isto é, por meio dos procedimentos que apresentamos a seguir. Observe, porém, que a recíproca nem sempre é verdadeira.

Para tanto, devemos considerar o **referencial gaussiano**, que nada mais é que um sistema cartesiano constituído de dois eixos orientados perpendiculares entre si, 0x e 0y, com origem no vértice V do espelho.





O eixo das abscissas (0x) será orientado no sentido oposto ao da luz incidente, conforme mostram os esquemas anteriores.

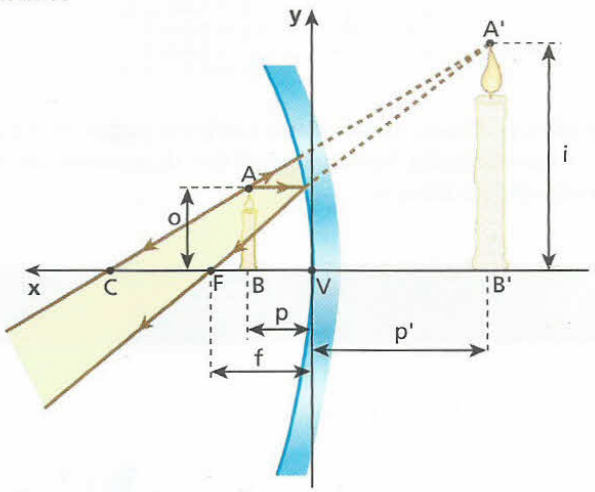
Do referencial gaussiano, decorre o seguinte:

Elementos reais (objetos ou imagens situados em frente do espelho)**: abscissa positiva.**

Elementos virtuais (objetos ou imagens situados atrás do espelho)**: abscissa negativa.**

Convém salientar que nos espelhos côncavos a abscissa do foco principal é positiva, enquanto nos espelhos convexos essa abscissa é negativa.

Observe o exemplo abaixo, em que é traçada a imagem do objeto AB, situado diante de um espelho côncavo.



Considerando o referencial gaussiano, temos, nesse caso, que:

- $p > 0$ (objeto real)
- $p' < 0$ (imagem virtual)
- $f > 0$ (no espelho côncavo, o foco principal é real)
- $o > 0$ e $i > 0$

A simbologia adotada nesse exemplo será utilizada também nas próximas situações:

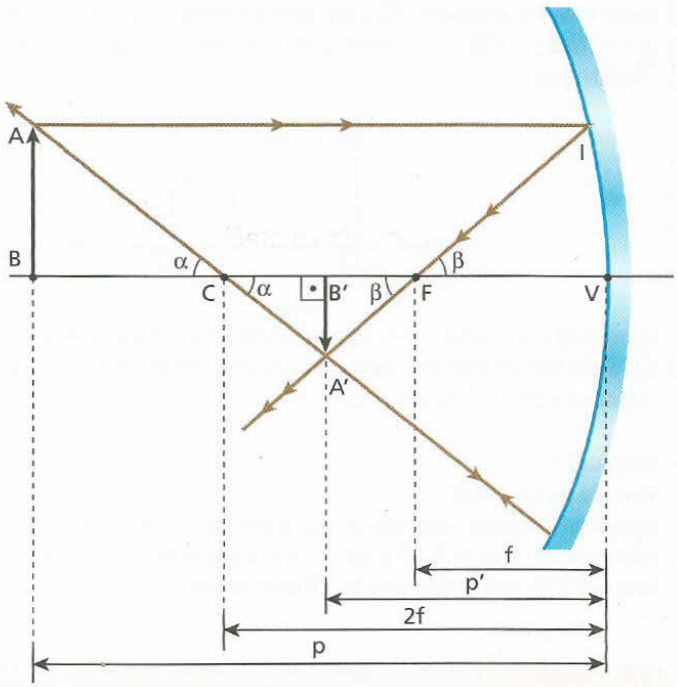
p = abscissa do objeto
p' = abscissa da imagem
f = abscissa focal
o = ordenada do objeto
i = ordenada da imagem

Nota:

- O módulo de **f** recebe o nome de **distância focal**.

16. Função dos pontos conjugados (Equação de Gauss)

Chamada por alguns autores de equação de Gauss, a **função dos pontos conjugados** tem grande importância no curso de Óptica Geométrica. Para demonstrá-la, usaremos a situação a seguir, em que AB é um objeto frontal e A'B' é a imagem correspondente conjugada por um espelho esférico côncavo:



Observando as condições de Gauss, temos que o arco IV é praticamente retilíneo e de mesmo comprimento que o segmento AB. Assim:

$$IV \simeq AB \qquad (I)$$

Lembre-se de que nos espelhos esféricos gaussianos o foco principal (**F**) é eqüidistante do vértice (**V**) e do centro de curvatura (**C**). Assim:

$$\text{se } FV = f \Rightarrow CV = 2f$$

Os triângulos ABC e A'B'C são semelhantes. Por isso:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C}{BC}$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{2f - p'}{p - 2f} \qquad (II)$$

Os triângulos A'B'F e IVF são semelhantes. Daí:

$$\frac{A'B'}{IV} = \frac{B'F}{VF}$$

$$\frac{A'B'}{IV} = \frac{p' - f}{f} \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (I) em (III), temos:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{p' - f}{f} \qquad \text{(IV)}$$

Comparando (II) e (IV), segue que:

$$\frac{2f - p'}{p - 2f} = \frac{p' - f}{f}$$

$$(p - 2f)(p' - f) = f(2f - p')$$

$$p\,p' - f\,p - 2f\,p' + 2f^2 = 2f^2 - f\,p'$$

$$p\,p' = f\,p' + f\,p$$

Dividindo ambos os membros por p p' f, temos:

$$\frac{p\,p'}{p\,p'\,f} = \frac{f\,p'}{p\,p'\,f} + \frac{f\,p}{p\,p'\,f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$ (função dos pontos conjugados)

Convém destacar que, ao utilizar essa função, devem ser considerados os sinais algébricos dados pelo referencial gaussiano.

17. Aumento linear transversal

Representemos por **o** a ordenada de um objeto linear colocado diante de um espelho esférico e por **i** a ordenada da respectiva imagem, ambas dadas em relação ao referencial gaussiano.

Por definição, o **aumento linear transversal** é a grandeza adimensional **A**, calculada pelo quociente da ordenada da imagem (**i**) pela ordenada do objeto (**o**):

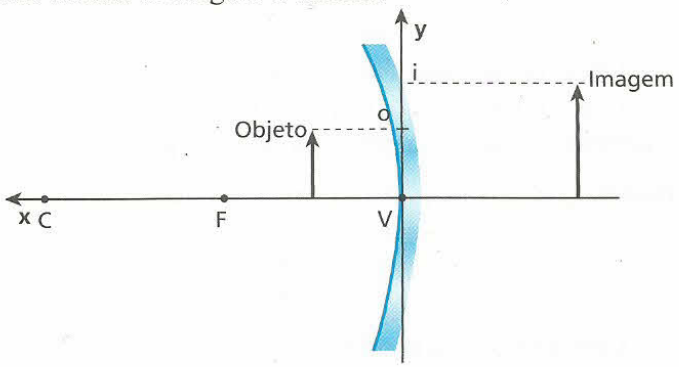
$$A = \frac{i}{o}$$

Notas:

- O aumento é denominado **linear** por referir-se exclusivamente às alterações do comprimento da imagem em relação ao comprimento do objeto e **transversal** por relacionar apenas ordenadas, isto é, dimensões ortogonais ao eixo principal do espelho.
- O termo "aumento" deve ser entendido como ampliação ou redução. Se $|A| > 1$, a imagem é ampliada em comparação com o objeto, e se $|A| < 1$, a imagem é reduzida em comparação com o objeto.

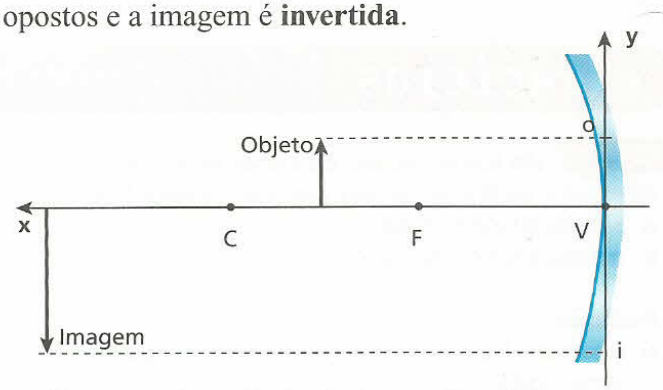
Dependendo dos sinais das ordenadas **i** e **o**, o aumento linear transversal pode ser positivo ou negativo.

Se o aumento é positivo ($A > 0$), **i** e **o** têm o mesmo sinal e a imagem é **direita**.



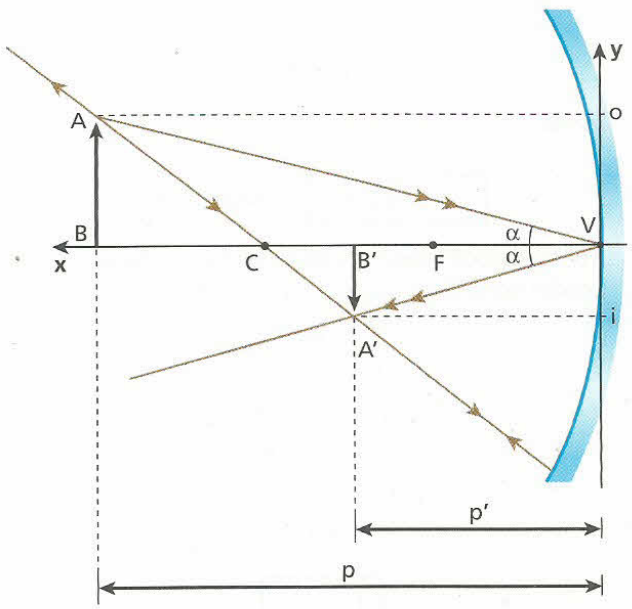
Neste exemplo, $o > 0$ e $i > 0$: a imagem é direita.

Se o aumento é negativo ($A < 0$), **i** e **o** têm sinais opostos e a imagem é **invertida**.



Neste exemplo, $o > 0$ e $i < 0$: a imagem é invertida.

Considere, agora, a situação da figura a seguir.



Os triângulos ABV e A'B'V são semelhantes. Por isso, podemos escrever:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'V}{BV}$$

Mas da figura temos:

$AB = |o|$; $A'B' = |i|$; $BV = |p|$ e $B'V = |p'|$

Substituindo na expressão anterior, segue que:

$$\frac{|i|}{|o|} = \frac{|p'|}{|p|}$$

Observe, no caso da situação proposta, que $i < 0$, $o > 0$, $p > 0$ (objeto real) e $p' > 0$ (imagem real). Considerando os sinais algébricos de **i**, **o**, **p** e **p'** e lembrando que $A = \frac{i}{o}$, podemos escrever que:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Com base nessa expressão, convém comentar aqui duas situações importantes. Em cada caso, faremos a discussão analítica correspondente.

1ª situação: Aumento positivo
Se **A > 0**, devemos ter:

a) **i** e **o** com o mesmo sinal: a imagem é direita;

b) **p'** e **p** com sinais opostos: o objeto e a imagem têm naturezas opostas (se um é real, o outro é virtual).

2ª situação: Aumento negativo
Se **A < 0**, devemos ter:

a) **i** e **o** com o sinais opostos: a imagem é invertida;

b) **p'** e **p** com o mesmo sinal: o objeto e a imagem têm a mesma natureza (ambos são reais ou ambos são virtuais).

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

53 **E.R.** Um homem situado a 2,0 m do vértice de um espelho esférico visa sua imagem direita e ampliada três vezes. Determine:
a) a distância focal do espelho;
b) sua natureza (côncavo ou convexo).

Resolução:

a) O aumento linear transversal vale $A = +3$ ($A > 0$, porque a imagem é direita).
Sendo a distância do objeto ao espelho $p = 2{,}0$ m, calculemos p', que é a distância da imagem ao espelho:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$3 = -\frac{p'}{2{,}0}$$

Donde:

$$\boxed{p' = -6{,}0 \text{ m}} \quad \text{(imagem virtual)}$$

A distância focal **f** pode ser obtida pela função dos pontos conjugados (equação de Gauss):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2{,}0} - \frac{1}{6{,}0}$$

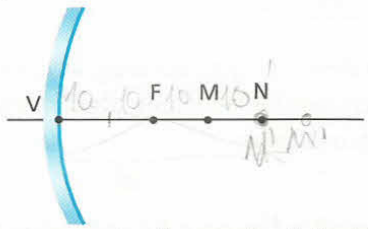
$$\frac{1}{f} = \frac{3-1}{6{,}0} = \frac{2}{6{,}0}$$

$$\boxed{f = 3{,}0 \text{ m}}$$

b) Como $f > 0$, o foco é real e o espelho é **côncavo**.

54 Considere um espelho côncavo de aumento, com distância focal $f = 1{,}0$ m, usado para uma pessoa fazer a barba. Calcule a distância do rosto ao espelho para que a imagem dele esteja ampliada 2 vezes.

55 (Ufal) Considere os pontos **M** e **N**, situados sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo, respectivamente a 30 cm e 40 cm do vértice do espelho.



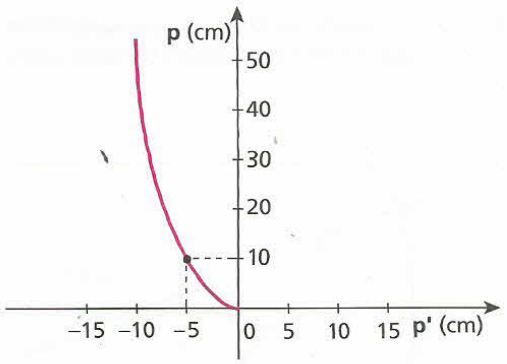
Esse espelho côncavo, que tem foco em **F** e distância focal de 20 cm, conjuga aos pontos **M** e **N**, respectivamente, as imagens **M'** e **N'**. Determine o valor absoluto da distância entre as imagens **M'** e **N'**.

56 Diante de um espelho esférico, perpendicularmente ao seu eixo principal, é colocado um objeto luminoso a 15 cm do vértice. Deseja-se que a imagem correspondente seja projetada num anteparo e tenha quatro vezes o comprimento do objeto. Determine:
a) se a imagem é real ou virtual, direita ou invertida;
b) a distância do anteparo ao vértice do espelho para que a imagem seja nítida;
c) a distância focal do espelho.

57 (Vunesp-SP) Um espelho esférico côncavo tem raio de curvatura igual a 80 cm. Um objeto retilíneo, de 2,0 cm de altura, é colocado perpendicularmente ao eixo principal do espelho, a 120 cm do vértice. Essa posição resulta em uma imagem:
a) real e invertida de 1,0 cm de altura e a 60 cm do espelho.
b) virtual e direita de 1,0 cm de altura e a 10 cm do espelho.
c) virtual e invertida de 1,0 cm de altura e a 10 cm do espelho.
d) real e direita de 40 cm de altura e a 60 cm do espelho.
e) virtual e direita de 40 cm de altura e a 10 cm do espelho.

58 A distância entre um objeto luminoso e sua respectiva imagem conjugada por um espelho esférico gaussiano é de 1,8 m. Sabendo que a imagem tem altura quatro vezes a do objeto e que está projetada em um anteparo, responda:
a) O espelho é côncavo ou convexo?
b) Qual o seu raio de curvatura?

59 **E.R.** Um objeto é colocado sobre o eixo de um espelho convexo. O gráfico seguinte representa, respectivamente, as abscissas **p** e **p'** do objeto e de sua imagem, ambas em relação ao vértice do espelho:



Qual é a distância focal desse espelho em centímetros?

Resolução:

Conforme vimos, para os espelhos esféricos gaussianos aplica-se a função dos pontos conjugados. Assim:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Analisando o gráfico, observamos um ponto de coordenadas conhecidas. Vê-se, então, que:

$$\text{para } p = 10 \text{ cm}, \; p' = -5 \text{ cm}$$

Calculemos **f**, que é a distância focal do espelho:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{10} - \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{f = -10 \text{ cm}}$$

Observe que o resultado negativo deve ser atribuído ao fato de os espelhos esféricos convexos terem focos virtuais.

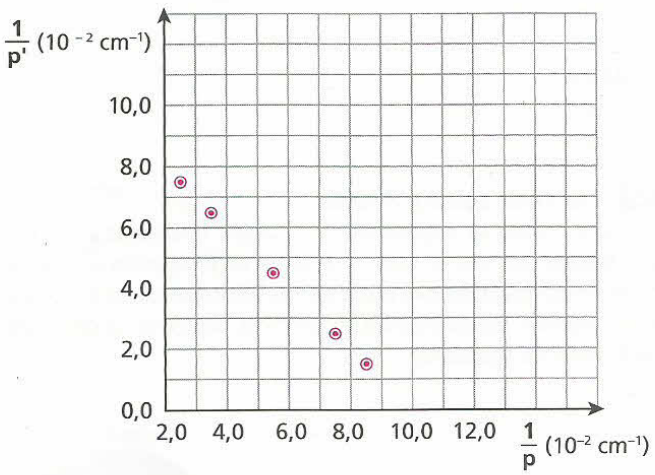
60 Diante de um espelho convexo com 30 cm de raio de curvatura coloca-se um objeto luminoso a 10 cm do vértice. Determine:

a) a abscissa focal do espelho;

b) a distância da imagem ao espelho.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

61 Em certo experimento, mediram-se a distância **p** entre um objeto e a superfície refletora de um espelho esférico côncavo que obedece às condições de Gauss e a distância **p'** entre esse espelho e a correspondente imagem real produzida, em vários pontos. O resultado dessas medições está apresentado no gráfico abaixo:



Examinando cuidadosamente o gráfico, determine a distância focal do espelho.

62 (UFBA – mod.) O quadro abaixo apresenta características de três espelhos, I, II e III:

Espelho	Tipo	Abscissa focal (cm)	Abscissa da imagem (cm)	Abscissa do objeto (cm)	Aumento linear transversal	Natureza da imagem	Orientação da imagem
I		+20		+10			
II		–20	–4				
III				+10	+1		

Detemine os dados que preenchem corretamente as lacunas da tabela referentes ao:

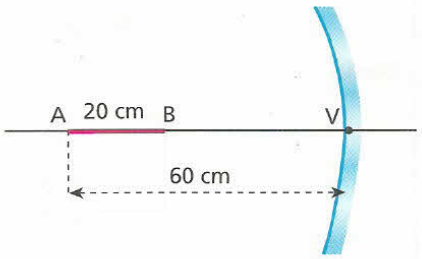
a) espelho I; b) espelho II; c) espelho III.

63 Uma barra AB de 20 cm de comprimento está colocada sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo. A extremidade **B** encontra-se sobre o centro de curvatura do espelho, enquanto a extremidade **A** encontra-se a 60 cm do espelho, como representa a figura.

Determine:

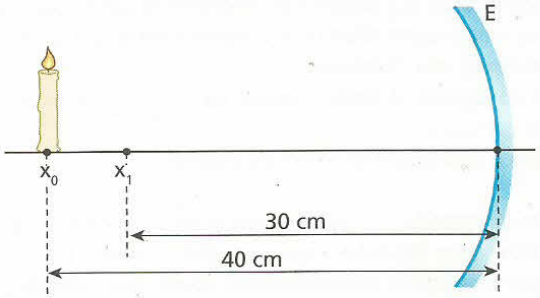
a) a distância focal do espelho;

b) o comprimento da imagem da barra conjugada pelo espelho.



64 (Mack-SP) Um objeto real se encontra diante de um espelho esférico côncavo, a 10 cm de seu vértice, sobre o eixo principal. O raio de curvatura desse espelho é de 40 cm. Se esse objeto se deslocar até o centro de curvatura do espelho, qual será a distância entre a imagem inicial e a imagem final?

65 Num experimento de Óptica Geométrica dispuseram-se um toco de vela e um espelho côncavo gaussiano **E**, de distância focal igual a 20 cm, como representa a figura:



O toco de vela foi deslocado de x_0 a x_1, com velocidade escalar de módulo 1,0 cm/s. Enquanto o toco de vela foi deslocado, qual foi o módulo da velocidade escalar média da imagem, expresso em centímetros por segundo?

66 **E.R.** Um pequeno objeto linear é colocado sobre o eixo principal, em frente da superfície refletora de um espelho esférico gaussiano. Sabendo que a abscissa focal do espelho vale **f** e que a abscissa do objeto vale **p**, expresse o aumento linear transversal **A** em função de **f** e de **p**.

Resolução:
O aumento linear transversal é tal que:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

Da qual: $p' = -A\,p$ (I)

Sabemos, da função dos pontos conjugados, que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{A\,p}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{A-1}{A\,p}$$

$$Af - f = A\,p$$

$$A(f-p) = f$$

Donde:

$$\boxed{A = \frac{f}{f-p}}$$

Nota:
- Essa expressão pode ser utilizada na resolução de exercícios, constituindo um instrumento simplificador de cálculos.

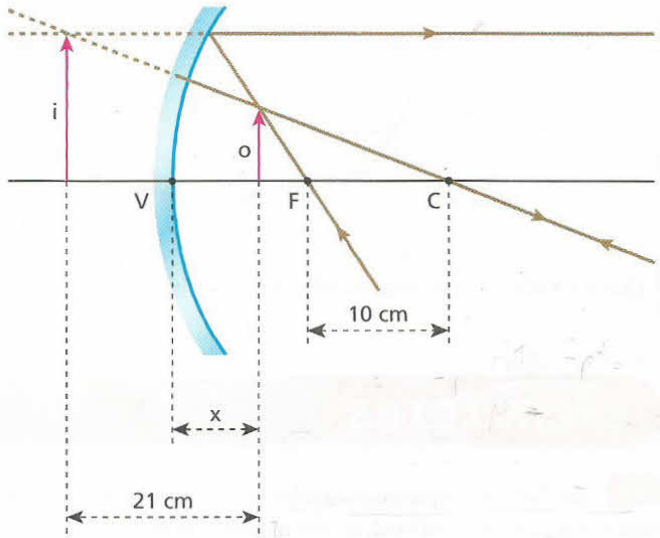
67 (ITA-SP) Seja **E** um espelho côncavo cujo raio de curvatura é de 60,0 cm. Qual tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de 7,50 cm de altura, verticalmente, a 20,0 cm do vértice de **E**?

68 Um toco de vela é colocado frontalmente a 12 cm do vértice de um espelho esférico que obedece às condições de Gauss, obtendo-se, nesse caso, uma imagem direita e de comprimento igual a um terço do comprimento da vela. Determine:
a) o tipo do espelho utilizado (côncavo ou convexo), bem como seu raio de curvatura;
b) a distância da imagem ao vértice do espelho.

69 Em um espelho côncavo, a distância entre um objeto real e sua imagem é de 60 cm. Sabendo-se que a imagem é invertida e de comprimento igual à metade do comprimento do objeto, qual o raio de curvatura do espelho?

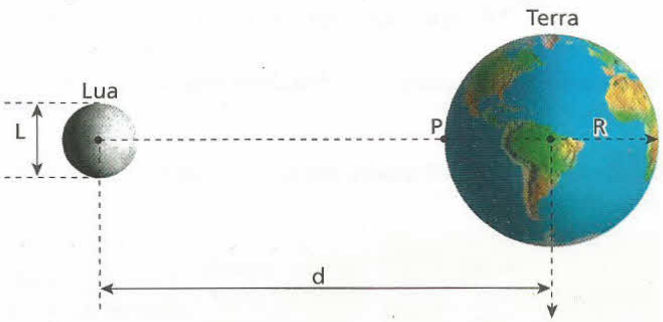
70 (UFSC) A distância entre a imagem e um objeto colocado em frente a um espelho côncavo é de 16 cm. Sabendo que a imagem é direita e 3 vezes maior, determine o raio de curvatura do espelho, em centímetros.

71 (Mack-SP) Um objeto real **O** encontra-se diante de um espelho esférico côncavo, que obedece às condições de Gauss, conforme o esquema abaixo.



Sendo **C** o centro da curvatura do espelho e **F** seu foco principal, a distância **x** entre o objeto e o vértice **V** do espelho é:
a) 6,0 cm.
b) 9,0 cm.
c) 10,5 cm.
d) 11,0 cm.
e) 35,0 cm.

72 **Lua cheia sobre o Pacífico**
Considere a situação esquematizada a seguir, fora de escala e em cores-fantasia, em que os centros da Lua e da Terra estão separados por uma distância **d**. Admita que o raio da Terra seja igual a **R** e que o Oceano Pacífico, refletindo a luz da lua cheia, comporte-se como um espelho esférico gaussiano.



Sendo **L** o diâmetro da Lua, determine em função de **d**, **R** e **L**:
a) a distância entre a imagem da Lua e o ponto **P**;
b) o diâmetro da imagem da Lua.

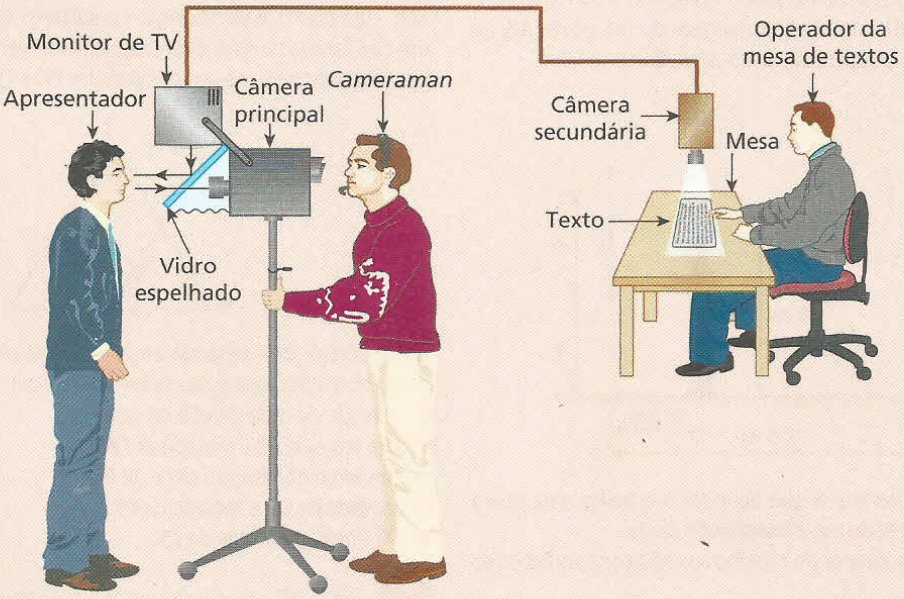
LEITURA

Como funciona o *teleprompter*

Você já deve ter reparado que os apresentadores de telejornais narram as notícias sem baixar os olhos para ler em folhas de papel. Quem está assistindo ao programa tem a impressão de que os textos são decorados.

Teriam esses profissionais uma memória tão prodigiosa, capaz de reter toda a edição de um programa noticioso que dura em média meia hora? É claro que não. Eles utilizam um equipamento denominado *teleprompter*, que permite que a leitura seja realizada diretamente numa lâmina de vidro transparente, plana e retangular, parcialmente espelhada em uma das faces, que é montada defronte à lente objetiva da câmera principal.

Uma câmera secundária capta as imagens de laudas (folhas de papel que contêm os textos) que correm sobre uma mesa a uma velocidade adequada. Essas imagens são transferidas eletronicamente para o vídeo de um monitor de TV instalado a 45° em relação à lâmina de vidro, conforme ilustra o esquema a seguir. A luz proveniente desse monitor é refletida pela superfície espelhada da lâmina, atingindo os olhos do apresentador, que faz a leitura sem dificuldades. Como a lâmina de vidro também é transparente, a luz difundida pelo corpo do apresentador chega à lente objetiva da câmera principal, e tem-se a impressão de que ele está permanentemente olhando para o telespectador.



Descubra mais

1. Como são fabricados os espelhos de uso popular?

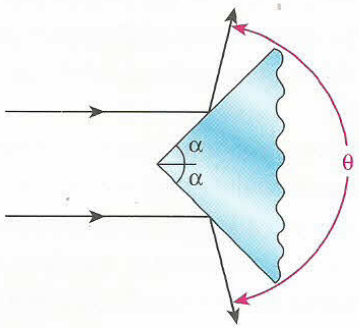
2. A equação de Gauss $\left(\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}\right)$ também é aplicável aos espelhos planos?

3. Nos grandes telescópios, os espelhos primários, responsáveis pela captação da imagem inicial de um astro, são côncavos, com diâmetros da ordem de alguns metros. Como se faz para minimizar os efeitos da dilatação térmica sobre esses espelhos, que altera dimensões importantes, como a distância focal?

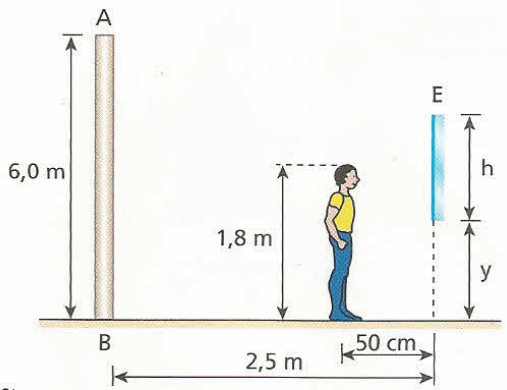
4. Por que nos telescópios são utilizados espelhos parabólicos em vez de espelhos esféricos?

EXERCÍCIOS NÍVEL 3

73 (UFPE – mod.) A figura representa um feixe paralelo de luz incidente em um prisma que tem suas superfícies externas refletoras. Parte do feixe é refletida por uma face e parte por outra. Se o ângulo entre cada face do prisma e a direção do feixe é **α**, determine o ângulo **θ** entre as direções dos feixes refletidos.



74 Uma pessoa cujos olhos se encontram a 1,8 m do chão está em repouso diante de um espelho plano vertical **E**, a 50 cm dele. A pessoa visualiza, por reflexão em **E**, a imagem de um poste AB, de 6,0 m de altura, situado atrás de si e a 2,5 m de **E**.



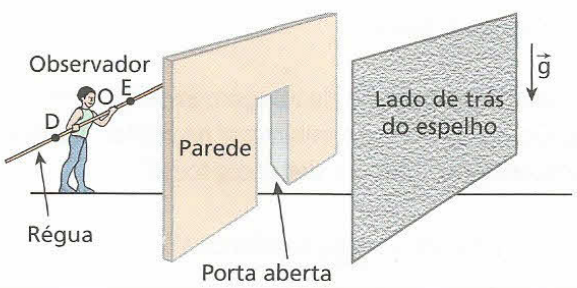
Determine:

a) a mínima dimensão vertical **h** que deve ter o espelho para que a pessoa possa ver inteiramente a imagem do poste.

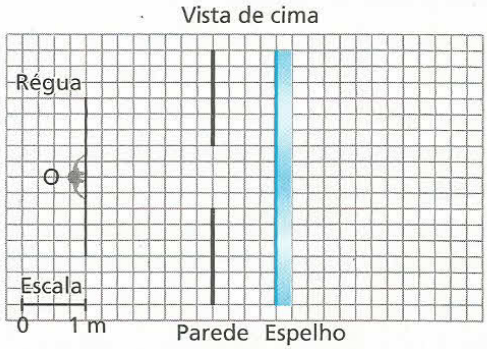
b) a distância **y** da borda inferior do espelho ao chão nas condições do item anterior.

75 (Fuvest-SP – mod.) Um observador **O** olha-se em um espelho plano vertical pela abertura de uma porta com 1 m de largura, paralela ao espelho, conforme a figura e o esquema a seguir.

Segurando uma régua longa, ele a mantém na posição horizontal, paralela ao espelho e na altura dos ombros, para avaliar os limites da região que consegue enxergar através do espelho (limite **D**, à sua direita, e limite **E**, à sua esquerda).

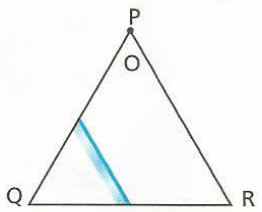


a) Copie a figura e trace os raios que, partindo dos limites **D** e **E** da região visível da régua, atingem os olhos do observador **O**. Construa a solução, utilizando linhas cheias para indicar esses raios e linhas tracejadas para prolongamentos de raios ou outras linhas auxiliares. Indique, com uma flecha, o sentido do percurso da luz.



b) Copie o esquema e identifique **D** e **E**, estimando, em metros, a distância **L** entre esses dois pontos da régua.

76 (Vunesp-SP) Um observador **O** encontra-se no vértice **P** de uma sala, cuja planta é um triângulo eqüilátero de lado igual a 6,0 m. Em um dos cantos da sala, existe um espelho vertical de 3,0 m de largura ligando os pontos médios das paredes PQ e QR.



Nessas condições, olhando através do espelho, o observador vê (no plano horizontal que passa pelos seus olhos):

a) metade de cada parede da sala.

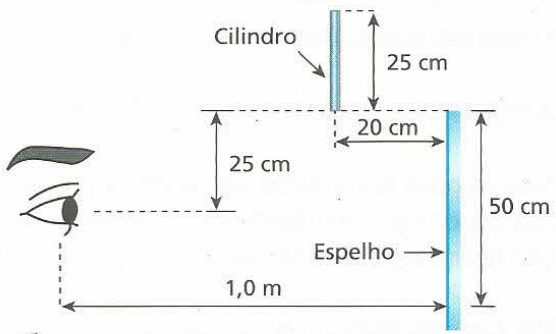
b) um terço de PR e metade de QR.

c) um terço de PR e um terço de PQ.

d) metade de QR e metade de PR.

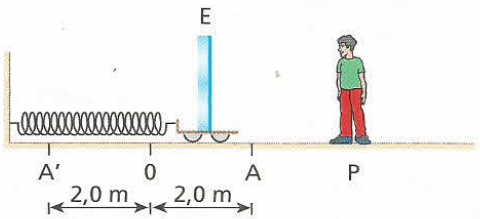
e) PR inteira e metade de QR.

77 (Faap-SP) Um cilindro de 25 cm de altura e de diâmetro desprezível foi abandonado de uma posição tal que sua base inferior estava alinhada com a extremidade superior de um espelho plano de 50 cm de altura e a 20 cm deste. Durante sua queda, ele é visto, assim como sua imagem, por um observador, que se encontra a 1 m do espelho e a meia altura deste (ver figura).



Calcule por quanto tempo o observador ainda vê a imagem do cilindro (total ou parcial), que permanece vertical durante a queda. Adote $g = 10\ m/s^2$.

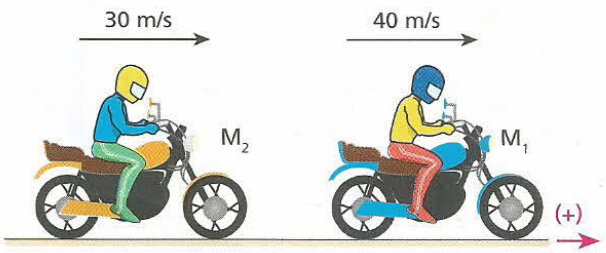
78 Na situação esquematizada, um espelho plano vertical **E**, instalado sobre um carrinho, realiza movimento harmônico simples (**MHS**) entre os pontos **A** e **A'** do solo plano e horizontal, com sua superfície refletora voltada para um garoto em repouso na posição **P**. A mola a que está ligado o carrinho tem massa desprezível e sua constante elástica é K = 180 N/m.



Sabendo que a massa do conjunto carrinho-espelho vale m = 20 kg e que $\pi \simeq 3$, aponte a alternativa em que estão relacionados corretamente o período **T** de oscilação do sistema e a intensidade máxima **v** da velocidade da imagem do garoto, dada por **E**, em relação ao solo:

a) T = 1,0 s; v = 6,0 m/s;
b) T = 2,0 s; v = 12 m/s;
c) T = 2,0 s; v = 6,0 m/s;
d) T = 1,0 s; v = 12 m/s;
e) T = 1,5 s; v = 9,0 m/s.

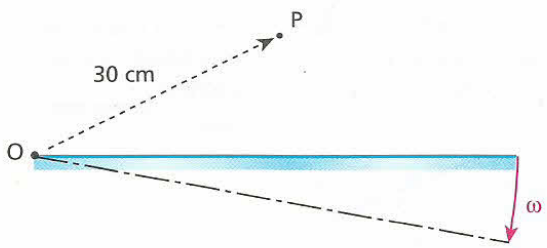
79 A ilustração a seguir representa as motos M_1 e M_2 em movimento uniforme num trecho retilíneo de uma estrada. Suas velocidades escalares, dadas de acordo com a orientação da trajetória, estão indicadas na figura:



Sabendo que a moto M_1 é equipada com um espelho retrovisor plano, calcule para a imagem de M_2 conjugada pelo referido espelho:

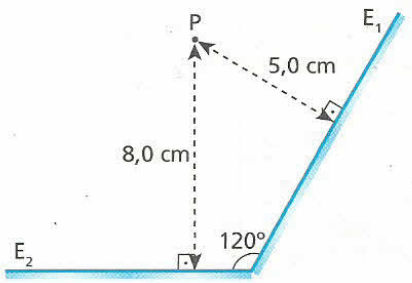
a) a velocidade escalar em relação ao espelho;
b) a velocidade escalar em relação a M_2;
c) a velocidade escalar em relação à estrada.

80 Um objeto pontual **P** está diante da superfície refletora de um espelho plano, conforme a figura:



Se o espelho girar em torno do eixo **O** (perpendicular à página) com velocidade escalar angular ω = 5,0 rad/s, qual será a velocidade escalar linear da imagem de **P**?

81 Considere dois espelhos planos E_1 e E_2, associados conforme representa a figura a seguir, com suas superfícies refletoras formando um ângulo de 120° entre si.

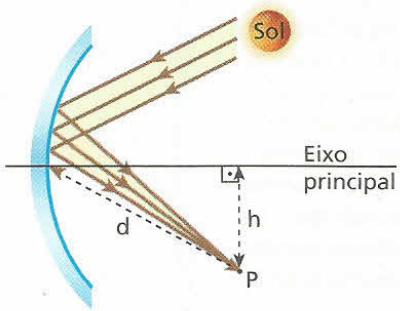


Se um objeto luminoso **P** for fixado diante dos dois espelhos, a 5,0 cm de E_1 e a 8,0 cm de E_2, conforme está ilustrado, pode-se afirmar que a distância entre as duas imagens de **P**, obtidas por simples reflexão da luz nos espelhos, será igual a:

a) 12,0 cm;
b) 14,0 cm;
c) 16,0 cm;
d) 18,0 cm;
e) 26,0 cm.

82 No século III a.C., Arquimedes teria liderado guerreiros da Sicília – na época pertencente à Magna Grécia – na defesa da cidade de Siracusa, vítima constante de ataques marítimos de frotas romanas. Conta-se que ele instalava na região costeira da ilha espelhos ustórios (ou incendiários), que consistiam em enormes calotas esféricas, polidas na parte interna (côncava), que "concentravam" os raios solares, produzindo fogo nas galeras inimigas.

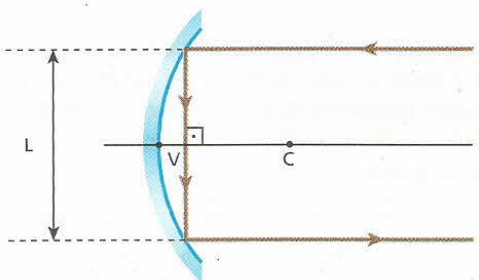
O esquema a seguir representa um desses espelhos, em operação de acordo com as condições de Gauss, e a trajetória seguida pela luz até um ponto fatal **P**, de alta concentração energética.



Supondo-se conhecidos os comprimentos **d** e **h**, o raio de curvatura do espelho fica determinado por:

a) $(d^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}$;
b) $2(d^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}$;
c) $(d^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}$;
d) $2(d^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}$;
e) $(h^2 - d^2)^{\frac{1}{2}}$.

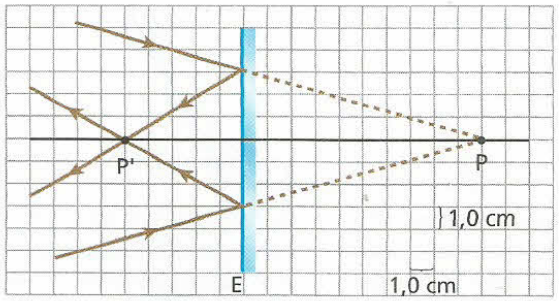
83 A figura representa um espelho esférico côncavo de centro de curvatura **C** e vértice **V**. Um raio de luz, ao incidir paralelamente ao eixo $\overleftrightarrow{CV}$, reflete-se duas vezes, deixando o espelho também paralelamente ao eixo $\overleftrightarrow{CV}$.



Sabendo que o raio de curvatura do espelho vale $\sqrt{2}$ m, calcule o comprimento **L**.

84 (Cesgranrio-RJ) A distância mínima entre seu olho e um objeto, para que você o veja nitidamente, é de 24 cm. Tendo um espelho côncavo de distância focal igual a 16 cm, e querendo se olhar nele, a que distância mínima do espelho deverá ficar seu olho para que você o veja ampliado?

85 No esquema seguinte, **E** representa um espelho esférico que obedece às condições de aproximação de Gauss:

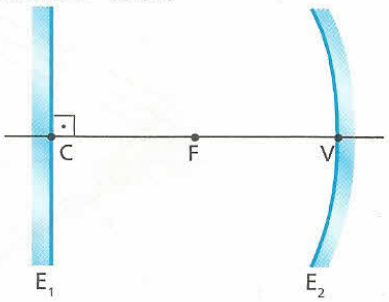


Considerando os elementos do esquema, podemos afirmar que:
a) o espelho é côncavo e sua distância focal tem módulo 10 cm;
b) o espelho é côncavo e sua distância focal tem módulo 7,5 cm;
c) o espelho é côncavo e sua distância focal tem módulo 5,0 cm;
d) o espelho é convexo e sua distância focal tem módulo 10 cm;
e) o espelho é convexo e sua distância focal tem módulo 5,0 cm.

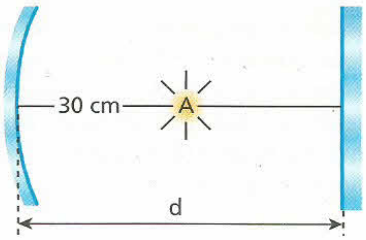
86 Um objeto linear é colocado diante da superfície refletora de um espelho esférico côncavo, de raio de curvatura igual a 120 cm e que obedece às condições de Gauss. Sabendo que a imagem tem tamanho quatro vezes o tamanho do objeto, calcule a distância do objeto ao espelho.

87 No esquema a seguir, E_1 é um espelho plano e E_2 é um espelho esférico côncavo de raio de curvatura R = 60 cm.

C, **F** e **V** são, respectivamente, em relação a E_2, o centro de curvatura, o foco e o vértice. Em **F**, é colocada uma fonte pontual de luz. Determine a distância da fonte à sua imagem, considerando que a luz sofre dupla reflexão, primeiro em E_1 e posteriormente em E_2.



88 (ITA-SP) Um espelho plano está colocado em frente de um espelho côncavo, perpendicularmente ao eixo principal. Uma fonte luminosa pontual **A**, colocada sobre o eixo principal entre os dois espelhos, emite raios que se refletem sucessivamente nos dois espelhos e formam, sobre a própria fonte **A**, uma imagem real desta. O raio de curvatura do espelho é 40 cm e a distância do centro da fonte **A** até o vértice do espelho esférico é de 30 cm. A distância **d** do espelho plano até o vértice do espelho côncavo é, então:



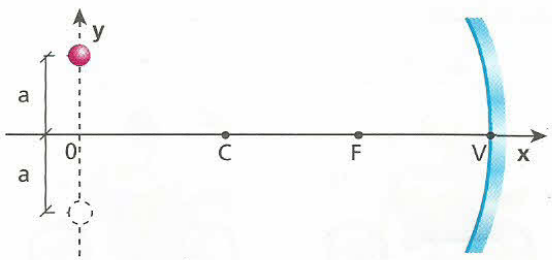
a) 20 cm. c) 40 cm. e) 50 cm.
b) 30 cm. d) 45 cm.

89 Um espelho convexo cuja distância focal tem módulo igual a 10 cm está situado a 20 cm de um espelho côncavo de distância focal 20 cm. Os espelhos estão montados coaxialmente e as superfícies refletoras se defrontam. Coloca-se um objeto luminoso no ponto médio do segmento que une os vértices dos dois espelhos. Localize a imagem fornecida pelo espelho convexo ao receber os raios luminosos que partem do objeto e são refletidos pelo espelho côncavo.

90 Uma partícula pontual realiza, na vertical, um movimento harmônico simples (**MHS**) cuja elongação **y** é dada em função do tempo **t** por:

$$y = a \cos(\omega t)$$

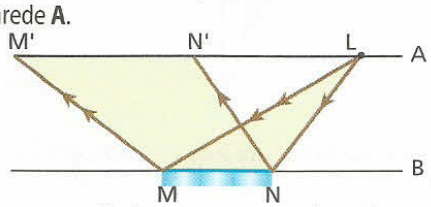
O plano de oscilação da partícula é perpendicular ao eixo principal (eixo **0x**) de um espelho esférico côncavo gaussiano e está a uma distância do vértice igual a três vezes a distância focal do espelho.



Determine:
a) a freqüência angular de oscilação da imagem da partícula;
b) a amplitude de oscilação da imagem;
c) a diferença de fase $\Delta\phi$ entre o movimento de oscilação da partícula e o da sua imagem.

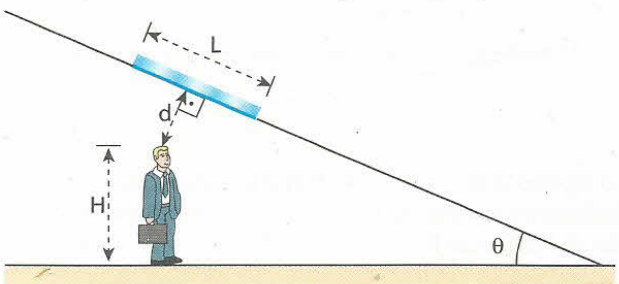
PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

91 Considere um corredor delimitado por duas paredes planas, verticais e paralelas entre si. Numa das paredes (**A**) está incrustada uma lâmpada puntiforme (**L**) acesa. Na outra parede (**B**) está fixado um espelho plano (MN), que reflete luz proveniente de **L**, iluminando a região M'N' da parede **A**.



Admitindo-se que a parede **A** passe a se aproximar da parede **B** com velocidade constante de módulo **V**, permanecendo, porém, paralela a **B**, pode-se afirmar que a velocidade de **M'** em relação a **N'** terá:
a) módulo nulo; c) módulo V; e) um outro valor.
b) módulo V/2; d) módulo 2V;

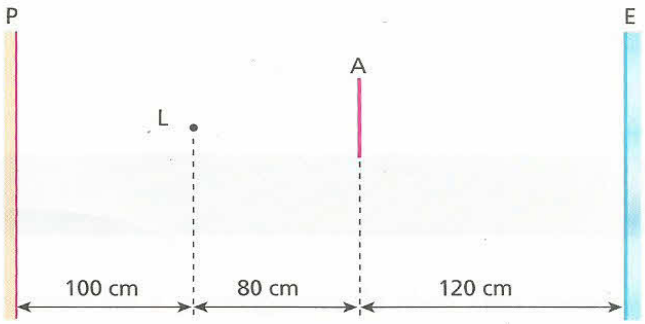
92 (Olimpíada Brasileira de Física – mod.) A figura a seguir ilustra uma pessoa de altura **H** posicionada diante de um espelho plano fixado em uma parede inclinada de um ângulo **θ** em relação ao solo.



Supondo-se conhecida a distância **d** entre o topo da cabeça da pessoa e o espelho e desprezando-se a distância entre seus olhos e o topo de sua cabeça, pede-se determinar:

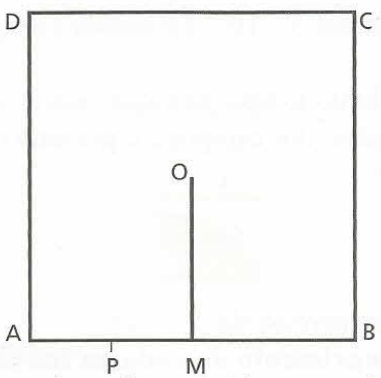
a) o comprimento mínimo **L** do espelho para que a pessoa possa se ver de corpo inteiro;
b) o valor de **L** para o caso particular em que $\theta = 90°$;
c) a distância **Y** entre a borda inferior do espelho e o solo na situação do item **b**.

93 No esquema, **P** é uma parede vertical de cor clara, **L** é uma lâmpada pontual capaz de emitir luz branca exclusivamente para a direita, **A** é um anteparo quadrado, opaco e fixo, com lado de comprimento igual a 40 cm, e **E** é um espelho plano também fixo. Admita que **P** e **E** tenham grandes dimensões e que **A** e **E** sejam paralelos a **P**.



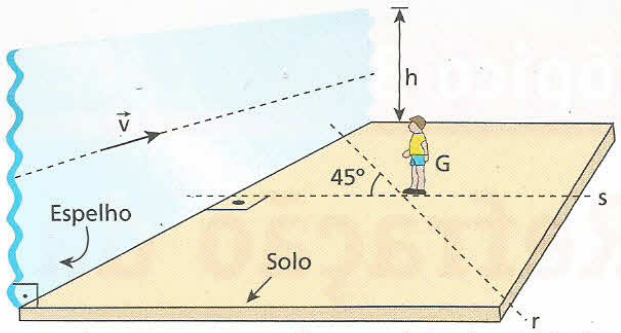
Se a partir de determinado instante **L** começar a se movimentar verticalmente para baixo, poderá ser observada em **P**:
a) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento crescente a partir de 2,0 m, movimentando-se para cima;
b) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento constante igual a 2,5 m, movimentando-se para baixo;
c) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento constante igual a 2,5 m, movimentando-se para cima;
d) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento crescente a partir de 2,0 m, movimentando-se para baixo;
e) uma área de sombra, a princípio quadrada e depois retangular, movimentando-se para cima.

94 A figura mostra a planta baixa de uma sala quadrada ABCD, de lado 12,0 m, com uma parede de comprimento 6,0 m, que vai do ponto **M** (médio de AB) até o ponto **O** (centro geométrico da sala). Um espelho plano será fixado na parede DC, cobrindo do solo até o teto, de modo que uma pessoa situada no ponto **P** (médio de AM) consiga enxergar por reflexão a maior extensão possível da parede MB.



A largura mínima do espelho que satisfaz essa condição é:
a) 2,5 m; b) 3,0 m; c) 4,5 m; d) 6,0 m; e) 7,5 m.

95 Considere um espelho plano retangular, disposto perpendicularmente ao solo, considerado plano e horizontal. O espelho tem altura **h** desprezível em comparação com o comprimento de sua base. Admita que esse espelho esteja em movimento na direção do seu eixo longitudinal, com velocidade $\vec{v}$ de módulo 1,0 m/s, conforme ilustra o esquema a seguir, que também mostra um garoto **G** que pode caminhar sobre o solo.

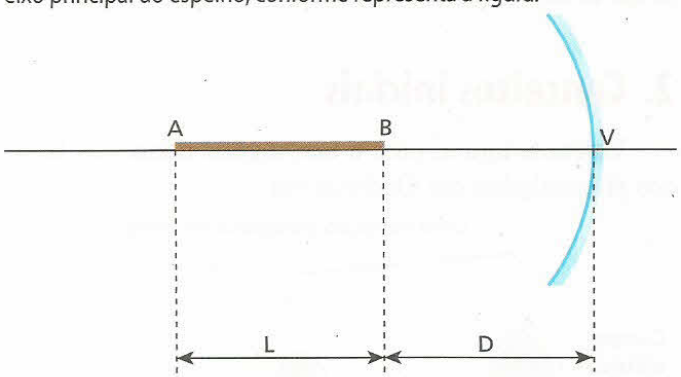


a) Supondo **G** em repouso em relação ao solo, qual o módulo da velocidade da imagem de **G** em relação ao espelho?
b) Supondo que **G** se aproxime do espelho, percorrendo a reta **r** coplanar à reta **s** com velocidade de módulo $4{,}0\sqrt{2}$ m/s em relação ao solo, qual o módulo da velocidade da imagem de **G** em relação ao espelho?

96 Dois espelhos E_1 e E_2 são alinhados de modo que tenham eixo óptico comum e a permaneçam com suas faces refletoras voltadas entre si, separadas por 32 cm. Um objeto pontual é colocado sobre o eixo do sistema, a meia distância entre os dois espelhos. Observa-se, então, que a imagem final desse objeto, após múltiplas reflexões da luz, situa-se também sempre a meia distância entre os dois espelhos. O espelho E_1 é esférico côncavo e tem raio de curvatura igual a 24 cm.
a) Determine a posição da imagem do objeto formada apenas pelo espelho E_1.
b) Identifique o tipo do espelho E_2.

97 Um automóvel cujo velocímetro não funciona está se deslocando em movimento uniforme ao longo de uma avenida retilínea em que a velocidade máxima permitida é de 50 km/h. Esse veículo possui um espelho retrovisor esférico (convexo) de raio de curvatura igual a 2,0 m. Ao passar diante de uma estaca vertical de altura 1,8 m, o motorista põe em marcha um cronômetro, verificando que transcorreram 14 s desde o instante em que foi acionado o instrumento até o instante em que a altura da imagem da estaca dada pelo espelho é de 10 mm. Considerando válidas as condições de Gauss no funcionamento do espelho retrovisor, determine se o automóvel trafega ou não dentro do limite de velocidade da avenida.

98 (Olimpíada Brasileira de Física – mod.) Uma haste retilínea AB de comprimento **L** é colocada diante da superfície refletora de um espelho esférico côncavo **E**, que obedece às condições de Gauss, sobre o eixo principal do espelho, conforme representa a figura.



A distância focal do espelho é igual a **f** e a extremidade **B** da haste encontra-se a uma distância **D** (D > f) do vértice **V**.
a) Calcule em função de **f**, **L** e **D** o comprimento **C** da imagem da haste produzida por **E**;
b) Determine a relação entre **L** e **f** para o caso particular de a imagem de **B** se formar sobre esse mesmo ponto, com $C = \frac{L}{2}$.

Tópico 3

Refração da luz

Bloco 1

1. Introdução

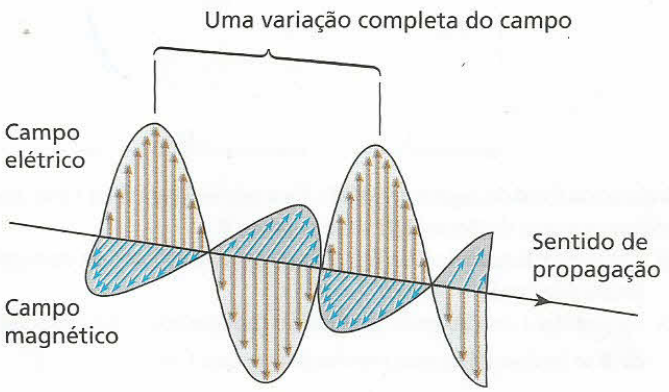
O assunto deste Tópico, além de possibilitar o entendimento de muitos fenômenos comuns no nosso dia-a-dia – como a aparente profundidade menor de uma piscina, as miragens nas rodovias em dias quentes e o arco-íris –, é a base para a fabricação de muitos instrumentos ópticos extremamente úteis, como lunetas, microscópios, câmeras fotográficas, óculos, binóculos e projetores de imagens.

Sérgio Dotta Jr./The Next

A profundidade desta piscina é maior do que parece. É a refração da luz que dá idéia de profundidade menor.

2. Conceitos iniciais

Veremos agora, para a luz, alguns conceitos básicos já estudados em Ondulatória.



Sendo uma onda eletromagnética, a luz consiste na propagação de dois campos variáveis periodicamente: um elétrico (representado na figura por vetores verticais) e outro magnético (representado na figura por vetores horizontais). Esses campos serão estudados no Volume 3.

Nota:

- Como veremos no Volume 3, há fenômenos em que o comportamento da luz é corpuscular em vez de ondulatório.

O número de variações completas dos campos por unidade de tempo é a **freqüência** (**f**) da luz considerada. No SI, a unidade de medida de freqüência é o **hertz** (Hz): 1 Hz significa uma variação completa por segundo. Assim, se a freqüência de determinada luz é de $5 \cdot 10^{14}$ Hz, entendemos que seus campos executam $5 \cdot 10^{14}$ variações completas por segundo.

O intervalo de tempo para que ocorra uma única variação completa dos campos é o **período** (**T**) da luz. Vale a relação:

$$f = \frac{1}{T}$$

A distância percorrida pela luz durante 1 período chama-se **comprimento de onda da luz** (**λ**). Assim, se o comprimento de onda de determinada luz é de $6 \cdot 10^{-7}$ m, por exemplo, entendemos que ela avança $6 \cdot 10^{-7}$ m enquanto seus campos executam uma variação completa.

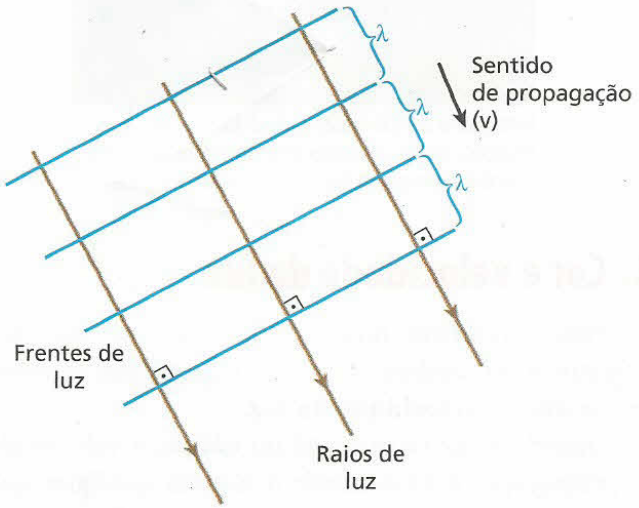
A **velocidade** de propagação da luz (**v**) é dada por:

$$v = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{intervalo de tempo}}$$

Se o intervalo de tempo for de 1 período (**T**), a distância percorrida será igual a 1 comprimento de onda (**λ**). Assim, temos:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{v = \lambda f}$$

Costumamos representar a propagação da luz por frentes de luz separadas de um comprimento de onda. A figura abaixo mostra frentes planas de determinada luz, que avança no sentido indicado pela seta, com velocidade **v**. Observe que os raios de luz são perpendiculares às frentes de luz.



3. Cor e freqüência

No intervalo do espectro eletromagnético correspondente à luz visível, cada freqüência determina a sensação de uma cor. Assim, quando nossos órgãos visuais são excitados por ondas eletromagnéticas de freqüência igual a $4 \cdot 10^{14}$ Hz, por exemplo, percebemos a cor vermelha. Freqüências cada vez maiores que esse valor nos fazem perceber o alaranjado, o amarelo, o verde, o azul, o anil e o violeta, além de tonalidades intermediárias.

A luz vermelha corresponde à luz visível de mais baixa freqüência (cerca de $4 \cdot 10^{14}$ Hz), enquanto a luz violeta corresponde à luz visível de mais elevada freqüência (cerca de $8 \cdot 10^{14}$ Hz).

Quando recebemos mais de uma dessas freqüências simultaneamente, temos sensações de cores diferentes de cada uma delas. Se recebermos simultaneamente as luzes verde, vermelha e azul, podemos ter a sensação da cor branca. A "luz branca" solar, por exemplo, contém todas as cores, desde a vermelha até a violeta.

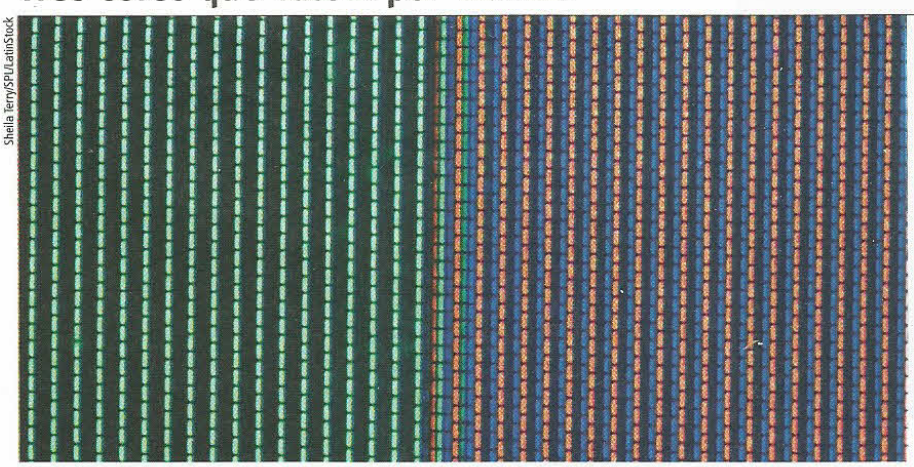
Não existe **uma** onda eletromagnética cuja freqüência cause a sensação do branco. Essa sensação resulta de várias sensações simultâneas de cores diferentes. O preto, por sua vez, corresponde à ausência (total ou quase total) de ondas eletromagnéticas visíveis.

4. Luz monocromática e luz policromática

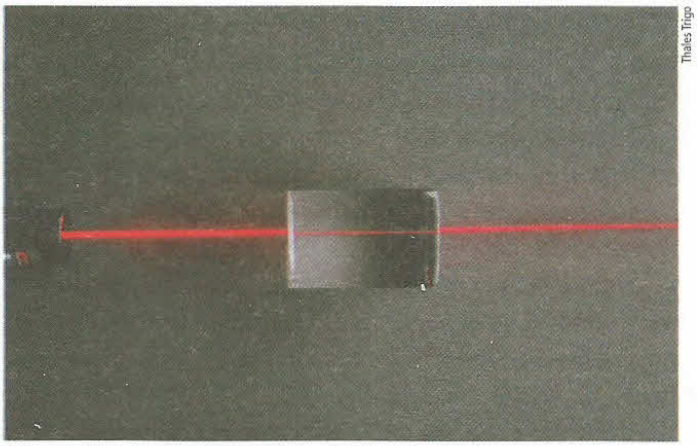
Uma luz é denominada **monocromática** quando é constituída de ondas eletromagnéticas de uma única freqüência, ou seja, de uma única cor. Assim, podemos ter luz monocromática vermelha, azul e violeta, dentre outras.

As fontes de luz em geral não emitem luz monocromática. Podemos, no entanto, obter luz sensivelmente monocromática se fizermos com que a luz das fontes comuns atravesse filtros que só permitam a passagem de luz de uma determinada cor. Podemos pensar, por exemplo, em uma lâmina vermelha transparente de vidro que só permite a passagem da luz vermelha. As fontes de raio *laser* são exemplos de fontes de luz aproximadamente monocromática.

Três cores que valem por muitas


Sheila Terry/SPL/LatinStock

Um exemplo interessante de composição de cores é o televisor em cores. Na tela desse aparelho, existem substâncias que, quando excitadas por bombardeamento de elétrons, emitem luz vermelha, azul ou verde. Dependendo da intensidade de cada uma dessas três luzes, podemos ter a sensação das mais diversas cores, inclusive a branca. A fotografia mostra a ampliação de uma pequena região da tela de um televisor ligado.


Thales Trigo

A luz emitida por uma fonte de raio *laser* é aproximadamente monocromática.

Ao contrário do que se observa com a luz monocromática, uma luz é denominada **policromática** quando é constituída de ondas eletromagnéticas de várias freqüências distintas, ou seja, de várias cores. É o caso da luz emitida pelos faróis de um automóvel, pelas lâmpadas que iluminam nossas casas ou pelo Sol. A "luz branca" solar costuma ser descrita por meio de sete cores componentes:

"Luz branca" solar
- vermelho → menor freqüência
- alaranjado
- amarelo
- verde
- azul
- anil
- violeta → maior freqüência

Vale ressaltar, no entanto, que há uma infinidade de cores intermediárias entre elas.

O arco-íris e a coloração observada nas bolhas de água e sabão e nas manchas de óleo derramado nas estradas são algumas provas experimentais de que a luz solar é policromática.

Leandro Giatti/iStock Brazil

A luz solar é policromática.

Jim Cummins/Getty Images

Fotografia de CD observado à luz do dia. A irisação, isto é, o aparecimento de várias cores, acontece porque a luz solar é policromática.

5. Cor e velocidade da luz

Para simplificar nosso estudo, sempre que nos referirmos ao módulo da velocidade da luz diremos simplesmente **velocidade da luz**.

Quando a luz se propaga no **vácuo**, a velocidade de propagação é exatamente a mesma qualquer que seja a cor, isto é, qualquer que seja a sua freqüência. Assim, a luz amarela, a luz vermelha, a luz violeta, dentre outras, propagam-se no vácuo com a mesma velocidade, cujo valor simbolizamos por **c**:

$c = 3{,}00 \cdot 10^5$ km/s (valor arredondado usual)

O que afirmamos estende-se, evidentemente, a todas as outras ondas eletromagnéticas não-visíveis, como o infravermelho, o ultravioleta, os raios X, os raios γ etc., que também se propagam no vácuo com velocidade **c**.

Sendo **f** a freqüência de determinada luz e λ o seu comprimento de onda, temos, no vácuo:

$$c = \lambda f$$

Assim, quanto maior é a freqüência, menor é o comprimento de onda, uma vez que **c** é constante.

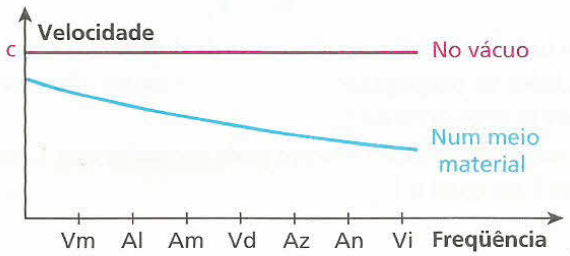
Concluímos, então, que, na luz visível, à luz vermelha corresponde o maior comprimento de onda (menor freqüência), enquanto à luz violeta corresponde o menor comprimento de onda (maior freqüência).

Quando a propagação da luz se dá num **meio material**, os resultados são bem diferentes, em virtude da interação da luz com a matéria. Em primeiro lugar, a velocidade de propagação **v** de qualquer luz na matéria é menor que **c**. Em segundo lugar, essa velocida-

de **v** é tanto menor quanto maior a freqüência. Assim, quando a luz branca solar se propaga na água, por exemplo, todas as cores componentes têm velocidade menor que **c**. Além disso, a vermelha é a mais veloz e a violeta é a mais lenta. Evidentemente, o comprimento de onda da luz violeta é agora, com mais razão ainda, o menor de todos, uma vez que continua válida a expressão $v = \lambda f$.

A seguir, esboçamos graficamente a velocidade de propagação da luz em função da freqüência, no vácuo e nos meios materiais, sem escala e segundo o código abaixo:

Vm: vermelho
Al: alaranjado
Am: amarelo
Vd: verde
Az: azul
An: anil
Vi: violeta



6. Índice de refração

Índice de refração absoluto

Uma grandeza de destaque no estudo da luz, relacionada à sua velocidade de propagação, é o índice de refração.

Considere uma dada radiação monocromática, que se propaga no vácuo com velocidade **c** e num determinado meio com velocidade **v**. Por definição, o **índice de refração absoluto** (densidade óptica ou, simplesmente, índice de refração) desse meio para a radiação monocromática considerada é a grandeza adimensional **n**, definida por:

$$n = \frac{c}{v}$$

Observe que, se o meio considerado for o próprio vácuo, teremos $v = c$ e $n = \frac{c}{c} = 1$. Assim, o índice de refração absoluto do vácuo é igual a 1. Num meio material, porém, temos sempre $v < c$. Conseqüentemente, o índice de refração de um meio material é sempre maior que 1.

É importante notar que o índice de refração absoluto de um meio é inversamente proporcional à velocidade de propagação da luz no meio e nunca é inferior a 1:

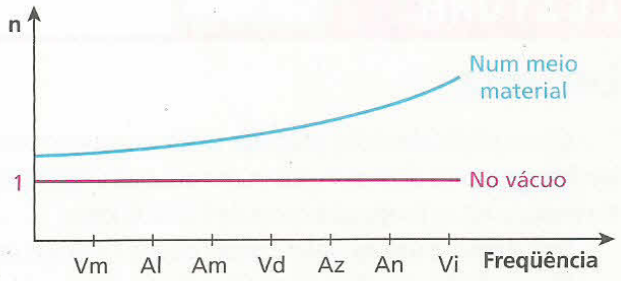
No vácuo: $n = 1$
Nos meios materiais: $n > 1$

Notas:

- Quanto maior é a densidade de uma **mesma** substância, maior é o seu índice de refração.
  A pressão e a temperatura influem no índice de refração dos materiais porque influem em suas densidades.
- Embora o índice de refração do ar seja maior que 1 e dependa da freqüência da luz, nós o admitiremos sempre igual a 1 nos exercícios, a menos que o fenômeno estudado exija uma consideração mais real. Isso equivale a adotar para a velocidade da luz no ar o mesmo valor **c** da velocidade da luz no vácuo.

Influência da freqüência da luz no índice de refração

O índice de refração do vácuo é igual a 1, qualquer que seja a luz considerada. O índice de refração de um meio material, por sua vez, mantidas as condições físicas, depende da freqüência da luz considerada. Como a velocidade da luz num meio material diminui com o aumento da freqüência (ver representação gráfica no item anterior), concluímos que o índice de refração aumenta quando a freqüência aumenta:



A tabela a seguir mostra os valores do índice de refração do vidro "*crown* leve" para algumas cores:

Cor	n
Vermelha	1,513
Alaranjada	1,514
Amarela	1,517
Verde	1,519
Azul	1,528
Violeta	1,532

O quadro a seguir mostra os índices de refração absolutos de diversos materiais para a luz amarela emitida pelo sódio, quando, por exemplo, queimamos cloreto de sódio numa chama.

Material	n
Ar seco (0 °C; 760 mm Hg)	1,000292
Gás carbônico (0 °C; 760 mm Hg)	1,00045
Gelo (-8 °C)	1,310
Água (20 °C)	1,333
Etanol (20 °C)	1,362
Tetracloreto de carbono	1,466
Glicerina	1,470
Monoclorobenzeno	1,527
Vidros	de 1,4 a 1,7
Diamante	2,417
Sulfeto de antimônio	2,7

Índice de refração relativo

Considere dois meios transparentes, 1 e 2, cujos índices de refração absolutos para uma mesma luz monocromática valem, respectivamente, n_1 e n_2. O **índice de refração relativo** do meio 2 em relação ao meio 1, simbolizado por $n_{2,1}$, é definido por:

$$n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Como $n_2 = \frac{c}{v_2}$ e $n_1 = \frac{c}{v_1}$, temos:

$$n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}} = \frac{v_1}{v_2}$$

Resumindo:

$$n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Notas:

- O índice de refração do meio 1 em relação ao meio 2 é dado por:

$$n_{1,2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

- Os índices de refração absolutos de dois meios e as velocidades de propagação da luz nesses meios são **inversamente proporcionais**.
- O índice de refração relativo pode ser maior que 1, menor que 1 ou igual a 1.

LEITURA

Luz lenta

Como você sabe, a luz propaga-se no vácuo e no ar com velocidade de aproximadamente 300 000 km/s. Você sabe também que, nos demais meios materiais, essa velocidade se reduz, mas ainda continua elevadíssima. No diamante, por exemplo, a luz se propaga a cerca de 125 000 km/s.

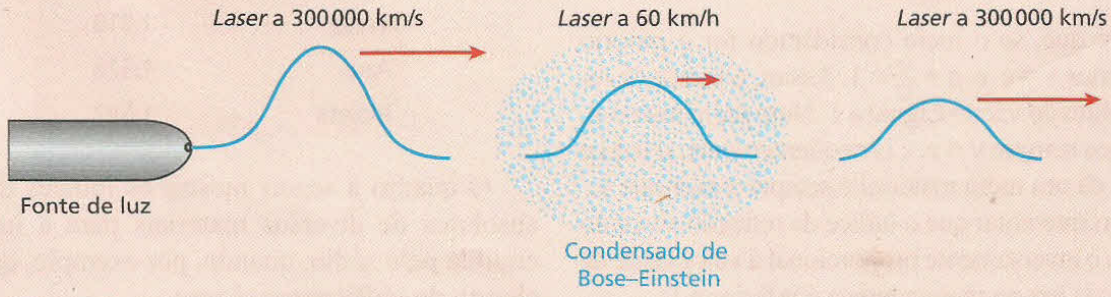
Entretanto, a revista *Nature* publicou em 1999 um resultado experimental fantástico.

Físicos do Rowland Institute for Science (Massachusetts) e da Universidade de Stanford (Califórnia) conseguiram que a luz, em determinado meio e em condições especiais, se propagasse a uma velocidade incrivelmente menor, de aproximadamente 60 km/h! (O entendimento desse experimento é impossível com os conhecimentos adquiridos no Ensino Médio, já que requer conceitos sutis de Física Quântica.)

O meio material em que a luz se tornou tão lenta foi um "condensado de Bose-Einstein" – uma nuvem de átomos de sódio resfriados a temperaturas muito próximas do zero absoluto.

Uma fonte de luz emitia pulsos de *laser* de determinado comprimento de onda, que atravessavam esse condensado, propagando-se nele com velocidades da ordem de 60 km/h.

A figura a seguir é um esquema muito simplificado da experiência realizada:



7. Refringência e dioptro

Refringência

O conceito de refringência é importante, sobretudo, para o estudo da refração da luz.

Dizemos que um meio é **mais refringente** que outro quando seu **índice de refração é maior** que o do outro. Assim, a água ($n \simeq 1{,}3$) é mais refringente que o ar ($n \simeq 1$) e menos refringente que o diamante ($n \simeq 2{,}4$).

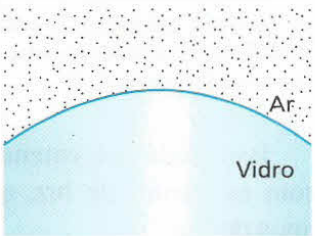
Em outras palavras, podemos dizer que um meio é mais refringente que outro quando a luz se propaga através dele com velocidade menor do que no outro.

Dioptro

Dioptro é um sistema constituído por dois meios transparentes de diferentes refringências, que fazem entre si fronteira regular. Se a fronteira (superfície dióptrica) for plana, teremos o dioptro plano; se for esférica, teremos o dioptro esférico, e assim por diante.

Os sistemas ar/água e ar/vidro, por exemplo, são dioptros, desde que as fronteiras entre esses meios sejam regulares.

Dioptro plano.



Dioptro esférico.

8. Refração

Definição e propriedades

Refração da luz é o fenômeno que consiste no fato de a luz ser transmitida de um meio para outro opticamente diferente.

Nessa passagem de um meio para outro, a velocidade (**v**) de propagação da luz necessariamente se altera.

A freqüência (**f**) não se altera na refração, fato que é observado não só com ondas luminosas, mas com qualquer tipo de onda.

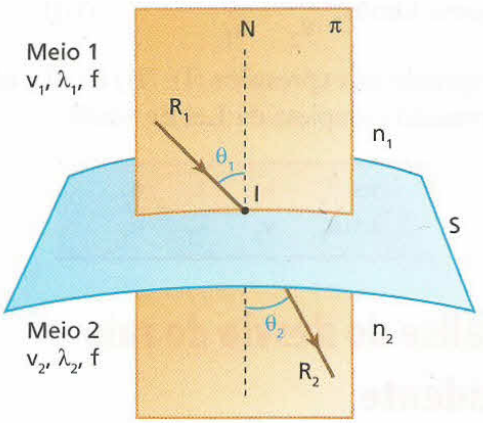
O comprimento de onda se altera proporcionalmente à velocidade, pois $v = \lambda f$.

Como você verá, a alteração da velocidade de propagação provoca, em geral, um desvio da luz.

Elementos geométricos

Observe, na figura a seguir, um raio de luz monocromática de freqüência **f** passando do meio 1 para o meio 2. A superfície **S** é a fronteira entre os dois meios. No meio 1, a luz apresenta velocidade v_1 e comprimento de onda λ_1, enquanto no meio 2 a velocidade é v_2 e o comprimento de onda é λ_2. Os índices de refração absolutos dos meios 1 e 2 são n_1 e n_2 respectivamente.

A figura também representa todos os elementos geométricos envolvidos no estudo da refração.



Nessa figura:

- o raio R_1 é o raio incidente;
- o ponto **I** é o ponto de incidência;
- a reta **N**, perpendicular à superfície **S** passando por **I**, é a reta normal;
- o raio R_2 é o raio refratado;
- o ângulo θ_1, determinado pelo raio incidente e pela reta normal, é o ângulo de incidência;
- o ângulo θ_2, determinado pelo raio refratado e pela reta normal, é o ângulo de refração.

Leis da refração

O fenômeno da refração é regido pelas duas leis seguintes:

1ª Lei da Refração

O raio incidente, o raio refratado e a reta normal traçada pelo ponto de incidência estão contidos no mesmo plano.

Essa lei está ilustrada na figura anterior, na qual R_1, R_2 e **N** estão contidos no mesmo plano **π**.

2ª Lei da Refração (Lei de Snell)

Essa lei já foi apresentada e demonstrada no estudo sobre ondas:

A razão entre o seno do ângulo de incidência e o seno do ângulo de refração é constante para cada dioptro e para cada luz monocromática.

A Lei de Snell é expressa por:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \qquad \text{(I)}$$

Mas:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1 f}{\lambda_2 f} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \qquad \text{(II)}$$

E, como vimos: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$ (III)

Agrupando as expressões (I), (II) e (III), obtemos uma expressão completa da **Lei de Snell**:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

9. Análise do desvio do raio incidente

Da expressão completa da Lei de Snell, podemos extrair a seguinte igualdade:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2$$

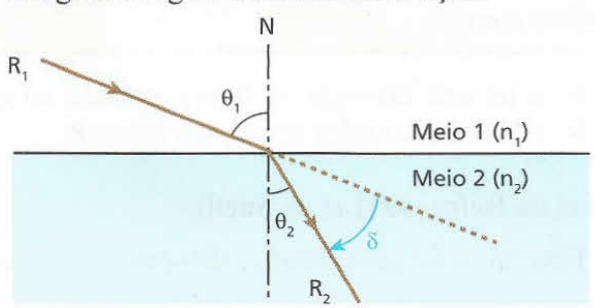
Vamos aplicar essa última expressão em alguns casos, sempre considerando a luz monocromática.

Incidência oblíqua: luz propagando-se do meio menos refringente para o meio mais refringente ($n_2 > n_1$)

Considerando $n_2 > n_1$ na expressão $n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2$, concluímos que $\operatorname{sen}\theta_2 < \operatorname{sen}\theta_1$. Então, como θ_1 e θ_2 são ângulos agudos, temos:

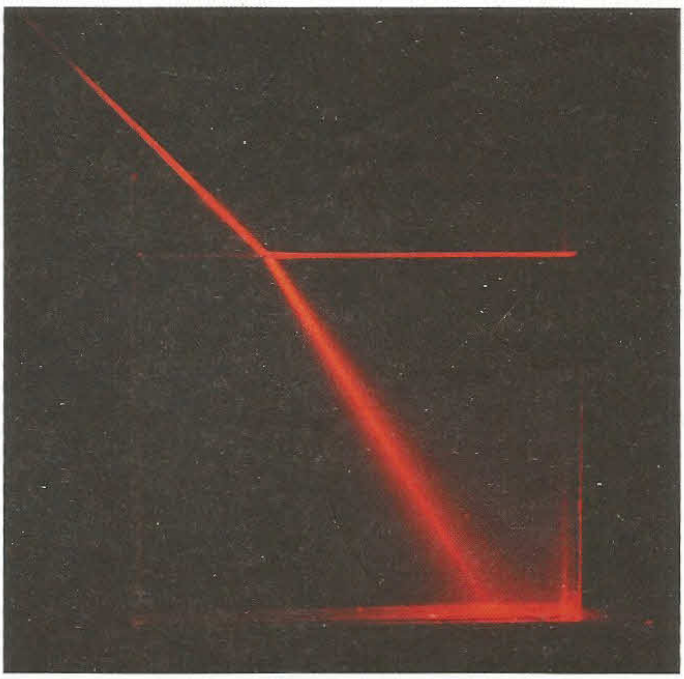
$$\theta_2 < \theta_1$$

A figura a seguir ilustra essa refração:



Podemos, então, concluir que:

Quando um raio de luz incide obliquamente na fronteira de um dioptro, dirigindo-se do meio menos refringente para o mais refringente, ele **se aproxima da normal** ao refratar-se, experimentando um desvio δ ($\delta = \theta_1 - \theta_2$).

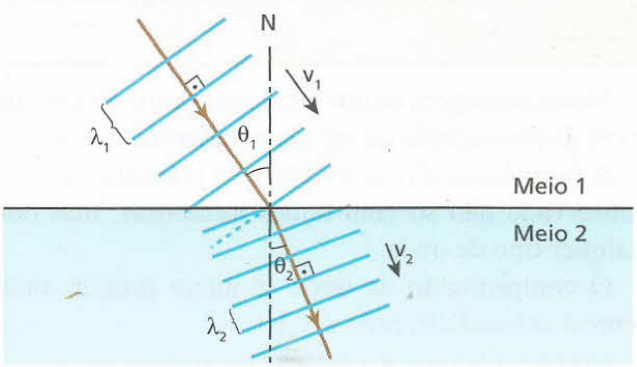


Thales Trigo

Na fotografia, um pincel cilíndrico de luz proveniente do ar incide obliquamente na fronteira entre o ar e a água. Ao refratar-se, ele se aproxima da normal.

Isso pode ser entendido facilmente se lidarmos com as frentes de luz, que são perpendiculares aos raios de luz.

Uma frente de luz plana, por exemplo, quando passa do meio menos refringente para o mais refringente ($n_2 > n_1$), sofre uma redução de velocidade ($v_2 < v_1$). Quando uma parte da frente de luz penetra no meio 2, ela se atrasa em relação à parte que ainda se propaga no meio 1. Por causa disso, ocorre o desvio, como representa a figura:



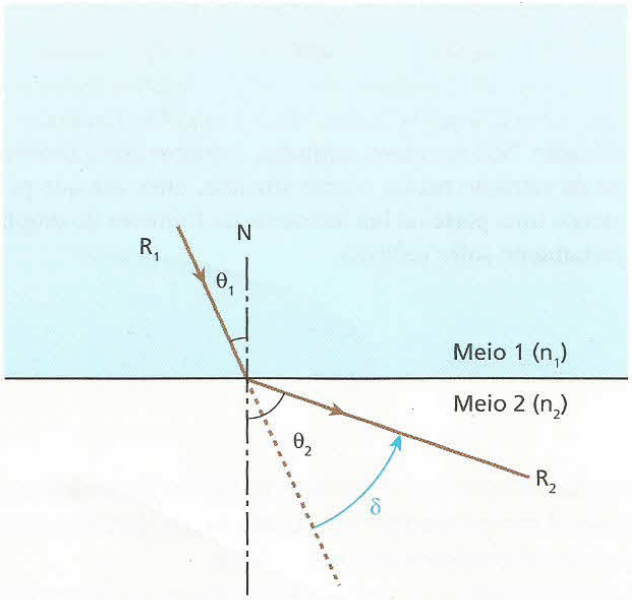
Observe que $v_2 < v_1$ acarreta $\lambda_2 < \lambda_1$.

Incidência oblíqua: luz propagando-se do meio mais refringente para o meio menos refringente ($n_2 < n_1$)

Considerando $n_2 < n_1$ na expressão $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$, concluímos que $\text{sen } \theta_2 > \text{sen } \theta_1$. Então, como θ_1 e θ_2 são ângulos agudos, temos:

$$\theta_2 > \theta_1$$

A figura ilustra essa refração (que nem sempre ocorre, como veremos no item 10).

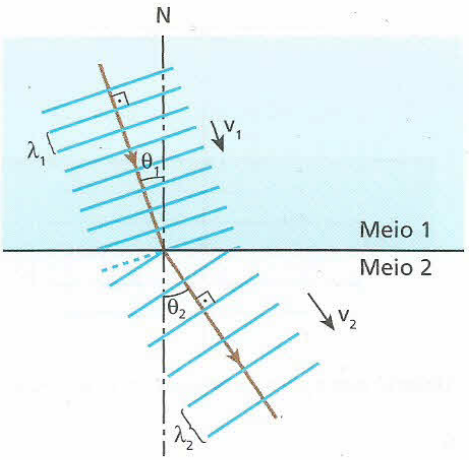


Concluímos que:

> Quando um raio de luz incide obliquamente na fronteira de um dioptro e passa do meio mais refringente para o menos refringente, ele **se afasta da normal** ao refratar-se, experimentando um desvio **δ** ($\delta = \theta_2 - \theta_1$).

Quando uma frente de luz plana, por exemplo, passa do meio mais refringente para o meio menos refringente ($n_2 < n_1$), sua velocidade de propagação aumenta ($v_2 > v_1$). Por causa disso, quando uma parte da frente de luz penetra no meio 2, ela se adianta em relação à parte que ainda se propaga no meio 1.

Observe, na figura a seguir, como isso ocorre:



Observe que $v_2 > v_1$ acarreta $\lambda_2 > \lambda_1$.

Incidência normal

A incidência normal é a situação em que o raio de luz incide perpendicularmente à fronteira do dioptro, isto é, o raio incidente sobrepõe-se à reta normal. Assim, temos $\theta_1 = 0°$ e $\text{sen } \theta_1 = 0$.

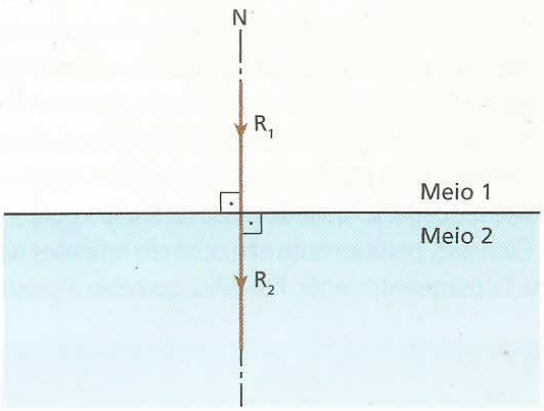
Lembrando que $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$, temos:

$$\text{sen } \theta_2 = \frac{n_1 \text{ sen } \theta_1}{n_2} = \frac{n_1 \cdot 0}{n_2} = 0$$

Então:

$$\theta_2 = 0$$

Conseqüentemente, o raio refratado continua perpendicular à fronteira do dioptro, ou seja, continua sobreposto à reta normal:

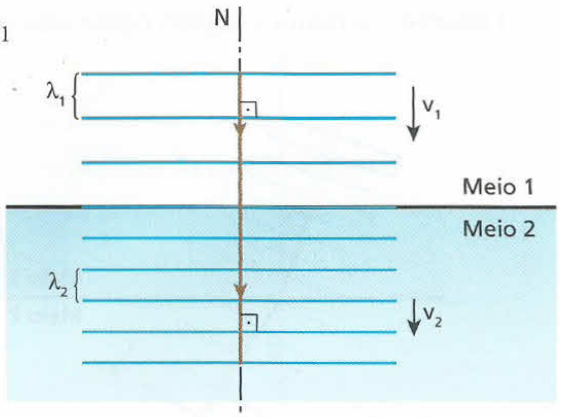


Concluímos que:

> Quando um raio de luz incide normalmente à fronteira do dioptro, a refração ocorre **sem desvio**.

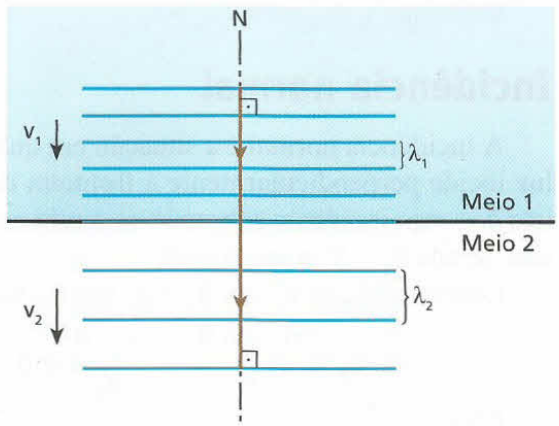
As figuras seguintes ilustram o fenômeno por meio das frentes de luz. Observe que não ocorre mudança na direção de propagação da luz, porque as velocidades de todos os pontos da frente de luz alteram-se simultaneamente.

• $n_2 > n_1$

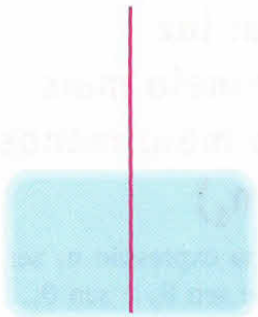


Observe que $n_2 > n_1$ acarreta $v_2 < v_1$ e $\lambda_2 < \lambda_1$.

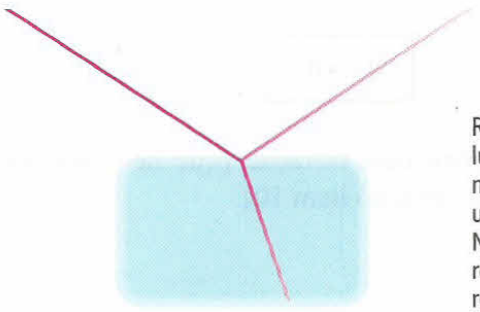
• $n_2 < n_1$



Observe que $n_2 < n_1$ acarreta $v_2 > v_1$ e $\lambda_2 > \lambda_1$.



Representação da luz passando do ar para o vidro, numa refração sem desvio.



Representação da luz propagando-se no ar e incidindo em um bloco de vidro. Note que, além de refração, ocorre reflexão.

Nota:

• Em todo o estudo da refração feito até aqui, omitimos a ocorrência do fenômeno da reflexão. Agimos assim porque nossa intenção era dar ênfase a um novo fenômeno, a refração. Não devemos, contudo, esquecer que o fenômeno da refração nunca ocorre sozinho, uma vez que pelo menos uma parte da luz incidente na fronteira do dioptro certamente sofre reflexão.

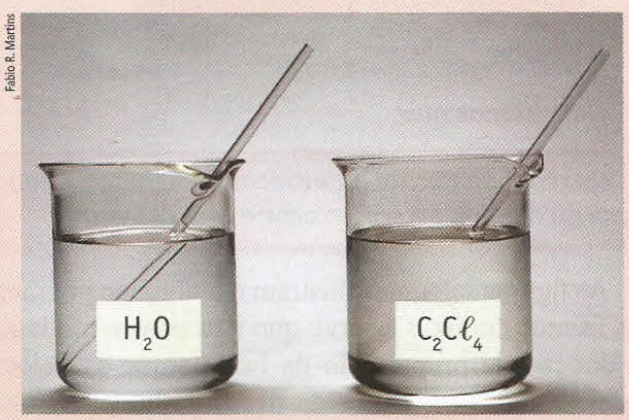
LEITURA

O homem invisível

Quando um bastão de vidro é mergulhado em água, a parte imersa continua bastante visível, quase tão visível quanto a parte que está fora da água. Entretanto, quando esse mesmo bastão é mergulhado em um líquido incolor denominado tetracloroetileno (ou em um outro chamado monoclorobenzeno), a parte imersa torna-se quase invisível.

Isso ocorre porque os índices de refração do vidro usado e do tetracloroetileno são aproximadamente iguais. Assim, há praticamente uma **continuidade óptica** na interface líquido-vidro. Ou seja, a luz praticamente não "percebe" mudança no meio de propagação quando passa do líquido para o vidro ou do vidro para o líquido.

Com isso, praticamente não ocorrem reflexões na fronteira líquido-vidro, nem desvios de raios de luz que atravessam o vidro. Conseqüentemente, fica difícil perceber a presença do vidro no interior do líquido.



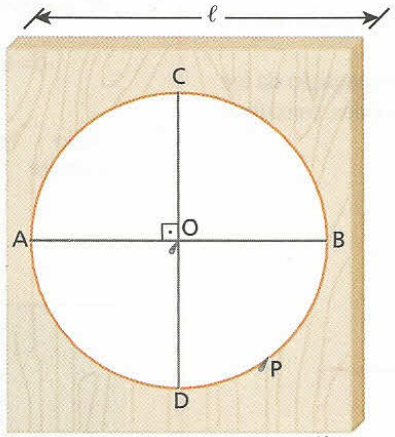
Fabio R. Martins

O fato descrito lembra a ficção do homem invisível. Para que um ser humano pudesse tornar-se invisível, seu índice de refração deveria ficar igual ou aproximadamente igual ao do ar. Se isso acontecesse, porém, ele não poderia enxergar, pois é necessário que exista em seus olhos um material de índice de refração maior que o do ar, operando como uma lente para projetar em suas retinas as imagens do ambiente que o cerca. Além disso, para enxergar é preciso que os olhos absorvam luz. Conseqüentemente, haveria duas regiões escuras (sorvedouros de luz) que seria impossível não serem percebidas. Talvez você já tenha visto uns peixinhos que são quase transparentes, mas possuem duas regiões bem escuras: os olhos.

FAÇA VOCÊ MESMO

Determinação do índice de refração da água

Veja como determinar o índice de refração da água. Pegue uma tábua e um recipiente cilíndrico, como uma panela ou um canecão. A largura ℓ da tábua (ver figura) deve ser mais ou menos igual ao diâmetro interno do recipiente. Trace na tábua uma circunferência de 15 cm de diâmetro. Trace também dois diâmetros perpendiculares, AB e CD, como indicado na figura.



Tábua

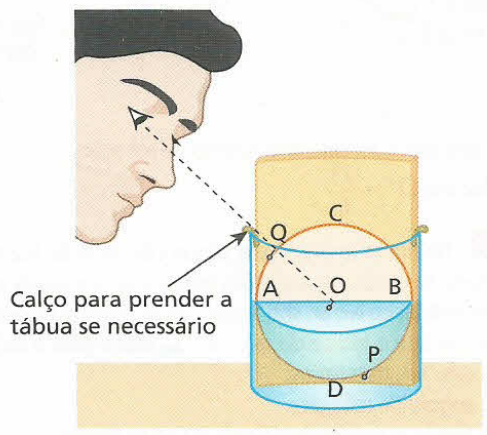
Fixe um alfinete no centro **O**, procurando deixá-lo perpendicular à tábua. Repita essa operação no ponto **P** da circunferência (o ponto **P** não deve estar muito perto de **B**, nem muito perto de **D**; procure seguir a figura).

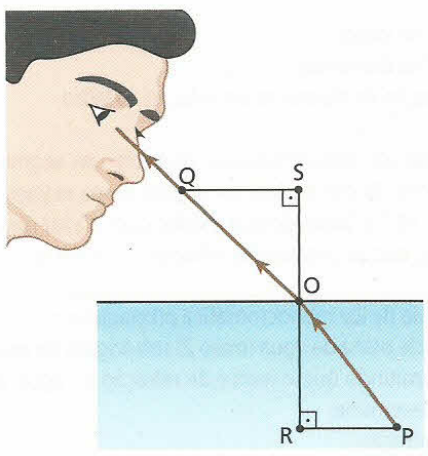
Introduza a tábua no recipiente, dispondo-a verticalmente, com o diâmetro AB na horizontal (figura a seguir, à esquerda). Se necessário, use calços (como borracha, palito de fósforo etc.) para fixá-la nessa posição.

Em seguida, despeje água no recipiente até que o seu nível coincida com o diâmetro AB.

Agora, faça uma visada rente à tábua (figura abaixo à esquerda), de modo a ver os dois alfinetes alinhados, e procure o ponto **Q** da circunferência, onde um terceiro alfinete fica no mesmo alinhamento. Você vê, então, os três alfinetes "alinhados".

Retire a tábua da água e observe que os alfinetes, na realidade, não estão alinhados. Eles pareciam alinhados porque o que você via era a imagem do alfinete colocado em **P** e não propriamente o alfinete: a luz proveniente de **P** havia se desviado ao passar da água para o ar.





Para determinar o índice de refração da água, trace os segmentos QS e PR, como mostra a figura à direita, e meça seus comprimentos.

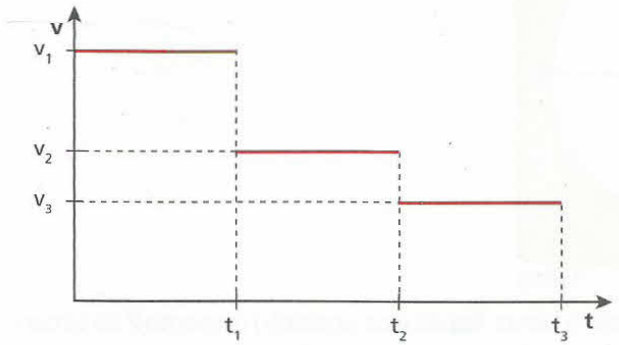
O índice de refração da água (**n**) será dado, então, por: $n = \frac{\overline{QS}}{\overline{PR}}$ (Demonstre esta expressão.)

Evidentemente, esse experimento permite a determinação dos índices de refração de outros líquidos. Entretanto, é também evidente que esse método, embora correto teoricamente, é bastante impreciso. Assim, os resultados obtidos podem desviar significativamente dos valores de índices de refração listados nos livros.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 Numa folha de papel branco, está escrito "terra" com tinta vermelha e "prometida" com tinta verde. Tomam-se duas lâminas transparentes de vidro, uma vermelha e outra verde. Através de que lâmina deve-se olhar para o papel de modo que a palavra "terra" seja enxergada com bastante contraste?

2 (PUC-SP) Um raio de luz monocromática passa do meio 1 para o meio 2 e deste para o meio 3. Sua velocidade de propagação relativa aos meios citados é v_1, v_2 e v_3, respectivamente.
O gráfico representa a variação da velocidade de propagação da luz em função do tempo ao atravessar os meios mencionados, considerados homogêneos:



Sabendo-se que os índices de refração do diamante, do vidro e do ar obedecem à desigualdade $n_{diam} > n_{vidro} > n_{ar}$, podemos afirmar que os meios 1, 2 e 3 são, respectivamente:

a) diamante, vidro, ar.
b) diamante, ar, vidro.
c) ar, diamante, vidro.
d) ar, vidro, diamante.
e) vidro, diamante, ar.

3 Para a luz amarela emitida pelo sódio, os índices de refração de certo vidro e do diamante são iguais a 1,5 e 2,4, respectivamente. Sendo de 300 000 km/s a velocidade da luz no ar, calcule, para a luz amarela citada:

a) sua velocidade no vidro;
b) sua velocidade no diamante;
c) o índice de refração do diamante em relação ao vidro.

4 Determinada luz monocromática percorre um segmento de reta de comprimento 30 cm no interior de um bloco maciço de um cristal durante $2{,}0 \cdot 10^{-9}$ s. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, calcule o índice de refração desse cristal.

5 **E.R.** Um raio de luz monocromática propaga-se no ar (meio 1) e atinge a superfície plana da água (meio 2) sob ângulo de incidência θ_1 igual a 45°. Admitindo que o índice de refração da água vale $\sqrt{2}$ para aquela luz, determine:

a) o ângulo de refração;
b) o desvio experimentado pelo raio ao se refratar;
c) uma figura em que estejam representados o raio incidente, o raio refletido e o raio refratado.

Resolução:

a) Pela Lei de Snell, temos:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$

Sendo $n_1 = 1$, $n_2 = \sqrt{2}$, $\operatorname{sen} \theta_1 = \operatorname{sen} 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, temos:

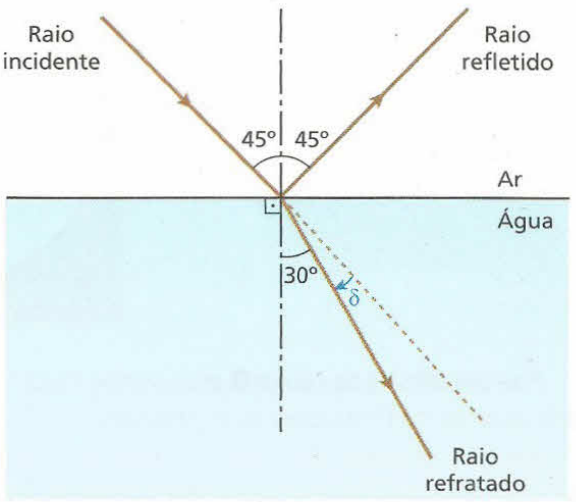
$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_2 = \frac{1}{2}$$

Então: $\boxed{\theta_2 = 30°}$

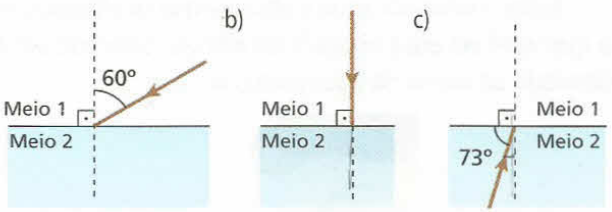
b) O desvio experimentado pelo raio ao se refratar é:

$$\delta = \theta_1 - \theta_2 \Rightarrow \delta = 45° - 30° \Rightarrow \boxed{\delta = 15°}$$

c)



6 Um raio de luz monocromática incide na fronteira entre dois meios transparentes 1 e 2, de índices de refração $n_1 = 1$ e $n_2 = \sqrt{3}$ nas situações esquematizadas a seguir:

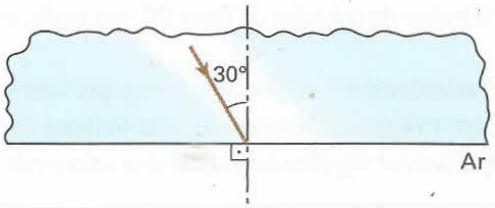


Em cada situação, calcule o ângulo de refração.

Dado: $\operatorname{sen} 17° \simeq \frac{\sqrt{3}}{6}$

7 Na figura a seguir, um pincel cilíndrico de luz monocromática propaga-se em um bloco sólido transparente e incide na fronteira plana entre o bloco e o ar, sob ângulo de incidência igual a 30°.
Sabendo que o índice de refração do bloco para a radiação considerada vale $\sqrt{3}$, determine:

a) o ângulo de refração;
b) o desvio experimentado pela luz ao se refratar;
c) a representação esquemática dos raios incidente, refletido e refratado.



8 Julgue falsa ou verdadeira cada uma das afirmações a seguir.

(01) Numa noite enluarada, os animais que habitam o interior de um lago de águas calmas podem enxergar a Lua. Uma pessoa, à beira do lago, quando olha para a superfície da água, também pode ver a Lua. Podemos então concluir que a luz proveniente da Lua, ao incidir na água, não somente se refrata, mas também se reflete parcialmente.

(02) Refração da luz é o desvio da luz ao atravessar a fronteira entre dois meios transparentes.

(04) Refração da luz é a passagem da luz de um meio transparente para outro, ocorrendo sempre uma alteração de sua velocidade de propagação.

(08) Na refração da luz, o raio refratado pode não apresentar desvio em relação ao raio incidente.

(16) A cor da luz (freqüência) não se altera na refração.

(32) Quando um raio incidente oblíquo passa do meio menos refringente para o mais refringente, ele se aproxima da normal.

(64) Quando um raio incidente oblíquo passa do meio mais refringente para o menos refringente, ele se afasta da normal.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações verdadeiras.

9 Um feixe cilíndrico de luz incide perpendicularmente na superfície plana de separação de dois meios ordinários opticamente diferentes. Pode-se afirmar que:

a) o feixe refrata-se, desviando-se fortemente;
b) o feixe não sofre refração;
c) o feixe não sofre reflexão;
d) ocorre reflexão, com a conseqüente alteração do módulo da velocidade de propagação;
e) ocorre refração, com a conseqüente alteração do módulo da velocidade de propagação.

10 Quando um raio de luz passa de um meio mais refringente para outro menos refringente:

a) afasta-se da normal;
b) aproxima-se da normal;
c) a freqüência da luz aumenta;
d) não ocorre desvio;
e) a velocidade de propagação da luz aumenta.

11 (Vunesp-SP) Analise a tabela e responda.

Substância	Índice de refração em relação ao ar
Água	1,33
Álcool etílico	1,63
Glicerina	1,47
Quartzo cristalino	1,54
Vidro comum	1,50

Para um mesmo ângulo de incidência diferente de zero, o maior desvio na direção de um raio de luz que se propaga no ar ocorrerá quando penetrar:

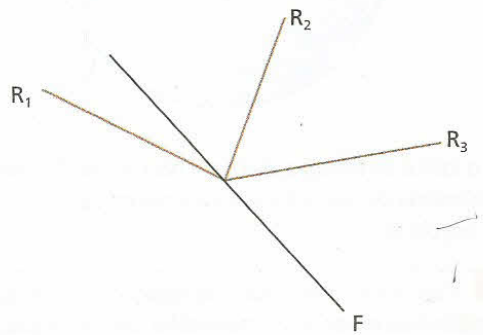
a) na água.
b) no álcool etílico.
c) na glicerina.
d) no quartzo cristalino.
e) no vidro comum.

12 (Unifor-CE) Um raio de luz monocromática, propagando-se num meio **A** com velocidade $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, incide na supefície de separação com outro meio transparente **B**, formando 53° com a normal à superfície. O raio refratado forma ângulo de 37° com a normal no meio **B**, onde a velocidade V_B vale, em m/s:

Dados: sen 37° = cos 53° = 0,600;
cos 37° = sen 53° = 0,800.

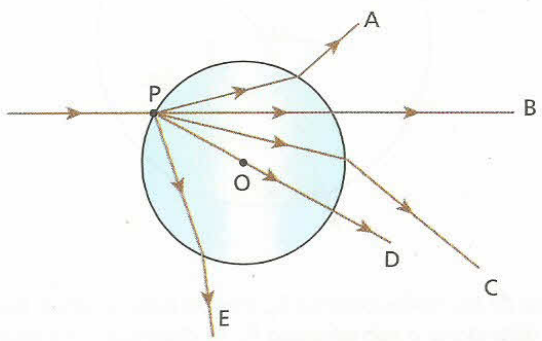
a) $1{,}20 \cdot 10^8$.
b) $1{,}60 \cdot 10^8$.
c) $2{,}10 \cdot 10^8$.
d) $2{,}25 \cdot 10^8$.
e) $2{,}40 \cdot 10^8$.

13 Um raio de luz monocromática incide na fronteira **F** entre dois meios transparentes, dando origem a um raio refletido e a um raio refratado, como representa a figura:



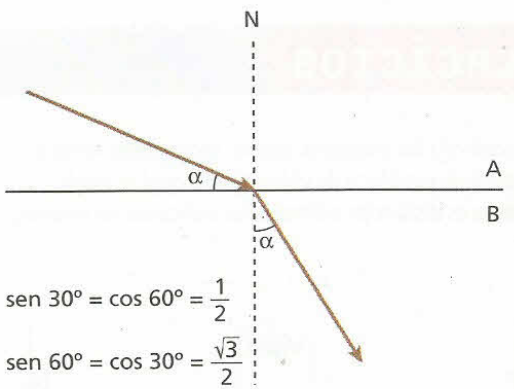
Dos raios de luz R_1, R_2 e R_3, identifique o incidente, o refletido e o refratado.

14 Um raio de luz monocromática proveniente do ar incide no ponto **P** de uma esfera de vidro de centro **O**, como representa a figura:



Dos trajetos indicados (**A**, **B**, **C**, **D** e **E**), qual é possível?

15 (UFPel-RS) A figura abaixo representa um raio luminoso propagando-se do meio **A** para o meio **B**. Sabendo-se que a velocidade da luz, no meio **A**, é 240 000 km/s e que o ângulo **α** vale 30°, calcule:

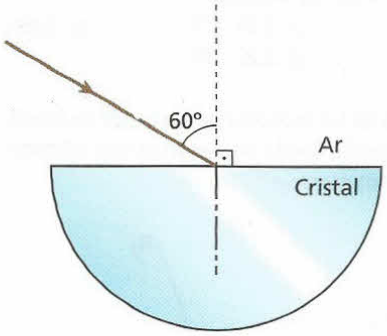


sen 30° = cos 60° = $\frac{1}{2}$

sen 60° = cos 30° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

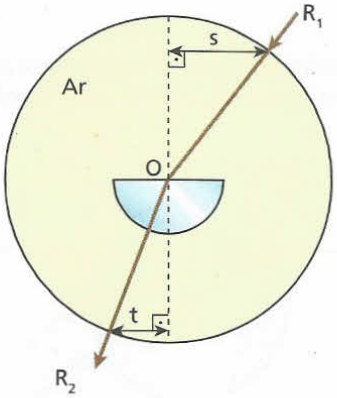
a) o índice de refração relativo do meio **A** em relação ao meio **B**;
b) a velocidade de propagação da luz no meio **B**.

16 Um raio de luz monocromática incide no centro da face circular de uma peça hemisférica de cristal transparente. A figura representa a seção da peça determinada pelo plano de incidência do raio:



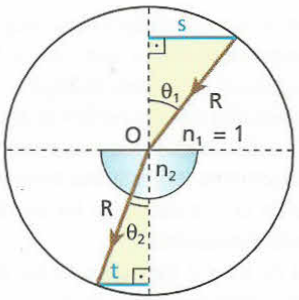
Sendo $\sqrt{3}$ o índice de refração do cristal para a referida radiação, determine a trajetória do raio refratado até emergir para o ar, indicando os ângulos envolvidos.

17 **E.R.** Para determinar o índice de refração de um material, uma peça semicilíndrica polida desse material foi colocada sobre um disco de centro **O**, como sugere a figura.



Um raio de luz monocromática R_1, emitido rente ao disco, incide na peça, obtendo-se o raio refratado R_2. As distâncias **s** e **t** foram medidas, encontrando-se s = 8,0 cm e t = 5,0 cm. Calcule o índice de refração do material da peça.

Resolução:
Sendo **R** o raio do disco, temos:



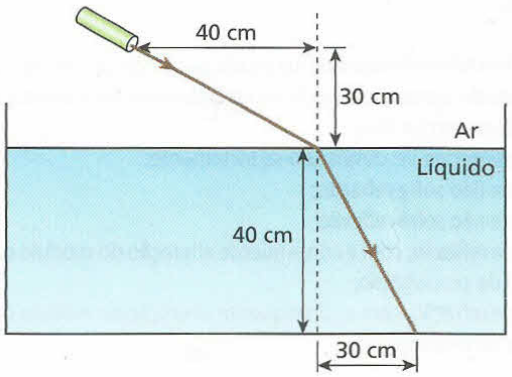
Usando a Lei de Snell:

$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$

$1 \cdot \frac{s}{R} = n_2 \cdot \frac{t}{R} \Rightarrow n_2 \cdot \frac{s}{t} = \frac{8,0}{5,0}$

Então: $\boxed{n_2 = 1,6}$

18 (UFSE) O raio de luz monocromática representado no esquema abaixo se propaga do ar para um líquido:



Pode-se afirmar que o índice de refração do líquido em relação ao ar é:

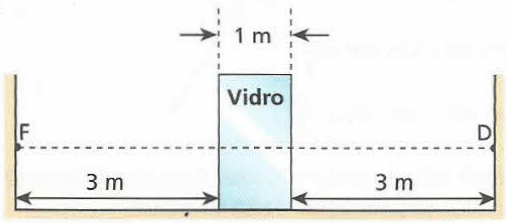
a) 1,25. c) 1,50. e) 1,80.
b) 1,33. d) 1,67.

19 (Ufal) Um raio de luz monocromática passa do ar para um outro meio **x**, cujo índice de refração em relação ao ar é 1,48.

a) Faça, em seu caderno, um esboço da situação descrita acima, considerando que o ângulo entre a superfície de separação dos dois meios e o raio de luz incidente seja igual a 42°.
b) Calcule a medida do ângulo formado entre a linha da superfície de separação dos dois meios e o raio de luz propagando-se no meio **x**.
Dados: sen 42° = 0,67;
cos 42° = 0,74.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

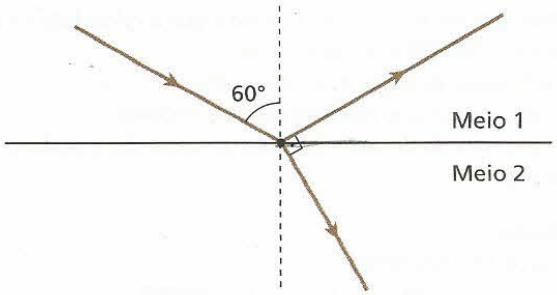
20 (Fuvest-SP) No esquema abaixo, temos uma fonte luminosa **F** no ar, defronte de um bloco de vidro, após o qual se localiza um detector **D**. Observe as distâncias e dimensões indicadas no desenho:



São dados: índice de refração do ar = 1,0; índice de refração do vidro em relação ao ar = 1,5; velocidade da luz no ar = 300 000 km/s.

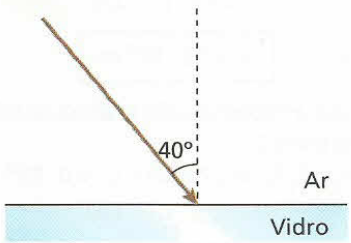
a) Qual o intervalo de tempo para a luz se propagar de **F** a **D**?
b) Construa, em seu caderno, um gráfico da velocidade da luz em função da distância, a contar da fonte **F**.

21 A figura seguinte representa um pincel cilíndrico de luz monocromática que, propagando-se num meio 1, incide na fronteira separadora deste com um meio 2. Uma parcela da luz incidente é refletida, retornando ao meio 1, enquanto a outra é refratada, passando para o meio 2.



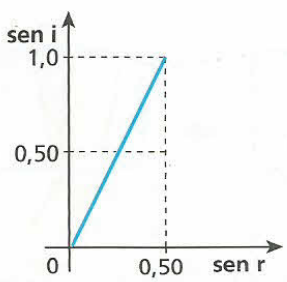
Sabendo que os pincéis refletido e refratado são perpendiculares entre si, obtenha:
a) os ângulos de reflexão e de refração;
b) o índice de refração do meio 2 em relação ao meio 1.

22 (UFPI) Um raio de luz, inicialmente propagando-se no ar, incide sobre uma superfície plana de vidro, conforme a figura abaixo. Parte da luz é refletida e parte é refratada. O ângulo entre o raio refletido e o raio refratado é:



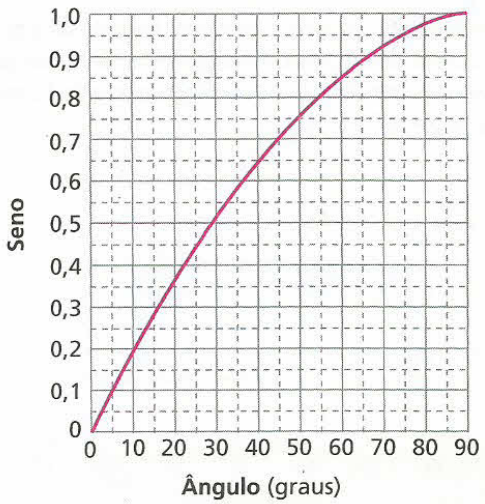
a) menor do que 40°.
b) entre 40° e 50°.
c) entre 50° e 100°.
d) entre 100° e 140°.
e) maior do que 140°.

23 Uma mesma luz monocromática passa do vácuo para o interior de uma substância, com diversos ângulos de incidência. Os senos do ângulo de incidência (**i**) e do ângulo de refração (**r**) são dados no gráfico seguinte:

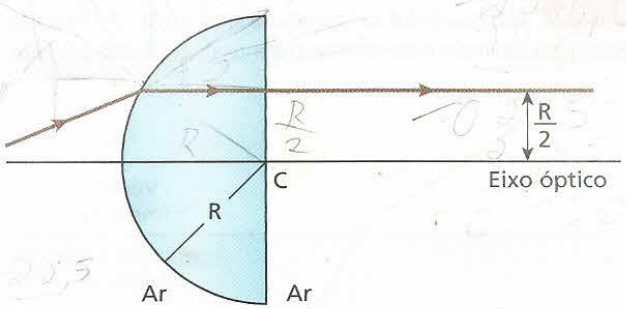


Calcule o índice de refração absoluto dessa substância.

24 (Unicamp-SP) Um mergulhador, dentro do mar, vê a imagem do Sol nascendo numa direção que forma um ângulo agudo (ou seja, menor que 90°) com a vertical.
a) Em uma folha de papel, faça um desenho esquemático mostrando um raio de luz vindo do Sol ao nascer e o raio refratado. Represente também a posição aparente do Sol para o mergulhador.
b) Sendo $n = 1{,}33 \simeq \frac{4}{3}$ o índice de refração da água do mar, use o gráfico a seguir para calcular aproximadamente o ângulo entre o raio refratado e a vertical:

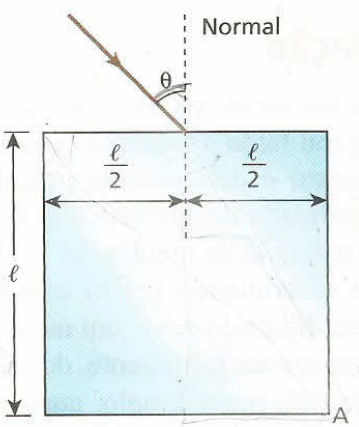


25 (UFRJ) Um raio de luz monocromática, propagando-se no ar, incide sobre a face esférica de um hemisfério maciço de raio **R** e emerge perpendicularmente à face plana, a uma distância $\frac{R}{2}$ do eixo óptico, como mostra a figura:



O índice de refração do material do hemisfério, para esse raio de luz, é $n = \sqrt{2}$.
Calcule o desvio angular sofrido pelo raio ao atravessar o hemisfério.

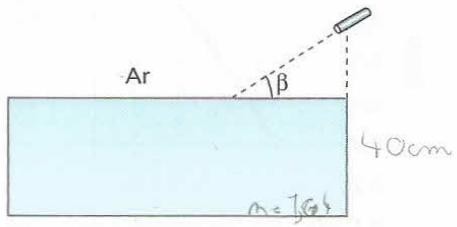
26 (Unifor-CE) Um raio de luz no ar incide num bloco retangular de vidro polido, cujo índice de refração em relação ao ar é $\frac{\sqrt{5}}{2}$, conforme o esquema.



Para que o raio de luz refratado atinja a aresta **A** indicada, o seno do ângulo de incidência **θ** deve ser:

a) $\frac{1}{5}$.
b) $\frac{1}{3}$.
c) $\frac{1}{2}$.
d) $\frac{2}{3}$.
e) $\frac{3}{5}$.

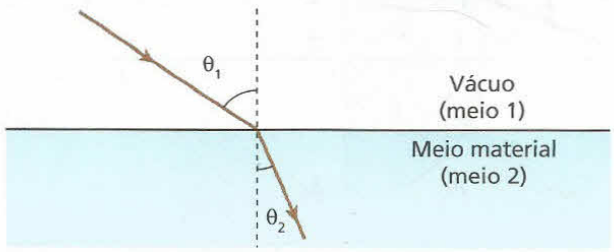
27 (Unicamp-SP) Um tanque de 40 cm de profundidade está completamente cheio de um líquido transparente, de índice de refração n = 1,64. Um raio *laser* incide na superfície do líquido, formando com ela um ângulo β = 35°.



θ	30	35	40	45	50	55	60	65
sen θ	0,50	0,57	0,64	0,71	0,77	0,82	0,87	0,91
tg θ	0,58	0,70	0,84	1,0	1,19	1,43	1,73	2,14

a) Que ângulo o raio refletido forma com a normal à superfície?
b) Se a fonte do *laser* situa-se 14 cm acima da superfície do líquido, localize o ponto iluminado pelo *laser* no fundo do tanque.

28 **E.R.** Um raio de luz de freqüência igual a $6,0 \cdot 10^{14}$ Hz passa do vácuo para um meio material transparente, como ilustra a figura:



Sabendo que sen $\theta_1 = 0,8$, sen $\theta_2 = 0,6$ e que a velocidade da luz no vácuo é $v_1 = 300\,000$ km/s, determine:
a) a velocidade da luz no meio material (v_2);
b) o índice de refração absoluto do meio material;
c) o comprimento de onda dessa luz no vácuo (λ_1) e no meio material (λ_2).

Resolução:

a) Pela Lei de Snell, temos:

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{0,8}{0,6} = \frac{300\,000}{v_2}$$

$$\boxed{v_2 = 225\,000 \text{ km/s}}$$

b) Temos:

$$n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{300\,000}{225\,000} \Rightarrow \boxed{n_2 = 1,33}$$

c) Como $v = \lambda f$, temos, no vácuo (meio 1):

$$v_1 = \lambda_1 f_1 \Rightarrow 300\,000 = \lambda_1 \cdot 6,0 \cdot 10^{14}$$

$$\lambda_1 = 5,0 \cdot 10^{-10} \text{ km}$$

$$\boxed{\lambda_1 = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

Lembrando que a freqüência não se altera na refração, temos, no meio material (meio 2):

$$v_2 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow 225\,000 = \lambda_2 \cdot 6,0 \cdot 10^{14}$$

$$\lambda_2 = 3,8 \cdot 10^{-10} \text{ km}$$

$$\boxed{\lambda_2 = 3,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

29 Qual o comprimento de onda de uma luz de freqüência igual a $4 \cdot 10^{14}$ Hz propagando-se em um meio de índice de refração igual a 1,5?
Dado: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Bloco 2

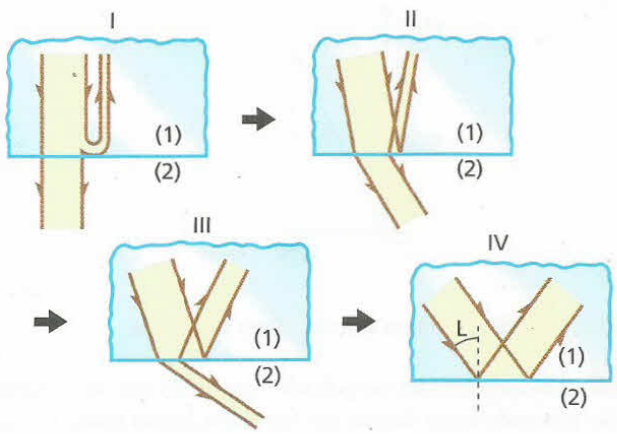
10. Ângulo limite e reflexão total

Apresentação

Quando a luz incide na fronteira de um dioptro, ocorrem em geral tanto a refração quanto a reflexão. Para dado dioptro e determinado pincel de luz incidente, a quantidade de luz refletida é tanto maior quanto maior o ângulo de incidência.

Considere determinado pincel cilíndrico de luz monocromática dirigindo-se de um meio mais refringente para outro menos refringente, do vidro (meio 1) para o ar (meio 2), por exemplo, como mostram as figuras ao lado. Observe que, conforme aumenta o ângulo de incidência, aumenta a quantidade de luz refletida e diminui a quantidade de luz refratada.

Na figura I, o ângulo de incidência é igual a zero. Nesse caso, a quantidade de luz refratada é bem maior que a refletida (a reflexão é parcial).



Na figura II, o ângulo de incidência aumentou, o que provocou aumento da quantidade de luz refletida e redução da refratada (a reflexão continua parcial).

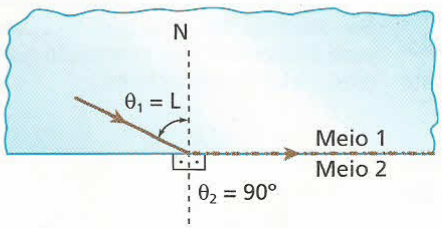
Na figura III, o ângulo de incidência aumentou mais ainda, o que acarretou um novo aumento da quantidade de luz refletida em detrimento da refratada (a reflexão ainda é parcial).

Observe que, enquanto o ângulo de incidência aumenta, o ângulo de refração aumenta, mas a quantidade de luz refratada é cada vez menor.

Quando o ângulo de incidência tende a um valor **L**, denominado **ângulo limite**, o ângulo de refração tende a 90°, mas a quantidade de luz refratada tende a zero. Atingido esse ângulo limite, não mais ocorre refração e a luz incidente é totalmente refletida. Esse fenômeno é denominado **reflexão total** e está ilustrado na figura IV. Para ângulos de incidência maiores que o ângulo limite, continua ocorrendo, evidentemente, a reflexão total.

Cálculo do ângulo limite

O ângulo limite (**L**) é calculado pela Lei de Snell, admitindo-se o ângulo de refração igual a 90° (emergência rasante).



$$n_2 < n_1$$

Temos, então:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$

Fazendo $\theta_1 = L$ e $\theta_2 = 90°$, vem:

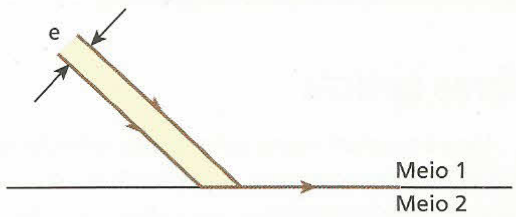
$$n_1 \operatorname{sen} L = n_2 \operatorname{sen} 90°$$

$$\operatorname{sen} L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_{menor}}{n_{maior}}$$

Observe que o seno do ângulo limite na fronteira de um dioptro é obtido dividindo-se o menor índice de refração pelo maior. Nesse cálculo, o engano é inconcebível, pois se dividirmos o índice maior pelo menor obteremos sen **L** maior que 1, o que é absurdo.

Notas:

- É muito importante observar que a consideração desse raio emergente rasante só é válida para efeito de cálculo do ângulo limite **L**. Na verdade, esse raio rasante não existe. Das várias razões para a sua inexistência, podemos citar:
  - — Se o raio emergente rasante existisse, ele deveria obedecer à reversibilidade da propagação da luz, isto é, "incidindo" rasante à fronteira (ver figura anterior), passaria "misteriosamente" para o meio 1, adentrando esse meio por um ponto privilegiado, que evidentemente não existe. "Incidir rasante" é, na realidade, "não incidir"!
  - — A emergência rasante de luz causaria o colapso do pincel de luz.



Qualquer pincel incidente tem, evidentemente, uma espessura **e**, diferente de zero. Se houvesse pincel refratado rasante, sua espessura seria nula (colapso do pincel).

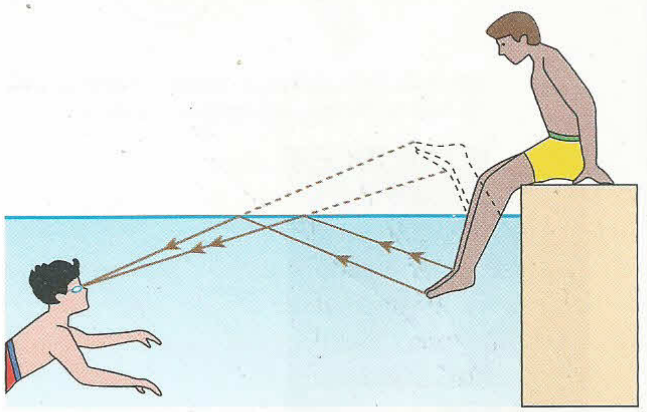
Essas e outras razões permitem afirmar, mais uma vez, que ocorre reflexão total e nenhuma refração quando o ângulo de incidência iguala-se ao valor-limite **L**. É correto dizer, porém, que, quando o ângulo de incidência **tende** ao valor-limite **L**, o ângulo de refração **tende** a 90°.

- Embora o raio rasante, incidente ou emergente, não exista, freqüentemente ele aparece em questões propostas em livros didáticos, em vestibulares e até mesmo em olimpíadas de Física. Nessas situações, se tivermos que resolver tais questões, não nos restará outra alternativa senão fazer de conta que o raio rasante existe.

Condições para ocorrer a reflexão total

A reflexão total só pode ocorrer se forem satisfeitas as seguintes condições:

- A luz deve dirigir-se do meio **mais refringente** para o meio **menos refringente**.
- O ângulo de incidência deve ser **igual ou superior** ao ângulo limite do dioptro.

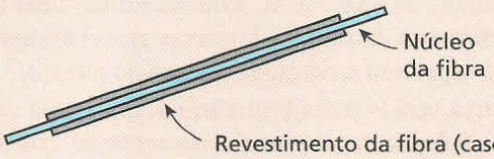


Um nadador, imerso em água e adequadamente posicionado, olha para uma pessoa sentada à beira da piscina. Devido à reflexão total, a visão do tronco da pessoa fica prejudicada.
O nadador, por visão direta, vê as pernas da pessoa submersas e, por reflexão total, vê a imagem dessas pernas como se a superfície da água fosse um espelho plano.

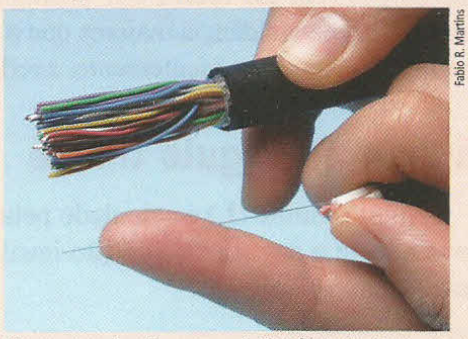
LEITURA

Fibras ópticas

Uma importantíssima aplicação da reflexão total dá-se nas fibras ópticas, largamente usadas na tecnologia moderna. Nas comunicações, sua importância destaca-se pela grande capacidade de transporte simultâneo de uma enorme quantidade de informações, por cabos muito finos (cada fibra tem diâmetro entre 0,1 mm e 0,2 mm). Essa é uma das vantagens das fibras sobre os fios metálicos.



Representação de uma fibra óptica para comunicação: o núcleo apresenta índice de refração maior que o do revestimento (casca).



Fabio R. Martins

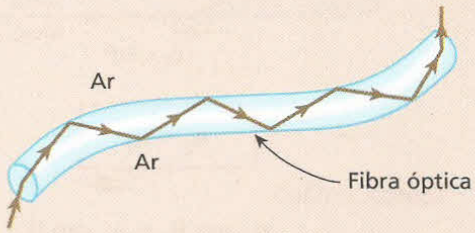
Nas comunicações, uma única fibra óptica pode transportar tanta informação quanto um grosso feixe de fios elétricos.

Além disso, a atenuação (redução da intensidade) dos sinais eletromagnéticos que se propagam em uma fibra óptica é baixa em comparação com o que acontece com os sinais elétricos transmitidos por fios metálicos. Assim, as fibras levam outra grande vantagem sobre os fios, principalmente nas transmissões a longas distâncias.

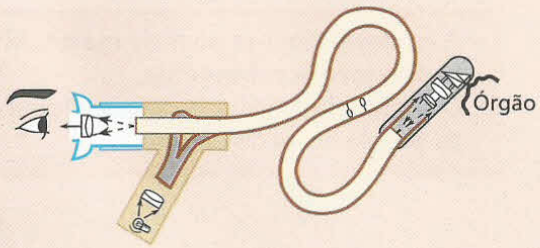
Outra vantagem das fibras é a imunidade às interferências eletromagnéticas, por serem feitas de materiais dielétricos, como vidros de óxido de silício e óxido de germânio, plásticos e outros materiais.

Na Medicina, são bastante usadas em equipamentos para observação de órgãos internos.

A figura ao lado ilustra o princípio de funcionamento das fibras ópticas.



Um raio de luz penetra por uma das extremidades de uma fibra óptica e emerge pela outra extremidade, após sofrer diversas **reflexões totais**.



Feixes de fibras ópticas podem ser usados na observação de órgãos internos, sem necessidade de cirurgia.

Steve Cole/Photodisc

Fotografia de luz sendo conduzida por um feixe de fibras ópticas.

Mark Tomalty/Masterfile

Na fotografia, cabos contendo um grande número de fibras ópticas.

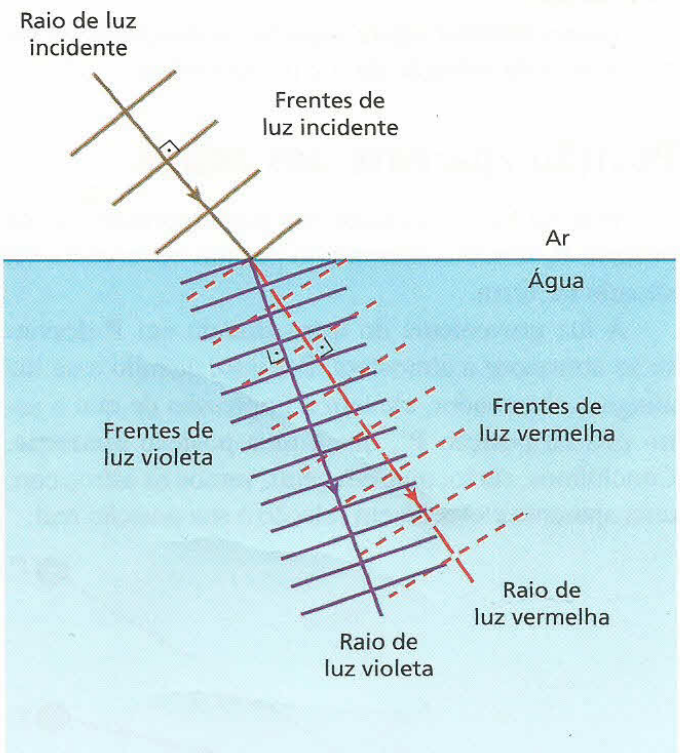
11. Dispersão da luz

Apresentação

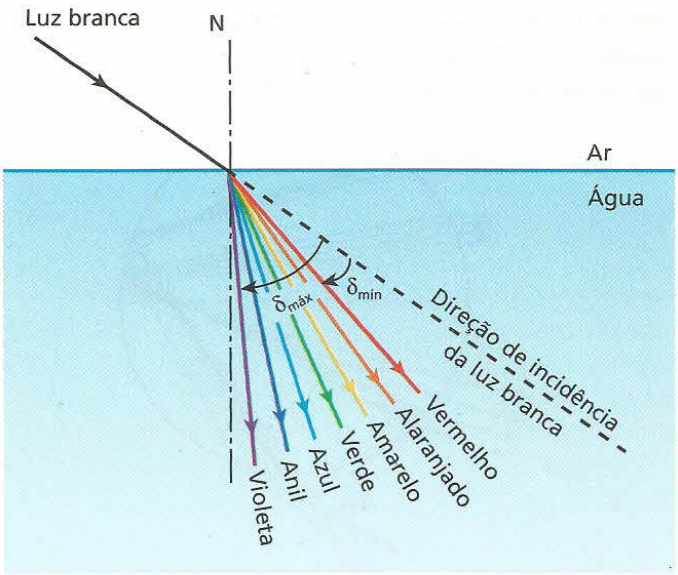
Estudaremos agora um fenômeno facilmente observável com uma luz policromática: a dispersão.

Dispersão de uma luz policromática é a sua decomposição nas diversas luzes monocromáticas que a constituem.

A dispersão é possível porque diferentes luzes monocromáticas, isto é, luzes de diferentes freqüências, propagam-se na matéria com diferentes velocidades, ou seja, percebem na matéria diferentes índices de refração. Veja, na figura abaixo, a representação esquemática de frentes planas de luz branca solar propagando-se no ar e incidindo obliquamente na fronteira entre o ar e a água. Todas as luzes monocromáticas componentes perdem velocidade quando passam do ar para a água. Essa perda de velocidade é mais acentuada, porém, para a luz violeta e menos acentuada para a vermelha. Por isso, as diversas cores separam-se.



Quando a frente de luz passa do ar para a água, a parte que já se encontra na água está atrasada em relação à parte que ainda se encontra no ar. Esse atraso, porém, é maior para a luz violeta e menor para a luz vermelha. Por causa disso, a luz vermelha, a luz violeta e as demais (não representadas) seguem rumos diferentes dentro da água, o que caracteriza o fenômeno da dispersão.



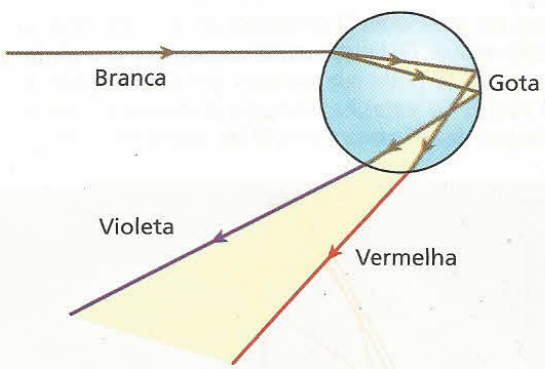
A figura representa os raios de luz branca e de sete cores que se separaram na dispersão. Observe que a luz vermelha experimenta o menor desvio ($\delta_{mín}$) em relação à direção de incidência da luz branca, enquanto a luz violeta experimenta o maior desvio ($\delta_{máx}$).

É importante notar que:

Na dispersão da luz, a luz monocromática de maior freqüência **sempre** sofre o maior desvio.

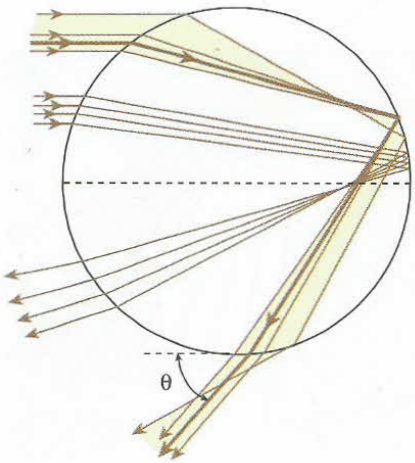
Arco-íris (primário)

O **arco-íris** é um exuberante fenômeno natural decorrente da dispersão da luz solar em gotas de chuva. Basicamente, o que ocorre é o seguinte: a luz branca penetra na gota, decompondo-se em diversas cores, que em seguida sofrem reflexão (parcial) nas paredes da gota, como mostra a figura:

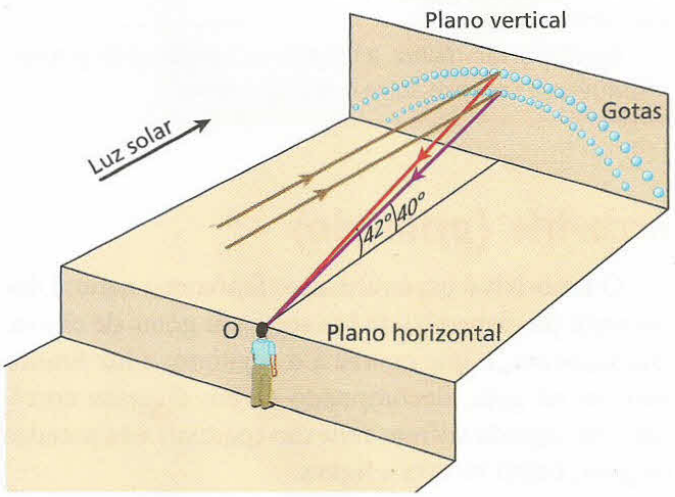


Pode-se demonstrar que, se um raio de determinada cor fizer o trajeto indicado na figura acima, de modo que seu desvio total seja máximo, todos os raios de mesma cor, vizinhos dele, emergirão da gota muito juntos, reforçando o feixe emergente em determinada direção. A figura a seguir mostra dois feixes de luz monocromática atingindo uma gota. Observe

que os raios do feixe superior emergem da gota muito juntos. Nesse feixe, o raio em traço mais grosso é o que sofre desvio máximo para a cor considerada.



Para a luz vermelha, esse reforço da luz refletida ocorre quando o ângulo **θ** indicado na figura vale aproximadamente 42°; e para a luz violeta, ocorre quando **θ** é próximo de 40°.



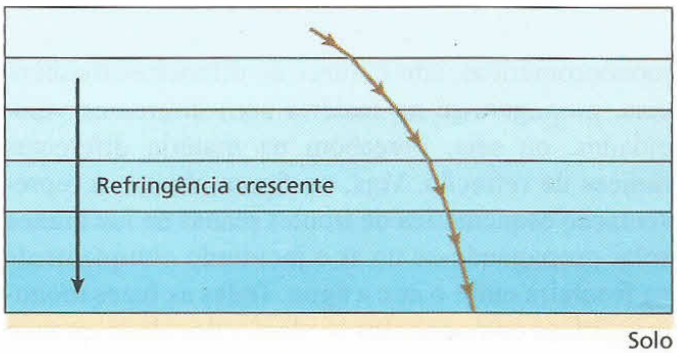
Na figura, um observador **O** contempla um arco-íris. Note que o observador está de costas para o Sol quando se coloca de frente para o arco-íris. As gotas que são vistas por **O** sob ângulo de 42° enviam para **O** luz vermelha reforçada; já aquelas que são vistas por **O** sob ângulo de 40° enviam para **O** luz violeta reforçada.

Dynamic Graphics/Keystone

Fotografia de arco-íris.

12. Refração na atmosfera

Segundo o Princípio da Propagação Retilínea da Luz, a luz propaga-se em linha reta nos meios transparentes e homogêneos. A atmosfera, porém, não é um meio homogêneo, pois apresenta uma densidade tanto menor quanto maior a altitude. Além disso, as predominâncias gasosas variam com a altitude. Conseqüentemente, quanto maior a altitude, menor é o índice de refração do ar. Então, a trajetória de um raio de luz na atmosfera é, em geral, curvilínea.



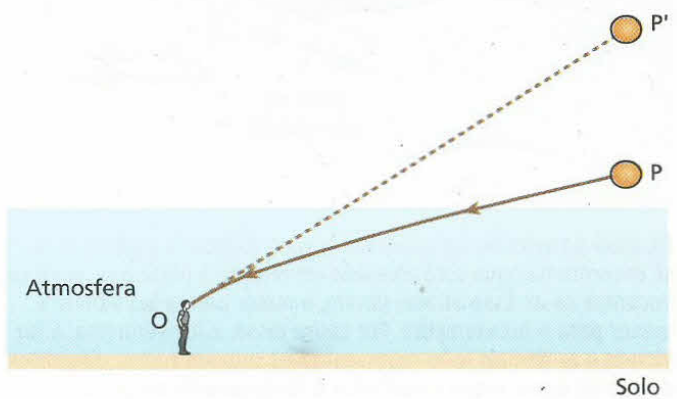
A atmosfera pode ser representada por meio de um modelo constituído de várias camadas gasosas de refringência tanto maior quanto menor a altitude. Um raio de luz originário do vácuo segue trajetória semelhante à da figura acima, quando incide obliquamente na atmosfera.

Vamos analisar agora algumas conseqüências interessantes da refração da luz na atmosfera.

Posição aparente dos astros

Veja, na figura seguinte, um astro representado na posição **P**, sendo contemplado por um observador **O**, situado na Terra.

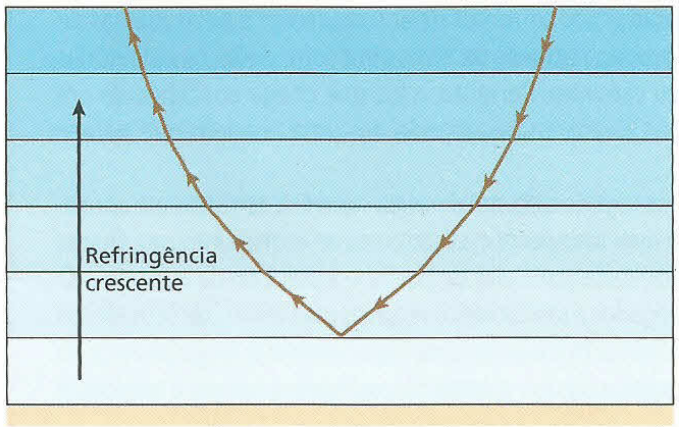
A luz proveniente do astro situado em **P** desvia-se ao atravessar a atmosfera. Por isso, quando essa luz atinge o observador, ele tem a impressão de que o astro está na posição **P'**, que é uma posição **aparente**. Concluímos, então, que, em geral, vemos os astros com uma aparente elevação em relação à sua posição real.



Miragens

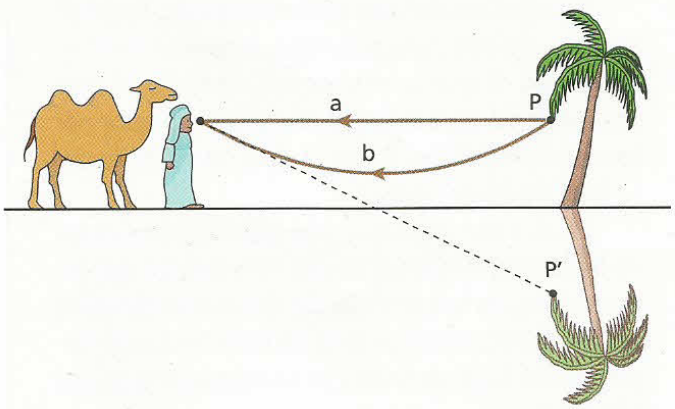
A temperatura junto ao solo pode determinar a ocorrência do curioso fenômeno da miragem.

Quando a temperatura do solo se torna muito elevada, o ar aquecido junto ao solo fica menos denso e, conseqüentemente, menos refringente que o ar que se encontra um pouco mais acima. Por causa disso, um raio de luz que desce obliquamente de encontro ao solo pode sofrer reflexão total antes de atingi-lo, como se vê no modelo a seguir.



Solo

Este fenômeno pode ocorrer tanto em temperaturas altas, como em desertos ou no solo em dias quentes, quanto em temperaturas baixas, especialmente nas regiões polares. A miragem que ocorre sob temperaturas altas é chamada de inferior, devido ao fato de formar a imagem sob o objeto, como é representado na ilustração abaixo.

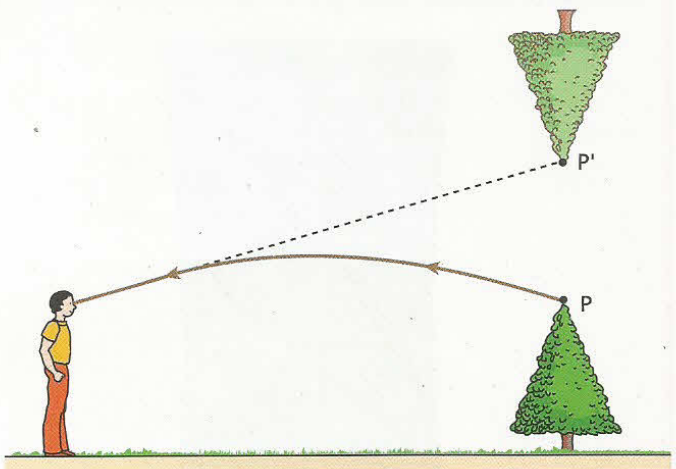


O observador recebe do objeto **P** tanto luz direta (**a**) como luz que o atinge após a reflexão total (**b**). Conseqüentemente, o observador enxerga tanto o objeto (**P**) como a sua imagem especular (**P'**), que ele tem a impressão de estar sendo produzida por um lago.

Pelo mesmo motivo, temos a impressão de que as estradas asfaltadas estão molhadas em dias quentes e ensolarados, quando observadas de posições convenientes, como mostra a fotografia a seguir.

Charles O'Rear/Corbis/Latin Stock

Também pode ocorrer que a temperatura do solo fique tão baixa que o ar junto dele se torne mais frio e, portanto, mais denso e mais refringente que o ar situado um pouco acima. Nesse caso, os raios de luz que partem do objeto e sobem obliquamente passam de camadas de ar mais refringentes para camadas menos refringentes, até a ocorrência da reflexão total. O observador vê a imagem do objeto "pairando" no ar. É a chamada miragem superior.



Observador Solo muito frio

Nota:

- A rigor, não é necessário que ocorra a reflexão **total** da luz para que se observe uma miragem. Basta que o ângulo de incidência aumente o suficiente para que a reflexão seja bastante acentuada.

LEITURA

Por que quando vemos a luz de longe ela chega a nossos olhos piscando?

Quando observamos fontes de luz a partir de longas distâncias, como estrelas, por exemplo, elas parecem de fato "piscar" ou "tremeluzir". Esse fenômeno, conhecido pelos astrônomos como *atmospheric seeing*, é causado essencialmente por manifestações da turbulência na atmosfera terrestre, como flutuações de temperatura e deslocamentos de correntes de ar.

O primeiro passo para a compreensão do *atmospheric seeing* foi dado em 1665 pelo físico inglês Robert Hooke (1635-1703), que sugeriu a existência de "pequenas e móveis regiões da atmosfera que, dotadas de diferentes poderes de refração, agem como lentes". De fato, diferentes regiões da atmosfera têm índices de refração ligeiramente distintos, devido às pequenas variações de temperatura e densidade causadas por correntes de ar turbulentas e pelas massas de ar aquecidas provenientes do solo. Dessa forma, a luz que se propaga através da atmosfera sofre deflexões aleatórias nessas regiões de turbulência, sendo desviada ao longo de seu caminho. Portanto, a luz que chega aos olhos de um observador situado a longas distâncias sofre pequenos desvios aleatórios, resultando em uma imagem que parece "piscar" ou mover-se.

O fenômeno de *seeing* se manifesta de forma mais evidente nas regiões mais próximas da superfície terrestre, até aproximadamente 100 m acima do solo, exatamente onde a atmosfera é mais turbulenta e as correntes de ar, mais intensas. Outros fatores também podem contribuir para o *seeing*, como a concentração de partículas de poeira e a poluição da atmosfera. O *seeing* atmosférico é um problema para os astrônomos, que são obrigados a utilizar vários recursos para minimizar seus efeitos na observação do céu. Uma das provas disso é o fato de a Agência Espacial Norte-americana (Nasa) estimar já ter gasto cerca de US$ 2 bilhões na luta contra os efeitos nocivos do *seeing*, ou seja, quase a mesma quantia necessária para colocar o telescópio espacial Hubble em órbita!

Felipe A. Pinheiro

Laboratório de Magnetismo, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

PINHEIRO, Felipe A. "Por que quando vemos a luz de longe ela chega a nossos olhos piscando?" *Ciência Hoje*. Rio de Janeiro: SBPC, vol. 36, n. 212, jan.-fev. 2005. p. 5.

É ou não é?

Ao observar a cartola representada na figura a seguir, temos a certeza de que sua altura é maior que sua largura. Entretanto, medindo esses dois comprimentos com uma régua, constatamos que eles são iguais!

Como se explica isso?

Pelo que se sabe, não existe explicação. Se surgir alguma, não será dada pela Física, mas sim pela Neurofisiologia, já que se trata de um equívoco de nosso cérebro na decodificação dos sinais captados por seus sensores visuais. A isso se dá o nome de ilusão, no caso, ilusão de óptica.

O Sol, a Lua e constelações, quando observados no horizonte, também nos dão a certeza de que estão maiores do que quando são vistos mais elevados no céu, mas também se trata de uma ilusão não explicada até hoje: as medições comprovam que isso não é real.

Já se tentou explicar esse problema como sendo conseqüência da **refração** da luz ao adentrar a atmosfera terrestre. Foi uma tentativa frustrada, já que não se trata de um fato, e sim de uma ilusão.

Por que em algumas noites a Lua aparece no céu grande e colorida e depois fica pequena e branca?

Essa pergunta pode ser dividida em duas. Os motivos de a Lua estar "colorida" ou branca no céu e de parecer maior ou menor são diferentes. Mas, realmente, a Lua, logo após nascer ou um pouco antes de se pôr, aparece no céu grande e avermelhada e quando está mais alta, menor e esbranquiçada.

Vamos responder primeiro o porquê de ela ter uma coloração avermelhada. Quando observamos um astro no horizonte – não apenas a Lua –, a luz que nos chega dele atravessa uma massa de ar da atmosfera bem maior do que quando ele está alto no céu, sendo, por isso, mais absorvida. Essa absorção é menos intensa para a cor vermelha, deixando a Lua ou qualquer outro astro com essa coloração. Esse efeito é acentuado pela poluição, pois mais partículas de poeira e gás estão no ar, aumentando a absorção. Conforme a Lua se eleva, a absorção é menor, e, com isso, a vemos mais branca.

Agora vamos para a segunda parte desta pergunta. A idéia de que a Lua é maior quando está próxima do horizonte é bastante antiga. Chineses e gregos já mencionavam esse fato mais de três séculos antes de Cristo. E não é só a Lua: qualquer objeto extenso no céu e perto do horizonte, como uma constelação, também parece maior. Apesar de muitos perceberem esse efeito, a Lua não fica maior no horizonte! O que acontece é uma ilusão de óptica! Qualquer um pode comprovar isso fotografando a Lua quando ela está no horizonte e quando ela está alta, e comparando os tamanhos. Na verdade, no horizonte ela fica menor, pois está mais afastada, porém nada que conseguíssemos perceber a olho nu. O que é mais incrível é que, no meio científico, ainda não há um consenso sobre o que causa essa ilusão.

Uma explicação bem aceita fala da questão da referência. Ao observarmos a Lua no horizonte, geralmente a comparamos com objetos familiares, como casas, árvores, montanhas, o que dá a impressão de ela ser maior do que quando a observamos bem alta e sozinha no céu. O problema dessa explicação é que a ilusão permanece mesmo quando vemos a Lua no horizonte, sem nenhuma referência, como no oceano, o que prova que ela não está completa. Outras hipóteses consideram a ilusão uma questão fisiológica e tentam explicar por que nosso cérebro se comporta desse jeito. Quais os motivos dessa percepção enganosa? O mistério persistirá até compreendermos melhor como o nosso cérebro funciona e como se desenvolve a nossa percepção óptica.

Wailã de Souza Cruz

Fundação Planetário da Cidade do Rio de Janeiro.

Fonte: *Ciência Hoje*, vol. 38, n. 225, abr. 2006.

FAÇA VOCÊ MESMO

1. Um espelho de fuligem

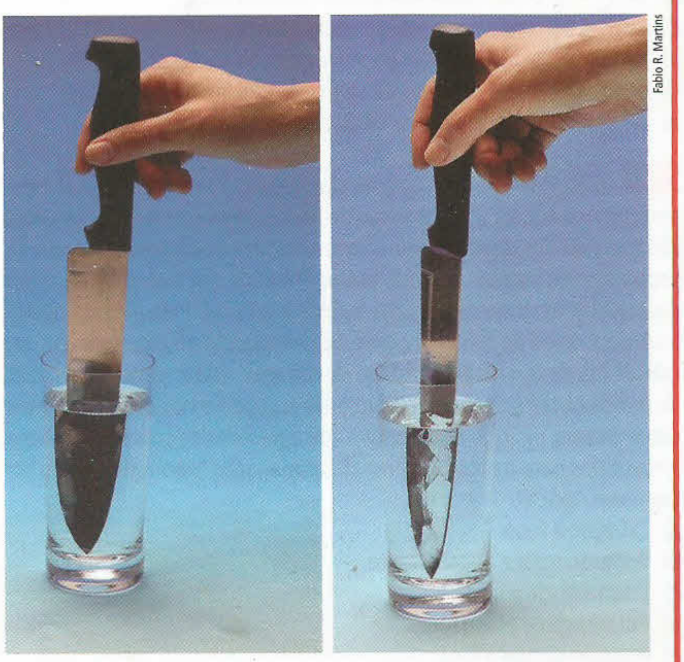
Na chama de uma vela, enegreça uma das faces da lâmina de uma faca. Em seguida, introduza a faca em um copo com água, de modo que a face enegrecida fique de frente para você.

Desse modo, você a verá escura – o que não é nenhuma novidade!

Mantendo a faca na vertical, comece a girá-la lentamente, até observar um belíssimo espelhamento na região da fuligem.

Isso acontece porque a fuligem, a partir do momento em que foi depositada na faca, retém uma película gasosa, fenômeno denominado **adsorção**. Assim, conseguimos provocar a reflexão total da luz, que, propagando-se na água, incide obliquamente nessa película menos refringente que ela.

► CUIDADO!
Este experimento envolve fogo.
Cuidado também ao manusear a faca.



Fabio R. Martins

2. Arco-íris, mesmo sem chuva

Você pode produzir um arco-íris usando uma mangueira de jardim, num dia ensolarado. Para isso, num horário em que o Sol não está a pino, como no meio da manhã ou no meio da tarde, fique de costas para ele, segurando a mangueira. Com os dedos, faça com que a água saia espraiada, em leque. Você verá, então, um arco-íris à sua frente.

Jonny Gitti

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

30 (PUC-SP) É dada a tabela:

Material	Índice de refração absoluto
Gelo	1,309
Quartzo	1,544
Diamante	2,417
Rutilo	2,903

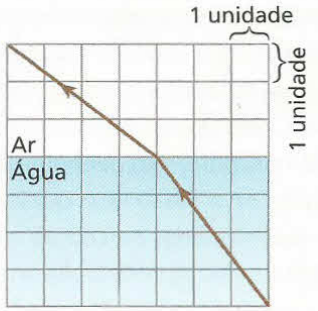
É possível observar reflexão total com luz incidindo do:
a) gelo para o quartzo.
b) gelo para o diamante.
c) quartzo para o rutilo.
d) rutilo para o quartzo.
e) gelo para o rutilo.

31 Quando um feixe de luz, propagando-se no vidro, atinge a fronteira do vidro com o ar, podemos assegurar que ocorre refração? E reflexão?

32 Quando um raio de luz dirige-se de um meio **A** (índice de refração n_A) para um meio **B** (índice de refração n_B):
a) se $n_A > n_B$, o raio certamente sofre reflexão total;
b) se $n_A < n_B$, o raio pode sofrer reflexão total;
c) se $n_A < n_B$, o raio certamente sofre refração e reflexão parcial;
d) se $n_A > n_B$, o raio certamente sofre refração e reflexão parcial;
e) se $n_A = n_B$, o raio aproxima-se da normal.

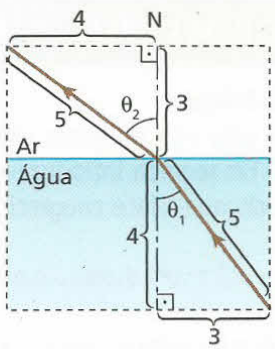
33 (UEL-PR) As fibras ópticas são largamente utilizadas nas telecomunicações para a transmissão de dados. Nesses materiais, os sinais são transmitidos de um ponto ao outro por meio de feixes de luz que se propagam no interior da fibra, acompanhando sua curvatura. A razão pela qual a luz pode seguir uma trajetória não-retilínea na fibra óptica é conseqüência do fenômeno que ocorre quando da passagem de um raio de luz de um meio, de índice de refração maior, para outro meio, de índice de refração menor. Com base no texto e nos conhecimentos sobre o tema, indique a alternativa que apresenta os conceitos ópticos necessários para o entendimento da propagação "não-retilínea" da luz em fibras ópticas.
a) Difração e foco.
b) Reflexão total e ângulo limite.
c) Interferência e difração.
d) Polarização e plano focal.
e) Imagem virtual e foco.

34 **E.R.** O esquema a seguir representa a refração da luz da água para o ar:



A partir das informações contidas no esquema, determine o seno do ângulo limite do dioptro água-ar para a luz em questão.

Resolução:
Contando as divisões do quadriculado, obtemos:



Usando a Lei de Snell:

$$n_{água} \operatorname{sen} \theta_1 = n_{ar} \operatorname{sen} \theta_2$$

$$n_{água} \cdot \frac{3}{5} = n_{ar} \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n_{ar}}{n_{água}} = \frac{3}{4}$$

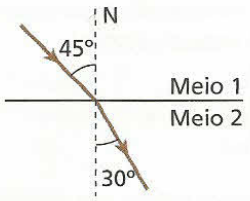
O seno do ângulo limite é dado por:

$$\operatorname{sen} L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}}$$

Então, como n_{ar} é menor que $n_{água}$:

$$\operatorname{sen} L = \frac{n_{ar}}{n_{água}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen} L = 0{,}75}$$

35 (UEL-PR) Um raio de luz se propaga do meio 1, cujo índice de refração vale $\sqrt{2}$, para o meio 2, seguindo a trajetória indicada na figura abaixo:



Dados: sen 30° = $\frac{1}{2}$; sen 45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$; sen 60° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

O ângulo limite para esse par de meios vale:

a) 90°. c) 45°. e) zero.
b) 60°. d) 30°.

36 **E.R.** Um raio de luz monocromática propaga-se em um vidro de índice de refração igual a $\sqrt{2}$ e incide na fronteira plana entre o vidro e o ar sob ângulo de incidência igual a 60°. Descreva o fenômeno que ocorre com o raio nessa fronteira.

Resolução:

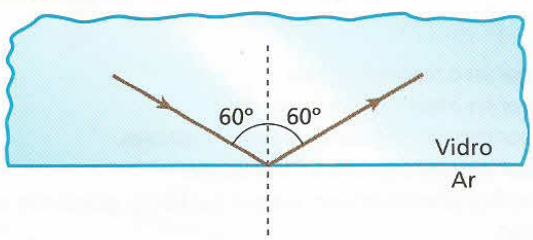
Observe que o raio incidente dirige-se do meio mais refringente (vidro) para o menos refringente (ar). Por isso, é possível que ocorra reflexão total.

Calculando o ângulo limite na fronteira:

$$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{n_{ar}}{n_{água}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow L = 45°$$

Como o ângulo de incidência (60°) é maior que o ângulo limite (45°), concluímos que:

O raio de luz sofre reflexão total na fronteira.



Nota:

- A ocorrência da reflexão total pode também ser constatada pela Lei de Snell, uma vez que sua aplicação nos leva a um absurdo. Aplicando essa lei, temos:

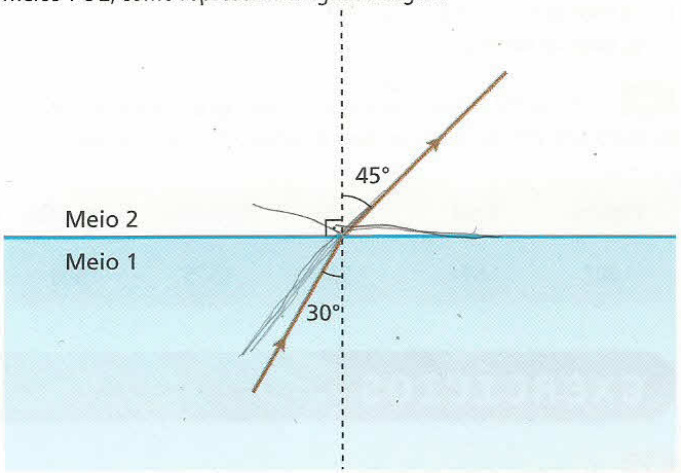
$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

$$\sqrt{2} \text{ sen } 60° = 1 \text{ sen } \theta_2$$

$$\text{sen } \theta_2 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} > 1, \text{ o que é um absurdo.}$$

A aplicação da Lei de Snell pressupõe a ocorrência do fenômeno da refração. Quando ela nos leva a um absurdo, devemos entender que o fenômeno que se supõe ocorrer (refração) na realidade não ocorre. A luz sofre, portanto, reflexão total.

37 Um raio de luz monocromática atravessa a fronteira entre os meios 1 e 2, como representa a figura a seguir:

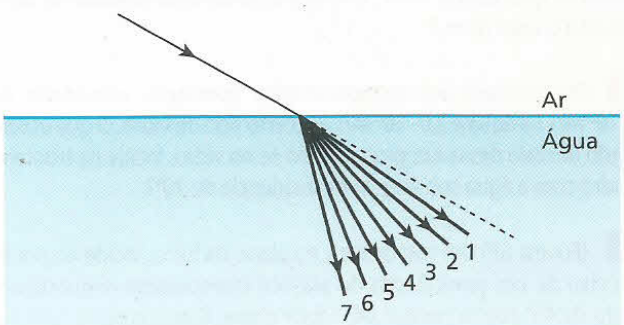


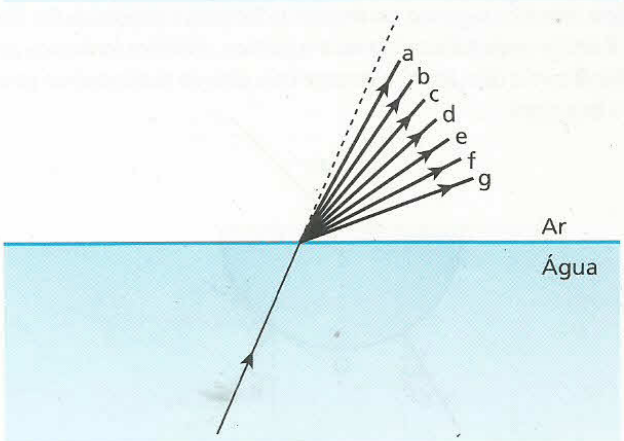
Determine o que ocorreria se o ângulo de incidência, em vez de 30°, fosse igual à 45°.

38 Considere dois blocos, um de vidro e outro de diamante, de mesmo formato e igualmente lapidados, imersos no ar. Sabe-se que o índice de refração do diamante é maior que o do vidro. Sendo igualmente iluminados:

a) o diamante brilha mais, porque o ângulo limite na fronteira diamante-ar é menor que na fronteira vidro-ar, o que favorece a reflexão da luz internamente no diamante;
b) o diamante brilha mais, porque o ângulo limite na fronteira diamante-ar é maior que na fronteira vidro-ar;
c) o diamante brilha mais, porque a luz se propaga em seu interior com velocidade maior que no interior do vidro;
d) o vidro brilha mais, porque ele é mais refringente que o diamante;
e) o vidro e o diamante brilham igualmente.

39 As figuras seguintes mostram um pincel cilíndrico de luz branca solar passando do ar para a água e da água para o ar, decompondo-se nas sete cores básicas:





Identifique:
a) os raios de luz vermelha;
b) os raios de luz violeta;
c) os raios de luz verde.

40 (UFRGS-RS) A tabela apresenta os valores do índice de refração do vidro *flint*, em relação ao ar, para diversas cores da luz visível:

Violeta	Azul	Verde	Amarelo	Vermelho
1,607	1,594	1,581	1,575	1,569

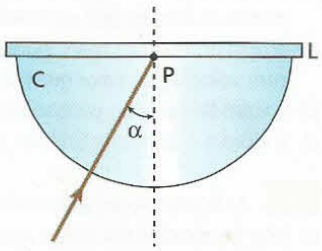
Um feixe de luz branca, proveniente do ar, atinge obliquamente uma lâmina desse vidro, com um ângulo de incidência bem determinado. O feixe sofre dispersão ao ser refratado nessa lâmina, separando-se nas diversas cores que o compõem. Qual das alternativas estabelece uma relação correta para os correspondentes ângulos de refração das cores vermelho, verde e azul, respectivamente?
a) $\theta_{vermelho} > \theta_{verde} > \theta_{azul}$
b) $\theta_{vermelho} > \theta_{verde} = \theta_{azul}$
c) $\theta_{vermelho} = \theta_{verde} < \theta_{azul}$
d) $\theta_{vermelho} < \theta_{verde} < \theta_{azul}$
e) $\theta_{vermelho} < \theta_{verde} > \theta_{azul}$

41 Quais os fenômenos ópticos que determinam a ocorrência do arco-íris?

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

42 As estrelas cintilam porque:
a) acendem e apagam alternadamente;
b) o índice de refração da atmosfera cresce com a altitude;
c) o índice de refração da atmosfera diminui com a altitude;
d) ocorrem reflexões em seu interior, enquanto elas se movem;
e) os valores dos índices de refração nos diversos pontos da atmosfera não são estáveis e a intensidade da luz que recebemos delas é muito pequena.

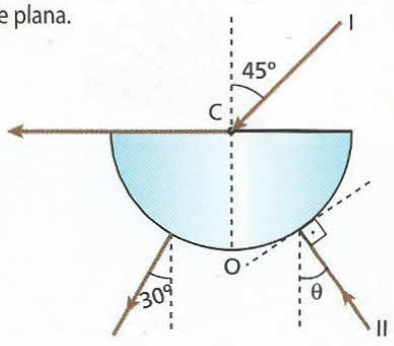
43 (ITA-SP) Para a determinação do índice de refração (n_1) de uma lâmina de vidro (**L**), foi usado o dispositivo da figura, em que **C** representa a metade de um cilindro de vidro opticamente polido, de índice de refração $n_2 = 1{,}80$. Um feixe fino de luz monocromática incide no ponto **P**, sob um ângulo α, no plano do papel.



Observa-se que, para $\alpha \geq 45°$, o feixe é inteiramente refletido na lâmina. Qual é o valor de n_1?

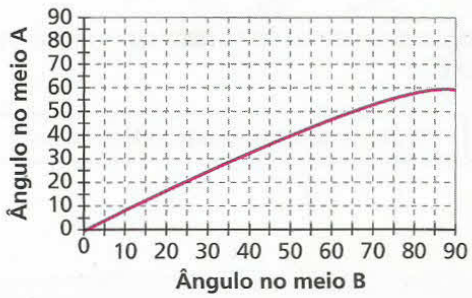
44 Determinada luz monocromática apresenta velocidade de $2{,}3 \cdot 10^8$ m/s na água e $2{,}0 \cdot 10^8$ m/s em certo tipo de vidro. O que ocorre quando um raio dessa luz, propagando-se no vidro, incide na fronteira do vidro com a água sob ângulo de incidência de 70°?

45 (Fuvest-SP) Um raio de luz I, no plano da folha, incide no ponto **C** do eixo de um semicilindro de plástico transparente, segundo um ângulo de 45° com a normal OC à face plana. O raio emerge pela superfície cilíndrica segundo um ângulo de 30° com a direção de OC. Um raio II incide perpendicularmente à superfície cilíndrica formando um ângulo θ com a direção OC e emerge com direção praticamente paralela à face plana.



Podemos concluir que:
a) $\theta = 0°$.
b) $\theta = 30°$.
c) $\theta = 45°$.
d) $\theta = 60°$.
e) a situação proposta no enunciado não pode ocorrer.

46 (Unifesp-SP) O gráfico mostra a relação entre os ângulos de incidência e de refração entre dois materiais transparentes e homogêneos, quando um raio de luz incide sobre a superfície de separação entre esses meios, qualquer que seja o sentido do percurso.
Se esses materiais fossem utilizados para produzir a casca e o núcleo de fibras ópticas, deveria compor o núcleo da fibra o meio:

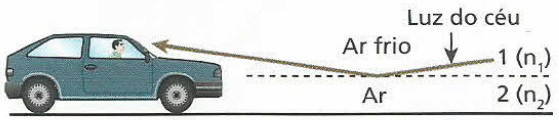


a) **A**, por ser o mais refringente.
b) **B**, por ser o menos refringente.
c) **A**, por permitir ângulos de incidência maiores.
d) **B**, porque nele a luz sofre maior desvio.
e) **A** ou **B**, indiferentemente, porque nas fibras ópticas não ocorre refração.

47 O índice de refração constitui um eficiente critério para a identificação de uma pedra preciosa e, conseqüentemente, para a apuração de sua autenticidade. O índice de refração pode ser determinado por aparelhos denominados refratômetros, mas também é possível determiná-lo pelo método de imersão, que consiste em mergulhar a pedra em um líquido de índice de refração conhecido e observá-la. Para isso são fabricados líquidos de índices de refração que variam de 1,5 até valores superiores a 2,0.
As turmalinas, principalmente a variedade denominada rubelita, em geral possuem muitas fraturas internas, que são preenchidas de gás e provocam notáveis reflexões com a incidência da luz.
a) Para determinar o índice de refração por imersão, procura-se o líquido no qual a pedra "desaparece". O que se pode concluir sobre o índice de refração da pedra?
b) Por que ocorrem intensas reflexões nas fraturas das turmalinas?

48 (Unicamp-SP – mod.) Um tipo de miragem muito comum nos leva a pensar que há água no chão de uma estrada. O que vemos é, na verdade, a reflexão da luz do céu por uma camada de ar quente próxima ao solo. Isso pode ser explicado por um modelo simplificado como o da figura abaixo, em que **n** representa o índice de refração. Numa camada próxima ao solo, o ar é aquecido, e assim seu índice de refração n_2 se reduz.

Considere a situação na qual o ângulo de incidência é de 84°. Adote $n_1 = 1{,}010$ e use a aproximação sen 84° = 0,995.



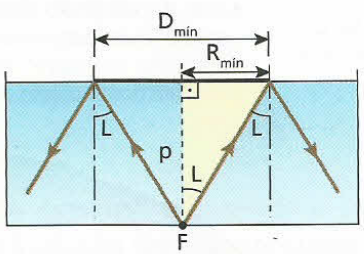
a) Qual deve ser o máximo valor de n_2 para que a miragem seja vista? Dê a resposta com três casas decimais.
b) Em qual das camadas (1 ou 2) a velocidade da luz é maior?

49 Um raio de luz monocromática atravessa a fronteira plana entre dois meios **A** e **B**, de **A** para **B**, com ângulo de incidência igual a 30° e ângulo de refração igual a 60°. Determine:
a) o comportamento de um raio de luz de mesma freqüência, que se dirige de **A** para **B** com ângulo de incidência de 60°;
b) o comportamento de um raio de luz de mesma freqüência, que forma no meio **B** um ângulo de 30° com a normal e dirige-se de **B** para **A**.

50 | **E.R.** No fundo de um tanque de profundidade **p** igual a 2,0 m há uma fonte de luz **F**, considerada pontual. O tanque é, então, preenchido com um líquido de índice de refração absoluto $\sqrt{2}$, em cuja superfície é posto a flutuar um disco opaco, circular e de centro pertencente à vertical que passa por **F**. Calcule o mínimo diâmetro que o disco deve ter para que observadores situados no ar não consigam ver a fonte **F**. As paredes do tanque são opacas.

Resolução:

Os raios emitidos por **F**, e que incidem na fronteira líquido-ar sob ângulos de incidência maiores que o ângulo limite **L** ou iguais a ele, sofrem reflexão total e, portanto, não emergem para o ar. Assim, apenas um cone de luz proveniente de **F** é capaz de emergir para o ar. Entretanto, esse cone não emergirá se a superfície do líquido for coberta por um material opaco. E a figura mostra o disco de diâmetro mínimo ($D_{mín}$) capaz de fazer isso:



Calculando o ângulo limite **L**:

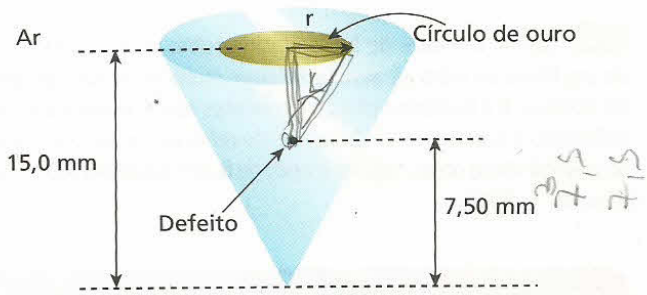
$$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{n_{ar}}{n_{líquido}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow L = 45°$$

No triângulo retângulo destacado, temos:

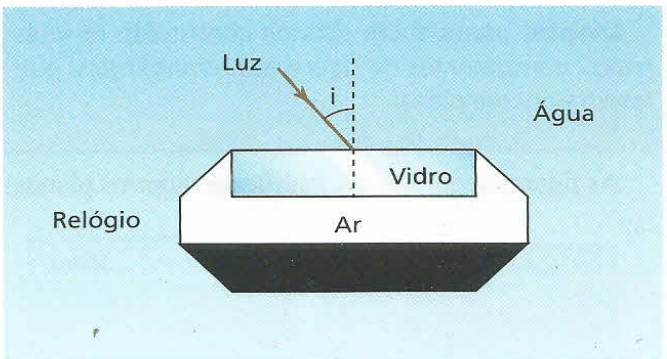
$$\text{tg } L = \frac{R_{mín}}{p} \Rightarrow \text{tg } 45° = \frac{R_{mín}}{2{,}0} \Rightarrow 1 = \frac{R_{mín}}{2{,}0} \Rightarrow R_{mín} = 2{,}0 \text{ m}$$

Portanto: $\boxed{D_{mín} = 4{,}0 \text{ m}}$

51 (UFPE) Uma pedra preciosa cônica, de 15,0 mm de altura e índice de refração igual a 1,25, possui um pequeno ponto defeituoso sobre o eixo do cone a 7,50 mm de sua base. Para esconder esse ponto de quem olha de cima, um ourives deposita um pequeno círculo de ouro na superfície. A pedra preciosa está incrustada em uma jóia de forma que sua área lateral não está visível. Qual deve ser o menor raio **r**, em mm, do círculo de ouro depositado pelo ourives?



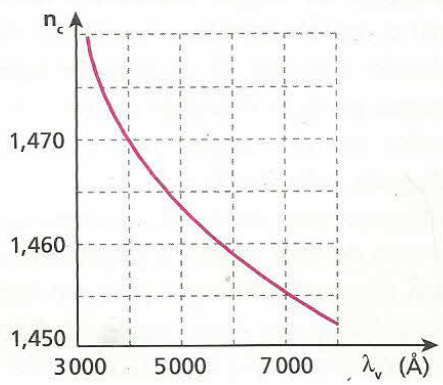
52 Alguns alunos contaram a um professor de Física que os mostradores de seus relógios pareciam belos espelhos quando observados de certas posições, durante um mergulho. Aberta a discussão para a análise do fenômeno, um aluno lembrou que sob o vidro do mostrador existe ar e que o fenômeno era devido à reflexão total na interface vidro-ar.



Determine para que valores do ângulo de incidência **i** ocorre o fenômeno descrito.

Dados: índice de refração do ar = 1,0;
índice de refração da água = 1,3;
índice de refração do vidro = 1,4;
sen 45° = 0,71; sen 48° = 0,74;
sen 46° = 0,72; sen 49° = 0,75;
sen 47° = 0,73; sen 50° = 0,77.

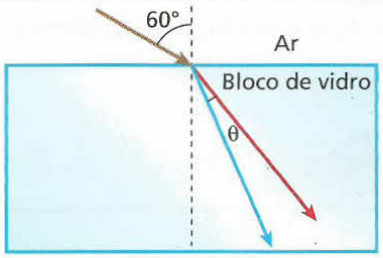
53 O gráfico abaixo fornece o índice de refração n_c de um cristal em função do comprimento de onda da luz, λ_v, medido no vácuo. Considere $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s a velocidade de propagação da luz no vácuo.



a) Com que velocidade v_c a luz de comprimento de onda $\lambda_v = 4\,000$ Å se propaga no cristal?
b) Determine o comprimento de onda λ_c da luz de comprimento de onda $\lambda_v = 4\,000$ Å, quando se propaga no cristal.
c) Um estreito feixe cilíndrico de luz de comprimento de onda $\lambda_v = 4\,000$ Å, propagando-se no vácuo, incide na face plana de um bloco desse cristal, com ângulo de incidência $\theta_v = 30°$. Determine o ângulo de refração correspondente (θ_c).

54 (UFPE) Um feixe de luz, ao incidir sobre uma superfície plana de um bloco de vidro, se abre num leque multicor de luz cujo ângulo de abertura **θ** é limitado pelas componentes azul e vermelha do feixe. Utilizando a tabela que dá os índices de refração do vidro em relação ao ar, para várias cores, calcule o valor de **θ**, em graus (sen 60° ≃ 0,866 e sen 45° ≃ 0,707).

Cor	Índice de refração
Azul	1,732
Verde	1,643
Amarela	1,350
Vermelha	1,225



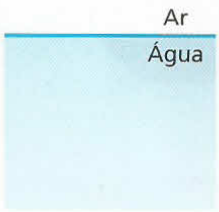
Bloco 3

13. Dioptro plano

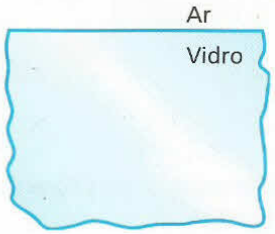
Como você já viu:

Dioptro plano é um sistema constituído de dois meios transparentes de diferentes refringências, que fazem fronteira plana.

As figuras seguintes exemplificam dioptros planos:



Esquema de dioptro plano ar-água.



Esquema de dioptro plano ar-vidro.

Vamos, agora, estudar a refração no dioptro plano, considerando sempre objetos reais.

Refração em dioptro plano

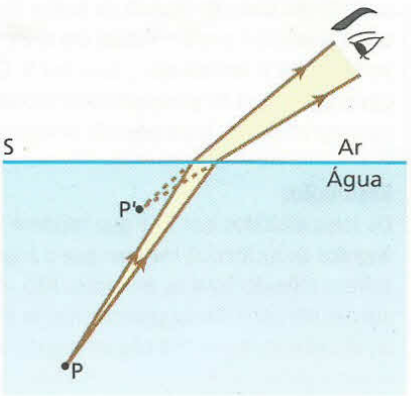
Com relação a um dioptro plano, imagine a seguinte situação: um objeto situado em um dos meios do dioptro e um observador situado no outro meio, contemplando o objeto. O observador sempre "vê o objeto" numa posição diferente da real. Na verdade, o observador não vê o objeto, mas sim uma **imagem** dele conjugada pelo dioptro. É por causa disso que, quando olhamos para uma piscina cheia de água, estando do lado de fora, temos a impressão de que ela é mais rasa e, quando olhamos para um lápis parcialmente mergulhado em água, como na foto a seguir, temos a impressão de que ele está dobrado.

Objeto no meio mais refringente e observador no meio menos refringente

Considere um observador no ar (meio menos refringente) contemplando um objeto **P** imerso na água (meio mais refringente). Obviamente, para o observador ver o objeto, é necessário que a luz proveniente do objeto atinja os seus olhos.

Fábio R. Martins

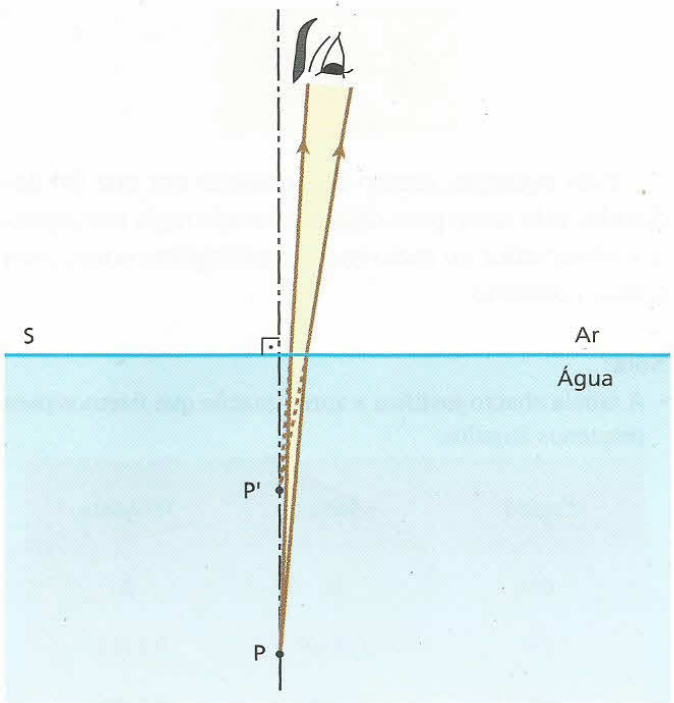
O lápis parece ter uma dobra na superfície da água.

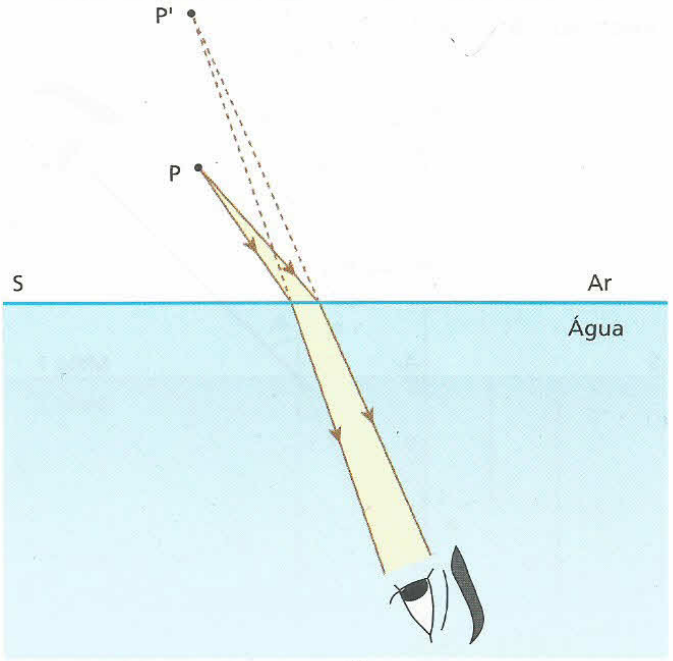


Em relação à superfície dióptrica **S**, o ponto **P** é um ponto objeto real e o ponto **P'** é um ponto imagem virtual. O observador enxerga P', que se comporta como um ponto objeto real em relação a ele.

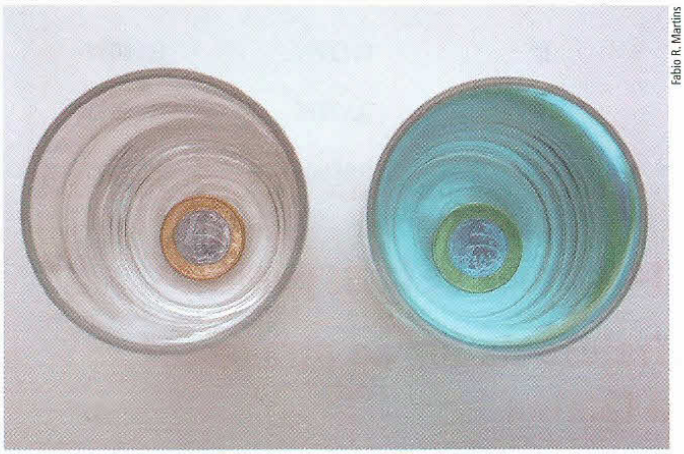
Note que o observador "enxerga o ponto objeto **P**" aparentemente elevado em relação à sua verdadeira posição. Assim, quando estamos no ar e "vemos um peixe" dentro da água, o peixe está, na realidade, abaixo da posição em que "é visto".

No caso particular em que o observador está sobre a reta perpendicular à superfície dióptrica passando pelo objeto **P**, ou nas vizinhanças dessa reta, isto é, se os ângulos de incidência e refração são pequenos, a imagem **P'** é vista aproximadamente sobre essa mesma reta:





Em relação à superfície dióptrica **S**, o ponto **P** é um ponto objeto real e o ponto **P'** é um ponto imagem virtual. O observador enxerga **P'**, que se comporta como um ponto objeto real em relação a ele.



Fabio R. Martins

Uma moeda no fundo de um copo cheio de água parece estar mais próxima do observador que uma moeda igual no fundo de um copo sem água.

Objeto no meio menos refringente e observador no meio mais refringente

Considere um observador na água (meio mais refringente) contemplando um objeto **P** situado no ar (meio menos refringente).

Note que, também aqui, o observador "enxerga o objeto **P**" aparentemente elevado em relação à sua verdadeira posição. Assim, quando estamos dentro da água e "vemos um avião", ele está, na realidade, abaixo da posição em que "é visto".

Também nesse caso, **P** e **P'** situam-se aproximadamente em uma mesma reta vertical quando o observador está nas vizinhanças dessa reta.

Notas:

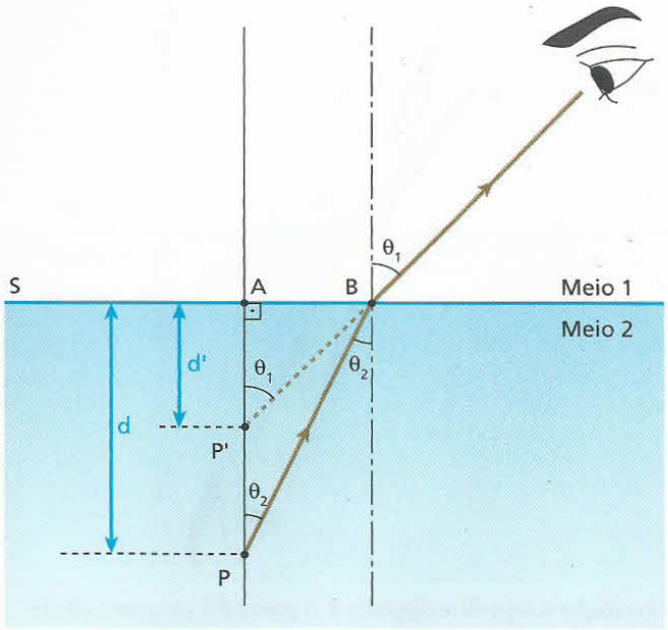
- Para um objeto real, o dioptro plano sempre conjuga uma imagem virtual.
- Para diferentes pincéis de luz provenientes de **P**, o dioptro plano conjuga imagens **P'** em diferentes posições, tratando-se, portanto, de um sistema astigmático. Por isso, a posição em que um observador vê **P'** depende da posição desse observador.
- Nos dois casos analisados, observa-se uma elevação aparente do objeto.

Equação do dioptro plano para pequenos ângulos de incidência

Você vai conhecer agora uma relação quantitativa entre a posição real de um objeto e sua posição aparente, num caso particular.

Para isso, considere um dioptro plano constituído pelos meios 1 e 2 e suponha que o meio 2 seja o mais refringente ($n_2 > n_1$). Admita que as observações sejam feitas sobre a reta perpendicular à superfície dióptrica passando pelo objeto ou nas suas vizinhanças, ou seja, considere pequenos ângulos de incidência e refração. Apesar disso, faremos a figura básica para a obtenção da equação do dioptro usando ângulos grandes para que os detalhes geométricos possam ser mais facilmente percebidos.

Na figura abaixo, um objeto **P** situado no meio 2 é observado do meio 1.



Nessa figura, os triângulos retângulos PAB e P'AB permitem escrever:

$$\text{tg}\,\theta_2 = \frac{AB}{PA} \quad \text{e} \quad \text{tg}\,\theta_1 = \frac{AB}{P'A}$$

Dividindo tg θ_2 por tg θ_1, obtemos:

$$\frac{\text{tg}\,\theta_2}{\text{tg}\,\theta_1} = \frac{P'A}{PA}$$

Como P'A é a distância **d'** da imagem **P'** à superfície dióptrica **S** e PA é a distância **d** do objeto **P** a essa superfície, temos:

$$\frac{\text{tg}\,\theta_2}{\text{tg}\,\theta_1} = \frac{d'}{d} \quad \text{(I)}$$

Pela Lei de Snell, temos:

$$\frac{\text{sen}\,\theta_2}{\text{sen}\,\theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{(II)}$$

Para pequenos valores de θ_1 e θ_2, valem as seguintes aproximações:

$$\text{tg}\,\theta_1 \simeq \text{sen}\,\theta_1$$
$$\text{tg}\,\theta_2 \simeq \text{sen}\,\theta_2$$

Assim, as expressões (I) e (II) conduzem a:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_1}{n_2}$$

Observando que n_2 é o índice de refração do meio onde o raio de luz se origina e que n_1 é o índice de refração do meio para o qual o raio se destina, podemos escrever a Equação do Dioptro Plano:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}}$$

Essa equação, dentro da condição em que foi deduzida, vale tanto para objeto no meio mais refringente e observador no meio menos refringente como para o caso contrário.

Nota:

- A tabela abaixo justifica a aproximação que fizemos para pequenos ângulos:

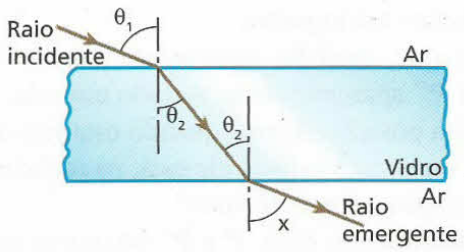
Ângulo	Seno	Tangente
0°	0	0
2°	0,03490	0,03492
4°	0,06976	0,06993
6°	0,10453	0,10510
8°	0,13917	0,14054
10°	0,17365	0,17633
60°	0,86603	1,73205

14. Lâmina de faces paralelas

Trajeto da luz ao atravessar a lâmina

Considere uma lâmina transparente, de vidro, por exemplo, limitada por duas faces planas e paralelas. A situação de maior interesse é aquela em que a lâmina é envolvida por um único meio transparente, como, por exemplo, o ar.

A figura abaixo representa uma lâmina de vidro de faces paralelas e a trajetória de um raio de luz monocromática que a atravessa.



Sendo θ_1 o ângulo de incidência na lâmina, vamos determinar o ângulo de emergência **x**.

Na primeira refração, isto é, na passagem da luz do ar para o vidro, temos, pela Lei de Snell:

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{n_{vidro}}{n_{ar}} \qquad \text{(I)}$$

Na segunda refração, isto é, na passagem da luz do vidro para o ar, a Lei de Snell nos permite escrever:

$$\frac{\text{sen } \theta_2}{\text{sen } x} = \frac{n_{ar}}{n_{vidro}} \Rightarrow \frac{\text{sen } x}{\text{sen } \theta_2} = \frac{n_{vidro}}{n_{ar}} \qquad \text{(II)}$$

Comparando as expressões (I) e (II), obtemos:

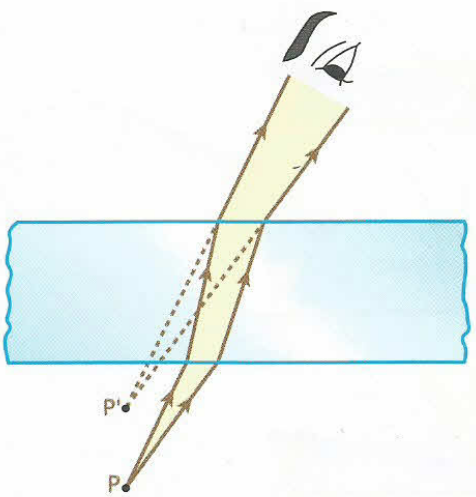
$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{\text{sen } x}{\text{sen } \theta_2} \Rightarrow \boxed{x = \theta_1}$$

Concluímos, então, que o ângulo de incidência na lâmina é igual ao ângulo de emergência. Isso traz uma importante conseqüência:

Numa lâmina de faces paralelas envolvida por um único meio, o raio emergente é **paralelo** ao raio incidente. Assim, o raio emergente não apresenta desvio em relação ao raio incidente, mas apenas um deslocamento lateral.

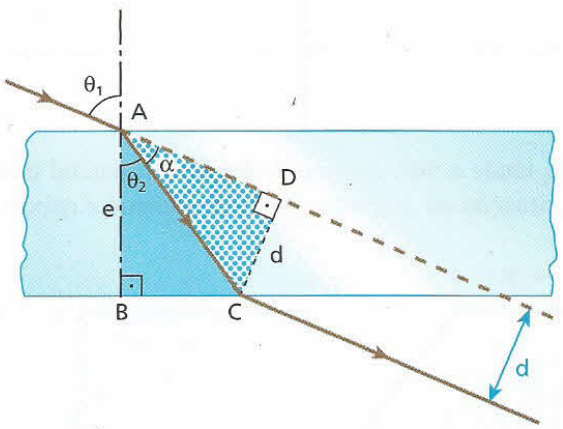
Notas:

- Observe que a lâmina de faces paralelas é um sistema óptico que resulta da associação de dois dioptros planos de superfícies dióptricas paralelas.
- Se o raio incidente na lâmina for perpendicular às suas faces, ele a atravessará sem sofrer deslocamento lateral.
- A igualdade entre o ângulo de incidência e o ângulo de emergência também pode ser deduzida a partir da reversibilidade da luz.
- Quando observamos um objeto através de uma lâmina de faces paralelas, o que vemos, na realidade, é sua imagem virtual conjugada pela lâmina. Essa imagem comporta-se como objeto real em relação aos nossos olhos. A figura abaixo ilustra esse fato, em que devemos notar, também, que a imagem **P'** está mais próxima da lâmina que o objeto **P**.



Cálculo do deslocamento lateral

A figura a seguir representa uma lâmina de vidro de faces paralelas imersa no ar e a trajetória de um raio de luz monocromática que experimenta um deslocamento lateral **d** ao atravessá-la. A espessura da lâmina é igual a **e**.



No triângulo retângulo ABC, temos:

$$\cos \theta_2 = \frac{e}{AC} \Rightarrow AC = \frac{e}{\cos \theta_2} \qquad \text{(I)}$$

No triângulo retângulo ADC, temos:

$$\text{sen } \alpha = \frac{d}{AC}$$

Sendo:

$$\alpha = \theta_1 - \theta_2$$

vem:

$$\text{sen } (\theta_1 - \theta_2) = \frac{d}{AC}$$

$$d = AC \text{ sen } (\theta_1 - \theta_2) \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), obtemos:

$$d = \frac{e}{\cos \theta_2} \cdot \text{sen } (\theta_1 - \theta_2)$$

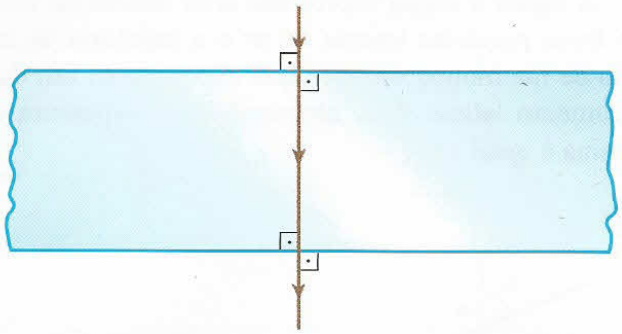
$$\boxed{d = \frac{e \text{ sen } (\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2}}$$

Observe que a dedução da fórmula do deslocamento lateral foi puramente geométrica. Dados **e** e θ_1, a sua aplicação requer, antes, o cálculo do ângulo θ_2, o que é feito pela Lei de Snell.

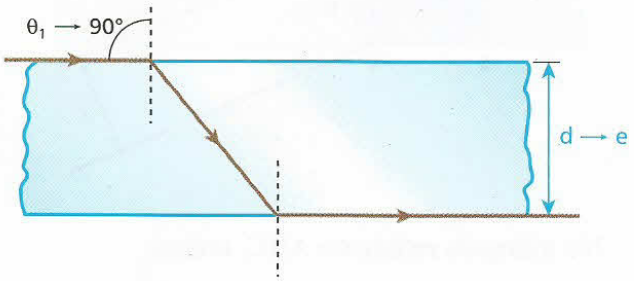
Observe também que, para valores determinados de θ_1 e de θ_2, o deslocamento lateral é proporcional à espessura da lâmina.

Notas:

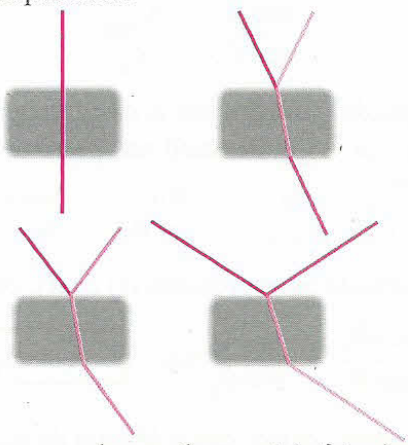
- Se $\theta_1 = 0$, então $\theta_2 = 0$ e $d = 0$.



- Se θ_1 tende a 90°, então o deslocamento lateral **d** tende a **e**, situação em que o deslocamento lateral é máximo.



- Vamos observar as representações esquemáticas de luz monocromática incidindo na face superior de uma lâmina de faces paralelas.



Nessas figuras, podemos observar três fatos importantes:

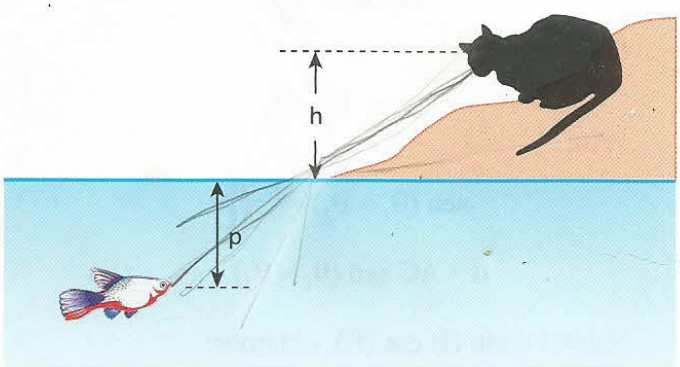
I) O filete de luz emergente por refração é paralelo ao filete incidente ou está alinhado com ele.

II) Quando o ângulo de incidência aumenta, o deslocamento lateral (**d**) também aumenta.

III) Quando o ângulo de incidência aumenta, aumenta também a quantidade de luz refletida, como já mencionamos.

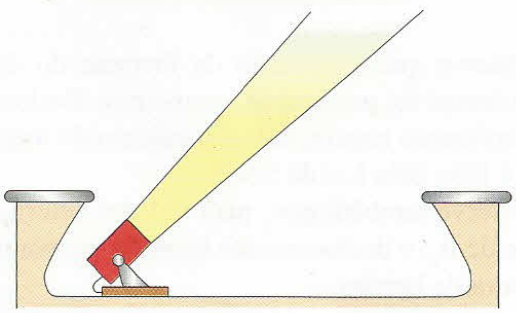
EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

55 Na figura a seguir, em relação à superfície da água:

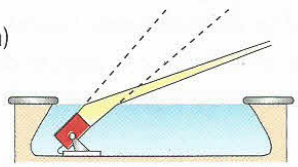


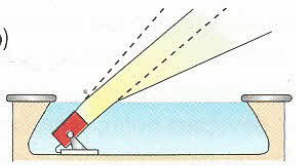
a) o peixe vê o gato a uma altura maior ou menor que **h**?
b) o gato vê o peixe a uma profundidade maior ou menor que **p**?

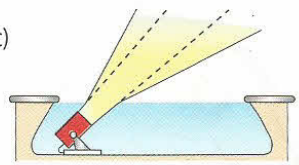
56 (UFSCar-SP) Um canhão de luz foi montado no fundo de um laguinho artificial. Quando o lago se encontra vazio, o feixe produzido corresponde ao representado na figura.

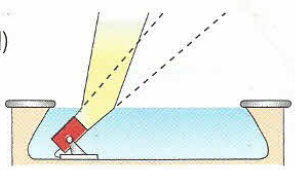


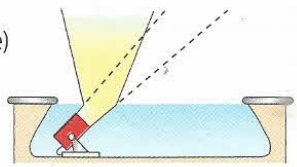
Quando cheio de água, uma vez que o índice de refração da luz na água é maior que no ar, o esquema que melhor representa o caminho a ser seguido pelo feixe de luz é:

a)


b)


c)


d)


e)


57 No fundo de uma piscina, há uma pedrinha a 2,0 m de profundidade. Considerando igual a $\frac{4}{3}$ o índice de refração da água, qual a profundidade aparente dessa pedra para uma pessoa que se encontra fora da água, nas vizinhanças da vertical que passa pela pedra?

58 Um mergulhador imerso nas águas de um lago observa um avião no instante em que ambos estão aproximadamente na mesma vertical. O avião está 300 m acima da superfície da água, cujo índice de refração é igual a $\frac{4}{3}$. A que altura da superfície da água o avião aparenta estar em relação ao mergulhador?

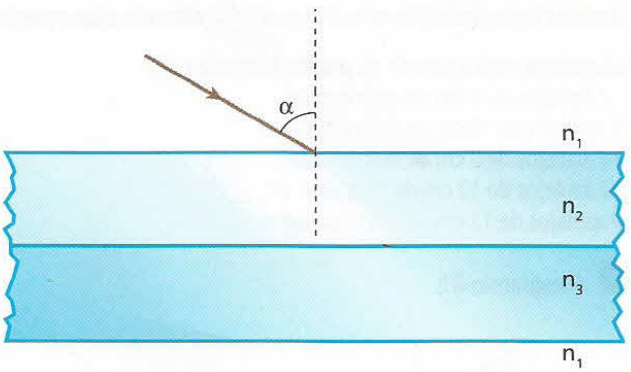
59 (Fuvest-SP) Um pássaro sobrevoa em linha reta e a baixa altitude uma piscina em cujo fundo se encontra uma pedra. Podemos afirmar que:

a) com a piscina cheia, o pássaro poderá ver a pedra durante um intervalo de tempo maior do que se a piscina estivesse vazia.
b) com a piscina cheia ou vazia, o pássaro poderá ver a pedra durante o mesmo intervalo de tempo.
c) o pássaro somente poderá ver a pedra enquanto estiver voando sobre a superfície da água.
d) o pássaro, ao passar sobre a piscina, verá a pedra numa posição mais profunda do que aquela em que ela realmente se encontra.
e) o pássaro nunca poderá ver a pedra.

60 Um raio de luz monocromática propaga-se no ar e incide numa lâmina de vidro de faces paralelas, totalmente envolvida pelo ar. Pode-se afirmar que:

a) o raio emergente tem direção diferente da direção do raio incidente;
b) pode ocorrer reflexão total da luz na segunda incidência;
c) o raio emergente sempre se apresenta lateralmente deslocado em relação ao raio incidente;
d) o deslocamento lateral da luz pode ser maior que a espessura da lâmina;
e) o deslocamento lateral da luz fica determinado pelo ângulo de incidência, pelo índice de refração e pela espessura da lâmina.

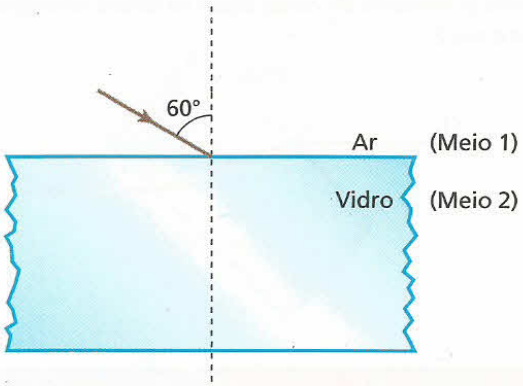
61 No arranjo representado na figura, temos duas lâminas de faces paralelas transparentes e sobrepostas. Os materiais de que são feitas as lâminas têm índices de refração n_2 e n_3, enquanto o meio que envolve o sistema tem índice de refração n_1, tal que $n_3 > n_2 > n_1$.



Um raio luminoso monocromático incide na lâmina superior com um ângulo α. Determine:

a) o ângulo de emergência da luz na lâmina inferior ao abandonar o conjunto de lâminas;
b) se esse ângulo de emergência depende dos materiais das lâminas, respeitadas as condições do enunciado.

62 E.R. Sobre uma lâmina de vidro de 4,0 cm de espessura e índice de refração $\sqrt{3}$, mergulhada no ar, incide um raio de luz monocromática, como ilustra a figura:



Calcule o deslocamento lateral do raio emergente em relação ao raio incidente.

Resolução:

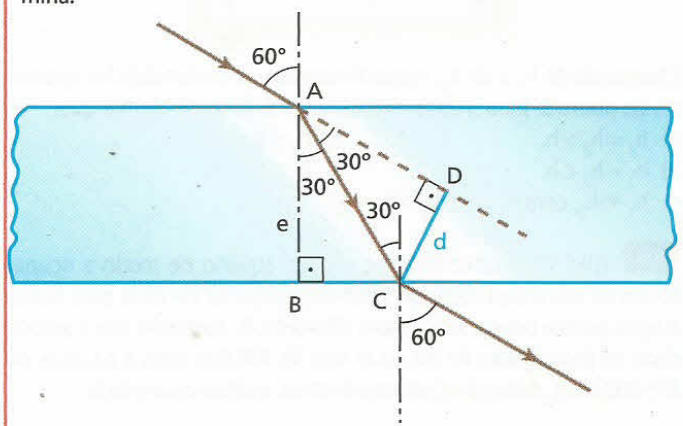
Pela Lei de Snell, calculamos o primeiro ângulo de refração:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$

Sendo $n_1 = 1$, $\operatorname{sen} \theta_1 = \operatorname{sen} 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $n_2 = \sqrt{3}$, temos:

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30°$$

Representemos, então, a trajetória do raio até que ele emerja da lâmina:



No triângulo ABC, temos e = 4,0 cm e podemos escrever:

$$\cos 30° = \frac{e}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4,0}{AC} \Rightarrow AC = \frac{8,0}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

No triângulo ADC, temos:

$$\operatorname{sen} 30° = \frac{d}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{d}{\frac{8,0}{\sqrt{3}}} \Rightarrow \boxed{d = 2,3 \text{ cm}}$$

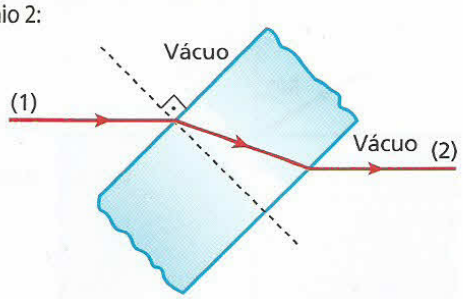
Nota:

- Uma vez calculado $\theta_2 = 30°$, poderíamos obter o deslocamento lateral pela aplicação direta da fórmula deduzida na teoria:

$$d = \frac{e \operatorname{sen} (\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2} = \frac{4,0 \operatorname{sen} (60° - 30°)}{\cos 30°}$$

$$d = \frac{4,0 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \boxed{d = 2,3 \text{ cm}}$$

63 Na figura, temos uma lâmina de faces paralelas de quartzo fundido. O índice de refração do quartzo fundido é igual a 1,470 para a luz violeta e 1,455 para a luz vermelha. O raio 1, de luz monocromática vermelha proveniente do vácuo, incide na lâmina, emergindo dela segundo o raio 2:



Se o raio 1 fosse de luz monocromática violeta, o raio emergente da lâmina:

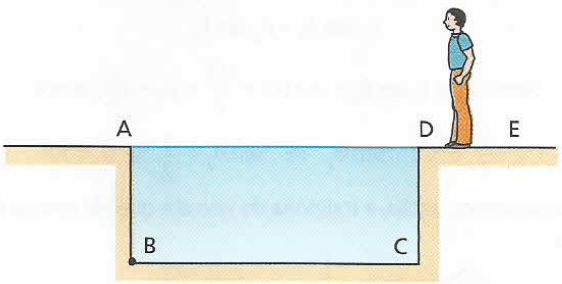
a) estaria acima do raio 2 e continuaria paralelo ao raio 1;
b) estaria abaixo do raio 2 e continuaria paralelo ao raio 1;
c) seria coincidente com o raio 2;
d) não seria paralelo ao raio 1;
e) talvez não existisse.

64 Quando observamos uma mosca através de uma vidraça comum (lâmina de faces paralelas), o que vemos, na realidade, é a imagem da mosca, conjugada pela lâmina.

a) Essa imagem é real ou virtual?
b) A distância entre nós e a imagem é maior ou menor que a distância entre nós e a mosca?

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

65 (PUC-SP) No esquema, ABCD representa uma secção transversal de um tanque de profundidade **h**, cheio de água. Um observador, inicialmente em **D**, começa a se afastar do tanque na direção DE.

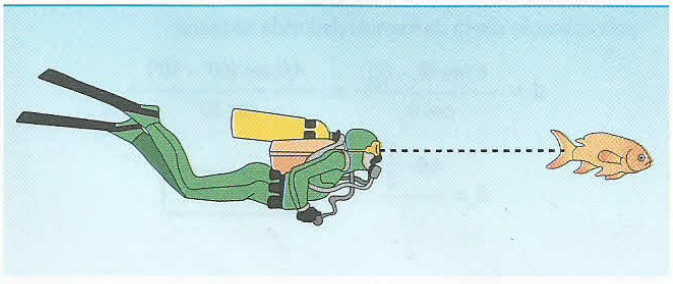


Chamando de h_1 e de h_2, respectivamente, as profundidades aparentes do ponto **B**, para o observador em **D** e **E**, pode-se afirmar que:

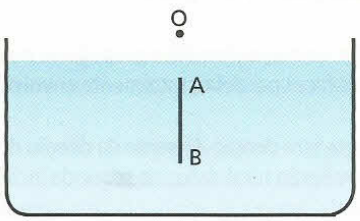
a) $h_1 = h_2 > h$.
b) $h_1 = h_2 < h$.
c) $h_1 \neq h_2$, com $h_1 > h$ e $h_2 > h$.
d) $h_1 < h_2 < h$.
e) $h_2 < h_1 < h$.

66 (UFC-CE) Coloca-se água em um aquário de modo a ocupar 60 cm de sua altura. Quando visto verticalmente de cima para baixo, a água parece ocupar uma altura diferente, **h**. Supondo que a velocidade de propagação da luz no ar seja de 300 000 km/s e na água de 225 000 km/s, determine, em centímetros, a altura aparente **h**.

67 (UFRJ) Temos dificuldade em enxergar com nitidez debaixo da água porque os índices de refração da córnea e das demais estruturas do olho são muito próximos do índice de refração da água $\left(n_{água} = \frac{4}{3}\right)$. Por isso, usamos máscaras de mergulho, o que interpõe uma pequena camada de ar ($n_{ar} = 1$) entre a água e o olho. Um peixe está a uma distância de 2,0 m de um mergulhador. Suponha o vidro da máscara plano e de espessura desprezível. Calcule a que distância o mergulhador vê a imagem do peixe. Lembre-se de que para ângulos pequenos tg (a) ≃ sen (a).



68 No esquema seguinte, um observador vê um bastão cilíndrico AB, de comprimento L = 20 cm, totalmente imerso na água (índice de refração igual a $\frac{4}{3}$). O eixo longitudinal do bastão é perpendicular à superfície da água e o olho **O** do observador encontra-se nas vizinhanças desse eixo.

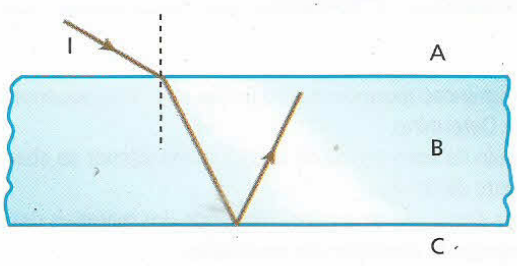


Admitindo que o meio externo ao recipiente seja o ar (índice de refração 1), calcule o comprimento aparente L' que o observador detecta para o comprimento do bastão. O comprimento aparente determinado para o bastão depende da distância entre sua extremidade superior e a superfície livre da água?

69 (UFU-MG) A profundidade de uma piscina vazia é tal que sua parede, revestida com azulejos quadrados de 12 cm de lado, contém 12 azulejos justapostos verticalmente. Um banhista, na borda da piscina cheia de água (índice de refração igual a $\frac{4}{3}$), olhando quase perpendicularmente, verá a parede da piscina formada por:

a) 12 azulejos de 9 cm de lado vertical.
b) 9 azulejos de 16 cm de lado vertical.
c) 16 azulejos de 9 cm de lado vertical.
d) 12 azulejos de 12 cm de lado vertical.
e) 9 azulejos de 12 cm de lado vertical.

70 (Cesgranrio-RJ)



Dois meios **A** e **C** estão separados por uma lâmina de faces paralelas (**B**). Um raio luminoso I, propagando-se em **A**, penetra em **B** e sofre reflexão total na face que separa **B** de **C**, conforme indica a figura da página anterior.

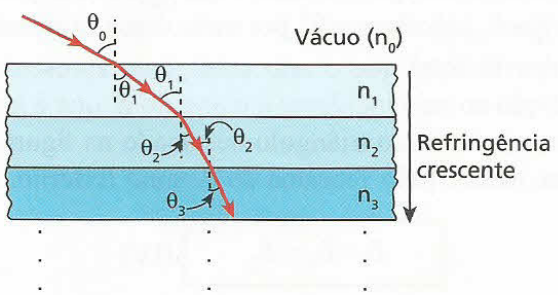
Sendo n_A, n_B e n_C os índices de refração dos meios **A**, **B** e **C**, teremos, respectivamente:

a) $n_A > n_B > n_C$.
b) $n_A > n_C > n_B$.
c) $n_B > n_A > n_C$.
d) $n_B > n_C > n_A$.
e) $n_C > n_B > n_A$.

71 (Fuvest-SP) Um raio luminoso proveniente do ar atinge uma lâmina de vidro de faces paralelas com 8,0 cm de espessura e 1,5 de índice de refração. Esse raio sofre refração e reflexão ao atingir a primeira superfície; refração e reflexão ao atingir a segunda superfície (interna).

a) Trace, em seu caderno, as trajetórias dos raios incidente, refratados e refletidos.
b) Determine o tempo para o raio refratado atravessar a lâmina, sendo o seno do ângulo de incidência 0,9.

72 **E.R.** A figura representa um raio de luz monocromática incidindo **obliquamente** em uma justaposição de uma quantidade finita de lâminas de faces paralelas, cujos índices de refração crescem da primeira até a última:



Prove que é impossível o raio tornar-se perpendicular às lâminas após uma quantidade qualquer de refrações.

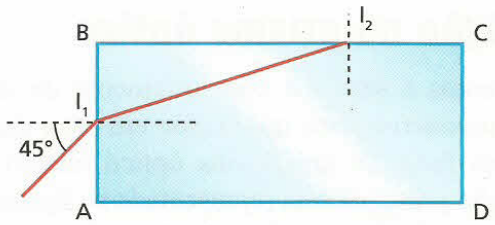
Resolução:

Consideremos a passagem do raio de uma lâmina de ordem **k** para a lâmina de ordem (k + 1). Aplicando a Lei de Snell, temos:

$$n_k \operatorname{sen} \theta_k = n_{k+1} \operatorname{sen} \theta_{k+1} \quad (I)$$

Admitindo que nessa refração o raio refratado torne-se perpendicular às lâminas, temos $\theta_{k+1} = 0$ e, conseqüentemente, $\operatorname{sen} \theta_{k+1} = 0$. Substituindo esse valor na expressão (I), concluímos que θ_k também é igual a zero. Então, para que o raio refratado seja perpendicular às lâminas, o raio incidente também tem de ser. Continuando com esse raciocínio para as lâminas anteriores, até chegar à primeira, concluímos que θ_0 é igual a zero, o que contraria a hipótese de que a incidência é oblíqua.

73 Tem-se um bloco de vidro transparente em forma de paralelepípedo reto imerso no ar. Sua seção transversal ABCD está representada na figura. Um raio de luz monocromática pertencente ao plano definido por ABCD incide em I_1, refratando-se para o interior do bloco e incidindo em I_2:



Sabendo que o índice de refração do vidro em relação ao ar vale $\sqrt{2}$:

a) calcule o ângulo limite para o dioptro vidro-ar;
b) verifique o que ocorre com a luz logo após a incidência em I_2.

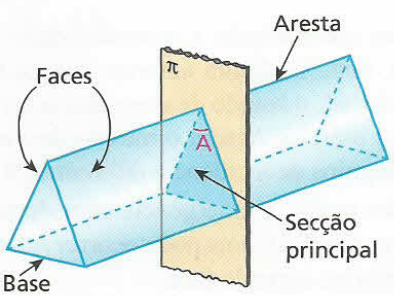
Bloco 4

15. Prisma óptico

Definição e elementos geométricos

Considere um bloco transparente, de vidro, por exemplo, limitado por duas faces planas e não-paralelas. Esse bloco constitui um **prisma óptico**, que geralmente está imerso no ar.

A figura abaixo ilustra um prisma óptico.



Nessa figura, destacam-se os elementos geométricos do prisma:

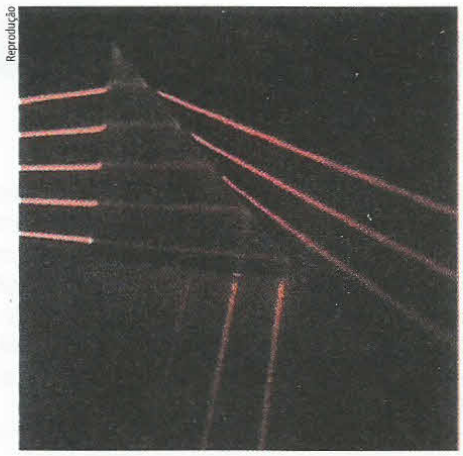
- **Aresta:** é a intersecção das faces planas que definem o prisma.
- **Ângulo de abertura ou ângulo de refringência:** é o ângulo **A** entre as faces do prisma.
- **Secção principal:** é uma secção transversal do prisma, determinada pelo plano **π** perpendicular à aresta.
- **Base:** é a terceira face do prisma, podendo ser plana ou não.

Daqui por diante, os prismas serão sempre representados por uma secção principal. Além disso, admitiremos que os raios de luz incidentes no prisma estejam sempre contidos no plano de sua secção principal.

Notas:

- Observe que o prisma óptico é um sistema óptico que resulta da associação de dois dioptros planos de superfícies dióptricas não-paralelas.

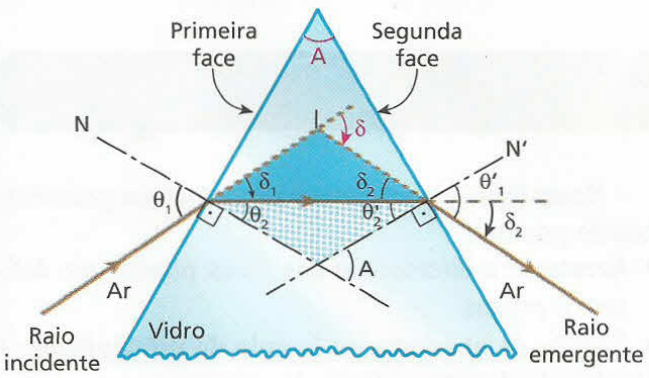
- No estudo do prisma óptico, consideramos o material do prisma sempre mais refringente que o meio que o envolve.



Pincéis cilíndricos de luz propagando-se da esquerda para a direita incidem num prisma óptico. Note que dois desses pincéis sofrem reflexão total na segunda face do prisma.

Refração no prisma óptico

Veremos a seguir o comportamento de um raio de luz monocromática que incide em uma das faces (primeira face) de um prisma óptico imerso no ar, cuja seção principal está representada na figura e cujo índice de refração é conhecido. Suponha que ocorra emergência do raio pela segunda face. Vamos chamar de **emergência simples** esse tipo de emergência.



Nessa figura, observe que:

- na primeira refração, isto é, na passagem da luz do ar para o vidro, o ângulo de incidência é θ_1 e o ângulo de refração é θ_2. Nessa refração, o raio aproxima-se da reta normal **N**, sofrendo um desvio δ_1. Sendo dado θ_1, calculamos θ_2 pela Lei de Snell. Então, obtemos δ_1:

$$\delta_1 = \theta_1 - \theta_2 \quad \text{(I)}$$

- o raio refratado na primeira refração é raio incidente na segunda face, isto é, na interface de separação dos meios, quando da passagem da luz do vidro para o ar. Nessa segunda refração, o ângulo de incidência é θ'_2, o ângulo de refração é θ'_1 e o raio afasta-se da reta normal **N'**, sofrendo um desvio δ_2. O ângulo θ'_2 é calculado com base na geometria da figura, como veremos adiante, enquanto θ'_1 fica determinado pela Lei de Snell. Assim, obtemos δ_2:

$$\delta_2 = \theta'_1 - \theta'_2 \quad \text{(II)}$$

- as retas normais **N** e **N'** formam entre si o ângulo de refringência **A**, pois elas são perpendiculares às faces do prisma, que também formam um ângulo **A**;
- no triângulo pontilhado, o ângulo **A** é ângulo externo. Por isso, ele é igual à soma dos ângulos internos não-adjacentes (Teorema do Ângulo Externo):

$$A = \theta_2 + \theta'_2 \quad \text{(III)}$$

Considerando que **A** é dado e que θ_2 é obtido pela Lei de Snell, calculamos θ'_2 por meio dessa expressão;

- o desvio total que o raio emergente apresenta em relação ao raio incidente é o ângulo **δ**, que é ângulo externo no outro triângulo destacado na figura. Assim, temos, pelo Teorema do Ângulo Externo, que:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 \quad \text{(IV)}$$

O desvio total, portanto, é a soma dos desvios ocorridos em cada refração.

Substituindo as expressões (I) e (II) na expressão (IV), obtemos:

$$\delta = \theta_1 - \theta_2 + \theta'_1 - \theta'_2 = \theta_1 + \theta'_1 - (\theta_2 + \theta'_2)$$

De (III), vem:

$$\delta = \theta_1 + \theta'_1 - A$$

Concluímos, então, que o desvio total **δ** é o resultado da seguinte expressão:

> ângulo de incidência + ângulo de emergência – ângulo de abertura

Notas:

- Levando em consideração a reversibilidade da propagação da luz, note, na figura anterior, que se o ângulo de incidência for θ'_1, o ângulo de emergência será θ_1 e o desvio **δ** será o mesmo. Assim, o mesmo desvio **δ** é obtido com dois ângulos de incidência diferentes, θ_1 e θ'_1.
- Nem sempre ocorre a emergência considerada na figura (emergência simples), pois pode ocorrer reflexão total do raio incidente na segunda face.

Análise do desvio

Para um raio de luz que atravessa um prisma óptico, na situação de emergência simples, o desvio total **δ** depende do ângulo de abertura, do índice de refração do prisma em relação ao meio que o circunda e do ângulo de incidência.

Influência do ângulo de abertura

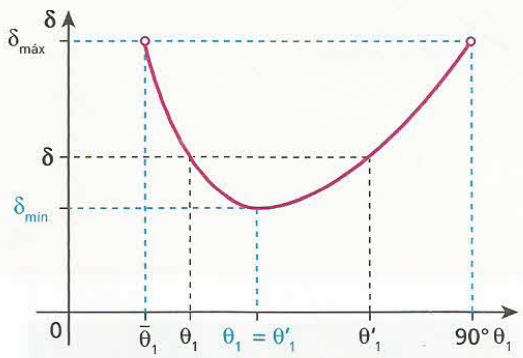
Fixando os valores do ângulo de incidência e do índice de refração, o desvio será tanto maior quanto menor for o ângulo de abertura.

Influência do índice de refração

Fixando os valores do ângulo de incidência e do ângulo de abertura, o desvio será tanto maior quanto maior for o índice de refração do prisma em relação ao meio externo.

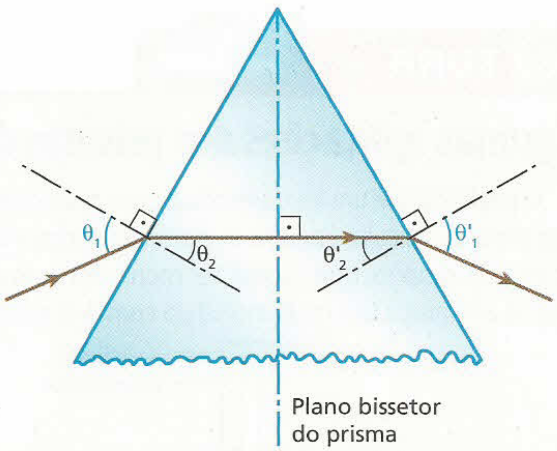
Influência do ângulo de incidência

Fixando os valores do índice de refração e do ângulo de abertura, pode-se provar que o desvio (**δ**) depende do ângulo de incidência (θ_1), segundo o gráfico a seguir.



Nesse gráfico, observe que:

- o mesmo desvio **δ** pode ocorrer tanto com o ângulo de incidência θ_1 como com o ângulo de incidência θ'_1, o que já foi justificado anteriormente com base na reversibilidade da propagação da luz;
- quando o ângulo de incidência θ_1 tende a $\overline{\theta}_1$, o ângulo de emergência θ'_1 tende a 90° e o desvio tende a $\delta_{máx}$;
- para valores de θ_1 iguais ou inferiores a $\overline{\theta}_1$, não há emergência simples, isto é, o raio de luz sofre reflexão total na segunda face;
- o desvio mínimo $\delta_{mín}$ ocorre quando o ângulo de incidência θ_1 é igual ao ângulo de emergência θ'_1. Conseqüentemente, temos, nesse caso, que θ_2 e θ'_2 também são iguais. A ocorrência de desvio mínimo está ilustrada na figura a seguir:



Representação esquemática de raio de luz atravessando um prisma e experimentando o desvio mínimo. O primeiro raio refratado é perpendicular ao plano bissetor do prisma.

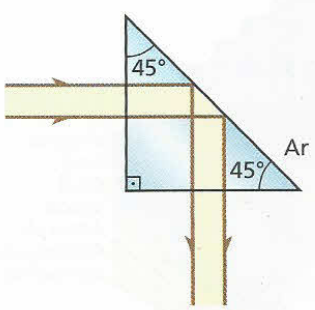
Na ocorrência do desvio mínimo:
$\theta_1 = \theta'_1$ e $\theta_2 = \theta'_2$

Notas:

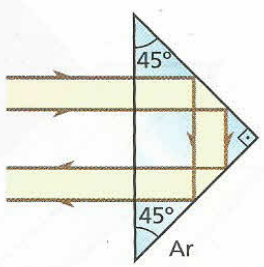
- O ângulo $\overline{\theta}_1$, que aparece no gráfico do desvio em função do ângulo de incidência, pode, dependendo do prisma, ser nulo e até mesmo negativo. Esse possível valor negativo deve ser interpretado como correspondendo a um raio incidente "do outro lado" da normal.
- Um dos importantes empregos de um prisma óptico é a determinação do índice de refração de materiais. Isso é feito construindo-se um prisma do material cujo índice de refração queremos conhecer. Seu valor é calculado com base no desvio sofrido por um filete de luz que atravessa o prisma.

Prismas de reflexão total

Uma das principais utilidades do prisma óptico é o seu emprego como sistema de reflexão total. Nessa operação, o prisma pode substituir com vantagens os espelhos planos, pois pode ter um poder refletor bem maior que o dos espelhos e, além disso, está livre da deterioração que ocorre na película de prata dos espelhos, por oxidação.



Representação de prisma causando desvio de 90° num pincel de luz, por reflexão total ($n_{prisma} \geq \sqrt{2}$).

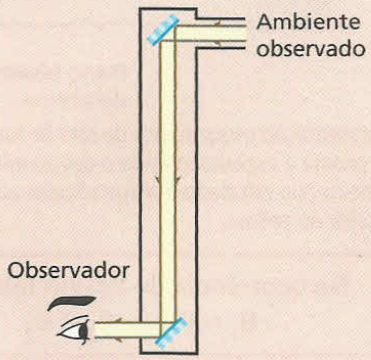


Representação de prisma causando desvio de 180° num pincel de luz, por dupla reflexão total ($n_{prisma} \geq \sqrt{2}$).

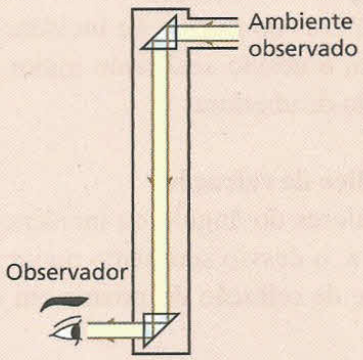
LEITURA

Algumas aplicações dos prismas de reflexão total

O **periscópio** é um instrumento de uso mais comum em submarinos, que permite visões panorâmicas do ambiente externo ao veículo. Embora os periscópios dos submarinos sejam muito mais sofisticados, vamos esquematizar os periscópios simples, que podem ser montados com dois espelhos planos (como os periscópios usados nas trincheiras durante a Primeira Guerra Mundial) ou com dois prismas de reflexão total:



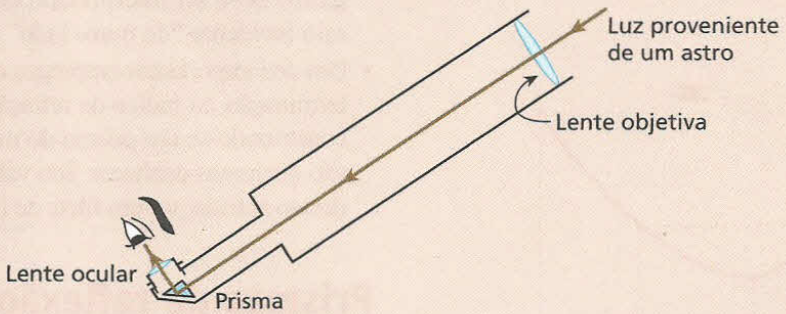
Representação de periscópio simples com espelhos planos fixados em um tubo.



Representação de periscópio simples com prismas de reflexão total fixados em um tubo.

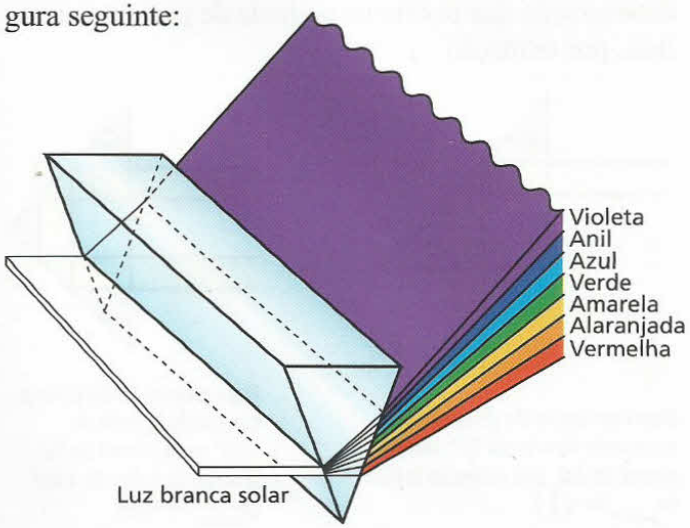
Note que as imagens do ambiente observado não são enantiomorfas porque são produzidas por **duas** reflexões.

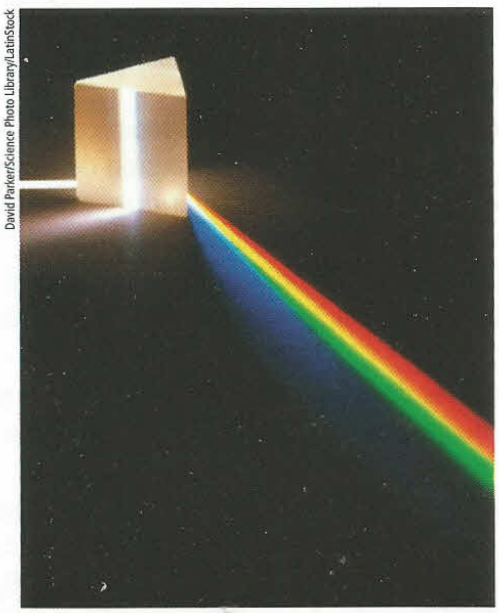
Nas **lunetas**, os prismas de reflexão total também são úteis, pois tornam mais cômodas as observações dos astros:



Prisma e dispersão da luz

O prisma óptico é também bastante eficiente na decomposição da luz, o que está esquematizado na figura seguinte:



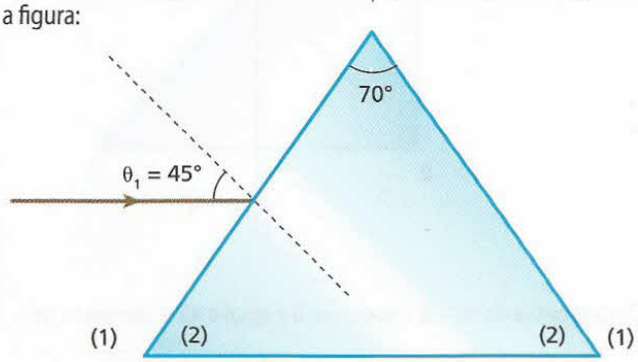


David Parker/Science Photo Library/LatinStock

A imagem mostra a dispersão da luz branca num prisma óptico.

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

74 **E.R.** Um prisma de abertura A = 70° e índice de refração $\sqrt{2}$, imerso no ar, recebe um estreito pincel cilíndrico de luz monocromática sob ângulo de incidência θ_1 igual a 45°, como representa a figura:



Dados: sen 40° = 0,64; sen 64° = 0,90.
Determine:
a) o desvio do pincel na primeira refração;
b) o desvio do pincel na segunda refração;
c) o desvio total.

Resolução:
a) Aplicando a Lei de Snell na primeira refração, temos:

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2$$

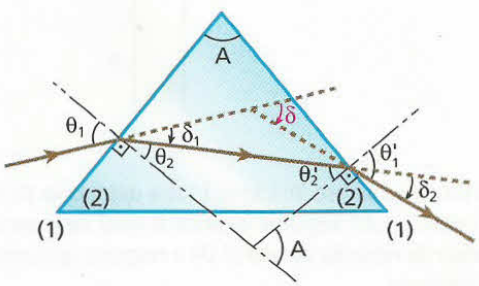
Sendo $n_1 = 1$, $\operatorname{sen}\theta_1 = \operatorname{sen}45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $n_2 = \sqrt{2}$, vamos calcular θ_2:

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen}\theta_2 \Rightarrow \operatorname{sen}\theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30°$$

O desvio na primeira refração é δ_1, dado por:

$$\delta_1 = \theta_1 - \theta_2 = 45° - 30° \Rightarrow \boxed{\delta_1 = 15°}$$

b) Veja a trajetória de um raio do pincel até emergir do prisma:



Vamos calcular θ_2' lembrando que A = 70° e $\theta_2 = 30°$:

$$A = \theta_2 + \theta_2' \Rightarrow 70° = 30° + \theta_2' \Rightarrow \theta_2' = 40°$$

Aplicando a Lei de Snell na segunda refração, temos:

$$n_2 \operatorname{sen}\theta_2' = n_1 \operatorname{sen}\theta_1' \Rightarrow \sqrt{2} \cdot 0{,}64 = 1 \cdot \operatorname{sen}\theta_1'$$

$$\operatorname{sen}\theta_1' = 0{,}90 \Rightarrow \theta_1' = 64°$$

O desvio na segunda refração é δ_2, dado por:

$$\delta_2 = \theta_1' - \theta_2' = 64° - 40° \Rightarrow \boxed{\delta_2 = 24°}$$

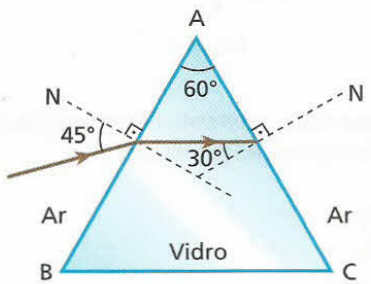
c) O desvio total é δ, dado por:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 15° + 24° \Rightarrow \boxed{\delta = 39°}$$

Nota:
- Só depois de calculado θ_1', o desvio total δ poderia ser obtido pela fórmula deduzida na teoria:

$$\delta = \theta_1 + \theta_1' - A = 45° + 64° - 70° \Rightarrow \boxed{\delta = 39°}$$

75 (Puccamp-SP) Um prisma de vidro, cujo ângulo de refringência é 60°, está imerso no ar. Um raio de luz monocromática incide em uma das faces do prisma sob ângulo de 45° e, em seguida, na segunda face sob ângulo de 30°, como está representado no esquema:



Dados: $\operatorname{sen}30° = \frac{1}{2}$;
$\operatorname{sen}45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
$\operatorname{sen}60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Nessas condições, o índice de refração do vidro em relação ao ar, para essa luz monocromática, vale:

a) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
b) $\sqrt{3}$.
c) $\sqrt{2}$.
d) $\frac{\sqrt{6}}{2}$.
e) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

76 Um raio de luz é emitido do ponto **A** e atravessa meios ordinários, atingindo o ponto **B** segundo a trajetória indicada na figura:

O que se pode afirmar a respeito da quantidade de meios diferentes entre **A** e **B**?

77 (Fuvest-SP) Um raio monocromático de luz incide no ponto **A** de uma das faces de um prisma feito de vidro e imerso no ar. A figura 1 representa apenas o raio incidente **I** e o raio refratado **R** num plano normal às faces do prisma, cujas arestas são representadas pelos pontos **P**, **S** e **T**, formando um triângulo eqüilátero. Os pontos **A**, **B** e **C** também

formam um triângulo equilátero e são, respectivamente, equidistantes de **P** e **S**, **S** e **T**, e **T** e **P**. Considere os raios E_1, E_2, E_3, E_4 e E_5, que se afastam do prisma, representados na figura 2:

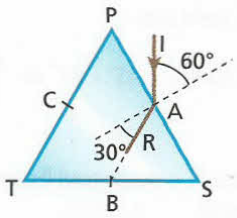


Figura 1

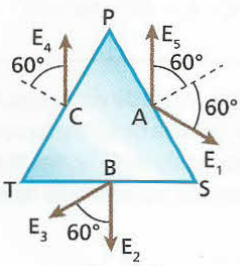


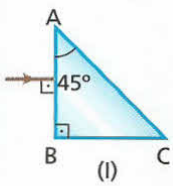
Figura 2

Podemos afirmar que os raios compatíveis com as reflexões e refrações sofridas pelo raio incidente **I**, no prisma, são:

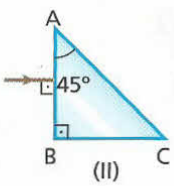
a) somente E_3.
b) somente E_1 e E_3.
c) somente E_2 e E_5.
d) somente E_1, E_3 e E_4.
e) todos (E_1, E_2, E_3, E_4 e E_5).

78 **E.R.** A seguir, estão esquematizados quatro prismas de formas geométricas iguais, imersos no ar, sobre os quais incidem raios luminosos monocromáticos normais às faces AB. Os prismas são feitos de material óptico de índices de refração:

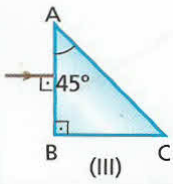
$n_I = \frac{1,5}{\sqrt{2}}$; $n_{II} = \frac{1,8}{\sqrt{2}}$; $n_{III} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ e $n_{IV} = \frac{4}{\sqrt{2}}$.



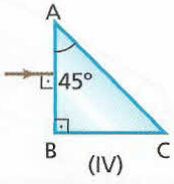
(I)



(II)



(III)

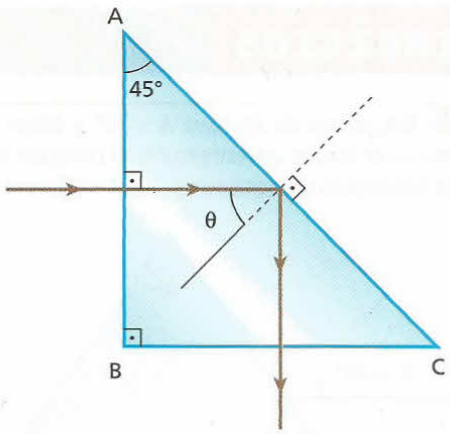


(IV)

Em quais dos prismas não ocorre emergência de luz pela face AC?

Resolução:

Para que não haja emergência de luz pela face AC, é preciso que a luz sofra reflexão total nessa face. Para isso, o ângulo de incidência na face AC (**θ**) deve ser maior que o ângulo limite (**L**) ou igual a ele:



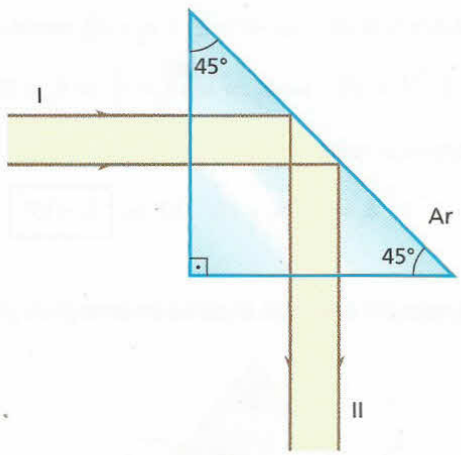
Da geometria da figura, temos que **θ** é igual a 45° e devemos ter:

$$\theta \geq L \Rightarrow \operatorname{sen}\theta \geq \operatorname{sen} L \Rightarrow \operatorname{sen}\theta \geq \frac{n_{ar}}{n_{prisma}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \geq \frac{1}{n_{prisma}} \Rightarrow n_{prisma} \geq \frac{2}{\sqrt{2}}$$

Essa condição é satisfeita pelos prismas III e IV.

79 A secção transversal de um prisma de vidro é um triângulo retângulo isósceles.



Para que o pincel luminoso incidente I sofra um desvio de 90° emergindo por reflexão total segundo o pincel II, qual deve ser o mínimo valor do índice de refração do vidro? Dê a resposta aproximada, com duas casas decimais.

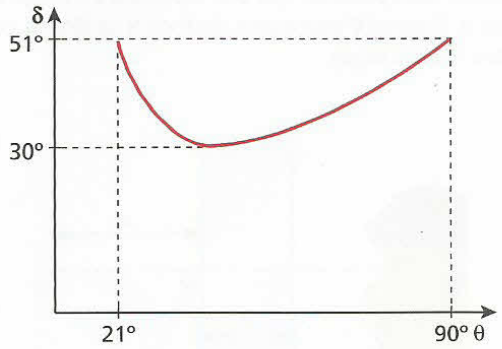
80 (UFMG) Um feixe de luz do Sol é decomposto ao passar por um prisma de vidro. O feixe de luz visível resultante é composto de ondas com:

a) apenas sete freqüências, que correspondem às cores vermelha, alaranjada, amarela, verde, azul, anil e violeta.
b) apenas três freqüências, que correspondem às cores vermelha, amarela e azul.
c) apenas três freqüências, que correspondem às cores vermelha, verde e azul.
d) uma infinidade de freqüências, que correspondem a cores desde a vermelha até a violeta.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

81 Um prisma de ângulo de refringência igual a 60° está imerso no ar. Determine o ângulo com que um raio de luz monocromática deve incidir nesse prisma para atravessá-lo sofrendo desvio mínimo. O índice de refração do prisma para essa luz é $\sqrt{2}$.

82 Variando-se o ângulo **θ** com que um raio de luz incide em um prisma imerso no ar, seu desvio **δ** varia conforme o gráfico a seguir:



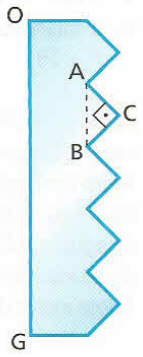
Determine:
a) o ângulo de abertura do prisma;
b) o ângulo de incidência para que o desvio seja mínimo;
c) o índice de refração do prisma.

83 (UFBA) Na figura está representado um raio (**R**) de luz monocromática que se propaga de **A** até **B**.

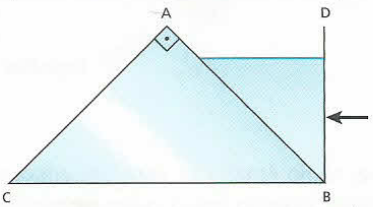
Entre **A** e **B**, qual a mínima quantidade de meios transparentes diferentes?

84 (Unicamp-SP) Um tipo de sinalização utilizado em estradas e avenidas é o chamado olho-de-gato, o qual consiste na justaposição de vários prismas **retos**, feitos de plástico, que refletem a luz incidente dos faróis dos automóveis.

a) Reproduza em seu caderno o prisma **ABC** indicado na figura ao lado e desenhe a trajetória de um raio de luz que incide perpendicularmente sobre a face **OG** e sofre reflexões totais nas superfícies **AC** e **BC**.
b) Determine o mínimo valor do índice de refração do plástico, acima do qual o prisma funciona como um refletor perfeito (toda a luz que incide perpendicularmente à superfície **OG** é refletida). Considere o prisma no ar, onde o índice de refração vale 1,0.



85 (ITA-SP) Um prisma de vidro, de índice de refração $n = \sqrt{2}$, tem por secção normal um triângulo retângulo isósceles ABC no plano vertical. O volume de secção transversal ABD é mantido cheio de um líquido de índice de refração $n' = \sqrt{3}$. Um raio incide normalmente à face transparente da parede vertical BD e atravessa o líquido.



Considere as seguintes afirmações:
I. O raio luminoso não penetrará no prisma.
II. O ângulo de refração na face AB é de 45°.
III. O raio emerge do prisma pela face AC com ângulo de refração de 45°.
IV. O raio emergente definitivo é paralelo ao raio incidente em BD.

Das afirmativas mencionadas, é (são) correta(s):
a) apenas I.
b) apenas I e IV.
c) apenas II e III.
d) apenas III e IV.
e) II, III e IV.

Descubra mais

1. Por que, após atravessar o condensado de Bose-Einstein, onde sofreu uma enorme redução de velocidade, a velocidade da luz cresceu novamente, voltando ao enorme valor de 300 000 km/s?
2. É possível uma partícula mover-se em determinado meio com velocidade superior à da luz nesse meio?
3. Faça uma pesquisa para conhecer o Princípio de Fermat e verifique, sem necessidade de acompanhar os cálculos, que ele é outra alternativa para a demonstração da Lei de Snell.
4. Procure saber como foi que Isaac Newton, segundo a História, investigou, em sua casa, a decomposição da luz solar.
5. O arco-íris abordado neste Tópico é o arco-íris **primário**. É possível, entretanto, observar outro arco-íris: o arco-íris **secundário**. Busque informações a respeito dele.

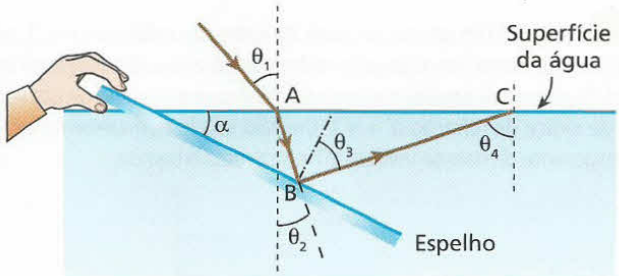
EXERCÍCIOS — NÍVEL 3

86 (UFC-CE) Um raio de luz monocromática passa do vácuo para um meio com índice de refração absoluto $n = \sqrt{3}$. Se o ângulo de incidência (θ_1) é o dobro do ângulo de refração (θ_2), determine:

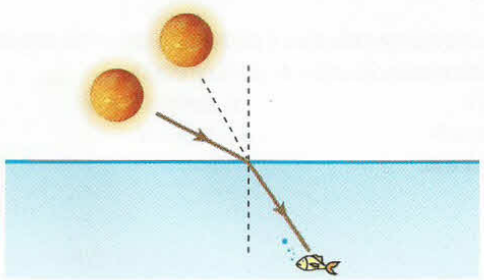
a) o valor de θ_1;

b) o intervalo de valores de **n** que possibilita essa situação, isto é, $\theta_1 = 2\theta_2$.

87 (FEI-SP) A figura mostra um espelho imerso na água, formando um ângulo $\alpha = 15°$ com a superfície da água. Um raio de luz incide em **A** sob um ângulo $\theta_1 = 45°$ com a normal à superfície. Depois de refratado, o raio de luz sofre reflexão em **B**, no espelho, voltando à superfície da água, em **C**. Copie a figura, complete o trajeto do raio de luz depois desse instante e calcule os valores dos ângulos do raio com as normais. Adote índice de refração da água em relação ao ambiente = 1,41.



88 Um peixe, no rio Amazonas, viu o Sol, em certo instante, 60° acima do horizonte. Sabendo que o índice de refração da água vale $\frac{4}{3}$ e que, no Amazonas, o Sol nasce às 6h e se põe às 18h, calcule que horas eram no instante em que o peixe viu o Sol:

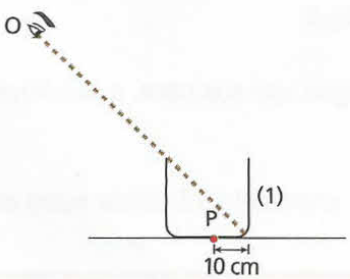


a) considerando que o peixe estava dando o seu passeio matinal;

b) considerando que o peixe estava à procura de alimentos para a sua merenda vespertina.

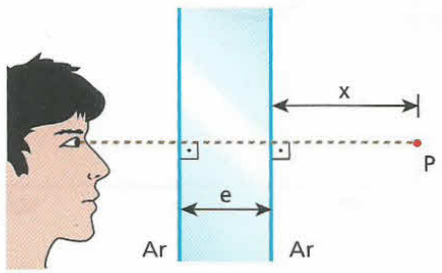
Dado: sen 42° = 0,67

89 A figura representa um recipiente cúbico de paredes opacas, vazio, de 40 cm de aresta:



Na posição em que se encontra, o observador **O** não vê o fundo do recipiente, mas vê completamente a parede (1). Calcule a espessura mínima da lâmina de água que se deve despejar no recipiente para que o observador passe a ver a partícula **P**. Adote o índice de refração da água em relação ao ar igual a $\frac{4}{3}$.

90 Um observador visa um ponto luminoso **P** através de uma lâmina de vidro de faces paralelas, que tem espessura **e** e índice absoluto de refração **n**. O ponto **P** está a uma distância **x** da lâmina, conforme representa a figura a seguir.



Supondo que o olho do observador esteja na mesma perpendicular às faces da lâmina que passa por **P**:

a) calcule o deslocamento **d** da imagem final percebida pelo observador em relação ao ponto **P**;

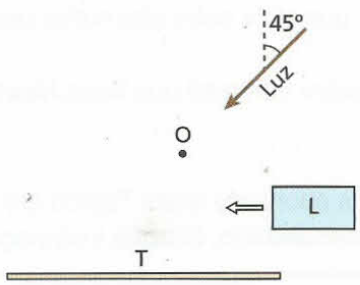
b) determine se **d** depende ou não de **x**.

91 Uma lâmina de faces paralelas tem 5 mm de espessura. Levada a um microscópio, verifica-se que, para passar da focalização de um ponto da superfície superior para um ponto da face inferior da lâmina, deve-se deslocar o canhão do microscópio 3 mm. Qual é o índice de refração do material de que é feita a lâmina?

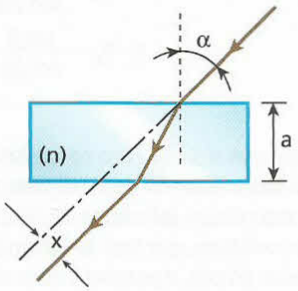
92 (Unicamp-SP) A figura a seguir representa uma tela **T**, um pequeno objeto **O** e luz incidindo a 45° em relação à tela. Na situação da figura, o objeto **O** faz sombra sobre a tela. Colocando-se uma lâmina **L** de plástico plano, de 1,2 cm de espessura e índice de refração $n = 1{,}18 \simeq \frac{5\sqrt{2}}{6}$, paralelamente entre a tela e o objeto, a sombra se desloca sobre a tela.

a) Em uma folha de papel, faça um esquema mostrando os raios de luz passando junto ao objeto e atingindo a tela, **com** e **sem** a lâmina de plástico.

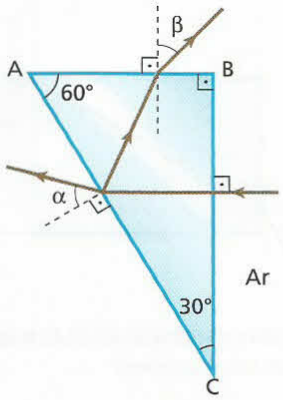
b) Calcule o deslocamento da sombra na tela ao se introduzir a lâmina de plástico.



93 (ITA-SP) Um raio luminoso incide sobre uma lâmina transparente de faces paralelas, de espessura **a** e índice de refração **n**. Calcule o desvio sofrido pelo raio luminoso ao atravessar a lâmina, supondo que o ângulo de incidência, **α**, seja pequeno. (Utilize as aproximações: sen $\alpha \simeq \alpha$ e $\cos \alpha \simeq 1$.)

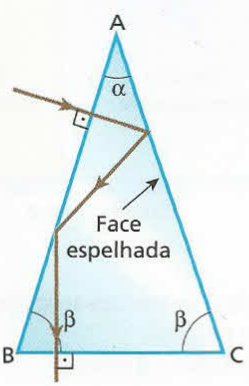


94 (UFPE) Um feixe de luz incide em um prisma imerso no ar, conforme indica a figura a seguir. Após sofrer reflexão parcial na fase AC, um feixe de menor intensidade emerge através da face AB. Determine o valor dos ângulos **α** e **β**, em **graus**, se o índice de refração do prisma é $n_p = \sqrt{2}$ para o comprimento de onda do feixe de luz incidente.



95 (Unama-AM) A figura abaixo representa a secção transversal de um prisma óptico imerso no ar, tendo dois lados iguais (AB e AC). Perpendicularmente à face AB, incide um raio luminoso monocromático que se propaga até a face espelhada AC, onde é refletido diretamente para a face AB. Ao atingir esta face, o raio luminoso sofre uma nova reflexão (reflexão total), de maneira que, ao se propagar, atinge perpendicularmente a face BC, de onde emerge para o ar. Com base nessas informações, podemos afirmar que o ângulo de refringência do prisma (ângulo **α**, mostrado na figura) vale:

a) 18°.
b) 72°.
c) 45°.
d) 36°.
e) 60°.



96 Prove que, num prisma de pequena abertura e para pequenos ângulos de incidência (inferiores a 10°), o desvio **δ** sofrido pelo raio que o atravessa é dado aproximadamente por:

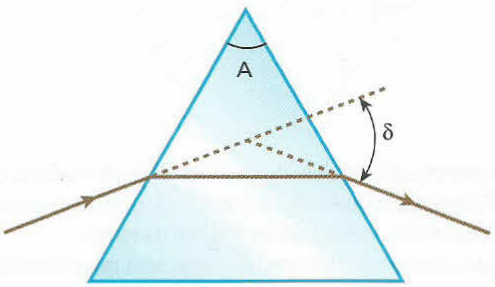
$$\delta = A\,(n_{2,1} - 1)$$

A é o ângulo de abertura e $n_{2,1}$ é o índice de refração dc prisma em relação ao meio que o envolve.

Nota:

- Para pequenos ângulos, o valor do seno e o valor do ângulo, em radianos, são aproximadamente iguais.

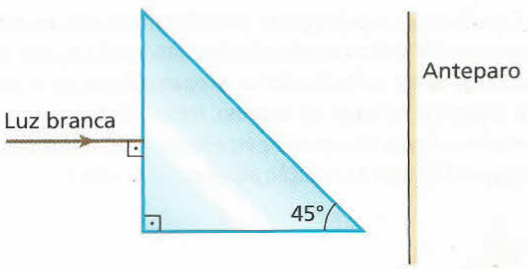
97 (ITA-SP) O Método do Desvio Mínimo, para a medida do índice de refração, **n**, de um material transparente, em relação ao ar, consiste em medir o desvio mínimo **δ** de um feixe estreito de luz que atravessa um prisma feito desse material.



Para que esse método possa ser aplicado (isto é, para que se tenha um feixe emergente), o ângulo **A** do prisma deve ser menor que:

a) arcsen (**n**).
b) $2 \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{n}\right)$.
c) $0{,}5 \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{n}\right)$.
d) $\operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{n}\right)$.
e) outra expressão.

98 Um pincel de luz branca incide perpendicularmente em uma das faces de um prisma, cuja secção principal está representada na figura:



O prisma está imerso no ar e seus índices de refração para sete cores componentes do pincel de luz branca são dados a seguir:

Violeta	1,48
Anil	1,46
Azul	1,44
Verde	1,42
Amarela	1,40
Alaranjada	1,39
Vermelha	1,38

Determine quais dessas cores emergem do prisma, atingindo o anteparo.

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

99 Na figura a seguir está representada uma esfera maciça de cristal, de centro **C**, raio $R = 10\sqrt{3}$ cm e índice de refração $n = \sqrt{2}$.

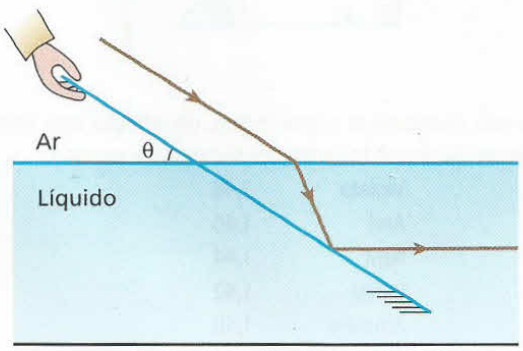
Mediante vaporização de alumínio, a superfície externa dessa esfera foi revestida com uma película desse metal. A face refletora especular da película ficou, então, voltada para o interior da esfera.

Apenas uma pequena região circular ficou sem revestimento. Fez-se incidir nessa região um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática, que penetrou na esfera e, após sofrer duas reflexões em suas paredes, emergiu pelo mesmo local da penetração, simetricamente em relação ao feixe incidente (ver figura).

Sabendo-se que a esfera está no ar (índice de refração igual a 1,0) e que a velocidade de propagação da luz nesse meio é aproximadamente igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, pede-se:

a) fazer um esboço da trajetória da luz no interior da esfera, indicando os valores dos ângulos relevantes à compreensão do esquema;
b) determinar o ângulo α que viabiliza a situação proposta;
c) calcular, nas condições apresentadas, quanto tempo um pulso luminoso permanece 'confinado' no interior da esfera.

100 Considere um espelho plano parcialmente imerso em um líquido transparente de índice de refração absoluto igual a n_L. Um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática, propagando-se no ar paralelamente à superfície refletora do espelho, refrata-se para o interior do líquido e sofre reflexão na superfície espelhada, conforme representa a figura a seguir. O índice de refração absoluto do ar vale 1.

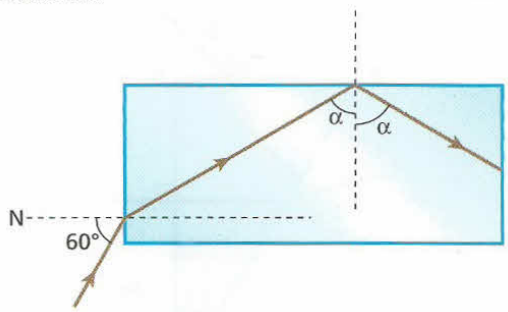


Admitindo-se que seja conhecido o ângulo **θ** indicado e supondo-se que o feixe refletido pelo espelho seja paralelo à superfície líquida, é correto afirmar que:

a) $n_L = \operatorname{sen}\theta$
b) $n_L = \operatorname{tg}\theta$
c) $n_L = \operatorname{cotg}\theta$
d) $n_L = \dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen} 2\theta}$
e) $n_L = \dfrac{\cos\theta}{\cos 2\theta}$

101 Um fator que tem sido decisivo na melhoria das telecomunicações no Brasil é a transmissão de dados digitais através de redes de fibras ópticas. Por meio desses **infodutos** de plástico ou resina transparentes, baratos e confiáveis, que hoje se acham instalados ao longo das principais rodovias do país, é possível a troca de imensos arquivos entre computadores (banda larga), integração de sistemas de telefonia, transmissão de TV etc.

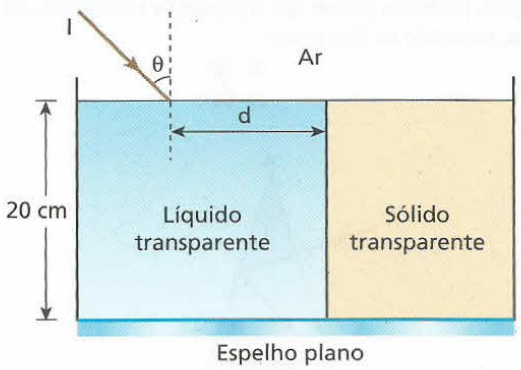
Dentro de uma fibra óptica, um sinal eletromagnético propaga-se com velocidades menores que a da luz no ar, sofrendo sucessivas reflexões totais. Considere a fibra óptica esquematizada a seguir, imersa no ar, na qual é introduzido um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática com ângulo de 60° em relação à reta normal **N** no ponto de incidência.



Para que valores do índice de refração absoluto **n** do material de que é feita a fibra as reflexões totais ocorrem?

102 O fundo do recipiente representado na figura é um espelho plano. O raio **I**, incidente na fronteira ar-líquido, é monocromático. Após sofrer refração nessa fronteira, o raio reflete-se no espelho e, em seguida, sofre reflexão total na interface líquido-sólido, com ângulo de incidência limite.

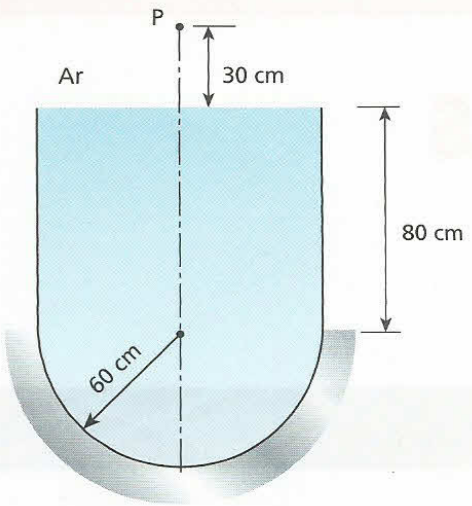
Dados: velocidade da luz no ar = $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s; velocidade da luz no líquido = $2{,}0 \cdot 10^8$ m/s; $\operatorname{sen}\theta = 0{,}75$.



Determine:

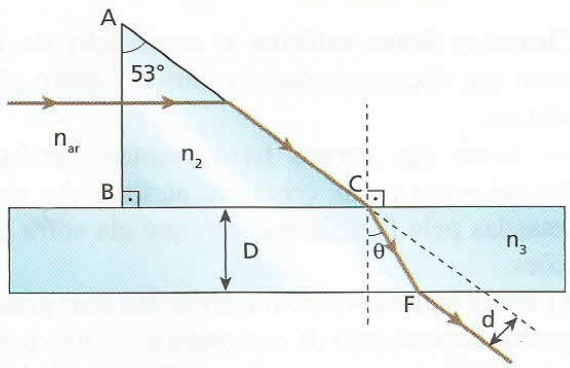
a) o ângulo de refração θ' na interface ar-líquido;
b) a velocidade da luz no sólido;
c) o máximo valor da distância **d** indicada.

103 Considere um recipiente de base hemisférica polida, cheio de água. A base está externamente recoberta de prata e seu raio vale 60 cm.



Admita que apenas raios paraxiais emitidos pela fonte **P** atravessem a fronteira ar-água e incidam na superfície hemisférica, que produz a imagem P'. Supondo o índice de refração da água igual a $\frac{4}{3}$, determine a posição de P' em relação à superfície livre da água.

104 (Olimpíada Brasileira de Física) Um raio de luz monocromático, vindo do ar, incide na face AB do prisma representado na figura e emerge rasante, paralelo à face AC, até encontrar uma lâmina de faces paralelas, justaposta à face BC.

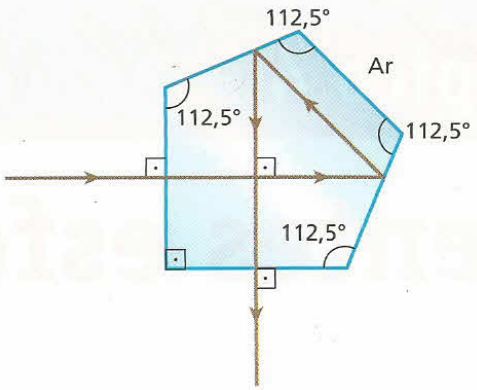


Dados: $n_{ar} = 1{,}0$ (índice de refração do ar);
$n_3 = 1{,}6$ (índice de refração do material da lâmina de faces paralelas);
$D = 2{,}0$ cm (espessura da lâmina de faces paralelas);
$c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s (velocidade da luz no ar);
sen 53° = 0,80; sen 37° = 0,60;
sen 23° = 0,40; cos 30° = 0,87.

Determine:

a) a velocidade da luz no interior do prisma;
b) o ângulo de refração **θ**;
c) o desvio lateral **d** sofrido pelo raio de luz.

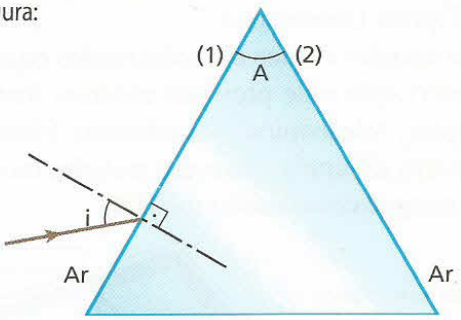
105 A figura a seguir esquematiza a trajetória de um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática que sofre um desvio de 90° ao atravessar um prisma pentagonal de Goulier, que é utilizado em alguns modelos de câmeras fotográficas. Nesse prisma, a luz incide normalmente em uma das faces, sofre duas reflexões totais e emerge também normalmente em outra face, perpendicular à face de entrada.



Ângulo (graus)	**Seno**
90,0	1,00
67,5	0,92
45,0	0,71
22,5	0,38

Sendo 1,00 o índice de refração do ar, determine o índice de refração do prisma (n_p) para que a luz siga a trajetória indicada.

106 Um raio de luz monocromática incide na face (1) de um prisma de ângulo de refringência **A** e índice de refração **n**, imerso no ar, como indica a figura:

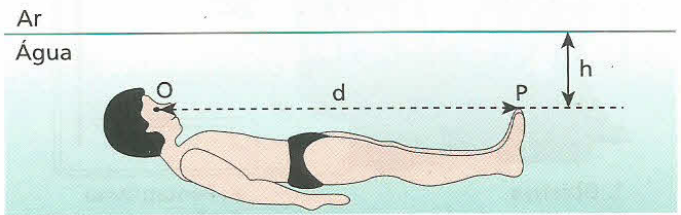


Prove que, para ocorrer a emergência do raio pela face (2), devem ser satisfeitas as seguintes condições:

I. $A < 2L$, em que L é o ângulo limite na fronteira prisma-ar;

II. $\text{sen } i > \frac{\text{sen } (A - L)}{\text{sen } L}$.

107 Na situação esquematizada a seguir, um homem encontra-se mergulhado em uma piscina, de modo que seu olho, **O**, está alinhado com a extremidade superior de seu pé, **P**, segundo uma reta paralela à superfície da água, admitida plana e horizontal.



Sendo **n** o índice de refração da água em relação ao ar e **d** a distância entre **O** e **P**, determine o maior valor possível para a profundidade **h** de modo que o homem ainda possa visualizar a imagem especular de **P** com brilho de máxima intensidade.

a) $h = d\sqrt{n^2 - 1}$
b) $h = \frac{d}{2}\sqrt{n^2 - 1}$
c) $h = \frac{d}{4}\sqrt{n^2 - 1}$
d) $h = \frac{d}{2}\sqrt{n^2 + 1}$
e) $h = \frac{d}{4}\sqrt{n^2 + 1}$

Tópico 4

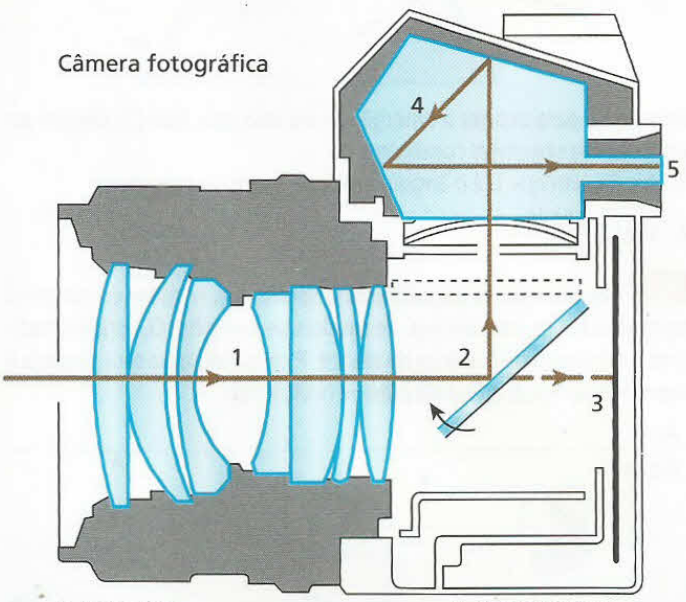
Lentes esféricas

Bloco 1

1. Introdução

Devido à sua grande importância prática, o estudo das lentes esféricas constitui o ponto alto de qualquer curso de Óptica Geométrica.

Desde simples óculos até sofisticados equipamentos de observação e de projeção utilizam lentes. Nos microscópios, telescópios, nas câmeras filmadoras e nos projetores as lentes aparecem isoladas ou associadas, mas sempre com função vital.



1. Objetiva
2. Espelho móvel
3. Filme ou conversor eletrônico
4. Pentaprisma
5. Visor

Durante o enquadramento, a luz é desviada pelo espelho (2) em direção ao pentaprisma (4). No ato do disparo, o espelho (2) é deslocado e a luz incide diretamente sobre o filme ou conversor eletrônico (3).

As câmeras fotográficas constituem-se de diversos sistemas ópticos associados convenientemente. Nelas, podemos encontrar lentes, espelhos, prismas etc. em número que varia com o grau de sofisticação. Entretanto, as lentes exercem papel essencial, pois compõem a objetiva, que é o "olho" da câmera, responsável pela projeção da imagem sobre o filme fotográfico ou o conversor eletrônico.

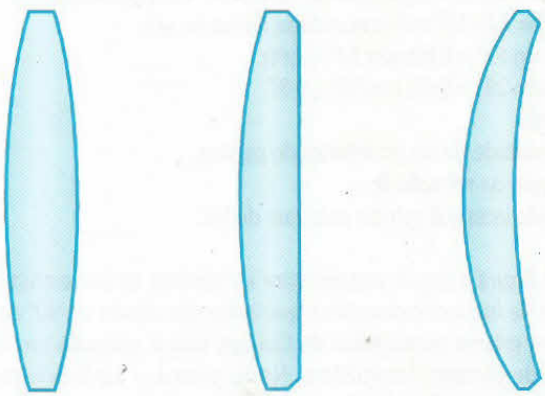
2. Classificação e elementos das lentes esféricas

Chama-se **lente esférica** a associação de dois dioptros: um necessariamente esférico e outro plano ou esférico.

As lentes são corpos transparentes, geralmente fabricados em vidro, cristal ou acrílico. Ao serem atravessadas pela luz, fazem com que ela sofra duas refrações.

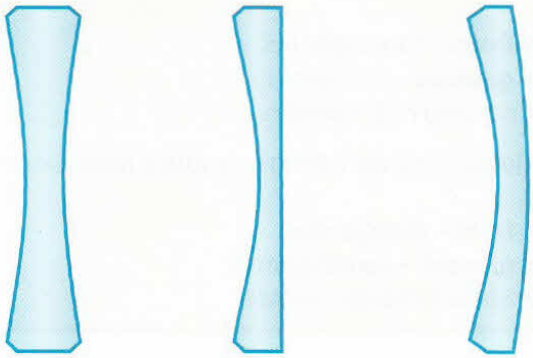
As lentes esféricas classificam-se em duas grandes categorias, dependendo da espessura da região periférica comparada à espessura da região central: **lentes de bordas finas** e **lentes de bordas grossas**.

- **Lentes de bordas finas** – Nesta categoria, figuram três tipos de lente:



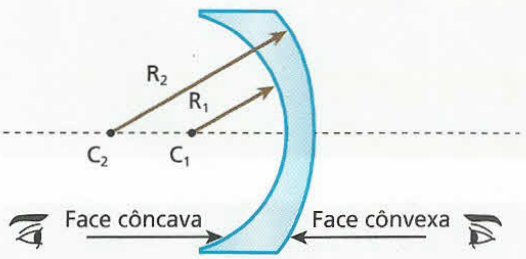
Lente biconvexa. Lente plano-convexa. Lente côncavo-convexa.

- **Lentes de bordas grossas** – Nesta categoria, também figuram três tipos de lente:



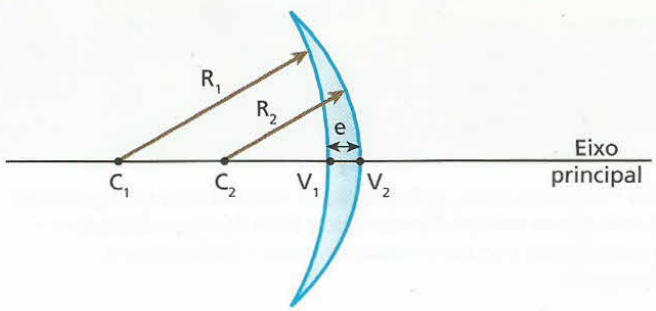
Lente bicôncava. Lente plano-côncava. Lente convexo-côncava.

Repare que na nomenclatura das lentes esféricas uma face é denominada convexa, plana ou côncava em relação a um observador **externo** à lente. Além disso, menciona-se, em primeiro lugar, o nome da face de **maior raio de curvatura**.



Nesse exemplo, como $R_2 > R_1$, o nome da lente é **convexo-côncava**.

Observe, a seguir, a representação de uma lente esférica com seus principais elementos geométricos:



- C_1 e C_2 são os centros de curvatura das faces da lente.
- R_1 e R_2 são os raios de curvatura das faces da lente.
- A reta $\overleftrightarrow{C_1C_2}$ é o eixo principal (ou eixo óptico) da lente. Esse eixo é normal às faces da lente.
- O segmento $\overline{V_1V_2}$ determina a espessura (**e**) da lente.

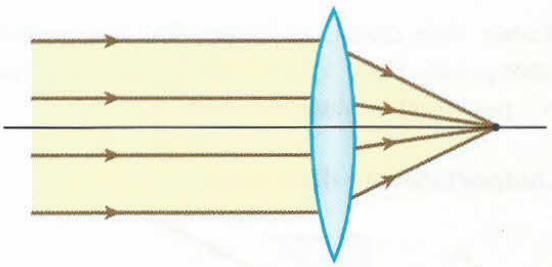
Em nossos estudos, exceto quando houver recomendação contrária, consideraremos as lentes esféricas com espessura desprezível em comparação com os raios de curvatura. As lentes que satisfazem essa condição são denominadas **lentes delgadas**. Admitiremos, ainda, que os raios incidentes são pouco inclinados e pouco afastados em relação ao eixo principal.

Além disso, estudaremos apenas as situações em que as duas faces da lente estão em contato com o mesmo meio. No caso mais comum, o meio que circunda a lente é o ar.

3. Comportamento óptico das lentes esféricas

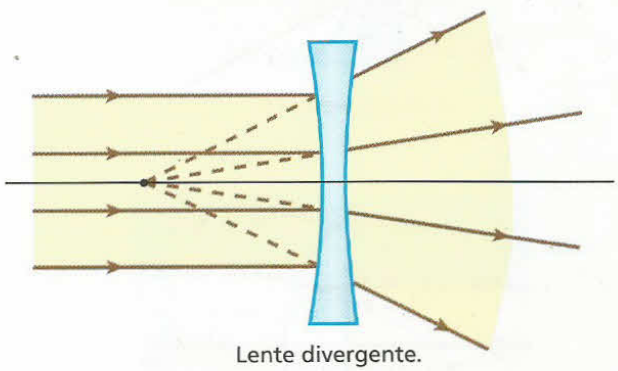
As lentes esféricas podem apresentar dois comportamentos ópticos distintos: comportamento **convergente** e comportamento **divergente**.

No primeiro caso, raios de luz que incidem na lente paralelamente entre si se refratam com direções que convergem para um mesmo ponto:



Lente convergente.

No segundo caso, raios de luz que incidem na lente paralelamente entre si se refratam com direções que divergem de um mesmo ponto:

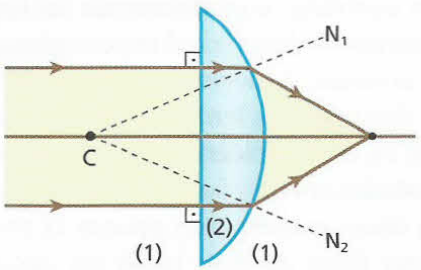


Lente divergente.

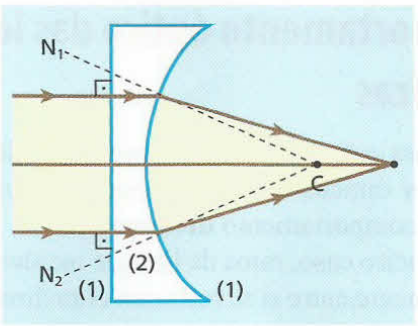
Qualquer lente esférica pode ser convergente ou divergente, dependendo de seu índice de refração em relação ao do meio externo.

Os esquemas a seguir indicam o trajeto de raios de luz que atravessam lentes esféricas. Nos dois primeiros casos, as lentes apresentam comportamento convergente e nos dois últimos, comportamento divergente.

Comportamento convergente:



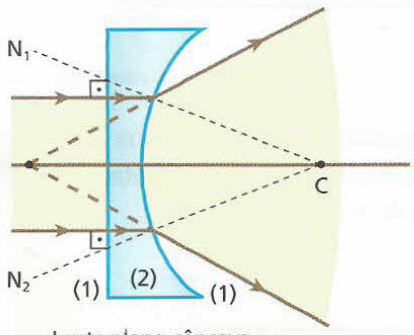
Lente plano-convexa.



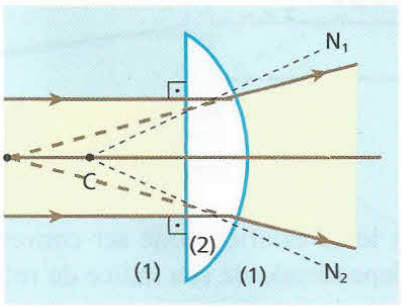
Lente plano-côncava.

Nesses dois casos, as lentes têm comportamento convergente. Para a lente plano-convexa, tem-se $n_2 > n_1$; para a lente plano-côncava, $n_2 < n_1$.

Comportamento divergente:



Lente plano-côncava.



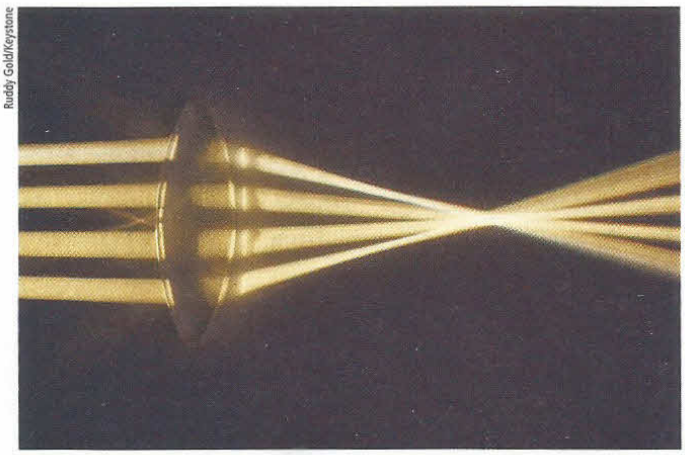
Lente plano-convexa.

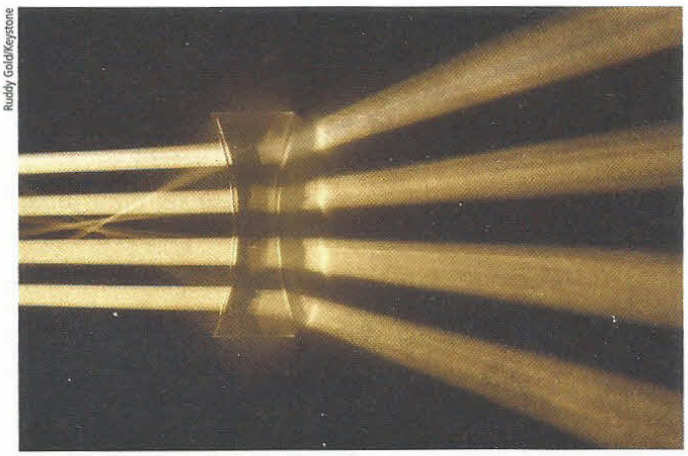
Nesses dois casos, as lentes têm comportamento divergente. Para a lente plano-côncava, tem-se $n_2 > n_1$; para a lente plano-convexa, $n_2 < n_1$.

Conclusão:

Se a lente é mais refringente que o meio externo, temos:
bordas finas – convergentes;
bordas grossas – divergentes.
Esse é o caso mais comum.

Se a lente é menos refringente que o meio externo, temos:
bordas finas – divergentes;
bordas grossas – convergentes.
Esse é o caso menos comum.

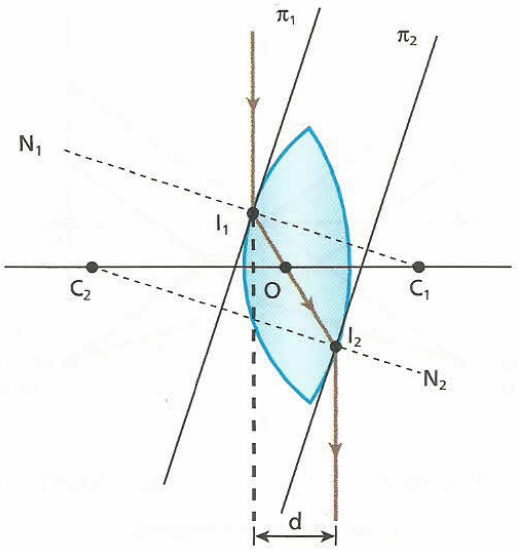




Nas fotografias acima, as lentes são de material mais refringente que o meio que as envolve. Observe que a lente de cima – biconvexa – é convergente, enquanto a lente de baixo – bicôncava – é divergente.

4. Centro óptico

Considere a lente esférica da figura seguinte, na qual estão destacados os centros de curvatura das faces (C_1 e C_2), o eixo principal ($\overleftrightarrow{C_1C_2}$) e dois planos π_1 e π_2 tangentes às faces da lente e paralelos entre si. Um raio luminoso monocromático adentra a lente pelo ponto I_1 e dela emerge pelo ponto I_2.



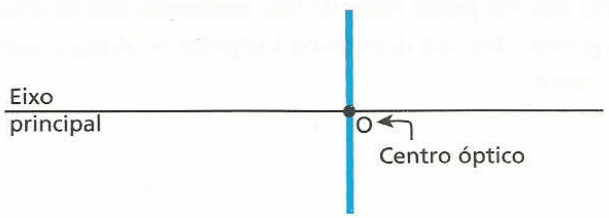
Devido ao paralelismo dos planos π_1 e π_2, a lente comporta-se como uma lâmina de faces paralelas para o raio luminoso em questão. Por isso, pode-se concluir que na travessia da lente o raio luminoso não sofre desvio angular, experimentando apenas um deslocamento lateral **d**.

O ponto **O**, obtido pela intersecção do raio luminoso com o eixo principal, é o **centro óptico** da lente. Esse ponto não depende do índice de refração da lente em relação ao meio externo, e sua posição é invariável para um mesmo tipo de luz (freqüência).

A partir do que foi exposto, pode-se enunciar que:

> O **centro óptico** de uma lente esférica é o ponto do eixo principal por onde passa um raio luminoso que não sofre desvio angular.

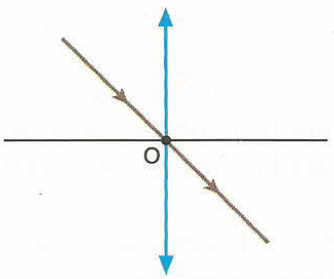
É importante destacar que nas lentes delgadas (espessura desprezível em comparação com os raios de curvatura das faces) o centro óptico é definido pela intersecção da lente com seu eixo principal:



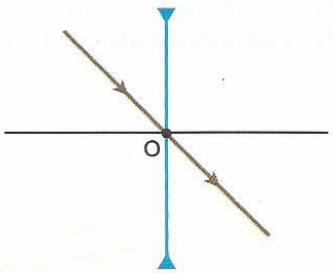
Lente delgada.

Pelo fato de a espessura de uma lente delgada ser desprezível, depreende-se que um raio luminoso que a atravessa, passando por seu centro óptico, sofre deslocamento lateral desprezível. Assim, podemos afirmar que:

> Um raio luminoso que passa pelo centro óptico de uma lente esférica delgada não sofre desvio angular nem deslocamento lateral considerável.



Lente delgada convergente.



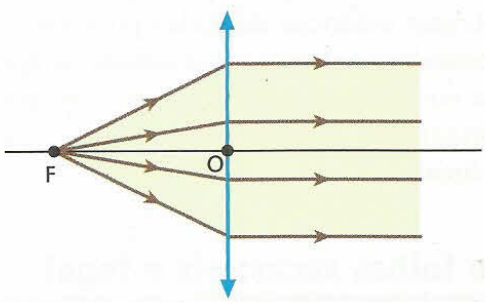
Lente delgada divergente.

5. Focos e pontos antiprincipais

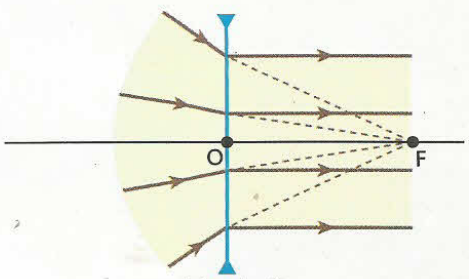
Focos

Considere as lentes esféricas delgadas representadas a seguir, das quais emergem raios luminosos paralelos entre si e aos respectivos eixos principais. Admita que esses raios sejam um pouco afastados em relação aos eixos principais das lentes.

A experiência mostra que, nessas condições, os raios luminosos incidentes apresentam-se, necessariamente, alinhados com um mesmo ponto do eixo principal, denominado **foco principal objeto (F)**.



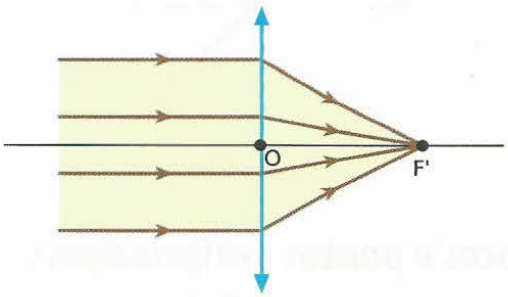
Lente delgada convergente.



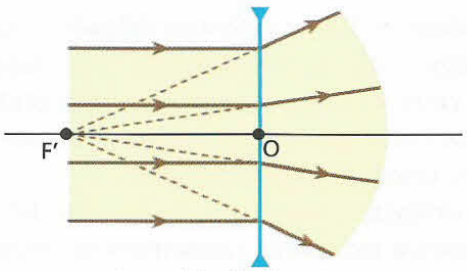
Lente delgada divergente.

Considere, agora, as lentes esféricas delgadas representadas a seguir, nas quais incidem raios luminosos paralelos entre si e aos respectivos eixos principais. Admita, também, que esses raios sejam um pouco afastados em relação aos eixos principais das lentes.

A experiência mostra que, nessas condições, os raios luminosos emergentes apresentam-se, necessariamente, alinhados com um mesmo ponto do eixo principal, denominado **foco principal imagem (F')**. Esse fato decorre do caso anterior, tendo-se em conta a reversibilidade no trajeto dos raios de luz.

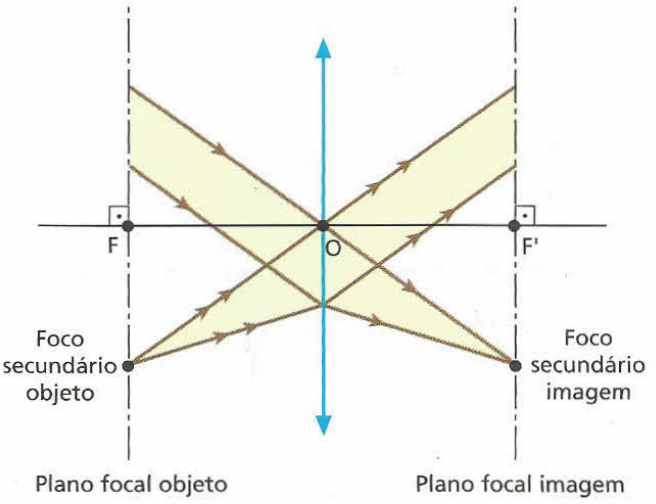


Lente delgada convergente.

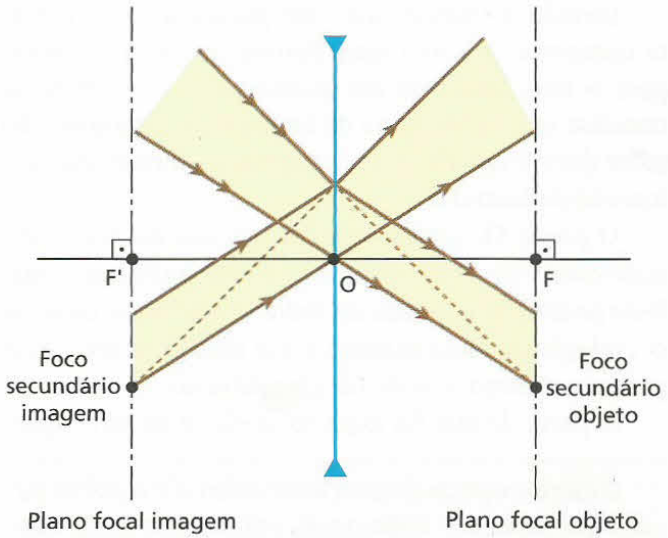


Lente delgada divergente.

Além dos focos principais, pode-se verificar que as lentes esféricas delgadas possuem infinitos focos secundários. Esses focos situam-se aproximadamente nos mesmos planos frontais que contêm os focos principais. A esses planos dá-se o nome de **planos focais**.



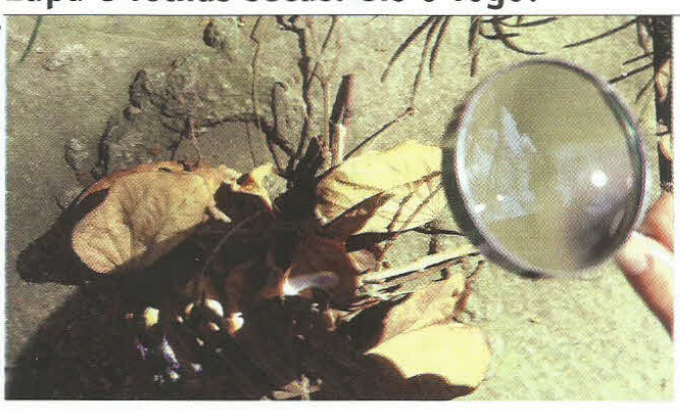
Lente delgada convergente.



Lente delgada divergente.

É importante observar que os focos de uma lente convergente são **reais**, enquanto os de uma lente divergente são **virtuais**. A explicação para esse fato é simples: nas lentes convergentes os focos são determinados efetivamente pelos raios de luz, enquanto nas lentes divergentes eles são determinados pelos prolongamentos dos raios.

Lupa e folhas secas: eis o fogo!



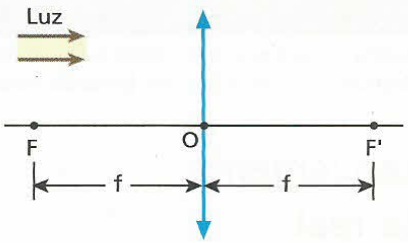
Thales Trigo

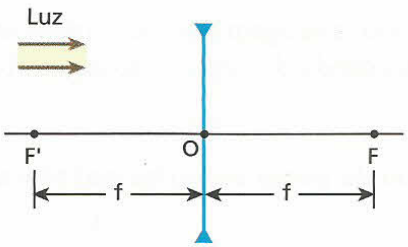
Um praticante de *camping* que tenha esquecido de colocar fósforos em sua bagagem pode produzir fogo utilizando uma lupa – lente convergente de aumento, geralmente biconvexa. Para isso, basta que ele reúna alguns gravetos e folhas secas, fazendo incidir sobre eles a luz emergente do sistema. Os raios do Sol são praticamente paralelos, o que produz uma imagem do astro num foco da lupa. Esse foco, que é um elemento real em que há alta concentração de energia, sendo mantido por algum tempo sobre os gravetos e sobre as folhas, provoca neles a combustão, produzindo fogo.

Distância focal

Considere as lentes delgadas indicadas no esquema abaixo, envolvidas pelo mesmo meio. Conforme foi descrito, cada lente tem dois focos principais: o foco objeto (**F**) e o foco imagem (**F'**).

Como o meio envolvente é o mesmo, para cada lente o segmento FO tem a mesma medida que o segmento F'O. Desconsiderados sinais algébricos, os comprimentos de FO ou de F'O são denominados **distância focal (f)**, que é uma importante característica das lentes.

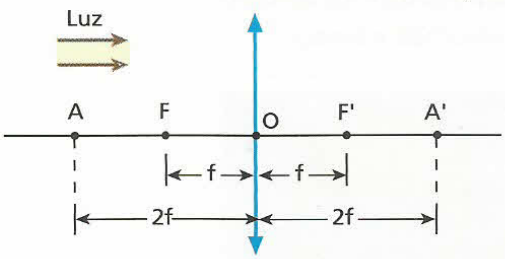


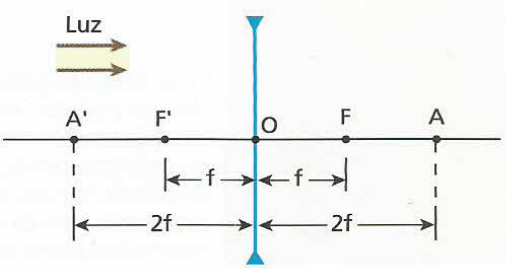


Pontos antiprincipais

Os pontos do eixo principal de uma lente cuja distância em relação ao centro óptico vale 2f são chamados de **pontos antiprincipais**:

- ponto **A** = ponto antiprincipal objeto
- ponto **A'** = ponto antiprincipal imagem



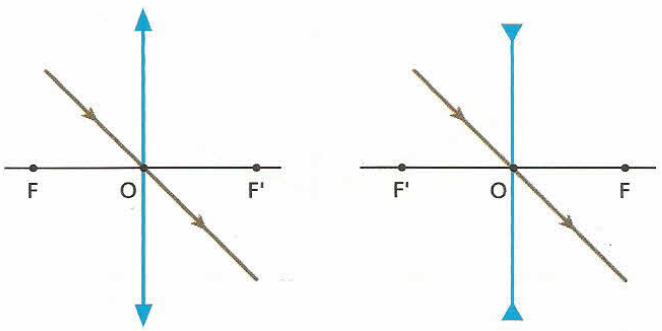


6. Raios luminosos particulares

Como nos espelhos esféricos, também no estudo das lentes esféricas alguns raios luminosos que obedecem a determinadas condições e propriedades devem estar sempre à mão, já que facilitam a obtenção gráfica das imagens.

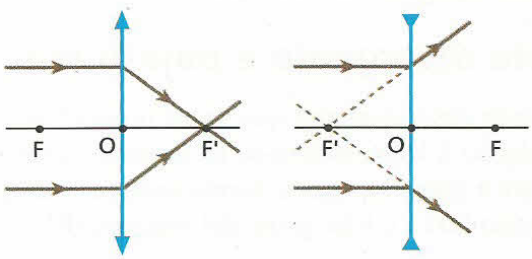
1º raio particular

Todo raio luminoso que incide no centro óptico refrata-se diretamente, sem sofrer desvio.



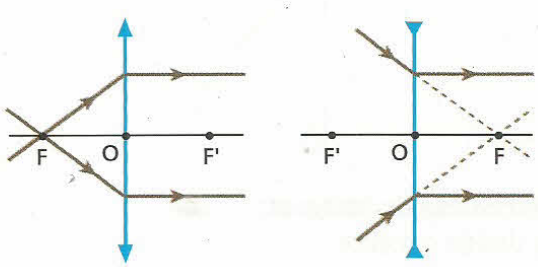
2º raio particular

Todo raio luminoso que incide paralelamente ao eixo principal refrata-se alinhado com o foco principal imagem (F').



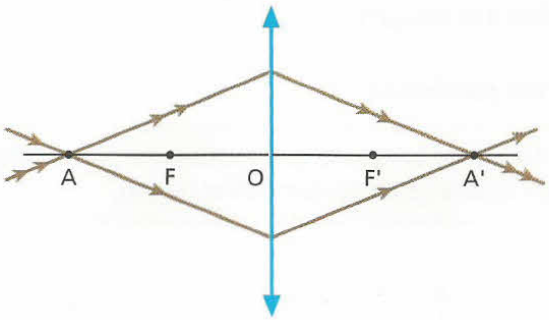
Levando em conta a reversibilidade no trajeto dos raios de luz, podemos enunciar também que:

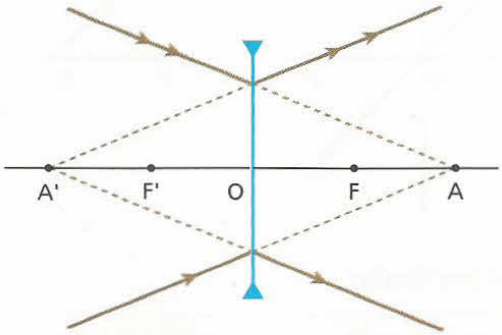
Todo raio luminoso que incide alinhado com o foco principal objeto (**F**) refrata-se paralelamente ao eixo principal.



3º raio particular

Todo raio luminoso que incide alinhado com o ponto antiprincipal objeto (**A**) refrata-se alinhado com o ponto antiprincipal imagem (**A'**).

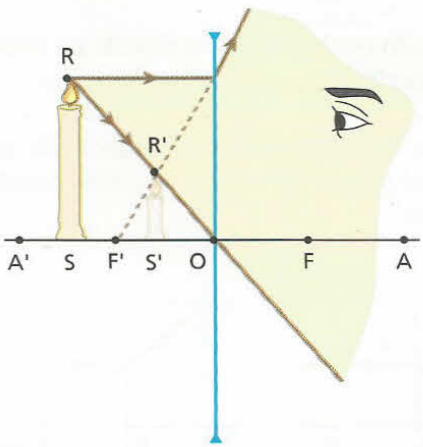




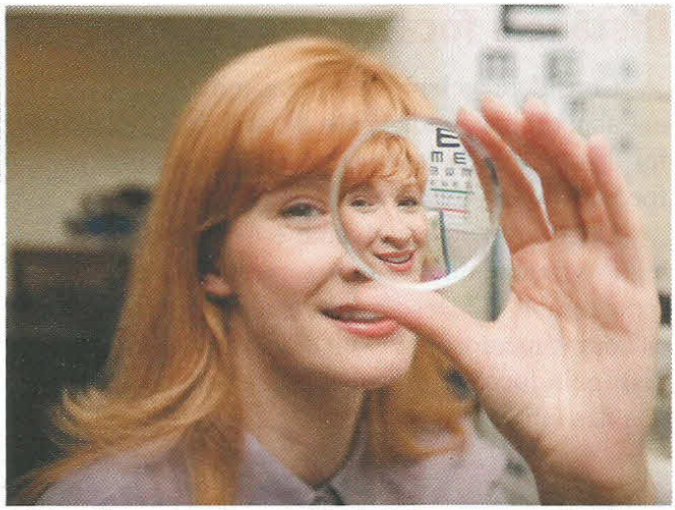
7. Construção gráfica das imagens nas lentes esféricas

Lente divergente e objeto real

Neste caso, qualquer que seja a posição do objeto em relação à lente, obtêm-se as mesmas características para a imagem, que se forma sempre entre o centro óptico (**O**) e o foco principal imagem (**F'**).



Características da imagem:
virtual, direita e menor.

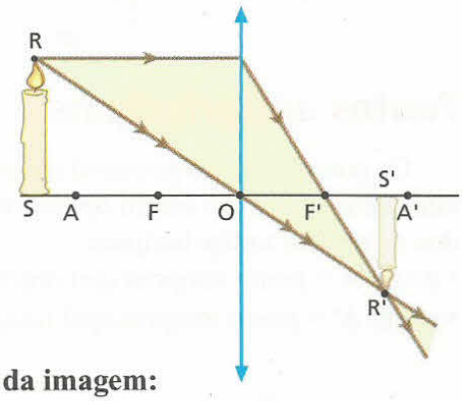

John W. Gertz/Zefa/Corbis/LatinStock

A fotografia mostra a imagem virtual, direita e menor produzida por uma lente divergente para um objeto real (rosto da modelo).

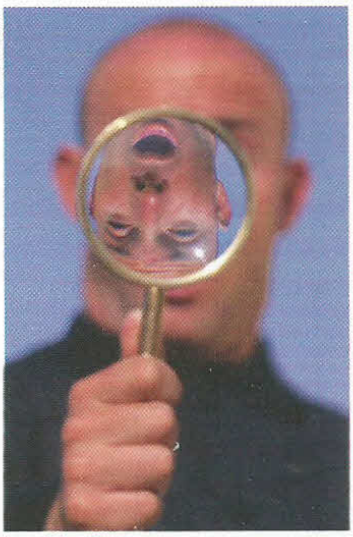
Lente convergente e objeto real

Neste caso, a imagem assume características diferentes, dependendo da posição do objeto em relação à lente.

Objeto além do ponto antiprincipal objeto

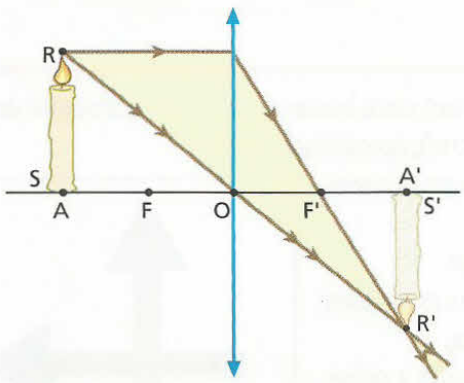


Características da imagem:
real, invertida e menor.


Ben Welsh/Keystone

Nesta fotografia pode-se observar a imagem real, invertida e menor conjugada por uma lente convergente ao rosto do homem, que está posicionado além do ponto antiprincipal objeto da lente.

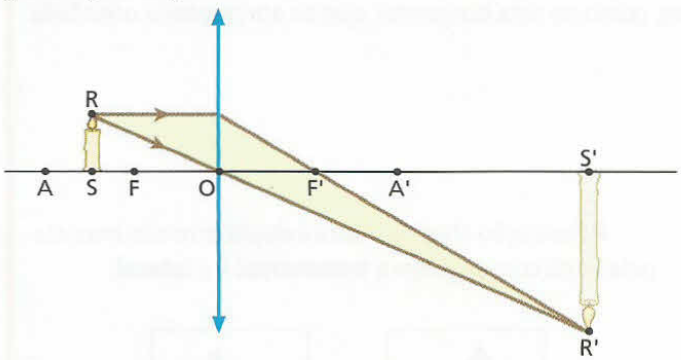
Objeto no ponto antiprincipal objeto



Características da imagem:
real, invertida e do mesmo tamanho que o objeto.

Observe que a imagem localiza-se no ponto antiprincipal imagem.

Objeto entre o ponto antiprincipal objeto e o foco principal objeto

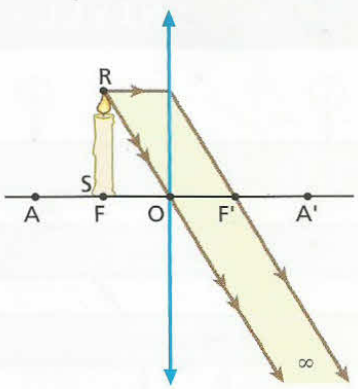


Características da imagem:
real, invertida e maior.

Nota:

- Observe que as imagens reais obtidas a partir de objetos também reais são sempre invertidas.

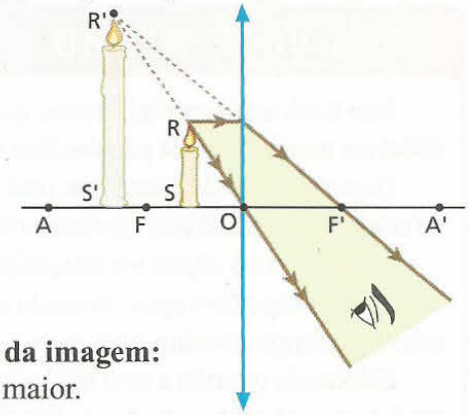
Objeto no foco principal objeto



Características da imagem:

Como os raios luminosos emergentes do sistema são paralelos, a imagem "forma-se no infinito", sendo, portanto, **imprópria**.

Objeto entre o foco principal objeto e o centro óptico



Características da imagem:
virtual, direita e maior.

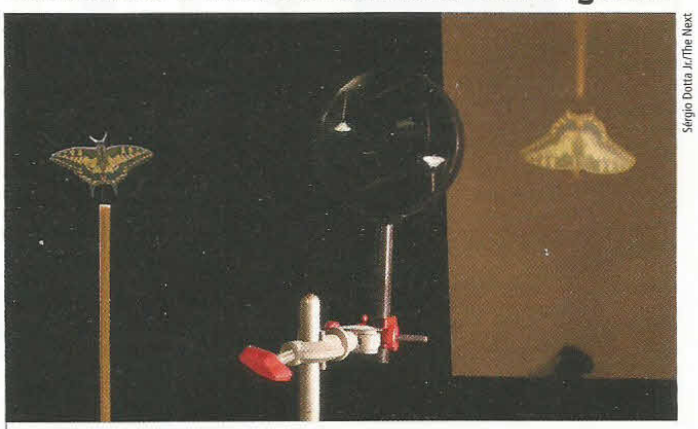
Sérgio Dotta Jr./The Next

A fotografia mostra a imagem virtual, direita e maior produzida por uma lente convergente para um objeto real (olho da garota).

Nota:

- Este é o único caso em que, para um objeto real, a lente convergente conjuga imagem virtual.

Borboleta e lente biconvexa convergente



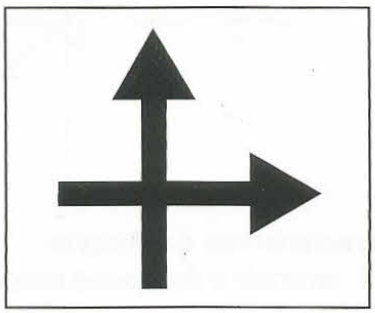
Sérgio Dotta Jr./The Next

Nesta curiosa fotografia, observamos, projetada em um anteparo difusor, a imagem real, invertida e maior de uma borboleta iluminada, conjugada por uma lente biconvexa convergente. Chamam atenção as duas pequenas imagens obtidas pela reflexão de parte da luz proveniente da borboleta nas faces da lente. A face de entrada da luz, onde ocorre a primeira refração, comporta-se como espelho convexo, originando uma imagem virtual, direita e menor. A face de saída da luz, onde ocorre a segunda refração, comporta-se como espelho côncavo, originando uma imagem real, invertida e menor.

FAÇA VOCÊ MESMO

Este é um experimento simples, que você pode realizar facilmente em casa, bastando para isso conseguir um copo cilíndrico transparente de paredes lisas e um cartão branco de 10×10 (cm^2), aproximadamente.

Desenhe no cartão duas setas: uma vertical orientada para cima e outra horizontal orientada para a direita, conforme mostra a figura ao lado.



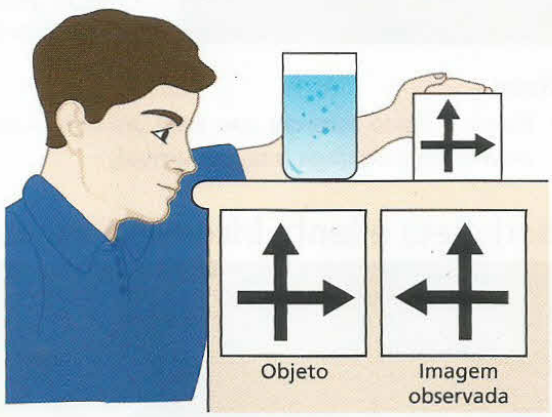
O cartão será o objeto em relação ao sistema óptico descrito a seguir.

Encha o copo com água, tomando o cuidado de não deixar molhar suas paredes externas. O copo constitui, juntamente com a água, uma **lente cilíndrica**.

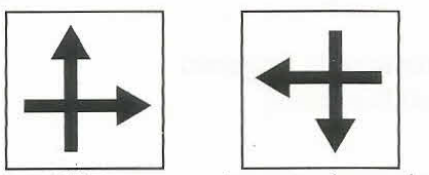
Colocando o cartão a uma distância conveniente do copo, como ilustra a próxima figura, você contemplará uma imagem real do cartão, na qual a seta vertical não apresentará alterações aparentes, mas a seta horizontal aparecerá orientada para a esquerda.

Esse experimento mostra que uma lente cilíndrica, como a constituída pelo copo e pela água, produz imagens reais invertidas apenas transversalmente.

Se você fizesse o mesmo experimento utilizando, por exemplo, uma lente esférica biconvexa de vidro, com distância focal da ordem de 10 cm, colocando o cartão a aproximadamente 20 cm da lente, observaria a ocorrência de inversão tanto na seta vertical, que se apresentaria orientada para baixo, como na seta horizontal, que se apresentaria orientada para a esquerda.



A ilustração abaixo mostra a dupla inversão imposta pela lente convergente: a **transversal** e a **lateral**.

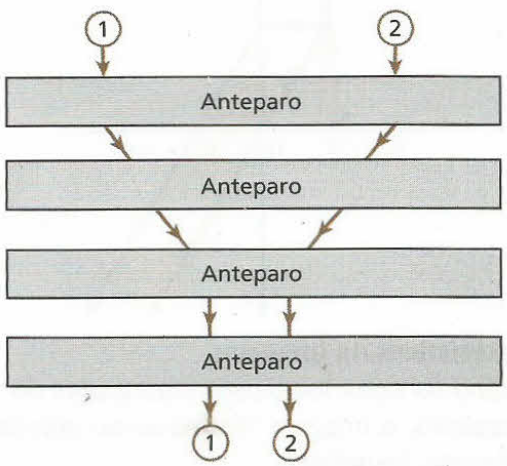


EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

1 (UFRN) Os raios de luz 1 e 2, representados na figura, atravessam elementos ópticos que estão escondidos pelos anteparos, numa região em que o ar atmosférico é homogêneo. Estes elementos podem ser:

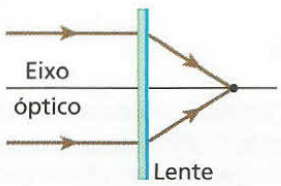
I. uma lente delgada convergente;
II. uma lente delgada divergente;
III. uma lâmina de vidro de faces paralelas.

Acompanhando, de cima para baixo, as trajetórias dos dois raios, quais são, nessa ordem, os elementos ópticos escondidos pelos anteparos, sabendo que cada anteparo esconde um único elemento óptico?

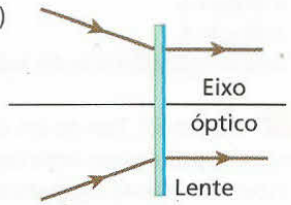


2 As figuras seguintes representam a refração da luz através de seis lentes esféricas delgadas:

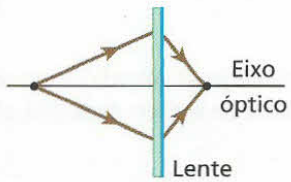
I)



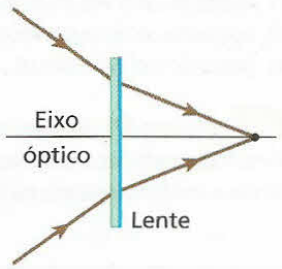
IV)



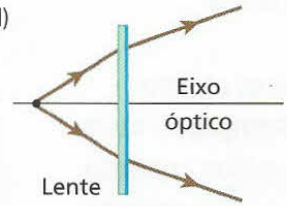
II)



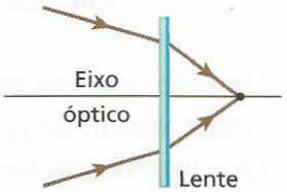
V)



III)



VI)



Que lentes apresentam comportamento convergente?

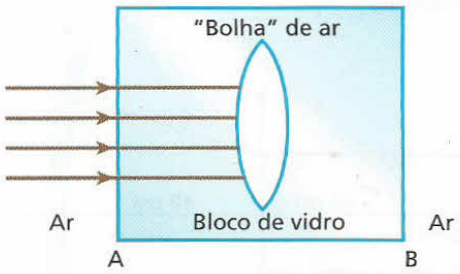
3 (Fuvest-SP) Uma colher de plástico transparente, cheia de água e imersa no ar, pode funcionar como:

a) lente convergente.
b) lente divergente.
c) espelho côncavo.
d) microscópio composto.
e) prisma.

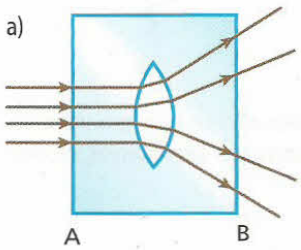
4 Um escoteiro, contrariando a orientação do chefe que recomendava o uso de gravetos rolantes para produzir fogo no momento da confecção do almoço do pelotão, utilizou uma lente esférica de distância focal **f** que "concentrou os raios solares" sobre um monte de folhas secas situado a uma distância **d** da lente.

a) Diga que tipo de lente o escoteiro utilizou (convergente ou divergente).
b) Faça, em seu caderno, um esquema representando os raios solares, a lente e o monte de folhas secas.
c) Determine o valor de **d** em função de **f** para que o processo tenha eficiência máxima, isto é, o fogo seja produzido no menor intervalo de tempo possível.

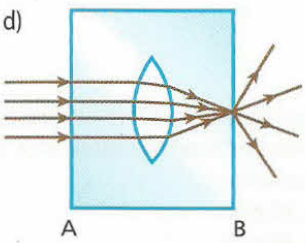
5 (Mack-SP) Na produção de um bloco de vidro *flint*, de índice de refração absoluto 1,7, ocorreu a formação de uma "bolha" de ar (índice de refração absoluto 1,0), com o formato de uma lente esférica biconvexa. Um feixe luminoso monocromático, paralelo, incide perpendicularmente à face **A** do bloco, conforme a figura a seguir, e, após passar pelo bloco e pela bolha, emerge pela face **B**. A figura que melhor representa o fenômeno é:



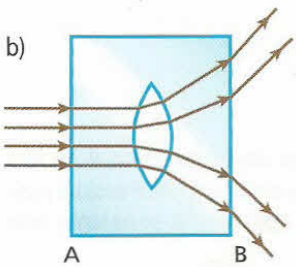
a)

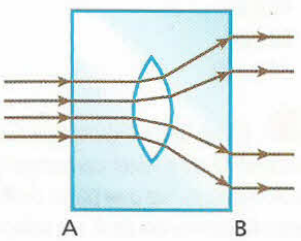


d)

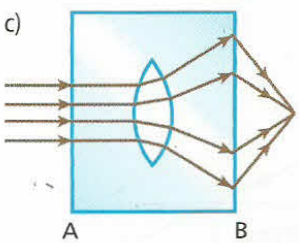


b)

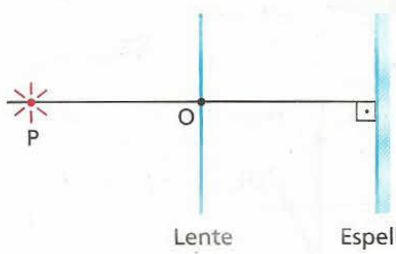




c)



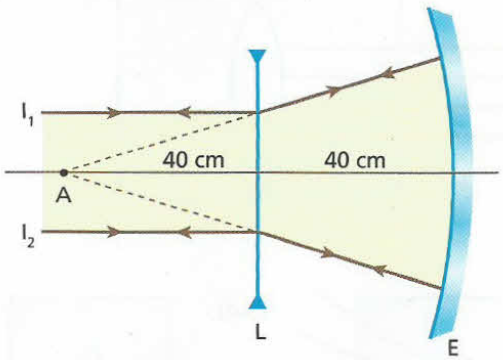
6 O arranjo experimental da figura é composto de uma lente esférica de vidro e um espelho plano. A montagem é feita no interior de uma sala de aula pelo professor de Óptica, que dispõe o espelho perpendicularmente ao eixo principal da lente:



De um ponto **P**, situado sobre o eixo principal e distante 30 cm do centro óptico da lente, provém luz que se refrata através da lente, incide no espelho, reflete-se e volta a atravessar a lente, convergindo novamente para o ponto **P**, independentemente da distância entre a lente e o espelho.

a) Classifique a lente como convergente ou divergente.
b) Obtenha o valor absoluto de sua distância focal.

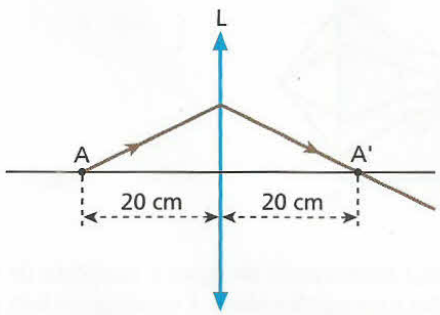
7 (Univest-SP) Um feixe de raios paralelos, representado por I_1 e I_2, incide em uma lente bicôncava (**L**) para, em seguida, incidir em um espelho côncavo (**E**), conforme ilustra a figura. Na reflexão, os raios retornam sobre si mesmos, convergindo para um ponto **A**, situado sobre o eixo principal comum.



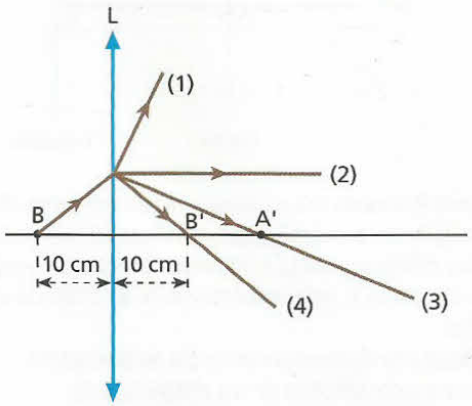
Com base nessas informações, é correto afirmar que, em valor absoluto, as abscissas focais de **L** e **E** valem, em centímetros, respectivamente:

a) 40 e 20.
b) 40 e 40.
c) 40 e 80.
d) 80 e 80.
e) 80 e 120.

8 (Unip-SP) A figura representa um objeto luminoso **P** no eixo principal de uma lente convergente **L**. Quando o objeto **P** está na posição **A**, o raio de luz que parte de **P** passa, após refratar-se na lente, pelo ponto **A'**, simétrico de **A** em relação a **L**:



Em seguida, o objeto **P** se aproxima da lente, posicionando-se no ponto **B**, conforme a figura.



O raio de luz que parte do objeto **P**, posicionado em **B**, após refratar-se na lente, assume:

a) a direção 1.
b) a direção 2.
c) a direção 3.
d) a direção 4.
e) uma direção diferente das indicadas.

9 (Fuvest-SP) Tem-se um objeto luminoso situado em um dos focos principais de uma lente convergente. O objeto afasta-se da lente, movimentando-se sobre seu eixo principal. Podemos afirmar que a imagem do objeto, à medida que ele se movimenta:

a) cresce continuamente.
b) passa de virtual para real.
c) afasta-se cada vez mais da lente.
d) aproxima-se do outro foco principal da lente.
e) passa de real para virtual.

10 (Fuvest-SP) Uma pessoa segura uma lente delgada junto a um livro, mantendo seus olhos aproximadamente a 40 cm da página, obtendo a imagem indicada na figura.

Soneto da Fidelidade
Vinícius de Moraes

De tudo, ao meu amor serei atento
Antes, e com tal zelo, e sempre, e tanto
Que mesmo em fa... maior encanto
Dele se enc... amento.

Quero v... to
E em s... canto
E rir m... o
Ao seu...

E assim, q... rocure
Quem sabe a ... de quem vive
Quem sabe a solidão, fim de quem ama

Eu possa (me) dizer do amor (que tive):
Que não seja imortal, posto que é chama,
Mas que seja infinito enquanto dure.

ao meu amor serei atento
, e com tal zelo, e sempre, e tan.
e mesmo em face do maior encanto
ele se encante mais meu pensamento.

Quero vivê-lo em cada vão momento
E em seu louvor hei de espalhar meu canto
E rir meu riso e derramar meu pranto
Ao seu pesar ou seu contentamento

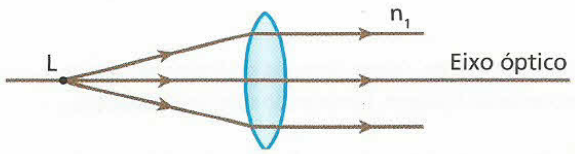
sim, quando mais tarde me procur
abe a morte, angústia de que
a solidão, fim de qu

Em seguida, sem mover a cabeça ou o livro, vai aproximando a lente de seus olhos. A imagem, formada pela lente, passará a ser:

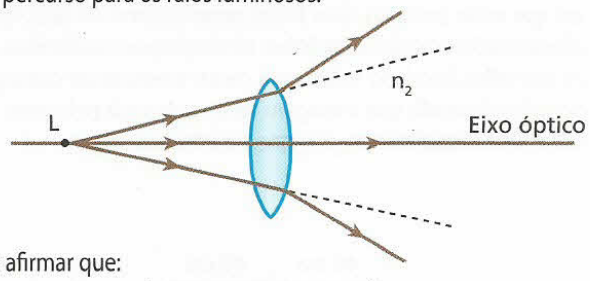
a) sempre direita, cada vez menor.
b) sempre direita, cada vez maior.
c) direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez menor.
d) direita cada vez maior, passando a invertida e cada vez menor.
e) direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez maior.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

11 (Ufla-MG) Coloca-se uma pequena lâmpada **L** no foco principal de uma lente biconvexa de índice de refração n_L imersa em um líquido de índice de refração n_1. Essa situação está esquematizada abaixo.



Mantendo-se a posição da lâmpada em relação à lente e imergindo-se o conjunto em um outro líquido de índice de refração n_2, obteve-se o seguinte percurso para os raios luminosos:

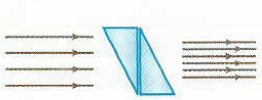


É correto afirmar que:

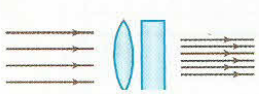
a) $n_2 > n_1 > n_L$
b) $n_2 = n_L > n_1$
c) $n_L > n_2 > n_1$
d) $n_2 > n_L > n_1$
e) $n_L = n_1 > n_2$

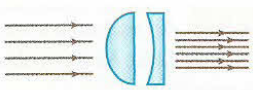
12 (Unirio-RJ) Uma pessoa deseja construir um sistema óptico capaz de aumentar a intensidade de um feixe de raios de luz paralelos, tornando-os mais próximos, sem que modifique a direção original dos raios incidentes. Para isso, tem à sua disposição prismas, lentes convergentes, lentes divergentes e lâminas de faces paralelas.

Tendo em vista que os elementos que constituirão o sistema óptico são feitos de vidro e estarão imersos no ar, qual das cinco composições a seguir poderá ser considerada como uma possível representação do sistema óptico desejado?

a)


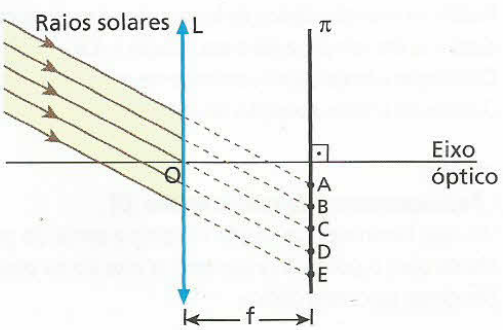
b)

c)


d)


e)

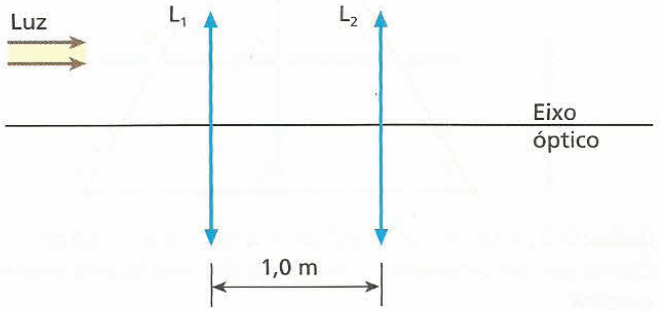
13 Para acender um palito de fósforo com os raios solares (considerados paralelos), você vai utilizar uma lente convergente **L** de centro óptico **O** e distância focal **f**. Para tanto, a cabeça do palito será colocada em um dos cinco pontos, **A**, **B**, **C**, **D** ou **E**, indicados na figura a seguir.



O plano **π** é perpendicular ao eixo óptico da lente e os pontos citados pertencem à intersecção desse plano com o plano do papel. O efeito desejado será produzido no mínimo intervalo de tempo se a cabeça do palito for colocada no ponto:

a) A; b) B; c) C; d) D; e) E.

14 **E.R.** Duas lentes convergentes L_1 e L_2 são associadas coaxialmente, conforme mostra o esquema a seguir:

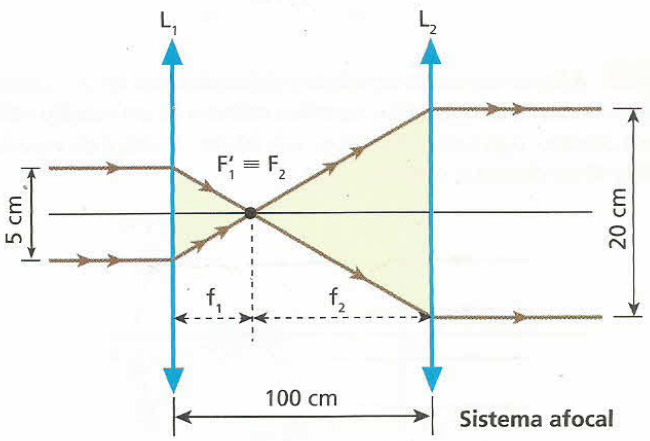


Fazendo-se incidir sobre L_1 um pincel cilíndrico de luz monocromática de 5 cm de diâmetro e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, observa-se que de L_2 emerge um pincel luminoso também cilíndrico e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, porém com 20 cm de diâmetro. Determine:

a) o trajeto dos raios luminosos, ao atravessarem o sistema;
b) as distâncias focais de L_1 e de L_2.

Resolução:

a) Para que o pincel luminoso emergente de L_2 seja cilíndrico e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, o foco principal imagem de L_1 deve coincidir com o foco principal objeto de L_2, conforme representa a figura:



b) Os triângulos destacados são semelhantes. Logo:

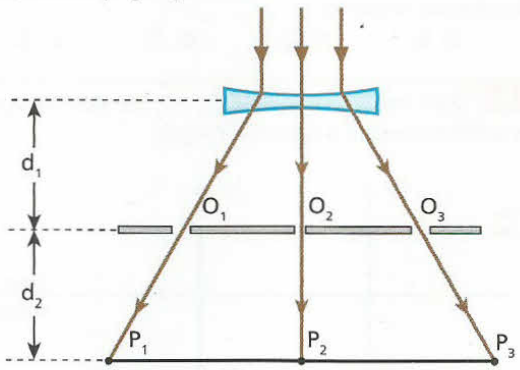
$$\frac{f_1}{5} = \frac{f_2}{20} \Rightarrow f_2 = 4f_1 \quad (I)$$

Mas: $f_1 + f_2 = 100$ (II)

Substituindo (I) em (II), temos:

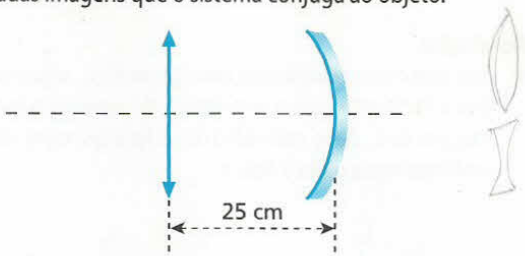
$$f_1 + 4f_1 = 100 \Rightarrow \boxed{f_1 = 20 \text{ cm}} \text{ e } \boxed{f_2 = 80 \text{ cm}}$$

15 (UFRGS) A figura a seguir ilustra um experimento realizado com o fim de determinar o módulo da distância focal de uma lente divergente. Um feixe de raios paralelos incide sobre a lente. Três deles, após atravessarem essa lente, passam pelos orifícios O_1, O_2 e O_3 existentes em um anteparo fosco à sua frente, indo encontrar um segundo anteparo nos pontos P_1, P_2 e P_3:

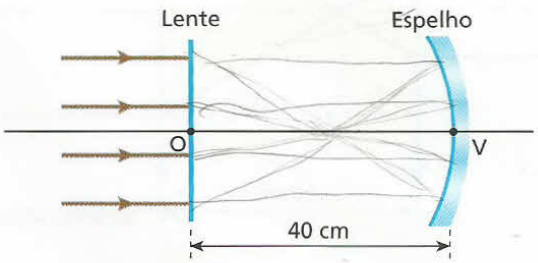


Dados: $O_1O_3 = 4{,}0$ cm; $P_1P_3 = 6{,}0$ cm; $d_1 = 15{,}0$ cm; $d_2 = 15{,}0$ cm.
Quanto vale, em centímetros, o módulo da distância focal da lente em questão?

16 Uma lente convergente de distância focal f = 20 cm e um espelho côncavo de raio R = 10 cm são colocados ao longo do eixo comum e separados por uma distância de 25 cm um do outro. Observe a figura a seguir. Com esse dispositivo, é focalizado um objeto muito distante (considere-o no infinito).
Copie a figura e esquematize a trajetória da luz no sistema, indicando a posição das duas imagens que o sistema conjuga ao objeto.

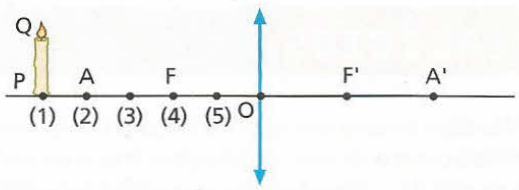


17 A figura representa uma lente esférica simétrica de vidro, imersa no ar, diante da qual está a superfície refletora de um espelho esférico côncavo, cujo raio de curvatura vale 60 cm. O vértice do espelho dista 40 cm do centro óptico da lente.



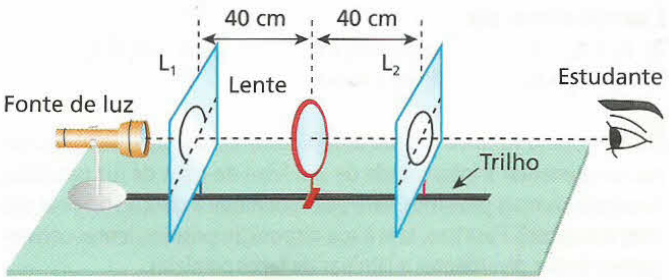
Raios luminosos paralelos entre si e ao eixo óptico comum à lente e ao espelho incidem no sistema. Sabendo que os raios emergentes do sistema sobrepõem-se aos incidentes:
a) classifique a lente como biconvexa ou bicôncava;
b) obtenha o valor absoluto de sua distância focal.

18 Na figura, está esquematizada uma lente convergente de pontos antiprincipais **A** e **A'**, focos principais **F** e **F'** e centro óptico **O**. PQ é um objeto luminoso que será deslocado ao longo do eixo óptico da lente, passando pelas posições 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente.



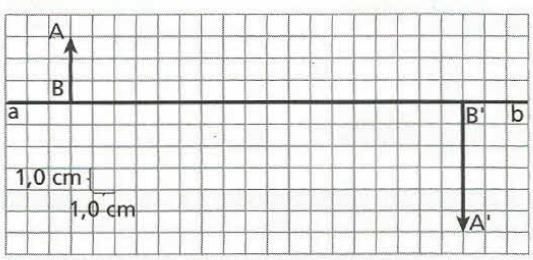
Para cada posição do objeto, obtenha graficamente, em seu caderno, a correspondente imagem, fornecendo suas características.

19 Desejando determinar a distância focal de uma lente esférica convergente, um estudante realiza um experimento no qual são empregadas, além da lente, duas lâminas iguais de vidro fosco (L_1 e L_2), em que estão pintadas duas faixas semicirculares de raios iguais e de concavidades voltadas para baixo. Movimentando as lâminas ao longo de um trilho instalado sobre uma mesa, o estudante consegue posicioná-las de modo que a imagem de L_1, projetada pela lente sobre L_2, feche uma circunferência, conforme ilustrado a seguir:



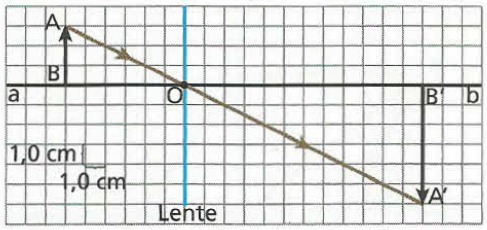
Nessas condições, que valor o estudante determinará para a distância focal da lente?

20 **E.R.** No esquema seguinte, ab é o eixo principal de uma lente esférica delgada, AB é um objeto real e A'B' é a imagem de AB conjugada pela lente:



a) Posicione o centro óptico da lente sobre o eixo ab, calculando sua distância em relação a AB e em relação a A'B'.
b) Classifique a lente como convergente ou divergente.
c) Determine o valor absoluto de sua abscissa focal.

Resolução:
a) I. **Posicionamento do centro óptico (O)**
Um raio luminoso que incide na lente a partir do ponto **A**, alinhado com o ponto A', intercepta o eixo ab na posição correspondente ao centro óptico:



II. **Determinação das distâncias**

Sejam:

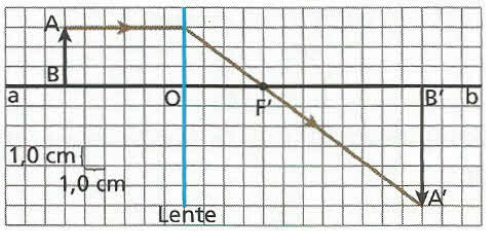
p = distância da lente a AB

p' = distância da lente a A'B'

Observando a figura, obtemos:

p = 6,0 cm e p' = 12 cm

b) Um raio luminoso que incide na lente paralelamente ao eixo ab, a partir do ponto **A**, deve refratar-se alinhado com o ponto A'. Esse raio determina o comportamento da lente (convergente ou divergente) e intercepta o eixo ab no foco principal imagem (F'):

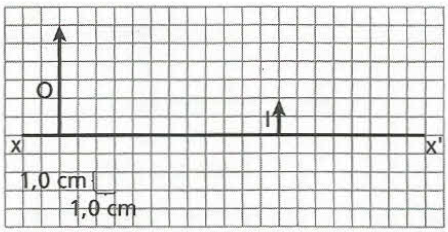


A lente é convergente.

c) A distância focal (**f**) da lente corresponde ao comprimento F'O. Da figura, obtemos:

f = 4,0 cm

21 No esquema seguinte, xx' é o eixo principal de uma lente esférica delgada, **O** é um objeto luminoso e **I** é sua imagem conjugada pela lente:



a) Copie a figura em escala no seu caderno e determine a posição do centro óptico da lente sobre o eixo xx', calculando sua distância em relação a **O** e em relação a **I**.

b) Classifique a lente como convergente ou divergente.

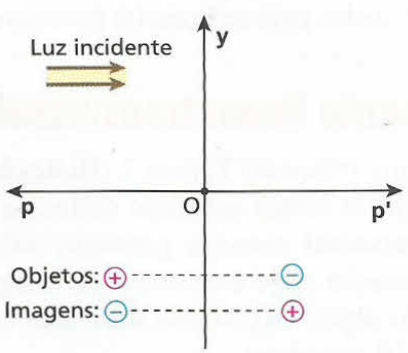
c) Determine o valor absoluto de sua abscissa focal.

Bloco 2

8. O referencial gaussiano

Conforme foi visto no tópico sobre espelhos esféricos, o referencial gaussiano tem por função dar estrutura ao estudo analítico das imagens, atribuindo, às abscissas e ordenadas dos objetos e conseqüentes imagens, sinais algébricos adequados.

Em relação às lentes esféricas, o referencial de Gauss é composto de três eixos, todos com origem coincidente com o centro óptico, conforme se pode observar no esquema abaixo:



- **Eixo Op** (abscissas dos objetos): direção do eixo principal e orientação em sentido oposto ao da luz incidente.
- **Eixo Op'** (abscissas das imagens): direção do eixo principal e orientação no mesmo sentido da luz incidente.
- **Eixo Oy** (ordenadas dos objetos e das imagens): direção perpendicular ao eixo principal e orientação para cima.

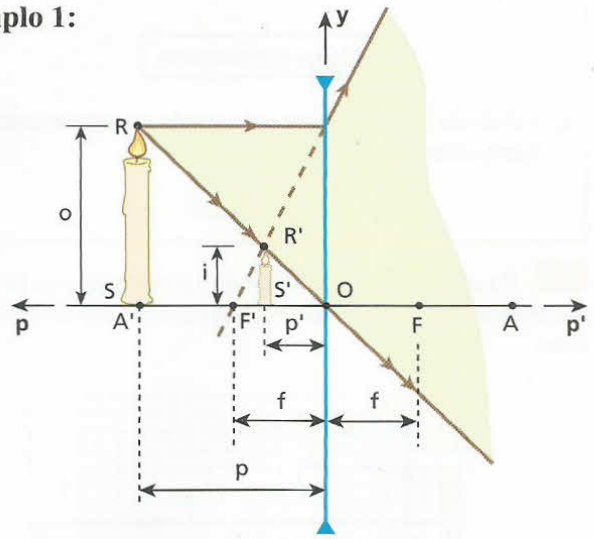
Do referencial gaussiano para as lentes esféricas, depreende-se que:

Objetos e imagens **reais**: abscissa **positiva**.
Objetos e imagens **virtuais**: abscissa **negativa**.
Imagem **direita**: objeto e imagem com ordenadas de **mesmo sinal**.
Imagem **invertida**: objeto e imagem com ordenadas de **sinais contrários**.

Convém observar que nas lentes convergentes, pelo fato de os focos serem reais, as abscissas focais são **positivas**, enquanto nas lentes divergentes, pelo fato de os focos serem virtuais, as abscissas focais são **negativas**.

Veja, a seguir, dois exemplos que destacam os sinais algébricos das abscissas e ordenadas envolvidas.

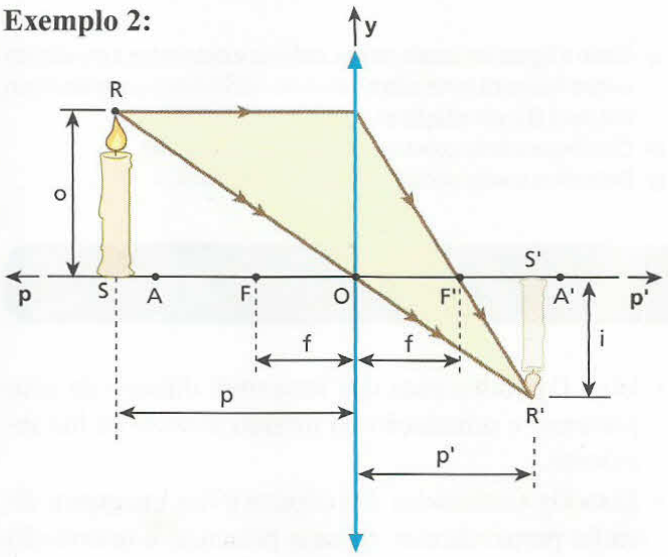
Exemplo 1:



Lente divergente.

Nesse caso: $p > 0$, $p' < 0$, $f < 0$, $o > 0$ e $i > 0$.

Exemplo 2:



Lente convergente.

Nesse caso: $p > 0$, $p' > 0$, $f > 0$, $o > 0$ e $i < 0$.

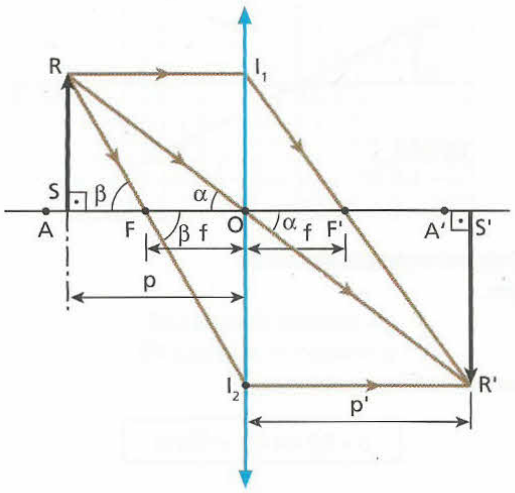
9. Função dos pontos conjugados (equação de Gauss)

No caso das lentes esféricas, as abscissas **f**, **p** e **p'** relacionam-se matematicamente segundo a mesma função deduzida para os espelhos esféricos.

Trata-se da **função dos pontos conjugados**, também conhecida como **equação de Gauss**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Com o objetivo de apresentar uma dedução simples dessa importante expressão, considere a lente da figura a seguir, em que está traçada, para o objeto real SR, a correspondente imagem S'R'.



Os triângulos RSO e R'S'O são semelhantes. Então:

$$\frac{RS}{R'S'} = \frac{OS}{OS'}$$

Mas $OS = p$ e $OS' = p'$. Assim:

$$\frac{RS}{R'S'} = \frac{p}{p'} \qquad (I)$$

Os triângulos RSF e I_2OF também são semelhantes. Então:

$$\frac{RS}{I_2O} = \frac{FS}{OF}$$

Mas $I_2O = R'S'$, $FS = p - f$ e $OF = f$. Assim:

$$\frac{RS}{R'S'} = \frac{p - f}{f} \qquad (II)$$

Comparando as expressões (I) e (II), vem:

$$\frac{p}{p'} = \frac{p - f}{f}$$

$$f\,p = p\,p' - f\,p' \Rightarrow p\,p' = f\,p' + f\,p$$

Dividindo todos os termos da última expressão por $f\,p\,p'$, segue que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$ (função dos pontos conjugados)

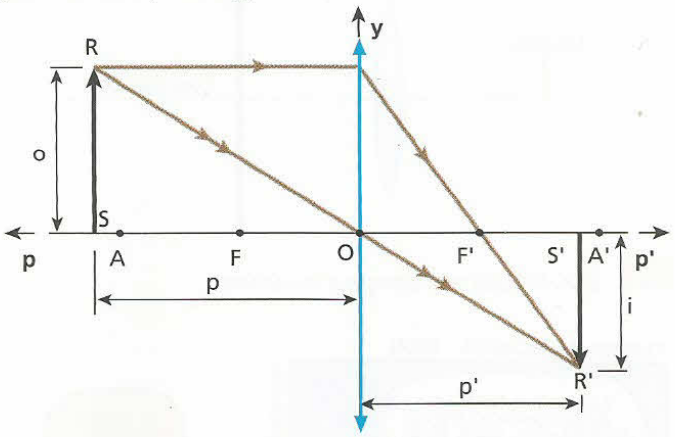
Convém destacar que nas aplicações dessa expressão devem ser levados em conta os sinais algébricos de **f**, **p** e **p'**, dados pelo referencial gaussiano.

10. Aumento linear transversal

Conforme vimos no Tópico 2 (**Reflexão da luz**), também para as lentes esféricas define-se **aumento linear transversal** como a grandeza adimensional dada pela relação entre a ordenada da imagem (**i**) e a ordenada do objeto (**o**), ambas expressas em relação ao referencial gaussiano.

$$A = \frac{i}{o}$$

Considere a lente a seguir, que conjuga, para o objeto real SR, a imagem real S'R'.



Os triângulos RSO e R'S'O são semelhantes. Então:

$$\frac{R'S'}{RS} = \frac{OS'}{OS}$$

Mas R'S' = |i|, RS = |o|, OS' = |p'| e OS = |p|. Assim:

$$\frac{|i|}{|o|} = \frac{|p'|}{|p|}$$

Observe que, no caso da situação proposta (vide referencial gaussiano), $i < 0$, $o > 0$, $p > 0$ (objeto real) e $p' > 0$ (imagem real).

Levando em conta os sinais algébricos de **i**, **o**, **p** e **p'**, podemos escrever que:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Nesse momento, é importante recapitular duas situações importantes referentes ao aumento linear transversal:

1ª situação: Aumento positivo
Se **A > 0**, devemos ter:
a) **i** e **o** com o mesmo sinal: a imagem é direita;
b) **p** e **p'** com sinais opostos: o objeto e a imagem têm naturezas opostas (se um é real, o outro é virtual).

2ª situação: Aumento negativo
Se **A < 0**, devemos ter:
a) **i** e **o** com sinais opostos: a imagem é invertida;
b) **p** e **p'** com o mesmo sinal: o objeto e a imagem têm a mesma natureza (ambos são reais ou ambos são virtuais).

É importante notar também que:

Se $|A| > 1$: a imagem é **maior** que o objeto.
Se $|A| < 1$: a imagem é **menor** que o objeto.

Nota:

- É possível expressar o aumento linear transversal (**A**) de uma lente esférica em função da abscissa focal (**f**) e da abscissa do objeto (**p**). Para isso, basta utilizar a expressão deduzida no exercício resolvido 66, do Tópico 2 (**Reflexão da luz**):

$$A = \frac{f}{f - p}$$

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

22 **E.R.** Uma lente esférica produz uma imagem real de um objeto situado a 30 cm da lente. Sabendo que o objeto se encontra a 50 cm de sua imagem, pede-se:
a) classificar a lente em convergente ou divergente;
b) calcular a distância focal da lente;
c) representar por meio de um esquema a situação proposta.

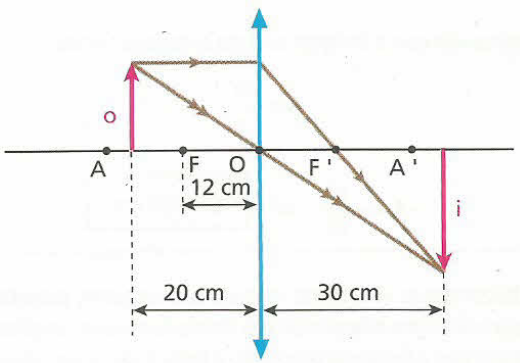
Resolução:
a) Se a um objeto real é conjugada uma imagem real, a lente é **convergente**.
b) Temos $p' = 30$ cm e $p + p' = 50$ cm. Obtemos, daí, $p = 20$ cm. Aplicando a função dos pontos conjugados, calculemos f:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{3+2}{60} \Rightarrow f = \frac{60}{5}$$

$$\boxed{f = 12 \text{ cm}}$$

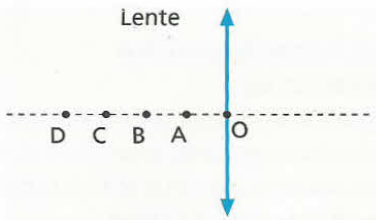
c) No caso, o objeto situa-se entre o ponto antiprincipal e o foco principal.



23 Um objeto luminoso está posicionado no eixo principal de uma lente esférica convergente, distante 20 cm do seu centro óptico. Sabendo que a distância focal da lente é de 10 cm, calcule a distância da imagem ao objeto, em centímetros.

24 (Unisa-SP) Observando-se uma estrela distante com uma lente convergente, verifica-se que a imagem obtida se situa a 10 cm da lente. Observando-se um objeto localizado a 30 cm da lente, a que distância desta se formará a nova imagem?

25 (Unip-SP) Na figura, representamos uma lente delgada convergente cujo foco é o ponto **B**. Os pontos **O**, **A**, **B**, **C** e **D** são tais que OA = AB = BC = CD.



No instante t_0, um objeto pontual **P** está posicionado em **A** e no instante t_1, está posicionado em **D**. Seja **P'** a imagem de **P** fornecida pela lente. Sendo **f** a distância focal da lente, o deslocamento de **P'**, no intervalo de t_0 a t_1, tem módulo igual a:

a) 2f. c) 4f. e) 6f.
b) 3f. d) 5f.

26 | **E.R.** Pretende-se projetar em um anteparo a imagem nítida de um objeto real, ampliada 4 vezes. Para isso, utiliza-se uma lente esférica cuja abscissa focal tem módulo 20 cm. Determine:

a) o tipo de lente que deve ser utilizado (convergente ou divergente);
b) a distância do objeto à lente;
c) a distância do anteparo à lente.

Resolução:

a) Se a imagem será projetada em um anteparo, sua natureza é **real**. Assim, como o objeto e a imagem são reais, temos $p > 0$ e $p' > 0$ e, conseqüentemente, $f > 0$, indicando que a lente é **convergente**.

b) Com $p > 0$ e $p' > 0$, obtém-se aumento linear transversal negativo (imagem invertida).

$$A = -4$$

Mas: $A = \frac{f}{f - p}$

Logo: $-4 = \frac{20}{20 - p} \Rightarrow -20 + p = 5$

$$\boxed{p = 25 \text{ cm}}$$

c) Observando que a imagem está no anteparo, temos:

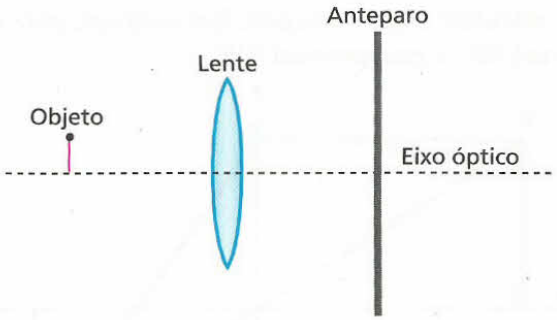
$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$-4 = -\frac{p'}{25} \Rightarrow \boxed{p' = 100 \text{ cm}}$$

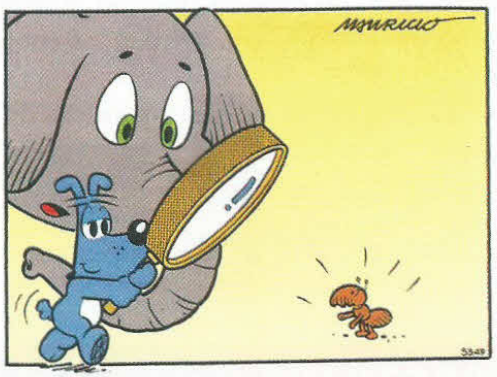
27 Utilizando-se uma lente esférica convergente, projeta-se em um anteparo difusor a imagem de um objeto luminoso, ampliada 5 vezes. Sabendo que a distância do objeto à lente é de 12 cm, determine:

a) a abscissa focal da lente;
b) a distância do anteparo à lente.

28 (UFPI) A figura a seguir representa uma lente delgada convergente, um anteparo e um objeto luminoso. A lente tem distância focal igual a 4,0 cm e está separada do anteparo por uma distância fixa de 20 cm. O objeto, com altura de 3,0 cm, é deslocado ao longo do eixo óptico da lente até que se tenha sua imagem formada com nitidez sobre o anteparo. Nessa situação, qual a distância do objeto à lente e qual a altura de sua imagem?



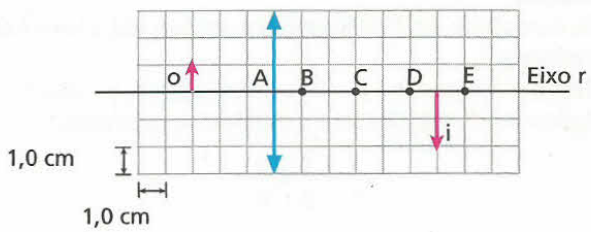
29 (PUC-SP) Leia com atenção a tira abaixo:



Suponha que Bidu, para resolver o problema da amiga, que só tem 6 mm de altura, tenha utilizado uma lente delgada convergente de distância focal 12 cm, colocada a 4 cm da formiguinha. Para o elefante, a altura da formiga, em cm, parecerá ser de:

a) 0,6. b) 0,9. c) 1,2. d) 1,5. e) 1,8.

30 Na figura a seguir, estão representados um objeto **o** e sua respectiva imagem **i**, produzida em uma lente delgada convergente:



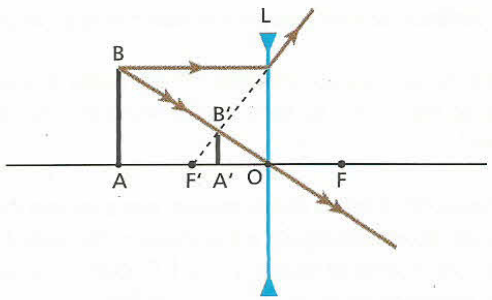
Mantendo-se fixo o objeto, desloca-se a lente na direção do eixo **r**, até que a nova imagem tenha a mesma altura que o objeto. Nessas condições, o centro óptico **O** da lente deve coincidir com o ponto:

a) **A**; d) **D**;
b) **B**; e) **E**.
c) **C**;

31 No esquema ao lado, **L** é uma lente divergente, AB é um bastão luminoso e A'B' é a imagem de AB conjugada por **L**:

Sabendo que $A'B' = \frac{AB}{3}$ e que a lente tem distância focal de módulo 30 cm, calcule:

a) a distância de AB à lente;
b) a distância de A'B' à lente.



EXERCÍCIOS NÍVEL 2

32 **E.R.** Um objeto linear de 12 cm de comprimento é colocado diante de uma lente convergente, cuja distância focal é de 15 cm. Sabendo que a distância do objeto à lente é de 60 cm, obtenha, analiticamente, todas as características da imagem.

Resolução:
Como o objeto é real, tem-se $p > 0$: $p = +60$ cm.
Como a lente é convergente, tem-se $f > 0$: $f = +15$ cm.
A partir da função dos pontos conjugados, calculamos p':

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{15} - \frac{1}{60} = \frac{4-1}{60} = \frac{3}{60}$$

$$\boxed{p' = +20 \text{ cm}}$$

Como p' resultou positiva, conclui-se que a imagem é real. Com **p** e p' conhecidas, calculamos o aumento linear transversal:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$A = -\frac{20}{60} \Rightarrow \boxed{A = -\frac{1}{3}}$$

Como **A** resultou negativo, conclui-se que a imagem é invertida. E pelo fato de $|A| < 1$, a imagem é menor que o objeto. Lembrando que o comprimento do objeto $|o|$ vale 12 cm, calculamos o comprimento da imagem $|i|$:

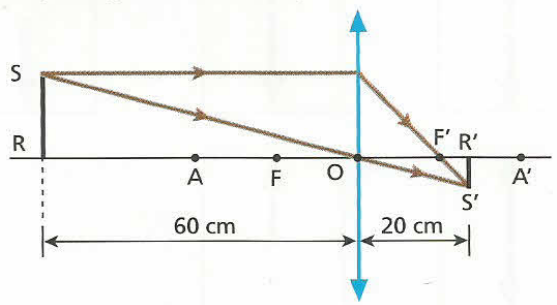
$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow |A| = \frac{|i|}{|o|} \Rightarrow |i| = |A| \cdot |o|$$

$$|i| = \frac{1}{3} \cdot 12 \text{ (cm)} \Rightarrow \boxed{|i| = 4{,}0 \text{ cm}}$$

Finalmente, podemos dizer que:

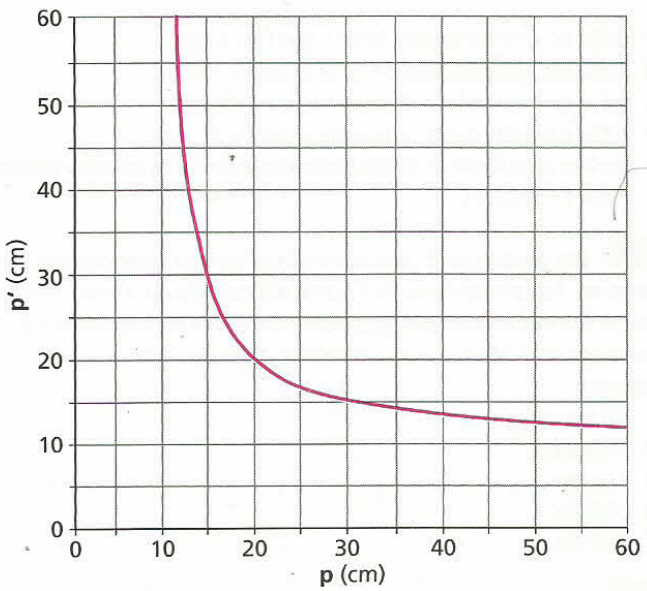
> A imagem é real, invertida, menor que o objeto e tem 4,0 cm de comprimento.

Convém destacar ainda que, como 15 cm < p' < 30 cm (observe-se que p' = 20 cm), a imagem situa-se entre o foco principal imagem e o ponto antiprincipal imagem. O esquema seguinte ilustra a situação:



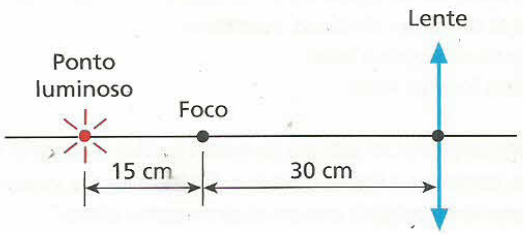
33 Uma pequena lâmpada fluorescente está acesa e posicionada perpendicularmente ao eixo principal de uma lente delgada convergente. A imagem da lâmpada conjugada por essa lente tem metade do tamanho da lâmpada e se forma sobre um anteparo a 60 cm da lente. Nessas condições, qual a distância focal da lente expressa em centímetros?

34 Parte do gráfico da abscissa-imagem, p', em função da abscissa-objeto, p, medidas ao longo do eixo óptico de uma lente esférica que obedece às condições de Gauss, está mostrada abaixo.



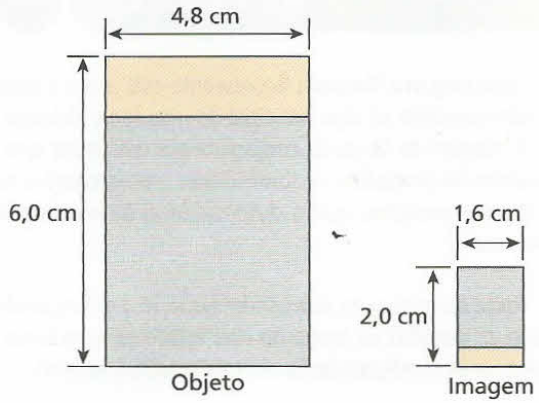
a) Determine o comportamento óptico da lente (convergente ou divergente), bem como sua distância focal.
b) Admitindo que a abscissa-objeto seja igual a 5,0 cm, calcule a correspondente abscissa-imagem e também o aumento linear transversal.

35 A figura representa um ponto luminoso sobre o eixo óptico de uma lente convergente que obedece às condições de Gauss:



a) A que distância da lente está posicionada a imagem do ponto luminoso?
b) Deslocando-se o ponto luminoso 3,0 cm numa direção perpendicular ao eixo óptico da lente, qual o deslocamento sofrido pela imagem?

36 (Fuvest-SP) A figura abaixo mostra, numa mesma escala, o desenho de um objeto retangular e sua imagem, formada a 50 cm de uma lente convergente de distância focal **f**. O objeto e a imagem estão em planos perpendiculares ao eixo óptico da lente.
Podemos afirmar que o objeto e a imagem:



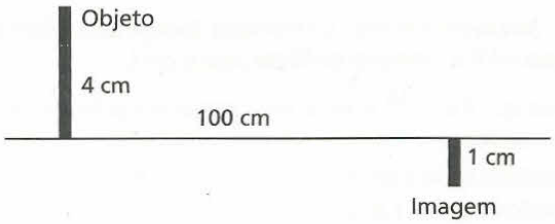
a) estão do mesmo lado da lente e que f = 150 cm.
b) estão em lados opostos da lente e que f = 150 cm.
c) estão do mesmo lado da lente e que f = 37,5 cm.
d) estão em lados opostos da lente e que f = 37,5 cm.
e) podem estar tanto do mesmo lado como em lados opostos da lente e que f = 37,5 cm.

37 Um objeto real é colocado a 60 cm de uma lente delgada convergente. Aproximando-se de 15 cm o objeto da lente, a nova imagem obtida fica três vezes maior que a anterior, com a mesma orientação.
Pode-se então afirmar que a distância focal da lente vale, em centímetros:
a) 7,5 cm;
b) 15,0 cm;
c) 22,5 cm;
d) 30,0 cm;
e) 37,5 cm.

38 Uma lente bicôncava de vidro, imersa no ar, tem distância focal de módulo igual a 20 cm. Um objeto luminoso linear é disposto perpendicularmente ao eixo óptico, e sua imagem forma-se a 4,0 cm da lente.
a) Determine a distância do objeto à lente.
b) Responda se a imagem obtida pode ser projetada em um anteparo. Justifique.

39 A imagem que uma lente esférica divergente conjuga a um objeto linear colocado perpendicularmente ao seu eixo óptico tem um quarto do tamanho do objeto e está situada a 6,0 cm da lente. Supondo válidas as condições de Gauss, determine:
a) a distância do objeto à lente;
b) a abscissa focal da lente.

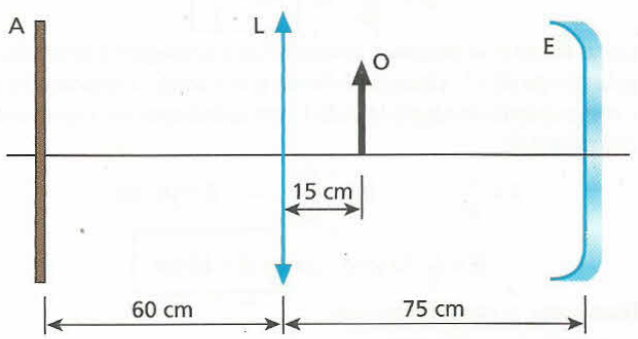
40 (Unicamp-SP) Um sistema de lentes produz a imagem real de um objeto, conforme a figura. Calcule a distância focal e localize a posição de uma lente delgada que produza o mesmo efeito.



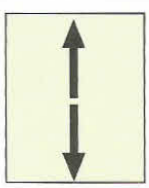
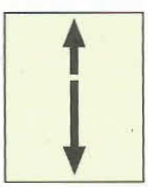
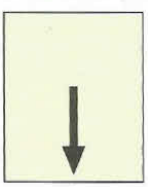
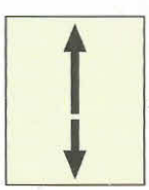
41 (Unesp-SP) Um estudante, utilizando uma lente, projeta a imagem da tela da sua televisão, que mede 0,42 m × 0,55 m, na parede oposta da sala. Ele obtém uma imagem plana e nítida com a lente localizada a 1,8 m da tela da televisão e a 0,36 m da parede.
a) Quais as dimensões da tela projetada na parede? Qual a distância focal da lente?
b) Como a imagem aparece na tela projetada na parede: sem qualquer inversão? Invertida apenas na vertical (de cabeça para baixo)? Invertida na vertical e na horizontal (de cabeça para baixo e trocando o lado esquerdo pelo direito)? Justifique.

42 Um pequeno bastão luminoso é disposto paralelamente a uma parede, a 338 cm de distância. Entre o bastão e a parede é instalada uma lente esférica convergente, de distância focal igual a 24 cm, de modo que projete na parede uma imagem nítida e ampliada do bastão. Supondo válidas as condições de Gauss, determine:
a) a distância entre a lente e a parede;
b) quantas vezes a imagem projetada é maior que o bastão.

43 Uma lente esférica convergente **L** e um espelho esférico côncavo **E**, ambos em operação de acordo com as condições de aproximação de Gauss, são dispostos coaxialmente conforme representa o esquema. Um anteparo retangular **A** e um objeto linear **O** em forma de seta, ambos perpendiculares ao eixo do sistema, são posicionados nos locais indicados, iluminando-se o objeto por todos os lados.



Sendo de 12 cm e 30 cm as distâncias focais de **L** e **E**, respectivamente, a melhor representação para a figura projetada em **A** é:

a) 
c) 
e) 
b) 
d)

Bloco 3

11. Vergência – Equação dos Fabricantes de Lentes

Vergência (V)

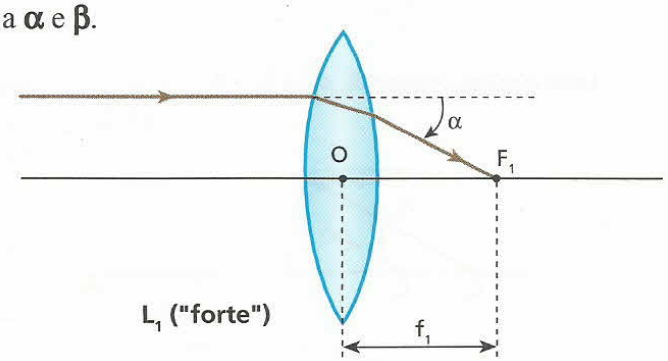
É comum as pessoas avaliarem lentes como "fortes" ou "fracas". Uma lente é tanto mais "forte" quanto maior for seu "poder" de alterar a trajetória da luz.

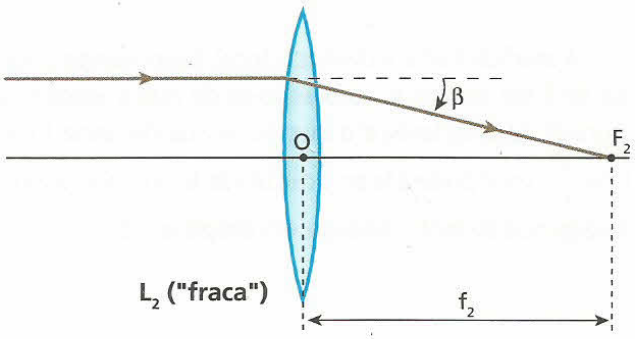
Entretanto, essa é uma concepção simplista, já que existe uma grandeza física que quantifica a capacidade que as lentes têm de desviar os raios luminosos.

Trata-se da **vergência** (**V**), que é definida como o inverso da abscissa focal (**f**).

$$V = \frac{1}{f}$$

Os esquemas a seguir representam duas lentes convergentes, L_1 e L_2, de abscissas focais f_1 e f_2, provocando, em raios de luz paralelos aos seus eixos principais, desvios angulares respectivamente iguais a α e β.





$$\boxed{\alpha > \beta}$$

Observe que L_1 desvia mais a luz que L_2. Nesse caso, temos $f_1 < f_2$, o que implica $V_1 > V_2$.

A vergência é uma **grandeza algébrica** que tem o mesmo sinal da abscissa focal.

Nas lentes convergentes (focos reais): **f > 0** e **V > 0**.
Nas lentes divergentes (focos virtuais): **f < 0** e **V < 0**.

A unidade de vergência é o inverso da unidade de comprimento. No SI, com a abscissa focal expressa em metros, temos:

$$\text{unid (V)} = \frac{1}{m} = m^{-1} = \text{dioptria (di)}$$

Nota:

- Na linguagem popular, é comum ouvirmos a vergência expressa em "graus". Geralmente, 1 "grau" equivale a 1 dioptria.

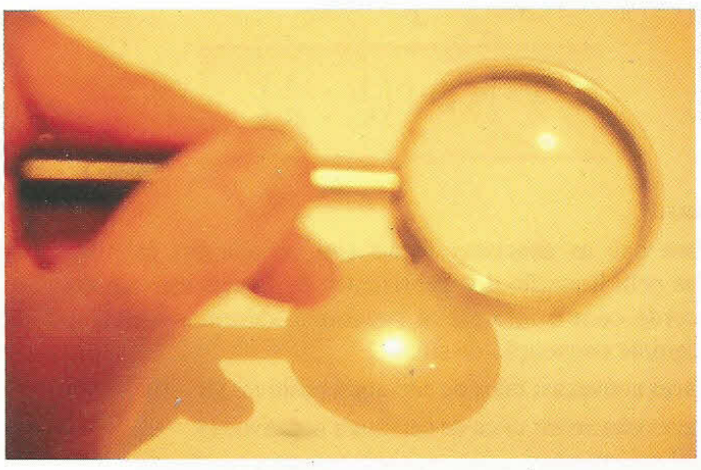
FAÇA VOCÊ MESMO

Vamos determinar o "grau" de uma lente convergente?

Consiga uma dessas lentes – uma lupa, por exemplo – e dirija o eixo óptico dela para a região central do Sol.

Movimente a lente de modo a verificar que a área da região que ela ilumina sobre uma superfície está diminuindo. Ajuste a posição da lente de forma a obter a região iluminada de menor área possível.

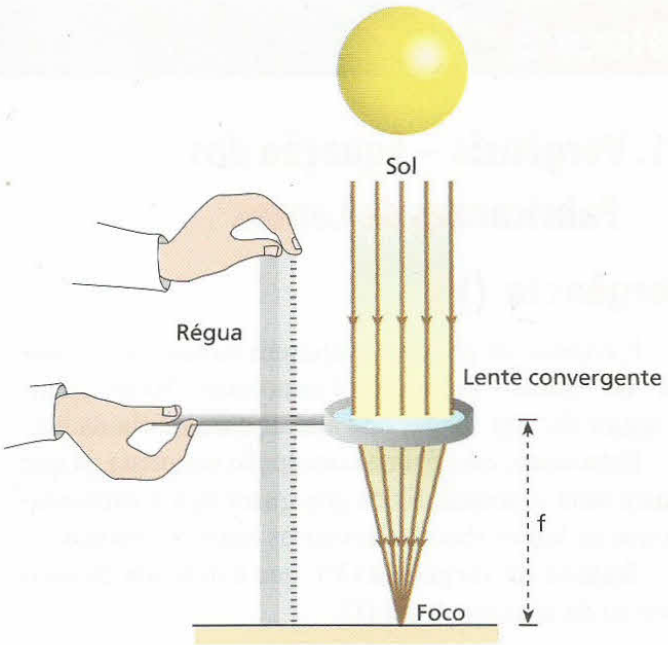
Quando você conseguir concentrar a luz solar emergente da lente em praticamente um ponto, você terá determinado o foco desse sistema óptico.



Joan Comalat/Keystone

Utilizando uma régua ou algo equivalente, meça em seguida a distância **f** entre o foco e o centro da lente, como representa o esquema ao lado.

A medida **f** será a distância focal. Expressando o valor de **f** em metros e lembrando-se de que a vergência ("grau") de uma lente é o inverso de sua distância focal $\left(V = \frac{1}{f}\right)$, você poderá fazer o cálculo de **V**, obtendo, assim, a vergência da lente utilizada, em **dioptrias** (di).



Equação dos Fabricantes de Lentes

Atribuída ao astrônomo inglês Edmond **Halley** (1656-1742), a **Equação dos Fabricantes de Lentes** permite calcular a abscissa focal (ou a vergência) de uma lente, sendo conhecidos seu índice de refração em relação ao meio externo e os raios de curvatura de suas faces.

Representando por $n_{L,m}$ o índice de refração da lente em relação ao meio externo $\left(n_{L,m} = \frac{n_L}{n_m}\right)$ e por R_1 e R_2 os raios de curvatura de suas faces, pode-se demonstrar (veja Apêndice deste Tópico) que a abscissa focal **f** fica determinada por:

$$\frac{1}{f} = (n_{L,m} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Lembrando que $V = \frac{1}{f}$ temos:

$$V = (n_{L,m} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

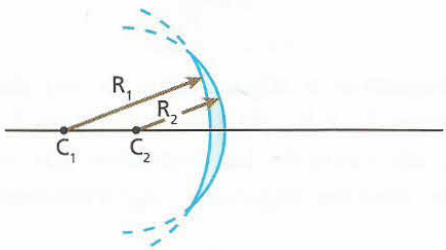
Notas:

- Para que as abscissas focais (ou vergências) calculadas pela Equação dos Fabricantes de Lentes estejam de acordo com o referencial gaussiano, devemos adotar a seguinte convenção de sinais:

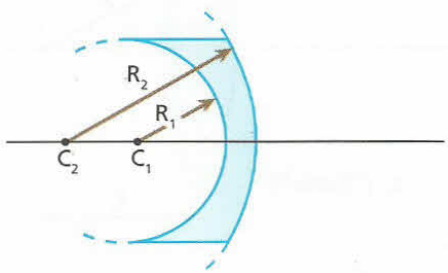
  Faces convexas: raios de curvatura positivos ($R > 0$);

  Faces côncavas: raios de curvatura negativos ($R < 0$).

  Nas duas figuras a seguir, exemplificamos a convenção:



Lente côncavo-convexa: $R_1 < 0$ e $R_2 > 0$.



Lente convexo-côncava: $R_1 < 0$ e $R_2 > 0$.

- Para lentes esféricas biconvexas ou bicôncavas **simétricas** – com faces de raios de curvatura iguais a **R** –, a Equação dos Fabricantes de Lentes fica expressa por:

$$V = (n_{L,m} - 1)\frac{2}{R}$$

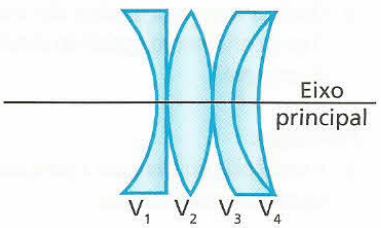
- Se uma das faces da lente for plana, o raio de curvatura R_1 dessa face tenderá ao infinito, fazendo o quociente $\frac{1}{R_1}$ tender a 0. Para esse caso, a Equação dos Fabricantes de Lentes reduz-se a:

$$V = (n_{L,m} - 1)\frac{1}{R_2}$$

12. Associação de lentes – Teorema das Vergências

Nos equipamentos ópticos modernos com maior grau de sofisticação, são comuns as associações de lentes. Em geral, uma lente esférica, por si só, apresenta problemas como o das aberrações cromáticas, que consiste no fato de a lente ter distâncias focais diferentes para as diferentes cores. Ao incidir paralelamente ao eixo principal, um pincel elementar de luz branca refrata-se sofrendo dispersão, e cada cor experimenta um desvio diferente. Associando-se as lentes adequadamente, consegue-se uma minimização considerável desse e de outros inconvenientes.

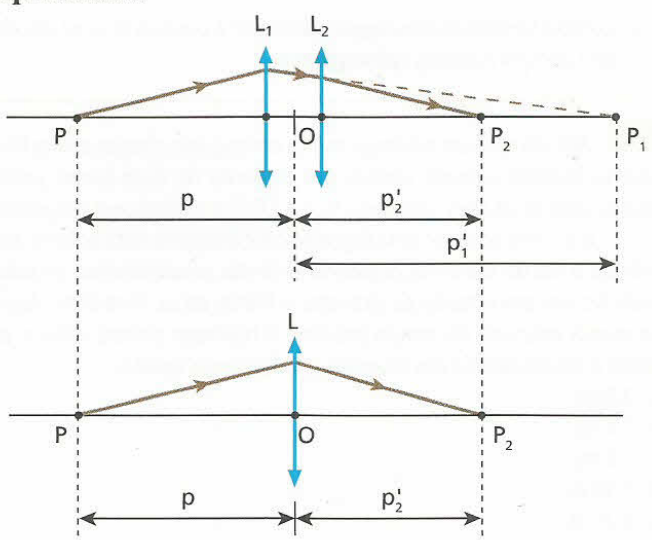
Um sistema de lentes associadas como o que está representado no esquema ao lado é uma **associação por justaposição**.



Nesse caso, as lentes apresentam eixo principal comum e estão dispostas lado a lado, praticamente encostadas uma na outra.

Considere a figura seguinte, em que estão representadas duas lentes convergentes delgadas L_1 e L_2, associadas por justaposição. Seja **O** o centro óptico comum às lentes (de espessura desprezível e encostadas uma na outra) e **P** um ponto luminoso situado sobre o eixo do sistema. A lente L_1 conjuga a **P** a imagem real P_1, que se comporta como objeto virtual em relação a L_2. Finalmente, L_2 conjuga a P_1 a imagem real P_2, que constitui a imagem final que a associação fornece a **P**.

É possível imaginar uma lente **L** que, colocada na mesma posição de L_1 e L_2, conjugue a **P** uma imagem com as mesmas características de P_2. Dizemos, então, que essa lente única que substitui a associação é a **lente equivalente**.



Calculemos a abscissa focal (e a vergência) da lente equivalente em função das abscissas focais (e das vergências) das lentes componentes da associação. Para isso, vamos adotar em nossas considerações a seguinte simbologia:

f_1 e V_1 = abscissa focal e vergência da lente L_1
f_2 e V_2 = abscissa focal e vergência da lente L_2
f e **V** = abscissa focal e vergência da lente equivalente

Aplicando a função dos pontos conjugados à lente L_1, temos:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'_1} \qquad \text{(I)}$$

Aplicando a função dos pontos conjugados à lente L_2, temos:

$$\frac{1}{f_2} = -\frac{1}{p'_1} + \frac{1}{p'_2} \qquad \text{(II)}$$

Somando as equações (I) e (II), segue que:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'_2} \qquad \text{(III)}$$

Aplicando a função dos pontos conjugados à lente equivalente **L**, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'_2} \qquad \text{(IV)}$$

Comparando (III) e (IV), obtemos:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}}$$

Em termos de vergências $\left(V = \frac{1}{f}\right)$, é também correto que:

$$\boxed{V = V_1 + V_2}$$

A conclusão a que chegamos é conhecida por **Teorema das Vergências**, sendo extensiva ao cálculo da vergência equivalente da associação de duas ou mais lentes justapostas. As lentes envolvidas podem ser convergentes ou divergentes, e nos cálculos deve-se observar os sinais algébricos de suas abscissas focais (e vergências).

Para **n** lentes que constituem uma **associação delgada** (espessura desprezível) por justaposição, podemos escrever que:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \ldots + \frac{1}{f_n}}$$

ou

$$\boxed{V = V_1 + V_2 + \ldots + V_n}$$

EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

44 **E.R.** Considere uma lente plano-convexa de vidro imersa no ar, em que o raio de curvatura da face convexa vale 25 cm. Se o índice de refração do vidro vale 1,5, calcule a distância focal e a vergência da lente.

Resolução:

Trata-se de uma aplicação direta da **Equação dos Fabricantes de Lentes**:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

No caso, $n_L = 1{,}5$, $n_m = 1{,}0$ e $R_1 = +25$ cm (na face convexa, $R > 0$).

O raio de curvatura R_2 tende ao infinito, já que a face correspondente a ele é plana. Por isso, o termo $\frac{1}{R_2}$ tende a zero, conduzindo-nos a:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1{,}5}{1{,}0} - 1\right)\left(\frac{1}{25} + 0\right)$$

$$\frac{1}{f} = 0{,}50 \cdot \frac{1}{25} \Rightarrow \boxed{f = 50 \text{ cm} = 0{,}50 \text{ m}}$$

A vergência é dada pelo inverso da distância focal.

$$V = \frac{1}{f} \Rightarrow V = \frac{1}{0{,}50}\ (\text{di}) \Rightarrow \boxed{V = 2{,}0 \text{ di}}$$

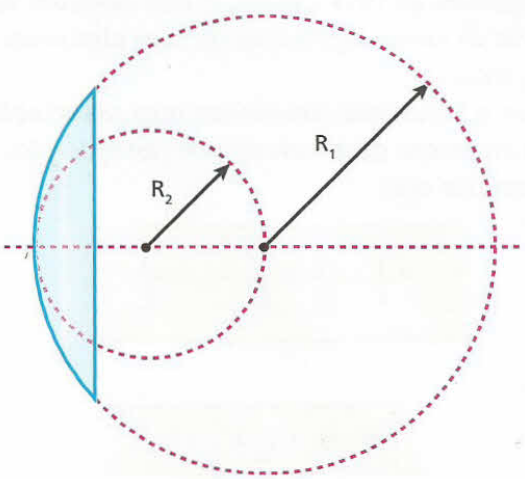
A lente é convergente, já que $f > 0$ e $V > 0$.

45 Uma lente delgada biconvexa de raios de curvatura iguais a 50 cm, feita de material de índice de refração 1,5, está imersa no ar (índice de refração igual a 1,0). A que distância da lente deve-se colocar um objeto real para que sua imagem se forme no infinito?

46 Uma lente esférica de vidro ($n_v = 1{,}5$) tem uma face plana e a outra côncava, com raio de curvatura de 1,0 m. Sabendo que a lente está imersa no ar ($n_{ar} = 1{,}0$), determine:

a) a abscissa focal da lente;
b) sua vergência;
c) seu comportamento óptico (convergente ou divergente).

47 Uma lente plano-convexa de vidro em operação no ar apresenta distância focal f_1 quando o raio de curvatura de sua face esférica tem medida R_1. Desgastando-se essa lente, faz-se com que o raio de curvatura da face esférica adquira a medida R_2, conforme indica a figura a seguir.



Sendo f_2 a distância focal da lente depois do desgaste, é correto afirmar que:

a) $f_2 = \frac{1}{2} f_1$;
b) $f_2 = f_1$;
c) $f_2 = 2f_1$;
d) $f_2 = 3f_1$;
e) o valor de f_2 está indeterminado, já que não é conhecida a relação entre R_2 e R_1.

48 **E.R.** São justapostas três lentes delgadas **A**, **B** e **C** com vergências $V_A = +4$ di, $V_B = -3$ di e $V_C = +1$ di.

a) Qual é a vergência e qual a distância focal do sistema resultante?
b) O comportamento óptico do sistema resultante é convergente ou divergente?

Resolução:

a) A vergência equivalente a uma associação delgada de lentes justapostas é calculada por:

$$\boxed{V = V_1 + V_2 + \ldots + V_n}$$

No caso:

$$V = V_A + V_B + V_C$$

Substituindo os valores de V_A, V_B e V_C, segue que:

$$V = +4 \text{ di} - 3 \text{ di} + 1 \text{ di} \Rightarrow \boxed{V = +2 \text{ di}}$$

Sendo $V = \frac{1}{f}$, calculamos **f**, que é a distância focal equivalente à associação:

$$V = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{V} = \frac{1}{+2 \text{ di}} = 0{,}5 \text{ m}$$

$$\boxed{f = 0{,}5 \text{ m} = 50 \text{ cm}}$$

b) Como a vergência do sistema resultante é positiva ($V = +2$ di), ele tem comportamento **convergente**.

49 Admita que um náufrago tenha conseguido chegar a uma ilha deserta levando consigo apenas um conjunto de duas lentes justapostas, uma delas com vergência $V_1 = +3{,}0$ di e a outra com vergência $V_2 = -1{,}0$ di. Para acender uma fogueira concentrando raios solares, ele utilizará o Sol do meio-dia, dispondo as lentes paralelamente ao solo, onde fez um amontoado de gravetos e folhas secas. Para obter fogo no menor intervalo de tempo possível, o náufrago deverá colocar as lentes a uma distância dos gravetos e folhas secas igual a:

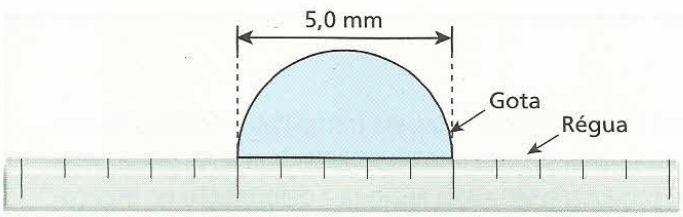
a) 2,0 m;
b) 1,5 m;
c) 1,0 m;
d) 0,50 m;
e) 0,25 m.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

50 Uma lente esférica de vidro, envolvida pelo ar, tem raios de curvatura iguais. Sabendo que o índice de refração do vidro em relação ao ar vale $\frac{3}{2}$ e que a convergência da lente é de +5 di:

a) calcule o raio de curvatura comum às faces da lente;
b) classifique a lente como biconvexa ou bicôncava.

51 (Unifesp-SP) Um estudante observa uma gota de água em repouso sobre sua régua de acrílico, como ilustrado na figura.



Curioso, percebe que, ao olhar para o caderno de anotações através dessa gota, as letras aumentam ou diminuem de tamanho conforme afasta ou aproxima a régua do caderno. Fazendo alguns testes e algumas considerações, ele percebe que a gota de água pode ser utilizada como uma lente e que os efeitos ópticos do acrílico podem ser desprezados. Se a gota tem raio de curvatura de 2,5 mm e índice de refração 1,35 em relação ao ar:

a) Calcule a convergência **C** dessa lente.
b) Suponha que o estudante queira obter um aumento de 50 vezes para uma imagem direita, utilizando essa gota. A que distância **d** da lente deve-se colocar o objeto?

52 (UFC-CE) Uma lente esférica delgada, construída de um material de índice de refração **n**, está imersa no ar ($n_{ar} = 1{,}00$). A lente tem distância focal **f** e suas superfícies esféricas têm raios de curvatura R_1 e R_2. Esses parâmetros obedecem a uma relação, conhecida como "equação dos fabricantes", expressa por

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

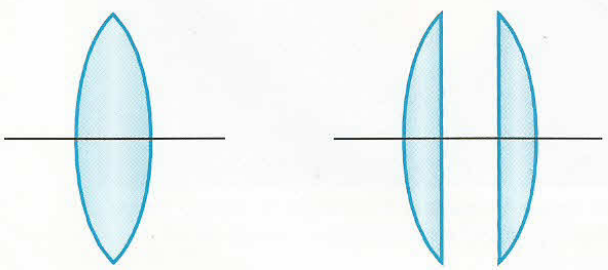


Figura I Figura II

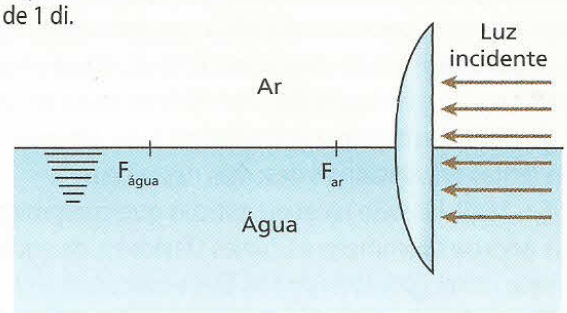
Suponha uma lente biconvexa de raios de curvatura iguais ($R_1 = R_2 = R$), distância focal f_0 e índice de refração n = 1,8 (figura I). Essa lente é partida ao meio, dando origem a duas lentes plano-convexas iguais (figura II). A distância focal de cada uma das novas lentes é:

a) $\frac{1}{2} f_0$.
b) $\frac{4}{5} f_0$.
c) f_0.
d) $\frac{9}{5} f_0$.
e) $2f_0$.

53 Um estudante possui uma lente côncavo-convexa de vidro $\left(n_v = \frac{3}{2}\right)$, cujas faces têm raios de curvatura 10 cm e 5,0 cm. Sabendo que a lente é utilizada no ar ($n_{ar} = 1$) e posteriormente na água $\left(n_A = \frac{4}{3}\right)$, responda:

a) Do ar para a água os planos focais aproximam-se ou afastam-se do centro óptico?
b) Qual é a variação da distância focal da lente?

54 (UFTM-MG) Em um laboratório, uma lente plano-convexa de raio de curvatura 0,5 m é parcialmente mergulhada em água, de modo que o eixo principal fique no mesmo plano da superfície de separação entre a água e o ar. Um feixe de luz, incidindo paralelamente a esse eixo, após passar pela lente, converge para dois focos distintos (F_{ar} e $F_{água}$). Na região em que a lente está imersa no ar, a convergência é de 1 di.



Se o índice de refração do ar tem valor 1 e o índice de refração da água, valor $\frac{4}{3}$, a convergência da parte da lente mergulhada no líquido é, em di:

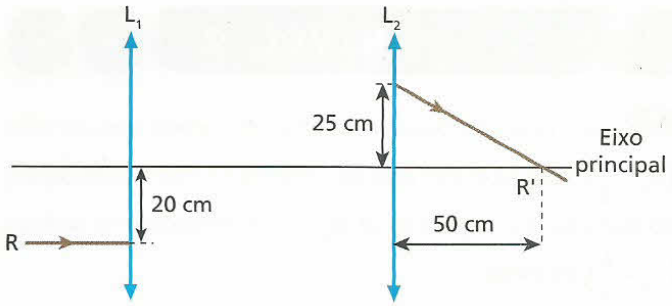
a) $\frac{1}{4}$.
b) $\frac{3}{5}$.
c) $\frac{2}{3}$.
d) $\frac{3}{4}$.
e) $\frac{4}{5}$.

55 (Vunesp-SP) Duas lentes delgadas, uma convergente e outra divergente, com distâncias focais respectivamente iguais a 1 m e –2 m, encontram-se justapostas. Um objeto é colocado a 3 m das lentes. Desprezando a espessura do sistema de lentes, determine a distância entre a imagem e esse sistema.

56 Um objeto luminoso de altura igual a 15 cm é colocado perpendicularmente ao eixo óptico de uma lente esférica convergente que obedece às condições de Gauss. Sabendo que a imagem obtida tem altura igual a 3,0 cm e está a 30 cm do objeto, determine a vergência da lente.

57 (Vunesp-SP) Suponha que você tenha em mãos duas lentes de mesmo diâmetro e confeccionadas com o mesmo tipo de vidro, mas uma plano-convexa (convergente) e outra plano-côncava (divergente). Como proceder para verificar, sem auxílio de instrumentos de medição, se a convergência de uma é igual, em módulo, à divergência da outra?

58 Um raio de luz monocromática **R** incide paralelamente ao eixo principal de um sistema óptico composto por duas lentes convergentes, L_1 e L_2, produzindo um raio emergente R', conforme ilustra a figura a seguir. A vergência da lente L_2 é igual a 4,0 di.



Determine:
a) a distância focal da lente L_1;
b) a distância entre as lentes.

59 (Unisa-SP) Um objeto luminoso é colocado a 60 cm de uma lente convergente de 20 cm de distância focal. Uma segunda lente convergente, de 30 cm de distância focal, é colocada a 80 cm da primeira lente, tendo seus eixos principais coincidentes. A que distância da segunda lente se forma a imagem final fornecida pelo sistema?

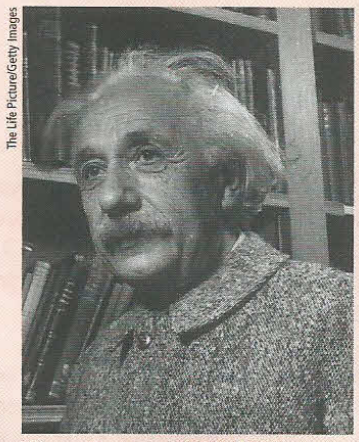
LEITURA

Teoria da Relatividade Geral

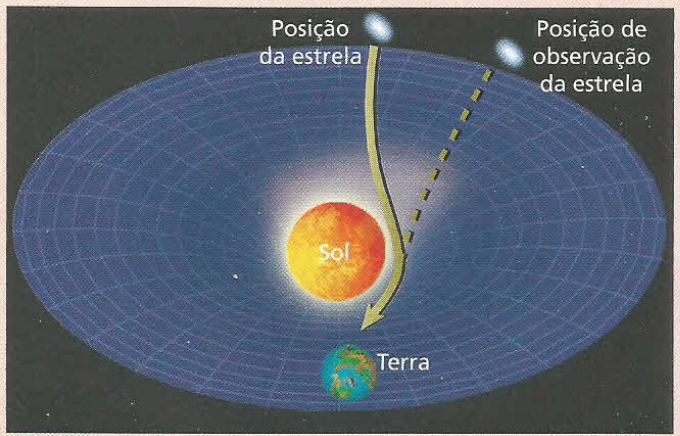
Em 1916, Einstein publicou sua Teoria da Relatividade Geral. Dentre outros temas, ele tratou das deformações que uma grande massa provoca no chamado espaço-tempo. É como se uma superfície horizontal de borracha, presa pelas bordas, recebesse um corpo pesado em sua região central. Isso provocaria uma vala análoga à deformação no espaço-tempo proposta pelo cientista. Uma pequena esfera que passasse com baixa velocidade perto dessa vala seria "atraída" para a parte mais funda dela, como se a vala fosse uma espécie de sorvedouro. Esse foi o fundamento da explicação de Einstein para a gravitação dos planetas em torno do Sol ou a da Lua em torno da Terra.

As deformações no espaço-tempo também encurvam as trajetórias da luz, o que justifica as imagens produzidas pelas lentes gravitacionais descritas nessa Leitura.

Em 1919, Einstein recebeu notícias que comprovavam aspectos de sua teoria. Nessa ocasião, os astrônomos britânicos Andrew Crommelin e Charles Davidson, da equipe de Arthur Edington, estiveram no Brasil, em Sobral – CE, para observar um eclipse total do Sol. Eles verificaram no momento do fenômeno, com o céu obscurecido pela presença da Lua diante do disco solar, o aparecimento de estrelas do grupo das Híades que deveriam estar escondidas atrás do Sol. O que foi visto, na verdade, foram imagens virtuais dessas estrelas produzidas pela lente-gravitacional-Sol, que deforma o espaço-tempo ao seu redor.



Albert Einstein (1879-1955).



Representamos na ilustração acima a deformação no espaço-tempo provocada pela presença do Sol e o conseqüente desvio da luz proveniente de uma estrela.

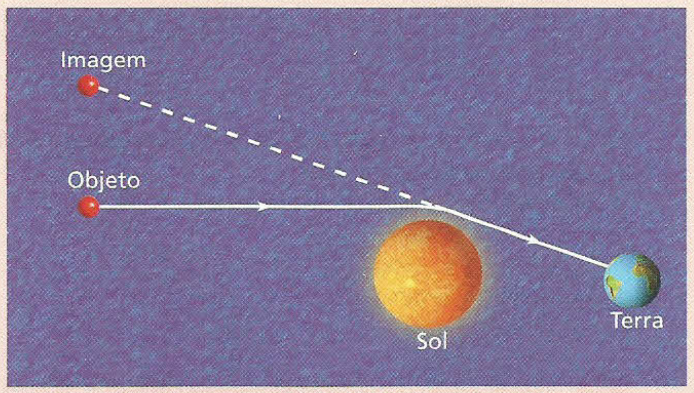
Os quasares e as lentes gravitacionais

Em 1963, o astrônomo holandês Maarten Schmidt localizou uma "estrela" que foi chamada de **3C 273**. Quando analisou seu espectro, ficou intrigado. As conclusões não faziam sentido, destoando de tudo o que se conhecia.

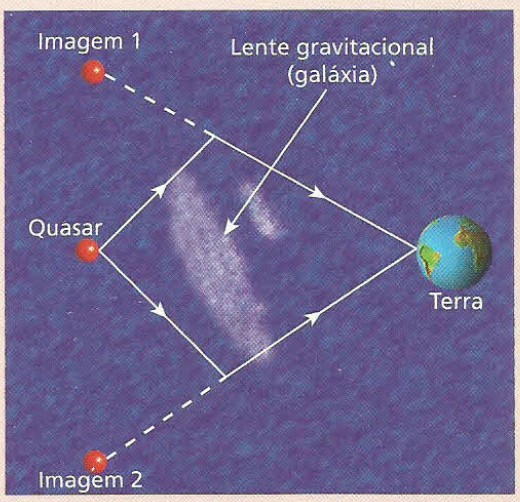
Depois de algum tempo de dúvidas e inquietação, Schmidt concluiu, pela análise do *red shift* da 3C 273 – deslocamento das freqüências visíveis para o vermelho devido ao efeito Doppler –, que aquele corpo celeste devia estar muito mais longe da Terra que a maioria das galáxias e que se afastava do nosso planeta com grande velocidade, confirmando assim as teorias do universo em expansão. A 3C 273 foi chamada de ***quasar*** – *quasi-stellar astronomical radiosource*, que significa "fonte de rádio astronômica quase estelar".

Os quasares são corpos que, embora tenham tamanho equivalente ao do Sistema Solar, brilham mais que 1 trilhão de sóis. Sua distância à Terra excede 2 bilhões de anos-luz e sua detecção em nosso planeta é feita principalmente por meio das ondas de rádio e raios X que emitem.

Albert Einstein demonstrou que a presença de um corpo de grande massa pode desviar ondas eletromagnéticas, em especial a luz. Quando as radiações emanadas de um astro passam nas proximidades do Sol, por exemplo, elas se encurvam, como está ilustrado na figura abaixo, fazendo com que se obtenha imagens virtuais do astro em posições aparentes diferentes daquela em que ele realmente está.



A luz do astro sofre um desvio devido à presença do Sol. (Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala.)



A ilustração, fora de escala, representa duas imagens de um mesmo quasar conjugadas por uma lente gravitacional (galáxia).

A influência de grandes massas sobre ondas eletromagnéticas pode ser comprovada quando um quasar, "escondido" atrás de uma galáxia, tem suas radiações captadas por sistemas de detecção (radiotelescópios) localizados na Terra. Luz, ondas de rádio e raios X emitidos por ele são desviados intensamente pela deformação do espaço-tempo em torno da galáxia, proporcionando aos astrônomos imagens duplas ou múltiplas daquele corpo celeste.

É importante notar que essas imagens não provêm de dois ou mais quasares distintos; trata-se do mesmo astro, já que qualquer alteração verificada em uma delas também é constatada simultaneamente nas demais.

A galáxia funciona como uma **lente gravitacional** que, desviando a energia radiante como se fosse uma imensa lente óptica, permite a visualização de imagens dos astros, de onde essa energia provém. Isso nos leva a acreditar que, realmente, as radiações desses corpos celestes não se propagam em linha reta, sendo desviadas pela presença de grandes concentrações de massa.

Descubra mais

1. Existe um "defeito" inerente às lentes denominado **aberração cromática**. Em que consiste esse problema?

2. Em alguns faróis marítimos, holofotes e retroprojetores, são utilizadas as chamadas lentes de Fresnel. Esses sistemas ópticos, implementados pelo físico francês Augustin Fresnel (1788-1827), exercem funções semelhantes às das lentes convencionais, porém possuem espessura e peso bem menores. Como funcionam as lentes de Fresnel?

3. Em certos momentos, astronautas abandonam porções de água no interior de espaçonaves em órbita ao redor da Terra, que passam a levitar, apresentando formato praticamente esférico. Olhando-se através dessas esferas líquidas, nota-se quase sempre a formação de imagens invertidas e menores de objetos situados do seu lado oposto. Como se explica a forma esférica dessas porções de água? As lentes assim constituídas têm comportamento convergente ou divergente?

4. Para observadores na Terra, as lentes gravitacionais modificam o formato real dos astros visualizados?

EXERCÍCIOS NÍVEL 3

60 (Vunesp-SP) As figuras representam feixes paralelos de luz monocromática incidindo, pela esquerda, nas caixas **A** e **B**, que dispõem de aberturas adequadas para a entrada e a saída dos feixes:

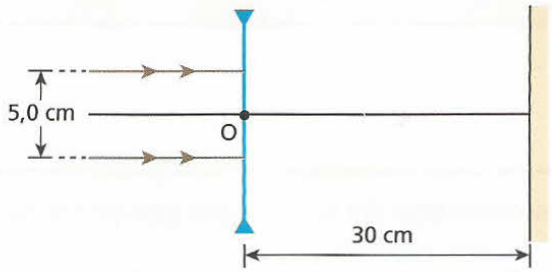
Figura A

Figura B

Para produzir esses efeitos, dispunha-se de um conjunto de lentes convergentes e divergentes de diversas distâncias focais.

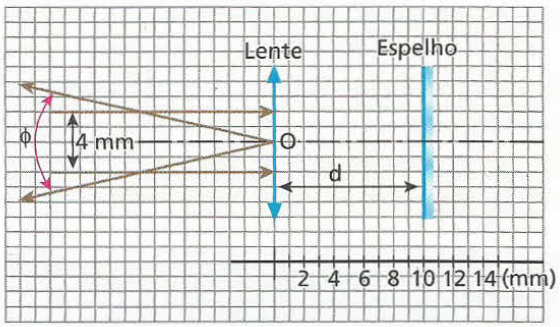
a) Copie a figura **A** e, em seguida, desenhe no interior da caixa uma lente que produza o efeito mostrado; complete a trajetória dos raios e indique a posição do foco da lente.
b) Copie a figura **B** e, em seguida, desenhe no interior da caixa um par de lentes que produza o efeito mostrado; complete a trajetória dos raios e indique as posições dos focos das lentes.

61 Monta-se um anteparo opaco perpendicularmente ao eixo principal de uma lente delgada divergente, a 30 cm do centro óptico da lente:



Um feixe cilíndrico de luz monocromática, com 5,0 cm de diâmetro, incide na lente de modo que seus raios luminosos fiquem paralelos ao eixo principal. Sabendo que depois da refração na lente o feixe ilumina, no anteparo, uma região circular de 20 cm de diâmetro, calcule o valor absoluto da distância focal da lente.

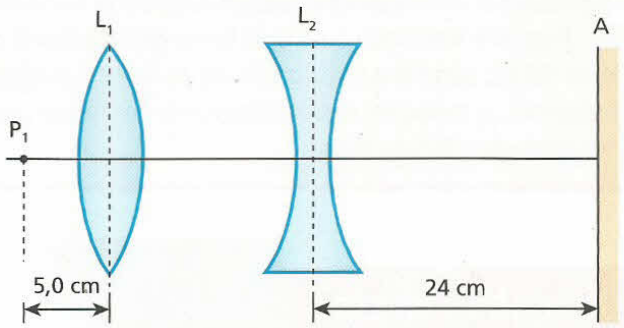
62 (Fuvest-SP) Um *laser* produz um feixe paralelo de luz, com 4 mm de diâmetro. Utilizando um espelho plano e uma lente delgada convergente, deseja-se converter o feixe paralelo em um feixe divergente propagando-se em sentido oposto. O feixe divergente deve ter abertura total $\phi = 0{,}4$ radiano, passando pelo centro óptico **O** da lente. A figura abaixo mostra a configuração do sistema. Como ϕ é pequeno, pode-se considerar $\phi \simeq \text{sen}\,\phi \simeq \text{tg}\,\phi$.



Para se obter o efeito desejado, a distância focal **f** da lente e a distância **d** da lente ao espelho devem valer:

a) f = 10 mm; d = 5 mm.
b) f = 5 mm; d = 10 mm.
c) f = 20 mm; d = 10 mm.
d) f = 10 mm; d = 20 mm.
e) f = 5 mm; d = 5 mm.

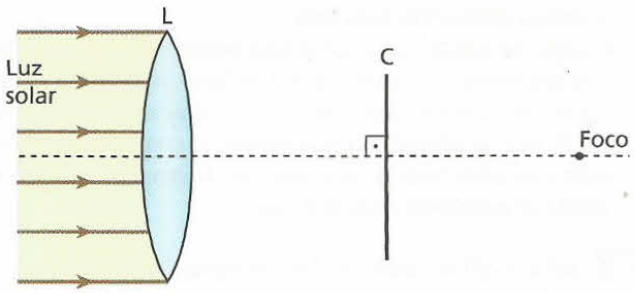
63 (ITA-SP – mod.) Considere um sistema composto de duas lentes circulares esféricas delgadas de 6,0 cm de diâmetro, dispostas coaxialmente, como indica a figura. L_1 é uma lente convergente de distância focal de módulo igual a 5,0 cm e L_2 é uma lente divergente de distância focal de módulo igual a 4,0 cm. No ponto P_1, à esquerda do sistema, é colocado um objeto luminoso puntiforme a 5,0 cm de L_1. À direita de L_2, a uma distância d = 24 cm, é colocado um anteparo **A**, perpendicular ao eixo do sistema.



Assim, temos que:

a) sobre o anteparo **A** forma-se uma imagem real puntiforme de P_1.
b) sobre o anteparo **A** aparece uma região iluminada circular com 12 cm de diâmetro.
c) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular com 6,0 cm de diâmetro.
d) o anteparo fica iluminado uniformemente em uma região muito grande.
e) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular com 42 cm de diâmetro.

64 (Fuvest-SP – mod.) Uma lente circular convergente **L**, de área 20 cm^2 e distância focal 12 cm, é colocada perpendicularmente aos raios solares, que neste local têm uma intensidade de radiação de 0,10 W/cm^2. Admita que 20% da radiação incidente na lente seja absorvida por ela. Um coletor solar **C** é colocado entre a lente e seu foco, a 6 cm da lente, conforme representa o esquema a seguir.

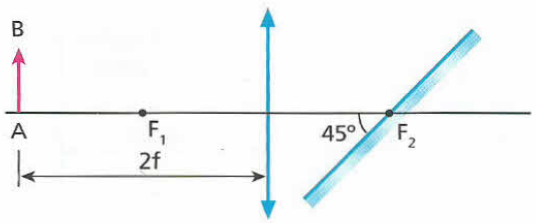


Suponha que toda energia incidente no coletor seja absorvida por ele e usada para aquecer 1 cm^3 de água, inicialmente a 20 °C. Adotando para a água calor específico sensível igual a 1 cal/g °C e densidade absoluta igual a 1 g/cm^3, e considerando 1 cal = 4 J, responda:

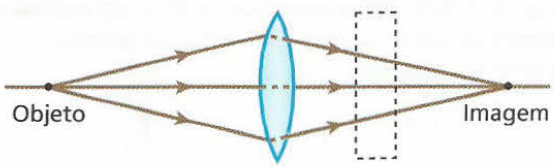
a) Qual a temperatura da água ao fim de 2 min do aquecimento?

b) Qual a intensidade de radiação solar incidente no coletor?

65 (Unicamp-SP) O sistema óptico esboçado na figura consiste em uma lente convergente de distância focal **f** e em um espelho plano que contém o foco F_2 da lente. Um pequeno objeto AB encontra-se a uma distância 2f da lente, como indica a figura. Os raios luminosos provenientes de AB e refletidos pelo espelho não atingem a lente novamente. Refaça a figura e construa a imagem de AB produzida pelo sistema óptico.



66 (Vunesp-SP) Uma lâmina de vidro óptico de faces paralelas, cuja espessura é de aproximadamente 1 cm, será interposta perpendicularmente, entre uma lente convergente e a imagem real (que a lente produz) de um objeto iluminado com luz monocromática. Observe a figura:



Com a inserção da lâmina:

a) a posição da imagem não se altera.

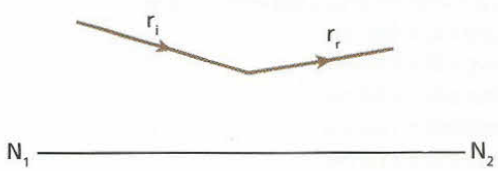
b) a imagem se aproxima da lente.

c) a imagem se afasta da lente.

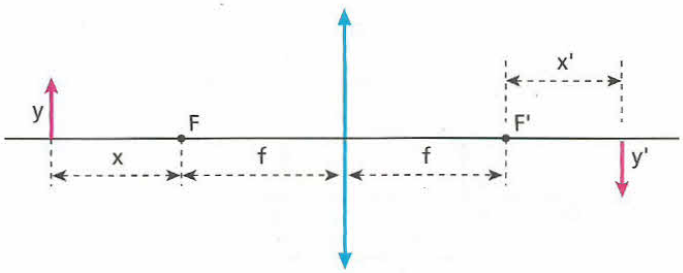
d) não se forma mais a imagem.

e) formam-se duas imagens reais separadas por uma distância menor que 1 cm.

67 (Unicamp-SP) Na figura abaixo, r_i é um raio de luz que incide em uma lente delgada cujo eixo óptico é N_1N_2 e r_r é o correspondente raio refratado. Refaça a figura e mostre como se podem determinar graficamente os focos da lente.



68 Um objeto real **y** é colocado a uma distiancia **x** do foco objeto principal de uma lente esférica convergente, perpendicularmente ao seu eixo principal. A imagem y' conjugada pela lente a esse objeto é real e situa-se a uma distância x' do foco imagem principal, conforme indica a figura.



Supondo-se válidas as condições de Gauss, pode-se afirmar que a distância focal da lente é dada por:

a) $x + x'$;

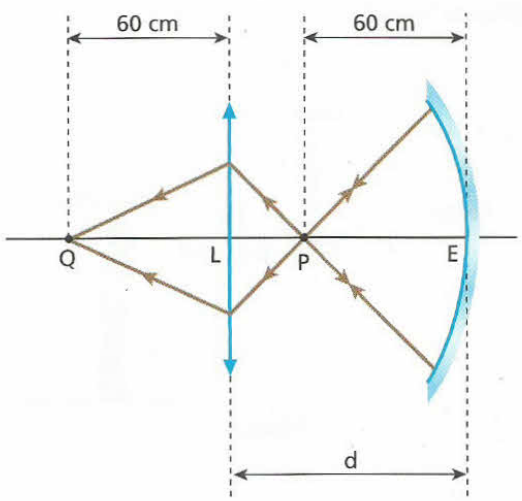
b) $x - x'$;

c) $x \cdot x'$;

d) $\sqrt{\frac{x}{x'}}$;

e) $\sqrt{x \cdot x'}$.

69 Um espelho esférico côncavo **E**, de distância focal f_E, e uma lente delgada convergente **L**, de distância focal f_L = 12 cm, estão dispostos coaxialmente, com seus eixos ópticos coincidentes, conforme representa a figura. Admita que o espelho e a lente estejam sendo utilizados dentro das condições de Gauss. A distância entre o vértice do espelho e o centro óptico da lente é igual a **d**. Uma fonte pontual de grande potência, capaz de emitir luz exclusivamente para a direita, é colocada no ponto **P**. Os raios luminosos provenientes da fonte seguem, então, as trajetórias indicadas, acendendo um palito de fósforo cuja extremidade se encontra no ponto **Q**.



Considerando as medidas do esquema, aponte a alternativa em que aparecem os valores corretos de f_E e **d**:

a) f_E = 60 cm; d = 120 cm;

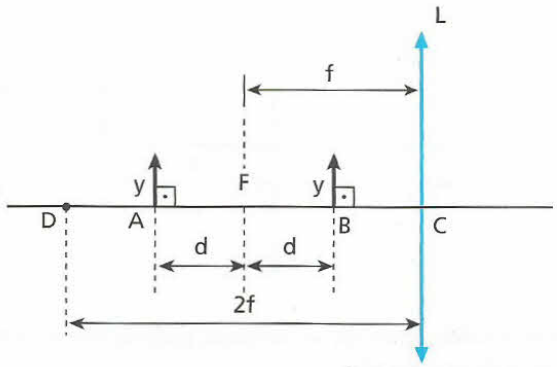
b) f_E = 60 cm; d = 75 cm;

c) f_E = 30 cm; d = 120 cm;

d) f_E = 30 cm; d = 75 cm;

e) f_E = 60 cm; d = 72 cm.

70 (Unip-SP) Considere a lente convergente **L** de distância focal **f**, representada na figura, em que **F** é o foco principal objeto e **A** e **B** são duas posições simétricas em relação a **F**. Admita, na formação de imagens, serem válidas as condições de aproximação de Gauss.



Quando um objeto linear de tamanho **y** é colocado em **A**, a imagem formada pela lente tem tamanho y'.
Quando o mesmo objeto linear é colocado em **B**, a imagem formada passa a ter um tamanho y", tal que:

a) $y'' = y'$.
b) $y'' = \frac{1}{4}y'$.
c) $y'' = \frac{1}{2}y'$.
d) $y'' = 2y'$.
e) $y'' = 4y'$.

71 (UFU-MG – mod.) Um estudante de Física olha através de uma lupa uma pulga que foi condicionada a andar apenas sobre o eixo principal da lente, conforme representa a figura **A**. Ele mediu a distância **p** entre o inseto e a lupa e a distância **p'** entre a lupa e a imagem real da pulga, em vários pontos. O resultado dessas medições está apresentado no gráfico da figura **B**.

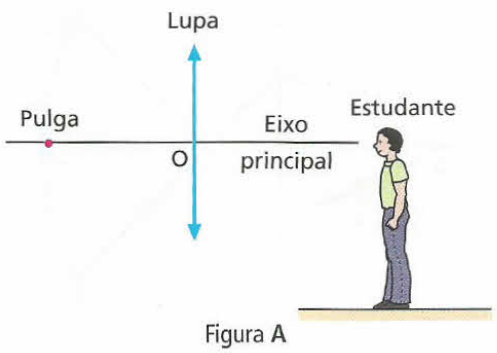


Figura A

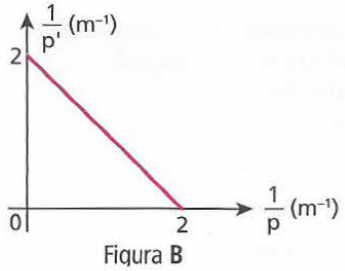


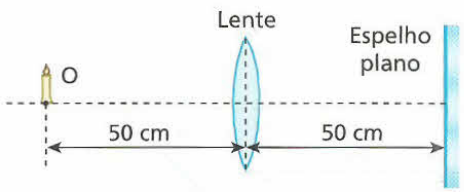
Figura B

a) Obtenha a distância focal da lente.
b) A pulga, ao passar exatamente pelo ponto médio entre o foco principal objeto e o centro óptico da lente, resolve dar um pequeno salto vertical. Desprezando a resistência do ar, adotando $g = 10\ m/s^2$ e admitindo como válidas as condições de Gauss, determine a intensidade da aceleração da imagem da pulga em relação ao estudante durante o salto.

72 (UFSCar-SP) No quarto de um estudante, há uma lâmpada incandescente localizada no teto, sobre a sua mesa. Deslocando uma lente convergente ao longo da vertical que passa pelo filamento da lâmpada, do tampo da mesa para cima, o estudante observa que é possível obter a imagem nítida desse filamento, projetada sobre a mesa, em duas alturas distintas. Sabendo-se que a distância do filamento da lâmpada ao tampo da mesa é de 1,5 m, que a distância focal da lente é de 0,24 m e que o comprimento do filamento é de 12 mm, determine:

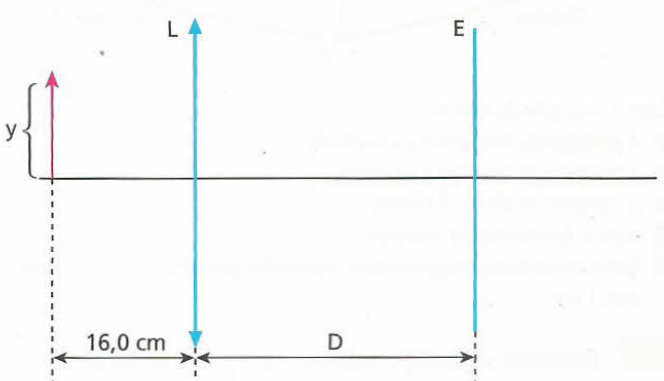
a) as alturas da lente em relação à mesa, nas quais essas duas imagens nítidas são obtidas;
b) os comprimentos e as características das imagens do filamento obtidas.

73 Utilizando um banco óptico, um estudante monta no laboratório o arranjo representado a seguir, em que a abscissa focal da lente vale +30 cm:



A que distância do espelho forma-se a imagem final de **O** conjugada pelo sistema?

74 Na figura, está representado um objeto luminoso de altura **y** posicionado a 16,0 cm de uma lente convergente **L**, cuja distância focal é de 8,0 cm. A lente está a uma distância **D** de um espelho esférico gaussiano **E** de raio de curvatura 36,0 cm e eixo principal coincidente com o eixo óptico da lente.



Para que a imagem produzida pelo espelho tenha altura igual a 2y e orientação invertida em relação ao objeto, o tipo de espelho esférico utilizado e o valor de **D** são, respectivamente:

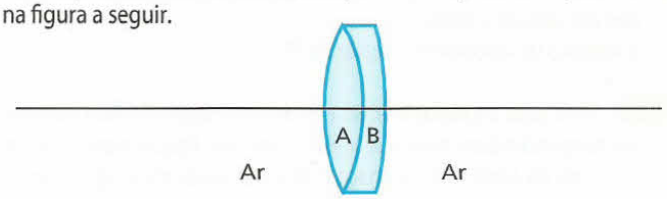
a) côncavo e D = 16,0 cm;
b) côncavo e D = 25,0 cm;
c) côncavo e D = 43,0 cm;
d) convexo e D = 16,0 cm;
e) convexo e D = 25,0 cm.

75 Duas lentes esféricas simétricas, de vidro e de pequena espessura – uma biconvexa (L_1) e outra bicôncava (L_2) – e um espelho esférico côncavo gaussiano (**E**) são testados no ar, onde se verifica que suas distâncias focais apresentam o mesmo valor absoluto: **f**. Esses sistemas ópticos são então mergulhados em água, onde se realiza um novo teste de verificação de distâncias focais. Nesse ensaio, obtêm-se para as distâncias focais de L_1, L_2 e **E** os valores absolutos f_1, f_2 e f_E, respectivamente. Se o vidro é mais refringente que a água e esta é mais refrigente que o ar, é correto concluir que:

a) $f_1 > f, f_2 > f$ e $f_E = f$;
b) $f_1 > f, f_2 < f$ e $f_E = f$;
c) $f_1 = f, f_2 = f$ e $f_E = f$;
d) $f_1 < f, f_2 < f$ e $f_E < f$;
e) $f_1 > f, f_2 > f$ e $f_E > f$.

76 (ITA-SP) As duas faces de uma lente delgada biconvexa têm um raio de curvatura igual a 1,00 m. O índice de refração da lente para a luz vermelha é 1,60 e, para luz violeta, 1,64. Sabendo que a lente está imersa no ar, cujo índice de refração é 1,00, calcule a distância entre os focos de luz vermelha e de luz violeta, em centímetros.

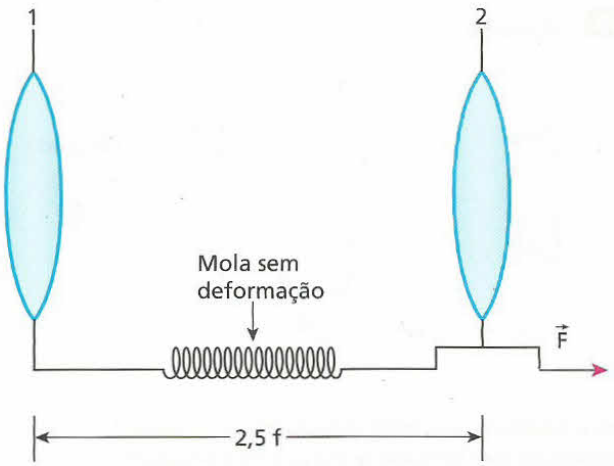
77 Para compor a objetiva de certo instrumento óptico, usa-se a associação de lentes acrílicas (de espessura desprezível) representada na figura a seguir.



A lente **A** é biconvexa, e suas faces têm 25 cm de raio de curvatura. A lente **B** é convexo-côncava, e sua face côncava adere perfeitamente à lente **A**. Os índices de refração do acrílico e do ar são conhecidos, valendo, respectivamente, 1,5 e 1,0. Sabendo que a vergência equivalente à associação é de +3,0 di, determine:

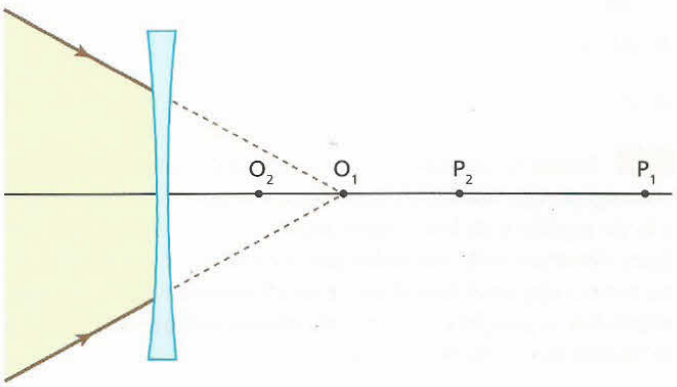
a) a vergência da lente **A**;
b) a abscissa focal da lente **B**;
c) os raios de curvatura das faces da lente **B**.

78 (IME-RJ) Um sistema óptico é constituído por duas lentes convergentes, 1 e 2, cujas distâncias focais são **f** e 2f, respectivamente. A lente 1 é fixa; a lente 2 está presa à lente 1 por uma mola cuja constante elástica é **k**. Com a mola em repouso (sem deformação), a distância entre as lentes é 2,5f.



Determine o menor valor da força $\vec{F}$ para que o sistema produza uma imagem real de um objeto distante, situado à esquerda da lente 1. Despreze as forças de atrito.

79 (Olimpíada Brasileira de Física) Um feixe de raios convergentes aponta na direção do ponto O_1, localizado no eixo óptico de uma lente divergente, a uma distância de 15 cm da mesma. Após a refração, os raios convergem para o ponto P_1. Entretanto, se os raios, antes da refração, convergirem para um ponto O_2 que está a 10 cm da lente, os raios refratados convergem para um ponto P_2 que está a 40 cm de P_1.



Determine a distância da lente ao ponto P_1, bem como a distância focal da lente.

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

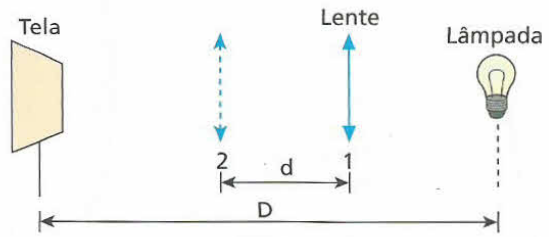
80 Uma lente delgada convergente de distância focal f = 10 cm é disposta com o eixo principal normal a um anteparo situado à distância d = 30 cm. Ao longo do eixo principal, desloca-se uma fonte puntiforme. Há duas posições da fonte para as quais a luz emergente da lente ilumina, no anteparo, um círculo do tamanho da lente. Para qualquer uma dessas posições, determine a distância da fonte à lente.

81 Um estudante dispõe de uma lupa (lente esférica convergente) de distância focal igual a 6,0 cm e com ela deseja obter imagens nítidas de uma pequena lâmpada situada sobre o eixo óptico, sempre distantes 25 cm em relação ao objeto. Determine as possíveis distâncias da lâmpada à lente para que o intento do estudante seja satisfeito.

82 Um objeto luminoso é colocado a uma distância $\mathbf{d_0}$ de uma lente convergente de distância focal f_0, sendo sua imagem projetada em um anteparo situado a uma distância **L** da lente. O objeto é então aproximado, ficando posicionado a uma distância $\frac{d_0}{2}$ da lente, o que faz com que a imagem se apresente desfocada no anteparo. Desejando-se focalizar a imagem, substitui-se a primeira lente por uma outra, também convergente, mas de distância focal f_1. Sabendo que a segunda lente é instalada na mesma posição da primeira, determine:

a) o valor de **L**;
b) o valor de f_1.

83 (Unirio-RJ)



Com o auxílio de uma lente convergente, na posição **1**, a imagem do filamento de uma lâmpada incandescente é projetada sobre uma tela, como mostra a figura acima. Mantendo-se fixas as posições da lâmpada e da tela, verifica-se experimentalmente que uma nova imagem do filamento sobre a tela é obtida quando a lente passa para a posição **2**. As posições **1** e **2** estão separadas pela distância **d**. Sendo **D** a distância entre a lâmpada e a tela, podemos afirmar que a distância focal da lente é igual a:

a) $\frac{(D^2 - d^2)}{4D}$.

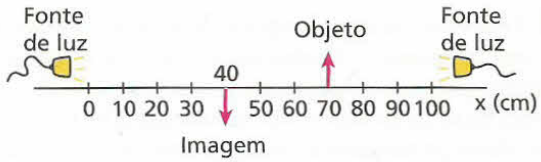
b) $\frac{(D^2 - d^2)}{4d}$.

c) $\frac{D^2}{2d}$.

d) 2D – d.

e) d.

84 Considere um espelho esférico côncavo e uma lente esférica convergente que obedecem às condições de Gauss. As distâncias focais do espelho e da lente valem, respectivamente, 20 cm e 2,7 cm. Esses elementos serão instalados sucessivamente em um banco óptico, como o esquematizado abaixo, com a finalidade de conjugar a um objeto fixo na posição $x_0 = 70$ cm uma imagem real que deverá situar-se na posição $x_1 = 40$ cm.



Na figura, os comprimentos do objeto e da imagem não estão representados em escala. Há duas fontes de luz que poderão ser utilizadas uma de cada vez.
Determine:
a) as posições x_{E_1} e x_{E_2} ($x_{E_1} < x_{E_2}$) em que poderá ser colocado o espelho;
b) as posições x_{L_1} e x_{L_2} ($x_{L_1} < x_{L_2}$) em que poderá ser colocada a lente.

85 Um ponto luminoso **P** descreve movimento circular e uniforme num plano frontal distante 30 cm de uma lente delgada convergente, com velocidade escalar de módulo 5,0 cm/s. A circunferência descrita por **P** tem centro no eixo principal da lente e raio igual a 10 cm. Admitindo que a lente opera de acordo com as condições de Gauss e que sua distância focal vale 20 cm, determine:
a) a relação entre o período de **P** e de sua imagem **P'** conjugada pela lente;
b) as características da trajetória descrita por **P'**, bem como sua posição em relação à lente;
c) o módulo da velocidade escalar de **P'**.

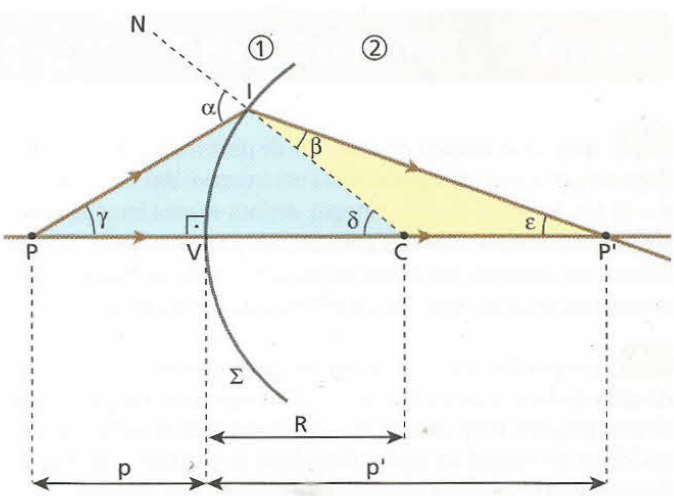
86 Uma vela é colocada a 80 cm de uma lente esférica convergente, perpendicularmente a seu eixo principal. Aproximando-se em 20 cm a vela da lente, a nova imagem fica três vezes maior que a anterior, com a mesma orientação. Determine a vergência da lente.

87 (Olimpíada Brasileira de Física) Uma lente convergente de diâmetro 2 **L** é construída com diamante, cujo índice de refração varia com o comprimento de onda da luz incidente. Para a luz violeta, o índice de refração é 2,50, para a amarela, é 2,43, e para a vermelha, é 2,40. Suponha que um feixe de luz paralela, constituído por apenas essas três cores, incida sobre essa lente cobrindo-a completamente e que um anteparo seja colocado perpendicularmente ao eixo óptico da lente, no ponto focal determinado usando-se a luz amarela. Calcule a razão entre os raios das regiões iluminadas por luz vermelha e por luz violeta projetadas no anteparo.

Apêndice

1. Equação do Dioptro Esférico

Consideremos o dioptro constituído pelos meios transparentes 1 e 2 de índices absolutos de refração respectivamente iguais a n_1 e n_2, separados pela superfície esférica **Σ** de centro de curvatura **C** e raio **R**. A um objeto pontual **P** situado a uma distância **p** do ponto **V**, o dioptro conjuga uma imagem também pontual **P'** situada a uma distância **p'** desse mesmo ponto, conforme representa a figura ao lado.



Visando estabelecer uma relação entre n_1, n_2, **p**, **p'** e **R**, apliquemos a Lei de Snell à refração do raio luminoso incidente no ponto **I**:

$$n_1 \text{ sen } \alpha = n_2 \text{ sen } \beta$$

Admitindo-se que esse raio seja pouco inclinado em relação à reta determinada por **P** e **P'**, os ângulos **α** e **β** serão pequenos, valendo a aproximação:

$$\text{sen}\,\alpha \simeq \alpha \quad \text{e} \quad \text{sen}\,\beta \simeq \beta$$

Assim:

$$n_1\,\alpha = n_2\,\beta \qquad (I)$$

No triângulo PCI, **α** é ângulo externo, logo:

$$\alpha = \gamma + \delta \qquad (II)$$

No triângulo CIP', **δ** é ângulo externo, logo:

$$\delta = \beta + \varepsilon$$

Portanto: $\beta = \delta - \varepsilon$ (III)

Substituindo-se (II) e (III) em (I), vem:

$$n_1\,(\gamma + \delta) = n_2\,(\delta - \varepsilon)$$

$$n_1\,\gamma + n_1\,\delta = n_2\,\delta - n_2\,\varepsilon$$

Da qual:

$$n_1\,\gamma + n_2\,\varepsilon = (n_2 - n_1)\,\delta \quad (IV)$$

Valem também as aproximações:

$$\gamma \simeq \text{tg}\,\gamma = \frac{IV}{p}$$

$$\varepsilon \simeq \text{tg}\,\varepsilon = \frac{IV}{p'}$$

$$\delta \simeq \text{tg}\,\delta = \frac{IV}{R}$$

Substituindo-se os valores de **γ**, **ε** e **δ** em (IV), decorre que:

$$n_1\,\frac{IV}{p} + n_2\,\frac{IV}{p'} = (n_2 - n_1)\,\frac{IV}{R}$$

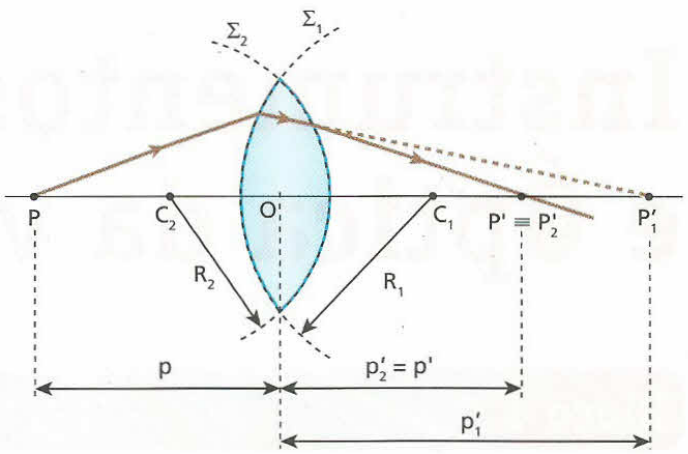
Donde:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

2. Demonstração da Equação dos Fabricantes de Lentes

Consideremos a lente biconvexa esquematizada a seguir, de faces esféricas Σ_1 e Σ_2 com raios de curvatura respectivamente iguais a R_1 e R_2. Essa lente é fabricada com um material de índice absoluto de refração n_L e está imersa em um meio de índice absoluto de refração n_m, de modo que o índice de refração da lente em relação ao meio externo é igual a $n_{L,m}$.

Um objeto pontual **P** colocado a uma distância **p** do centro óptico **O** da lente produz uma imagem final **P'** situada a uma distância **p'** de **O**.



Aplicando-se a Equação do Dioptro Esférico à face Σ_1, temos:

$$\frac{n_m}{p} + \frac{n_L}{p'_1} = \frac{n_L - n_m}{R_1} \qquad (I)$$

A imagem real gerada pela face Σ_1 comporta-se como objeto virtual em relação à face Σ_2. Aplicando-se a essa face a Equação do Dioptro Esférico, tem-se que:

$$-\frac{n_L}{p'_1} + \frac{n_m}{p'_2} = \frac{n_L - n_m}{R_2} \qquad (II)$$

Somando-se (I) e (II) e observando-se que $p'_2 = p'$, obtém-se:

$$\frac{n_m}{p} + \frac{n_m}{p'_2} = (n_L - n_m)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Dividindo-se todos os termos da equação acima por n_m, decorre que:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \left(\frac{n_L}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Lembrando-se de que:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$ (Equação de Gauss),

em que **f** é a abscissa focal da lente, obtém-se, finalmente, a **Equação dos Fabricantes de Lentes**:

$$\frac{1}{f} = (n_{L,m} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$ (Equação de Halley)

Tópico 5

Instrumentos ópticos e Óptica da visão

Bloco 1

1. Introdução aos instrumentos ópticos

Os conceitos, as leis e os dispositivos ópticos apresentados até aqui formam a base para o estudo dos **instrumentos ópticos**, que desempenham importante papel no mundo moderno. Os espelhos, os prismas e sobretudo as lentes esféricas podem, quando combinados de modo conveniente, constituir equipamentos ópticos destinados a vários fins. Dentre os muitos instrumentos ópticos, destacamos os seguintes:

- câmeras fotográficas e filmadoras;
- aparelhos de projeção;
- lupas e microscópios;
- lunetas e telescópios.

Os instrumentos ópticos costumam ser classificados em dois grupos: **instrumentos de projeção** e **instrumentos de observação**.

Grupo I: instrumentos de projeção

Caracterizam-se por formar imagem final real, que é projetada em uma tela difusora (tela cinematográfica) ou em um anteparo fotossensível (filme fotográfico ou conversor eletrônico). Pertencem a esse grupo as câmeras fotográficas, as filmadoras e os projetores em geral.

Grupo II: instrumentos de observação

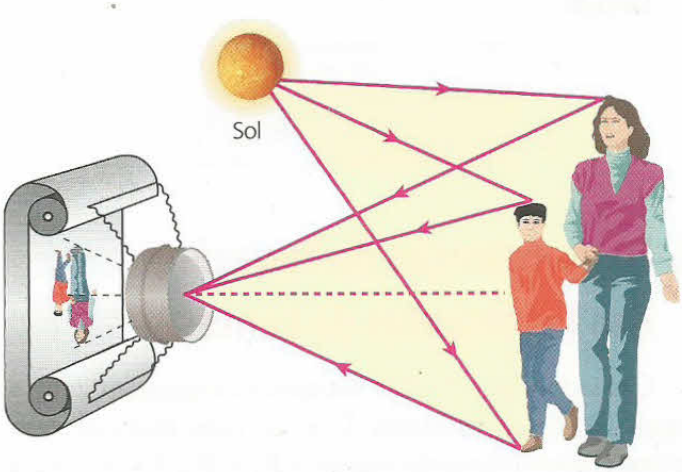
Distinguem-se por formar imagem final virtual, que serve de objeto real para um observador, cujo globo ocular associa-se ao instrumento. Fazem parte desse grupo a lupa, o microscópio composto, as lunetas e os telescópios.

Os próximos itens fazem uma breve apresentação dos principais instrumentos ópticos, sem, no entanto, entrar em pormenores funcionais ou técnicos.

2. Câmera fotográfica

É um dispositivo destinado à fixação de imagens. Em linhas gerais, ocorre o seguinte: a objetiva da câmera (sistema **convergente** formado por uma ou mais lentes) projeta a imagem real e invertida do motivo da foto sobre um anteparo fotossensível em que, devido a fenômenos fotoquímicos ou fotoeletrônicos, ela fica gravada.

Convém destacar que o filme fotográfico (ou conversor eletrônico) é colocado no interior de uma câmara escura; a quantidade de luz que aí penetra é graduada por um mecanismo denominado **diafragma**. Outro importante componente das câmeras é o **obturador**, que regula o intervalo de tempo durante o qual o filme (ou conversor eletrônico) fica exposto à luz.

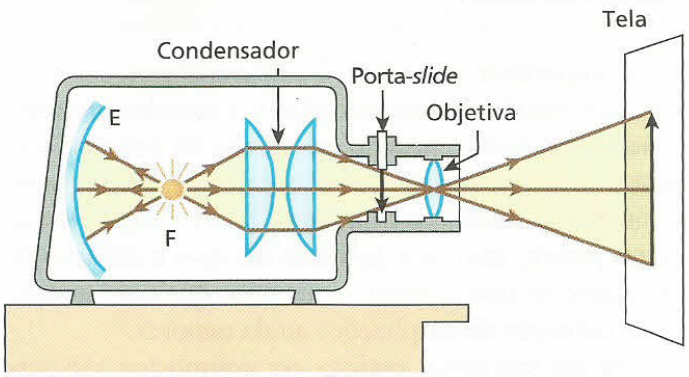


Nas fotos mais comuns, o objeto a ser fotografado é iluminado pela luz solar e esta é captada pela câmera por reflexão. A imagem projetada sobre o filme (ou conversor eletrônico) é invertida e a inversão ocorre tanto na vertical como na horizontal.

3. Projetor

Trata-se de um dispositivo que fornece, de um objeto real (texto, desenho, diapositivo ou filme), uma imagem real projetada em uma tela. A imagem final é invertida (na vertical e na horizontal) e ampliada e pode comportar-se como objeto real para vários espectadores ao mesmo tempo. É importante salientar que, para uma melhor visualização da imagem projetada, o equipamento deve operar no interior de um ambiente escurecido.

O esquema abaixo representa, em corte, um projetor de *slides* simplificado.



Observe que a "objetiva" do projetor é um sistema **convergente** de lentes. O espelho côncavo **E**, em cujo centro de curvatura posiciona-se a fonte de luz **F**, tem por função minimizar as perdas de energia luminosa.

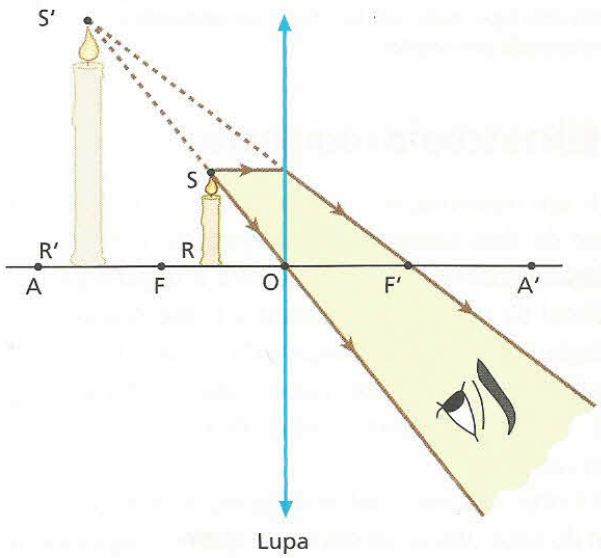
4. Lupa ou microscópio simples

Esse dispositivo nada mais é do que um sistema **convergente**, de distância focal da ordem de centímetros.

Precursora dos instrumentos ópticos de grande ampliação, a lupa é utilizada como lente de aumento em diversas atividades, como a confecção de jóias, o conserto de relógios, a filatelia, o estudo de insetos, a criminalística, dentre outras.

Como veremos adiante, a lupa também pode ser a lente ocular de equipamentos mais sofisticados.

De um objeto real situado entre o foco principal objeto e o centro óptico, a lupa fornece uma imagem virtual, direita e ampliada. Convém destacar que, para o olho do observador, a imagem fornecida pela lupa comporta-se como objeto real. Veja, na figura, o traçado da imagem do objeto RS:



Os aumentos fornecidos pelas lupas raramente excedem a dez vezes. Lupas que proporcionam aumentos da ordem de uma dezena de vezes têm distância focal pequena, o que torna seu diâmetro também pequeno, comprometendo o brilho da imagem e sua boa visualização.

Câmeras digitais: imagens armazenadas em *chips*

Jonny Gitti

Uma tecnologia que vem se popularizando é a das **câmeras digitais**. Nesses dispositivos, as imagens são captadas opticamente, porém, em vez de serem gravadas em filmes fotográficos ou em fitas magnéticas, são digitalizadas e armazenadas em cartões de memória ou *chips* eletrônicos. Com isso, é possível obter imagens com alta definição, que podem ser visualizadas imediatamente no próprio equipamento ou na tela de um computador. A ágil e perfeita transmissão dessas imagens pela internet facilita a comunicação entre pessoas e também as atividades profissionais, como a medicina e o telejornalismo, por exemplo.

Chad Ehlers/Keystone

Usando uma lupa, podemos ter uma visão ampliada e pormenorizada dos objetos.

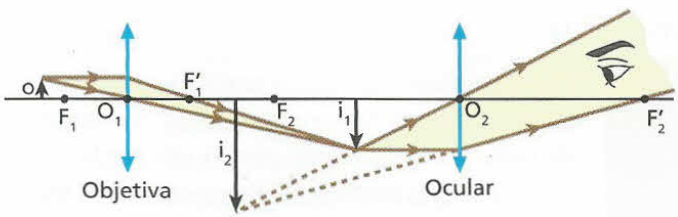
5. Microscópio composto

É um instrumento de aumento constituído basicamente de dois sistemas **convergentes** de lentes associados coaxialmente: o primeiro é a **objetiva** (distância focal da ordem de milímetros), que responde pela captação da primeira imagem do objeto; o segundo é a **ocular**, que, operando como lupa, forma a imagem final, que se comporta como objeto para o olho do observador.

O objeto a ser analisado posiciona-se um pouco além do foco objeto da objetiva, que conjuga a ele uma imagem real, invertida e ampliada. Essa imagem, formada entre o foco objeto e o centro óptico da ocular, comporta-se como objeto para a ocular, que conjuga a ele uma imagem final virtual, direita e ampliada.

Veja, na figura a seguir, um esquema da formação da imagem em um microscópio composto.

Observe que, tomando por base o objeto inicial, a imagem final é invertida:



Em relação à objetiva, o aumento linear transversal é dado por:

$$A_{ob} = \frac{i_1}{o}$$

Em relação à ocular, o aumento linear transversal é calculado por:

$$A_{oc} = \frac{i_2}{i_1}$$

Para o microscópio composto, temos:

$$A = \frac{i_2}{o}$$

Multiplicando o numerador e o denominador da última expressão por i_1, temos:

$$A = \frac{i_2}{o} \cdot \frac{i_1}{i_1} \Rightarrow A = \frac{i_1}{o} \cdot \frac{i_2}{i_1}$$

Portanto:

$$\boxed{A = A_{ob} \cdot A_{oc}}$$

A ampliação total fornecida por um microscópio composto é dada pelo **produto** dos aumentos da objetiva e da ocular.

É importante notar que nos microscópios compostos o aumento linear transversal nunca excede a algumas centenas de vezes, ficando em média na faixa de trezentas vezes. Em condições excepcionais, conseguem-se ampliações até pouco acima de mil vezes. Nesses casos, porém, intervém de forma decisiva a difração da luz dentro do instrumento, o que inibe qualquer tentativa de obtenção de ampliações ainda maiores.

Os microscópios ópticos ou compostos são largamente utilizados em laboratórios de biologia e de análises clínicas. Essa grande aceitação deve-se ao fato de esses instrumentos serem compatíveis com pequenos objetos, células, tecidos e microorganismos normalmente examinados.

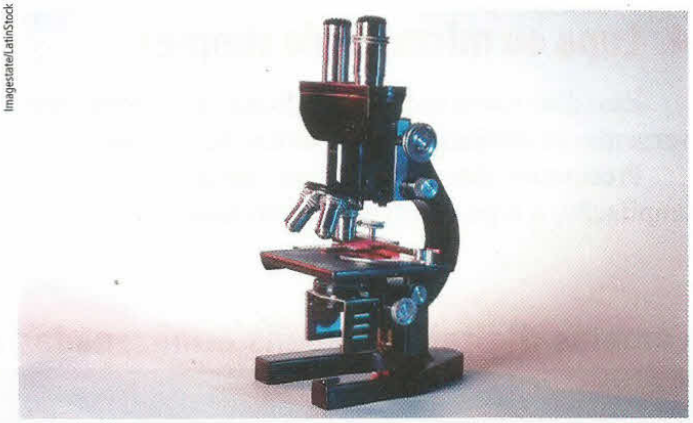
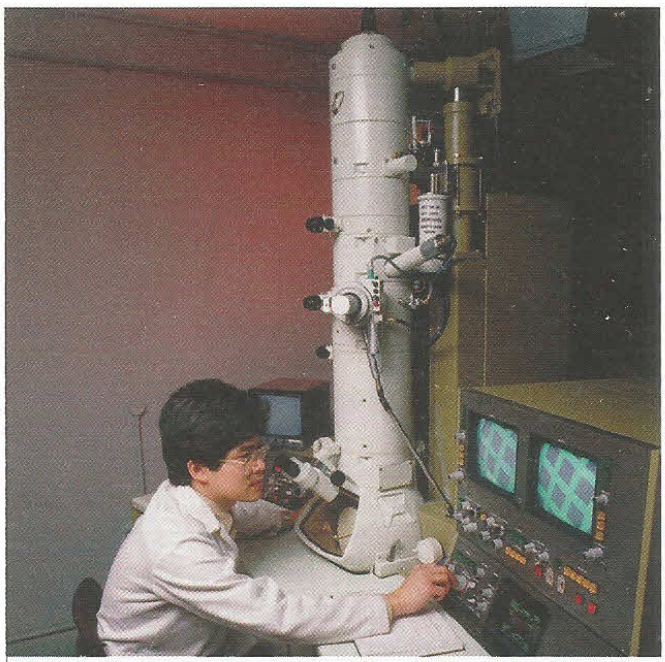


Image state/LatinStock

Fotografia de microscópio composto equipado com quatro objetivas cambiáveis e duas oculares.

Em alguns casos, entretanto, como no estudo da estrutura de materiais, há necessidade de aumentos de dezenas de milhares de vezes. Recorre-se, então, ao microscópio eletrônico, que opera com feixes de elétrons no lugar de feixes de luz. Nesses equipamentos, as partículas são defletidas por campos elétricos e magnéticos, proporcionando aumentos da ordem de 100 mil vezes. O que o pesquisador observa não é uma imagem óptica, disponível numa ocular, mas uma figura gravada em filme fotográfico ou exibida no monitor de um computador.

Microscópio eletrônico: acesso aos microuniversos!



George Bernard/SPL/LatinStock

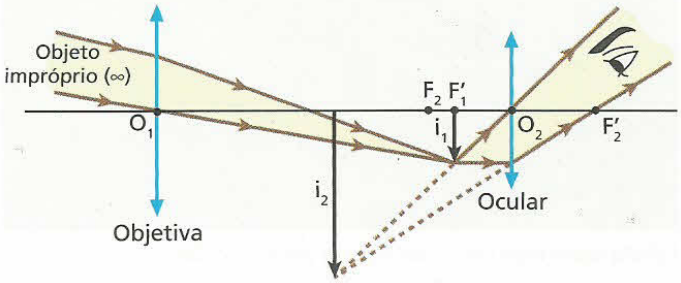
Com o microscópio eletrônico, é possível adentrar-se em microuniversos inacessíveis aos nossos sentidos. Aumentos da ordem de 100 mil vezes desvendam os pormenores mais intrínsecos dos materiais, trajetórias (rastos) deixados por partículas elementares submetidas à ação de campos elétricos e/ou magnéticos, podendo-se chegar praticamente a escalas atômicas. Esse equipamento tem sido de grande valia no desenvolvimento da nanotecnologia, ramo da Ciência que objetiva manipular punhados de átomos na elaboração de mecanismos minúsculos que tornarão nossos utensílios eletrônicos ainda menores e muito mais sofisticados.

6. Lunetas

São instrumentos formados basicamente por dois sistemas **convergentes** de lentes, associados coaxialmente: o primeiro é a **objetiva** (distância focal da ordem de decímetros ou metros), que capta a primeira imagem do objeto; o segundo é a **ocular**, que, operando como lupa, conjuga a imagem final, que se comporta como objeto para o olho do observador.

Há duas categorias de lunetas: as **astronômicas**, utilizadas na observação de objetos longínquos, como os corpos celestes, e as **terrestres**, empregadas para visar objetos não muito afastados. As lunetas terrestres são muito úteis, por exemplo, na navegação.

No caso da luneta astronômica, a luz emanada de um corpo muito afastado (teoricamente, no "infinito") incide na objetiva, que forma uma imagem real e invertida. Devido à grande distância entre o objeto e a objetiva, a imagem conjugada por essa lente forma-se em seu plano focal imagem. Tal imagem, posicionada entre o foco objeto e o centro óptico da ocular, comporta-se como objeto para a ocular, que faz corresponder a ele uma imagem final virtual, direita e aumentada. Na luneta astronômica, a imagem final é invertida em relação ao objeto inicial. O esquema a seguir ilustra o exposto:



As lunetas não fornecem aumentos lineares dos corpos observados; apenas possibilitam a visualização desses corpos sob ângulos visuais ampliados, o que dá aos usuários melhores condições de observação. Por isso, elas são denominadas **instrumentos de aproximação**.

Seja θ_0 o ângulo visual segundo o qual um corpo distante é observado a olho nu e $\boldsymbol{\theta}$ o ângulo visual segundo o qual esse mesmo corpo é observado da mesma posição por meio de uma luneta.

Por definição, o **aumento visual** ou **aumento angular** para essa luneta é a grandeza adimensional **G**, dada por:

$$G = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \theta_0}$$

Sendo f_{ob} a distância focal da objetiva e f_{oc} a distância focal da ocular, pode-se demonstrar que o aumento angular de uma luneta focalizada para obter a imagem de um objeto impróprio ("situado no infinito") fica determinado por:

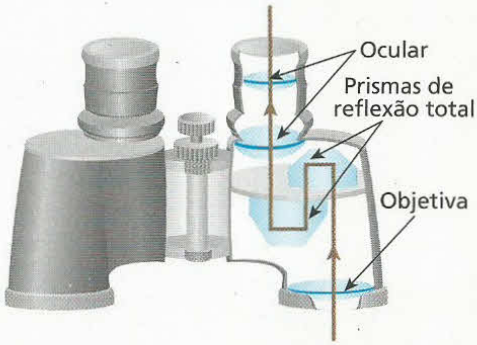
$$G = \frac{f_{ob}}{f_{oc}}$$

Teoricamente, as lunetas astronômicas podem ser utilizadas como lunetas terrestres, mas, na prática, há alguns inconvenientes. Elas geralmente possuem dimensões avantajadas e, devido à alta qualidade dos seus componentes, têm custo elevado. Além disso, conforme vimos, as imagens finais são invertidas em relação aos objetos iniciais, o que, tratando-se de lunetas terrestres, é um transtorno.

Werelmage Stock/Masterfile/Other Images

Luneta sobre tripé com o observador junto à ocular.

Por isso, a construção das lunetas terrestres, embora seja parecida com a das lunetas astronômicas, conta com muitas simplificações. As lunetas terrestres são menores, custam menos e dispõem de um sistema endireitador da imagem final, formado por uma ou mais lentes, que é denominado **veículo**. A correção da imagem final também pode ser feita por meio de prismas de reflexão total, como ocorre nos binóculos, que nada mais são que duas pequenas lunetas terrestres associadas.



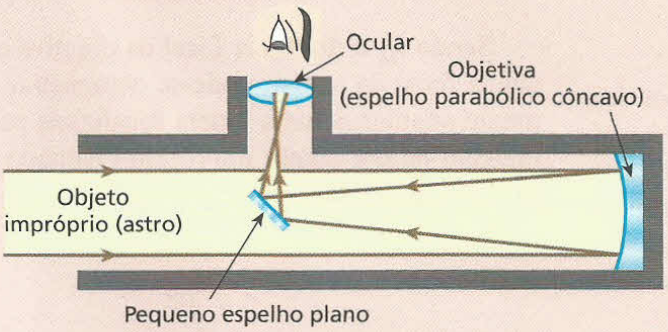
Esquema da trajetória da luz no interior de um binóculo.

Nos grandes observatórios de Astronomia, para eliminar os inconvenientes das aberrações de esfericidade e cromáticas, próprias das lentes, são utilizados na função de objetiva espelhos parabólicos côncavos. Os instrumentos de observação, que geram a primeira imagem do astro por reflexão, e não por refração da luz, deixam de ser chamados de lunetas e assumem a denominação de **telescópios**.

LEITURA

... E Newton foi além!

O instrumento precursor dos telescópios modernos foi construído pelo cientista inglês Isaac Newton (1642-1727) no século XVII. Ele aprimorou a luneta de Galileu, utilizando como objetiva um espelho parabólico côncavo em substituição à tradicional lente convergente.



English School/Getty Images

Telescópio newtoniano de reflexão.

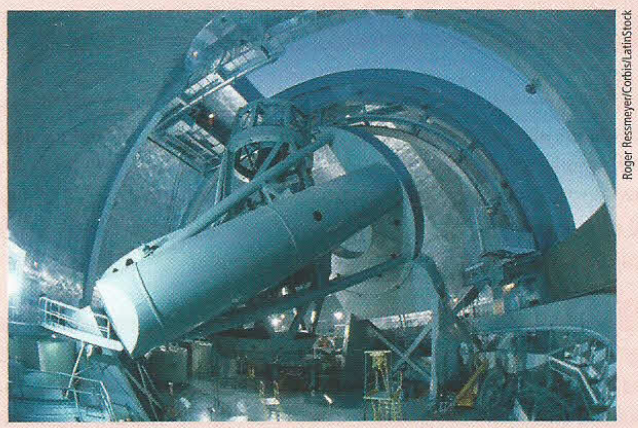
Saindo da atmosfera – do Hale ao Hubble

Muito se sabe hoje sobre a Lua, sobre os planetas, a nossa galáxia, outras galáxias, o universo, enfim. Seria possível dissociar esse conhecimento dos instrumentos ópticos de observação astronômica?

O advento dos telescópios descortinou aos olhos do ser humano um panorama quase sem limites, muito mais amplo que o disponível a olho nu.

Há muitos telescópios ópticos instalados em várias partes do mundo, em geral em locais de clima seco, com discreta presença de nuvens que dificultam as observações. Um dos maiores é o do Monte Palomar, na Califórnia. Idea-

lizado pelo astrônomo norte-americano George Ellery Hale (1868-1938), esse gigante, que leva o nome **Hale**, foi inaugurado em 3 de junho de 1948 e está instalado no interior de uma cúpula de 40 m de altura, a 1 830 m de altitude. Os ajustes de posição, tanto da cúpula como do telescópio, são feitos por sofisticados mecanismos acionados por cinco motores. Sua objetiva é um enorme espelho parabólico côncavo de vidro revestido por uma película de alumínio polido, com 5 m de diâmetro e massa em torno de 20 toneladas.


Roger Ressmeyer/Corbis/Latinstock

Fotografia do interior da cúpula giratória em que está instalado o telescópio Hale, em Monte Palomar.

O Hale trouxe à Astronomia um grande número de dados que deram sustentação a várias teorias, como a dos buracos negros e a do universo em expansão.

Os telescópios terrestres, entretanto, contam com um grande inconveniente: a barreira constituída pela atmosfera, que bloqueia diversas radiações provenientes do cosmo, impedindo-as de chegar aos observatórios. Devemos lembrar também que a presença da atmosfera faz com que os astros sejam observados em posições diferentes de sua posição real. Além disso, a cintilação provocada pela movimentação das camadas de ar dificulta a visualização, sobretudo das estrelas mais distantes.

No dia 26 de abril de 1990, foi posto em órbita pela nave **Discovery** o mais caro e sofisticado supertelescópio de todos os tempos: o **Hubble**, que tem esse nome em homenagem ao astrônomo norte-americano Edwin Powell Hubble (1889-1953).

O equipamento levou vinte anos para ser montado. Foi projetado para permanecer pelo menos dez anos no espaço, operando com uma eficiência superior à de qualquer telescópio terrestre, principalmente por estar livre das distorções e interferências impostas pela atmosfera.

O telescópio espacial Hubble, com uma massa próxima de 11 toneladas, tem 13,3 m de comprimento. Seu corpo principal apresenta 4,26 m de diâmetro. Quando os painéis solares estão armados, o conjunto atinge uma largura de 12 m. O sistema óptico compreende um espelho côncavo primário de 2,4 m de diâmetro e um espelho convexo secundário de 30 cm de diâmetro. Os raios luminosos provenientes dos corpos celestes, uma vez refletidos na superfície do espelho primário, são dirigidos ao espelho secundário, que, por sua vez, os envia a sistemas eletrônicos que convertem a luz captada em informações digitais.

O Hubble tem uma capacidade fantástica de distinguir detalhes. Ele pode enxergar um botão de camisa a 1 200 km de distância e "dizer" se deu cara ou coroa em uma moeda lançada a 10 000 km.

Dynamic Graphics/Keystone

As pessoas que têm uma boa visão podem enxergar sem o auxílio de instrumentos ópticos apenas 5 mil estrelas, aproximadamente. Com o telescópio espacial Hubble, esse número é indeterminado, o que permitiu a elaboração de um novo e muito mais amplo mapa celeste.

Os sinais transmitidos por esse aparelho, recebidos dos pontos mais remotos do espaço, já deram aos cientistas mais informações que todos os telescópios terrestres juntos. Hoje se tem uma idéia mais clara da idade do universo. Isso é muito importante, pois, em Astronomia, ver corpos mais distantes significa receber informações de épocas mais remotas. Ao observar um astro a 10 bilhões de anos-luz, por exemplo, o telescópio vê como ele era há 10 bilhões de anos, pois esse foi o tempo gasto pela luz, a partir desse corpo, para atingir o instrumento.

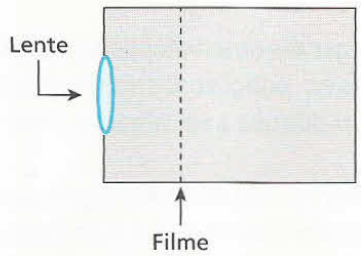
Assim, as imagens do Hubble estão mostrando o universo em sua juventude, muito antes de a própria Terra existir.

O Hubble, que já passou por duas grandes operações de manutenção em pleno espaço, deverá deixar de operar num futuro próximo, já que muitos dos seus equipamentos já estão obsoletos ou têm vida útil limitada. O novo supertelescópio substituto, de nome **Webb**, está em fase de construção e pode ser colocado no espaço em 2012. Seu nome homenageia James Webb, que dirigiu a Nasa, Agência Espacial Norte-americana, na época das viagens tripuladas à Lua.

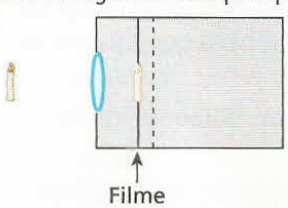
EXERCÍCIOS — NÍVEL 1

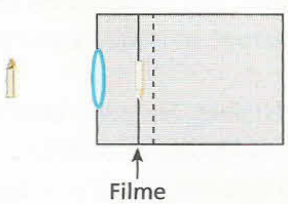
1 (Unifei-MG) Um estudante construiu uma caixa retangular provida de uma lente biconvexa de distância focal f = 50,0 mm e pretende usá-la como máquina fotográfica. A distância entre a lente e a parte posterior da caixa onde será registrada a imagem pelo filme é de 150 mm. A que distância à frente da lente deve se localizar um objeto para que sua foto fique perfeitamente focalizada?

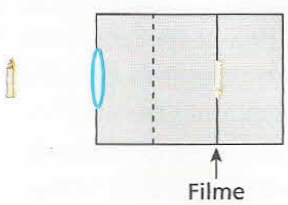
2 (UFMG) Rafael, fotógrafo lambe-lambe, possui uma câmara fotográfica que consiste em uma caixa com um orifício, onde é colocada uma lente. Dentro da caixa, há um filme fotográfico, posicionado a uma distância ajustável em relação à lente. Essa câmara está representada, esquematicamente, nesta figura:

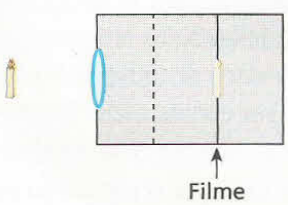


Para produzir a imagem nítida de um objeto muito distante, o filme deve ser colocado na posição indicada pela linha tracejada.
No entanto, Rafael deseja fotografar uma vela que está próxima a essa câmara.
Para obter uma imagem nítida, ele, então, move o filme em relação à posição acima descrita.
Indique a alternativa cujo diagrama melhor representa a posição do filme e a imagem da vela que é projetada nele.

a)


c)


b)


d)


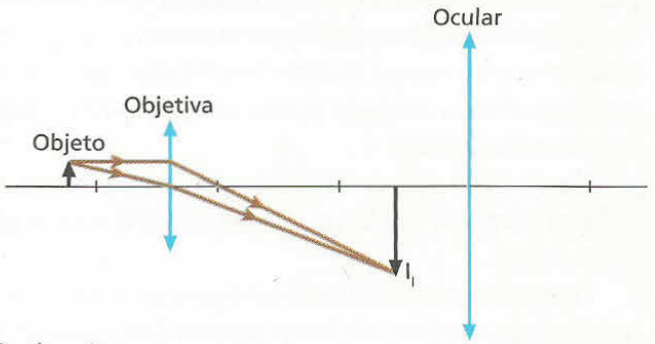
3 A lente de um projetor de *slides* está a uma distância de 4,1 m da tela de projeção. Um *slide* de 35 mm de altura tem sua imagem projetada na tela com 1,4 m de altura. Qual a distância focal da lente do equipamento?

4 Deve-se projetar em uma tela a imagem de um *slide* que se encontra a 5,0 cm da lente do projetor. Sabendo que as alturas do *slide* e de sua imagem valem, respectivamente, 3,0 cm e 180 cm, calcule:
a) a distância da tela à lente do projetor;
b) a distância focal da lente do projetor.

5 Uma lupa com 5,0 cm de distância focal amplia cinco vezes o tamanho de um pequeno objeto luminoso. Nessas condições, determine a distância entre o objeto e sua imagem.

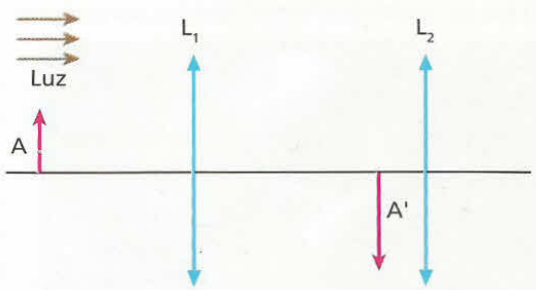
6 (Fatec-SP) Um colecionador examina um selo com uma lupa localizada a 2,0 cm do selo e observa uma imagem 5 vezes maior.
a) Determine a distância focal da lupa.
b) Faça, em seu caderno, um esquema gráfico dos raios de luz representando a lupa, o selo, a imagem do selo e o olho do colecionador.

7 (Unesp-SP) Em uma aula sobre óptica, o professor explica aos seus alunos o funcionamento básico de um microscópio óptico composto, que pode ser representado por duas lentes convergentes, a objetiva e a ocular. Quando o objeto a ser visualizado é colocado próximo à objetiva, uma imagem ampliada I_I é formada entre a ocular e o foco da ocular, como esquematizado na figura. Essa imagem é, então, ampliada pela ocular, gerando a imagem I_{II}, vista pelo observador.



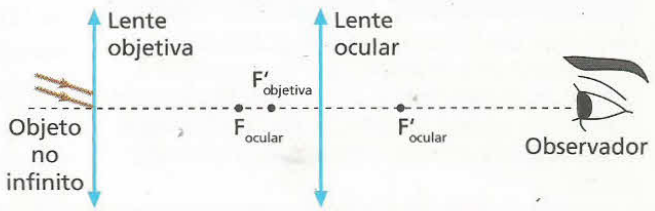
Sendo assim:
a) copie a figura em seu caderno e complete-a com raios de luz que mostrem a formação da imagem I_{II} gerada pela ocular;
b) classifique como real ou virtual as imagens I_I e I_{II}.

8 Um objeto **A** está situado a 5 cm de uma lente convergente L_1, cuja distância focal é de 4 cm. Uma segunda lente convergente, idêntica à anterior, é colocada a 2 cm de distância da imagem A' conjugada por L_1. A figura ilustra a situação descrita:



a) A que distância de L_1 encontra-se L_2?
b) Qual a ampliação total do sistema L_1L_2?

9 (UFF-RJ – mod.) A utilização da luneta astronômica de Galileu auxiliou a construção de uma nova visão do Universo. Esse instrumento óptico, composto por duas lentes – **objetiva** e **ocular** –, está representado no esquema a seguir.



Considere a observação de um astro no "infinito" por meio da luneta astronômica de Galileu. Nesse caso, as imagens do objeto formadas pelas lentes objetiva e ocular são, respectivamente:

a) real e direita em relação ao astro; virtual e direita em relação à imagem da objetiva.
b) real e invertida em relação ao astro; virtual e invertida em relação à imagem da objetiva.
c) virtual e invertida em relação ao astro; real e invertida em relação à imagem da objetiva.
d) virtual e direita em relação ao astro; real e invertida em relação à imagem da objetiva.
e) real e invertida em relação ao astro; virtual e direita em relação à imagem da objetiva.

EXERCÍCIOS — NÍVEL 2

10 **E.R.** A objetiva de uma câmera fotográfica tem distância focal de 100 mm e é montada num mecanismo tipo fole, que permite seu avanço e retrocesso. A câmera é utilizada para tirar duas fotos: uma aérea e outra de um objeto distante 30 cm da objetiva.

a) Qual o deslocamento da objetiva, de uma foto para a outra?
b) Da foto aérea para a outra, a objetiva afasta-se ou aproxima-se do filme?

Resolução:

a) Na obtenção da foto aérea, o motivo da foto comporta-se como objeto impróprio. Por isso, sua imagem forma-se no plano focal da objetiva. Assim:

$$p'_1 \simeq f$$

Logo:

$$\boxed{p'_1 = 100 \text{ mm}}$$

Para a outra foto, tem-se:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{100} = \frac{1}{300} + \frac{1}{p'_2}$$

$$\boxed{p'_2 = 150 \text{ mm}}$$

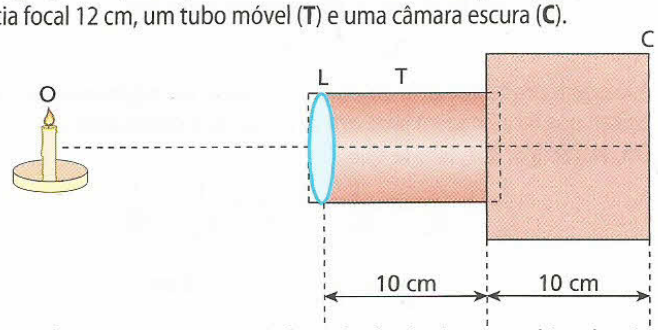
Seja **d** o deslocamento pedido. Então, é correto que:

$$d = p'_2 - p'_1 \Rightarrow d = 150 \text{ mm} - 100 \text{ mm}$$

$$\boxed{d = 50 \text{ mm}}$$

b) Como $p'_2 > p'_1$, pode-se concluir que da foto aérea para a outra a objetiva afasta-se do filme.

11 Um fotógrafo amador criou um dispositivo capaz de projetar imagens no fundo de uma câmara. Tal dispositivo, esquematizado a seguir, é composto por uma lente esférica convergente (**L**), de distância focal 12 cm, um tubo móvel (**T**) e uma câmara escura (**C**).



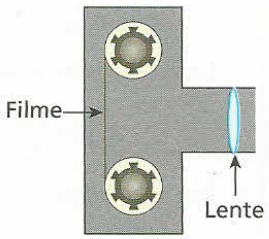
Ao se formar uma imagem nítida no fundo da câmara, o objeto luminoso (**O**) encontra-se a 60 cm da lente.

a) Calcule quanto foi necessário deslocar o tubo, em relação à posição inicial indicada na figura acima, para focalizar a imagem nítida no fundo da câmara.
b) Dê as características dessa imagem.

12 (Unesp-SP) Uma câmara fotográfica rudimentar utiliza uma lente convergente de distância focal f = 50 mm para focalizar e projetar a imagem de um objeto sobre o filme. A distância da lente ao filme é p' = 52 mm. A figura mostra o esboço dessa câmara.

Para se obter uma boa foto, é necessário que a imagem do objeto seja formada exatamente sobre o filme e seu tamanho não deve exceder a área sensível do filme. Assim:

a) Calcule a posição em que o objeto deve ficar em relação à lente.
b) Sabendo que a altura máxima da imagem não pode exceder 36,0 mm, determine a altura máxima do objeto para que ele seja fotografado em toda a sua extensão.



13 Deve ser projetada em uma tela a imagem de um *slide* que se encontra a 5 cm da lente do projetor. Sabendo que a altura do *slide* vale 3 cm e que a da imagem vale 180 cm, determine:

a) a distância da tela à lente do projetor;
b) a vergência da lente do projetor.

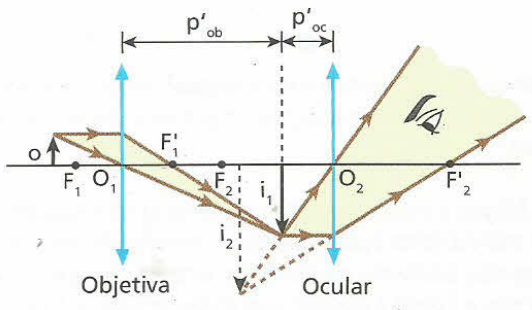
14 (Mack-SP) Um estudante de Física dispõe de uma lente biconvexa de índice de refração n = 1,6 e faces com raios de curvatura iguais a 10 cm. Com essa lente, ele deseja construir um projetor de diapositivos de forma que a película fique a 10 cm dela. Adote $n_{ar} = 1{,}0$. A que distância da lente deve ser projetada a imagem da película?

15 **E.R.** Um microscópio composto é constituído de dois sistemas convergentes de lentes, associados coaxialmente: um é a objetiva, com distância focal de 4 mm, e o outro é a ocular, com distância focal de 6 cm. De um objeto distante 5 mm da objetiva o microscópio fornece uma imagem virtual, afastada 78 cm da ocular. Determine:

a) o aumento produzido pela objetiva;
b) o aumento produzido pela ocular;
c) a ampliação produzida pelo microscópio;
d) a distância da objetiva à ocular.

Resolução:

O esquema seguinte representa a situação proposta:



a) Para a objetiva:

$$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{P_{ob}} + \frac{1}{p'_{ob}}$$

Com $f_{ob} = 4$ mm e $p_{ob} = 5$ mm, calculamos p'_{ob}:

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{p'_{ob}} \Rightarrow p'_{ob} = 20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}$$

Logo, o aumento produzido pela objetiva é calculado por:

$$A_{ob} = -\frac{p'_{ob}}{p_{ob}} = -\frac{20 \text{ mm}}{5 \text{ mm}}$$

$$\boxed{A_{ob} = -4}$$

b) Para a ocular:

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{P_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}}$$

Com $f_{oc} = 6$ cm e $p'_{oc} = -78$ cm, calculamos p_{oc}:

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{p_{oc}} - \frac{1}{78} \Rightarrow p_{oc} \simeq 5{,}6 \text{ cm}$$

Logo, o aumento produzido pela ocular é calculado por:

$$A_{oc} = -\frac{p'_{oc}}{p_{oc}} = -\frac{(-78 \text{ cm})}{5{,}6 \text{ cm}} \Rightarrow \boxed{A_{oc} = 14}$$

c) Para o microscópio, a ampliação fica determinada por:

$$|A| = |A_{ob}| \cdot |A_{oc}|$$

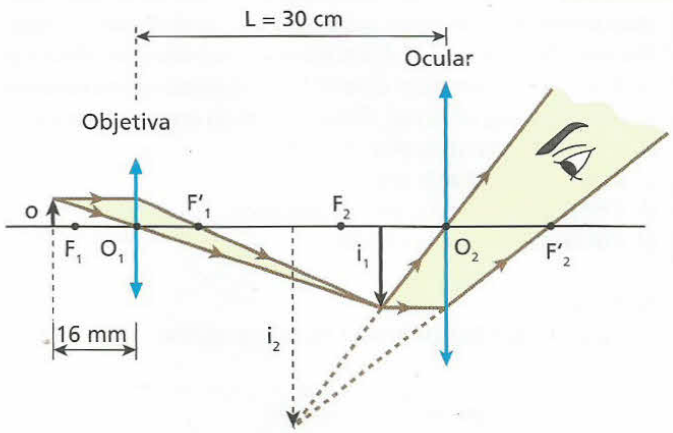
$$|A| = 4 \cdot 14 \Rightarrow \boxed{|A| = 56}$$

d) A distância da objetiva à ocular **d** é tal que:

$$d = p'_{ob} + p_{oc}$$

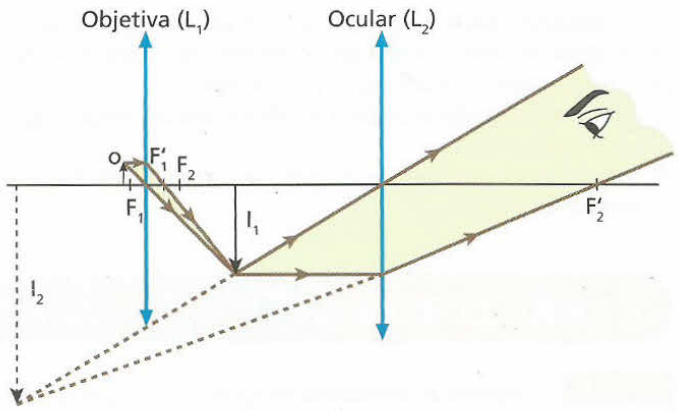
$$d = 2 \text{ cm} + 5{,}6 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{d = 7{,}6 \text{ cm}}$$

16 A figura a seguir representa esquematicamente um microscópio óptico constituído por dois sistemas convergentes de lentes, dispostos coaxialmente: um é a objetiva, com distância focal de 15 mm, e o outro é a ocular, com distância focal de 9,0 cm.



Sabendo que para o objeto **o** o microscópio fornece a imagem final $\mathbf{i_2}$, calcule o módulo do aumento linear transversal produzido pelo instrumento.

17 A figura a seguir mostra um esquema da formação de imagem em um microscópico óptico composto, constituído por duas lentes convergentes, associadas coaxialmente: uma é a objetiva, com distância de 4 mm, e a outra é a ocular, com distância focal de 6 cm.

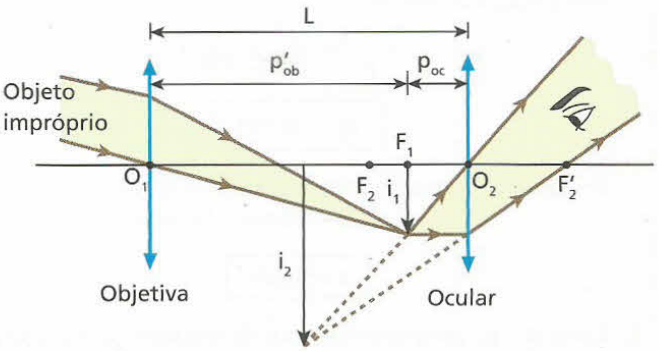


Sabendo-se que um pequeno objeto ilumidado, colocado a uma distância igual a 5 mm da objetiva, fornece uma imagem final virtual (I_2), afastada 72 cm da ocular, pede-se para calcular o módulo do aumento total fornecido pelo instrumento.

18 **E.R.** Uma luneta é constituída de uma objetiva e uma ocular, associadas coaxialmente e acopladas a um tubo, cujo interior é fosco. Com o uso do referido instrumento, focaliza-se um corpo celeste, e a imagem final visada pelo observador forma-se a 60 cm da ocular. Sabendo que a objetiva e a ocular têm distâncias focais de 80 cm e 20 cm, respectivamente, calcule o comprimento da luneta (distância entre a objetiva e a ocular).

Resolução:

O esquema seguinte ilustra a situação proposta:



O comprimento da luneta (**L**) é tal que:

$$L = p'_{ob} + p_{oc}$$

O corpo celeste, estando muito afastado da luneta, comporta-se como objeto impróprio para a objetiva, que conjuga a ele uma imagem em seu plano focal. Assim, podemos escrever que:

$$p'_{ob} \simeq f_{ob} = 80 \text{ cm}$$

A imagem produzida pela objetiva faz o papel de objeto real para a ocular, que dá a imagem final virtual visada pelo observador.

Em relação à ocular, tem-se que:

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p_{oc}} - \frac{1}{60}$$

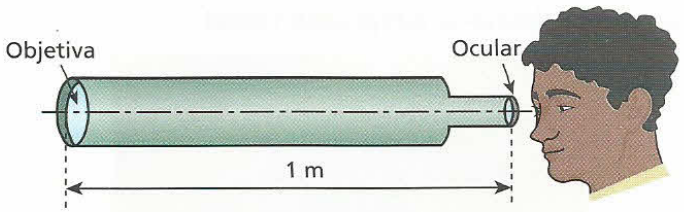
$$\frac{1}{p_{oc}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} \Rightarrow p_{oc} = 15 \text{ cm}$$

Com $p'_{ob} \simeq 80$ cm e $p_{oc} = 15$ cm, determinamos o comprimento da luneta:

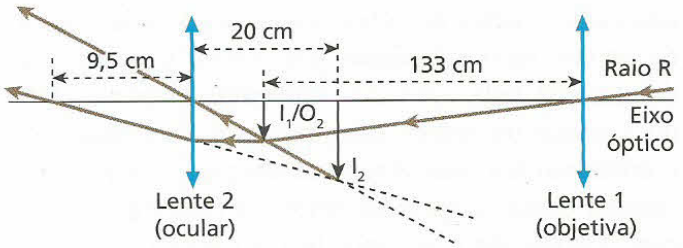
$$L = p'_{ob} + p_{oc} = 80 \text{ cm} + 15 \text{ cm}$$

$$\boxed{L = 95 \text{ cm}}$$

19 O esquema abaixo ilustra uma luneta rudimentar, em que tanto a objetiva como a ocular são sistemas refratores convergentes. O instrumento está focalizado para um astro muito afastado, e sua objetiva dista 1 m da ocular, cuja abscissa focal vale 4 cm. Sabendo que a imagem final visada pelo observador se situa a 12 cm da ocular, calcule a abscissa focal da objetiva.



20 (Unicamp-SP) Um dos telescópios usados por Galileu por volta do ano de 1610 era composto por duas lentes convergentes, uma objetiva (lente **1**) e uma ocular (lente **2**), de distâncias focais a 133 cm e 9,5 cm, respectivamente. Na observação de objetos celestes, a imagem (I_1) formada pela objetiva situa-se praticamente no seu plano focal. Na figura (fora de escala), o raio **R** é proveniente da borda do disco lunar e o eixo óptico passa pelo centro da Lua.



a) A Lua tem 1 750 km de raio e fica a aproximadamente 384 000 km da Terra. Qual é o raio da imagem da Lua (I_1) formada pela objetiva do telescópio de Galileu?

b) Uma segunda imagem (I_2) é produzida pela ocular a partir daquela formada pela objetiva (a imagem da objetiva (I_1) torna-se objeto (O_2) para a ocular). Essa segunda imagem é virtual e situa-se a 20 cm da lente ocular. A que distância a ocular deve ficar da objetiva do telescópio para que isso ocorra?

Bloco 2

7. Introdução à Óptica da visão

A visão é o sentido mais nobre que o ser humano possui. Pelos olhos, podemos manter íntima interação com o mundo que nos cerca. Enxergamos os demais animais, os vegetais, os objetos animados e inanimados, enfim, qualquer coisa que nos envie luz. Por meio da visão, recebemos dos corpos em geral informações referentes à forma, cor, distância, movimento, repouso etc.

O olho, em essência, é um receptor de luz que consegue converter energia luminosa em impulsos elétricos, que, no cérebro, são interpretados no centro da visão.

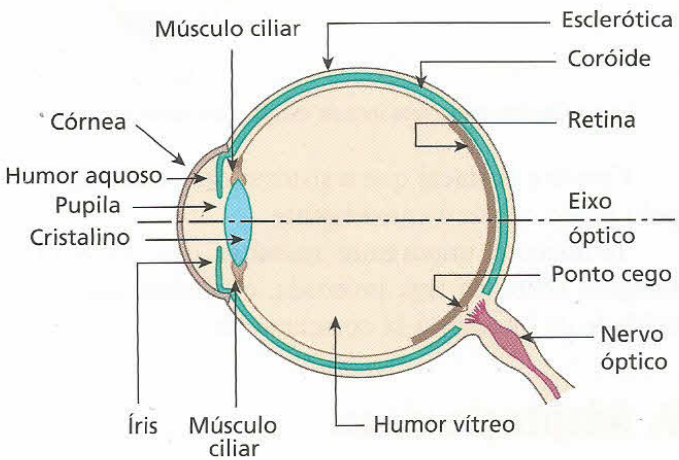
Pretendemos fazer, aqui, um primeiro estudo da Óptica da visão. Apresentaremos resumidamente o funcionamento básico do olho normal e comentaremos os principais defeitos visuais, bem como os respectivos modos de correção.

8. O globo ocular humano

No esquema ao lado, aparece um corte transversal do globo (ou bulbo) ocular humano, onde são destacados os pormenores relevantes à Óptica da visão.

O globo ocular tem a forma aproximada de uma esfera de 22 mm de diâmetro, que possui, em sua parte anterior, uma região mais abaulada, denominada **córnea**.

Com exceção da região da córnea, o globo ocular é revestido por uma parede opaca composta de três camadas principais: a externa, chamada **esclerótica**, com uma constituição courácea esbranquiçada, que serve para dar estabilidade mecânica ao olho; a intermediária, chamada **coróide**, altamente vascularizada, cuja função é fazer a irrigação sangüínea do globo ocular; e a interna, chamada **retina**, composta das células sensoriais da visão, que se comunicam com o cérebro por meio de um cordão nervoso denominado **nervo óptico**. A retina reveste apenas a região posterior do globo ocular, denominada **fundo do olho**.



Representação em corte do globo ocular humano e em cores-fantasia.

Adentrando o globo ocular a partir da córnea, passa-se por um líquido transparente de nome **humor aquoso**. Logo após fica a **pupila**, um orifício circular de diâmetro variável, cuja função é graduar a quantidade de luz que penetra no olho.

A variação do diâmetro da pupila é feita por um conjunto de músculos que exercem sobre ela esforços radiais. Esses músculos, que respondem pela coloração característica do olho, constituem a **íris**. Depois da pupila, há o **cristalino**, que é uma lente flexível, deformável pela ação dos **músculos ciliares**. Devido à maior ou menor compressão desses músculos, o cristalino tem sua vergência alterada, adequando o sistema ocular à visão de objetos a diferentes distâncias. Depois do cristalino, fica a câmara interna do globo, preenchida por uma substância transparente e gelatinosa, chamada **humor vítreo**.

O sistema óptico do globo ocular conjuga a um determinado objeto uma imagem **real** e **invertida**, projetada no fundo do olho (retina). As informações luminosas que lá incidem são transformadas em sinais elétricos, que escoam pelo nervo óptico até o centro da visão (situado no cérebro). A decodificação dos sinais luminosos em sinais elétricos é feita pelas células sensoriais ou receptoras da visão: são os **cones** e **bastonetes**, que promovem a percepção das cores e do preto e do branco, respectivamente.

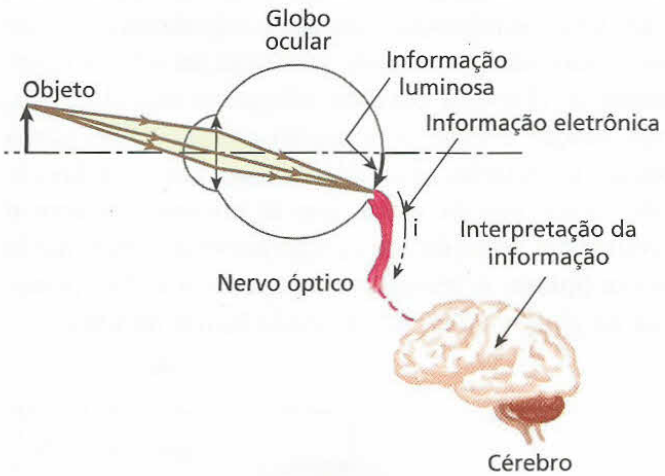


Ilustração com tamanhos fora de escala e em cores-fantasia.

Convém destacar que o sistema óptico constituído pelo globo ocular é **convergente**.

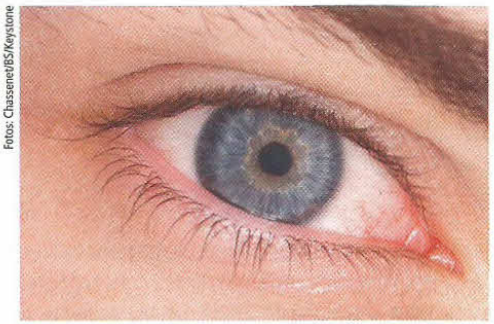
Também é importante ressaltar que, embora a imagem retiniana seja invertida, o cérebro tem a faculdade de interpretá-la corretamente.

9. Adaptação visual

Em ambientes muito claros (comparáveis à luz diurna), verifica-se que a pupila apresenta um diâmetro que varia de 1,5 mm a 2,0 mm. Já em ambientes pouco claros (comparáveis à luz noturna), a pupila apresenta diâmetro que varia de 8,0 mm a 10 mm.

Isso nos permite concluir que a pupila gradua o fluxo luminoso que adentra o globo ocular, protegendo a retina contra eventuais ofuscamentos. Aumentando a intensidade luminosa incidente no globo ocular, ocorre contração da pupila e diminuição da sensibilidade da retina. O fenômeno oposto acontece na diminuição da intensidade luminosa incidente. Essa propriedade que o globo ocular tem de se adequar à luminosidade ambiente chama-se **adaptação visual**.

Fotos: Chassenet/BSIP/Keystone



Fotografia de olho adaptado para um ambiente relativamente claro.

Fotografia de olho adaptado para um ambiente relativamente escuro.

10. Acomodação visual

Para que as imagens conjugadas pelo sistema óptico do globo ocular sejam nítidas, elas devem formar-se sobre a retina, cuja distância em relação ao cristalino é constante – em média, igual a 15 mm. Assim, a distância da imagem projetada no fundo do olho em relação ao cristalino é invariável, o que acarreta a constância da abscissa **p'**. Já os objetos visados por um observador estão a diferentes distâncias de seu olho, o que implica a variância da abscissa **p**.

Considerando a função dos pontos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

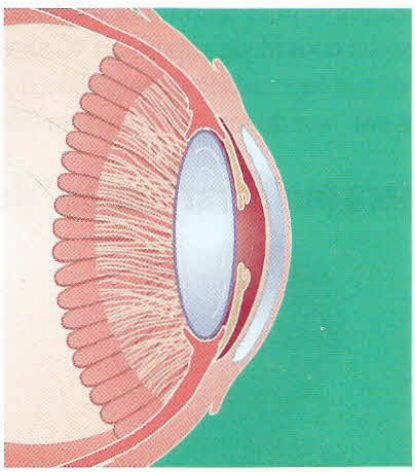
você pode observar que a constância de **p'** e a variância de **p** provocam a variância de **f**, que é a distância focal do cristalino.

A partir do que foi exposto depreende-se que o cristalino (lente que opera de modo praticamente elástico) tem distância focal variável, de acordo com as variações da distância do objeto ao olho. A variação da distância focal do cristalino é feita pelos músculos ciliares, por meio da maior ou da menor compressão

destes sobre aquele. Esse processo de ajuste da distância focal do sistema óptico do globo ocular à visão nítida de objetos diferentemente afastados é denominado **acomodação visual**.

A acomodação visual possibilita ao globo ocular a conjugação de imagens nítidas para objetos situados dentro de certo intervalo da reta visual. Esse intervalo é denominado **intervalo de acomodação** e estende-se desde o ponto remoto até o ponto próximo.

- **Ponto remoto (PR):** É o ponto objeto para o qual a vista conjuga imagem nítida sem nenhum esforço de acomodação. Nesse caso, os músculos ciliares mostram-se relaxados e o cristalino assume **máxima distância focal**.
- **Ponto próximo (PP):** É o ponto objeto para o qual a vista conjuga imagem nítida com máximo esforço de acomodação. Nesse caso, os músculos ciliares mostram-se contraídos e o cristalino assume **mínima distância focal**. A distância do ponto próximo ao olho é denominada **distância mínima de visão distinta**.



Nesta ilustração do olho humano, em cores-fantasia, aparecem em destaque os sistemas responsáveis pela **adaptação visual** (músculos da íris e pupila) e pela **acomodação visual** (músculos ciliares e cristalino).

Destaquemos que para o olho normal (ou emetrope) o ponto remoto localiza-se no "infinito", enquanto o ponto próximo situa-se, aproximadamente, a 25 cm do olho – um valor que varia com a idade.

11. Defeitos visuais e sua correção

Os principais defeitos da visão são a **miopia**, a **hipermetropia**, a **presbiopia**, o **astigmatismo** e o **estrabismo**.

Miopia

O defeito consiste em um **alongamento** do globo ocular na direção ântero-posterior:

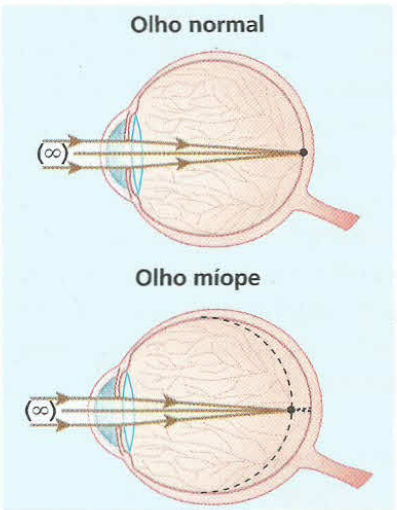
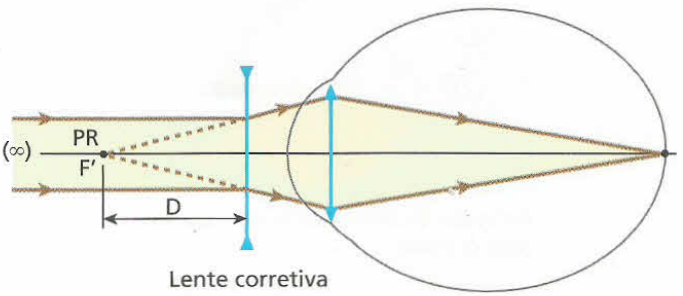


Ilustração do olho humano em corte, em cores-fantasia.

O ponto remoto do olho míope é real, isto é, um olho míope não acomoda a visão para objetos impróprios, como ocorre no olho normal. Ao visar um objeto no "infinito", o olho míope conjuga uma imagem real, situada antes da retina, que é enxergada desfocada. Entretanto, a miopia favorece a visão de objetos próximos, pois o ponto próximo, para o olho míope, é mais próximo do olho que para o olho normal.

A correção é feita mediante o uso de **lentes divergentes**, que diminuem a vergência do sistema ocular:



Esquema de correção da miopia.

As lentes corretivas devem proporcionar ao olho míope a visão de objetos impróprios. Por isso, a um objeto "situado no infinito" elas devem conjugar uma imagem virtual, posicionada no ponto remoto do olho.

Conclui-se, daí, que uma lente de correção deve ter distância focal de módulo igual à distância do ponto remoto ao olho.

$$|f| = D$$

Em termos de vergência, tem-se: $|V| = \frac{1}{D}$

Notas:

- As lentes divergentes corretivas da miopia são "negativas", isto é: $f < 0$ e $V < 0$.
- No dimensionamento da distância focal (e da vergência) apresentado acima, foi desprezada a distância entre a lente e o cristalino.

Hipermetropia

O defeito consiste em um **encurtamento** do globo ocular na direção ântero-posterior.

O olho hipermetrope, embora acomode a visão para objetos impróprios, o faz com algum esforço. Em condições de músculos ciliares relaxados, a um objeto no "infinito" ele conjuga uma imagem real, situada depois da retina. Com a intervenção dos músculos, porém, ocorre a acomodação e a visão de objetos longínquos torna-se perfeita. Na hipermetropia, o problema não reside na observação de objetos muito afastados, mas na visão de objetos próximos. O ponto próximo do olho hipermetrope situa-se mais distante do olho que o ponto próximo do olho normal.

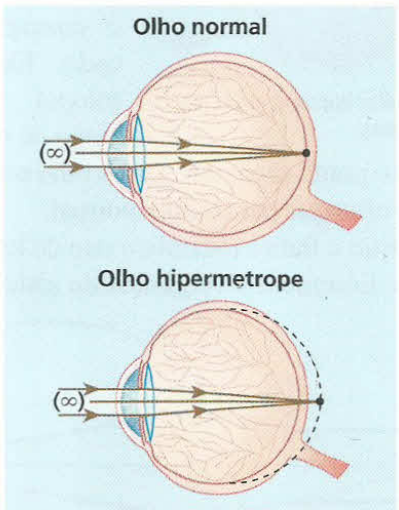
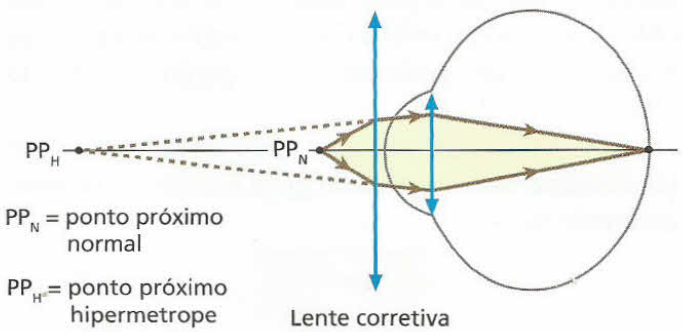


Ilustração do olho humano em corte, em cores-fantasia.

A correção é feita com o uso de **lentes convergentes**, que aumentam a vergência do sistema ocular:



Esquema de correção da hipermetropia.

As lentes corretivas devem conjugar a um objeto real situado no ponto próximo normal (PP_N a 25 cm do olho, em média) uma imagem virtual, localizada no ponto próximo hipermetrope (PP_H). Essa imagem comporta-se como objeto real para o sistema óptico do globo ocular.

Sendo d_N a distância mínima de visão distinta do olho normal e d_H a distância mínima de visão distinta do olho hipermetrope, a distância focal (e a vergência) da lente de correção fica determinada aplicando-se à situação do esquema anterior a **função dos pontos conjugados** (Equação de Gauss):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_N} - \frac{1}{d_H} \quad \text{ou} \quad V = \frac{1}{d_N} - \frac{1}{d_H}$$

Notas:

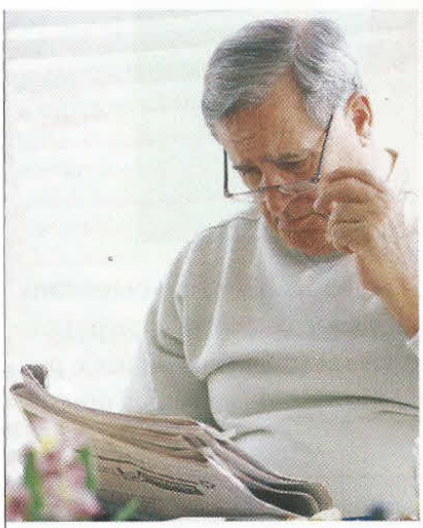
- As lentes convergentes corretivas da hipermetropia são "positivas", isto é: $f > 0$ e $V > 0$.
- No dimensionamento da distância focal (e da vergência) apresentado acima, foi desprezada a distância entre a lente e o cristalino.
- Na aplicação da Equação de Gauss, fizemos $p' < 0$, porque a imagem conjugada pela lente corretiva é virtual.

Presbiopia (ou vista cansada)

O defeito consiste no **enrijecimento dos músculos ciliares**, o que ocorre com o evoluir da idade.

A presbiopia é uma ametropia (defeito visual) comum às pessoas com idade superior a 40 anos, que, com a limitação de sua capacidade de acomodação visual, têm dificuldades em "ver de longe" e também "de perto".

Lentes para melhorar a visão "de perto"



Juan Manuel Silva/Keystone

No que diz respeito à visualização de objetos próximos, um portador de presbiopia apresenta dificuldades visuais semelhantes às de um portador de hipermetropia. Por isso, para visão "de perto", a correção também é feita com lentes convergentes, a exemplo do que ocorre na hipermetropia. Essas lentes colocam as imagens de objetos situados no ponto próximo normal no ponto próximo do olho defeituoso e, com isso, a leitura de um texto pode ser feita à distância de 25 cm, aproximadamente.

A correção da presbiopia é feita mediante o uso de **lentes bifocais** (ou multifocais), que têm uma região destinada à visão de objetos longínquos e outra destinada à visão de objetos próximos.

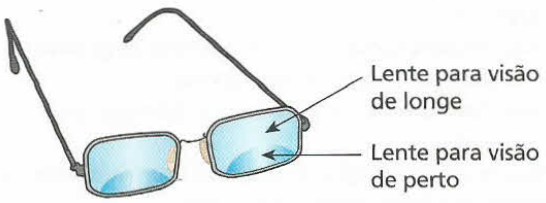


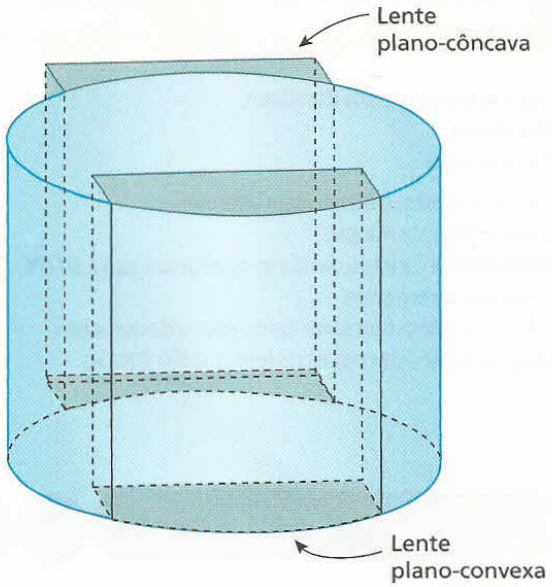
Ilustração de óculos com lentes bifocais.

Astigmatismo

O defeito consiste em imperfeições na simetria de revolução do sistema óptico ocular em torno de seu eixo óptico.

Em geral, o astigmatismo deve-se a irregularidades na curvatura da córnea, eventualmente abrangendo também o cristalino.

A correção é feita mediante o uso de **lentes cilíndricas**, que têm o objetivo de compensar a assimetria do sistema óptico ocular.

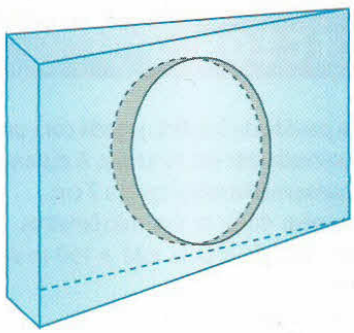


Representação de lentes cilíndricas.

Estrabismo

O defeito consiste na incapacidade de dirigir simultaneamente as retas visuais dos dois olhos para o ponto visado.

A correção pode ser feita com o uso de lentes prismáticas, exercícios da musculatura de sustentação do globo ocular ou, em casos mais graves, cirurgia.



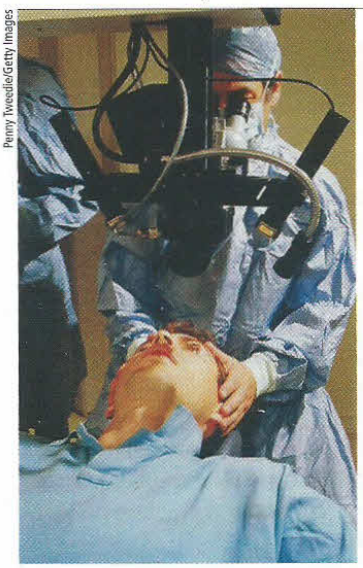
Representação de uma lente prismática.

Os primeiros óculos

Erich Lessing/Album/LatinStock

Os primeiros óculos de que se tem notícia foram inventados justamente para os presbíopes, que já não conseguiam enxergar de perto. Na Grécia antiga, filósofos usavam vidros de faces arredondadas para ler melhor. No século XIII, cristaleiros italianos criaram os primeiros óculos, que originaram uma seqüência surpreendente de modelos, que variam em função de valores e costumes determinantes da moda de cada época. No afresco acima, de 1352, tem-se a primeira representação de alguém usando óculos.

Raio *laser* para uma visão melhor!



Penny Tweedie/Getty Images

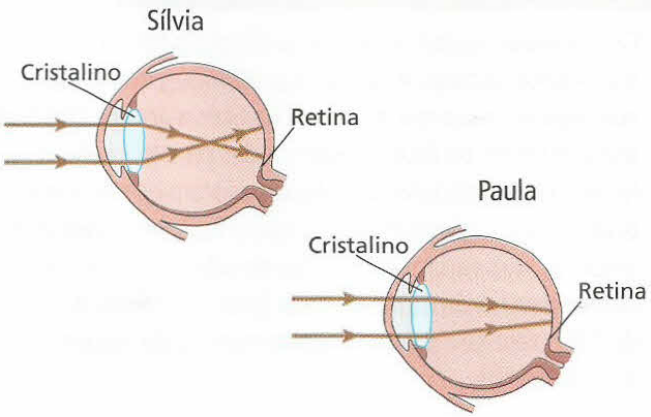
Para os casos mais graves de miopia, hipermetropia e astigmatismo, recomenda-se correção cirúrgica. O procedimento é rápido e simples, não exigindo internação pós-operatória. Utilizando um feixe de raios *laser*, o oftalmologista cirurgião realiza no paciente microincisões na córnea que compensam, depois da rápida cicatrização, as irregularidades causadoras dos defeitos.

EXERCÍCIOS NÍVEL 1

21 (Uerj) Uma partida de futebol, jogada com uma bola de 30 cm de diâmetro, é observada por um torcedor. A distância da íris à retina desse torcedor é aproximadamente igual a 2 cm.
O tamanho da imagem da bola, em micrômetros, que se forma na retina do torcedor, quando a bola está a 150 m de distância, vale, aproximadamente:
Nota: 1 micrômetro = 1 μm = 10^{-6} m
a) 1.
b) 40.
c) 300.
d) 800.
e) 900.

22 Um observador visa fixamente um objeto, que se aproxima do seu globo ocular com velocidade constante. Durante a aproximação do objeto, é **correto** afirmar que a distância focal do cristalino do olho do observador:
a) aumenta.
b) diminui.
c) permanece constante.
d) aumenta, para depois diminuir.
e) diminui, para depois aumentar.

23 (UFMG) Após examinar os olhos de Sílvia e de Paula, o oftalmologista apresenta suas conclusões a respeito da formação de imagens nos olhos de cada uma delas, na forma de diagramas esquemáticos, como mostrado nestas figuras:



Com base nas informações contidas nessas figuras, é correto afirmar que:
a) apenas Sílvia precisa corrigir a visão e, para isso, deve usar lentes divergentes.
b) ambas precisam corrigir a visão e, para isso, Sílvia deve usar lentes convergentes e Paula, lentes divergentes.
c) apenas Paula precisa corrigir a visão e, para isso, deve usar lentes convergentes.
d) ambas precisam corrigir a visão e, para isso, Sílvia deve usar lentes divergentes e Paula, lentes convergentes.

24 (Acafe-SC) O uso de óculos para corrigir defeitos da visão começou no final do século XIII e, como não se conheciam técnicas para o polimento do vidro, as lentes eram rústicas e forneciam imagens deformadas. No período da Renascença, as técnicas foram aperfeiçoadas e surgiu a profissão de fabricante de óculos. Para cada olho defeituoso, existe um tipo conveniente de lente que, associado a ele, corrige a anomalia.
Considere a receita abaixo, fornecida por um médico oftalmologista a uma pessoa com dificuldades para enxergar nitidamente objetos afastados.

		Lentes esféricas	Lentes cilíndricas	Eixo	DP
Longe	OD	–2,0 di	—	105°	63 mm
	OE	–2,5 di	—	105°	63 mm
Perto	OD	—	—	—	—
	OE	—	—	—	—

DP – Distância entre os eixos dos olhos
OD – Olho direito
OE – Olho esquerdo

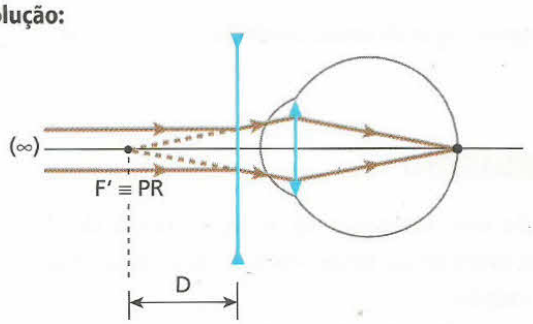
Em relação ao exposto, é **incorreta** a alternativa:
a) A pessoa apresenta miopia.
b) A distância focal da lente direita tem módulo igual a 50 cm.
c) As lentes são divergentes.
d) Essas lentes podem funcionar como lentes de aumento.
e) As imagens fornecidas por essas lentes serão virtuais.

EXERCÍCIOS NÍVEL 2

25 Para o olho emetrope (ou normal), o ponto remoto é impróprio (localizado no "infinito"), enquanto o ponto próximo situa-se a 25 cm do olho. Admitindo que a distância do cristalino à retina seja de 15 mm, determine:
a) as distâncias focais do cristalino quando acomodado para o ponto remoto e para o ponto próximo;
b) a variação da convergência do cristalino quando um objeto é deslocado do ponto remoto para o ponto próximo.

26 **E.R.** Considere um olho míope. Se seu ponto remoto está a 50 cm de distância, qual o tipo da lente corretiva a ser utilizada (convergente ou divergente) e qual sua vergência? (Considere desprezível a distância entre a lente e o olho.)

Resolução:



Para um objeto impróprio, a lente corretiva deve fornecer uma imagem virtual situada no ponto remoto do olho míope. Essa imagem funciona como objeto real para o olho.

A lente corretiva deve ser divergente e o módulo da sua vergência deve igualar-se ao inverso da distância máxima de visão distinta do olho míope:

$$|V| = \frac{1}{D}$$

$$|V| = \frac{1}{50\ cm} = \frac{1}{0{,}50\ m} \Rightarrow |V| = 2{,}0\ di$$

Portanto:

A lente corretiva deve ser divergente e sua vergência deve valer −2,0 di.

27 (UFPR – mod.) No livro *O senhor das moscas*, de William Golding, um grupo de crianças está perdido em uma ilha. Segundo a narração, elas conseguiam fazer fogo usando as lentes dos óculos do personagem Porquinho, que tinha forte miopia.

a) A técnica utilizada pelas crianças pode ser empregada na vida real?

b) Supondo que Porquinho utilizasse lentes com vergência de módulo igual a 5,0 di, qual a distância máxima de visão distinta sem o auxílio de suas lentes?

c) Nas condições do item anterior, determine a abscissa focal e o tipo de lente que deve ser justaposta à lente utilizada por Porquinho para que seja possível atear fogo em um fino graveto colocado perpendicularmente ao eixo principal da associação e a 60 cm dela.

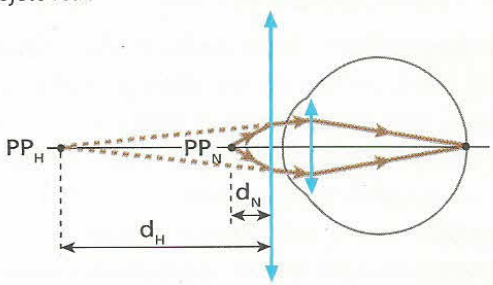
28 (Unitau-SP) O ponto remoto de um míope se situa a 51 cm de seus olhos. Supondo que seja de 1,0 cm a distância entre seus olhos e as lentes dos óculos, podemos afirmar que, para a correção do defeito visual, podemos usar uma lente de vergência:

a) 3,0 di.
b) −3,0 di.
c) −2,0 di.
d) 2,0 di.
e) 4,0 di.

29 | **E.R.** Num olho hipermetrope, o ponto próximo situa-se a 50 cm de distância. Sabendo que no olho emetrope a distância mínima de visão distinta vale 25 cm, determine a vergência da lente corretiva para a hipermetropia considerada (despreze a distância da lente corretiva ao olho).

Resolução:

Para um objeto situado no ponto próximo emetrope (normal), a lente corretiva deve produzir uma imagem virtual, posicionada no ponto próximo hipermetrope. Essa imagem desempenha para o olho o papel de objeto real:



A lente corretiva deve ser convergente e sua vergência é calculada conforme segue:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Temos $|p| = d_N = 25\ cm = 0{,}25\ m$ e
$|p'| = d_H = 50\ cm = 0{,}50\ m$.

Lembrando que a imagem é virtual ($p' < 0$), temos:

$$V = \frac{1}{0{,}25} - \frac{1}{0{,}50} \Rightarrow \boxed{V = +2{,}0\ di}$$

Portanto:

A lente corretiva deve ser convergente e sua vergência deve valer +2,0 di.

30 (UFC-CE) Foi convencionado que indivíduos com "visão normal" têm distância máxima de visão distinta infinitamente grande ($D \to \infty$) e distância mínima de visão distinta igual a 25 cm. Considere uma pessoa que, sem usar lentes de correção, só consegue ver nitidamente objetos colocados em distâncias além de 40 cm de seus olhos. Para que a visão seja "normal", qual deve ser a dioptria das lentes corretivas?

31 Um homem, ao consultar seu oculista, recebe a recomendação para usar lentes corretivas com vergência de +3,0 di. Sabe-se que na visão normal o ponto próximo situa-se a 25 cm do olho.

a) O homem é míope ou hipermetrope?

b) A que distância mínima dos olhos o homem deverá colocar um jornal, para que possa ler sem óculos?

FAÇA VOCÊ MESMO

Observe as três figuras impressas nesta página: um quadrado, um círculo e uma cruz.

Aproxime o rosto da página, mantendo seu olho esquerdo a uns 10 cm de distância da cruz. Feche ou tape o olho direito e focalize a cruz com o olho esquerdo durante alguns segundos. Desse ponto, você conseguirá enxergar, por meio da visão periférica do olho esquerdo, também o quadrado e o círculo. Comece então a afastar lentamente a cabeça do livro, mantendo sempre a visão dirigida para a cruz. Você encontrará uma posição de onde o círculo deixará de ser visto. Poderão ser notados desse local apenas a cruz e o quadrado. Isso pode ser explicado pelo fato de que, nesse caso, a imagem do círculo projetada sobre a retina fica situada sobre uma pequena região desprovida de células fotorreceptoras da visão, denominada **ponto cego**, nascedouro dos nervos ópticos, que transmitem as informações dos olhos para o cérebro.

LEITURA

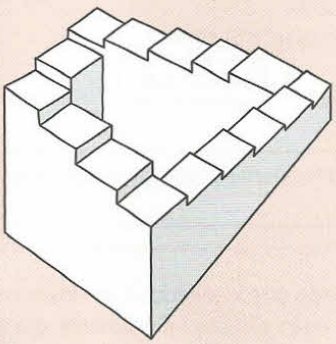
Ilusões ópticas de geometria

Nossos sentidos – visão, audição, olfato, paladar e tato –, embora nos proporcionem várias informações de tudo o que nos cerca, permitindo-nos interagir melhor com os demais seres vivos e com os objetos, não são absolutamente confiáveis, sobretudo quando os utilizamos em certas avaliações e medições.

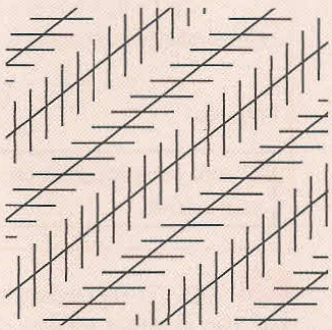
O tato, por exemplo, pode nos levar a concluir erroneamente que a água contida em um balde, em equilíbrio térmico com o ambiente, apresenta-se ao mesmo tempo quente e fria. A mão esquerda, se previamente mergulhada em água gelada, quando introduzida no balde, nos dará uma indicação de alta temperatura. A mão direita, se anteriormente submersa em água quente, mergulhada no balde nos dará uma indicação de baixa temperatura.

O paladar, por sua vez, percebe de maneiras diferentes o sabor de um mesmo suco de laranja, bebido isoladamente e bebido depois da ingestão de algo muito doce. Nesse caso, ele nos parecerá bem mais ácido que na situação anterior.

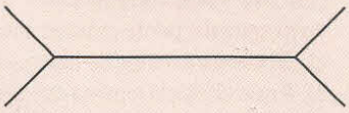
A visão também pode ser ludibriada com relativa facilidade. Confira os exemplos a seguir, nos quais aspectos geométricos das figuras apresentadas nos levam a conclusões equivocadas.



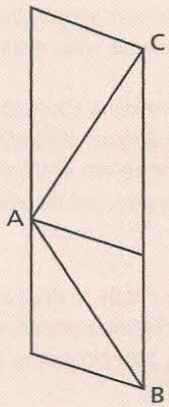
Percorrendo a escada em um dos sentidos, ela sempre sobe ou sempre desce. Seria uma "escada sem fim"?



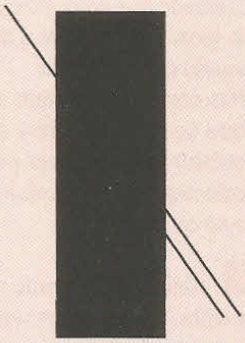
As retas "oblíquas" desta figura são paralelas. Observe.



Os dois segmentos horizontais, limitados pelas setas, têm comprimentos iguais. Confira.



Na figura acima, os segmentos AB e AC têm comprimentos iguais. Meça.



Neste caso, a reta da esquerda é continuação da reta mais baixa do par à direita. Verifique.

Descubra mais

1. Galileu construiu vários modelos de lunetas que lhe propiciaram descobertas astronômicas sem precedentes no século XVII. Num deles, talvez o mais famoso, o cientista utilizou uma lente divergente como ocular. Que vantagem esse tipo de ocular trazia sobre uma ocular convergente? Esquematize a formação da imagem nessa famosa luneta de Galileu.

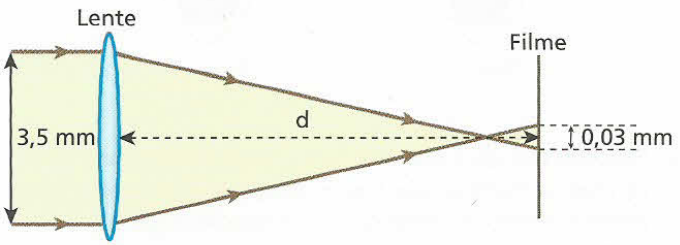
2. Suponha que um indivíduo com alto grau de miopia mergulhe em um grande aquário cheio de peixes usando seus óculos. Ele poderá visualizar nitidamente os peixes através das suas lentes de correção?

3. Além de miopia, hipermetropia, presbiopia e astigmatismo, há outros defeitos da visão, como o daltonismo. O que é daltonismo?

4. As lentes fotocromáticas, de grande aceitação entre os usuários de óculos, caracterizam-se pela capacidade de mudar de cor, apresentando-se claras em ambientes escuros e escuras em ambientes claros. Como funcionam essas lentes?

EXERCÍCIOS NÍVEL 3

32 (Unicamp-SP) Em uma máquina fotográfica de foco fixo, a imagem de um ponto no infinito é formada **antes** do filme, conforme ilustra o esquema.



No filme, esse ponto está ligeiramente desfocado e sua imagem tem 0,03 mm de diâmetro. Mesmo assim, as cópias ampliadas ainda são nítidas para o olho humano. A abertura para a entrada de luz é de 3,5 mm de diâmetro e a distância focal da lente é de 35 mm.

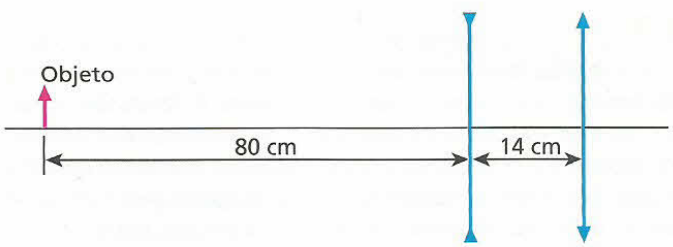
a) Calcule a distância **d** do filme à lente.
b) A que distância da lente um objeto precisa estar para que sua imagem fique exatamente focalizada no filme?

33 Um projetor rudimentar fornece, para um *slide* quadrado de 5,0 cm de lado, uma imagem também quadrada, porém com 50 cm de lado. Sabendo que a objetiva do projetor é constituída pela justaposição de duas lentes com vergências de –1,0 di e +6,0 di, calcule:

a) a distância do *slide* ao centro óptico da objetiva;
b) a distância da tela ao centro óptico da objetiva.

34 (Vunesp-SP) Dispondo-se de duas lentes convergentes de distâncias focais iguais a 1,00 cm, colocadas a uma distância **d** uma da outra e com seus eixos principais coincidentes, pretende-se obter uma imagem virtual 100 vezes ampliada de um pequeno objeto colocado a 2,00 cm da primeira lente. Qual deve ser a distância entre as lentes?

35 (ITA-SP) A figura mostra um instrumento óptico constituído de uma lente divergente, com distância focal $f_1 = -20$ cm, distante 14 cm de uma lente convergente, com distância focal $f_2 = 20$ cm. Se um objeto linear é posicionado a 80 cm à esquerda da lente divergente, pode-se afirmar que a imagem definitiva formada pelo sistema:



a) é real e o fator de ampliação linear do instrumento é –0,4.
b) é virtual, menor e direita em relação ao objeto.
c) é real, maior e invertida em relação ao objeto.
d) é real e o fator de ampliação linear do instrumento é –0,2.
e) é virtual, maior e invertida em relação ao objeto.

36 (UFC-CE) "O maior telescópio do mundo, o VLT (sigla em inglês para 'telescópio muito grande'), instalado em Cerro Paranal (Chile), começou a funcionar parcialmente na madrugada de ontem [...] Segundo o astrônomo João Steiner, quanto maior o espelho do telescópio, mais luz vinda do espaço ele coleta, numa proporção direta. O espelho do VLT tem um diâmetro de 16 m. O maior espelho em operação atualmente, instalado no telescópio Cekc, no Havaí (EUA), tem diâmetro de 10 m." (*Folha de S.Paulo*, 27/05/98.)
Supondo que a única diferença entre o VLT e o Cekc seja o diâmetro dos seus espelhos, podemos afirmar que a quantidade de luz coletada pelo VLT, no intervalo de 1 h, é, aproximadamente:

a) igual a 0,25 vezes a quantidade de luz coletada pelo Cekc, nesse mesmo intervalo.
b) igual à quantidade de luz coletada pelo Cekc, nesse mesmo intervalo.
c) igual a 1,60 vezes a quantidade de luz coletada pelo Cekc, nesse mesmo intervalo.
d) igual a 2,56 vezes a quantidade de luz coletada pelo Cekc, nesse mesmo intervalo.
e) igual a 3,20 vezes a quantidade de luz coletada pelo Cekc, nesse mesmo intervalo.

37 (PUC-SP) Uma luneta foi construída com duas lentes convergentes de distâncias focais respectivamente iguais a 100 cm e 10 cm. Uma pessoa de vista normal regula a luneta para observar a Lua e depois focaliza um objeto situado a 20 metros de distância. Para tanto, deve deslocar a ocular em aproximadamente:

a) 10 cm, aproximando-a da objetiva.
b) 10 cm, afastando-a da objetiva.
c) 5 cm, aproximando-a da objetiva.
d) 5 cm, afastando-a da objetiva.
e) 1 cm, afastando-a da objetiva.

38 (Ufla-MG) O funcionamento de uma máquina fotográfica é semelhante ao olho humano. Quando o olho humano está fixado em um objeto distante, o músculo ciliar relaxa e o sistema córnea-cristalino atinge sua máxima distância focal, que corresponde à distância da córnea à retina. Quando o objeto está próximo ao olho humano, o músculo ciliar se contrai e aumenta a curvatura do cristalino, diminuindo, assim, a distância focal até que o objeto seja focalizado corretamente na retina, sendo esse processo chamado de acomodação. Considerando a máxima distância focal igual a 2,5 cm, pode-se afirmar que a variação da distância focal Δf do sistema córnea-cristalino do olho para manter em foco um objeto que é deslocado do infinito até um ponto próximo padrão de 25 cm é:

a) $+\frac{2,5}{11}$ cm.
b) 2,27 cm.
c) $-\frac{2,5}{11}$ cm.
d) –2,27 cm.
e) 0.

39 Considere as duas pessoas representadas a seguir. Devido às suas lentes corretivas, a da figura 1 aparenta ter os olhos muito pequenos em relação ao tamanho do seu rosto, ocorrendo o oposto com a pessoa da figura 2:

Figura 1 Figura 2

É correto concluir que:

a) a pessoa da figura 1 é míope e usa lentes convergentes.
b) a pessoa da figura 1 é hipermetrope e usa lentes divergentes.
c) a pessoa da figura 2 é míope e usa lentes divergentes.
d) a pessoa da figura 2 é hipermetrope e usa lentes convergentes.
e) as duas pessoas têm o mesmo defeito visual.

40 (Vunesp-Fameca-SP) Sabe-se que o olho humano tem uma amplitude de acomodação visual que nos permite enxergar, normalmente, entre o ponto próximo (cerca de 25 cm) até o ponto remoto (infinito). No entanto, por vários fatores, ocorrem algumas anomalias visuais em uma parcela significativa da população. Acerca dessas anomalias, pode-se afirmar que, para corrigir o ponto:

a) remoto a 50 cm de um olho míope, é preciso usar lente convergente de 2,0 di de vergência.
b) remoto a 50 cm de um olho hipermetrope, é preciso usar lente divergente de –2,0 di de vergência.
c) remoto a 50 cm de um olho míope, é preciso usar lente divergente de –2,0 di de vergência.
d) próximo a 50 cm de um olho hipermetrope, é preciso usar lente divergente de –2,0 di de vergência.
e) próximo a 50 cm de um olho hipermetrope, é preciso usar lente convergente de 1,0 di de vergência.

41 (Unifesp-SP) As figuras mostram o Nicodemus, símbolo da Associação Atlética dos estudantes da Unifesp, ligeiramente modificado: foram acrescentados olhos na 1ª figura e óculos transparentes na 2ª.

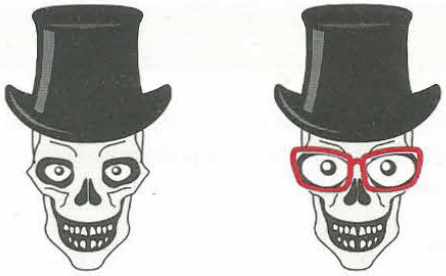


Figura 1 Figura 2

a) Supondo que ele esteja usando os óculos devido a um defeito de visão, compare as duas figuras e responda: Qual pode ser esse provável defeito? As lentes dos óculos são convergentes ou divergentes?
b) Considerando que a imagem do olho do Nicodemus com os óculos seja 25% maior que o tamanho real do olho e que a distância do olho à lente dos óculos seja de 2 cm, determine a vergência das lentes usadas pelo Nicodemus, em dioptrias.

42 Uma lupa com 5,0 cm de distância focal é utilizada por um estudante para observar um inseto de 2,0 mm de comprimento, situado sobre uma superfície iluminada. Sabe-se que a distância mínima de visão distinta do estudante vale 25 cm e que o inseto é colocado a 4,0 cm da lupa.

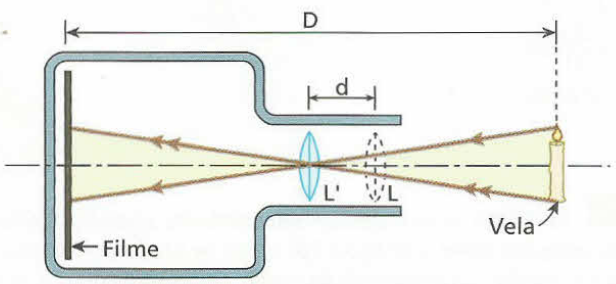
a) A que distância da lupa o estudante deverá posicionar seu globo ocular para perceber a imagem do inseto com tamanho máximo?
b) Qual o aumento linear transversal produzido pela lupa e qual o comprimento da imagem do inseto?

43 Um homem idoso que "sofre da vista" (presbiopia) tem os pontos próximo e remoto distantes de seus olhos 1,0 m e 2,0 m respectivamente. Sabe-se que a distância mínima de visão distinta normal é de 25 cm e que o homem possui dois óculos: **A** (para ver de longe) e **B** (para ver de perto).

a) Qual a vergência das lentes dos óculos **A**?
b) Qual a vergência das lentes dos óculos **B**?

PARA RACIOCINAR UM POUCO MAIS

44 Considere a situação esquematizada a seguir, em que uma pequena vela tem sua imagem nitidamente projetada no filme de uma câmera fotográfica para as duas posições **L** e **L'** da lente objetiva do equipamento:



Sendo **D** a distância entre a vela e o filme, **d** a distância entre as posições **L** e **L'** e admitindo válidas as condições de Gauss, determine a distância focal **f** da lente.

45 (Olimpíada Paulista de Física) Um certo instrumento óptico consta de duas lentes com distâncias focais iguais em módulo. Uma das lentes é convergente e a outra é divergente. As lentes são montadas sobre um eixo comum, a uma determinada distância **d** uma da outra. Sabe-se que se trocarmos a ordem das lentes, mantendo a mesma distância entre elas, a imagem real da Lua, projetada pelo sistema, se desloca de 20 cm. Determine a distância focal de cada uma das lentes.

46 Sabe-se que, para o olho emetrope, o ponto remoto situa-se no "infinito". Um garoto de vista normal coloca as lentes de contato de sua irmã, cuja convergência é de +2,0 di. Nessas condições, qual passa a ser sua distância máxima de visão distinta?

Respostas

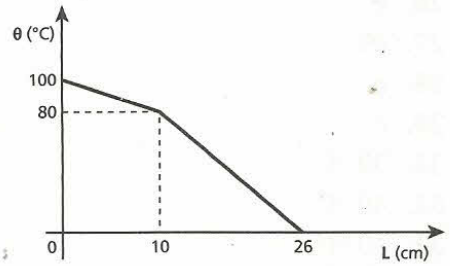
Parte I
Termologia

Tópico 1
Temperatura

1. 113 °F
2. 86 °F
3. 20 °C
4. –10 °C
6. 20 °C
7. –40 °C
8. 1 °A
9. –20 °X e 60 °X
10. 36 °F
11. 3,0 °C
13. 15°
14. 96 cm Hg
15. b
16. b
17. 45 °C
18. 20 °C
19. 78 °C
20. 30 °R
21. a) $\theta_C = 5{,}0\ h - 5{,}0$
    b) 45 °C
    c) 6,4 cm
22. e
23. 20 °C
24. 25 °C
26. 1,25 mm
27. 184 K
28. 25 °C
29. –273 °C e –459 °F
30. 15 K
31. d
32. c
33. 120 °C
35. –615 °C. Não, essa temperatura não pode existir. Ela estará abaixo de zero absoluto.
36. d
37. d
38. 1,5 °X
39. b
40. c
41. a
42. b
43. e
44. d
45. 491 °R e 671 °R
46. d
47. d
48. b
49. –25,6°

Tópico 2
O calor e sua propagação

1. e
2. d
3. d
4. d
5. b
6. c
7. d
8. d
9. a
10. e
11. 46
13. 68 °F
14. d
15. $6{,}0 \cdot 10^4$ cal/s
17. 80 °C
18. d
19. 80 °C
20. e
21. d
22. 05
23. a
24. Matilde deve colocar o aparelho na parte superior da parede.
25. 50
26. c
27. d
28. d
29. b
30. c
31. d
32. d
33. c
34. b
35. 40 Wh
36. e
37. 40 °C
38. e
39. 48 °C e 42 °C
40. a
41. a
42. e
43. a) 80 °C
    b)



44. b
45. $7{,}5 \cdot 10^{-3}$ W/m °C; 50W
46. a
47. a) $\Delta\theta = 0$
    b) O sal aumenta a temperatura de ebulição da água.
    c) $\Delta\theta \neq 0$
48. c

Tópico 3
Calor sensível e calor latente

1. c
2. e
3. a) 33,6 cal/°C
    b) 0,056 cal/g °C
4. 400 cal
5. b
6. 115 kcal

7. 3 min 20 s
8. 800 cal/s
9. 36 cal/s
10. 0,25 cal/g °C
11. 70 g
12. d
13. a) $5,0 \cdot 10^3$ g
b) $1,5 \cdot 10^4$ degraus
14. a) $4,2 \cdot 10^9$ J
b) Radiação e condução.
15. c
17. a) 58 W
b) $2,4 \cdot 10^4$ g
18. 55 °C
19. 10 min
20. 0,56 cal/g °C
21. 0,24 cal/g °C
22. 0,70 cal/g °C
23. 18 g
24. d
25. 0,05 cal/g °F
26. e
27. 09
28. a
29. c
31. 30 °C
32. 40 °C
33. 10 °C
34. b
35. 0,20 cal/g °C
36. d
37. b
38. b
39. b
41. a
42. 70 °C
43. 20 cal/ °C
44. 5
45. 60 °C
46. 75 °C
48. 20 g
49. 110 g
50. 300 g
51. 20 °C
52. 8,0 g
53. c
54. e
55. $2,4 \cdot 10^4$ cal
57. $2,6 \cdot 10^4$ cal
58. 12 kcal
59. 50 °C
60. 10 500 cal
61. a) Fusão. O corpo recebe calor e a temperatura não varia.
b) 0,20 cal/g °C
2,0 cal/g
0,05 cal/g °C
62. $8,0 \cdot 10^4$ cal
63. –80 °C e 40 °C
64. 70 min
65. Uma caixa
66. c
67. a) 0,20 kg
b) 400 cal/min
68. a) 330 kJ/kg
b) 540 kJ
69. b
71. 24 °C
72. a) 0 °C
b) 100 g
73. e
75. d
76. 52 °C
77. Somente água a 0 °C.
78. Sim; 125 g
79. 5,0 °C
80. 0 °C
81. –9,0 °C
82. d
83. b
84. a) $\frac{1}{2}$
b) 40 cal/g
85. e
86. a
87. 18
88. c
89. a
90. a
91. b
92. d
93. $5,4 \cdot 10^4$ cal
94. $1,86 \cdot 10^4$ cal
95. d
96. c
97. c
98. b
99. a
100. e
101. 3,0 min
103. 0,125 kg
104. 640 g e 160 g
105. 80 °C
106. a
107. e
108. b
109. c
110. d
111. I – V
II – V
III – V
IV – V
112. a
113. 14
114. d
115. Temperatura crítica
116. d
117. d
118. I – Sólido
II – Líquido
III – Vapor
IV – Gás
119. 19
120. a) Sim, para pressões maiores que 760 mm Hg
b) A pressão atmosférica e a temperatura de ebulição aumentam.
121. b
122. I – V
II – F
III – V
123. I – F
II – V
III – V
IV – F
124. a
125. d
126. e
127. a
128. c
129. c
130. c
131. 5,0 g
132. –16 °C

133. 0,56
134. d
135. a
136. a) 25 200 W
b) 92 °C
137. 70 s
138. 5,5 cal
139. d
140. a) 24 cal/g
b) 80 °C
c) sólido $= \frac{100}{3}$ g
líquido $= \frac{50}{3}$ g
141. a
142. b
143. 17,50 °C
144. a) $3{,}2 \cdot 10^4$ J
b) 10 °C
145. a) 3
b) 640 g
146. e
147. b
148. a) Evaporação
b) 1 150 kJ
149. a) 6,0 N
b) $1{,}5 \cdot 10^5$ cal/h
150. c
151. a) $\simeq$ 77 J
b) $\simeq$ 115 W
152. a) 70 g
b) 22 °C e zero
153. c
154. a
155. e
156. 1 Btu $\simeq$ 252 cal
157. c
158. a) $1{,}2 \cdot 10^5$ J
b) 30 °C
c) 20 °C
159. a) A hipótese 2 fornece um resultado possível de ocorrer experimentalmente, nas condições propostas pelo exercício.
b) A temperatura de equilíbrio seria menor do que 0,9 °C, pois a temperatura de fusão do gelo é função decrescente da pressão. A massa da substância que sofre mudança de fase não muda.
160. e
161. 1,24 kg
162. 250 °C

Tópico 4

Gases perfeitos

1. d
2. $1{,}0 \cdot 10^4$ N
3. e
4. 02
5. b
6. b
7. d
9. 1,0 atm
10. 100 °C
11. 2,0 L
12. 5,0 atm
13. 177 °C
14. d
15. d
16. b
17. d
18. 218,4 °C
19. 150 mm Hg
20. b
21. b
22. 427 °C
23. e
24. d
26. 9,0 atm
27. 20,5 L
28. –73 °C
29. 8,2 atm
30. e
31. b
32. e
33. $3{,}0 \cdot 10^{24}$ moléculas
34. e
35. c
36. 27 °C
38. 4,5 atm
39. 640 g
40. Aumenta 5 vezes.
41. $2{,}4 \cdot 10^9$ moléculas
42. $\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{4}{5}$
43. $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ kg
44. 900 mm Hg
45. c
47. –153 °C e 27 °C
48. 177 °C
49. 8,1 atm
50. $T_B \simeq 293$ K e n = 2,0 mols
51. $T_B = 227$ °C
52. 120 °C
53. a
54. b
56. c
57. a) 4,0 N/cm²
b) Lei de Boyle
58. c
59. c
60. a
61. d
63. 27 °C
64. 600 mmHg
65. 1 520 mm Hg
66. c
67. d
68. c
69. c
70. d
71. a
72. 10
73. a
74. 493 m/s
75. 127 °C
76. 2,0 atm
77. d
78. a) Quando a porta do *freezer* é aberta, entra ar mais quente em seu interior, fazendo com que a pressão interna se iguale à pressão externa. A porta é fechada e o ar existente no interior do *freezer* é resfriado rapidamente, diminuindo sensivelmente sua pressão. Como a pressão do ar externo é maior, haverá uma diferença de pressão que dificultará sua aber-

tura. Para conseguirmos abrir a porta, será necessário aplicarmos uma força de intensidade maior do que aquela decorrente da diferença entre a pressão externa e a interna. Se deixarmos passar certo intervalo de tempo, notamos que a abertura da porta fica mais fácil. Isso ocorre porque a vedação da porta não é ideal, o que possibilita a entrada de ar externo no interior do *freezer*. Esse ar será resfriado lentamente, mas aumentará o número de partículas de ar, o que aumentará a pressão do ar no interior do *freezer*. Quando essa pressão tornar-se igual à pressão externa, a massa de ar de dentro do *freezer* ficará praticamente constante e a resistência à abertura da porta será devida apenas aos ímãs existentes na borracha de vedação que aderem ao metal do corpo do *freezer*.

b) $6{,}0 \cdot 10^3$ N

79. d
80. a
81. a
82. d
83. 2,5 g
84. d
85. b
86. a
87. d
88. d
89. c
90. b
91. a) $\frac{2\,p_0\,V_0}{R\,T_0}$

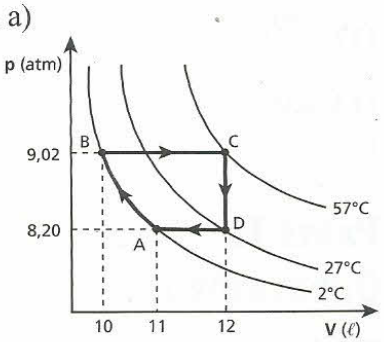
b) $p = \frac{4}{3}\,p_0$

92. a) $1 \cdot 10^4$ mols
b) $3 \cdot 10^6$ J
93. e
94. a) 3 b) 1
95. 108 balões
96. a) 1,04
b) 1,30
c) 1,73
97. b
98. b
99. 178 kg
100. a) 250 mols
b) 18,75 mols
c) 4,0 h
101. A ⇒ CO_2;
B ⇒ H_2;
C ⇒ Ne

Tópico 5
Termodinâmica

1. c
2. b
3. c
4. e
5. d
7. 8 kcal
8. 250 J; zero
9. 26
10. a
11. b
12. d
13. d
14. 37
15. 3,0 J
16. 150 J
17. b
19. a) 400 cal
b) –400 cal
c) Zero
20. a) 50 cal
b) –50 cal
c) Zero
21. e
22. d
23. c
24. 12
26. 900 J
27. 07
28. c
29. 36
30. a) 415 J
b) 10 K ou 10 °C
31. c
33. a) 1200 J
b) Zero
c) 1200 J
34. 80 J
35. 1 800 J
36. 120 J
37. a) Realizado; 2200 J
b) Aumentou; 6300 J
38. 8 J
39. $2{,}5 \cdot 10^3$ J
40. 20 W
41. c
43. a) Zero, 300 J, 250 J
b) 675 J
c) 27 °C
44. 180 J
45. a) ≃ 293 K
b) $6{,}0 \cdot 10^2$ J
c) ≃ 293 K
47. a
48. a) 8 J
b) C; A
49. $\frac{p\,V}{2}$
50. e
51. a) 600 J
b) –700 J
c) Liberado
52. d
54. a) Zero
b) 450 cal
55. 69 cal
56. 3750 cal
57. 7,5 g
58. 8,0 °C
59. 2,0 °C
60. a
61. 4,1 atm
62. 2000 cal

63. a) Isométrica
b) 7500 cal; 7500 cal
64. a) 490 K
b) 7600 J
65. $\frac{5}{3}$
66. b
68. 4,0 °C
69. d
70. e
71. b
72. a
73. 10 °C
74. a) 40 J
b) 85,5 °C
75. a) $\simeq$ 723,5 °C
b) $3{,}75 \cdot 10^7$ J/kg
76. 17
77. 14
78. c
79. e
80. b
81. a
83. e
84. 55%
85. $\frac{1}{3}$
86. 227 °C
87. d
88. c
89. 22
90. d
91. 18
92. e
93. 47 °C
94. a
95. c
96. e
97. a) Falsa b) 50 m³
98. 840 kW
99. a) $2{,}0 \cdot 10^5$ J b) 67%
100. a
101. e
103. $\simeq$ 4343 cal/K
104. 0,3 cal/K
105. Verdadeiras: a, b, e, f
Falsas: c, d, g, h
106. c
107. 42
108. a
109. 4800 J
110. b
111. a) 0,2 mol c) 6,4 cm
b) $3 \cdot 10^3$ N d) 192 J
112. 4200 cal
113. 42 J
114. e
115. c
116. d
117. c
118. a) Zero b) Zero
119. +1,67 W/K; aumenta
120. e
121. a) 40 MW
b) 3,0 °C
122. a) $E_a \simeq 0{,}70$ e $E_g \simeq 0{,}67$
b) $T_f = 810$ K
123. 1152 kg de carvão
124. $4{,}9 \cdot 10^{-2}$ cal/g °C
125. $2{,}52 \cdot 10^6$ J; $6 \cdot 10^{-3}$ °C
126. 1327 °C
127. d
128. 0,026%
129. e
130. b
131. a) 300 cal
b) $\simeq$ 1,7
c) 3 cal/mol K
132. a)



b) 123 J
c) 123 J
d) 1230 W
133. a) $T_f = T_0$
b) $-6{,}9\ n \cdot R$ (processo impossível de ocorrer).
134. d

Tópico 6

Dilatação térmica dos sólidos e dos líquidos

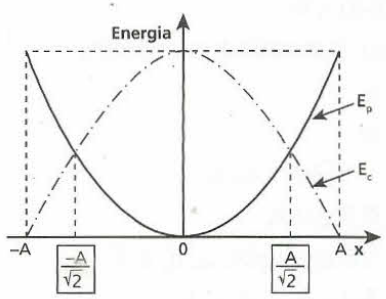
1. d
2. e
4. 4,4 mm
5. 200,2 cm
6. $1{,}7 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}
7. $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}
8. $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}
9. 770 °C
10. 520 °C
11. $4{,}0 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}
12. $1{,}6 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}
13. c
14. d
16. d
17. c
18. $\simeq$ 7,2 mm
19. 2,0 m
20. 101,8 cm
21. a
22. a
24. 0,60 m
25. b
26. 1,5
27. d
28. a
30. c
31. $20 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}
32. a
33. b
34. b
35. b
36. Se a obturação dilatar mais, o dente poderá quebrar. Se dilatar menos, poderão ocorrer infiltrações.
37. e
39. 101,6 cm²
40. 430 °C
42. 10, 06 cm²
43. $1{,}0 \cdot 10^3$ cm³
44. 1007,2 cm³

45. $6{,}6 \cdot 10^{-3}$ L
46. d
47. e
48. b
49. c
50. d
51. c
53. 1,005 m e 406 cm^3
54. 1 000 °C
55. $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ $°C^{-1}$
56. 1,8 %
57. a
58. b
59. No período da manhã.
60. 110 L
61. 240
63. b
64. a) $9{,}0 \cdot 10^{-4}$ $°C^{-1}$
b) 518 cm^3
c) 18,2 cm^3
65. $3{,}3 \cdot 10^{-4}$ $°C^{-1}$
66. 39
67. a) $1{,}32 \cdot 10^{-4}$ $°C^{-1}$ e $1{,}08 \cdot 10^{-4}$ $°C^{-1}$
b) 13,2 cm^3 e 10,8 cm^3
68. a
69. b
70. 32 °C
71. $527 \cdot 10^{-6}$ $°C^{-1}$
72. 143 °C
73. 10 cm^3
74. e
75. b
77. 120 °C
78. $5 \cdot 10^{-4}$ $°C^{-1}$
79. a
80. Porque de 0 °C a 4 °C a densidade da água aumenta e a partir de 4 °C diminui.
81. a
82. a
83. a
84. $(h' - h)(1 + \alpha\,\Delta T)$
85. b
86. 100 °C
87. e
88. b
89. 1
90. e
91. b
92. 70 °C
93. 5,0 °C
94. b
95. 24
96. a) $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ $°C^{-1}$ e $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ $°C^{-1}$
b) Metal II
97. c
98. a
99. 9 cm^3
100. 26
101. $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ $°C^{-1}$
102. b
103. e
104. a) Dilatação térmica
b) 25 cal/ °C
105. a
106. A densidade da água diminui com o aumento de temperatura, nesse intervalo. Dessa forma, o corpo fica mais denso que a água e o volume submerso aumenta.
107. d
108. a) 216 L
b) $1{,}44 \cdot 10^{8}$ cal
109. e
110. a
111. b
112. $\dfrac{4\alpha_a + \alpha_b}{5}$
113. 0,03 %
114. c

Parte II
Ondulatória

Tópico 1
Movimento harmônico simples

1. c
2. d
4. a) 0,5 Hz; 0,10 m
b) 0,5 s; 1,5 s; 2,5 s
5. c
6. 2 kHz
7. d
8. a) 0,5 s
b) -8π m/s
c) Zero
10. a) $x = 0{,}5 \cos 4\pi t$ (SI)
b) $x = 0{,}5 \cos\left(4\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (SI)
c) $x = 0{,}5 \cos\left(4\pi t + \dfrac{5\pi}{3}\right)$ (SI)
11. d
12. b
13. a) $\pm 12\pi$ m/s
b) $\pm 80\pi^2$ m/s²
14. d
15. b
16. a) **B:** posição
A: velocidade
C: aceleração
b) Amplitude: 0,5 m
Freqüência: 2,5 Hz
18. 51
19. Maior
20. Permanecerá igual.
21. 4,0 kg
22. 54
24. a) 2s; 0,5 Hz
b) Não, porque o comprimento do pêndulo precisa ser aproximadamente de 1 m para que seu período seja igual a 2 s.
25. 9,78 m/s²
26. 0,4 m
27. a
28. c
29. $x = \pm \dfrac{A}{\sqrt{2}}$



30. e

31. a) 4,9 s
b) Não

32. c

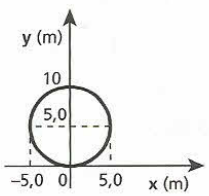
33. $\frac{3T}{4}$

34. a) 0,8 Hz
b) 1,6 Hz

36. a) $K_2 = 4K_1$
b) $x_2 = \frac{x_1}{4}$

37. a) 0,100 m
b) 50 N/m
c) 0,040 m

38. a)



b) 5,0 π m/s, 5,0 π² m/s²
c) Movimento circular e uniforme, 2 s

39. a) Circunferência
b) Elipse

40. Elipse

41. a) 0,4 Hz, 0,1 m
b) 12,8 N/m
c) $y = 0{,}1 \cos\left(0{,}8\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$ (SI)

42. e

43. a) $y = \frac{3}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{3} t + \frac{\pi}{2}\right)$ (SI)
b) 0,5 m

44. 2

45. c

46. a

47. a) Demonstração
b) 85 min, aproximadamente
c) Demonstração

48. b

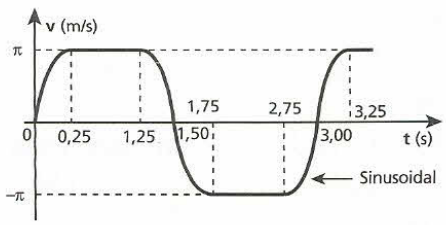
49. a) 1,0001
b) $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

50. 25 cm

51. a) $\frac{ML}{2(M+m)}$
b) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\mu g (M+m)}{ML}}$

52. a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$
b) $\mu \geqslant \frac{k \cdot A}{(M+m)\,g}$

53. a) π m/s
b) 3,0 s
c)



54. 9,2 °C

55. a) No centro de massa do sistema
b) $2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)}}$

56. 2

Tópico 2

Ondas

2. a

3. e

4. e

5. e

6. d

7. c

8. d

9. d

10. d

11. a

12. d

13. b

14. d

15. b

16. d

18. 4 cm; 2 cm

19. 10 m/s

20. b

21. d

23. 6,0 cm

24. 12 cm

25. 100 MHz

26. d

27. c

28. b

29. d

30. b

31. a

32. a

33. c

34. a

35. 75 m

36. c

37. b

39. 13

40. a

41. a

42. 4,0 m

43. 20 cm

44. a) 120 m
b) 6,0 cm

45. d

46. a) 12 min 30 s
b) 8,0 m/s
c) 5,0 m

48. 18 N

49. 2,0 kg

50. d

52. 0,2 m; 10 m/s

53. 20 cm; 0,25 s; 4 Hz

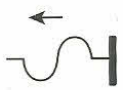
54. $y = 0{,}5 \cos[2\pi(50t - 5x)]$ (SI)

55. c

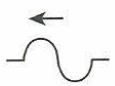
56. e

57. c

58.



59.



61. 2,0 m/s

62. c

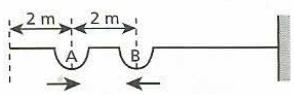
63. c

64. a

65. 1,0 m

66. 26

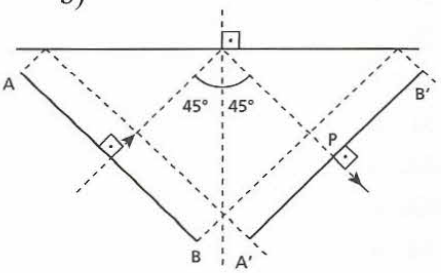
67.



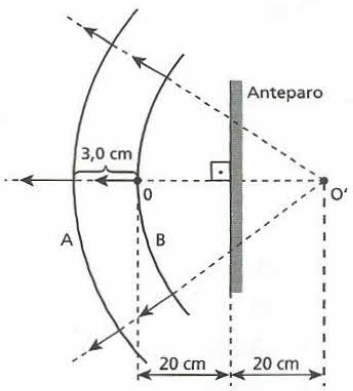
68. a

69. a) 2,0 s

b)



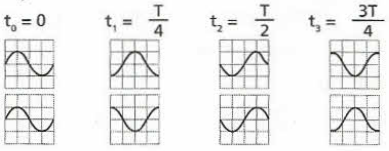
70.



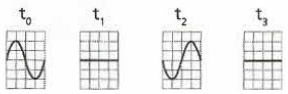
71. 2
72. V, V, F, V
74. a
75. b
76. a) 5 kHz
b) 8,8 cm
c) 2,0 ms
77. c
79.

80.

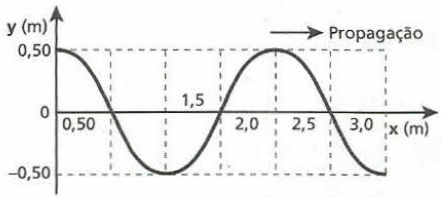
81. 2 cm
82. e
83. c
84. d
85. 10 Hz
86. 480 m/s
87. d
88. c
89. d
90. d
91. a) Corda A: da esquerda para a direita;
Corda B: da direita para a esquerda.
b)



c)



92. $\frac{3d}{2}$
93. 07
94. c
95. b
96. e
97. a) g = f b) x = y > z
98. c
99. As ondas AM difratam mais facilmente que as ondas FM.
100. d
101. 46
103. A(ID), B(IC), C(ID), D(IC).
104. b
105. a) 5,0 Hz b) 10 Hz
106. 0,2 m (máximo), 0,4 m (mínimo)
108. b
109. 1 058 Å
110. b
111. c
112. λ
113. $7{,}5 \cdot 10^{-7}$ m
114. d
115. V, F, V, V, V
116. a) Intensidade da corrente alternada, do campo elétrico e do campo magnético;
b) $2{,}94 \cdot 10^{8}$ m/s
117. d
118. 59
119. a) 1,0 mm, 2,0 m, 12,5 Hz
b) 25 m/s
120. a)
$$y = 2\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right](SI)$$
b) $\frac{5\pi}{2}$ rad
c) Oposição de fase.
121. a) 20 m/s
b) 4 m, 5 Hz, 0,2 s
c)
$$y = 2\cos\left[2\pi\left(5t - \frac{x}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right](SI)$$
122. a) 1,0 m, 2,0 m
b) 50 m/s e 25 Hz, 70 m/s e 35 Hz
123. b
124. 800 m
125. a) 0,2 m, nula
b) $3{,}3 \cdot 10^{-7}$ s
126. b
127. a) 2,0 Hz, 0,50 m
b)



c) $-8\pi^2$ m/s²
128. a) $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ J
b) $1{,}6 \cdot 10^{-3}$ J
129. a) 500 m
b) 2,0 m/s
130. e

Tópico 3

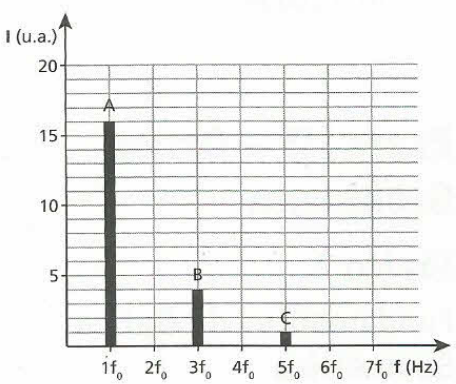
Acústica

1. a) *2001, uma odisséia no espaço*, pois o som (onda mecânica) não se propaga no espaço interplanetário.
b) Os efeitos luminosos estão de acordo com a Física porque a luz (onda eletromagnética) se propaga no espaço interplanetário.
3. 17 m e 17 mm
4. λ' > λ, f' = f
5. 100 kHz
6. d
7. 800 Hz e 200 Hz
8. $I' = \frac{I}{4}$
9. a) 17 m
b) 340 m
10. a) 100 Hz
b) 3,4 m
11. a) 0%
b) Redução de 3%.
12. 27,5 Hz, 3 520 Hz
14. a) 0,12 W
b) 10 cm

15. d
16. c
17. a) Ponto B.
b) 75 m
19. 1 e 3
20. e
21. a) 25 Hz
b) 75 Hz
22. 30 cm, 60 cm, 90 cm
23. 120 cm, 60 cm, 40 cm
24. a) 100 Hz
b) Quadruplicar a tração ou reduzir à metade o comprimento do trecho vibratório.
c) 3,3 m
25. a) 392 m/s
b) Altura
26. Timbre
27. b
28. d
29. 120 m/s, $2{,}88 \cdot 10^3$ N
30. 275 Hz
31. A freqüência do som emitido depende do comprimento vibratório, que varia à medida que o violonista desloca o dedo ao longo da corda.
32. c
33. d
34. 5
35. a) 400 Hz
b) 672 N
36. a) 24 cm
b) 250 Hz
37. d
38. b
39. a) 6 Hz
b) 203 Hz ou 197 Hz
40. Ressonância
41. A difração do som é muito acentuada, ao passo que a da luz praticamente não ocorre nessa situação.
43. a) 500 Hz
b) 2000 Hz
44. 85 Hz; 255 Hz e 425 Hz
45. 17 Hz; 8,5 kHz
46. b
47. d
49. e
50. 25 cm; 75 cm; 125 cm
52. 332 m/s
53. 170 Hz
54. 85 Hz
55. a) 68 Hz
b) 34 Hz
56. a) 1,5 m
b) Nos pontos situados às seguintes distâncias do alto-falante da esquerda: 0 m; 0,75 m; 1,5 m; 2,25 m; 3,0 m; 3,75 m; 4,5 m; 5,25 m; 6,0 m.
57. e
58. a) Ressonância
b) À medida que a intensidade da força tensora na corda 4 vai sendo alterada, altera-se a freqüência de seu modo fundamental de vibração. A ressonância ocorre quando essa freqüência iguala-se à freqüência fundamental da corda 5 pressionada.
59. São iguais.
60. 640 N
61. 3,4 kHz
63. a) 72 cm
b) 360 m/s
64. a) 338 m/s
b) 99 cm; 165 cm
65. 01
66. 348 m/s
67. b
68. b
69. a
70. d
71. c
72. I
73. 03
75. a) 6,60 kHz
b) 314 Hz
76. a
77. 744 Hz
78. 20 m/s
79. d
80. b
82. Aproximadamente 290 W
83. b
84. 10^4
85. Não. A sensação sonora aumentou 3 dB
87. c
88. 90 dB
89. a
90. a) Entre 20 Hz e 200 Hz
b) 1 W/m²
c) Precisa ser multiplicada por 100.
91. a) 15 min
b) 87,5 %
c) 10^{11}
92. a
93. 334 m/s e 11 m/s, respectivamente
94. 330 m
95. a) 50 Hz
b) 25 Hz
96. a)

	λ (m)
A	1,5
B	0,5
C	0,3

b) $\lambda_0 = 1{,}5$ m
c)



97. a
98. 20 cm
99. a) 3,0 m
b) 6,6 m
100. b

101. C e E
102. 40
103. 5,1 m
104. a) 12,5 cm
b) 31,25 cm
c) 80 s
105. a) As freqüências de ressonância da coluna de ar são inversamente proporcionais ao seu comprimento.
b) $f = \frac{850}{3 - \frac{t}{3\pi}}$ Hz
$(0 \leq t < 9\pi_s)$
106. a) $4{,}3 \cdot 10^{-4}$ m
b) $3{,}1 \cdot 10^{-4}$ s
107. b
108. 680 Hz
109. Na segunda situação.
110. d
111. a
112. a) 264 Hz
b) 62,5 cm
c) 169 N
113. 5º harmônico
7º harmônico
Freqüência fundamental: 85 Hz
114. 250 m
115. 450 Hz
116. a) 4,25 s
b) 90,3 m
117. a) 680 m/s
b) 1 200 m

Parte III – Óptica Geométrica

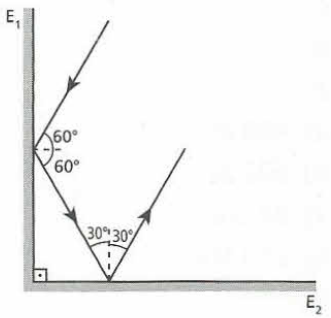
Tópico 1

Fundamentos da Óptica Geométrica

1. c
2. e
3. c
4. c
6. 8 min 20 s
7. $3{,}81 \cdot 10^5$ km
8. $9{,}5 \cdot 10^{15}$ m
9. A distância das estrelas à Terra é muito grande, de modo que a luz emitida por esses corpos celestes leva muito tempo para atingir nosso planeta.
10. a
11. b
13. 48 m
14. 20 m
15. a
16. 8 cm
17. c
18. 5,0 m
19. 1,0 m
20. c
21. 2,0 cm
22. b
23. a
24. a) Lua nova
b) 4 min
25. a
26. c
27. b
29. a) 1 – verde; 2 – preta; 3 – preta; 4 – verde
b) 1 – preta; 2 – preta; 3 – preta; 4 – vermelha
30. c
31. c
32. c
33. a
34. d
35. a
36. d
37. e
38. a
39. a) Ponto objeto real
b) Ponto imagem real e ponto objeto virtual
c) Ponto imagem virtual
40. d
41. b
42. d
43. 10,0 m
44. $V' = \frac{H}{H - h} V$
45. a
46. a)
b) d = 0,4 m
47. b
48. c
49. a) Princípio da Propagação Retilínea da Luz.
b) $\simeq 2{,}99 \cdot 10^5$ km/s
50. Anaxágoras encontrou 7261,9 km. O valor atual admitido para a distância da Terra ao Sol é de 150 000 000 km, aproximadamente.
51. $\frac{v_s}{v_h} = 3$
52. c

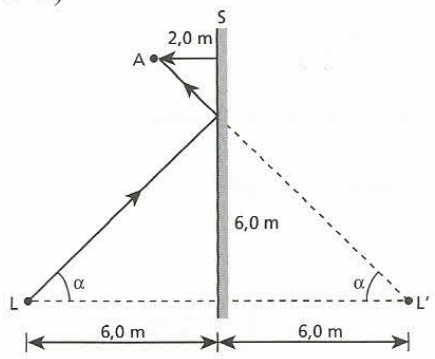
Tópico 2

Reflexão da luz

2. a) 30°
b) 60°
3. $\theta_1 = 60°$ e $\theta_2 = 120°$
4. 9 h
5. $\alpha = 60°$ e α independe de β
6.


7. b
9. 12 m
10. 0,64 m²
11. a) 1,5 m
b) O tempo não se altera e o número de reflexões passa de 5 para 11.
12. c
13. e
14. d
15. a) 40 cm
b) Independe.

17. a)



b) 10 m

18. a) UNESP

b) 140 cm; 10 cm

19. Ele não poderá ver os pontos **D** e **E**; também não verá a imagem do seu olho.

20. b

21. d

22. c

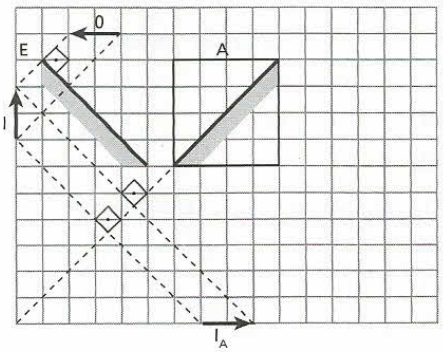
24. a) 90 cm

b) 85 cm

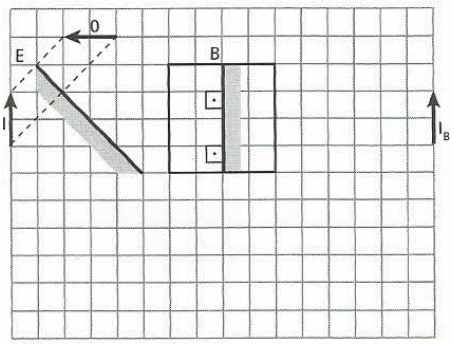
25. 1,0 m

26. sen $\alpha = 0{,}80$

28. a)



b)



29. d

30. a) 6,0 s

b) 6,0 s

31. d

33. a) Três imagens

b) Figura I: uma imagem;
Figura II: duas imagens.

34. c

35. b

36. a) 80 km/h

b) 40 km/h

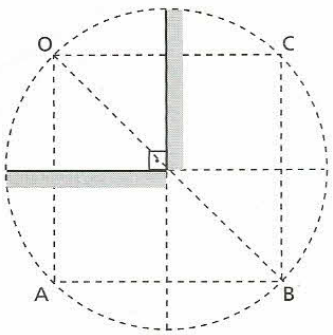
38. $2\sqrt{3}$ m

39. d

40. 45°

41. a) 100 cm

b)



42. d

43. e

44. e

45. e

46. a

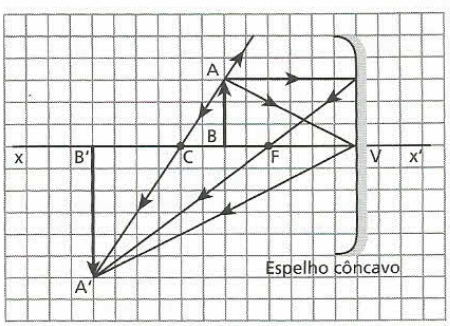
47. 17 cm

48. 12 cm

49. **Posição 1:** real, invertida e menor;
Posição 2: real, invertida e igual;
Posição 3: real, invertida e maior;
Posição 4: imprópria;
Posição 5: virtual, direita e maior.

50. d

52.



54. 50 cm

55. 20 cm

56. a) Real e invertida

b) 60 cm

c) 12 cm

57. a

58. a) Côncavo

b) 96 cm

60. a) –15 cm

b) 6,0 cm

61. 10,0 cm

62. a) Côncavo; –20 cm; +2; virtual; direita.

b) Convexo; + 5 cm; 0,8; virtual; direita.

c) Plano; infinita; –10 cm; virtual; direita.

63. a) 20 cm

b) 10 cm

64. 60 cm

65. 2,0 cm/s

67. A imagem é virtual, direita e com 22,5 cm de altura.

68. a) Convexo; 12 cm

b) 4,0 cm.

69. 80 cm

70. 12 cm

71. a

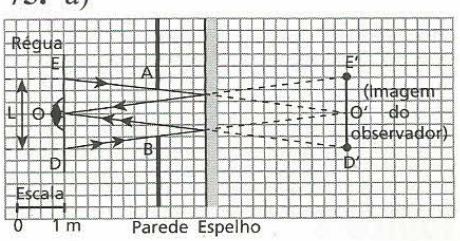
72. a) $\dfrac{R(d-R)}{2d-R}$

b) $\dfrac{LR}{2d-R}$

73. $\theta = 4\alpha$

74. a) h = 1,0 m b) y = 1,5 m

75. a)



b) L = 1,5 m

76. d

77. 0,40 s

78. b

79. a) 10 m/s

b) 20 m/s

c) 50 m/s

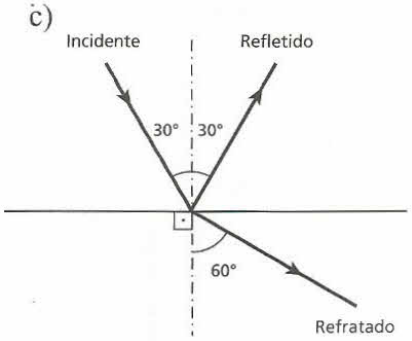
80. 3,0 m/s

81. b
82. b
83. 2,0 m
84. 8,0 cm
85. a
86. 45 cm ou 75 cm
87. 15 cm
88. d
89. A imagem é de natureza virtual e está a 8,0 cm do vértice do espelho convexo.
90. a) ω
b) $\frac{a}{2}$
c) $\Delta\phi = \pi$ rad
91. a
92. a) $L = \frac{dH \operatorname{sen}\theta}{2d + H\cos\theta}$
b) $L = \frac{H}{2}$
c) $Y = \frac{H}{2}$
93. c
94. a
95. a) 1,0 m/s
b) 5,0 m/s
96. a) 48 cm de E_1;
b) E_2 é um espelho plano.
97. O automóvel trafega dentro do limite de velocidade da avenida, já que sua velocidade é de 46 km/h, aproximadamente.
98. a) $c = \frac{Lf^2}{(D-f)(D+L-f)}$
b) $\frac{L}{f} = 1$

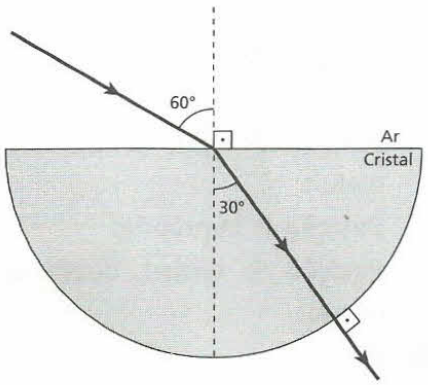
Tópico 3

Refração da luz

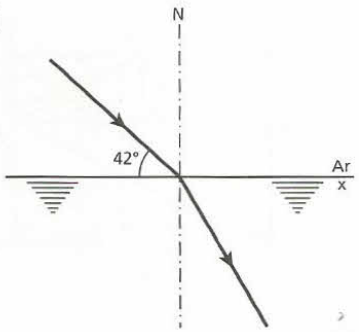
1. Lâmina verde.
2. d
3. a) 200000 km/s
b) 125000 km/s
c) 1,6
4. 2,0
6. a) 30°
b) 0°
c) 30°
7. a) 60°
b) 30°
c)



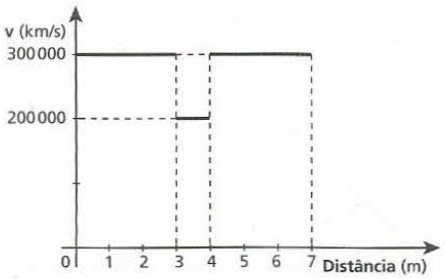
8. 125
9. e
10. e
11. b
12. d
13. R_1: raio refratado
R_2: raio refletido
R_3: raio incidente
14. c
15. a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
b) $80000\sqrt{3}$ km/s
16.



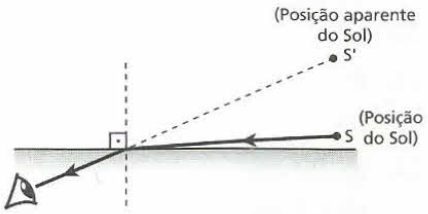
18. b
19. a)



b) 60°
20. a) $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ s
b)



21. a) Ângulo de reflexão: 60°
ângulo de refração: 30°
b) $\sqrt{3}$
22. d
23. 2,0
24. a)



b) 50°
25. 15°
26. c
27. a) 55°
b) A 43 cm da parede lateral direita.
29. $5 \cdot 10^{-7}$ m
30. d
31. Refração não; reflexão sim.
32. c
33. b
35. c
37. Reflexão total.
38. a
39. a) 1 e a
b) 7 e g
c) 4 e d
40. a
41. Refração, acompanhada de dispersão, e reflexão.
42. e
43. 1,27
44. Reflexão total.
45. c
46. a
47. a) É igual ou aproximadamente igual ao do líquido.

b) Principalmente porque muitos raios de luz, dirigindo-se do cristal para o gás da fratura, sofrem reflexão total da fronteira cristal–gás.

48. a) 1,005
b) Na camada 2.

49. a) Sofre reflexão total na fronteira entre **A** e **B**.
b) Sofre refração com ângulo de refração de arc sen $\frac{\sqrt{3}}{6}$, além de reflexão parcial na fronteira entre **B** e **A**.

51. 10 mm

52. $i \geq 50°$

53. a) $v_c \simeq 2{,}04 \cdot 10^8$ m/s
b) $\lambda_c \simeq 2\,721$ Å
c) $\theta_c \simeq$ arc sen 0,34

54. 15°

55. a) Maior
b) Menor

56. b

57. 1,5 m

58. 400 m

59. a

60. e

61. a) α
b) Não depende.

63. b

64. a) Virtual
b) Menor

65. e

66. 45 cm

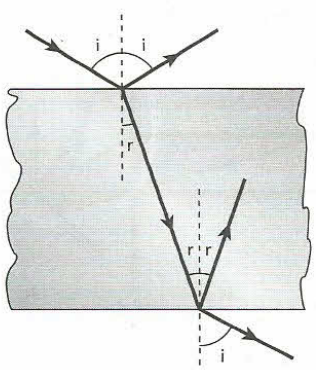
67. 1,5 m

68. 15 cm; não depende

69. a

70. c

71. a)



b) $5 \cdot 10^{-10}$ s

73. a) 45°
b) Reflexão total.

75. c

76. Há no mínimo dois.

77. d

79. 1,41

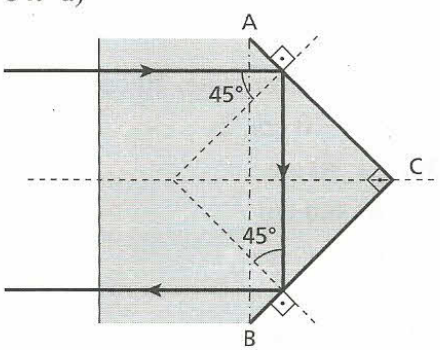
80. d

81. 45°

82. a) 60°
b) 45°
c) $\sqrt{2}$

83. Há no mínimo dois.

84. a)



b) $\sqrt{2}$

85. d

86. a) 60°
b) $\sqrt{2} < n < 2$

87. $\theta_2 = 30°$; $\theta_3 = 45°$; $\theta_4 = 60°$
No ponto **C** ocorre reflexão total.

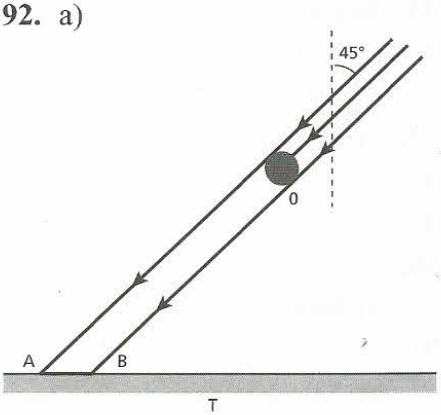
88. a) 9 h 12 min
b) 14 h 48 min

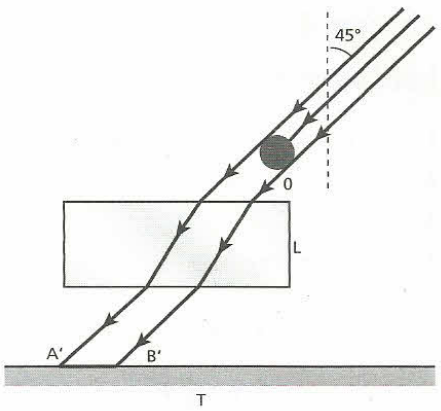
89. Aproximadamente 27 cm

90. a) $d = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$
b) Não depende.

91. $\frac{5}{3}$

92. a)





b) 0,3 cm

93. $x \simeq a\alpha\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

94. $\alpha = \beta = 45°$

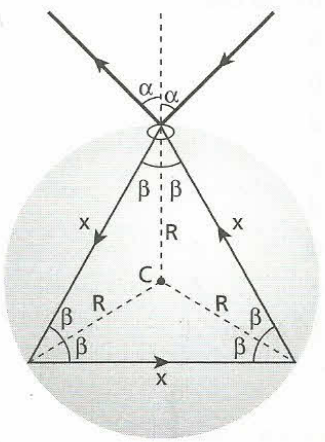
95. d

96. Demonstração

97. b

98. Vermelho, alaranjado e amarelo.

99.



a) $\beta = 30°$
b) $\alpha = 45°$
c) $\Delta t = 4{,}3$ ns

100. e

101. $n \geq \frac{\sqrt{7}}{2}$

102. a) 30°
b) $2{,}3 \cdot 10^8$ m/s
c) 23 cm

103. A 104 cm da superfície livre da água.

104. a) $2{,}4 \cdot 10^8$ m/s
b) 30°
c) $\simeq 0{,}92$ cm

105. $n_p \geq 2{,}63$

106. $\text{sen } i > \frac{\text{sen } (A - L)}{\text{sen } L}$

107. b

Tópico 4

Lentes esféricas

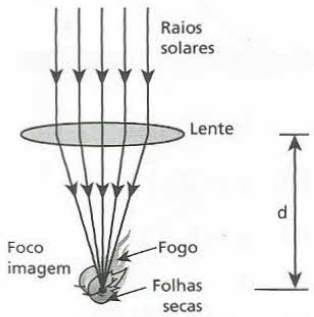
1. I; III; II e III.

2. I; II; III e VI.

3. a

4. a) convergente

b)



c) d = f

5. b

6. a) Convergente

b) 30 cm

7. b

8. b

9. d

10. a

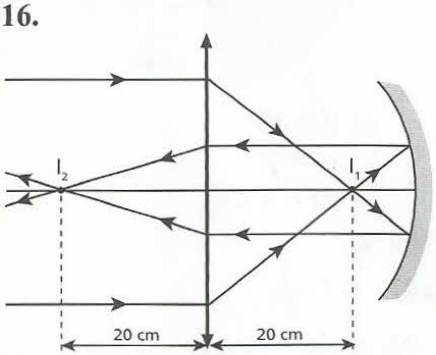
11. d

12. d

13. c

15. 15,0 cm

16.



17. a) Bicôncava

b) 20 cm

18. **Posição 1:** real, invertida e menor;
Posição 2: real, invertida e igual;
Posição 3: real, invertida e maior;
Posição 4: imprópria;
Posição 5: virtual, direita e maior.

19. 20 cm

21. a) 18 cm de **O** e 6,0 cm de **I**

b) Divergente

c) 9,0 cm

23. 40 cm

24. 15 cm

25. b

27. a) 10 cm

b) 60 cm

28. 5 cm, 12 cm

29. b

30. b

31. a) 60 cm

b) 20 cm

33. 40 cm

34. a) Convergente, 10 cm

b) –10 cm, 2

35. a) 90 cm

b) 6,0 cm

36. d

37. e

38. a) 5,0 cm

b) Não, pois sua natureza é virtual.

39. a) 24 cm

b) –8,0 cm

40. f = 16 cm; a lente deve ser colocada entre o objeto e a imagem, a 80 cm do objeto.

41. a) 0,084 m · 0,11 m, 0,30 m

b) Invertida na vertical e na horizontal.

42. a) 312 cm

b) 12 vezes

43. a

45. 50 cm

46. a) –2,0 m

b) –0,5 di

c) Divergente

47. a

49. d

50. a) 20 cm

b) Biconvexa

51. a) $1{,}4 \cdot 10^2$ di

b) $7{,}0 \cdot 10^{-3}$ m

52. e

53. a) Afastam-se;

b) 60 cm.

54. a

55. 6 m

56. 24 di

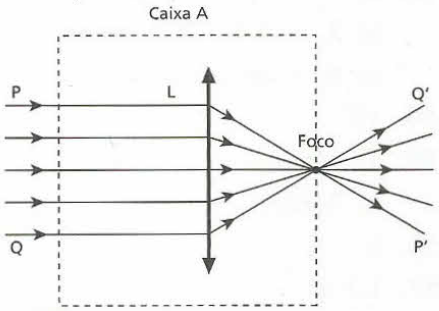
57. A face convexa deve aderir perfeitamente à face côncava.

58. a) 40 cm

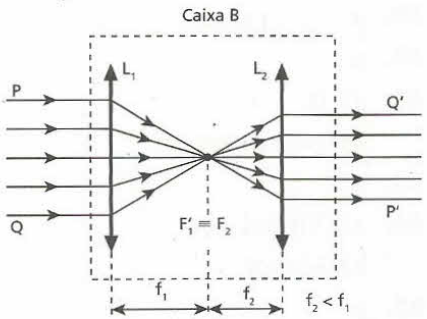
b) 90 cm

59. 75 cm

60. a)



b)



61. 10 cm

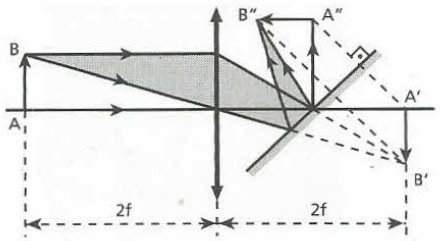
62. a

63. e

64. a) 68 °C

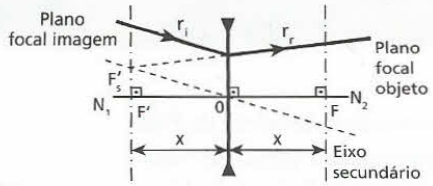
b) 0,32 W/cm²

65.



66. c

67.



68. e

69. d

70. a

71. a) 50 cm b) 20 m/s²

72. a) 1,2 m; 0,3 m
b) 48 mm, 3 mm, imagens reais e invertidas.

73. 1,0 m

74. b

75. a

76. 5,2 cm

77. a) +4,0 di
b) –1,0 m
c) Face côncava: 25 cm
Face convexa: 50 cm

78. $F = \frac{K f}{2}$

79. 60 cm e –20 cm

80. **1ª possibilidade:** fonte a 10 cm da lente;
2ª possibilidade: fonte a 30 cm da lente.

81. 15 cm, 10 cm e 5,0 cm

82. a) $L = \frac{f_0 d_0}{d_0 - f_0}$

b) $f_I = \frac{f_0 d_0}{d_0 + f_0}$

83. a

84. a) $x_{E_1} = 10$ cm e $x_{E_2} = 100$ cm, operando-se com as fontes da direita e da esquerda respectivamente.
b) $x_{L_1} = 43$ cm e $x_{L_2} = 67$ cm, operando-se com a fonte da direita.

85. a) 1
b) Circunferência de raio 20 cm, de centro pertencente ao eixo principal, contida em um plano frontal à lente, a 60 cm de distância em relação a ela.
c) 10 cm/s

86. 2,0 di

87. $\frac{3}{7}$

Tópico 5

Instrumentos ópticos e Óptica da visão

1. 75,0 mm

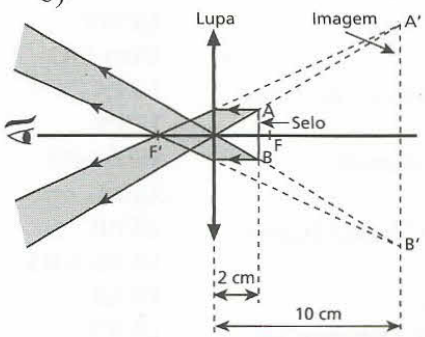
2. b

3. 10 cm

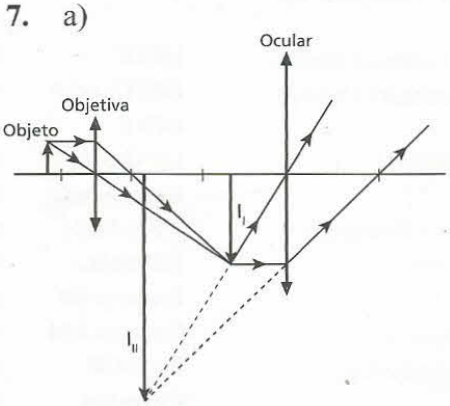
4. a) 3,0 m
b) ≃ 4,9 m

5. 16 cm

6. a) 2,5 cm
b)



7. a)



b) I_I é real e I_{II} é virtual.

8. a) 22 cm
b) 8 vezes

9. e

11. a) 5 cm
b) Real, invertida e menor ($A = -\frac{1}{4}$)

12. a) 1,3 m
b) 90 cm

13. a) 3 m
b) ≃ 20,3 di

14. 50 cm

16. 45 vezes

17. 52 vezes

19. 97 cm

20. a) 0,61 cm
b) 139,4 cm

21. b

22. b

23. d

24. d

25. a) 15 mm, ≃ 14 mm
b) 4,0 di

27. a) Não, pois as lentes corretivas de Porquinho são divergentes e, para "concentrar" os raios solares, são necessárias lentes convergentes.
b) 20 cm
c) 15 cm, convergente

28. c

30. +1,5 di

31. a) Hipermetrope
b) 1,0 m

32. a) 35,3 mm
b) 4 118 mm

33. a) 22 cm
b) 2,2 m

34. 2,99 cm

35. a

36. d

37. d

38. c

39. d

40. c

41. a) Hipermetropia, convergente
b) 10 di

42. a) 5,0 cm
b) 5 vezes, 10 mm

43. a) –0,50 di
b) +3,0 di

44. $f = \frac{D^2 - d^2}{4D}$

45. Lente convergente: 10 cm
Lente divergente: –10 cm

46. 50 cm

Parte I – TERMOLOGIA

Tópico 1

1 Um jornalista, em visita aos Estados Unidos, passou pelo deserto de Mojave, onde são realizados os pousos dos ônibus espaciais da Nasa. Ao parar em um posto de gasolina, à beira da estrada, ele observou um grande painel eletrônico que indicava a temperatura local na escala Fahrenheit. Ao fazer a conversão para a escala Celsius, ele encontrou o valor 45 °C. Que valor ele havia observado no painel?

Resolução:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$$\frac{45}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$$81 = \theta_F - 32$$

$$\boxed{\theta_F = 113\ °F}$$

Resposta: 113 °F

2 Uma agência de turismo estava desenvolvendo uma página na Internet que, além dos pontos turísticos mais importantes, continha também informações relativas ao clima da cidade de Belém (Pará). Na versão em inglês dessa página, a temperatura média de Belém (30 °C) deveria aparecer na escala Fahrenheit. Que valor o turista iria encontrar, para essa temperatura, na página em inglês?

Resolução:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$$\frac{30}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$$54 = \theta_F - 32$$

$$\boxed{\theta_F = 86\ °F}$$

Resposta: 86 °F

3 Um turista brasileiro, ao descer no aeroporto de Chicago (EUA), observou um termômetro marcando a temperatura local (68 °F). Fazendo algumas contas, ele verificou que essa temperatura era igual à de São Paulo, quando embarcara. Qual era a temperatura de São Paulo, em graus Celsius, no momento do embarque do turista?

Resolução:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{68 - 32}{9}$$

$$\boxed{\theta_C = 20\ °C}$$

Resposta: 20 °C

4 Um jovem brasileiro fez uma conexão via Internet com um amigo inglês que mora em Londres. Durante a conversa, o inglês disse que em Londres a temperatura naquele momento era igual a 14 °F. Após alguns cálculos, o jovem brasileiro descobriu qual era, em graus Celsius, a temperatura em Londres. Que valor ele encontrou?

Resolução:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9} \Rightarrow \frac{\theta_C}{5} = \frac{14 - 32}{9}$$

$$\boxed{\theta_C = -10\ °C}$$

Resposta: – 10 °C

5 **E.R.** Dois termômetros, um graduado na escala Celsius e outro, na escala Fahrenheit, são mergulhados em um mesmo líquido. A leitura em Fahrenheit supera em 100 unidades a leitura em Celsius. Qual era a temperatura desse líquido?

Resolução:

Do enunciado do problema, podemos escrever:

$$\theta_F = \theta_C + 100 \quad \text{(I)}$$

A relação entre as escalas citadas é dada por:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{(\theta_C + 100) - 32}{9}$$

$$9\theta_C = 5\theta_C + 340$$

$$4\theta_C = 340$$

$$\boxed{\theta_C = 85\ °C} \text{ ou } \boxed{\theta_F = 185\ °F}$$

6 Ao chegar ao aeroporto de Miami (EUA), um turista brasileiro observou em um painel eletrônico que a temperatura local medida na escala Fahrenheit ultrapassava o valor medido na escala Celsius em 48 unidades. Qual era a temperatura registrada no painel, em graus Celsius?

Resolução:

$$\begin{cases} \theta_F = \theta_C + 48 \\ \dfrac{\theta_C}{5} = \dfrac{\theta_F - 32}{9} \end{cases}$$

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{(\theta_C + 48) - 32}{9}$$

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F + 16}{9} \Rightarrow 9\theta_C = 5\theta_C + 80$$

$$\boxed{\theta_C = 20\ °C}$$

Resposta: 20 °C

7 Num laboratório, dois termômetros, um graduado em Celsius e outro em Fahrenheit, são colocados no interior de um *freezer*. Após algum tempo, verificou-se que os valores lidos nos dois termômetros eram iguais. Qual a temperatura medida, em graus Celsius?

Resolução:

$$\begin{cases} \theta_C = \theta_F \\ \dfrac{\theta_C}{5} = \dfrac{\theta_F - 32}{9} \end{cases}$$

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

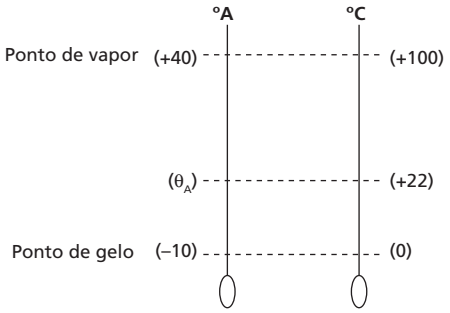
$$9\theta_C = 5\theta_C - 160$$

$$\boxed{\theta_C = -40\ ^\circ C}$$

Resposta: – 40 °C

8 Numa escala de temperaturas **A**, o ponto do gelo equivale a –10 °A e o do vapor, a +40 °A. Se uma temperatura for indicada num termômetro em Celsius pelo valor 22 °C, que valor será indicado por outro termômetro graduado na escala **A**?

Resolução:
Fazendo a relação entre as escalas, vem:



Assim:

$$\frac{\theta_A - (-10)}{40 - (-10)} = \frac{22 - 0}{100 - 0}$$

$$\frac{\theta_A + 10}{50} = \frac{22}{100}$$

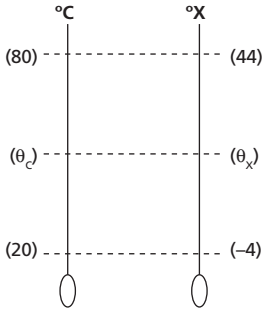
$$\theta_A + 10 = 11$$

$$\boxed{\theta_A = 1\ ^\circ A}$$

Resposta: 1 °A

9 Um professor de Física inventou uma escala termométrica que chamou de escala **X**. Comparando-a com a escala Celsius, ele observou que – 4 °X correspondiam a 20 °C e 44 °X equivaliam a 80 °C. Que valores essa escala **X** assinalaria para os pontos fixos fundamentais?

Resolução:
Relacionando as duas escalas, vem:



$$\frac{\theta_C - 20}{80 - 20} = \frac{\theta_X - (-4)}{44 - (-4)}$$

$$\frac{\theta_C - 20}{5} = \frac{\theta_X + 4}{4}$$

Fazendo $\theta_C = 0\ ^\circ C$ (ponto do gelo), temos:

$$\frac{0 - 20}{5} = \frac{\theta_X + 4}{4}$$

$$\boxed{\theta_X = -20\ ^\circ X}$$

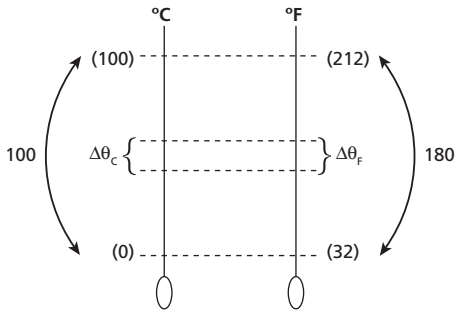
Fazendo $\theta_C = 100\ ^\circ C$ (ponto do vapor), temos:

$$\frac{100 - 20}{5} = \frac{\theta_X + 4}{4} \Rightarrow \boxed{\theta_C = 60\ ^\circ C}$$

Respostas: –20 °X e 60 °X

10 Lendo um jornal brasileiro, um estudante encontrou a seguinte notícia: "Devido ao fenômeno *El Niño*, o verão no Brasil foi mais quente do que costuma ser, ocorrendo em alguns locais variações de até 20 °C em um mesmo dia". Se essa notícia fosse vertida para o inglês, a variação de temperatura deveria ser dada na escala Fahrenheit. Que valor iria substituir a variação de 20 °C?

Resolução:
Relacionando as variações de temperatura, temos:



$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180}$$

Fazendo $\Delta\theta_C = 20\ ^\circ C$, temos:

$$\frac{20}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta_F = 36\ ^\circ F}$$

Resposta: 36 °F

11 Um turista brasileiro sente-se mal durante uma viagem e é levado inconsciente a um hospital. Após recuperar os sentidos, sem saber em que local estava, é informado de que a temperatura de seu corpo atingira 104 graus, mas que já "caíra" 5,4 graus. Passado o susto, percebeu que a escala utilizada era a Fahrenheit. De quanto seria a queda da temperatura desse turista se fosse utilizado um termômetro graduado em Celsius?

Resolução:
Relacionando as variações de temperatura nas escalas Celsius e Fahrenheit, vem:

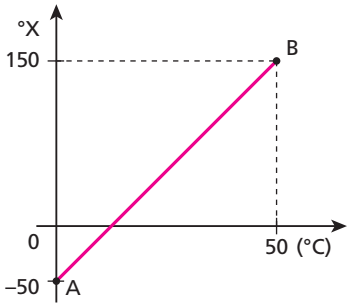
$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180}$$

Assim:

$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{5{,}4}{180} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta_C = 3{,}0\ °C}$$

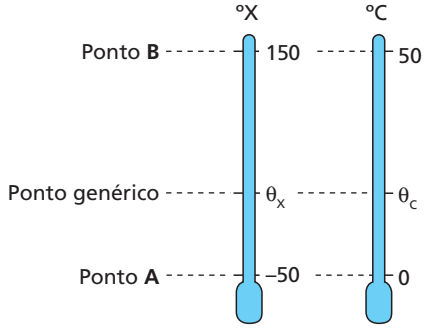
Resposta: 3,0 °C

12 **E.R.** Uma escala termométrica **X** foi comparada com a escala Celsius, obtendo-se o gráfico dado a seguir, que mostra a correspondência entre os valores das temperaturas nessas duas escalas.



Determine:
a) a equação de conversão entre as escalas **X** e Celsius;
b) a indicação da escala **X**, quando tivermos 80 °C;
c) a indicação da escala **X** para os estados térmicos correspondentes aos pontos fixos fundamentais.

Resolução:
a) Fazendo o esquema e relacionando as escalas **X** e Celsius, temos:



Do esquema, concluímos:

$$\frac{\theta_X - (-50)}{150 - (-50)} = \frac{\theta_C - 0}{50 - 0}$$

$$\frac{\theta_X + 50}{200} = \frac{\theta_C}{50} \Rightarrow \frac{\theta_X + 50}{4} = \theta_C$$

$$\theta_X + 50 = 4\theta_C \Rightarrow \boxed{\theta_X = 4\theta_C - 50}$$

b) Substituindo 80 °C na equação de conversão encontrada no item **a**, obtemos o θ_X correspondente:

$$\theta_X = 4(80) - 50 \Rightarrow \theta_X = 320 - 50$$

$$\boxed{\theta_X = 270\ °X}$$

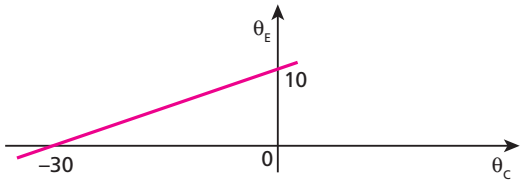
c) Para os pontos fixos fundamentais, temos:
1º ponto fixo → ponto do gelo fundente, sob pressão normal ($\theta_C = 0$ °C)
Do próprio gráfico fornecido, concluímos que:

$$\boxed{\theta_X = -50\ °X}$$

2º ponto fixo → ponto do vapor de água em ebulição, sob pressão normal ($\theta_C = 100$ °C)
Utilizando a relação de transformação obtida no item **a** e impondo $\theta_C = 100$ °C, calculemos θ_X correspondente:

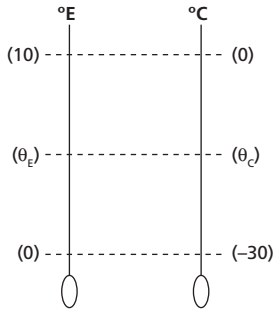
$$\theta_X = 4(100) - 50 \Rightarrow \boxed{\theta_X = 350\ °X}$$

13 Um estudante construiu uma escala de temperatura **E** cuja relação com a escala Celsius é expressa no gráfico representado a seguir:



Qual a temperatura cujas leituras coincidem numericamente nessas duas escalas?

Resolução:
Fazendo a relação entre as escalas **E** e Celsius, vem:



Assim:

$$\frac{\theta_E - 0}{10 - 0} = \frac{\theta_C - (-30)}{0 - (-30)}$$

$$\frac{\theta_E}{10} = \frac{\theta_C + 30}{30}$$

Fazendo $\theta_E = \theta_C$, temos:

$$\frac{\theta_C}{10} = \frac{\theta_C + 30}{30}$$

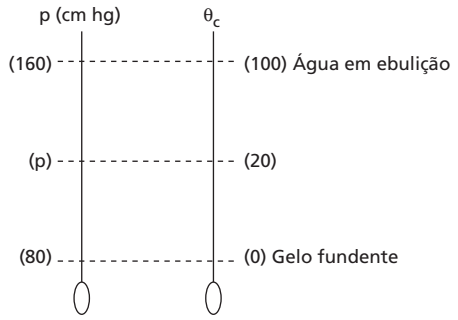
$$3\theta_C = \theta_C + 30$$

$$\boxed{\theta_C = \theta_E = 15\ °C}$$

Resposta: 15 °C

14 Ao nível do mar, um termômetro de gás a volume constante indica as pressões correspondentes a 80 cm Hg e 160 cm Hg, respectivamente, para as temperaturas do gelo fundente e da água em ebulição. À temperatura de 20 °C, qual é a pressão indicada por ele?

Resolução:
Relacionando a pressão do gás com a temperatura Celsius, vem:



Assim:

$$\frac{p-80}{160-80}=\frac{20-0}{100-0}$$

$$\frac{p-80}{80}=\frac{1}{5}$$

$p - 80 = 16$

$\boxed{p = 96 \text{ cm Hg}}$

Resposta: 96 cm Hg

15 (Vunesp-SP)

Frente fria chega a São Paulo

Previsão para

sexta-feira	sábado
mín. 11 °C	mín. 13 °C
máx. 16 °C	máx. 20 °C

Com esses dados, pode-se concluir que a variação de temperatura na sexta-feira e a máxima, no sábado, na escala Fahrenheit, foram, respectivamente:

a) 9 e 33,8.
b) 9 e 68.
c) 36 e 9.
d) 68 e 33,8.
e) 68 e 36.

Resolução:
A variação de temperatura na sexta-feira é determinada por:

$$\frac{\Delta\theta_C}{100}=\frac{\Delta\theta_F}{180}$$

Assim:

$$\frac{(16-11)}{100}=\frac{\Delta\theta_F}{180}$$

$\boxed{\Delta\theta_F = 9 \text{ °F}}$

Temperatura máxima no sábado:

$$\frac{\theta_C}{5}=\frac{\theta_F-32}{9}$$

$$\frac{20}{5}=\frac{\theta_F-32}{9}$$

$\boxed{\theta_F = 68 \text{ °F}}$

Resposta: 68 °F

16 (Unaerp-SP) Durante um passeio em outro país, um médico, percebendo que seu filho está "quente", utiliza um termômetro com escala Fahrenheit para medir a temperatura. O termômetro, após o equilíbrio térmico, registra 98,6 °F. O médico, então:

a) deve correr urgente para o hospital mais próximo, o garoto está mal, 49,3 °C.
b) não se preocupa, ele está com 37 °C, manda o garoto brincar e mais tarde mede novamente sua temperatura.
c) fica preocupado, ele está com 40 °C, então lhe dá para ingerir uns quatro comprimidos de antitérmico.
d) faz os cálculos e descobre que o garoto está com 32,8 °C.
e) fica preocupado, ele está com 39 °C, dá um antitérmico ao garoto e o coloca na cama sob cobertores.

Resolução:
Convertendo o valor registrado para a escala Celsius, temos:

$$\frac{\theta_C}{5}=\frac{\theta_F-32}{9}$$

$$\frac{\theta_C}{5}=\frac{98{,}6-32}{9}$$

$\boxed{\theta_C = 37 \text{ °C}}$

Resposta: 37 °C

17 Um determinado estado térmico foi avaliado usando-se dois termômetros, um graduado em Celsius e outro, em Fahrenheit. A leitura Fahrenheit excede em 23 unidades o dobro da leitura Celsius. Essa temperatura corresponde a que valor na escala Celsius?

Resolução:

$$\begin{cases} \theta_F = 2\theta_C + 23 \\ \dfrac{\theta_C}{5}=\dfrac{\theta_F-32}{9} \end{cases}$$

$$\frac{\theta_C}{5}=\frac{(2\theta_C+23)-32}{9}$$

$$\frac{\theta_C}{5}=\frac{2\theta_C-9}{9}$$

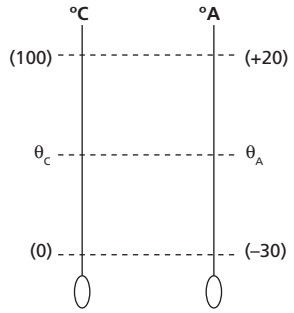
$10\theta_C - 45 = 9\theta_C$

$\boxed{\theta_C = 45 \text{ °C}}$

Resposta: 45 °C

18 (Unifor-CE) Uma escala termométrica **A** criada por um aluno é tal que o ponto de fusão do gelo corresponde a –30 °A e o de ebulição da água (sob pressão normal) corresponde a 20 °A. Qual a temperatura Celsius em que as escalas **A** e Celsius fornecem valores simétricos?

Resolução:
Equação de conversão entre as escalas **A** e Celsius:



$$\frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_A - (-30)}{20 - (-30)}$$

$$\theta_C = 2\theta_A + 60$$

Valores simétricos:

$$\theta_C = -\theta_A \text{ ou } \theta_A = -\theta_C$$

Assim:

$$\theta_C = 2(-\theta_C + 60)$$

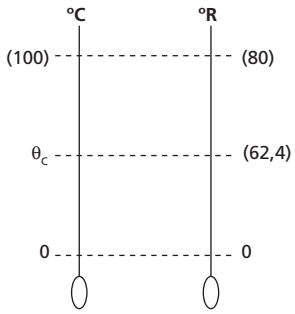
$$3\theta_C = 60$$

$$\boxed{\theta_C = 20\ °C}$$

Resposta: 20 °C

19 Uma jovem estudante, folheando um antigo livro de Física de seu avô, encontrou a temperatura de ebulição do álcool expressa na escala Réaumur (62,4 °R). Fazendo a conversão para a escala Celsius, ela encontrou que valor?

Resolução:



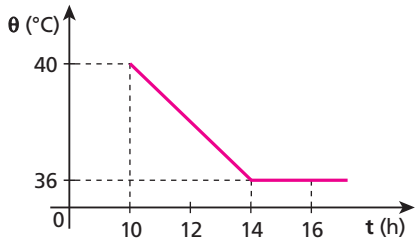
A escala Réaumur assinala 0 °R no ponto do gelo e 80 °R no ponto do vapor.

$$\frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{62{,}4 - 0}{80 - 0}$$

$$\boxed{\theta_C = 78\ °C}$$

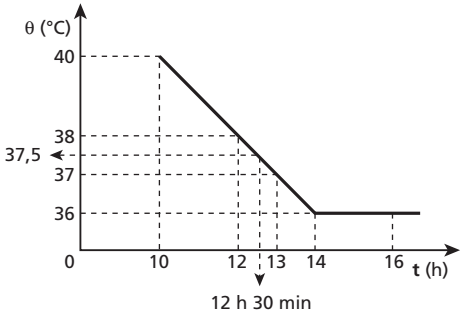
Resposta: 78 °C

20 Um paciente foi internado em um hospital e apresentou o seguinte quadro de temperatura:



Que temperatura esse paciente apresentou às 12 h 30 min, expressa na escala Réaumur?

Resolução:
No gráfico verificamos que a temperatura do paciente às 12 h 30 min é 37,5 °C.



Usando-se a equação de conversão entre as escalas Celsius e Réaumur, temos:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_R}{4} \Rightarrow \frac{37{,}5}{5} = \frac{\theta_R}{4}$$

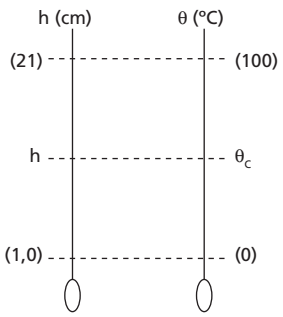
$$\boxed{\theta_R = 30\ °R}$$

Resposta: 30 °R

21 Num termômetro de mercúrio, a altura da coluna assume os valores 1,0 cm e 21 cm quando o termômetro é submetido aos estados correspondentes aos pontos do gelo fundente e do vapor de água em ebulição, respectivamente, sob pressão normal. Determine:

a) a equação termométrica desse termômetro em relação à escala Celsius;
b) a temperatura registrada pelo termômetro quando a altura da coluna assume o valor 10 cm;
c) a altura da coluna quando o ambiente onde se encontra o termômetro está a 27 °C.

Resolução:



a) A equação termométrica:

$$\frac{h - 1{,}0}{21 - 1{,}0} = \frac{\theta_C - 0}{100 - 0} \Rightarrow \frac{h - 1{,}0}{20} = \frac{\theta_C}{100}$$

$$\boxed{\theta_C = 5{,}0h - 5{,}0}$$

b) Para h = 10 cm, temos:

$\theta_C = 5{,}0 \cdot (10) - 5{,}0$

$$\boxed{\theta_C = 45\ ^\circ C}$$

c) Para $\theta_C = 27\ ^\circ C$, temos:

$27 = 5{,}0h - 5{,}0$

$$\boxed{h = 6{,}4\ cm}$$

Respostas: a) 5,0 h – 5,0; b) 45 °C; c) 6,4 cm

22 (Mack-SP) Os termômetros são instrumentos utilizados para efetuarmos medidas de temperaturas. Os mais comuns baseiam-se na variação de volume sofrida por um líquido considerado ideal, contido em um tubo de vidro cuja dilatação é desprezada. Num termômetro em que se utiliza mercúrio, vemos que a coluna deste líquido "sobe" cerca de 2,7 cm para um aquecimento de 3,6 °C. Se a escala termométrica fosse a Fahrenheit, para um aquecimento de 3,6 °F, a coluna de mercúrio "subiria":

a) 11,8 cm. c) 2,7 cm. e) 1,5 cm.
b) 3,6 cm. d) 1,8 cm.

Resolução:

Para variações de temperatura entre as escalas Celsius e Fahrenheit, temos:

$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180} \Rightarrow \frac{3{,}6}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180} \Rightarrow \Delta\theta_F = 6{,}48\ ^\circ F$$

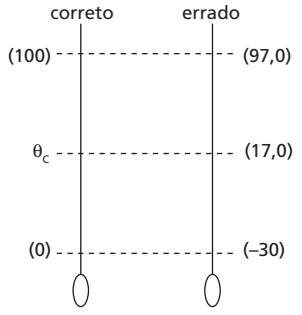
Lembrando que as variações nas escalas são proporcionais,

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\theta_F = 6{,}48\ ^\circ F \rightarrow 2{,}7\ cm \\ \Delta\theta_F = 3{,}6\ ^\circ F \rightarrow x \end{array}\right\} x = \frac{3{,}6 \cdot 2{,}7}{6{,}48}\ cm \Rightarrow \boxed{x = 1{,}5\ cm}$$

Resposta: e

23 (Fatec-SP) Na aferição de um termômetro mal construído, ele foi comparado com um termômetro correto. Para os pontos 100 °C e 0 °C do termômetro correto, o mal construído marcou, respectivamente, 97,0 °C e –3,0 °C. Se esse termômetro marcar 17,0 °C, qual será a temperatura correta?

Resolução:



$$\frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{17{,}0 - (-3{,}0)}{97{,}0 - (-3{,}0)}$$

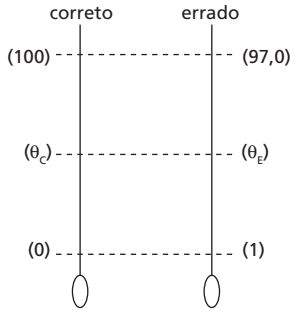
$$\frac{\theta_C}{100} = \frac{20}{100} \Rightarrow$$

$$\boxed{\theta_C = 20\ ^\circ C}$$

Resposta: 20 °C

24 Um termômetro foi graduado, em graus Celsius, incorretamente. Ele assinala 1 °C para o gelo em fusão e 97 °C para a água em ebulição, sob pressão normal. Qual a única temperatura que esse termômetro assinala corretamente, em graus Celsius?

Resolução:



$$\frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_E - 1}{97 - 1}$$

$$\frac{\theta_C}{100} = \frac{\theta_E - 1}{96}$$

Fazendo $\theta_C = \theta_E$, vem:

$$\frac{\theta_C}{100} = \frac{\theta_C - 1}{96}$$

$100\theta_C - 100 = 96\theta_C$

$4\theta_C = 100$

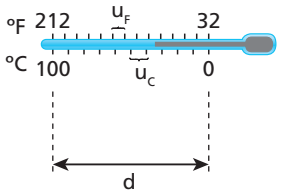
$$\boxed{\theta_C = 25\ ^\circ C}$$

Resposta: 25 °C

25 E.R. Um fabricante de termômetros lançou no mercado um termômetro de mercúrio graduado nas escalas Celsius e Fahrenheit. Na parte referente à escala Celsius, a distância entre duas marcas consecutivas era de 1,08 mm. Qual a distância, na escala Fahrenheit, entre duas marcas consecutivas?

Resolução:

Chamemos de u_C e u_F as respectivas distâncias entre duas marcas consecutivas nas escalas Celsius e Fahrenheit:



Como a distância **d**, indicada na figura, é a mesma nas duas escalas, podemos escrever:

$$d = 100u_C = 180u_F$$

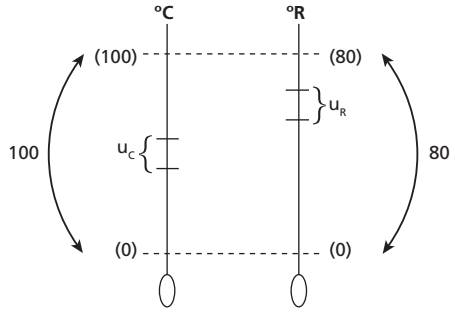
Do enunciado, sabemos que: $u_C = 1{,}08\ mm$

Substituindo esse valor na expressão acima, calculemos u_F:

$$100 \cdot 1{,}08 = 180u_F \Rightarrow u_F = \frac{108}{180} \Rightarrow \boxed{u_F = 0{,}60\ mm}$$

26 Num laboratório, um professor de Física encontrou um antigo termômetro que trazia graduações nas escalas Celsius e Réaumur. Com uma régua, observou que a distância entre duas marcas consecutivas na escala Celsius era de 1,0 mm. Que valor ele encontrou na escala Réaumur?

Resolução:



$100u_C = 80u_R$
Fazendo $u_C = 1{,}0$ mm, temos:
$100 \cdot 1{,}0 = 80u_R$

$u_R = 1{,}25$ mm

Resposta: 1,25 mm

27 A menor temperatura até hoje registrada na superfície da Terra ocorreu em 21 de julho de 1983 na estação russa de Vostok, na Antártida, e seu valor foi de –89,2 °C. Na escala Kelvin, que valor essa temperatura assumiria?

Resolução:
$T(K) = \theta(°C) + 273$
$T = -89 + 273$

$T = 184$ K

Resposta: 184 K

28 No interior de uma sala, há dois termômetros pendurados na parede. Um deles, graduado em Kelvin, indica 298 K para a temperatura ambiente. O outro está graduado em graus Celsius. Quanto esse termômetro está marcando?

Resolução:
$T(K) = \theta(°C) + 273$
$298 = \theta_C + 273$

$\theta_C = 25$ °C

Resposta: 25 °C

29 Lorde Kelvin conceituou zero absoluto como o estágio nulo de agitação das partículas de um sistema físico. Nas escalas Celsius e Fahrenheit, que valores vamos encontrar para expressar a situação física do zero absoluto? (Dê sua resposta desprezando possíveis casas decimais.)

Resolução:
O zero absoluto (zero Kelvin) é definido por:
1) Na escala Celsius
–273 °C
2) Na escala Fahrenheit
–459 °F

Respostas: –273 °C e –459 °F

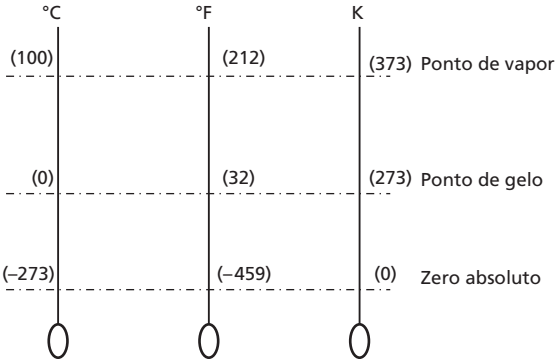
30 As pessoas costumam dizer que na cidade de São Paulo podemos encontrar as quatro estações do ano num mesmo dia. Claro que essa afirmação é um tanto exagerada. No entanto, não é difícil termos variações de até 15 °C num mesmo dia. Na escala absoluta Kelvin, que valor representaria essa variação de temperatura?

Resolução:
Como a unidade na escala Kelvin é igual à unidade na escala Celsius, temos:
$\Delta T(K) = \Delta\theta(°C)$
Assim, para uma variação de 15 °C, vem:
$\Delta T = 15$ K

Resposta: 15 K

31 (Unirio-RJ) Um pesquisador, ao realizar a leitura da temperatura de um determinado sistema, obteve o valor –450. Considerando as escalas usuais (Celsius, Fahrenheit e Kelvin), podemos afirmar que o termômetro utilizado certamente NÃO poderia estar graduado:
a) apenas na escala Celsius.
b) apenas na escala Fahrenheit.
c) apenas na escala Kelvin.
d) nas escalas Celsius e Kelvin.
e) nas escalas Fahrenheit e Kelvin.

Resolução:



No esquema acima, notamos que –450 somente pode ocorrer na escala Fahrenheit.
Assim, a resposta correta é **d**.

Resposta: d

32 (Unifesp-SP) O texto a seguir foi extraído de uma matéria sobre congelamento de cadáveres para sua preservação por muitos anos, publicada no jornal *O Estado de S. Paulo*.

> *Após a morte clínica, o corpo é resfriado com gelo. Uma injeção de anticoagulantes é aplicada e um fluido especial é bombeado para o coração, espalhando-se pelo corpo e empurrando para fora os fluidos naturais. O corpo é colocado em uma câmara com gás nitrogênio, onde os fluidos endurecem em vez de congelar. Assim que atinge a temperatura de –321 °, o corpo é levado para um tanque de nitrogênio líquido, onde fica de cabeça para baixo.*

Na matéria, não consta a unidade de temperatura usada. Considerando que o valor indicado de –321° esteja correto e pertença a uma das escalas, Kelvin, Celsius ou Fahrenheit, pode-se concluir que foi usada a escala:

a) Kelvin, pois se trata de um trabalho científico e esta é a unidade adotada pelo Sistema Internacional.
b) Fahrenheit, por ser um valor inferior ao zero absoluto e, portanto, só pode ser medido nessa escala.
c) Fahrenheit, pois as escalas Celsius e Kelvin não admitem esse valor numérico de temperatura.
d) Celsius, pois só ela tem valores numéricos negativos para a indicação de temperaturas.
e) Celsius, por tratar-se de uma matéria publicada em língua portuguesa e essa ser a unidade adotada oficialmente no Brasil.

Resolução:

Tomando por base o zero absoluto (0 K), vamos determinar seu valor correspondente nas demais escalas:

Celsius

$\theta\,(°C) = T(K) - 273 \Rightarrow \theta_C = 0 - 273$

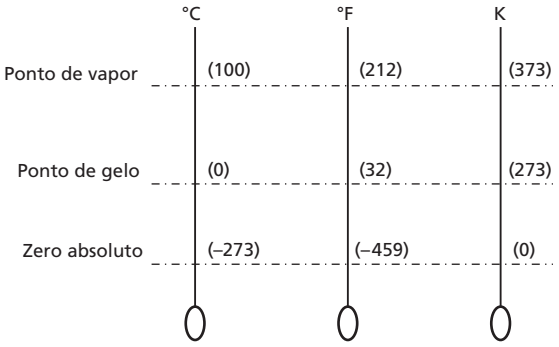
$\boxed{\theta_C = -273\ °C}$

Fahrenheit

$$\frac{\theta_F - 32}{9} = \frac{T - 273}{5} \Rightarrow \frac{\theta_F - 32}{9} = \frac{0 - 273}{5}$$

$\boxed{\theta_F \simeq -459\ °F}$

Observação: Para o aluno visualizar melhor, faça no quadro-de-giz o seguinte esquema:



Resposta: c

33 (Mack-SP) Um pesquisador verifica que certa temperatura obtida na escala Kelvin é igual ao correspondente valor na escala Fahrenheit acrescido de 145 unidades. Qual o valor dessa temperatura na escala Celsius?

Resolução:

$$\begin{cases} T = \theta_F + 145 \\ \dfrac{T - 273}{5} = \dfrac{\theta_F - 32}{9} \end{cases}$$

$$\frac{(\theta_F + 145) - 273}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9} \Rightarrow \frac{\theta_F - 128}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$9\theta_F - 1152 = 5\theta_F - 160$

$4\theta_F = 992$

$\theta_F = 248\ °F$

Mas:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

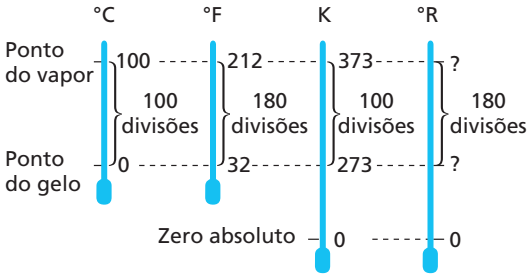
$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{248 - 32}{9} \Rightarrow \boxed{\theta_C = 120\ °C}$$

Resposta: 120 °C

34 E.R. A escala Kelvin tem sua origem no zero absoluto e usa como unidade o grau Celsius. Existe uma outra escala, denominada Rankine, que também tem sua origem no zero absoluto, mas usa como unidade o grau Fahrenheit. Determine a equação de conversão entre as escalas Kelvin e Rankine.

Resolução:

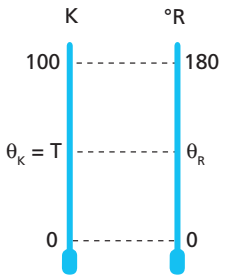
Façamos, inicialmente, um esquema representando as escalas Celsius, Fahrenheit, Kelvin e Rankine:



Do enunciado, sabemos que as origens das escalas Kelvin e Rankine coincidem com o zero absoluto.

Uma vez que a escala Rankine usa como unidade o grau Fahrenheit, observamos que entre os pontos do gelo e do vapor temos 180 divisões, enquanto na Kelvin temos 100 divisões para o mesmo intervalo.

Do exposto, podemos afirmar que ao valor 100 da escala Kelvin corresponde o valor 180 da escala Rankine:



$$\frac{T - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_R - 0}{180 - 0}$$

$$\frac{T}{100} = \frac{\theta_R}{180} \Rightarrow \frac{T}{5} = \frac{\theta_R}{9}$$

$$\boxed{T = \frac{5}{9}\theta_R}$$

35 A relação entre as escalas Celsius (**C**) e Rankine (**R**) é dada pela equação: $\dfrac{R - 492}{9} = \dfrac{C}{2}$.

Para qual temperatura essas escalas fornecem a mesma leitura? Essa temperatura pode existir?

Resolução:

Na mesma leitura, temos R = C.

Assim:

$$\frac{C - 492}{9} = \frac{C}{5} \Rightarrow 9C = 5C - 2460 \Rightarrow \boxed{C = -615\ °C}$$

Essa temperatura não existe. No zero absoluto, a escala Celsius assinala –273,15 °C.

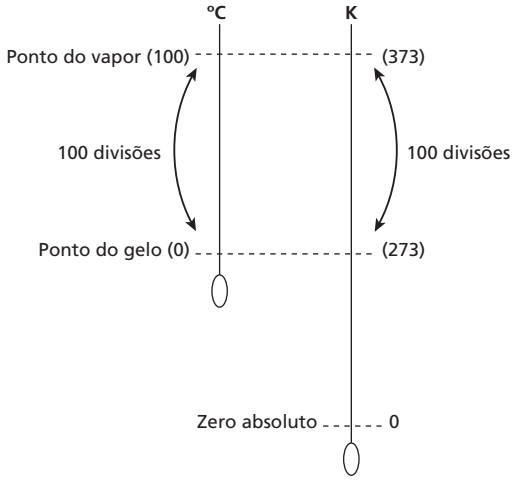
Respostas: – 615 °C; Não.

36 (Uespi) Ao considerarmos a equação que relaciona os valores de temperatura medidos na escala Kelvin (**T**) com os valores correspondentes de temperatura na escala Celsius (θ_C), podemos afirmar que uma variação de temperatura na escala Celsius igual a $\Delta\theta_c = 35$ °C corresponde a uma variação de:

a) $\Delta T = 308$ K.
b) $\Delta T = 238$ K.
c) $\Delta T = 70$ K.
d) $\Delta T = 35$ K.
e) $\Delta T = 0$ K.

Resolução:

Comparando-se as escalas Celsius e Kelvin, temos:



Podemos observar que a variação de 1 °C é igual à variação de 1 K, assim:

$\Delta\theta_C = 35\ °C = \Delta T = 35\ K$

Resposta: d

37 Um físico chamado Galileu Albert Newton encontrava-se em um laboratório realizando um experimento no qual deveria aquecer certa porção de água pura. Mediu a temperatura inicial da água e encontrou o valor 20 °C. Porém, como ele era muito desajeitado, ao colocar o termômetro sobre a mesa, acabou quebrando-o. Procurando outro termômetro, encontrou um graduado na escala Kelvin. No final do aquecimento, observou que a temperatura da água era de 348 K. Na equação utilizada por esse físico, a variação de temperatura deveria estar na escala Fahrenheit. O valor, em graus Fahrenheit, que ele encontrou para a variação de temperatura da água foi de:

a) 20 °F.
b) 66 °F.
c) 75 °F.
d) 99 °F.
e) 106 °F.

Resolução:

Transformando-se 348 K para a escala Celsius, temos:

$\theta\ (°C) = T(K) - 273$

$\theta_C = 348 - 273 \Rightarrow \theta_C = 75\ °C$

A variação de temperatura sofrida pela água é:

$\Delta\theta_C = (75 - 20)\ °C \Rightarrow \Delta\theta_C = 55\ °C$

Como:

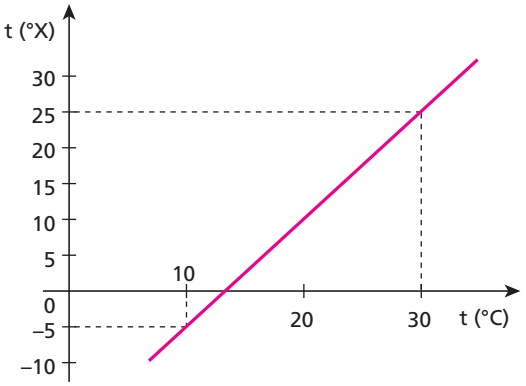
$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180}$$

Então:

$$\frac{55}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta_F = 99\ °F}$$

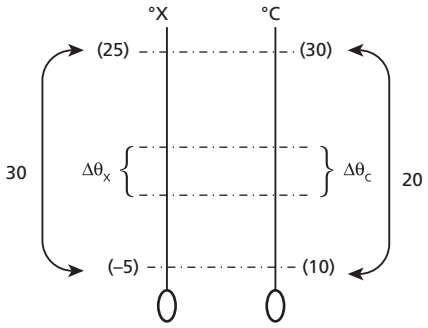
Resposta: d

38 (UEL-PR) O gráfico indicado a seguir representa a relação entre a temperatura medida numa escala **X** e a mesma temperatura medida na escala Celsius.



Para a variação de 1,0 °C, que intervalo vamos observar na escala **X**?

Resolução:



$$\frac{\Delta\theta_X}{30} = \frac{\Delta\theta_C}{20}$$

Para $\Delta\theta_C = 1{,}0$ °C, temos:

$$\frac{\Delta\theta_X}{30} = \frac{1{,}0}{20} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta_X = 1{,}5\ °X}$$

Resposta: 1,5 °X

39 (UFSE) Um termômetro que mede a temperatura ambiente indica sempre 2 °C acima da temperatura correta, e outro que mede a temperatura de um líquido indica 3 °C abaixo da temperatura correta. Se o líquido está 5 °C acima da temperatura ambiente, a indicação dos termômetros defeituosos, em graus Celsius, pode ser:

a) 18 e 16.
b) 18 e 18.
c) 18 e 20.
d) 18 e 23.
e) 18 e 28.

Resolução:

A temperatura ambiente é θ. Assim:

a) O primeiro termômetro, que mede a temperatura ambiente, indica:
$\theta_1 = \theta_2 + 2$ (I)

b) O líquido tem temperatura (θ + 5)

c) O segundo termômetro, que mede a temperatura do líquido, indica:
$\theta_2 = (\theta + 5) - 3$
$\theta_2 = \theta + 2$ (II)

Observando I e II, concluímos que os dois termômetros assinalam valores iguais. Portanto a resposta é **b**.

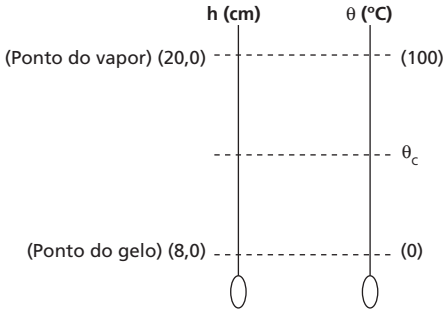
Resposta: b

40 (Mack-SP) Um profissional, necessitando efetuar uma medida de temperatura, utilizou um termômetro cujas escalas termométricas inicialmente impressas ao lado da coluna de mercúrio estavam ilegíveis. Para atingir seu objetivo, colocou o termômetro inicialmente em uma vasilha com gelo fundente, sob pressão normal, e verificou que no equilíbrio térmico a coluna de mercúrio atingiu 8,0 cm. Ao colocar o termômetro em contato com água fervente, também sob pressão normal, o equilíbrio térmico se deu com a coluna de mercúrio, que atingiu 20,0 cm de altura. Se nesse termômetro utilizarmos as escalas Celsius e Fahrenheit e a temperatura a ser medida for expressa pelo mesmo valor nas duas escalas, a coluna de mercúrio terá a altura de:

a) 0,33 cm.
b) 0,80 cm.
c) 3,2 cm.
d) 4,0 cm.
e) 6,0 cm.

Resolução:

Relacionando a altura da coluna de mercúrio com a escala Celsius, temos:



Assim:

$$\frac{h - 8,0}{20,0 - 8,0} = \frac{\theta_C - 0}{100 - 0} \Rightarrow \frac{h - 8,0}{12,0} = \frac{\theta_C}{100} \Rightarrow h = \frac{3\theta_C}{25} + 8,0$$

As escalas Celsius e Fahrenheit assinalam valores iguais na temperatura de –40°.

$\theta_C = \theta_F = -40°$

Portanto:

$$h = \frac{3(-40)}{25} + 8,0 = -4,8 + 8,0 \Rightarrow \boxed{h = 3,2 \text{ cm}}$$

Resposta: c

41 (UCDB-MT) Um processo rápido para estimar valor em graus Celsius de uma temperatura fornecida em graus Fahrenheit é dividir o valor fornecido por dois e subtrair 16. Assim, 76 °F valeriam, aproximadamente, 22 °C. O erro dessa estimativa seria de:

a) 10%.
b) 15%.
c) 20%.
d) 23%.
e) 25%.

Resolução:

Aplicando a fórmula de conversão entre as escalas Celsius e Fahrenheit, temos:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9} \Rightarrow \frac{\theta_C}{5} = \frac{76 - 32}{9} = \frac{44}{9}$$

$\theta_C = 24,4$ °C

Pelo processo citado no texto, o valor obtido seria 22 °C. Assim, o erro vale:

$\Delta\theta = 24,4 - 22$ (°C) $\Rightarrow$ $\Delta\theta = 2,4$ °C

Portanto:

24,4 °C → 100%
2,4 °C → x%

$$x = \frac{100 \cdot 2,4}{24,4} \Rightarrow \boxed{x \simeq 9,8\% \simeq 10\%}$$

Resposta: a

42 (Unifesp-SP) Quando se mede a temperatura do corpo humano com um termômetro clínico de mercúrio em vidro, procura-se colocar o bulbo do termômetro em contato direto com regiões mais próximas do interior do corpo e manter o termômetro assim durante algum tempo, antes de fazer a leitura. Esses dois procedimentos são necessários porque:

a) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque demanda sempre algum tempo para que a troca de calor entre o corpo humano e o termômetro se efetive.
b) é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo, e porque demanda sempre algum tempo para que a troca de calor entre o corpo humano e o termômetro se efetive.
c) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque é preciso evitar a interferência do calor específico médio do corpo humano.
d) é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo, e porque o calor específico médio do corpo humano é muito menor que o do mercúrio e o do vidro.
e) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo.

Resolução:

Por meio da transpiração, a pele regula a temperatura interna do corpo humano. Assim, para obter o valor dessa temperatura, devemos introduzir o termômetro em uma das aberturas do corpo, como, por exemplo, a boca. O termômetro deve ficar algum tempo em contato com o corpo para que a transferência de calor possa proporcionar o equilíbrio térmico entre o mercúrio (do termômetro) e o interior desse corpo humano.

Resposta: b

43 (UEPB) Em 1851, o matemático e físico escocês William Thomson, que viveu entre 1824 e 1907, mais tarde possuidor do título de Lorde Kelvin, propôs a escala absoluta de temperatura, atualmente conhecida como escala Kelvin de temperatura (**K**). Utilizando-se das informações contidas no texto, indique a alternativa **correta**:

a) Com o avanço da tecnologia, atualmente, é possível obter a temperatura de zero absoluto.
b) Os valores dessa escala estão relacionados com os da escala Fahrenheit (°F), por meio da expressão K = °F + 273.
c) A partir de 1954, adotou-se como padrão o ponto tríplice da água, temperatura em que a água coexiste nos três estados — sólido, líquido e vapor. Isso ocorre à temperatura de 0,01 °F ou 273,16 K, por definição, e à pressão de 610 Pa (4,58 mm Hg).
d) Kelvin é a unidade de temperatura comumente utilizada nos termômetros brasileiros.
e) Kelvin considerou que a energia de movimento das moléculas dos gases atingiria um valor mínimo de temperatura, ao qual ele chamou zero absoluto.

Resolução:

a) **Incorreta** – Apesar dos avanços da tecnologia, ainda não é possível atingir o zero absoluto.

b) **Incorreta** – Usando a relação entre temperaturas das escalas Celsius, Fahrenheit e Kelvin, temos:

$$\frac{°C}{5} = \frac{°F - 32}{9} = \frac{K - 273}{5}$$

Então:

$$\boxed{K = \frac{5(°F)}{9} + 255{,}2}$$

c) **Incorreta** – O erro está no valor do ponto tríplice: 0,01 °F; o correto é 0,01 °C.
Observe que: 273,16 K = 0,01 °C
Atenção à conversão: 610 Pa ≃ 4,58 mm Hg.

d) **Incorreta** – A escala utilizada nos termômetros brasileiros é a *Celsius*. Costuma-se chamar essa escala de *centígrada* pelo fato de haver 100 unidades entre os pontos fixos adotados (fusão do gelo e ebulição da água a pressão atmosférica normal). Porém *centígrada* não é uma denominação que determine univocamente a escala Celsius: entre os pontos fixos adotados na escala Kelvin também há 100 unidades.

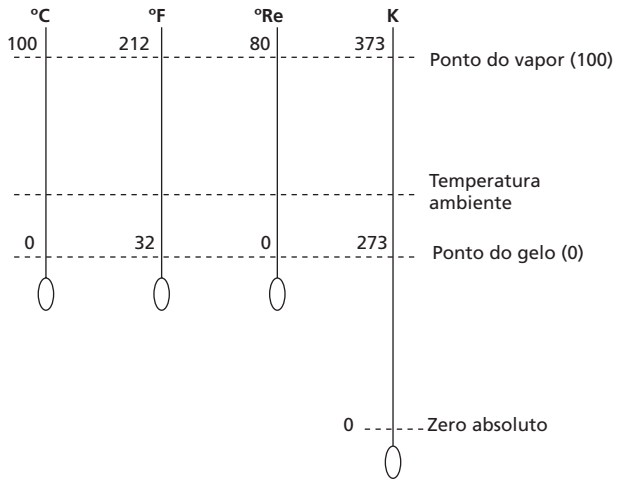
e) **Correta** – Kelvin estabeleceu como zero absoluto a menor temperatura que um sistema poderia atingir. Essa situação térmica deveria corresponder ao repouso das partículas do sistema. Ele imaginou essa situação a partir de uma amostra de gás.

Resposta: e

44 Na parede da sala de uma residência são colocados quatro termômetros, graduados nas escalas Celsius, Fahrenheit, Réaumur e Kelvin. Numericamente, qual deles apresentará maior leitura?

a) Fahrenheit.
b) Celsius.
c) Réaumur.
d) Kelvin.
e) Todos os termômetros apresentarão a mesma leitura.

Resolução:

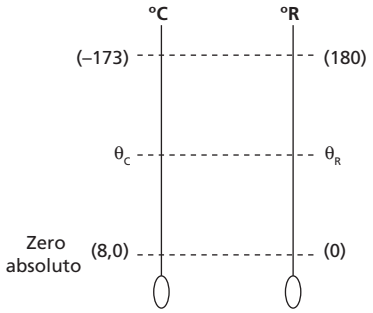


No esquema, podemos observar que o maior valor numérico, para a temperatura ambiente, é obtido na escala Kelvin.

Resposta: d

45 A escala Rankine tem origem no zero absoluto e utiliza como unidade o grau Fahrenheit. Que valores, nessa escala, representam os pontos do gelo e do vapor?

Resolução:



Para cada 100 divisões na escala Celsius, temos 180 divisões na escala Fahrenheit; portanto, 180 divisões na escala Rankine.
Assim:

$$\frac{\theta_C - (-273)}{-173 - (-273)} = \frac{\theta_R - 0}{180 - 0}$$

$$\frac{\theta_C + 273}{100} = \frac{\theta_R}{180}$$

$\theta_R = 1{,}8\,(\theta_C + 273)$

Para $\theta_C = 0$ °C (ponto do gelo), temos:

$\theta_R = 1{,}8\,(0 + 273)$

$$\boxed{\theta_R = 491\ °R}$$

Para $\theta_C = 100$ °C (ponto do vapor), temos:

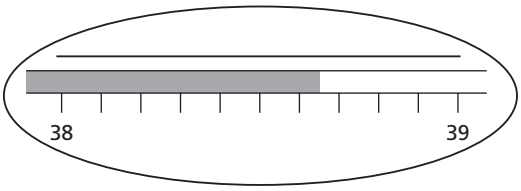
$\theta_R = 1{,}8\,(100 + 273)$

$$\boxed{\theta_R = 671\ °R}$$

Nota: Desprezadas as casas decimais.

Respostas: 491 °R e 671 °R

46 (Unifesp-SP) Na medida de temperatura de uma pessoa por meio de um termômetro clínico, observou-se que o nível de mercúrio estacionou na região entre 38 °C e 39 °C da escala, como está ilustrado na figura.



Após a leitura da temperatura, o médico necessita do valor transformado para uma nova escala, definida por $t_X = \frac{2t_C}{3}$ e em unidades °X, onde t_C é a temperatura na escala Celsius. Lembrando de seus conhecimentos sobre algarismos significativos, ele conclui que o valor mais apropriado para a temperatura t_X é:

a) 25,7 °X.
b) 25,7667 °X.
c) 25,766 °X.
d) 25,77 °X.
e) 26 °X.

Resolução:
Na leitura do termômetro, encontramos o valor $t_C = 38{,}65\ °C$, em que 5 é o algarismo duvidoso.
Assim, usando a expressão fornecida, temos:

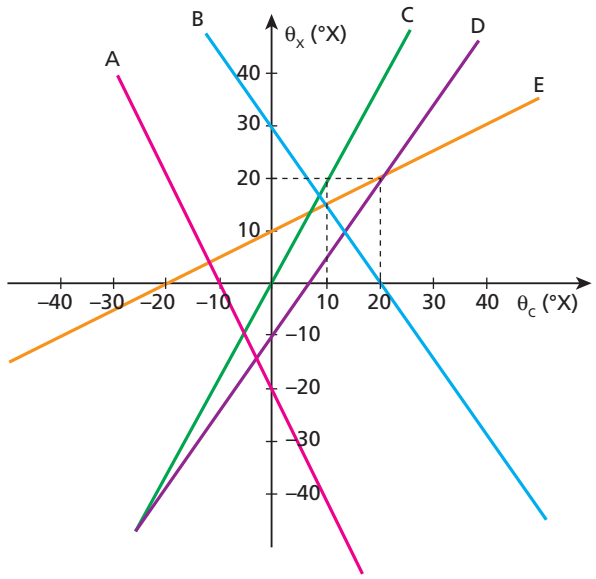
$$t_X = \frac{2 \cdot 38{,}65}{3}\ (°X)$$

$$\boxed{t_X \simeq 25{,}77\ °X}$$

em que o último algarismo 7 é duvidoso.

Resposta: d

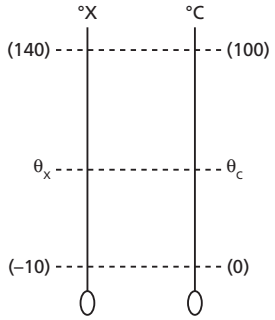
47



Um estudante inventou uma escala termométrica, denominada **X**, que registra o valor –10 °X para o ponto do gelo e 140 °X para o ponto do vapor.
Qual dos gráficos pode representar a relação entre essa escala **X** e a escala Celsius?

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

Resolução:
Relação entre as escalas X e Celsius:



$$\frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_X - (-10)}{140 - (-10)} \Rightarrow \frac{\theta_C}{100} = \frac{\theta_X + 10}{150} \Rightarrow \theta_C = \frac{2(\theta_X + 10)}{3}$$

Fazendo $\theta_X = 0\ °X$, temos:

$$\theta_C = \frac{2(0 + 10)}{3} \Rightarrow \boxed{\theta_C \simeq 6{,}7\ °C}$$

Analisando o gráfico fornecido, notamos que a única reta que passa pelo ponto definido por $\theta_X = 0\ °X$ e $\theta_C \simeq 6{,}7\ °C$ é a denominada **d**.

Resposta: d

48 No dia 1º, à 0 h de determinado mês, uma criança deu entrada num hospital com suspeita de meningite. Sua temperatura estava normal (36,5 °C). A partir do dia 1º, a temperatura dessa criança foi plotada num gráfico por meio de um aparelho registrador contínuo. Esses dados caíram nas mãos de um estudante de Física, que verificou a relação existente entre a variação de temperatura ($\Delta\theta$), em graus Celsius, e o dia (**t**) do mês. O estudante encontrou a seguinte equação:

$$\Delta\theta = -0{,}20t^2 + 2{,}4t - 2{,}2$$

A partir dessa equação, analise as afirmações dadas a seguir e indique a correta.

a) A maior temperatura que essa criança atingiu foi 40,5 °C.
b) A maior temperatura dessa criança foi atingida no dia 6.
c) Sua temperatura voltou ao valor 36,5 °C no dia 12.
d) Entre os dias 3 e 8 sua temperatura sempre aumentou.
e) Se temperaturas acima de 43 °C causam transformações bioquímicas irreversíveis, então essa criança ficou com problemas cerebrais.

Resolução:

$$\Delta\theta = -0{,}2t^2 + 2{,}4t - 2{,}2$$

Achando as raízes dessa equação, temos:

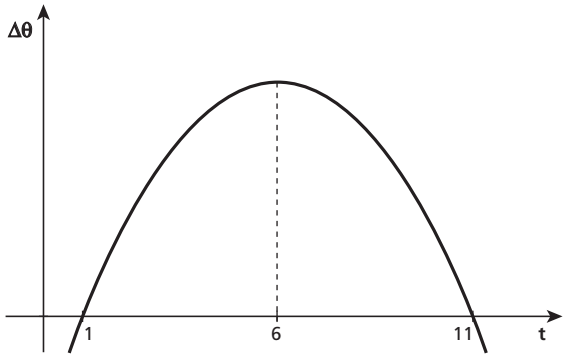
$$0 = -0{,}2t^2 + 2{,}4t - 2{,}2$$

$$t^2 - 12t + 11 = 0$$

$$t = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4\,(1)\,(11)}}{2(1)}$$

$$t \begin{cases} 1 \\ 11 \end{cases}$$

Como originalmente o coeficiente do termo t^2 é negativo, a parábola tem concavidade voltada para baixo:



Portanto, a máxima ocorre no dia 6, ponto médio entre 1 e 11.
Nota: Outra forma de resolver o problema é usar derivadas.

$$\frac{d\Delta\theta}{dt} = -0{,}4t + 2{,}4$$

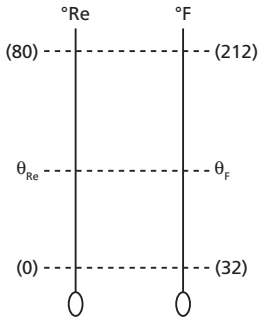
No ponto máximo da função, a sua derivada é nula.

$$0 = -0{,}4t + 2{,}4 \Rightarrow \boxed{t = 6}$$

Resposta: b

49 No século XVIII, o físico francês Réaumur criou uma escala termométrica que assinalava 0 para o ponto do gelo e 80 para o ponto do vapor. A razão de ter adotado os valores 0 e 80 é que, após vários experimentos, ele descobriu que o álcool, que foi usado como substância termométrica, expandia 80 partes por mil ao ser aquecido do ponto do gelo até o ponto do vapor.
Comparando essa escala Réaumur com a escala Fahrenheit, qual a temperatura em que as leituras correspondem a um mesmo valor numérico?

Resolução:



$$\frac{\theta_{Re} - 0}{80 - 0} = \frac{\theta_F - 32}{212 - 32}$$

$$\frac{\theta_{Re}}{80} = \frac{\theta_F - 32}{180}$$

Fazendo $\theta_{Re} = \theta_F = \theta$, temos:

$$\frac{\theta}{80} = \frac{\theta - 32}{180}$$

$$180\theta = 80\theta - 2560$$

$$100\theta = -2560$$

$$\boxed{\theta = -25{,}6^\circ}$$

Resposta: –25,6°

Tópico 2

1 Analise as proposições e indique a **falsa**.
a) O somatório de toda a energia de agitação das partículas de um corpo é a energia térmica desse corpo.
b) Dois corpos atingem o equilíbrio térmico quando suas temperaturas se tornam iguais.
c) A energia térmica de um corpo é função da sua temperatura.
d) Somente podemos chamar de calor a energia térmica em trânsito; assim, não podemos afirmar que um corpo contém calor.
e) A quantidade de calor que um corpo contém depende de sua temperatura e do número de partículas nele existentes.

Resolução:
Calor é energia térmica em trânsito. Um corpo sempre tem energia térmica, mas possui calor somente quando essa energia está em trânsito. Assim, um corpo tem energia térmica, mas não tem calor.

Resposta: e

2 Imagine dois corpos **A** e **B** com temperaturas T_A e T_B, sendo $T_A > T_B$. Quando colocamos esses corpos em contato térmico, podemos afirmar que ocorre o seguinte fato:
a) Os corpos se repelem.
b) O calor flui do corpo **A** para o corpo **B** por tempo indeterminado.
c) O calor flui do corpo **B** para o corpo **A** por tempo indeterminado.
d) O calor flui de **A** para **B** até que ambos atinjam a mesma temperatura.
e) Não acontece nada.

Resolução:
A energia térmica flui espontaneamente do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura até que esses corpos atinjam o equilíbrio térmico, isto é, até que as temperaturas atinjam o mesmo valor.

Resposta: d

3 No café-da-manhã, uma colher metálica é colocada no interior de uma caneca que contém leite bem quente. A respeito desse acontecimento, são feitas três afirmativas.
I. Após atingirem o equilíbrio térmico, a colher e o leite estão a uma mesma temperatura.
II. Após o equilíbrio térmico, a colher e o leite passam a conter quantidades iguais de energia térmica.
III. Após o equilíbrio térmico, cessa o fluxo de calor que existia do leite (mais quente) para a colher (mais fria).
Podemos afirmar que:
a) somente a afirmativa I é correta;
b) somente a afirmativa II é correta;
c) somente a afirmativa III é correta;
d) as afirmativas I e III são corretas;
e) as afirmativas II e III são corretas.

Resolução:
I) Correta.
No equilíbrio térmico, as temperaturas dos corpos são iguais.
II) Incorreta.
A quantidade de energia térmica de um corpo depende de sua temperatura e do número de partículas que possui. Assim, mesmo as temperaturas do leite e da colher sendo iguais, seu número de partículas pode não ser o mesmo.
III) Correta.
O que fazia o calor fluir de um corpo para outro era a diferença de temperaturas existente entre eles.

Resposta: d

4 Analise as proposições e indique a **verdadeira**.
a) Calor e energia térmica são a mesma coisa, podendo sempre ser usados tanto um termo como o outro, indiferentemente.
b) Dois corpos estão em equilíbrio térmico quando possuem quantidades iguais de energia térmica.
c) O calor sempre flui da região de menor temperatura para a de maior temperatura.
d) Calor é energia térmica em trânsito, fluindo espontaneamente da região de maior temperatura para a de menor temperatura.
e) Um corpo somente possui temperatura maior que a de um outro quando sua quantidade de energia térmica também é maior que a do outro.

Resolução:
Calor é a denominação que damos à energia térmica enquanto ela está transitando entre dois locais de temperaturas diferentes. O sentido espontâneo é do local de maior temperatura para o local de menor temperatura.

Resposta: d

5 (Unirio-RJ) Indique a proposição correta.
a) Todo calor é medido pela temperatura, isto é, calor e temperatura são a mesma grandeza.
b) Calor é uma forma de energia em trânsito e temperatura mede o grau de agitação das moléculas de um sistema.
c) O calor nunca é função da temperatura.
d) O calor só é função da temperatura quando o sistema sofre mudança em seu estado físico.
e) A temperatura é a grandeza cuja unidade fornece a quantidade de calor de um sistema.

Resolução:
Calor é energia térmica em trânsito e temperatura determina o grau de agitação das partículas de um sistema.

Resposta: b

6 (Enem) A sensação de frio que nós sentimos resulta:
a) do fato de nosso corpo precisar receber calor do meio exterior para não sentirmos frio.
b) da perda de calor do nosso corpo para a atmosfera que está a uma temperatura maior.
c) da perda de calor do nosso corpo para a atmosfera que está a uma temperatura menor.
d) do fato de a friagem que vem da atmosfera afetar o nosso corpo.
e) da transferência de calor da atmosfera para o nosso corpo.

Resolução:
Quanto mais rápido perdemos energia térmica, maior é a nossa sensação de frio. Essa rapidez é função da diferença de temperatura entre o nosso corpo e a atmosfera do meio onde nos encontramos.

Resposta: c

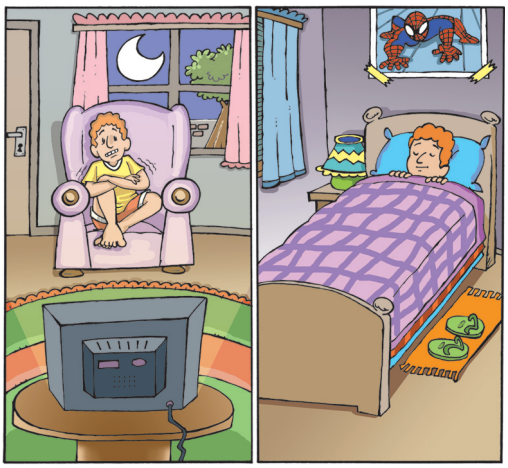
7 Você sabe que o aprendizado da Física também se faz por meio da observação das situações que ocorrem no nosso dia-a-dia. Faça um experimento. Caminhe descalço sobre um carpete ou um tapete e sobre um piso cerâmico, como o do banheiro da sua casa, por exemplo. Você vai notar que o piso cerâmico parece mais frio do que o tapete, apesar de estarem à mesma temperatura. Essa diferença de sensação se deve ao fato de:

a) a capacidade térmica do piso cerâmico ser menor que a do tapete;
b) a temperatura do piso cerâmico ser menor que a do tapete;
c) a temperatura do tapete ser menor que a do piso cerâmico;
d) a condutividade térmica do piso cerâmico ser maior que a do tapete;
e) a condutividade térmica do piso cerâmico ser menor que a do tapete.

Resolução:
A sensação de frio é devida à perda de energia térmica através da pele da planta do nosso pé. O tapete é um mau condutor de calor e o piso cerâmico é condutor. Assim, a energia térmica flui mais rapidamente da nossa pele quando estamos em contato com o piso cerâmico.

Resposta: d

8 Numa noite muito fria, você ficou na sala assistindo à televisão. Após algum tempo, foi para a cama e deitou-se debaixo das cobertas (lençol, cobertor e edredom). Você nota que a cama está muito fria, apesar das cobertas, e só depois de algum tempo o local se torna aquecido.



Isso ocorre porque:

a) o cobertor e o edredom impedem a entrada do frio que se encontra no meio externo;
b) o cobertor e o edredom possuem alta condutividade térmica;
c) o cobertor e o edredom possuem calor entre suas fibras, que, ao ser liberado, aquece a cama;
d) o cobertor e o edredom não são aquecedores, são isolantes térmicos, que não deixam o calor liberado por seu corpo sair para o meio externo;
e) sendo o corpo humano um bom absorvedor de frio, após algum tempo não há mais frio debaixo das cobertas.

Resolução:
O cobertor e o edredom não são aquecedores, são isolantes térmicos que não deixam o calor liberado por nosso corpo sair para o meio externo, deixando-nos aquecidos.

Resposta: d

9 (Ufes) Para resfriar um líquido, é comum colocar a vasilha que o contém dentro de um recipiente com gelo, conforme a figura. Para que o resfriamento seja mais rápido, é conveniente que a vasilha seja metálica, em vez de ser de vidro, porque o metal apresenta, em relação ao vidro, um maior valor de:

a) condutividade térmica.
b) calor específico.
c) coeficiente de dilatação térmica.
d) energia interna.
e) calor latente de fusão.

Resolução:
O metal tem maior coeficiente de condutividade térmica do que o vidro. O metal é bom condutor de calor e vidro é péssimo.

Resposta: a

10 Uma garrafa e uma lata de refrigerante permanecem durante vários dias em uma geladeira. Quando pegamos a garrafa e a lata com as mãos desprotegidas para retirá-las da geladeira, temos a impressão de que a lata está mais fria do que a garrafa. Isso é explicado pelo fato de:

a) a temperatura do refrigerante na lata ser diferente da temperatura do refrigerante na garrafa;
b) a capacidade térmica do refrigerante na lata ser diferente da capacidade térmica do refrigerante na garrafa;
c) o calor específico dos dois recipientes ser diferente;
d) o coeficiente de dilatação térmica dos dois recipientes ser diferente;
e) a condutividade térmica dos dois recipientes ser diferente.

Resolução:
O metal da lata tem condutividade térmica maior do que o vidro da garrafa. Assim, ao tocarmos ambos, perderemos calor mais rapidamente para a lata. Por isso ela parecerá mais fria do que a garrafa.

Resposta: e

11 (UFSC) Identifique a(s) proposição(ões) **verdadeira(s)**:

(01) Um balde de isopor mantém o refrigerante gelado porque impede a saída do frio.
(02) A temperatura de uma escova de dentes é maior que a temperatura da água da pia; mergulhando-se a escova na água, ocorrerá uma transferência de calor da escova para a água.
(04) Se tivermos a sensação de frio ao tocar um objeto com a mão, isso significa que esse objeto está a uma temperatura inferior à nossa.
(08) Um copo de refrigerante gelado, pousado sobre uma mesa, num típico dia de verão, recebe calor do meio ambiente até ser atingido o equilíbrio térmico.
(16) O agasalho, que usamos em dias frios para nos mantermos aquecidos, é um bom condutor de calor.
(32) Os esquimós, para se proteger do frio intenso, constroem abrigos de gelo porque o gelo é um isolante térmico.

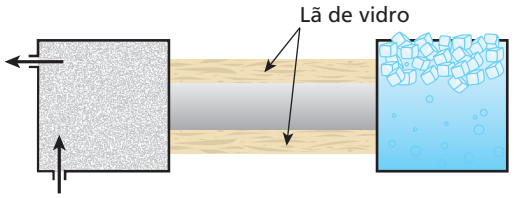
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução:
(01) **Falsa** – O isopor impede que o calor proveniente do meio ambiente atinja o refrigerante.
(02) **Verdadeira** – A transferência espontânea de calor se processa do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura.
(04) **Verdadeira** – A sensação de frio é determinada pela perda de energia térmica do nosso corpo para o objeto ou meio com o qual entra em contato.

(08) **Verdadeira** – A energia térmica do ambiente será recebida pelo refrigerante gelado, aquecendo-o até o equilíbrio térmico.
(16) **Falsa** – Os agasalhos são confeccionados com materiais que são péssimos condutores de calor; eles são, na verdade, bons isolantes térmicos.
(32) **Verdadeira** – O gelo é um bom isolante térmico, pois possui baixa condutividade térmica.

Resposta: 46

12 E.R. Uma barra de alumínio de 50 cm de comprimento e área de seção transversal de 5 cm² tem uma de suas extremidades em contato térmico com uma câmara de vapor de água em ebulição (100 °C). A outra extremidade está imersa em uma cuba que contém uma mistura bifásica de gelo fundente (0 °C):



A pressão atmosférica local é normal. Sabendo que o coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio vale 0,5 cal/s cm °C, calcule:
a) a intensidade da corrente térmica através da barra, depois de estabelecido o regime permanente;
b) a temperatura numa seção transversal da barra, situada a 40 cm da extremidade mais quente.

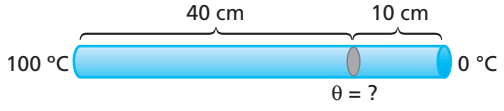
Resolução:
a) No regime permanente, a corrente térmica é calculada pela Lei de Fourier:

$$\phi = k\frac{A\Delta\theta}{\ell}$$

Do enunciado, temos que:
$k = 0{,}5$ cal/s cm °C
$A = 5$ cm²
$\Delta\theta = 100\ °C - 0\ °C = 100\ °C$
$\ell = 50$ cm
Substituindo esses valores na expressão anterior, vem:

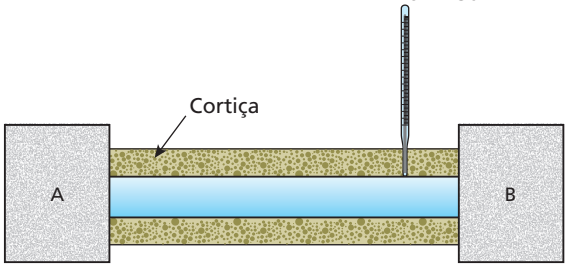
$$\phi = \frac{0{,}5 \cdot 5 \cdot 100}{50} \Rightarrow \boxed{\phi = 5\ \text{cal/s}}$$

b) Sabemos que, no regime permanente ou estacionário, a intensidade da corrente térmica através da barra é constante; assim, temos:



$$\phi = \frac{kA(100-\theta)}{40} \Rightarrow 5 = \frac{0{,}5 \cdot 5 \cdot (100-\theta)}{40} \Rightarrow \boxed{\theta = 20\ °C}$$

13 (Unama-AM) A figura a seguir apresenta uma barra de chumbo de comprimento 40 cm e área de seção transversal 10 cm² isolada com cortiça; um termômetro fixo na barra calibrado na escala Fahrenheit, e dois dispositivos **A** e **B** que proporcionam, nas extremidades da barra, as temperaturas correspondentes aos pontos do vapor e do gelo, sob pressão normal, respectivamente. Considerando a intensidade da corrente térmica constante ao longo da barra, determine a temperatura registrada no termômetro, sabendo que ele se encontra a 32 cm do dispositivo **A**. **Dado:** coeficiente de condutibilidade térmica do chumbo $= 8{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\text{cal cm}}{\text{cm}^2\ °C\ s}$



Resolução:
O fluxo de calor através da barra é constante, assim os fluxos através das partes anterior e posterior ao termômetro são iguais:

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow \frac{k\ A\ \Delta\theta_1}{L_1} = \frac{k\ A\ \Delta\theta_2}{L_2} \Rightarrow \frac{(212-\theta)}{32} = \frac{(\theta-32)}{8}$$

$$4(\theta - 32) = (212 - \theta) \Rightarrow 4\theta - 128 = 212 - \theta \Rightarrow 5\theta = 340 \Rightarrow \boxed{\theta = 68\ °F}$$

Resposta: 68 °F

14 (Mack-SP) Para determinarmos o fluxo de calor por condução através de uma placa homogênea e de espessura constante, em regime estacionário, utilizamos a Lei de Fourier $\left[\phi = k\frac{A(\theta_1 - \theta_2)}{e}\right]$.
A constante de proporcionalidade que aparece nessa lei matemática depende da natureza do material e se denomina Coeficiente de Condutibilidade Térmica. Trabalhando com as unidades do SI, temos, para o alumínio, por exemplo, um coeficiente de condutibilidade térmica igual a $2{,}09 \cdot 10^2$. Se desejarmos expressar essa constante, referente ao alumínio, com sua respectiva unidade de medida, teremos:
a) $2{,}09 \cdot 10^2$ cal/s
b) $2{,}09 \cdot 10^2$ cal/s cm °C
c) $2{,}09 \cdot 10^2$ J/s
d) $2{,}09 \cdot 10^2$ J/s m K
e) $2{,}09 \cdot 10^2$ J/K

Resolução:
No SI, a unidade de fluxo de calor é dado por:

$$[\phi] = \frac{[Q]}{[\Delta t]} = \frac{J}{s}$$

Assim, na lei de Fourier, temos:

$$\frac{J}{s} = [k]\frac{m^2\ K\ (\text{ou } °C)}{m}$$

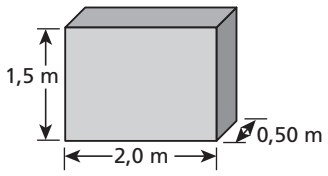
Portanto:

$$\boxed{[k] = \frac{J}{m\ s\ K}}$$

Resposta: d

15 Na figura a seguir, você observa uma placa de alumínio que foi utilizada para separar o interior de um forno, cuja temperatura mantinha-se estável a 220 °C, e o meio ambiente (20 °C).
Após atingido o regime estacionário, qual a intensidade da corrente térmica através dessa chapa metálica?

Suponha que o fluxo ocorra através da face de área maior.
Dado: coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio = 0,50 cal/s cm °C



Resolução:
Usando-se a Lei de Fourier, temos:

$$\phi = \frac{K\,A\,\Delta\theta}{\ell}$$

Assim:

$$\phi = \frac{0{,}50 \cdot (150 \cdot 200) \cdot (220 - 20)}{50}$$

$$\boxed{\phi = 6{,}0 \cdot 10^4 \text{ cal/s}}$$

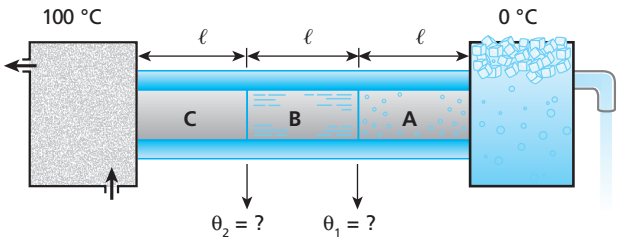
Resposta: $6{,}0 \cdot 10^4$ cal/s

16 **E.R.** Três barras cilíndricas idênticas em comprimento e secção são ligadas formando uma única barra, cujas extremidades são mantidas a 0 °C e 100 °C. A partir da extremidade mais fria, as condutibilidades térmicas dos materiais das barras valem:

$$(0{,}20),\ (0{,}50) \text{ e } (1{,}0)\ \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2\,^\circ\text{C}}$$

Supondo que em volta das barras exista um isolamento de vidro e desprezando quaisquer perdas de calor, calcule a temperatura nas junções onde uma barra é ligada à outra.

Resolução:



$$k_A = 0{,}20\ \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2\,^\circ\text{C}} \qquad k_B = 0{,}50\ \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2\,^\circ\text{C}} \qquad k_C = 1{,}0\ \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2\,^\circ\text{C}}$$

No regime permanente, o fluxo de calor através das barras será o mesmo e permanecerá constante; portanto, podemos escrever:

$$\phi = k_A \frac{A_A(\theta_1 - 0)}{\ell_A} = k_B \frac{A_B(\theta_2 - \theta_1)}{\ell_B} = k_C \frac{A_C(100 - \theta_2)}{\ell_C}$$

Mas $A_A = A_B = A_C$ e $\ell_A = \ell_B = \ell_C$.

Logo:

$$k_A(\theta_1 - 0) = k_B(\theta_2 - \theta_1) = k_C(100 - \theta_2)$$

Desmembrando, temos:

$$\begin{cases} k_A(\theta_1 - 0) = k_C(100 - \theta_2) \\ k_A(\theta_1 - 0) = k_B(\theta_2 - \theta_1) \end{cases}$$

Substituindo os valores conhecidos, temos:

$$\begin{cases} 0{,}20\theta_1 = 1{,}0(100 - \theta_2) \quad \text{(I)} \\ 0{,}20\theta_1 = 0{,}50(\theta_2 - \theta_1) \quad \text{(II)} \end{cases}$$

De (II), temos:

$$0{,}20\theta_1 = 0{,}50\theta_2 - 0{,}50\theta_1$$

$$0{,}70\theta_1 = 0{,}50\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{0{,}70}{0{,}50}\,\theta_1$$

$$\theta_2 = 1{,}4\theta_1 \quad \text{(III)}$$

Substituindo (III) em (I), temos:

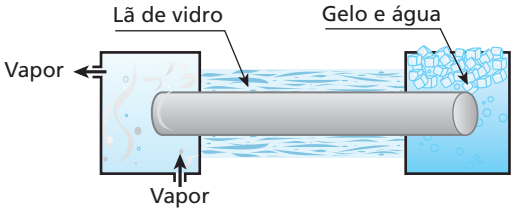
$$0{,}20\theta_1 = 100 - 1{,}4\theta_1 \Rightarrow 1{,}6\theta_1 = 100$$

$$\boxed{\theta_1 = 62{,}5\ ^\circ\text{C}}$$

Voltando em (III), resulta:

$$\theta_2 = 1{,}4(62{,}5) \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 87{,}5\ ^\circ\text{C}}$$

17 Uma barra de alumínio de 50 cm de comprimento e área de secção transversal 5 cm² tem uma de suas extremidades em contato térmico com uma câmara de vapor de água em ebulição.
A outra extremidade da barra está imersa em uma cuba que contém uma mistura bifásica de gelo e água em equilíbrio térmico. A pressão atmosférica é normal. Sabe-se que o coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio vale 0,5 cal cm/s cm² °C.



Qual a temperatura da secção transversal da barra, situada a 40 cm da extremidade mais fria?

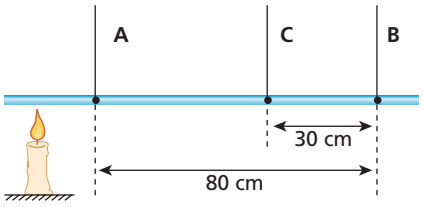
Resolução:
No regime estacionário, temos:

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow \frac{k\ A\ \Delta\theta_1}{L_1} = \frac{k\ A\ \Delta\theta_2}{L_2} \Rightarrow \frac{(100 - \theta)}{10} = \frac{(\theta - 0)}{40}$$

$$\theta = 4(100 - \theta) \Rightarrow \theta = 400 - 4\theta \Rightarrow 5\theta = 400 \Rightarrow \boxed{\theta = 80\ ^\circ\text{C}}$$

Resposta: 80 °C

18 Uma barra metálica é aquecida conforme a figura; **A**, **B** e **C** são termômetros. Admita a condução de calor em regime estacionário e no sentido longitudinal da barra. Quando os termômetros das extremidades indicarem 200 °C e 80°C, o intermediário indicará:



a) 195 °C.
b) 175 °C.
c) 140 °C.
d) 125 °C.
e) 100 °C.

Resolução:
No regime estacionário, temos:

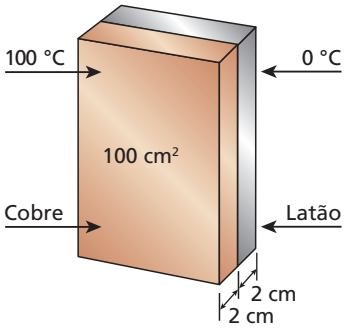
$$\phi_{AC} = \phi_{CB} \Rightarrow \frac{k\ A\ (\theta_A - \theta_C)}{80 - 30} = \frac{k\ A\ (\theta_C - \theta_B)}{30}$$

$$\frac{(200 - \theta_C)}{50} = \frac{(\theta_C - 80)}{30}$$

$$5\theta_C - 400 = 600 - 3\theta_C \Rightarrow 8\theta_C = 1\,000 \Rightarrow \boxed{\theta_C = 125\ °C}$$

Resposta: d

19 A condutividade térmica do cobre é aproximadamente quatro vezes maior que a do latão. Duas placas, uma de cobre e outra de latão, com 100 cm² de área e 2,0 cm de espessura, são justapostas como ilustra a figura dada abaixo.
Considerando-se que as faces externas do conjunto sejam mantidas a 0 °C e 100 °C, qual será a temperatura na interface da separação das placas quando for atingido o regime estacionário?



Resolução:
No regime estacionário, temos:

$$\phi_1 = \phi_2$$

$$\frac{k_1\ A\ (100 - \theta)}{2} = \frac{k_2\ A\ (\theta - 0)}{2}$$

$$4(100 - \theta) = \theta \Rightarrow 400 - 40 = \theta \Rightarrow 400 = 5\theta$$

$$\boxed{\theta = 80\ °C}$$

Resposta: 80 °C

20 Em cada uma das situações descritas a seguir você deve reconhecer o processo de transmissão de calor envolvido: condução, convecção ou radiação.

I. As prateleiras de uma geladeira doméstica são grades vazadas para facilitar a ida da energia térmica até o congelador por (...).
II. O único processo de transmissão de calor que pode ocorrer no vácuo é a (...).
III. Numa garrafa térmica, é mantido vácuo entre as paredes duplas de vidro para evitar que o calor saia ou entre por (...).

Na ordem, os processos de transmissão de calor que você usou para preencher as lacunas são:
a) condução, convecção e radiação;
b) radiação, condução e convecção;
c) condução, radiação e convecção;
d) convecção, condução e radiação;
e) convecção, radiação e condução.

Resolução:
I – **Convecção**
As grades vazadas facilitam a subida do ar quente até o congelador e a descida do ar frio até os alimentos que devem ser resfriados.
II – **Radiação**
Na radiação, a energia térmica se propaga em ondas eletromagnéticas, principalmente em forma de radiações infravermelhas.
III – **Condução**
Na condução, a energia térmica passa de uma partícula para outra do meio. Assim, é imprescindível que exista em meio material para que ela ocorra.

Resposta: e

21 Usando o seus conhecimentos de transmissão de calor, analise as proposições e indique a que você acha correta.
a) A condução térmica é a propagação do calor de uma região para outra com deslocamento do material aquecido.
b) A convecção térmica é a propagação de calor que pode ocorrer em qualquer meio, inclusive no vácuo.
c) A radiação térmica é a propagação de energia por meio de ondas eletromagnéticas e ocorre exclusivamente nos fluidos.
d) A transmissão do calor, qualquer que seja o processo, sempre ocorre, naturalmente, de um ambiente de maior temperatura para outro de menor temperatura.
e) As correntes ascendentes e descendentes na convecção térmica de um fluido são motivadas pela igualdade de suas densidades.

Resolução:
O fluxo espontâneo da energia térmica se processa de um local de maior temperatura para outro de menor temperatura.

Resposta: d

22 (Unicentro) Analise as afirmações dadas a seguir e dê como resposta o somatório correspondente às corretas.
(01) As três formas de propagação do calor são: condução, convecção e radiação.
(02) A radiação se processa apenas no vácuo.
(04) A condução precisa de um meio material para se processar.
(08) A convecção ocorre apenas no vácuo.
(16) A convecção ocorre também no vácuo.

Resolução:
(01) Correta.
(02) Incorreta.
A radiação ocorre no vácuo e em meios materiais transparentes a essas ondas.
(04) Correta.
(08) Incorreta.
(16) Incorreta.

Resposta: 05

23 (Ufes) Ao colocar a mão sob um ferro elétrico quente, sem tocar na sua superfície, sentimos a mão "queimar". Isso ocorre porque a transmissão de calor entre o ferro elétrico e a mão se deu principalmente através de:
a) radiação.
b) condução.
c) convecção.
d) condução e convecção.
e) convecção e radiação.

Resolução:
Essa energia térmica propaga-se até a mão, principalmente em forma de ondas eletromagnéticas. Assim, o processo pelo qual ocorreu a transmissão de calor é a **radiação**.

Resposta: a

24 (UFRN) Matilde é uma estudante de Arquitetura que vai fazer o seu primeiro projeto: um prédio a ser construído em Natal (RN). Ela precisa prever a localização de um aparelho de ar-condicionado para uma sala e, por ter estudado pouco Termodinâmica, está em dúvida se deve colocar o aparelho próximo do teto ou do piso.
Ajude Matilde, dando-lhe uma sugestão sobre a escolha que ela deve fazer nesse caso. (Justifique a sua sugestão.)

Resolução:
Matilde deve colocar o aparelho de ar-condicionado na parede, próximo ao teto. O ar frio lançado pelo aparelho na sala deve descer e o ar quente, que está embaixo, subir.

Resposta: Na parte superior da parede.

25 (UFBA) O vidro espelhado e o vácuo existente entre as paredes de uma garrafa térmica ajudam a conservar a temperatura da substância colocada no seu interior.
Isso ocorre porque:
(01) a radiação térmica não se propaga no vácuo.
(02) o vidro é um bom isolante térmico.
(04) as paredes espelhadas minimizam a perda de energia por condução.
(08) o vácuo entre as paredes evita que haja propagação de calor por condução e por convecção.
(16) a radiação térmica sofre reflexão total na interface da substância com o vidro espelhado.
(32) fechando bem a garrafa, não haverá trocas de calor com o meio externo através da convecção.
Dê como resposta o somatório dos números correspondentes às afirmativas corretas.

Resolução:
(01) **Incorreta.**
(02) **Correta.**
(04) **Incorreta** – Superfícies espelhadas minimizam a perda de energia térmica por radiação. As paredes espelhadas refletem ondas eletromagnéticas.
(08) **Incorreta** – O vácuo apenas impede a condução. Para que haja perdas de calor por convecção, é necessário que o sistema troque partículas com o meio externo.
(16) **Correta.**
(32) **Correta.**

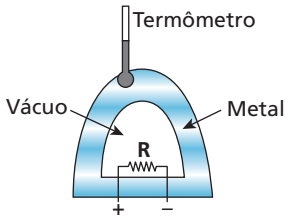
Resposta: 50

26 Na praia, você já deve ter notado que, durante o dia, a areia esquenta mais rápido que a água do mar e, durante a noite, a areia esfria mais rápido que a água do mar. Isso ocorre porque o calor específico da água é maior que o da areia (a água precisa receber mais calor, por unidade de massa, para sofrer o mesmo aquecimento da areia). Esse fato explica a existência da brisa:
a) do mar para a praia, à noite;
b) da praia para o mar, durante o dia;
c) do mar para a praia, durante o dia;
d) sempre do mar para a praia;
e) sempre da praia para o mar.

Resolução:
Durante o dia, a brisa sopra do mar para a terra. Durante a noite, a brisa sopra da terra para o mar.

Resposta: c

27 (UFV-MG) Um resistor **R** é colocado dentro de um recipiente de parede metálica – no qual é feito vácuo – que possui um termômetro incrustado em sua parede externa. Para ligar o resistor a uma fonte externa ao recipiente, foi utilizado um fio, com isolamento térmico, que impede a transferência de calor para as paredes do recipiente. Essa situação encontra-se ilustrada na figura abaixo.

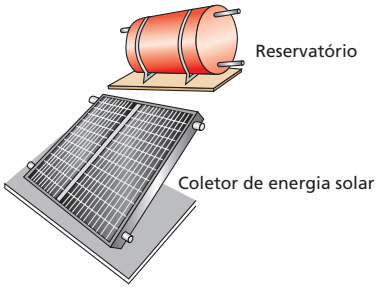


Ligando o resistor, nota-se que a temperatura indicada pelo termômetro aumenta, mostrando que há transferência de calor entre o resistor e o termômetro. Pode-se afirmar que os processos responsáveis por essa transferência de calor, na ordem correta, são:
a) primeiro convecção e depois radiação.
b) primeiro convecção e depois condução.
c) primeiro radiação e depois convecção.
d) primeiro radiação e depois condução.
e) primeiro condução e depois convecção.

Resolução:
Na região de vácuo, a energia térmica propaga-se por **radiação**. Através do metal (meio sólido), o calor propaga-se por **condução**.

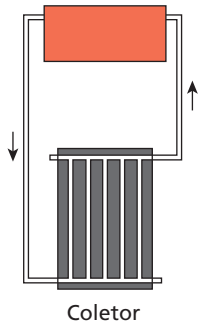
Resposta: d

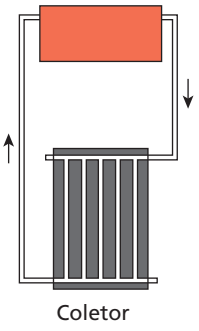
28 (UFMG) Atualmente, a energia solar está sendo muito utilizada em sistemas de aquecimento de água.
Nesses sistemas, a água circula entre um reservatório e um coletor de energia solar. Para o perfeito funcionamento desses sistemas, o reservatório deve estar em um nível superior ao do coletor, como mostrado nesta figura:

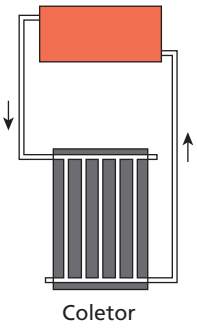


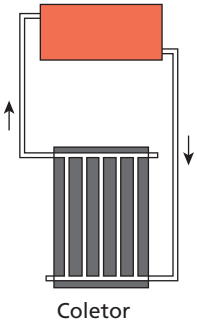
No coletor, a água circula através de dois canos horizontais ligados por vários canos verticais. A água fria sai do reservatório, entra no coletor, onde é aquecida, e retorna ao reservatório por convecção. Nas quatro alternativas, estão representadas algumas formas de se conectar o reservatório ao coletor. As setas indicam o sentido de circulação da água.

Indique a alternativa em que estão **corretamente** representados o sentido da circulação da água e a forma mais eficiente para se aquecer toda a água do reservatório.

a)


c)


b)


d)


Resolução:
A água quente sobe (é menos densa) e a água fria desce (é mais densa). A convecção ocorre devido ao campo gravitacional da Terra.

Resposta: d

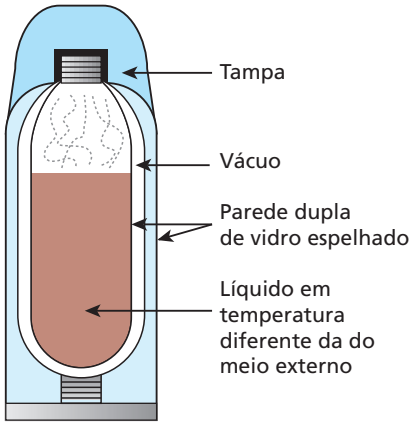
29 Na cidade de São Paulo, em dias de muito frio é possível observar o fenômeno conhecido como **inversão térmica**, que provoca um aumento considerável nos índices de poluição do ar (tem-se a impressão de que os gases poluentes não conseguem subir para se dispersar). Nos dias quentes ocorre o oposto, os gases poluentes sobem e são dispersados pelas correntes de ar. Esse processo de movimentação de massas gasosas, a temperaturas diferentes, ocorre devido à:

a) elevação da pressão atmosférica.
b) convecção térmica.
c) radiação térmica.
d) condução térmica.
e) criogenia

Resolução:
Nos dias quentes, o ar que se encontra próximo ao solo é mais quente que o ar de camadas superiores. Assim, ocorre a convecção térmica. Nos dias frios, o ar próximo ao solo pode estar a temperaturas menores do que o ar das camadas superiores. Assim, não ocorre convecção térmica, não dispersando os poluentes.

Resposta: b

30 Ao contrário do que se pensa, a garrafa térmica não foi criada originalmente para manter o café quente. Esse recipiente foi inventado pelo físico e químico inglês James Dewar (1842–1923) para conservar substâncias biológicas em bom estado, mantendo-as a temperaturas estáveis. Usando a observação do físico italiano Evangelista Torricelli (1608–1647), que descobriu ser o vácuo um bom isolante térmico, Dewar criou uma garrafa de paredes duplas de vidro que, ao ser lacrada, mantinha vácuo entre elas. Para retardar ainda mais a alteração de temperatura no interior da garrafa, ele espelhou as paredes, tanto nas faces externas como nas faces internas. Dewar nunca patenteou sua invenção, que considerava um presente à Ciência. Coube ao alemão Reinhold Burger, um fabricante de vidros, diminuir o seu tamanho, lançando-a no mercado em 1903.



A respeito do texto acima, indique a alternativa correta.

a) Na garrafa térmica, o vácuo existente entre as paredes duplas de vidro tem a finalidade de evitar trocas de calor por **convecção**.
b) As paredes espelhadas devem evitar que as ondas de calor saiam ou entrem por **condução**.
c) Apesar de o texto não se referir ao fato de que a garrafa deve permanecer bem fechada, isso deve ocorrer para evitar perdas de calor por **convecção**.
d) O vácuo existente no interior das paredes duplas de vidro vai evitar perdas de calor por **radiação**.
e) As paredes espelhadas não têm função nas trocas de calor; foram apenas uma tentativa de tornar o produto mais agradável às pessoas que pretendessem comprá-lo.

Resolução:

a) **Incorreta**. O vácuo tem a finalidade de impedir a transferência de calor por **condução**.
b) **Incorreta**. As paredes espelhadas refletem as radiações eletromagnéticas (principalmente o infravermelho), impedindo trocas de energia por **radiação**.
c) **Correta**.
d) **Incorreta**. A radiação é o único processo de transmissão de calor que pode ocorrer no vácuo.
e) **Incorreta**.

Resposta: c

31 Analisando uma geladeira doméstica, podemos afirmar:

I. O congelador fica na parte superior para favorecer a condução do calor que sai dos alimentos e vai até ele.
II. As prateleiras são grades vazadas (e não chapas inteiriças), para permitir a livre convecção das massas de ar quentes e frias no interior da geladeira.
III. A energia térmica que sai dos alimentos chega até o congelador, principalmente, por radiação.
IV. As paredes das geladeiras normalmente são intercaladas com material isolante, com o objetivo de evitar a entrada de calor por condução.

Quais são as afirmativas corretas?
a) Apenas a afirmativa I.
b) Apenas as afirmativas I, II e III.
c) Apenas as afirmativas I e III.
d) Apenas as afirmativas II e IV.
e) Todas as afirmativas.

Resolução:
I. **Incorreta** – O congelador fica na parte superior para favorecer a convecção do ar quente.
II. **Correta.**
III. **Incorreta** – A energia térmica sai dos alimentos e chega ao congelador, principalmente, por convecção.
IV. **Correta.**

Resposta: d

32 (Enem) A refrigeração e o congelamento de alimentos são responsáveis por uma parte significativa do consumo de energia elétrica numa residência típica.
Para diminuir as perdas térmicas de uma geladeira, podem ser tomados alguns cuidados operacionais:
I. Distribuir os alimentos nas prateleiras deixando espaços vazios entre eles, para que ocorra a circulação do ar frio para baixo e do ar quente para cima.
II. Manter as paredes do congelador com camada bem espessa de gelo, para que o aumento da massa de gelo aumente a troca de calor no congelador.
III. Limpar o radiador ("grade" na parte de trás) periodicamente, para que a gordura e a poeira que nele se depositam não reduzam a transferência de calor para o ambiente.

Para uma geladeira tradicional, é correto indicar, apenas,
a) a operação I.
b) a operação II.
c) as operações I e II.
d) as operações I e III.
e) as operações II e III.

Resolução:
I. **Correta** – O resfriamento dos alimentos ocorre principalmente devido à convecção do ar que circula no interior da geladeira. O ar quente (menos denso) sobe até o congelador, e o ar frio (mais denso) desce até os alimentos. Deixando espaços vazios, a convecção do ar é facilitada.
II. **Incorreta** – O gelo que se forma na parede do congelador funciona como material isolante, dificultando as trocas de calor com o ar aquecido pelos alimentos.
III. **Correta** – A energia térmica também retirada do interior da geladeira é irradiada para o interior da cozinha através da serpentina existente na parte traseira. A poeira e a gordura que, com o tempo, são depositadas na grade que fica atrás da geladeira formam uma película que dificulta essa irradiação. Assim, a limpeza periódica dessa grade levaria à economia de energia.

Resposta: d

33 A comunidade científica há tempos anda preocupada com o aumento da temperatura média da atmosfera terrestre. Os cientistas atribuem esse fenômeno ao chamado efeito estufa, que consiste na "retenção" da energia térmica junto ao nosso planeta, como ocorre nas estufas de vidro, que são usadas em locais onde em certas épocas do ano a temperatura atinge valores muito baixos. A explicação para esse acontecimento é que a atmosfera (com seus gases naturais mais os gases poluentes emitidos por automóveis, indústrias, queimadas, vulcões etc.) é pouco transparente aos raios solares na faixa:
a) das ondas de rádio;
b) das ondas ultravioleta;
c) das ondas infravermelhas;
d) das ondas correspondentes aos raios gama;
e) das ondas correspondentes aos raios X.

Resolução:
A atmosfera poluída faz o papel do vidro nas estufas. Ela é pouco transparente para os raios solares na faixa do infravermelho (ondas de calor).

Resposta: c

34 (Vunesp-SP) Uma estufa para a plantação de flores é feita com teto e paredes de vidro comum. Dessa forma, durante o dia, o ambiente interno da estufa é mantido a uma temperatura mais alta do que o externo. Isso se dá porque o vidro comum:
a) permite a entrada da luz solar, mas não permite a saída dos raios ultravioleta emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.
b) é transparente à luz solar, mas opaco aos raios infravermelhos emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.
c) é opaco à luz solar, mas transparente aos raios infravermelhos emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.
d) ao ser iluminado pela luz solar, produz calor, aquecendo as plantas.
e) não permite a entrada da luz solar, mas permite a saída dos raios ultravioleta, emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.

Resolução:
O vidro da estufa é transparente à luz solar e opaco às radiações na faixa de infravermelho (ondas de calor).

Resposta: b

35 (Uepa) A área total das paredes externas de uma geladeira é 4,0 m^2 e a diferença de temperatura entre o exterior e o interior da geladeira é 25 °C. Se a geladeira tem um revestimento de poliestireno com 25 mm de espessura, determine a quantidade de calor que flui através das paredes da geladeira durante 1,0 h, em watt-hora. A condutividade térmica do revestimento de poliestireno é 0,01 W/(m °C).

Resolução:
Usando-se a Lei Fourier, temos:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{k\,A\,\Delta\theta}{L}$$

$$\frac{Q}{1,0} = \frac{0,01 \cdot 4,0 \cdot 25}{25 \cdot 10^{-3}}$$

$Q = 40$ Wh

Resposta: 40 Wh

36 (Mack-SP) Numa indústria têxtil, desenvolveu-se uma pesquisa com o objetivo de produzir um novo tecido com boas condições de isolamento para a condução térmica. Obteve-se, assim, um material adequado para a produção de cobertores de pequena espessura (uniforme). Ao se estabelecer, em regime estacionário, uma diferença de temperatura de 40 °C entre as faces opostas do cobertor, o fluxo

de calor por condução é 40 cal/s para cada metro quadrado de área. Sendo k = 0,00010 cal/s cm °C o coeficiente de condutibilidade térmica desse novo material e a massa correspondente a 1,0 m^2 igual a 0,5 kg, sua densidade é:

a) $5{,}0 \cdot 10^{6}$ g/cm^3.
b) $5{,}0 \cdot 10^{2}$ g/cm^3.
c) 5,0 g/cm^3.
d) $5{,}0 \cdot 10^{-1}$ g/cm^3.
e) $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ g/cm^3.

Resolução:
Usando a Lei de Fourier, temos:

$$\phi = \frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}$$

$$40 = \frac{0{,}00010 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{4} \cdot 40}{L} \Rightarrow L = 1{,}0 \text{ cm}$$

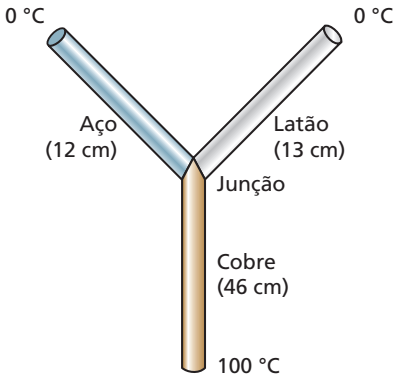
Assim:

$$d = \frac{m}{v} = \frac{m}{A\ L} \Rightarrow d = \frac{0{,}5 \cdot 10^{3}}{1{,}0 \cdot 10^{4} \cdot 1{,}0}$$

$$\boxed{d = 5{,}0 \cdot 10^{-2} \text{ g/cm}^3}$$

Resposta: e

37 (Mack-SP) Tem-se três cilindros de secções transversais iguais de cobre, latão e aço, cujos comprimentos são, respectivamente, 46 cm, 13 cm e 12 cm. Soldam-se os cilindros, formando o perfil em **Y**, indicado na figura. O extremo livre do cilindro de cobre é mantido a 100 °C e dos cilindros de latão e aço, a 0 °C. Supor que a superfície lateral dos cilindros esteja isolada termicamente. As condutividades térmicas do cobre, latão e aço valem, respectivamente, 0,92, 0,26 e 0,12, expressas em cal cm^{-1} s^{-1} $°C^{-1}$. No regime estacionário de condução, qual a temperatura na junção?



Resolução:

$$\phi_{Cu} = \phi_{latão} + \phi_{aço}$$

$$\left(\frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}\right)_{Cu} = \left(\frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}\right)_{latão} + \left(\frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}\right)_{aço}$$

$$\frac{0{,}92 \cdot A(100 - \theta)}{46} = \frac{0{,}26 \cdot A(\theta - 0)}{13} + \frac{0{,}12 \cdot A(\theta - 0)}{12}$$

$$0{,}02 \cdot A(100 - \theta) = 0{,}02 \cdot A \cdot \theta + 0{,}01 \cdot A \cdot \theta$$

$$2(100 - \theta) = 2\theta + \theta$$

$$200 - 2\theta = 3\theta$$

$$200 = 5\theta$$

$$\boxed{\theta = 40\ °C}$$

Resposta: 40 °C

38 (Mack-SP) A figura I mostra uma barra metálica de secção transversal quadrada. Suponha que 10 cal fluam em regime estacionário através da barra, de um extremo para outro, em 2 minutos. Em seguida, a barra é cortada ao meio no sentido transversal e os dois pedaços são soldados como representa a figura II. O tempo necessário para que 10 cal fluam entre os extremos da barra assim formada é:

Figura I

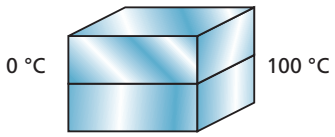


Figura II

a) 4 minutos.
b) 3 minutos.
c) 2 minutos.
d) 1 minuto.
e) 0,5 minuto.

Resolução:
Na figura I:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t_1} = \frac{k\ A\ \Delta\theta}{L} \Rightarrow Q = \frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}\ (2) \qquad (I)$$

Na figura II:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t_2} = \frac{k\ 2A\ \Delta\theta}{\frac{L}{2}} \Rightarrow Q = \frac{4 \cdot k\ A\ \Delta\theta}{L}\ \Delta t_2 \qquad (II)$$

Igualando-se (I) e (II), vem:

$$\frac{k\ 4\ A\ \Delta\theta}{L} \cdot \Delta t_2 = \frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}\ (2)$$

$$4\ \Delta t_2 = 2 \Rightarrow \boxed{\Delta t_2 = 0{,}5 \text{ min}}$$

Resposta: e

39 Numa sauna, para separar a sala de banho do escritório, usou-se uma parede de tijolos com 12 cm de espessura. A parede foi revestida do lado mais quente com uma camada de madeira com 6 cm de espessura e, do lado mais frio, com uma camada de cortiça com 3 cm de espessura. A temperatura da sauna é mantida a 70 °C, enquanto a do ambiente do escritório, a 20 °C. Determine as temperaturas nos pontos de separação madeira/tijolo e tijolo/cortiça, após ser estabelecido o regime permanente.

Dados: $k_{madeira} = 2 \cdot 10^{-4}$ cal/s cm °C;
$k_{tijolo} = 15 \cdot 10^{-4}$ cal/s cm °C;
$k_{cortiça} = 1 \cdot 10^{-4}$ cal/s cm °C.

Resolução:
No regime estacionário, vale:

$$\phi_{madeira} = \phi_{tijolo} = \phi_{cortiça}$$

$$\left(\frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}\right)_{madeira} = \left(\frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}\right)_{tijolo} = \left(\frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}\right)_{cortiça}$$

Sendo θ_1 a temperatura do ponto de separação madeira/tijolo e θ_2 a temperatura do ponto tijolo/cortiça, temos:

$$\frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot A(70 - \theta_1)}{6} = \frac{15 \cdot 10^{-4} \cdot A(\theta_1 - \theta_2)}{12} = \frac{1 \cdot 10^{-4} \cdot A(\theta_2 - 20)}{3}$$

Assim:

$$\frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot A(70 - \theta_1)}{6} = \frac{15 \cdot 10^{-4} \cdot A(\theta_1 - \theta_2)}{12} \Rightarrow \theta_1 = \frac{15\theta_2 + 280}{19} \quad (I)$$

$$\frac{15 \cdot 10^{-4} \cdot A(\theta_1 - \theta_2)}{12} = \frac{1 \cdot 10^{-4} \cdot A(\theta_2 - 20)}{3} \Rightarrow \theta_1 = \frac{19\theta_2 - 80}{15} \quad (II)$$

Igualando-se (I) e (II), vem:

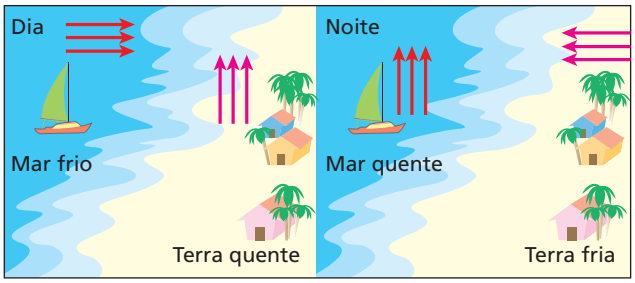
$$\frac{15\theta_2 + 280}{19} = \frac{19\theta_2 - 80}{15} \Rightarrow \boxed{\theta_2 \simeq 42\ °C}$$

Em I, temos:

$$\theta_1 = \frac{15(42) + 280}{19} \Rightarrow \boxed{\theta_1 \simeq 48\ °C}$$

Respostas: 42 °C e 48 °C

40 (IMS-SP)



Na região litorânea, durante o dia sopra a brisa marítima, à noite sopra a brisa terrestre. Essa inversão ocorre porque:

a) o ar aquecido em contato com a terra sobe e produz uma região de baixa pressão, aspirando o ar que está sobre o mar, criando assim correntes de convecção e, à noite, ao perder calor, a terra se resfria mais do que o mar, invertendo o processo.
b) o mar não conserva temperatura e, enquanto está em movimento, faz deslocar a brisa para a terra.
c) o ar aquecido em contato com a terra sobe e produz uma região de alta pressão, resultando em uma diminuição da temperatura do ar que vem do mar por condução.
d) a terra aquece-se durante a noite e faz com que o mar se aqueça também, movimentando as correntes terrestres.
e) a terra e o mar interagem, pois o calor específico da terra, sendo muito maior que o da água, não permite que ela (terra) se resfrie mais rápido que o mar, permitindo, assim, que se formem correntes de convecção, que são responsáveis pelas brisas marítimas e terrestres.

Resolução:
O processo descrito envolvendo deslocamentos das massas de ar, provocados por diferenças de densidade (ar frio mais denso e ar quente menos denso), traduz o fenômeno denominado **convecção térmica**.
A água tem calor específico maior que o da areia, o que significa que, para a mesma variação de temperatura, necessita de maior troca de calor. Isso explica o fato de a água, durante o dia, demorar mais para se aquecer (a areia fica mais quente que a água) e, durante a noite, demorar mais para se resfriar (a água fica mais quente que a areia).

Resposta: a

41 (Uepa) O efeito estufa é um fenômeno natural, característico de planetas onde existe atmosfera. Ele acontece na atmosfera da Terra e também na de Vênus, onde o efeito é muito acentuado e a temperatura alcança valores de cerca de 460 °C. Embora importante para a manutenção da vida no planeta, hoje é uma preocupação para muitos ambientalistas e cientistas. Com base em seus conhecimentos sobre o efeito estufa, analise as seguintes afirmativas:

I. Existem materiais, como o vidro, que permitem a passagem de luz, mas dificultam a passagem de radiação térmica. Numa estufa com cobertura de vidro, por exemplo, parte da luz que entra é absorvida pelas plantas. Estas, sendo aquecidas, emitem radiação infravermelha, que tem dificuldade para atravessar o vidro e aquece o interior da estufa. Esse efeito é semelhante ao que acontece na atmosfera da Terra, daí o nome "efeito estufa".
II. O efeito estufa é importante porque retém o calor na Terra, possibilitando a vida de animais e vegetais. Sua intensificação é que é danosa, ocasionando o aumento da temperatura do planeta. Como consequência disso, dentre outras ocorrências, parte da ilha do Marajó poderá ser inundada e os furacões no Caribe poderão ser mais frequentes e devastadores.
III. No efeito estufa, a radiação solar atravessa a atmosfera, parte é absorvida pela Terra e parte é refletida. Uma parcela da radiação absorvida é reemitida na forma de raios ultravioleta (ondas de calor), que têm pequeno comprimento de onda e dos quais uma pequena parte é absorvida, principalmente pelo gás carbônico, vapor d'água e metano, nas altas camadas atmosféricas, criando um manto quente na superfície da Terra.
IV. Na Lua, não há ocorrência de efeito estufa em virtude de não existir atmosfera. Isso é uma das causas de as temperaturas no nosso satélite variarem entre –150 °C durante a noite e 100 °C durante o dia.

Estão corretas somente as afirmativas:

a) I, II e IV.
b) I, II e III.
c) I, III e IV.
d) I e II.
e) II e IV.

Resolução:
I. **Correta**.
II. **Correta** – Um aquecimento grande na atmosfera pode ocasionar derretimento das geleiras, aumento do nível dos mares e de rios. Correntes marítimas também podem alterar suas temperaturas, o que provoca diferenças de pressão na atmosfera, produzindo deslocamento de massas de ar (ciclones, furacões).
III. **Incorreta** – As ondas de calor são formadas por radiações infravermelhas e não ultravioletas.
IV. **Correta**.

Resposta: a

42 (Cefet-MG) Durante uma aula de Física, três alunas citam exemplos relacionados ao tema "transmissão de calor", conforme transcrito abaixo:

"Garrafas térmicas são úteis para conservar bebidas quentes e frias. Essas garrafas são constituídas de uma ampola de vidro de paredes duplas, espelhadas interna e externamente. Entre as paredes de vidro, quase todo o ar é retirado. O espelhamento impede trocas de calor por radiação e o ar retirado entre as paredes impede trocas de calor por radiação e convecção." (Júlia)

"Dificilmente conseguimos segurar o bulbo de uma lâmpada de filamento que está acesa. O aquecimento do bulbo se dá através da radiação que o filamento emite quando aquecido." (Maíra)

"As estufas são utilizadas para cultivar certos tipos de plantas que necessitam de um ambiente mais aquecido para se desenvolverem. Geralmente, elas são construídas com uma cobertura de vidro e paredes de alvenaria. Esses materiais são escolhidos porque são maus condutores de calor. O vidro é transparente à luz visível e opaco à radiação infravermelha e, junto com a alvenaria, consegue manter a temperatura interna da estufa mais elevada do que a do ambiente externo." (Alice)

Sobre a declaração das alunas, pode-se afirmar que apenas a de:

a) Júlia é correta.
b) Maíra é correta.
c) Alice é correta.
d) Júlia e a de Maíra são corretas.
e) Maíra e a de Alice são corretas.

Resolução:

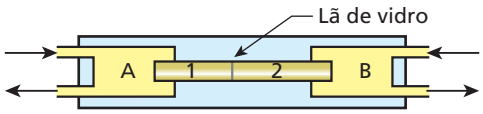
Júlia: **Incorreta** – O erro está em dizer que o vácuo entre as paredes duplas impediria trocas de calor por **convecção**. Se a ampola está fechada, não há nem saída nem entrada de partículas de ar.

Maíra: **Correta**.

Alice: **Correta** – Geralmente, nas estufas, as paredes também são de vidro. No entanto, o que foi descrito é correto.

Resposta: e

43 O esquema a seguir representa o aparelho de Searle, no qual se notam duas câmaras, **A** e **B**, por onde circulam fluidos a temperaturas constantes e respectivamente iguais a 100 °C e 0 °C. Duas barras metálicas, 1 e 2, de mesma seção transversal, são associadas como se indica; as extremidades da associação adentram as câmaras **A** e **B**. Os comprimentos das barras 1 e 2 valem, respectivamente, 10 cm e 16 cm e os coeficientes de condutibilidade térmica, na mesma ordem, são 1,0 cal/s cm °C e 0,4 cal/s cm °C.



a) Estabelecido o regime permanente de condução, qual é a temperatura na junção da associação das barras?
b) Construa o gráfico da temperatura ao longo das barras. Considere a origem do gráfico na extremidade esquerda da barra 1.

Resolução:

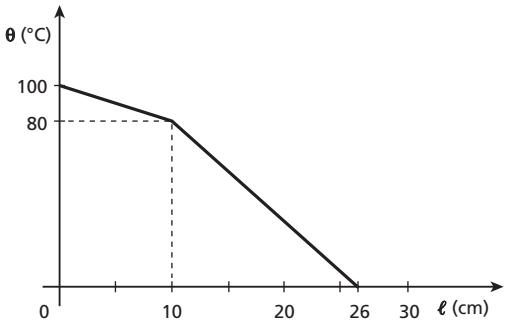
a) No regime estacionário, temos:

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow \frac{k_1 \, A \, \Delta\theta_1}{L_1} = \frac{k_2 \, A \, \Delta\theta_2}{L_2}$$

$$\frac{1{,}0 \ (100 - \theta)}{10} = \frac{0{,}4 \ (\theta - 0)}{16}$$

$$4\,\theta = 1600 - 16\,\theta \Rightarrow 20\,\theta = 160° \Rightarrow \boxed{\theta = 80\ °C}$$

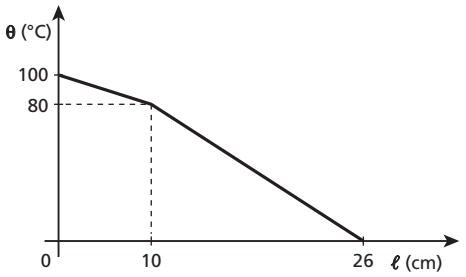
b)



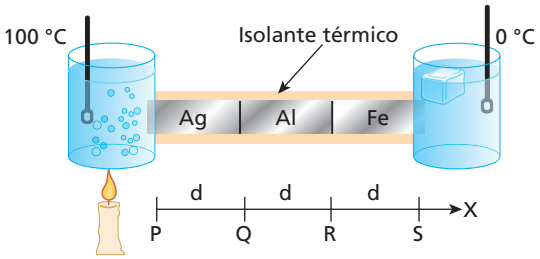
Respostas:

a) 80 °C

b)



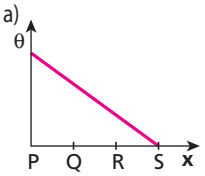
44 Três barras, de prata, alumínio e ferro, geometricamente iguais, estão soldadas e envolvidas por um isolante térmico, permitindo um fluxo de calor entre os recipientes mantidos sob temperatura constante.



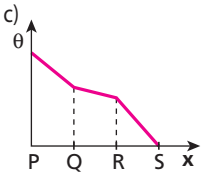
Sabe-se que as barras metálicas foram colocadas, da esquerda para a direita, na ordem decrescente das condutividades térmicas, isto é, a prata é melhor condutora de calor do que o alumínio, que por sua vez é melhor condutor do que o ferro.

O diagrama que melhor representa a variação da temperatura (θ) em função da posição (**x**) é:

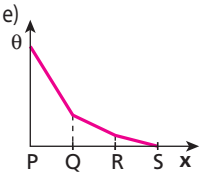
a)



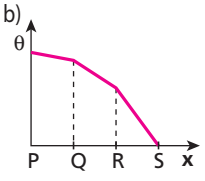
c)



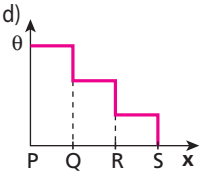
e)



b)

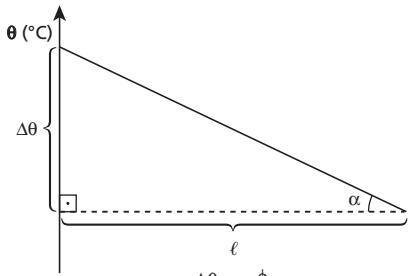


d)



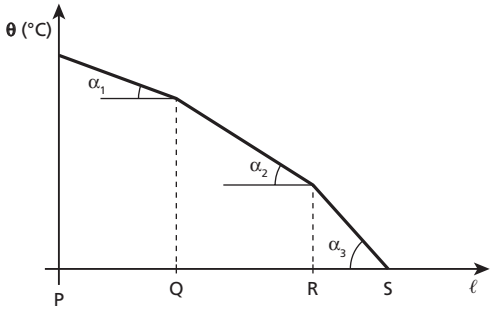
Resolução:

No gráfico, podemos observar que:



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta\theta}{L} = \frac{\phi}{k\,A}$$

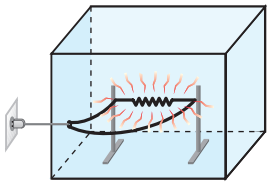
A declividade (o ângulo **α**) é inversamente proporcional à condutividade térmica **k**, do material. Assim, para maior **k**, vamos ter menor **α** e, para **k**, vamos ter maior **α**.



$\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$

Resposta: b

45 Uma forma experimental para medir a condutividade térmica de um material usado como isolante é construir uma caixa com esse material. No seu interior, é colocado um aquecedor elétrico de potência conhecida que mantém a temperatura interna superior à externa.



Suponha que foi construída uma caixa com determinado material isolante. A área total externa tem 4,0 m^2 e a espessura das paredes é de 5,0 mm. O aquecedor elétrico desenvolve uma potência constante de 300 W, mantendo a temperatura interna da caixa 50 °C acima da temperatura externa. Desprezando possíveis efeitos de bordas, determine o coeficiente de condutividade térmica do material em questão.
Se essa caixa fosse cúbica, qual seria o fluxo de calor através de uma de suas faces?

Resolução:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}$$

Mas: $\frac{Q}{\Delta t} = Pot$

Portanto:

$$Pot = \frac{k\ A\ \Delta\theta}{L} \Rightarrow k = \frac{Pot\ L}{A\ \Delta\theta}$$

$$k = \frac{300\ W\ \ 5 \cdot 10^{-3}\ m}{4\ m^2 \cdot 50\ °C} \Rightarrow \boxed{k = 7{,}5 \cdot 10^{-3}\ W/m\ °C}$$

Se a caixa fosse cúbica, ela teria seis faces iguais. Em uma das faces, o fluxo de calor seria a sexta parte do fluxo total:

$$\phi_1 = \frac{Pot}{6} = \frac{300\ W}{6} \Rightarrow \boxed{\phi_1 = 50\ W}$$

Respostas: $7{,}5 \cdot 10^{-3}$ W/m °C; 50 W

46 Uma massa **m** de água e um bloco metálico de massa **M** são aquecidos em um laboratório durante um intervalo de tempo Δt, ambos sofrendo a mesma variação de temperatura $\Delta\theta$. Usando-se a mesma fonte térmica, com a mesma potência, dentro de um elevador em queda livre, a mesma água precisou de um intervalo de tempo Δt_A e o mesmo bloco metálico precisou de um intervalo de tempo Δt_B para sofrerem a mesma variação de temperatura $\Delta\theta$. Se as demais condições não se alterarem, é verdade que:

a) $\Delta t = \Delta t_B < \Delta t_A$.
b) $\Delta t < \Delta t_A = \Delta t_B$.
c) $\Delta t > \Delta t_A = \Delta t_B$.
d) $\Delta t = \Delta t_A = \Delta t_B$.
e) $\Delta t < \Delta t_A < \Delta t_B$.

Resolução:
No interior de um elevador em queda livre, a gravidade aparente é nula (gravidade zero).
Nessas condições, não ocorre **convecção**, a água se aquece apenas por condução. Como a água não é boa condutora de calor, temos:

$$\Delta t_A > \Delta t$$

No metal, não muda nada, o aquecimento ocorre apenas por condução:

$$\Delta t_B = \Delta t$$

Portanto:

$$\Delta t = \Delta t_B < \Delta t_A$$

Resposta: a

47 Um vestibulando estava na cozinha de sua casa quando resolveu realizar uma experiência de trocas de calor que seu professor de Física havia proposto. Para tanto, utilizou um caldeirão, uma garrafa de vidro, água e sal. Colocou água no caldeirão e no interior da garrafa de vidro. O caldeirão foi colocado sobre a chama do fogão e a garrafa, que estava aberta, teve seu gargalo preso a um barbante, que, esticado, a mantinha afastada do fundo do caldeirão, porém mergulhada na água.
Após alguns minutos, ele observou que a água do caldeirão entrou em ebulição (a 100 °C), mas a água do interior da garrafa (que também estava a 100 °C) não fervia. Esperou mais alguns minutos e colocou um punhado de sal na água do caldeirão; pouco tempo depois, notou que a água no interior da garrafa entrava em ebulição.
a) Por que, mesmo estando a 100 °C, a água da garrafa não fervia?
b) O que ocorre com a temperatura de ebulição da água quando acrescentamos sal?
c) Por que, depois de ser acrescentado sal à água do caldeirão, a água do interior da garrafa também entrou em ebulição?

Resolução:
a) O fluxo de calor através de uma "parede" é dado pela Lei de Fourier:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}$$

Quando a diferença de temperatura entre os meios que a referida "parede" separa é nula ($\Delta\theta = 0$), não há fluxo de calor. Assim, apesar de a água da garrafa estar a 100 °C (temperatura de ebulição), ela não recebe mais calor, não podendo, então, entrar em ebulição.
b) O sal aumenta a temperatura de ebulição da água do caldeirão.
c) Com sal, a água do caldeirão ferve a mais de 100 °C. Assim, haverá uma diferença de temperatura entre a água do caldeirão e a da garrafa (que está a 100 °C). Esse fluxo de calor que se estabelece provoca a ebulição da água da garrafa.

Respostas: a) $\Delta\theta = 0$; b) O sal aumenta a temperatura de ebulição da água. c) $\Delta\theta \neq 0$

48 (Enem) A padronização insuficiente e a ausência de controle na fabricação podem também resultar em perdas significativas de energia através das paredes da geladeira. Essas perdas, em função da espessura das paredes, para geladeiras e condições de uso típicas, são apresentadas na tabela.

Espessura das paredes (cm)	**Perda térmica mensal** (kWh)
2	65
4	35
6	25
10	15

Considerando uma família típica, com consumo médio mensal de 200 kWh, a perda térmica pelas paredes de uma geladeira com 4 cm de espessura, relativamente a outra de 10 cm, corresponde a uma porcentagem do consumo total de eletricidade da ordem de:

a) 30%. c) 10%. e) 1%.
b) 20%. d) 5%.

Resolução:

Para a geladeira com paredes de 4 cm, temos:

$$200\ \text{kWh} \rightarrow 100\%$$
$$35\ \text{kWh} \rightarrow x_1\%$$
$$x_1 = \frac{35 \cdot 100}{200}\ \%$$
$$x_1 = 17{,}5\%$$

Para a geladeira com parede de 10 cm, temos:

$$200\ \text{kWh} \rightarrow 100\%$$
$$15\ \text{kWh} \rightarrow x_2\%$$
$$x_2 = \frac{15 \cdot 100}{200}\ \%$$
$$x_2 = 7{,}5\%$$

Assim, a relação pedida é dada por:

$$\Delta x = x_1 - x_2$$
$$\Delta x = 17{,}5 - 7{,}5$$
$$\boxed{\Delta x = 10\%}$$

Resposta: c

Tópico 3

1 (Fazu-MG) Tia Anastácia é famosa por sua habilidade na cozinha. Um de seus pratos mais famosos é o risoto de camarão feito em panela de pedra. Inácia, sobrinha de Tia Anastácia, ao tentar reproduzir o famoso prato, frustou-se, pois, apesar de todos os cuidados e da bela aparência do prato, quando do momento da retirada do fogo, surpreendeu-se com o fato de que, posto à mesa, o arroz acabou por queimar.
Ao questionar Tia Anastácia sobre o ocorrido, esta lhe respondeu que o segredo do cozimento dos alimentos em panela de pedra, para que a comida não queime, está no fato de se retirar a panela do fogo um pouco antes que o prato esteja totalmente cozido. Nas palavras de tia Anastácia:

"— A quentura da panela acaba por cozer os alimentos mesmo que ela já não esteja mais no fogo."

Dentre as afirmações abaixo, qual a que explica corretamente a "quentura" da panela de pedra salientada por tia Anastácia?

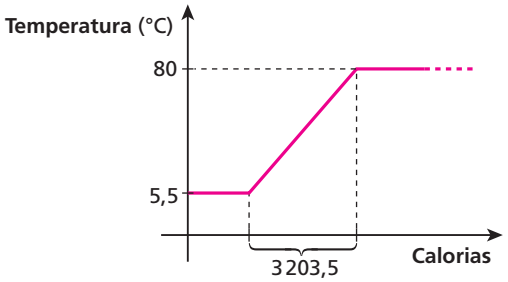
a) A capacidade térmica da panela de pedra é muito pequena, fazendo com que a temperatura se mantenha elevada por muito tempo.
b) A capacidade térmica da panela é grande, permitindo que seu resfriamento se dê com rapidez, passando todo o calor para o alimento, fazendo-o queimar.
c) A capacidade térmica da panela é grande, o que significa que, para uma pequena variação de temperatura no resfriamento, a panela irradia grande quantidade de calor, podendo acarretar a queima do alimento.
d) A frase de Tia Anastácia é mais uma crendice popular. O fato de a comida ter queimado não está relacionado à panela de pedra, e sim ao tempo excessivo à espera do prato na mesa.
e) A pedra, de que é feita a panela, tem a capacidade de reproduzir calor quando estimulada, acabando por queimar o alimento se o estímulo for muito grande.

Resolução:
Em razão de ter grande capacidade térmica, esse tipo de panela, ao se resfriar, libera energia térmica, o que poderá acarretar a queima do alimento. É por isso que a panela deve ser retirada do fogo antes de a comida estar no ponto correto.

Resposta: d

2 (Fatec-SP) Na tabela, é possível ler os valores do calor específico de cinco substâncias no estado líquido, e no gráfico é representada a curva de aquecimento de 100 g de uma dessas substâncias.

Substância	Calor específico (cal/g °C)
Água	1,00
Álcool etílico	0,58
Ácido acético	0,49
Acetona	0,52
Benzeno	0,43



A curva de aquecimento representada é a:

a) da água.
b) do álcool etílico.
c) do ácido acético.
d) da acetona.
e) do benzeno.

Resolução:
Equação Fundamental da Calorimetria:
$Q = m\,c\,\Delta\theta$
$3203{,}5 = 100 \cdot c \cdot (80 - 5{,}5)$
$c = 0{,}43$ cal/g °C

Na tabela, observa-se que a substância em questão é o **benzeno**.

Resposta: e

3 (Vunesp-SP) Um bloco de 600 g de prata, inicialmente a 20 °C, é aquecido até 70 °C, ao receber 1 680 calorias. Determine:

a) a capacidade térmica desse bloco de prata;
b) o calor específico da prata.

Resolução:

a) $C = \frac{Q}{\Delta\theta}$

$C = \frac{1\,680 \text{ cal}}{(70 - 20)\,°C} \Rightarrow C = 33{,}6$ cal/ °C

b) $c = \frac{C}{m}$

$c = \frac{33{,}6 \text{ cal/°C}}{600 \text{ g}} \Rightarrow c = 0{,}056$ cal/g °C

Respostas: a) 33,6 cal/°C; b) 0,056 cal/g °C

4 Uma garrafa térmica contém água a 60 °C. O conjunto garrafa térmica + água possui capacidade térmica igual a 80 cal/°C. O sistema é colocado sobre uma mesa e após algum tempo sua temperatura diminui para 55 °C. Qual foi a perda de energia térmica para o ambiente nesse intervalo de tempo?

Resolução:
$Q = C\,\Delta\theta$
$Q = 80 \cdot (55 - 60)$
$Q = -400$ cal
O sinal negativo indica que o sistema **perdeu** calor.

$|Q| = 400$ cal

Resposta: 400 cal

5 A massa e o calor específico sensível de cinco amostras de materiais sólidos e homogêneos são fornecidos a seguir.

Amostra	Massa (g)	Calor específico (cal/g °C)
A	150	0,20
B	50	0,30
C	250	0,10
D	140	0,25
E	400	0,15

As cinco amostras encontram-se inicialmente à mesma temperatura e recebem quantidades iguais de calor. Qual delas atingirá a maior temperatura?

Resolução:
Atingirá maior temperatura a amostra que tiver menor capacidade térmica, isto é, a amostra que precisar de menor quantidade de energia térmica para variar uma unidade de temperatura.
Assim:
$C = m\,c$
$C_A = 150 \cdot 0{,}20 \Rightarrow C_A = 30$ cal/ °C
$C_B = 50 \cdot 0{,}30 \Rightarrow C_B = 15$ cal/ °C
$C_C = 250 \cdot 0{,}10 \Rightarrow C_C = 25$ cal/ °C
$C_D = 140 \cdot 0{,}25 \Rightarrow C_D = 35$ cal/ °C
$C_E = 400 \cdot 0{,}15 \Rightarrow C_E = 60$ cal/ °C

Resposta: b

6 O chamado leite longa vida é pasteurizado pelo processo UHT (*Ultra High Temperature*), que consiste em aquecer o leite da temperatura ambiente (22 °C) até 137 °C em apenas 4,0 s, sendo em seguida envasado em embalagem impermeável a luz e a micro-organismos.
O calor específico do leite é praticamente igual ao da água, 1,0 cal/g °C. Assim, no aquecimento descrito, que quantidade de calor cada litro (1 000 g) de leite precisou receber? Dê sua resposta em quilocalorias (kcal).

Resolução:
$Q = m\,c\,\Delta\theta$
$Q = 1000 \cdot 1{,}0 \cdot (137 - 22)$ (cal)
$Q = 115\,000$ cal

$Q = 115$ kcal

Resposta: 115 kcal

7 Para o aquecimento de 500 g de água, de 20 °C a 100 °C, utilizou-se uma fonte térmica de potência 200 cal/s. Sendo o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C, quanto tempo demorou esse aquecimento, se o rendimento foi de 100%?

Resolução:
$$\begin{cases} Q = m\,c\,\Delta\theta \\ Pot = \dfrac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = Pot \cdot \Delta t \end{cases}$$
Assim:
$Pot\,\Delta t = m\,c\,\Delta\theta$
$200 \cdot \Delta t = 500 \cdot 1{,}0 \cdot (100 - 20)$

$\Delta t = 200$ s $= 3$ min 20 s

Resposta: 3 min 20 s

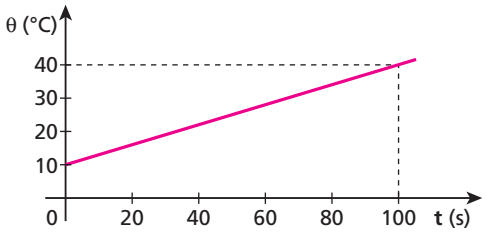
8 Uma fonte térmica foi utilizada para o aquecimento de 1,0 L de água (1 000 g) da temperatura ambiente (20 °C) até o ponto de ebulição (100 °C) num intervalo de tempo igual a 1 min 40 s com rendimento de 100%. Sendo o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C, qual o valor da potência dessa fonte?

Resolução:
$Pot\,\Delta t = m\,c\,\Delta\theta$
$Pot \cdot 100 = 1\,000 \cdot 1{,}0 \cdot (100 - 20)$

$Pot = 800$ cal/s

Resposta: 800 cal/s

9 O gráfico mostra o aquecimento de um bloco de ferro de massa 500 g. O calor específico do ferro é igual a 0,12 cal/g °C.



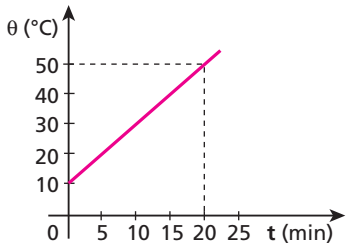
Qual a potência dessa fonte térmica, sabendo que seu rendimento foi de 50%?

Resolução:
$Pot_{útil}\,\Delta t = m\,c\,\Delta\theta$
$Pot_{útil} \cdot 100 = 1\,000 \cdot 0{,}12 \cdot (40 - 10)$
$Pot_{útil} = 18$ cal/s
Como o rendimento foi de 50%, então a potência da fonte térmica é o dobro da encontrada inicialmente:
$Pot = 18 \cdot 2$ cal/s

$Pot = 36$ cal/s

Resposta: 36 cal/s

10 Uma fonte térmica de potência constante fornece 50 cal/min para uma amostra de 100 g de uma substância.



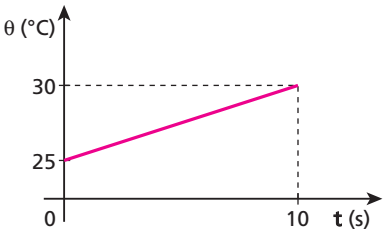
O gráfico fornece a temperatura em função do tempo de aquecimento desse corpo. Qual o valor do calor específico do material dessa substância?

Resolução:
$Pot \cdot \Delta t = m\,c\,\Delta\theta$
$50 \cdot 20 = 100 \cdot c \cdot (50 - 10)$

$c = 0{,}25$ cal/g °C

Resposta: 0,25 cal/g °C

11 (UFPE)



O gráfico mostra a variação de temperatura em função do tempo de uma massa de água que está sendo aquecida por uma fonte de calor

cuja potência é 35 cal/s. Supondo que todo o calor gerado pela fonte seja absorvido pela água, calcule a massa da água, em gramas, que foi aquecida.
Dado: calor específico da água: 1,0 cal/g °C

Resolução:
$Pot \cdot \Delta t = m\,c\,\Delta\theta$
$35 \cdot 10 = m \cdot 1{,}0 \cdot (30 - 25)$

$\boxed{m = 70\ g}$

Resposta: 70 g

12 A energia utilizada para a manutenção e o desempenho do corpo humano é obtida por meio dos alimentos que são ingeridos. A tabela a seguir mostra a quantidade média de energia absorvida pelo corpo humano a cada 100 gramas do alimento ingerido.

Alimento	Porções (100 g)	Energia (kcal)
alface	20 folhas	15
batata frita	2 unidades	274
chocolate em barra	1 tablete	528
Coca-cola	1/2 copo	39
macarrão cozido	7 colheres de sopa	111
mamão	1 fatia	32
margarina vegetal	20 colheres de chá	720
pão	2 fatias	269
repolho cru	10 folhas	28
sorvete industrializado	2 bolas	175

Se for preciso, use: 1 caloria = 4,2 joules;
calor específico sensível da água = 1,0 cal/g °C.
Analisando a tabela, podemos concluir que, em termos energéticos:
a) o chocolate é o alimento mais energético dentre os listados;
b) uma fatia de mamão equivale, aproximadamente, a 10 folhas de alface;
c) um copo de Coca-cola fornece uma energia de, aproximadamente, 328 J;
d) 0,50 kg de sorvete é equivalente a, aproximadamente, 320 g de batatas fritas;
e) um sanduíche com 2 fatias de pão, 2 folhas de alface e 2 folhas de repolho equivale a 1 unidade de batata frita.

Resolução:
a) **Falso** — O alimento mais energético é a margarina vegetal
b) **Falso** — 1 fatia de mamão $\rightarrow$ 32 kcal
10 folhas de alface $\rightarrow$ 7,5 kcal
c) **Falso** — 1 copo de Coca-Cola $\rightarrow$ $2 \cdot 39$ kcal = 78 kcal = 327,6 kJ
d) **Verdadeiro** — 0,5 kg de sorvete $\rightarrow$ $5 \cdot 175$ kcal = 875 kcal
320 g de batatas fritas $\rightarrow$ $3{,}2 \cdot 274$ kcal = 876,8 kcal
e) **Falso** — 1 sanduíche $\rightarrow \left(269 + \frac{15}{10} + \frac{28}{5}\right)$ kcal = 276,1 kcal
1 unidade de batatas fritas $\rightarrow \frac{274}{2}$ kcal = 137 kcal

Resposta: d

13 Você sabia que uma barra de chocolate de 100 g pode fornecer ao nosso organismo 500 calorias alimentares (kcal)? Usando o dado acima e os seus conhecimentos de Física, responda aos itens a seguir.
a) Se você pudesse transferir essa energia (da barra de chocolate) para **m** gramas de água a 0 °C, na fase líquida, e esta atingisse a temperatura de ebulição (100 °C), qual seria o valor de **m**?
Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g °C.
b) Se uma pessoa de massa 70 kg ingerisse essa barra de chocolate e utilizasse toda essa energia para subir uma escada com degraus de 20 cm de altura, quantos degraus poderia subir?
Dados: aceleração da gravidade = 10 m/s²;
1,0 cal = 4,2 J.

Resolução:
a) $Q = m\,c\,\Delta\theta$
$500 \cdot 10^3 = m \cdot 1{,}0\,(100 - 0)$

$\boxed{m = 5{,}0 \cdot 10^3\ g}$

b) $\begin{cases} \tau = m\,g\,h \\ \tau = 4{,}2Q \end{cases}$
$4{,}2Q = m\,g\,h \implies 4{,}2 \cdot 500 \cdot 10^3 = 70 \cdot 10 \cdot h \implies h = 3000\ m$
Portanto: $h = n\,d$
$3000 = n \cdot 0{,}20$

$\boxed{n = 1{,}5 \cdot 10^4\ \text{degraus}}$

Respostas: a) $5{,}0 \cdot 10^3$ g; b) $1{,}5 \cdot 104$ degraus

14 (UFSCar-SP) Um dia, o zelador de um clube mediu a temperatura da água da piscina e obteve 20 °C, o mesmo valor para qualquer ponto da água da piscina. Depois de alguns dias de muito calor, o zelador refez essa medida e obteve 25 °C, também para qualquer ponto do interior da água. Sabendo que a piscina contém 200 m³ de água, que a densidade da água é $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³ e que o calor específico da água é $4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg °C, responda:
a) qual a quantidade de calor absorvida, do ambiente, pela água da piscina?
b) por qual processo (ou processos) o calor foi transferido do ambiente para a água da piscina e da água da superfície para a água do fundo? Explique.

Resolução:
a) Na piscina, temos:
$d = \frac{m}{v} \implies m = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 200\ (kg)$
$m = 2{,}0 \cdot 10^5$ kg
Portanto:
$Q = m\,c\,\Delta\theta$
$Q = 2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot (25 - 20)\ (J)$

$\boxed{Q = 4{,}2 \cdot 10^9\ (J)}$

b) A água da superfície é aquecida pelos raios solares através da **radiação**. Essa energia térmica é levada à água do fundo da piscina por **condução**.

Respostas: a) $4{,}2 \cdot 109$ J; b) radiação e condução.

15 (Fuvest-SP) Um ser humano adulto e saudável consome, em média, uma potência de 120 J/s. Uma caloria alimentar (1,0 kcal) corresponde aproximadamente a $4,0 \cdot 10^3$ J. Para nos mantermos saudáveis, quantas calorias alimentares devemos utilizar, por dia, a partir dos alimentos que ingerimos?

a) 33 b) 120 c) $2,6 \cdot 10^3$ d) $4,0 \cdot 10^3$ e) $4,8 \cdot 10^3$

Resolução:

$Q = Pot\ \Delta t$

$Q = 120 \cdot 86400\ (J)$

$Q = 10368000\ J$

Assim:

$n = \frac{10368000}{4,0 \cdot 10^3}$ cal

$n = 2592\ cal \Rightarrow \boxed{n \simeq 2,6 \cdot 10^3\ cal}$

Resposta: c

16 **E.R.** Um watt é a potência necessária para produzir a energia de um joule em um segundo. Uma caloria é a quantidade aproximada de energia necessária para elevar em 1,0 °C a temperatura de 1,0 grama de água.

Um aquecedor elétrico de potência 1 500 W e capacidade de 135 litros está totalmente cheio com água à temperatura ambiente (20 °C). Quanto tempo o aquecedor gasta para elevar a temperatura dessa água até 60 °C?

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
densidade absoluta da água = 1,0 kg/L;
1 caloria = 4 joules.

Resolução:

Observe que:

$$Pot = 1\,500\ W = 1\,500\ \frac{J}{s} = 375\ cal/s$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d\,V = 1,0\ \frac{kg}{L} \cdot 135\ L = 135\ kg = 135\,000\ g$$

Usando a **Equação Fundamental da Calorimetria**, temos:

$$Q = m\,c\,\Delta\theta$$

Mas:

$$Pot = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Pot\ \Delta t = Q$$

Então:

$$Pot\ \Delta t = m\,c\,\Delta\theta$$

Substituindo os valores fornecidos, temos:

$$375 \cdot \Delta t = 135\,000 \cdot 1,0\ (60 - 20)$$

$$\Delta t = 14\,400\ s = 240\ min = 4,0\ h$$

$$\boxed{\Delta t = 4,0\ h}$$

17 (UFPel-RS) Um médico, após avaliação criteriosa, recomenda a um paciente uma dieta alimentar correspondente a 1 200 cal/dia, fornecendo-lhe uma lista de alimentos com as respectivas "calorias". (Espera o médico que, com esse regime, a pessoa, pelo menos, não engorde.)

Os médicos utilizam, na realidade, a "grande caloria", que vale 1 000 cal utilizadas na Física, ou seja, esse regime é na verdade de 1 200 000 cal/dia.

Com base nesses dados e considerando o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C e 1,0 cal igual a 4,2 J, responda:

a) Qual a potência média mínima (em watts) que a pessoa mencionada deverá dissipar, ao longo das suas atividades diárias, para, pelo menos, não ganhar peso?

b) Se essa energia pudesse ser empregada para aquecer água de 10 °C a 60 °C, que massa de água (em gramas) seria utilizada?

Resolução:

a) $Pot = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{1\,200\,000\ cal}{1\ dia} = \frac{1\,200\,000 \cdot 4,2\ J}{24 \cdot 60 \cdot 60\ s} \simeq 58,3\ J/s$

$\boxed{Pot \simeq 58\ W}$

b) $Q = m\,c\,\Delta\theta$

$1\,200\,000 = m \cdot 1,0\ (60 - 10)$

$\boxed{m = 2,4 \cdot 10^4\ g}$

Respostas: a) 58 W; b) $2,4 \cdot 10^4$ g

18 Um bom chuveiro elétrico, quando ligado na posição "inverno", dissipa uma potência de 6,4 kW, fornecendo essa energia à água que o atravessa com vazão de 50 gramas por segundo. Se a água, ao entrar no chuveiro, tem uma temperatura de 23 °C, qual a sua temperatura na saída?

Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
1 cal = 4 J.

Resolução:

$Pot\ \Delta t = m\,c\,\Delta\theta$

$Pot = \frac{m}{\Delta t}\,c\,\Delta\theta$

Assim:

$\frac{6400}{4} = 50 \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 23)$

$32 = \theta_f - 23$

$\boxed{\theta_f = 55\ °C}$

Resposta: 55 °C

19 (PUC-MG) Um recipiente adiabático contém 500 g de água, inicialmente a 20 °C. O conjunto é aquecido até 80 °C, utilizando-se uma fonte de calor que desenvolve uma potência útil de 200 W. Considerando o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C e fazendo 1 cal igual a 4 J, quanto tempo foi gasto nesse aquecimento?

Resolução:

$Pot\ \Delta t = m\,c\,\Delta\theta$

$\frac{200}{4} \cdot \Delta t = 500 \cdot 1,0 \cdot (80 - 20)$

$\Delta t = 600\ s = 10\ min$

Resposta: 10 min

20 Para determinar o calor específico de um líquido, usou-se um béquer **A** contendo 250 g desse líquido, a chama de um bico de Bunsen de potência constante e outro béquer **B** contendo 210 g de água pura. Usando o bico de Bunsen alternadamente, o líquido do béquer **A** teve sua temperatura elevada em 10 °C, em 20 s, enquanto a água do béquer **B** teve variação de 8,0 °C em 24 s. Qual é o calor específico do líquido? Despreze a capacidade térmica do béquer e as perdas de calor para o ambiente. Considere, para o calor específico da água, o valor 1,0 cal/g °C.

Resolução:

Béquer B (com água):

$Pot\ \ \Delta t = m\,c\,\Delta\theta$

$Pot\ \ 24 = 210 \cdot 1,0 \cdot 8,0$

$Pot = 70\ cal/s$

Béquer A (com líquido desconhecido):
Pot $\Delta t = m\,c\,\Delta\theta$
$70 \cdot 20 = 250 \cdot c_L \cdot 10$

$c_L = 0{,}56$ cal/g °C

Resposta: 0,56 cal/g °C

21 (Mack-SP – mod.) Na presença de uma fonte térmica de potência constante, certa massa de água (calor específico = 1,0 cal/g °C) sofre um acréscimo de temperatura durante certo intervalo de tempo. Para que um líquido desconhecido, de massa 12,5 vezes maior que a da água, sofra o dobro do acréscimo de temperatura sofrido por ela, foi necessário o uso da mesma fonte durante um intervalo de tempo 6 vezes maior.
Nessas condições, qual o valor do calor específico sensível desse líquido?

Resolução:
Para a água:
Pot $\Delta t = m\,c_a\,\Delta\theta$ (I)
Para o líquido desconhecido:
Pot $6\,\Delta t = 12{,}5\,m\,c_L\,2\,\Delta\theta$ (II)
Dividindo II por I, tem-se:

$$\frac{\text{Pot}\ 6\ \Delta t}{\text{Pot}\ \Delta t} = \frac{25\ m\ c_L\ \Delta\theta}{m\ c_a\ \Delta\theta} \Rightarrow 6 = \frac{25\ c_L}{1{,}0}$$

$c_L = 0{,}24$ cal/g °C

Resposta: 0,24 cal/g °C

22 (Mack-SP – mod.) O carvão, ao queimar, libera 6 000 cal/g. Queimando 70 g desse carvão, 20% do calor liberado é usado para aquecer, de 15 °C, 8,0 kg de um líquido. Não havendo mudança do estado de agregação, qual o valor do calor específico desse líquido?

Resolução:
$Q = m\,c\,\Delta\theta$
$6000 \cdot 70 \cdot 0{,}20 = 8000 \cdot c \cdot 15$

$c = 0{,}70$ cal/g °C

Resposta: 0,70 cal/g °C

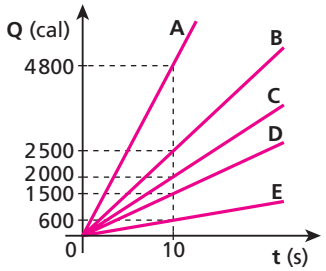
23 (UFC-CE) Em Fortaleza, um fogão a gás natural é utilizado para ferver 2,0 ℓ de água que estão a uma temperatura inicial de 19 °C. Sabendo que o calor de combustão do gás é de 12 000 cal/g, que 25% desse calor é perdido para o ambiente, que o calor específico da água vale 1,0 cal/g °C e que a densidade absoluta da água é igual a 1,0 g/cm³, que massa mínima de gás foi consumida no processo?

Resolução:
$Q = m\,c\,\Delta\theta$
$12000 \cdot m_g \cdot 0{,}75 = 2000 \cdot 1{,}0 \cdot (100 - 19)$
$9000\,m_g = 162\,000$

$m_g = 18$ g

Resposta: 18 g

24 (UFPA) Em um forno de micro-ondas João colocou um vasilhame com 1,5 kg de água a 20 °C. Mantendo o forno ligado por 10 minutos, a temperatura da água aumentou para 80 °C. A representação gráfica do desempenho do forno indicada pelo calor fornecido (calorias) em função do tempo (segundos) é mais bem representada pela linha:



(Considere que toda a energia produzida pelo forno foi absorvida pela água na forma de calor e que o calor específico da água = 1 cal/g °C.)
a) A. b) B. c) C. d) D. e) E.

Resolução:
Do texto, temos:
Pot $\Delta t = m\,c\,\Delta\theta$
$\text{Pot} \cdot 600 = 1500 \cdot 1 \cdot (80 - 20) \Rightarrow \text{Pot} = 150$ cal/s
No gráfico, em 10 s, temos:
$Q = \text{Pot} \cdot \Delta t$
$Q = 150 \cdot 10$ (cal)

$Q = 1500$ cal

Resposta: d

25 O calor específico do cobre é igual a 0,09 cal/g °C. Se em vez de usarmos a escala Celsius usássemos a escala Fahrenheit, quanto valeria esse calor específico?

Resolução:
$Q = m\ c\ \Delta\theta$
$\frac{Q}{m} = c\ \Delta\theta$
A razão $\frac{Q}{m}$ não depende da escala de temperatura utilizada.
Assim:
$(c\ \Delta\theta)_{\text{Fahrenheit}} = (c\ \Delta\theta)_{\text{Celsius}}$
$C_F \cdot 180 = 0{,}09 \cdot 100 \Rightarrow C_F = 0{,}05$ cal/g °F

Resposta: 0,05 cal/g °F

26 Num calorímetro ideal, são colocados três corpos **A**, **B** e **C** a temperaturas iniciais diferentes. Após certo tempo, quando os corpos atingiram o equilíbrio térmico, verifica-se que as temperaturas de **A** e **B** aumentaram. Assim, podemos concluir que:
a) a temperatura do corpo **C** também aumentou;
b) o corpo **C** recebeu calor do corpo **A** e cedeu calor para o corpo **B**;
c) o corpo **C** cedeu calor para o corpo **A** e recebeu calor do corpo **B**;
d) o corpo **C** permanece com a mesma temperatura que tinha no início;
e) a temperatura do corpo **C** diminuiu.

Resolução:
Se as temperaturas dos corpos **A** e **B** aumentam, então a temperatura do corpo **C** diminui.

Resposta: e

27 (UFBA) Vamos imaginar dois corpos **A** e **B**, de massas iguais, com temperaturas iniciais θ_A e θ_B, sendo $\theta_A > \theta_B$, e com calores específicos c_A e c_B diferentes entre si e constantes no intervalo de temperatura considerado. Colocados no interior de um calorímetro ideal, os corpos **A** e **B**, após certo tempo, atingem o equilíbrio térmico. Nessas condições, é correto afirmar que:

(01) a energia cedida por **A** é igual à energia recebida por **B**.

(02) no corpo de maior capacidade térmica, ocorre a maior variação de temperatura.

(04) o aumento de temperatura de **B** é numericamente igual ao decréscimo da temperatura de **A**.

(08) a temperatura de equilíbrio térmico é igual a $\frac{c_A\theta_A + c_B\theta_B}{c_A + c_B}$.

(16) em relação ao centro de massa do sistema, a energia cinética média das moléculas de **B** é maior do que a de **A**.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

(01) **Correta** — Num calorímetro ideal, ocorrem trocas de calor apenas entre os corpos colocados em seu interior.

(02) **Incorreta** — No corpo de maior capacidade térmica, ocorrerá menor variação de temperatura.

(04) **Incorreta** — A variação de temperatura em um corpo depende da sua capacidade térmica.

(08) **Correta** — $Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_A + (m\ c\ \Delta\theta)_B = 0$

Como: $m_A = m_B$

Temos:

$c_A(\theta_f - \theta_A) + c_B(\theta_f - \theta_B) = 0$

$c_A\theta_f - c_A\theta_A + c_B\theta_f - c_B\theta_B = 0$

$\theta_f(c_A + c_B) = c_A\ \theta_A + c_B\ \theta_B$

$$\boxed{\theta_f = \frac{c_A\ \theta_A + c_B\ \theta_B}{c_A + c_B}}$$

(16) **Incorreta** — Se $\theta_A > \theta_B$, então as partículas do corpo A possuem mais energia cinética média do que as partículas do corpo B. Observe também que $m_A = m_B$.

Resposta: 09

28 (Unesp-SP) Quando uma enfermeira coloca um termômetro clínico de mercúrio sob a língua de um paciente, por exemplo, ela sempre aguarda algum tempo antes de fazer a sua leitura. Esse intervalo de tempo é necessário:

a) para que o termômetro entre em equilíbrio térmico com o corpo do paciente.

b) para que o mercúrio, que é muito pesado, possa subir pelo tubo capilar.

c) para que o mercúrio passe pelo estrangulamento do tubo capilar.

d) devido à diferença entre os valores do calor específico do mercúrio e do corpo humano.

e) porque o coeficiente de dilatação do vidro é diferente do coeficiente de dilatação do mercúrio.

Resolução:

Espera-se que o mercúrio do termômetro entre em equilíbrio térmico com corpo do paciente.

Resposta: a

29 Num calorímetro ideal, são colocados 1,0 kg de água à temperatura ambiente e um bloco de ferro, também de massa 1,0 kg, bastante aquecido. Após o equilíbrio térmico, verifica-se que a temperatura da água aumentou de 40 °C, enquanto a temperatura do bloco de ferro diminuiu mais de 200 °C. Isso ocorreu porque a água e o bloco de ferro têm:

a) densidades absolutas diferentes;

b) massas iguais;

c) capacidades térmicas diferentes;

d) coeficientes de condutibilidade térmica diferentes;

e) estados físicos de agregação diferentes – a água é líquida e o ferro é sólido.

Resolução:

Quando dois ou mais corpos recebem ou perdem a mesma quantidade de calor, o corpo de menor capacidade térmica sofre a maior variação de temperatura.

Resposta: c

30 **E.R.** Num recipiente termicamente isolado e com capacidade térmica desprezível, misturam-se 200 g de água a 10 °C com um bloco de ferro de 500 g a 140 °C. Qual a temperatura final de equilíbrio térmico?

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor específico do ferro = 0,12 cal/g °C.

Resolução:

Como o recipiente tem capacidade térmica desprezível, ele não participa das trocas de calor. E, como é termicamente isolado, é correto afirmar que:

$$Q_{ferro} + Q_{água} = 0$$

Uma vez que o calor trocado é sensível, temos:

$$(m\,c\,\Delta\theta)_{ferro} + (m\,c\,\Delta\theta)_{água} = 0$$

$$500 \cdot 0{,}12(\theta_E - 140) + 200 \cdot 1{,}0(\theta_E - 10) = 0$$

$$60(\theta_E - 140) + 200(\theta_E - 10) = 0$$

$$60\theta_E - 8\,400 + 200\theta_E - 2\,000 = 0$$

$$260\theta_E = 10\,400 \Rightarrow \boxed{\theta_E = 40\ °C}$$

31 Num recipiente termicamente isolado e de capacidade térmica desprezível, são misturados 200 g de água a 55 °C com 500 g também de água a 20 °C. Quando a mistura atingir o equilíbrio térmico, qual será sua temperatura?

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\,c\,\Delta\theta)_{quente} + (m\,c\,\Delta\theta)_{fria} = 0$

$200 \cdot c \cdot (\theta_f - 55) + 500 \cdot c \cdot (\theta_f - 20) = 0$

$2\theta_f - 110 + 5\theta_f - 100 = 0$

$7\theta_f = 210$

$\boxed{\theta_f = 30\ °C}$

Resposta: 30 °C

32 Numa garrafa térmica ideal, com 1,0 L de capacidade, são colocados 500 cm^3 de leite, à temperatura ambiente (20 °C), e 200 cm^3 de café a 90 °C. Admitindo-se que as trocas de calor somente aconteçam entre o café e o leite (cujas densidades e calores específicos podem ser considerados iguais), qual será a temperatura final de equilíbrio térmico do sistema?

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_{café} + (m\ c\ \Delta\theta)_{leite} = 0$

Como:

$d = \frac{m}{V}$ então $m = d\ V$

Então:

$(d\ V\ c\ \Delta\theta)_{café} + (d\ V\ c\ \Delta\theta)_{leite} = 0$

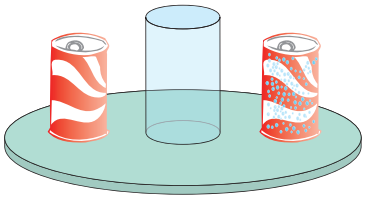
$200(\theta_f - 90) + 500(\theta_f - 20) = 0$

$2\theta_f - 180 + 5\theta_f - 100 = 0 \Rightarrow 7\theta_f = 280 \Rightarrow \boxed{\theta_f = 40\ °C}$

Resposta: 40 °C

33 Um aluno entrou em uma lanchonete e pediu dois refrigerantes, um "sem gelo", à temperatura de 25 °C, e o outro "gelado", à temperatura de 5,0 °C. Ele preencheu $\frac{1}{4}$ da capacidade de um copo grande com o refrigerante "sem gelo" e terminou de completar o copo com o refrigerante "gelado".

Desprezando as trocas de calor que não sejam entre os líquidos, determine a temperatura final de equilíbrio térmico do refrigerante.



Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_{quente} + (m\ c\ \Delta\theta)_{fria} = 0$

$m\ c\ (\theta_f - 25) + 3\ m\ c\ (\theta_f - 5) = 0$

$\theta_f - 25 + 3\theta_f - 15 = 0$

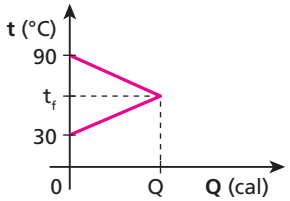
$4\theta_f = 40$

$\boxed{\theta_f = 10\ °C}$

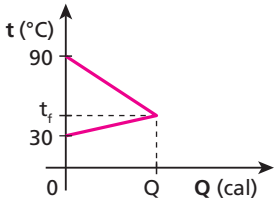
Resposta: 10 °C

34 (PUC-MG) Em um calorímetro de capacidade térmica desprezível, foram colocados 100 g de água a 30 °C e 200 g de ferro a 90 °C. O calor específico da água é igual a 1,0 cal/g °C e o do ferro, 0,10 cal/g °C. Qual dos gráficos melhor representa a variação de temperatura desses corpos em função da quantidade de calor trocado?

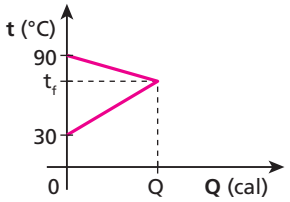
a)



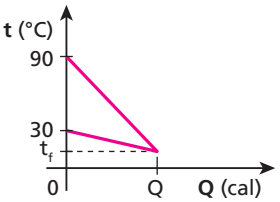
b)



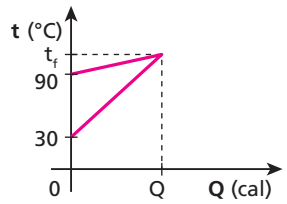
c)



d)



e)



Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta t)_{ferro} + (m\ c\ \Delta t)_{água} = 0$

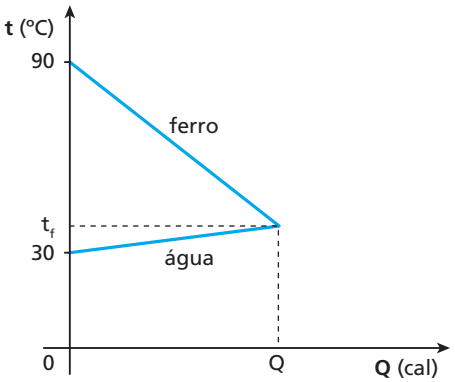
$200 \cdot 0{,}10\ \Delta t_{ferro} + 100 \cdot 1{,}0\ \Delta t_{água} = 0$

$20\ \Delta t_{ferro} + 100\ \Delta t_{água} = 0$

$\Delta t_{Ferro} + 5\ \Delta t_{água} = 0$

$|\Delta t_{ferro}| = |5\ \Delta t_{água}|$

A variação de temperatura do ferro é 5 vezes maior do que a da água. Assim:



Resposta: b

35 (Enem – mod.) Num recipiente de capacidade térmica desprezível e termicamente isolado, são colocados 20 g de água a 60 °C e 100 g de lascas de alumínio a 40 °C. O equilíbrio térmico ocorre à temperatura de 50 °C. Qual o valor do calor específico sensível do alumínio?

Dado: calor específico da água = 1 cal/g °C

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_{água} + (m\ c\ \Delta\theta)_{alumínio} = 0$

$20 \cdot 1 \cdot (50 - 60) + 100 \cdot c_{Al} \cdot (50 - 40) = 0$

$-200 + 1\,000 c_{Al} = 0$

$\boxed{c_{Al} = 0{,}20\ cal/g\ °C}$

Resposta: 0,20 cal/g °C

36 Num calorímetro ideal são colocados três corpos, **A**, **B** e **C**, de temperaturas θ_A, θ_B e θ_C. Se a temperatura final de equilíbrio térmico θ_E é tal que $\theta_A > \theta_E = \theta_B > \theta_C$, podemos afirmar que:

a) o corpo **A** recebe uma quantidade de calor igual à perdida por **C**;
b) a quantidade de calor recebida por **C** é menor que a cedida por **B**;
c) a quantidade de calor cedida por **B** é igual à soma das quantidades recebidas por **A** e **C**;
d) no término do balanço energético, observamos que o corpo **B** possui a mesma quantidade de energia térmica que tinha no início;
e) o corpo **B** serve de intermediário, recebendo calor do corpo **C** e transferindo-o imediatamente para o corpo **A**.

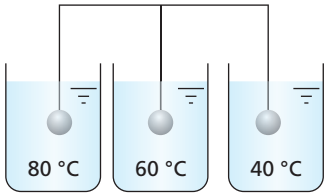
Resolução:

Como no final temos $\theta_E = \theta_B$, notamos que a temperatura do corpo **B** não se altera. Assim, o corpo **B** tem no final a mesma quantidade de energia térmica que tinha no início.

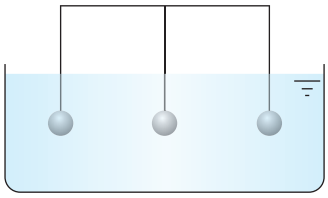
Alternativa correta: **d**

Resposta: d

37 Três esferas de mesma massa e de mesmo material, suspensas por fios isolados termicamente, estão imersas em três banhos térmicos cujas temperaturas estão mencionadas na figura abaixo.



Após atingidos os equilíbrios térmicos, essas esferas são simultânea e rapidamente retiradas e levadas para um recipiente com água a 20 °C.



Desprezando-se possíveis perdas de energia para o meio ambiente, a temperatura final desse banho térmico único será:

a) um valor maior que 80 °C;
b) um valor entre 60 °C e 20 °C;
c) 60 °C;
d) 50 °C;
e) um valor menor que 20 °C.

Resolução:

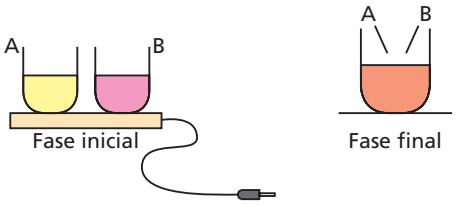
Observemos que as capacidades térmicas dos três corpos são iguais. Assim, o primeiro corpo (80 °C) deverá liberar uma quantidade de calor igual àquela de que o terceiro corpo (40 °C) irá precisar, para que as três esferas atinjam a temperatura final de 60 °C. Portanto, tudo se passa como se as três esferas partissem da temperatura inicial de 60 °C e, no final, a temperatura de equilíbrio do sistema água + esferas será:

$60\ °C > \theta_f > 20\ °C$

Resposta: b

38 (Fuvest-SP) Dois recipientes iguais **A** e **B**, contendo dois líquidos diferentes, inicialmente a 20 °C, são colocados sobre uma placa térmica, da qual recebem aproximadamente a mesma quantidade de calor. Com isso, o líquido em **A** atinge 40 °C, enquanto o líquido em **B**, 80 °C. Se os recipientes forem retirados da placa e seus líquidos misturados, a temperatura final da mistura ficará em torno de:

a) 45 °C.
b) 50 °C.
c) 55 °C.
d) 60 °C.
e) 65 °C.



Resolução:

1) Considerando igual o fluxo de calor para A e B, podemos determinar a capacidade térmica de cada sistema:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

$$C_A = \frac{Q}{40 - 20} \Rightarrow C_A = \frac{Q}{20}$$

$$C_B = \frac{Q}{80 - 20} \Rightarrow C_B = \frac{Q}{60}$$

2) Ao serem misturados, sem considerar perdas, vem:

$$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$$

$$C_B \Delta\theta_B + C_A \Delta\theta_A = 0$$

$$\frac{Q}{60}(\theta_f - 80) + \frac{Q}{20}(\theta_f - 40) = 0$$

$$\frac{\theta_f}{60} - \frac{80}{60} + \frac{\theta_f}{20} - \frac{40}{20} = 0$$

$$\theta_f - 80 + 3\theta_f - 120 = 0$$

$$4\theta_f = 200$$

$$\boxed{\theta_f = 50\ °C}$$

Resposta: b

39 Em um ritual místico, as pessoas aquecem a água de um caldeirão utilizando sete pedras. As pedras são colocadas em uma fogueira e depois são lançadas no caldeirão com 0,70 L de água a 20 °C. Cada uma das pedras tem, em média, 100 g de massa e se encontram a 300 °C no instante em que são lançadas no caldeirão. No equilíbrio térmico, tem-se uma temperatura de 50 °C. Sendo o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C e desprezando as perdas de calor para o ambiente e para o caldeirão, pode-se afirmar que o calor específico médio das pedras em questão, em cal/g °C, é:

a) 0,030.
b) 0,12.
c) 0,17.
d) 0,50.
e) 1,04.

Dado: densidade absoluta da água = 1,0 kg/L

Resolução:

$$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$$

$$(m\ c\ \Delta\theta)_{pedras} + (m\ c\ \Delta\theta)_{água} = 0$$

$$700 \cdot c_p \cdot (50 - 300) + 700 \cdot 1{,}0 \cdot (50 - 20) = 0$$

$$-250\ c_p + 30 = 0 \Rightarrow \boxed{c_p = 0{,}12\ cal/g\ °C}$$

Resposta: b

40 **E.R.** Um bloco **A** tem massa, calor específico e temperatura inicial respectivamente iguais a m_A, c_A e θ_A. Um bloco **B** tem massa, calor específico e temperatura inicial respectivamente iguais a m_B, c_B e θ_B. Os blocos **A** e **B** são postos em contato térmico e, depois de certo tempo, atingem o equilíbrio térmico, adquirindo uma temperatura θ_E. Considerando c_A e c_B constantes e supondo o sistema termicamente isolado, calcule θ_E.

Resolução:
Sendo desprezíveis as trocas de calor com o resto do universo, é válido afirmar que:

$$Q_A + Q_B = 0$$
$$(m\,c\,\Delta\theta)_A + (m\,c\,\Delta\theta)_B = 0$$
$$m_A\,c_A(\theta_E - \theta_A) + m_B\,c_B(\theta_E - \theta_B) = 0$$
$$m_A\,c_A\,\theta_E - m_A\,c_A\,\theta_A + m_B\,c_B\,\theta_E - m_B\,c_B\,\theta_B = 0$$
$$(m_A\,c_A + m_B\,c_B)\theta_E = m_A\,c_A\,\theta_A + m_B\,c_B\,\theta_B$$

$$\boxed{\theta_E = \frac{m_A\,c_A\,\theta_A + m_B\,c_B\theta_B}{m_A\,c_A + m_B\,c_B}}$$

Notas:

- O produto da massa pelo calor específico é a capacidade térmica do bloco:

$$m_A\,c_A = C_A$$
$$m_B\,c_B = C_B$$

Assim, temos:

$$\theta_E = \frac{C_A\,\theta_A + C_B\,\theta_B}{C_A + C_B}$$

- Observe ainda que a expressão deduzida representa uma **média ponderada** das temperaturas iniciais, sendo os "pesos" a **capacidade térmica** de cada corpo envolvido.

41 Dois corpos **A** e **B**, de capacidades térmicas iguais, são colocados no interior de um calorímetro ideal. A temperatura inicial do corpo **A** é θ_A e a do corpo **B** é θ_B. Não considerando possíveis perdas de calor, a temperatura final de equilíbrio térmico será dada por:

a) $\frac{\theta_A + \theta_B}{2}$. c) $\frac{\theta_B - \theta_A}{2}$. e) $|\theta_B - \theta_A|$.

b) $\frac{\theta_A - \theta_B}{2}$. d) $|\theta_A + \theta_B|$.

Resolução:
No exercício anterior (resolvido), encontramos:

$$\theta_E = \frac{C_A\,\theta_A + C_B\,\theta_B}{C_A + C_B}$$

Sendo as capacidades térmicas iguais, vem:

$$C_A = C_B = C$$
$$\theta_E = \frac{C\,(\theta_A + \theta_B)}{2C}$$

$$\boxed{\theta_E = \frac{\theta_A + \theta_B}{2}}$$

Resposta: a

42 Três amostras de um mesmo líquido, cujas temperaturas iniciais são 40 °C, 70 °C e 100 °C, são misturadas em um calorímetro. As massas das amostras são iguais. Supondo-se que as trocas de calor ocorrem somente entre as amostras do líquido, qual a temperatura de equilíbrio da mistura, em graus Celsius?

Resolução:
Três amostras do mesmo líquido, com massas iguais, possuem capacidades térmicas iguais:

$$C_A = C_B = C_C$$

Assim, a temperatura de equilíbrio término é a média aritmética das temperaturas iniciais:

$$\theta_E = \frac{\theta_A + \theta_B + \theta_C}{3} = \frac{40 + 70 + 100}{3}\ (°C)$$

$$\boxed{\theta_E = 70\ °C}$$

Resposta: 70 °C

43 Uma dona de casa coloca no interior de uma garrafa térmica o café que acabou de preparar. São 500 g de água + pó de café a 90 °C. Se a garrafa térmica estava à temperatura ambiente (12 °C) e atinge o equilíbrio térmico a 87 °C, qual a capacidade térmica dessa garrafa?
Dado: calor específico da água + pó de café = 1,0 cal/g °C

Resolução:

$$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$$
$$(m\,c\,\Delta\theta)_{café} + (C\,\Delta\theta)_{garrafa} = 0$$
$$500 \cdot 1{,}0 \cdot (87 - 90) + C_{garrafa}\,(87 - 12) = 0$$
$$-1\,500 + 75\,C_{garrafa} = 0$$

$$\boxed{C_{garrafa} = 20\ cal/°C}$$

Resposta: 20 cal/°C

44 (Unesp-SP) Um bloco de certa liga metálica, de massa 250 g, é transferido de uma vasilha, que contém água fervendo em condições normais de pressão, para um calorímetro contendo 400 g de água à temperatura de 10 °C. Após certo tempo, a temperatura no calorímetro se estabiliza em 20 °C. Supondo que todo o calor cedido pela liga metálica tenha sido absorvido pela água do calorímetro, qual a razão entre o calor específico da água e o calor específico da liga metálica?

Resolução:

$$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$$
$$(m\ \ c\ \ \Delta\theta)_{bloco} + (m\ \ c\ \ \Delta\theta)_{água} = 0$$
$$250 \cdot c_b \cdot (20 - 100) + 400 \cdot c_a \cdot (20 - 10) = 0$$
$$-20000\,c_b + 4000\,c_a = 0 \Rightarrow 4000\,c_a = 20000\,c_b$$

$$\boxed{c_a = 5\,c_b} \text{ ou } \boxed{\frac{c_a}{c_b} = 5}$$

Resposta: 5

45 (Fuvest-SP) Dois recipientes de material termicamente isolante contêm cada um 10 g de água a 0 °C. Deseja-se aquecer até uma mesma temperatura os conteúdos dos dois recipientes, mas sem misturá-los. Para isso, é usado um bloco de 100 g de uma liga metálica inicialmente à temperatura de 90 °C. O bloco é imerso durante certo tempo em um dos recipientes e depois transferido para o outro, nele permanecendo até ser atingido o equilíbrio térmico. O calor específico da água é dez vezes maior que o da liga metálica. Qual a temperatura do bloco metálico, por ocasião da transferência de um recipiente para o outro?

Resolução:
Na 2ª experiência:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_{metal} + (m\ c\ \Delta\theta)_{água} = 0$

$100 \cdot c \cdot (\theta_f - \theta) + 10 \cdot 10c\ (\theta_f - 0) = 0 \Rightarrow \theta_f - \theta + \theta_f = 0 \Rightarrow \theta_f = \frac{\theta}{2}$ (I)

Na 1ª experiência:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_{metal} + (m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{água} = 0$

$100 \cdot c \cdot (\theta - 90) + 10 \cdot 10c\ (\theta_f - 0) = 0 \Rightarrow \theta - 90 + \theta_f = 0$ (II)

Substituindo (I) em (II), tem-se:

$\theta - 90 + \frac{\theta}{2} = 0 \Rightarrow 1{,}50 = 90 \Rightarrow \boxed{\theta = 60\ °C}$

Resposta: 60 °C

46 Para avaliar a temperatura de 300 g de água, usou-se um termômetro de 100 g de massa e calor específico sensível igual a 0,15 cal/g °C. Inicialmente, esse termômetro indicava, à temperatura ambiente, 12 °C. Após algum tempo, colocado em contato térmico com a água, o termômetro passa a indicar 72 °C. Supondo não ter havido perdas de calor, determine a temperatura inicial da água.
Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g °C

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_{água} + (m\ c\ \Delta\theta)_{termômetro} = 0$

$300 \cdot 1{,}0 \cdot (72 - \theta_a) + 100 \cdot 0{,}15 \cdot (72 - 12) = 0$

$21\,600 - 300\theta_a + 900 = 0$

$300\theta_a = 22\,500$

$\boxed{\theta_a = 75\ °C}$

Resposta: 75 °C

47 E.R. Um calorímetro de equivalente em água 10 g, à temperatura ambiente (20 °C), foi utilizado para misturar 200 g de um líquido de calor específico 0,79 cal/g °C, a 35 °C, com um bloco de metal de massa 300 g, a 150 °C. Sabendo que a temperatura final atingida foi de 40 °C, determine o calor específico do metal.

Resolução:
Supondo o sistema termicamente isolado, podemos escrever que:

$$Q_{metal} + Q_{líquido} + Q_{calorímetro} = 0$$

$$(m\ c\ \Delta\theta)_{metal} + (m\ c\ \Delta\theta)_{líquido} + (m\ c\ \Delta\theta)_{calorímetro} = 0$$

$$300c_m\ (40 - 150) + 200 \cdot 0{,}79\ (40 - 35) + [m\ c\ (40 - 20)]_{calorímetro} = 0$$

Como vimos:

$$(m\ c)_{calorímetro} = E\ c_{água}$$

Sendo:

$$c_{água} = 1\ cal/g\ °C$$

$$E = 10\ g\ (equivalente\ em\ água)$$

Temos:

$$(m\ c)_{calorímetro} = 10\ g \cdot 1\ \frac{cal}{g\ °C} = 10\ \frac{cal}{°C}$$

Assim:

$$-300c_m \cdot 110 + 790 + 10 \cdot 20 = 0$$

$$c_m = \frac{790 + 200}{300 \cdot 110}$$

$$\boxed{c_m = 0{,}03\ cal/g\ °C}$$

48 Um corpo é colocado em contato com uma fonte térmica que lhe fornece 2,0 kcal de calor. A temperatura do corpo era igual à do ambiente (20 °C) e, ao receber a energia térmica, atingiu a temperatura de 120 °C. Se o calor específico da água é igual a 1,0 cal/g °C, qual é o equivalente em água do referido corpo?

Resolução:
$Q = m\ c\ \Delta\theta$
mas: $C = m\ c$
Então:
$Q = C\ \Delta\theta$
$2\,000 = C_{corpo}\ (120 - 20) \Rightarrow C_{corpo} = 20\ cal/°C$
Como:
$C_{corpo} = C_{água}$
Temos:

$20 = E \cdot 1{,}0 \Rightarrow \boxed{E = 20\ g}$

Resposta: 20 g

49 Qual é o equivalente em água de um bloco de alumínio de massa 500 g? Sabe-se que o calor específico do alumínio vale 0,22 cal/g °C e o da água vale 1,0 cal/g °C.

Resolução:

$C_{bloco} = C_{água}$

$(m\ c)_{bloco} = (E\ c)_{água}$

$500 \cdot 0{,}22 = E \cdot 1{,}0$

$\boxed{E = 110\ g}$

Resposta: 110 g

50 Num recipiente de capacidade térmica desprezível, encontramos um líquido a 20 °C. Misturando 600 g de água a 80 °C com esse líquido, obtemos uma temperatura de equilíbrio térmico igual a 60 °C. Qual o equivalente em água desse líquido?

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_{líquido} + (m\ c\ \Delta\theta)_{água} = 0$

$E \cdot 1{,}0 \cdot (60 - 20) + 600 \cdot 1{,}0\ (60 - 80) = 0$

$40E - 12\,000 = 0 \Rightarrow \boxed{E = 300\ g}$

Resposta: 300 g

51 Um recipiente de capacidade térmica desprezível, contendo 400 g de água a 15 °C, recebe uma esfera de cobre a 120 °C. Desprezando as possíveis perdas de calor e sabendo que o equivalente em água dessa esfera é igual a 20 g, determine a temperatura final de equilíbrio térmico.
Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g °C

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_{esfera} + (m\ c\ \Delta\theta)_{água} = 0$

Como:

$(m\ c)_{esfera} = (E\ c)_{água}$

Temos:

$20 \cdot 1{,}0\ (\theta_f - 120) + 400 \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 15) = 0$

$\theta_f - 120 + 20\ \theta_f - 300 = 0$

$21\ \theta_f = 420$

$\boxed{\theta_f = 20\ °C}$

Resposta: 20 °C

52 Um pedaço de cobre de 20 g a 60 °C é colocado dentro de um calorímetro que contém 10 g de água a 10 °C. Se a temperatura final do sistema (calorímetro + água + cobre) é 15 °C, qual é o equivalente em água do calorímetro?

Dados: calor específico do cobre = 0,42 J/g °C;
calor específico da água = 4,2 J/g °C.

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_{cobre} + (m\ c\ \Delta\theta)_{água} + (m\ c\ \Delta\theta)_{calorímetro} = 0$

$(m\ c\ \Delta\theta)_{cobre} + [(m + E)c\ \Delta\theta]_{água} = 0$

$20 \cdot 0{,}42\ (15 - 60) + (10 + E) \cdot 4{,}2\ (15 - 10) = 0$

$-378 + 21\ (10 + E) = 0$

$-378 + 210 + 21E = 0$

$21E = 168$

$\boxed{E = 8{,}0\ g}$

Resposta: 8,0 g

53 A respeito de calor latente de fusão (L_F) de uma substância, pode-se dizer que:

a) é a energia térmica responsável pela fusão total do corpo considerado;
b) é a energia térmica responsável pela elevação de uma unidade de temperatura na substância, quando ela se encontra no estado líquido;
c) é a energia térmica responsável pela passagem de uma massa unitária do estado sólido para o estado líquido, durante a qual não há variação de temperatura;
d) é a energia térmica responsável pela passagem de 1 g da substância do estado líquido para o estado sólido;
e) é toda energia térmica envolvida na fusão de metade do corpo considerado.

Resolução:

O calor latente de fusão (L_F) de uma substância indica a energia térmica necessária para provocar a fusão de uma unidade de massa dessa substância.

Resposta: c

54 A respeito de mudança de estado físico, indique a alternativa incorreta.

a) Se um corpo sólido absorve calor e sua temperatura não varia, isso significa que ele está sofrendo mudança de estado físico;
b) Durante uma fusão, sob pressão constante, todo calor absorvido é utilizado para alterar o arranjo molecular da substância;
c) Quando um sólido recebe calor, ou o estado de agitação de suas partículas aumenta ou ocorre uma reestruturação no seu arranjo molecular, os fatores que determinam o que acontece são: a temperatura do sólido e a pressão a que ele está sujeito;
d) A temperatura em que ocorre determinada fusão depende da substância e da pressão a que o corpo está sujeito;
e) Um bloco de gelo nunca pode sofrer fusão a uma temperatura diferente de 0 °C.

Resolução:

A única frase incorreta é a **e**. A fusão de um bloco de gelo pode ocorrer em temperatura diferente de 0 °C, basta que a pressão seja diferente de 1 atm.

Resposta: e

55 Quanto calor devemos fornecer a um bloco de gelo de 300 g de massa, a 0 °C, sob pressão normal, para fundi-lo totalmente?

Dado: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g

Resolução:

$Q = m\ L$

$Q = 300 \cdot 80\ (cal)$

$\boxed{Q = 2{,}4 \cdot 10^4\ cal}$

Resposta: $2{,}4 \cdot 10^4$ cal

56 E.R. Quanto de calor necessitam receber 100 g de gelo para serem aquecidos de –30 °C a 10 °C? A pressão atmosférica é constante e normal, e são dados:
calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:

Sabemos que o gelo sofre fusão a 0 °C; portanto, devemos considerar o aquecimento do bloco de gelo por etapas.

Q_1 = quantidade de calor que o gelo recebeu para atingir 0 °C (calor sensível);
Q_2 = quantidade de calor que o gelo recebeu para se fundir (calor latente);
Q_3 = quantidade de calor que a água, proveniente da fusão do gelo, recebeu para atingir 10 °C (calor sensível).

Assim: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$Q = (m\ c\ \Delta\theta)_{gelo} + (m\ L_F)_{gelo} + (m\ c\ \Delta\theta)_{água}$

Substituindo os valores numéricos fornecidos, temos:

$Q = 100 \cdot 0{,}50\ [0 - (-30)] + 100 \cdot 80 + 100 \cdot 1{,}0\ (10 - 0)$

$Q = 100 \cdot 0{,}50 \cdot 30 + 100 \cdot 80 + 100 \cdot 10$

$Q = 1\,500 + 8\,000 + 1\,000$

$\boxed{Q = 10\,500\ cal}$

57 Um bloco de gelo com 200 g de massa, a 0 °C, precisa receber uma quantidade de calor Q_1 para sofrer fusão total. A água resultante, para ser aquecida até 50 °C, precisa receber uma quantidade de calor Q_2. Qual é o valor de **Q**, sendo $Q = Q_1 + Q_2$?
Dados: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:
$Q = Q_1 + Q_2$
$Q = (m\,L_F)_{gelo} + (m\,c\,\Delta\theta)_{água}$
$Q = 200 \cdot 80 + 200 \cdot 1{,}0 \cdot (50 - 0)$
$Q = 16\,000 + 10\,000$
$Q = 26\,000$ cal

$\boxed{Q = 2{,}6 \cdot 10^4 \text{ cal}}$

Resposta: $2{,}6 \cdot 10^4$ cal

58 Deseja-se transformar 100 g de gelo a –20 °C em água a 30 °C. Sabe-se que o calor específico do gelo vale 0,50 cal/g °C e o da água, 1,0 cal/g °C, e que o calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g. Quanto calor, em quilocalorias, devemos fornecer a esse gelo?

Resolução:
$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$
$Q = (m\,c\,\Delta\theta)_{gelo} + (m\,L_F)_{gelo} + (m\,c\,\Delta\theta)_{água}$
$Q = 100 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-20)] + 100 \cdot 80 + 100 \cdot 1{,}0 \cdot (30 - 0)$
$Q = 1\,000 + 8\,000 + 3\,000$ (cal)
$Q = 12\,000$ cal
$Q = 12$ kcal

Resposta: 12 kcal

59 Uma pedra de gelo de 20 g de massa, inicialmente a –10 °C, recebeu 2 700 cal. Determine a temperatura atingida, sabendo que essa energia foi totalmente aproveitada pelo sistema.
Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:
$Q_1 = (m\,c\,\Delta\theta)_{gelo}$
$Q_1 = 20 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-10)]$ (cal)
$Q_1 = 100$ cal
$Q_2 = (m\,L_F)_{gelo}$
$Q_2 = 20 \cdot 80$ (cal)
$Q_2 = 1\,600$ cal
Portanto:
$Q_3 = (m\,c\,\Delta\theta)_{água}$
$2\,700 - (100 + 1\,600) = 20 \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 0)$
$1\,000 = 20\,\theta_f$

$\boxed{\theta_f = 50\ ^oC}$

Resposta: 50 °C

60 Você tem 100 g de água à temperatura ambiente (25 °C). Quanto de calor deve-se retirar dessa água para obter-se um bloco de gelo de 100 g a 0 °C?
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

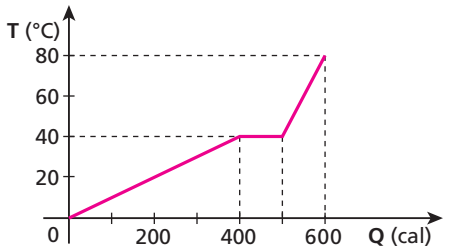
Resolução:
$Q = Q_1 + Q_2$
$Q = (m\,c\,\Delta\theta)_{água} + (m\,L_s)_{gelo}$
$Q = 100 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 25) + 100 \cdot (-80)$
$Q = -2\,500 - 8\,000$ (cal)
$Q = -10\,500$ cal

$\boxed{|Q| = 10\,500 \text{ cal}}$

Nota: O sinal negativo indica que a energia térmica foi retirada do sistema.

Resposta: 10 500 cal

61 (UFG-GO) Um corpo de massa 50 g, inicialmente no estado sólido, recebe calor de acordo com a representação gráfica a seguir, passando para o estado líquido:



No gráfico, **Q** representa a quantidade de calor recebida pelo corpo e **T**, sua temperatura na escala Celsius.
a) O que ocorre no intervalo entre 400 cal e 500 cal? Explique.
b) Determine os calores específicos e o calor latente nas fases representadas no gráfico.

Resolução:
a) **Fusão**. Nesse intervalo, o corpo recebe calor sem alteração em sua temperatura.

b) No estado sólido:
$Q = m\,c\,\Delta\theta$
$400 = 50 \cdot c_S \cdot (40 - 0)$

$\boxed{c_S = 0{,}20 \text{ cal/g °C}}$

Na fusão (patamar):
$Q = m\,L$
$500 - 400 = 50 \cdot L_F$

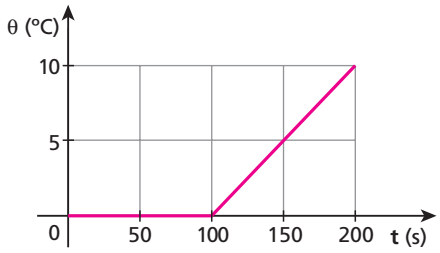
$\boxed{L_F = 2{,}0 \text{ cal/g}}$

No estado líquido:
$Q = m\,c\,\Delta\theta$
$600 - 500 = 50\,c_L\,(80 - 40)$

$\boxed{c_L = 0{,}05 \text{ cal/g °C}}$

Resposta: 0,05 cal/g °C

62 O gráfico representa o aquecimento de um bloco de gelo de massa 1,0 kg, inicialmente a 0 °C.

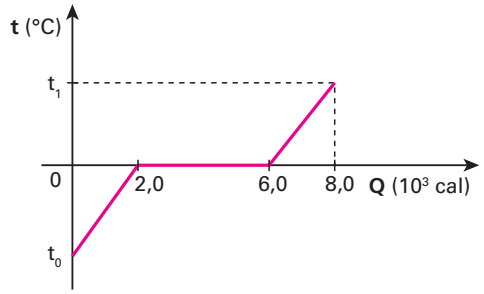


Sabendo que o calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g, responda: qual a quantidade de calor absorvida pelo gelo entre os instantes 0 e 100 s?

Resolução:
Entre 0 e 100 segundos, ocorre fusão do gelo:
$Q = m L_F$
$Q = 1\,000 \cdot 80 \quad (cal)$
$Q = 8{,}0 \cdot 10^4$ cal

Resposta: $8{,}0 \cdot 10^4$ cal

63 (UFPI) O gráfico a seguir mostra a curva de aquecimento de certa massa de gelo.



Determine a temperatura inicial do gelo (t_0) e a temperatura final da água (t_1).
Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:
Na fusão (patamar):
$Q = m L_F$
$(6{,}0 - 2{,}0) \cdot 10^3 = m \cdot 80$
$m = 50$ g

No aquecimento do gelo:
$Q = m c \Delta\theta$
$2{,}0 \cdot 10^3 = 50 \cdot 0{,}50 \quad (0 - t_0)$
$2000 = -25\, t_0 \Rightarrow \boxed{t_0 = -80\ °C}$

No aquecimento da água:
$Q = m c \Delta\theta$
$(8{,}0 - 6{,}0) \quad 10^3 = 50 \cdot 1{,}0(t_1 - 0)$
$2000 = \frac{50}{t_1} \Rightarrow \boxed{t_1 = 40\ °C}$

Respostas: –80 °C e 40 °C

64 Uma fonte de potência constante e igual a 400 cal/min fornece calor a um bloco de gelo com massa de 200 g, inicialmente à temperatura de –20 °C. Sabendo que o sistema é aquecido a 50 °C, calcule o tempo gasto para o aquecimento, desprezando quaisquer perdas de energia.
Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:
$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$
$Pot\ \Delta t = (m c \Delta\theta)_{gelo} + (m L_F) + (m c \Delta\theta)_{água}$
$400 \cdot \Delta t = 200 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-20)] + 200 \cdot 80 + 200 \cdot 1{,}0 \cdot (50 - 0)$
$400\ \Delta t = 2\,000 + 16\,000 + 10\,000$
$400\ \Delta t = 28\,000$
$\boxed{\Delta t = 70\ min}$

Resposta: 70 min

65 (Mack-SP) Sabendo que uma caixa de fósforos possui em média 40 palitos e que cada um desses palitos, após sua queima total, libera cerca de 85 calorias, para podermos fundir totalmente um cubo de gelo de 40 gramas, inicialmente a –10 °C, sob pressão normal, quantas caixas de fósforos devemos utilizar, no mínimo?
Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:
$Q = Q_1 + Q_2$
$Q = (m c \Delta\theta)_{gelo} + (m L_F)$
$n \cdot 85 = 40 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-10)] + 40 \cdot 80$
$n \cdot 85 = 200 + 3\,200$
$n \cdot 85 = 3\,400$
$\boxed{n = 40\ palitos = 1\ caixa}$

Resposta: 1 caixa

66 (Unip-SP) Um bloco de gelo de massa **M** está a uma temperatura inicial θ. O bloco de gelo recebe calor de uma fonte térmica de potência constante. Admita que todo o calor fornecido pela fonte é absorvido pelo bloco.
O intervalo de tempo para o gelo atingir a sua temperatura de fusão é igual ao intervalo de tempo que durou sua fusão completa.
Considere os seguintes dados:
I. calor específico sensível do gelo: 0,50 cal/g °C;
II. temperatura de fusão do gelo: 0 °C;
III. calor específico latente de fusão do gelo: 80 cal/g.
O valor de θ:
a) não está determinado, porque não foi dada a massa **M** do bloco de gelo.
b) não está determinado, porque não foi dada a potência da fonte térmica que forneceu calor ao bloco de gelo.
c) é –160 °C.
d) é –80 °C.
e) é –40 °C.

Resolução:
$Q = Pot\ \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{Q}{Pot}$

Sendo:
$\Delta t_1 = \Delta t_2$

Temos:

$$\frac{Q_1}{Pot} = \frac{Q_2}{Pot}$$

$$(m\,c\,\Delta\theta)_{gelo} = m\,L_F$$

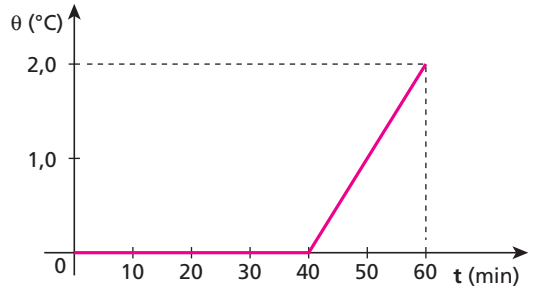
$$M \cdot 0{,}50 \cdot (0 - \theta) = M \cdot 80$$

$$-0{,}50\,\theta = 80$$

$$\boxed{\theta = -160\ °C}$$

Resposta: c

67 (UFC-CE) Um recipiente contém 3,8 kg de água e uma massa desconhecida de gelo, a 0 °C, no instante **t** igual a zero. Esse recipiente é colocado em contato com uma fonte térmica que transfere calor a uma taxa constante. A temperatura da mistura é medida várias vezes e os dados obtidos são mostrados no gráfico da temperatura θ (°C) *versus* tempo **t** (minutos) abaixo.



Desprezando-se a capacidade térmica do recipiente, calcule:

a) a massa de gelo no instante inicial;

b) a taxa de transferência de calor para o sistema.

Dados: calor latente do gelo, L = 80 cal/g;
calor específico da água, c_a = 1,0 cal/g °C.

Resolução:

a) No patamar, ocorre fusão da parcela de gelo:

$$Q = m_g\,L_F$$

$$Pot\,\Delta t_1 = m_g\,L_F \qquad (I)$$

No trecho oblíquo, ocorre aquecimento de toda a água:

$$Q = m\,c\,\Delta\theta$$

$$Pot\,\Delta t_2 = (m_g + m_a)\ c\,\Delta\theta \qquad (II)$$

Dividindo-se I por II, tem-se:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{m_g\,L_F}{(m_g + m_a) \cdot c\,\Delta\theta}$$

$$\frac{40}{20} = \frac{m_g \cdot 80}{(m_g + 3\,800) \cdot 1{,}0 \cdot (2{,}0 - 0)}$$

$$4{,}0(m_g + 3\,800) = 80\,m_g$$

$$4{,}0\,m_g + 15\,200 = 80\,m_g$$

$$76\,m_g = 15\,200$$

$$\boxed{m_g = 200\ g = 0{,}20\ kg}$$

b) Em I, temos:

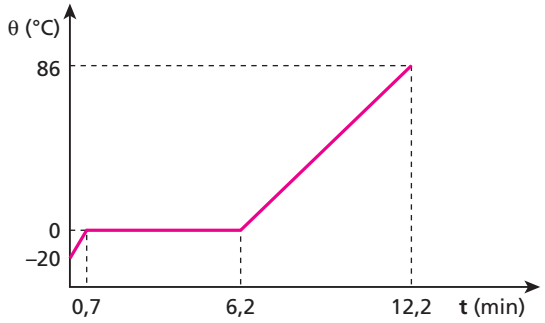
$$Pot\ \ \Delta t_1 = m_g\ \ L_F$$

$$Pot \cdot 40 = 200 \cdot 80$$

$$\boxed{Pot = 400\ cal/min}$$

Respostas: a) 0,20 kg; b) 400 cal/min

68 (Unesp-SP) Uma quantidade de 1,5 kg de certa substância encontra-se inicialmente na fase sólida, à temperatura de –20 °C. Em um processo a pressão constante de 1,0 atm, ela é levada à fase líquida a 86 °C. A potência necessária nessa transformação foi de 1,5 kJ/s. O gráfico na figura mostra a temperatura de cada etapa em função do tempo.



Calcule:

a) o calor latente de fusão L_F;

b) o calor necessário para elevar a temperatura de 1,5 kg dessa substância de 0 °C a 86 °C.

Resolução:

a) $$Pot = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m\,L_F}{\Delta t}$$

$$1{,}5 = \frac{1{,}5 \cdot L_F}{(6{,}2 - 0{,}7) \cdot 60}$$

$$\boxed{L_F = 330\ \frac{kJ}{kg}}$$

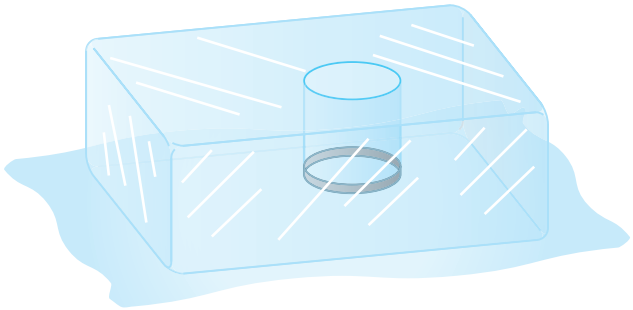
b) $$Q = Pot\,\Delta t$$

$$Q = 1{,}5 \cdot (12{,}2 - 6{,}2) \cdot 60 \quad (kJ)$$

$$\boxed{Q = 540\ kJ}$$

Respostas: a) $330\ \frac{kJ}{kg}$; b) 540 kJ

69 (PUC-SP) Um anel metálico de massa 150 g, inicialmente à temperatura de 160 °C, foi colocado em uma cavidade feita na parte superior de um grande bloco de gelo em fusão, como mostrado na figura.



Após o equilíbrio térmico ser atingido, verificou-se que 30 cm^3 de gelo se fundiram. Considerando o sistema (gelo-anel) termicamente isolado, o calor específico do metal que constitui o anel, em cal/g °C, é:

a) 0,050. c) 0, 096. e) 1,0.

b) 0,092. d) 0,10.

Dados: calor latente de fusão do gelo: 80 cal/g;
densidade do gelo: 0,92 g/cm^3.

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\,c\,\Delta\theta)_{anel} + (m\,L_F)_{gelo} = 0$

$(m\,c\,\Delta\theta)_{anel} + (d\,V\,L_F)_{gelo} = 0$

$150 \cdot c_a \ (0 - 160) + 0{,}92 \cdot 30 \cdot 80 = 0$

$-24\,000\,c_a + 2\,208 = 0$

$\boxed{c_a = 0{,}092 \text{ cal/g °C}}$

Resposta: b

70 **E.R.** Num calorímetro ideal, misturam-se 200 g de gelo a –40 °C com 100 g de água a uma temperatura θ.

Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Determine:

a) a temperatura θ, para que no equilíbrio térmico coexistam massas iguais de gelo e de água;

b) a temperatura da água quando o gelo atinge 0 °C, considerando as condições do item **a**.

Resolução:

a) Se a mistura de gelo e água é feita em um calorímetro ideal, podemos escrever que:

$$Q_{cedido\ (água)} + Q_{recebido\ (gelo)} = 0$$

Como, no final, deve-se ter coexistência de gelo e de água, o equilíbrio térmico deve ocorrer à temperatura de 0 °C.

Portanto, desenvolvendo a equação, temos:

$$(m\,c\,\Delta\theta)_{água} + (m\,c\,\Delta\theta)_{gelo} + (m\,L_F)_{gelo\ fundido} = 0$$

Observe que para termos massas iguais de água e de gelo, no final, é necessário que 50 g de gelo sofram fusão, ficando 150 g de água e 150 g de gelo:

$$100 \cdot 1(0 - \theta) + 200 \cdot 0{,}50\,[0 - (-40)] + 50 \cdot 80 = 0$$

$$-100\,\theta + 4\,000 + 4\,000 = 0$$

$$100\,\theta = 8\,000 \Rightarrow \boxed{\theta = 80\ °C}$$

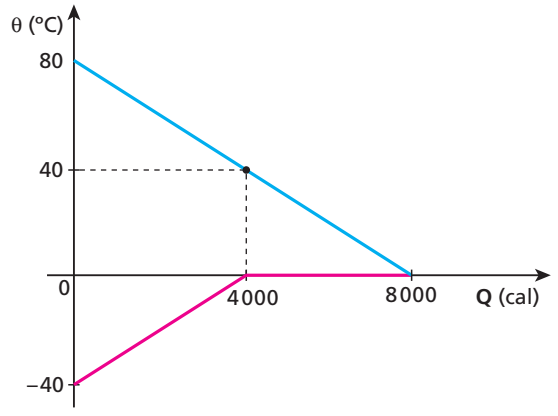
b) Observemos, pela resolução do item **a**, que o gelo precisou receber 4 000 cal para atingir 0 °C e mais 4 000 cal para sofrer fusão em 50 g. Portanto, a água perdeu apenas 4 000 cal até que o gelo atingisse 0 °C.

$$Q = m\,c\,\Delta\theta$$

$$4\,000 = 100 \cdot 1(80 - \theta_a) \Rightarrow \boxed{\theta_a = 40\ °C}$$

Nota:

• Graficamente, a resposta desse exercício pode ser dada por:



71 Num recipiente de paredes adiabáticas, há 60 g de gelo fundente (0 °C). Colocando-se 100 g de água no interior desse recipiente, metade do gelo se funde. Qual é a temperatura inicial da água?

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\,c\,\Delta\theta)_{água} + (m\,L_F)_{gelo} = 0$

$$100 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - \theta) + \frac{60}{2} \cdot 80 = 0$$

$-100\theta + 2\,400 = 0$

$\boxed{\theta = 24\ °C}$

Resposta: 24 °C

72 Num calorímetro ideal, misturam-se 200 g de gelo a 0 °C com 200 g de água a 40 °C.

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Determine:

a) a temperatura final de equilíbrio térmico da mistura;

b) a massa de gelo que se funde.

Resolução:

a) Resfriamento da água até 0 °C:

$Q = m\,c\,\Delta\theta = 200 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 40)$

$Q = -8\,000$ cal

(negativo porque é calor cedido)

Fusão total do gelo:

$Q = m\,L = 200 \cdot 80$

$Q = 16\,000$ cal

Como a energia liberada pela água é menor que a necessária para a fusão total do gelo, a temperatura de equilíbrio será 0 °C, restando gelo.

$\boxed{\theta_1 = 0\ °C}$

b) $Q = m\,L$

$8\,000 = m \cdot 80 \rightarrow \boxed{m = 100\ g}$

Respostas: a) 0 °C; b) 100 g

73 (Mack-SP) Num copo de capacidade térmica desprezível, tem-se inicialmente 170 cm^3 de água a 20 °C. Para resfriar a água, colocam-se algumas "pedras" de gelo, de massa total 100 g, com temperatura de –20 °C. Desprezando as perdas de calor com o ambiente e sabendo que após um intervalo de tempo há o equilíbrio térmico entre a água líquida e o gelo, a massa de gelo remanescente no copo é:

a) zero.
b) 15 g.
c) 30 g.
d) 38 g.
e) 70 g.

Dados: $\rho_{água}$ (densidade da água) = 1,0 g/cm^3
$c_{água}$ (calor específico da água) = 1,0 cal/(g °C)
$L_{F(gelo)}$ (calor latente de fusão do gelo) = 80 cal/g
c_{gelo} (calor específico do gelo) = 0,5 cal/(g °C)

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\,c\,\Delta\theta)_{água} + (m\,c\,\Delta\theta + m\,L_F)_{gelo} = 0$

$(d\,V\,c\,\Delta\theta)_{água} + (m\,c\,\Delta\theta + m\,L_F)_{gelo} = 0$

$1{,}0 \cdot 170 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 20) + 100 \cdot 0{,}5 \cdot [0 - (-20)] + m \cdot 80 = 0$

$-3\,400 + 1\,000 + 80\,m = 0$

$80\,m = 2\,400 \Rightarrow m = 30\ g$

Restando no copo:

$m_g = (100 - 30)\ g$

$\boxed{m_g = 70\ g}$

Resposta: e

74 **E.R.** No interior de um calorímetro ideal, são colocados 40 g de água a 40 °C e um bloco de gelo de massa 10 g, à temperatura de –20 °C. Qual a temperatura final de equilíbrio térmico?

Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:

Nas questões que envolvam uma mistura de água com gelo, podemos utilizar um roteiro para facilitar a resolução. Para isso, vamos estabelecer a temperatura de 0 °C como referência, isto é, vamos levar o sistema (água + gelo) para 0 °C e, em seguida, saímos dessa temperatura para o resultado final. É importante lembrar que calor cedido (que sai do sistema) é negativo e calor recebido (que entra no sistema) é positivo.

Atenção para o roteiro:

1) Resfriar a água até 0 °C

$Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = 40 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 40)\ cal \qquad Q_1 = -1\,600\ cal$

O valor de Q_1 indica o calor que a água fornece para chegar a 0 °C.

2) Aquecer o gelo até 0 °C

$Q_2 = m\,c\,\Delta\theta = 10 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-20)]\ cal \qquad Q_2 = +100\ cal$

O valor de Q_2 indica o calor que o gelo recebe para chegar a 0 °C.
Observe que a soma $Q_1 + Q_2$ é igual a –1 500 cal. Isso quer dizer que a água e o gelo estão à temperatura de 0 °C e ainda estão sobrando 1 500 cal.
Lembre-se de que o sistema está em um calorímetro ideal e, assim, não pode ceder calor para o exterior nem receber calor dele.

3) Derreter o gelo (ou solidificar a água)

$Q_3 = m\,L_F = 10 \cdot 80\ cal \qquad Q_3 = +800\ cal$

A soma $Q_1 + Q_2 + Q_3$ é igual a –700 cal (observe que o sinal negativo indica calor cedido, retirado do sistema). Então, ainda sobram 700 cal para retornar.

4) Aquecer toda a água usando a energia que sobrou
Se tivesse faltado calor, isto é, se a soma de $Q_1 + Q_2 + Q_3$ fosse um valor positivo, em vez de aquecer a água deveríamos esfriar todo o gelo. Nesse caso, no item 3, a água teria sido solidificada, liberando calor.

$Q_4 = m\,c\,\Delta\theta$

Atenção: o valor de Q_4 é a soma de $Q_1 + Q_2 + Q_3$ com o sinal trocado, pois o calor foi cedido (negativo) e agora está "voltando", sendo calor recebido (positivo).

$+700 = (40 + 10) \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 0)$

$\boxed{\theta_f = 14\ °C}$

75 Num calorímetro ideal são colocados 200 g de gelo fundente (0 °C) com 200 g de água, também a 0 °C. Após algum tempo, podemos afirmar que:

a) no equilíbrio térmico, vamos ter apenas água a 0 °C;
b) o gelo, sempre que entra em contato com a água, sofre fusão;
c) no final vamos ter apenas gelo a 0 °C;
d) as massas de água e gelo não se alteram, pois ambos estando a 0 °C não haverá troca de calor entre eles;
e) quando o calor sai da água, provoca sua solidificação; esse calor, no gelo, provoca fusão.

Resolução:

Para que ocorra transferência de calor entre dois corpos, é preciso que exista uma diferença de temperaturas entre eles.

Resposta: d

76 No interior de um vaso de Dewar de capacidade térmica desprezível, são colocados 500 g de água a 78,4 °C com 100 g de gelo fundente (0 °C). No equilíbrio térmico, qual será a temperatura do sistema?

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:

Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:

1) $Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = 500 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 78{,}4)\ (cal) \Rightarrow Q_1 = -39\,200\ cal$

2) não há, pois o gelo já está a 0 °C

3) $Q_3 = m\,L_F = 100 \cdot 80 \Rightarrow Q_3 = \dfrac{+8\,000\ cal}{31\,200\ cal}$

4) $Q_4 = m\,c\,\Delta\theta$

Como $Q_4 = (-39\,200 + 8\,000)\ cal$ com o sinal trocado, temos:

$31\,200 = (500 + 100) \cdot 1{,}0\ (\theta_f - 0)$

$\boxed{\theta_f = 52\ °C}$

Resposta: 52 °C

77 Misturando 100 g de água a 80 °C com 100 g de gelo fundente (0 °C), o que vamos obter no equilíbrio térmico? Para a resolução, suponha que trocas de calor ocorrem apenas entre o gelo e a água.

Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:

Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:

1) $Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = 100 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 80) \Rightarrow Q_1 = -8\,000\ cal$

2) não há, pois o gelo já está a 0 °C

3) $Q_3 = m\,L_F = 100 \cdot 80 \Rightarrow \dfrac{Q_3 = 8\,000\ cal}{zero}$

4) Observe que Q_4, $Q_1 + Q_2$ com o sinal trocado é nulo ($Q_4 = 0$).

No final, vamos ter somada água a 0 °C.

Resposta: Somente água a 0 °C

78 Num calorímetro ideal, são colocados 100 g de água a 60 °C e 200 g de gelo fundente. Se as trocas de calor ocorrem apenas entre o gelo e a água, no final ainda vamos ter gelo? Em caso afirmativo, que massa de gelo ainda restará?
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:
Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:
1) $Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = 100 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 60)$ (cal) $\Rightarrow$ $Q_1 = -6\,000$ cal
2) não há, pois o gelo já está a 0 °C
3) $Q_3 = m\,L_F = 200 \cdot 80 \Rightarrow Q_3 = 16\,000$ cal
O calor liberado pela água é insuficiente para derreter todo o gelo.
$Q = m\,L$
$16\,000 + (-6\,000) = m \cdot 80$
$10\,000 = m \cdot 80 \Rightarrow m = 125$ g

No final, ainda temos 125 g de gelo a 0 °C.

Respostas: Sim; 125 g

79 Vamos colocar em contato térmico 200 g de água a 50 °C com 100 g de gelo a –10 °C. Supondo que as trocas de calor se processem apenas entre a água e o gelo, qual será a temperatura final de equilíbrio térmico?
Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:
Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:
1) $Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = 200 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 50) \Rightarrow Q_1 = -10\,000$ cal
2) $Q_2 = m\,c\,\Delta\theta = 100 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-10)] \Rightarrow Q_2 = 500$ cal
3) $Q_3 = m\,L_F = 100 \cdot 80 \Rightarrow Q_3 = 8\,000$ cal
4) $Q_4 = m\,c\,\Delta\theta$
$1\,500 = (200 + 100) \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 0)$
$\theta_f = 5{,}0$ °C

Resposta: 5,0 °C

80 Num recipiente adiabático, de capacidade térmica desprezível, são colocados 400 g de água a 10 °C e 200 g de gelo a –15 °C. Se após algum tempo, estabelecido o equilíbrio térmico, introduzirmos nesse recipiente um termômetro ideal, que temperatura ele irá registrar?
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:
Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:
1) $Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = 400 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 10) \Rightarrow Q_1 = -4\,000$ cal
2) $Q_2 = m\,c\,\Delta\theta = 200 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-15)] \Rightarrow Q_2 = 1\,500$ cal
3) $Q_3 = m\,L_F = 200 \cdot 80 \Rightarrow Q_3 = 16\,000$ cal
Como a quantidade de energia que resta (2 500 cal) é menor do que a quantidade de energia de que o gelo precisa para a fusão (16 000 cal), a temperatura final de equilíbrio será 0 °C, restando gelo.

Resposta: 0 °C

81 Quando são misturados 40 g de água a 10 °C e 360 g de gelo a –30 °C, qual é a temperatura final de equilíbrio térmico? Suponha que o gelo e a água não troquem calor com o recipiente nem com o meio externo.
Dados: calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:
Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:
1) $Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = 40 \cdot 1{,}0\ \ (0 - 10) \Rightarrow Q_1 = -400$ cal
2) $Q_2 = m\,c\,\Delta\theta = 360 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-30)] \Rightarrow Q_2 = 5\,400$ cal
$+5\,000$ cal
3) Como o calor liberado pela água (400 cal) é insuficiente para aquecer o gelo até 0 °C, haverá solidificação da água:
$Q_3 = m\,L_S = 40 \cdot (-80) \Rightarrow Q_3 = -3\,200$ cal
4) $Q_4 = m\,c\,\Delta\theta$
$-(5\,000 - 3\,200) = (40 + 360) \cdot 0{,}50 \cdot (\theta_f - 0)$
$-1\,800 = 200\,\theta_f$
$\theta_f = -9{,}0$ °C

Resposta: –9,0 °C

82 (Fuvest-SP) Em um copo grande, termicamente isolado, contendo água à temperatura ambiente (25 °C), são colocados 2 cubos de gelo a 0 °C. A temperatura da água passa a ser, aproximadamente, de 1 °C. Nas mesmas condições, se, em vez de 2, fossem colocados 4 cubos de gelo iguais aos anteriores, ao ser atingido o equilíbrio, haveria no copo:
a) apenas água acima de 0 °C.
b) apenas água a 0 °C.
c) gelo a 0 °C e água acima de 0 °C.
d) gelo e água a 0 °C.
e) apenas gelo a 0 °C.

Resolução:
1ª experiência:
$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$
$(m\,c\,\Delta\theta)_{água} + (m\,L_F + m\,c\,\Delta\theta)_{gelo} = 0$
$m_a \cdot 1{,}0\ \ (1 - 25) + 2\,m_g \cdot 80 + 2\,m_g \cdot 1{,}0 \cdot (1 - 0) = 0$
$-24\,m_a + 162\,m_g = 0$
$m_a = 6{,}75\,m_g$
2ª experiência:
1) $Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = m_a \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 25) \Rightarrow Q_1 = -25\,m_a = -168{,}75\,m_g$
2) não há, pois o gelo já está a 0 °C
3) $Q_3 = m\,L_F = 4\,m_g \cdot 80 \Rightarrow Q_2 = 320\,m_g$
Observe que o calor liberado pela água é insuficiente para derreter os 4 cubos de gelo. Portanto, no final vamos ter água e gelo a 0 °C.

Resposta: d

83 (Unirio-RJ) Coloca-se em um copo de bordas bastante finas e capacidade térmica desprezível uma massa **m** de água que se encontra, inicialmente, à temperatura de 20 °C. Em seguida, uma massa **m/2** de gelo a 0 °C é colocada e a mistura água-gelo enche o copo completamente sem transbordar. O calor específico da água é 1,0 cal/g °C e o calor latente de fusão do gelo é de 80 cal/g. Desprezando as trocas de calor com o ambiente, podemos afirmar que, depois de alcançado o equilíbrio térmico, dentro do copo:

a) a água estará a 5 °C.
b) haverá água e gelo a 0 °C.
c) a água estará a 10 °C.
d) haverá apenas água a 0 °C.
e) a água estará a 13,3 °C.

Resolução:

1) $Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = m \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 20) \Rightarrow Q_1 = -20\,m$
2) $Q_2 = 0$ (o gelo se encontra a 0 °C)
3) $Q_3 = m\,L_F = \frac{m}{2} \cdot 80 \Rightarrow Q_3 = 40\,m$

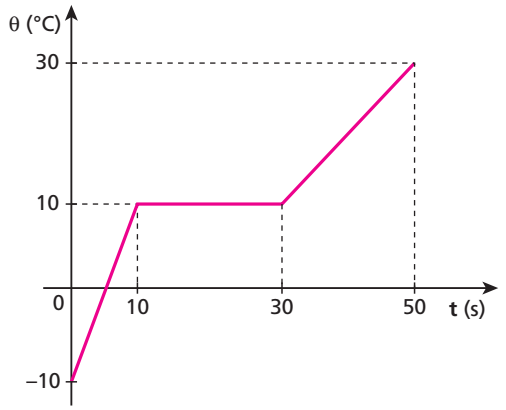
Observemos que o calor necessário (40 m) para derreter o gelo é maior do que o calor retirado da água (20 m); portanto o gelo irá derreter parcialmente (metade). Assim, no final vamos ter água e gelo em equilíbrio a 0 °C.

Resposta: b

84 Uma fonte térmica de potência constante é utilizada para aquecer uma amostra de 100 g de uma substância que está inicialmente no estado sólido. O gráfico mostra como varia a temperatura dessa substância no decorrer do tempo de aquecimento.

Determine:

a) a razão $\frac{c_s}{c_l}$ entre os calores específicos da substância no estado sólido e no estado líquido;
b) o calor latente de fusão dessa substância, sabendo que a potência da fonte térmica é igual a 200 cal/s.



Resolução:

Pot $\Delta t = m\,c\,\Delta\theta$

a) $\frac{c_S}{c_L} = \frac{\left(\frac{Pot\,\Delta t}{m\,\Delta\theta}\right)_S}{\left(\frac{Pot\,\Delta t}{m\,\Delta\theta}\right)_L} = \frac{\Delta t_S\,\Delta\theta_L}{\Delta t_L\,\Delta\theta_S} = \frac{10 \cdot (30 - 10)}{(50 - 30)\ \ [10 - (-10)]} = \frac{10 \cdot 20}{20 \cdot 20}$

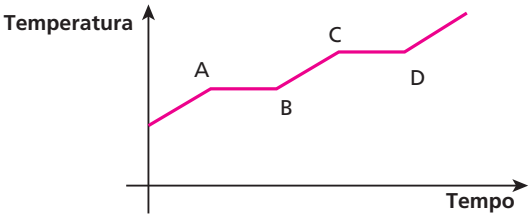
$\boxed{\frac{c_S}{c_L} = \frac{1}{2}}$

b) Pot $\Delta t = m\,L_F$

$200 \cdot (30 - 10) = 100 \cdot L_F \Rightarrow \boxed{L_F = 40\ cal/g}$

Respostas: a) $\frac{1}{2}$; b) 40 cal/g

85 (UFPI) O gráfico abaixo representa a variação de temperatura, em função do tempo, de um corpo inicialmente sólido:



Os patamares AB e CD representam, respectivamente, as seguintes mudanças de fase:

a) solidificação e fusão.
b) solidificação e vaporização.
c) fusão e solidificação.
d) vaporização e sublimação.
e) fusão e vaporização.

Resolução:

AB : Fusão
CD : Vaporização

Resposta: e

86 (Fatec-SP) Que efeito exerce, na temperatura de ebulição de um líquido, a variação de pressão sobre sua superfície?

a) O aumento da pressão eleva a temperatura de ebulição.
b) O aumento da pressão abaixa a temperatura de ebulição.
c) A diminuição da pressão faz cessar a ebulição.
d) A diminuição de pressão acarreta uma oscilação na temperatura de ebulição.
e) Nenhum efeito.

Resolução:

O aumento de pressão na superfície do líquido dificulta o escape de partículas gasosas, exigindo uma maior temperatura para a ebulição.

Resposta: a

87 Analise as afirmativas dadas a seguir:

(01) A temperatura de ebulição da água é sempre 100 °C, independentemente de outras condições.
(02) No interior de uma panela de pressão fechada, a água entra em ebulição a uma temperatura maior que 100 °C.
(04) No Rio de Janeiro (altitude zero), a água entra em ebulição a 100 °C em uma panela sem tampa; em São Paulo (altitude 731 m), a mesma água ferveria a uma temperatura maior que 100 °C.
(08) O aumento de pressão na superfície da água dificulta a evaporação, mas não altera sua temperatura de ebulição.
(16) Na evaporação de um líquido, são as partículas de maior nível de energia que saem pela superfície livre, provocando uma diminuição de temperatura.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução:
(01) **Incorreta** — A temperatura de ebulição da água pode ser de 100 °C, menor do que 100 °C e maior do que 100 °C, dependendo da pressão exercida em sua superfície.
(02) **Correta** — Pressão maior, temperatura de ebulição maior.
(04) **Incorreta** — Aumentando-se a altitude, a pressão atmosférica diminui. Assim, em São Paulo, a água entra em ebulição a uma temperatura menor do que 100 °C.
(08) **Incorreta** — O aumento de pressão na superfície da água dificulta sua evaporação e aumenta sua temperatura de ebulição.
(16) **Correta**.

Resposta: 18

88 (Cefet-MG) As temperaturas de ebulição da água nas cidades **A** e **B** são, respectivamente, 96 °C e 100 °C. É correto afirmar que:
a) a altitude de **B** é maior que a de **A**.
b) as duas cidades estão ao nível do mar.
c) a cidade **A** está acima do nível do mar.
d) a pressão atmosférica em **A** é maior que em **B**.
e) as duas cidades possuem a mesma pressão atmosférica.

Resolução:
A cidade **B** está ao nível do mar (temperatura de ebulição da água = 100 °C). A cidade **A** tem altitude maior. A pressão atmosférica é menor (θ_E = 96 °C).

Resposta: c

89 (Unirio-RJ) Admita que você está com muita fome e deseja cozinhar batatas em uma panela comum de alumínio num ambiente termicamente isolado. Considerando que você só se alimentará quando as batatas estiverem completamente cozidas, em que local você poderia saciar sua fome mais rapidamente?
1 – Despreze as perdas de calor para o meio ambiente.
2 – Considere a mesma temperatura inicial do conjunto em todos os ambientes.
a) No Pão de Açúcar — Rio de Janeiro.
b) Na Pedra do Sino — Petrópolis.
c) No Pico das Agulhas Negras — Itatiaia.
d) No Pico da Bandeira — ES.
e) No Pico da Neblina - Serra do Imeri — RR.

Resolução:
Dos locais citados, aquele que se encontra mais próximo do nível do mar é o Pão de Açúcar (RJ). Assim, nesse local, a água deverá entrar em ebulição a uma temperatura maior, fazendo o cozimento das batatas acontecerem em tempo menor.

Resposta: a

90 Numa panela de pressão:
a) a água demora mais para ferver, mas a temperatura atingida é maior que numa panela comum;
b) a água ferve rapidamente e atinge maior temperatura;
c) a água demora mais para ferver e atinge temperatura menor que numa panela comum;
d) a água ferve rapidamente, atingindo temperatura menor que numa panela comum;
e) a água sempre ferve a 100 °C, independentemente da pressão exercida em sua superfície livre.

Resolução:
Numa panela de pressão, a temperatura de ebulição da água é por volta de 120 °C. Assim, a água demora mais para ferver, mas ferve a uma temperatura maior.

Resposta: a

91 (Ufes) Os cozinheiros sabem que um bom pudim deve ser cozido em *banho-maria*: a fôrma contendo o pudim é mergulhada em um recipiente no qual se mantém água fervendo. A razão física para esse procedimento é que:
a) o cozimento se dá a pressão controlada.
b) o cozimento se dá a temperatura controlada.
c) a água é um bom isolante térmico.
d) o peso aparente do pudim é menor, devido ao empuxo (princípio de Arquimedes).
e) a expansão volumétrica do pudim é controlada.

Resolução:
O cozimento do pudim deve ser feito a uma temperatura próxima de 100 °C. Assim, usa-se a água em ebulição para controlar a temperatura de cozimento.

Resposta: b

92 (UFV-MG) Colocando água gelada no interior de um copo de vidro seco, observa-se, com o passar do tempo, a formação de gotículas de água na parede externa do copo. Isso se deve ao fato de que:
a) a água gelada atravessa a parede do copo.
b) as gotas d'água sobem pela parede interna do copo alcançando a parede externa, onde se depositam.
c) a água fria cria microfissuras na parede do copo de vidro, pelas quais a água passa para fora.
d) o vapor d'água presente na atmosfera se condensa.
e) o copo é de vidro.

Resolução:
Essas gotinhas de água que se formam na face externa do copo gelado são devidas à condensação de vapor d'água existente na atmosfera. Esse vapor d'água cede energia térmica para o vidro, liquefazendo-se.

Resposta: d

93 Sob pressão normal, 200 g de água entram em ebulição a 100 °C. Quanto calor deve ser fornecido a essa água para que metade dela transforme-se em vapor?
Dado: calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

Resolução:
$Q = m L_v$

$Q = \frac{200}{2} \cdot 540$

$Q = 5{,}4 \cdot 10^4$ cal

Resposta: $5{,}4 \cdot 10^4$ cal

94 Num calorímetro ideal, encontramos 30 g de água a 20 °C, sob pressão normal. Calcule a quantidade de calor que esse sistema deve receber, até que toda a água transforme-se em vapor.
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

Resolução:
$Q = Q_1 + Q_2$
$Q = m\,c\,\Delta\theta + m\,L_v$
$Q = 30 \cdot 1{,}0 \cdot (100 - 20) + 30 \cdot 540 \quad (cal)$
$Q = 2\,400 + 16\,200 \quad (cal)$

$Q = 1{,}86 \cdot 10^4$ cal

Resposta: $1{,}86 \cdot 10^4$ cal

95 Um quilograma de gelo a –50 °C é aquecido, transformando-se em vapor a 100 °C.
São conhecidos: calor específico do gelo = 0,5 cal/g °C; calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g; calor específico da água = 1 cal/g °C; calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.
As diversas fases do processo são: aquecimento e fusão do gelo; aquecimento e vaporização da água.
Atribuindo o algarismo 1 ao processo que requer o maior número de calorias, o algarismo 2 ao que vem em segundo lugar e assim por diante, de cima para baixo, forma-se o número:
a) 1234;
b) 4231;
c) 2413;
d) 4321;
e) 1324.

Resolução:
Aquecimento do gelo (4)
$Q_1 = m\,c\,\Delta\theta = 1\,000 \cdot 0{,}50 \cdot [0 - (-50)]$ (cal)
$Q_1 = 25\,000$ cal

Fusão do gelo (3)
$Q_2 = m\,L_F = 1\,000 \cdot 80$ (cal)
$Q_2 = 80\,000$ cal

Aquecimento da água (2)
$Q_3 = m\,c\,\Delta\theta = 1\,000 \cdot 1{,}0 \cdot (100 - 0)$ (cal)
$Q_3 = 100\,000$ cal

Vaporização da água (1)
$Q_4 = m\,L_v = 1\,000 \cdot 540$ (cal)
$Q_4 = 540\,000$ cal

Resposta: d

96 O fato de o éter evaporar mais depressa que o álcool, nas mesmas condições, mostra que a rapidez de evaporação depende da:
a) temperatura;
b) pressão em sua superfície livre;
c) natureza do líquido;
d) área da superfície livre;
e) densidade do líquido.

Resolução:
O éter é mais volátil que o álcool, isto é, nas mesmas condições o éter evapora mais rapidamente que o álcool.

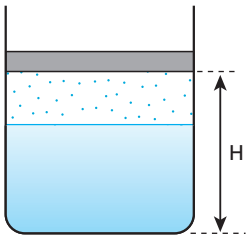
Resposta: c

97 Quando alguém vai tomar um café muito quente, costuma assoprar a superfície do líquido. Com isso, o café esfria mais depressa, porque:
a) o ar expelido pela pessoa é mais frio que o café e retira calor do sistema;
b) o ar expelido pela pessoa evita que o calor saia pela superfície livre, forçando-o a sair pelas faces da xícara;
c) o ar expelido retira o vapor de água existente na superfície do café, reduzindo a pressão de vapor e, desse modo, favorecendo a evaporação;
d) o ar expelido combina quimicamente com o vapor de água, retirando energia térmica do café;
e) é um costume que vem do século XVII, da Corte dos reis da França, quando os nobres descobriram o café.

Resolução:
Com o sopro da pessoa, a pressão na região acima do líquido diminui. A rapidez de evaporação está ligada a essa pressão e vai aumentar com a redução de pressão. Como a evaporação é um processo endotérmico, ela retira calor da massa líquida que fica na xícara, provocando o seu resfriamento.

Resposta: c

98 Num recipiente dotado de êmbolo, há um líquido em equilíbrio com o seu vapor. Se levantarmos o êmbolo, aumentando o volume, sem alterar a temperatura:



a) parte do vapor se condensará;
b) mais líquido vaporizará;
c) líquido e vapor manterão a mesma proporção;
d) o líquido ferverá obrigatoriamente;
e) parte do líquido se transformará em sólido.

Resolução:
Ao levantarmos o êmbolo, a pressão na superfície do líquido diminui, favorecendo a evaporação de mais líquido.

Resposta: b

99 Na questão anterior, após levantarmos o êmbolo de modo que ainda sobre líquido, observamos que a pressão do vapor no equilíbrio:
a) é a mesma de antes;
b) aumenta;
c) diminui;
d) depende de quanto o vapor aumentou;
e) Impossível saber o que ocorreu.

Resolução:
Ao levantarmos o êmbolo, a pressão de vapor diminui. Mais líquido irá evaporar até atingir o equilíbrio dinâmico, quando a pressão de vapor volta a ser igual à inicial.

Resposta: a

100 (UFF-RJ) Ao usar um ferro de passar roupa, uma pessoa, em geral, umedece a ponta do dedo em água antes de encostá-lo rapidamente na base aquecida do ferro, para testar se ela já está suficientemente quente. Ela procede dessa maneira, com a certeza de que não queimará a ponta de seu dedo. Isso acontece porque, em relação aos demais líquidos, a água tem:
a) um baixo calor específico.
b) um comportamento anômalo na sua dilatação.
c) uma densidade que varia muito ao se evaporar.
d) uma elevada temperatura de ebulição.
e) um elevado calor latente de vaporização.

Resolução:
A água, devido a seu elevado calor latente de vaporização (540 cal/g), demora para vaporizar-se. Por isso, ao testar a temperatura de um ferro de passar roupa ligado, é conveniente umedecer as pontas dos dedos – como a água demorará para vaporizar-se, não há risco de queimar a pele.

Resposta: e

101 (Uerj) Uma menina deseja fazer um chá de camomila, mas só possui 200 g de gelo fundente e um forno de micro-ondas cuja potência máxima é 800 W. Considere que a menina se encontra no Rio de Janeiro (ao nível do mar), que o calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g, que o calor específico da água vale 1,0 cal/g °C e que 1 caloria vale aproximadamente 4 J.
Usando esse forno, qual é o tempo mínimo necessário para a água entrar em ebulição?

Resolução:
Pot $\Delta t = (m L_F) + (m c \Delta\theta)$

$\frac{800}{4} \cdot \Delta t = 200 \cdot 80 + 200 \cdot 1{,}0 \cdot (100 - 0)$

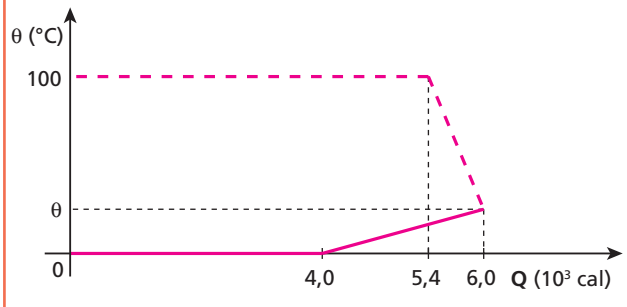
$200 \cdot \Delta t = 16\,000 + 20\,000$

$200\ \Delta t = 36\,000$

$\Delta t = 180\ s = 3{,}0\ min$

Resposta: 3,0 min

102 **E.R.** Num calorímetro ideal, colocam-se as massas m_v de vapor de água a 100 °C e m_g de gelo a 0 °C, sob pressão normal. O gráfico mostra como variaram as temperaturas dessas massas em função das quantidades de calor trocadas:



Sendo o calor latente de fusão do gelo 80 cal/g, o de vaporização da água 540 cal/g e o calor específico de água 1 cal/g °C, determine:
a) a massa m_v de vapor de água;
b) a massa m_g de gelo;
c) a temperatura θ de equilíbrio térmico.

Resolução:
No gráfico, o patamar superior representa a liquefação do vapor de água, enquanto o patamar inferior representa a fusão do gelo. Sendo assim:

a) $Q = m_v L_v \Rightarrow 5{,}4 \cdot 10^3 = m_v \cdot 540 \Rightarrow$ $\boxed{m_v = 10\ g}$

b) $Q = m_g L_F \Rightarrow 4{,}0 \cdot 10^3 = m_g \cdot 80 \Rightarrow$ $\boxed{m_g = 50\ g}$

c) Na observação do gráfico, notamos que a água proveniente do derretimento do gelo recebeu $2{,}0 \cdot 10^3$ cal para atingir a temperatura θ. Daí, temos:

$$Q = m\,c\,\Delta\theta$$

$2{,}0 \cdot 10^3 = 50 \cdot 1\ (\theta - 0) \Rightarrow$ $\boxed{\theta = 40\ °C}$

103 Considere 1,0 kg de gelo a 0 °C e uma massa **x** de vapor de água a 100 °C, colocados em um recipiente de capacidade térmica desprezível. A temperatura final de equilíbrio térmico é 0 °C, e o sistema está totalmente no estado líquido. Qual o valor de **x** em quilogramas?
Dados: calor específico latente de vaporização da água = 540 cal/g;
calor específico latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico sensível da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:
$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$[(x L_v) + (x c \Delta\theta)]_{vapor} + (m L_F)_{gelo} = 0$

$x \cdot (-540) + x \cdot 1{,}0 \cdot (0 - 100) + 1\,000 \cdot 80 = 0$

$-540x - 100x + 80\,000 = 0$

$640x = 80\,000$

$\boxed{x = 125\ g = 0{,}125\ kg}$

Resposta: 0,125 kg

104 (Univest-SP) Deseja-se obter 800 gramas de água a 64 °C. Para isso, misturam-se m_1 gramas de gelo a 0 °C com m_2 gramas de vapor de água a 100 °C no interior de um calorímetro perfeitamente adiabático e de capacidade térmica desprezível. Quais os valores de m_1 e m_2?
Dados: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

Resolução:
$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$[(m L_v) + (m c \Delta\theta)]_{vapor} + (m L_F) + (m c \Delta\theta)]_{gelo} = 0$

$m_2 \cdot (-540) + m_2 \cdot 1{,}0 \cdot (64 - 100) + m_1 \cdot 80 + m_1 \cdot 1{,}0 \cdot (64 - 0) = 0$

$-540\ m_2 - 36\ m_2 + 80\ m_1 + 64\ m_1 = 0$

$576\ m_2 = 144\ m_1$

$4\ m_2 = m_1$

Mas: $m_1 + m_2 = 800$

Então, $4\ m_2 + m_2 = 800 \Rightarrow 5\ m_2 = 800 \Rightarrow$ $\boxed{m_2 = 160\ g}$

$m_1 = 800 - m_2$

$m_1 = 800 - 160$

$\boxed{m_1 = 640\ g}$

Respostas: 640 g e 160 g

105 (UEL-PR) Um calorímetro de capacidade térmica 50 cal/ °C contém 50 g de gelo e 200 g de água em equilíbrio térmico, sob pressão normal. Se introduzirmos 50 g de vapor de água a 100 °C no calorímetro, qual será a temperatura final de equilíbrio térmico?

Dados: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;
calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$[(m\,L_v) + (m\,c\,\Delta\theta)]_{vapor} + [(m\,L_F) + (m\,c\,\Delta\theta)]_{gelo} + (m\,c\,\Delta\theta)_{água} +$

$+ (C\,\Delta\theta)_{calorímetro} = 0$

$50 \cdot (-540) + 50 \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 100) + 50 \cdot 80 + 50 \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 0) +$

$+ 200 \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 0) + 50 \cdot (\theta_f - 0) = 0$

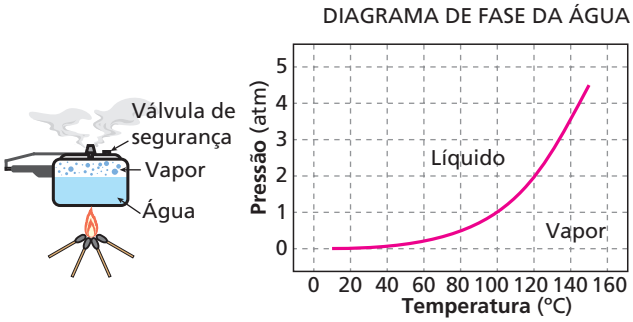
$-27\,000 + 50\,\theta_f - 5000 + 4000 + 50\,\theta_f + 200\,\theta_f + 50\,\theta_f = 0$

$350\,\theta_f = 28\,000$

$\theta_f = 80\ °C$

Resposta: 80 °C

106 (Unimep-SP) A panela de pressão permite que os alimentos sejam cozidos em água muito mais rapidamente do que em panelas comuns. A seguir, a figura mostra esquematicamente uma panela de pressão e o diagrama de fase da água. Qual das afirmações não é verdadeira?



a) A vantagem do uso da panela de pressão é a rapidez para o cozimento devido à quantidade adicional de calor que é transferida para a panela.
b) Quando a pressão no interior da panela atinge 2 atm, a água entra em ebulição a 120 °C.
c) Para 4 atm no interior da panela, a água ferve a uma temperatura acima de 140 °C.
d) Em Santos, em uma panela comum, a água ferve aproximadamente a 100 °C.
e) Numa panela comum, num local à grande altitude, a água entra em ebulição abaixo de 100 °C.

Resolução:
A rapidez para o cozimento dos alimentos, quando se usa uma panela de pressão, é devida ao aumento de pressão na superfície da água, o que aumenta sua temperatura de ebulição.
Assim, os alimentos permanecem submersos em água mantida em ebulição a mais de 100 °C.
A alternativa que não condiz com a verdade é a **a**.

Resposta: a

107 (Enem) Se, por economia, abaixarmos o fogo sob uma panela de pressão logo que se inicia a saída de vapor pela válvula, de forma simplesmente a manter a fervura, o tempo de cozimento:
a) será maior porque a panela "esfria".
b) será menor, pois diminui a perda de água.
c) será maior, pois a pressão diminui.
d) será maior, pois a evaporação diminui.
e) não será alterado, pois a temperatura não varia.

Resolução:
Se mantivermos o fogo "alto", iremos aumentar a quantidade de água que vaporiza. A temperatura de ebulição da água, no entanto, se mantém a mesma.

Resposta: e

108 Na coluna da esquerda temos alguns locais com suas respectivas altitudes; na da direita, temperaturas de ebulição da água. Associe as duas colunas e identifique a alternativa correta.

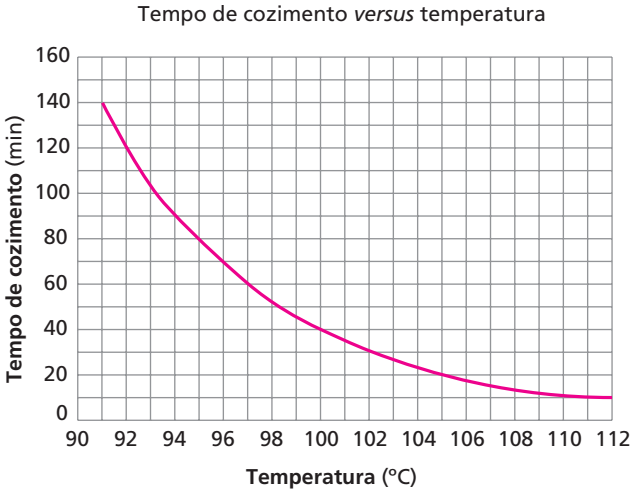
(A) Quito (2 851 m) — (I) 101 °C
(B) Monte Everest (8 882 m) — (II) 90 °C
(C) Mar Morto (–395 m) — (III) 71 °C
(D) Brasília (1 152 m) — (IV) 96 °C

a) AI; BII; CIII; DIV
b) AII; BIII; CI; DIV
c) AIII; BII; CI; DIV
d) AII; BIII; CIV; DI
e) AIV; BIII; CI; DII

Resolução:
Maior altitude, menor temperatura de ebulição da água.
Assim:
(A) Quito (2851 m) ⟶ (II) 90 °C
(B) Monte Everest (8882 m) ⟶ (III) 71 °C
(C) Mar Morto (–395 m) ⟶ (I) 101 °C
(D) Brasília (1152 m) ⟶ (IV) 96 °C

Resposta: b

109 O gráfico a seguir fornece o tempo de cozimento, em água fervente, de uma massa **m** de feijão em função da temperatura.



Sabe-se que a temperatura de ebulição da água, em uma panela sem tampa, é função da pressão atmosférica local. Na tabela da página 49, encontramos a temperatura de ebulição da água em diferentes

pressões. Ao nível do mar (altitude zero), a pressão atmosférica vale 76 cm Hg e ela diminui 1,0 cm Hg para cada 100 metros que aumentamos a altitude.

Temperatura de ebulição da água em função da pressão

Pressão em cm Hg	60	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100	104	108
Temperatura em °C	94	95	97	98	100	102	103	105	106	108	109	110	111

Analise as afirmações.

I. Ao nível do mar, essa massa **m** de feijão irá demorar 40 minutos para o seu cozimento.
II. O Mar Morto encontra-se aproximadamente 400 metros abaixo do nível dos mares (altitude – 400 m). Nesse local, o mesmo feijão demoraria 30 minutos para o seu cozimento.
III. O tempo de cozimento desse feijão seria de 1,0 hora num local de altitude aproximadamente igual a 1,0 km.
IV. Se esse feijão estivesse no interior de uma panela de pressão fechada, cuja válvula mantém a pressão interna a 1,42 atm (1,0 atm equivale a 76 cm Hg), independentemente do local, o tempo de cozimento seria de aproximadamente 10 minutos.

É (são) verdadeira(s):

a) somente I.
b) somente I e III.
c) somente I, II e IV.
d) somente II, III e IV.
e) I, II, III e IV.

Resolução:

I) **Verdadeira** — Ao nível do mar, a pressão vale 76 cm Hg. Na tabela, 76 cm Hg correspondem à temperatura de ebulição da água em 100 °C. No gráfico, 100 °C correspondem a 40 minutos de cozimento.

II) **Verdadeira** — Altitude – 400 m, a pressão atmosférica vale (76 + 4) cm Hg.
Na tabela, 80 cm Hg correspondem a 102 °C. No gráfico, 102 °C correspondem a 30 minutos para o cozimento.

III) **Falsa** — No gráfico, 1,0 h (60 min) de cozimento corresponde a 97 °C.
Na tabela, 97 °C correspondem a 68 cm Hg; (76 – 68) cm Hg = 8 cm Hg.
A variação de 8 cm Hg corresponde à variação de 800 m na altitude.

IV) **Verdadeira** — No interior da panela de pressão fechada, a pressão mantém-se constante a partir da ebulição da água, independentemente do local.
$P = 1{,}42\ atm = 1{,}42 \cdot 76\ cm\ Hg \simeq 108\ cm\ Hg$
Na tabela, 108 cm de Hg correspondem a 111 °C.
No gráfico, 111 °C correspondem a 10 minutos.

Resposta: c

110 (UFV-MG) A válvula de segurança de um botijão de gás estourou e o gás vazou rapidamente, produzindo uma fina camada de gelo na parede externa do recipiente.

A explicação para o aparecimento da camada de gelo é:

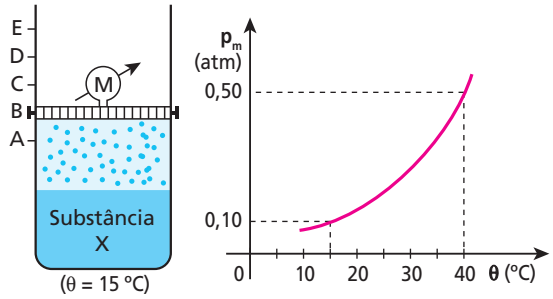
a) O gás liquefeito do botijão é líquido a temperatura e pressão ambientes.
b) O processo isotérmico de expansão do gás produz elevação da pressão externa e, consequentemente, o vapor d'água no ambiente próximo supera o ponto de orvalho, condensando-se.
c) O gás liquefeito contido no botijão, por possuir baixo ponto de vaporização, está a uma temperatura inferior a zero Celsius, condensando-se em torno da parede externa ao escapar do recipiente.
d) O processo de expansão adiabática do gás ocorre com redução de sua energia interna e temperatura, levando ao congelamento do vapor d'água presente no ar.
e) A energia produzida pela expansão permite ao gás sofrer uma transformação de estado que o faz congelar-se em torno do recipiente.

Resolução:

O vazamento do gás ocorre de maneira muito rápida por meio de uma expansão adiabática. Assim, a pressão exercida na superfície do líquido (GLP) diminui rapidamente, provocando uma evaporação também muito rápida. Como a evaporação é endotérmica, o líquido (GLP) resfria-se rapidamente, provocando a condensação de vapor d'água existente no ambiente, que se acumula em forma de gotas na superfície externa do botijão. Se o processo continua mais tempo, essas gotas de água se esfriam e se solidificam, formando uma camada de gelo em torno do botijão.

Resposta: d

111 Na figura a seguir, o êmbolo está travado no ponto **B**. O recipiente contém uma substância **X** e sabe-se que sua pressão máxima de vapor varia de acordo com o gráfico:



Analise as proposições seguintes:

I. Se o manômetro **M** indicar 0,08 atm de pressão, o sistema não atingiu seu equilíbrio dinâmico, e o vapor é não-saturante.
II. Quando o sistema atingir o equilíbrio dinâmico líquido/vapor, o manômetro acusará 0,10 atm.
III. Elevando-se o êmbolo lentamente, observar-se-á que a pressão se manterá constante enquanto existir líquido. Se, terminando o líquido, o êmbolo continuar a subir, a pressão não se manterá constante, e o vapor passará a ser não-saturante seco.
IV. Com o êmbolo travado em **B** e aquecendo-se o sistema a 40 °C, o manômetro indicará 0,50 atm se existir líquido.

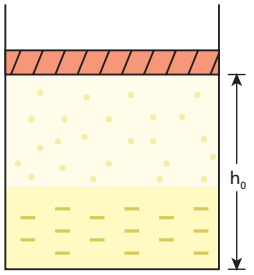
Quais são as proposições verdadeiras (**V**) e quais são as falsas (**F**)?

Resolução:

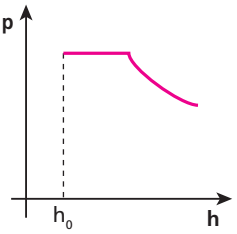
As quatro proposições são verdadeiras.

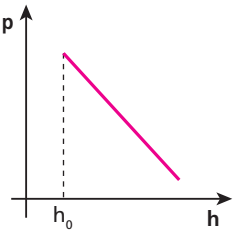
Respostas: I - V; II - V; III - V; IV - V

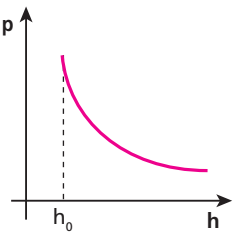
112 Na figura abaixo, temos um cilindro contendo uma pequena quantidade de éter líquido e seus vapores:

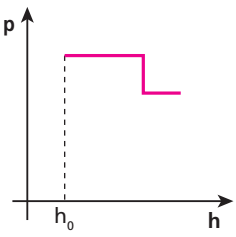


O êmbolo é levantado lentamente. Identifique o gráfico que melhor pode traduzir a pressão no interior do recipiente, em função da altura **h** – que representa a distância do êmbolo ao fundo do cilindro.

a) 

c) 

b) 

d) 

Resolução:
Enquanto houver líquido no interior do recipiente, a pressão permanecerá constante. Após o término da fase líquida, a pressão diminuirá (com a elevação do êmbolo), quase em uma relação inversa com o volume.

Resposta: a

113 Leia as afirmativas a seguir.
(01) A sublimação de uma substância corresponde à sua passagem do estado sólido para o estado líquido.
(02) A temperatura de sublimação de uma substância cresce com o aumento de pressão.
(04) Gelo-seco é a denominação comercial do dióxido de carbono (CO_2 sólido). Quando este é deixado sobre uma mesa, vai "desaparecendo". A explicação é que ele está sublimando.
(08) A passagem de uma substância do estado sólido para o gasoso, ou vice-versa, sem que se transforme em líquido, é denominada sublimação.
Dê como resposta a soma dos valores associados às afirmativas corretas.

Resolução:
(01) Incorreta
Sublimação é a passagem do estado sólido para o gasoso ou vice-versa, sem que a substância passe pela fase líquida.
(02) Verdadeira
(04) Verdadeira
(08) Verdadeira

Resposta: 14

114 A temperatura do ponto triplo corresponde:
a) ao conjunto do zero absoluto, da temperatura de fusão e da temperatura de ebulição de uma substância;
b) à temperatura em que uma substância pode ter suas fases líquida, de vapor e de gás coexistindo em equilíbrio;
c) à temperatura crítica de uma substância;
d) à coexistência, em equilíbrio, das fases sólida, líquida e de vapor de uma mesma substância;
e) Nenhuma das afirmações anteriores está correta.

Resolução:
No ponto triplo, uma substância pode coexistir nos estados sólido, líquido e gasoso (vapor).

Resposta: d

115 (Unisa-SP) Thomas Andrews constatou que, para cada substância no estado gasoso, existe uma temperatura acima da qual é impossível a liquefação por compressão isotérmica. Que temperatura é essa?

Resolução:
A temperatura que separa os estágios vapor e gás de uma substância é denominada **temperatura crítica**.

Resposta: temperatura crítica

116 Para liquefazer um gás, deve-se:
a) comprimi-lo isotermicamente a uma temperatura acima da crítica;
b) apenas levá-lo a uma temperatura abaixo da crítica;
c) simplesmente comprimi-lo, qualquer que seja sua temperatura;
d) diminuir sua temperatura abaixo da crítica e, se necessário, comprimi-lo;
e) É impossível liquefazer um gás.

Resolução:
O gás deve ser resfriado abaixo da temperatura crítica e, se necessário, deve ser comprimido.

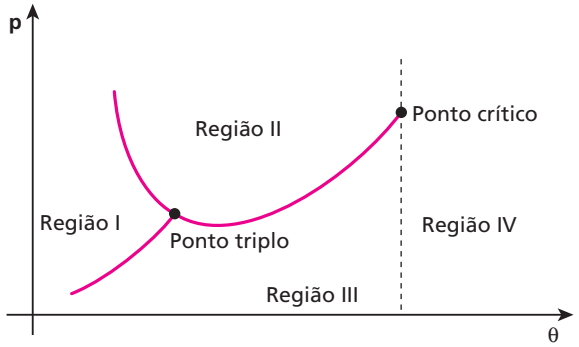
Resposta: d

117 (UFBA) A temperatura crítica da água é 647 K. Com base nessa informação, podemos afirmar que a água está sob a forma de:
a) vapor, acima de 400 °C.
b) gás, a 300 °C.
c) vapor, a 600 °C.
d) gás, a 400 °C.
e) vapor, abaixo de 647 °C.

Resolução:
$\theta_c = T(K) - 273$
$\theta_c = 647 - 273\ (°C)$
$\theta_c = 374\ °C$
Assim, acima de 374 °C a água encontra-se no estado gás.

Resposta: d

118 O gráfico a seguir indica esquematicamente o diagrama da pressão (**p**) exercida sobre uma substância em função de sua temperatura (**θ**):

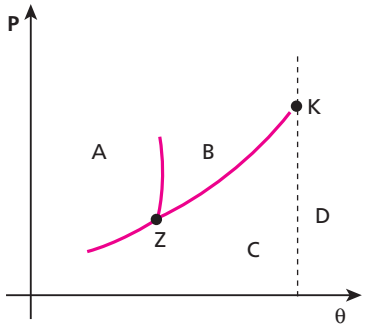


Quais as correspondentes fases do estado de agregação das partículas dessa substância, indicadas pelas regiões assinaladas na figura?

Resolução:
I – Sólido II – Líquido III – Vapor IV – Gás

Respostas: I – sólido; II – líquido; III – vapor; IV – gás

119 O diagrama de estado de uma substância é esquematizado abaixo:



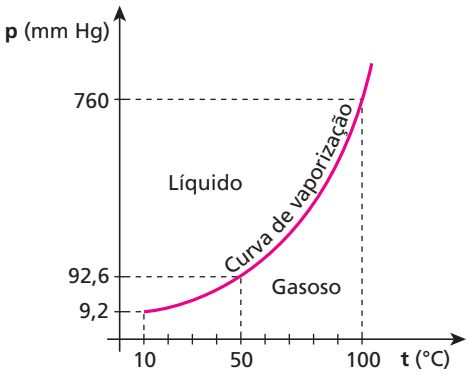
Agora, leia as afirmativas:
(01) Na região **A**, a substância encontra-se no estado sólido.
(02) Na região **B**, a substância encontra-se no estado líquido.
(04) Nas regiões **C** e **D**, a substância encontra-se no estado de vapor.
(08) **K** é o ponto triplo e **Z**, o ponto crítico dessa substância.
(16) Na região **D**, a substância não pode ser liquefeita por mera compressão isotérmica.
(32) A curva que liga os pontos **Z** e **K** chama-se curva da sublimação, pois separa as regiões de líquido e vapor.
Dê como resposta a soma dos valores associados às afirmativas corretas.

Resolução:
(01) Correta
(02) Correta
(04) Incorreta
Em **D**, encontramos gás.
(08) Incorreta
K – ponto crítico
Z – ponto triplo
(16) Correta
(32) Incorreta
A curva ZK chama-se curva da vaporização-liquefação.

Resposta: 19

120 (Vunesp-FMJ-SP) A tabela e o gráfico apresentam valores da temperatura de ebulição da água sob diferentes pressões.

p (mm Hg)	t (°C)
6,5	5
9,2	10
92,6	50
760	100
11 650	200
132 700	350

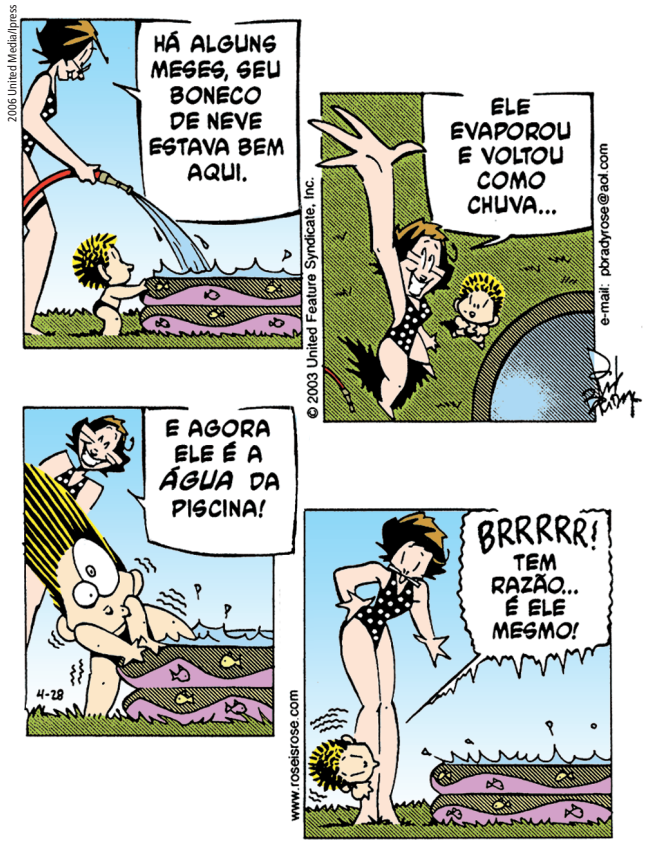


a) Explique se é possível ter água em estado líquido à temperatura acima de 100 °C.
b) Explique de que forma a pressão atmosférica local interfere no ponto de ebulição da água.

Resolução:
a) Sim, é possível. Sob pressões maiores que 760 mm Hg (1 atm), a água entra em ebulição a temperaturas maiores do que 100 °C. Assim, podemos encontrar água líquida a temperaturas maiores do que 100 °C, desde que a pressão em sua superfície seja maior que 760 mm Hg.
b) Na observação do gráfico, notamos que a temperatura de ebulição da água aumenta com o aumento da pressão em sua superfície.

Respostas: a) Sim, para pressões maiores que 760 mm Hg; b) A pressão atmosférica e a temperatura de ebulição aumentam.

121 (Unesp-SP) Nos quadrinhos da tira, a mãe menciona as fases da água conforme a mudança das estações.



Entendendo "boneco de neve" como sendo "boneco de gelo" e que com o termo "evaporou" a mãe se refira à transição água → vapor, pode-se supor que ela imaginou a sequência gelo → água → vapor → água.
As mudanças de estado que ocorrem nessa sequência são:
a) fusão, sublimação e condensação.
b) fusão, vaporização e condensação.
c) sublimação, vaporização e condensação.
d) condensação, vaporização e fusão.
e) fusão, vaporização e sublimação.

Resolução:
Na sequência, temos:
gelo → água → **fusão**
água → vapor → **vaporização**
vapor → água → **liquefação** ou **condensação**

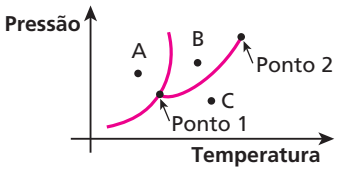
Resposta: b

122 A influência da pressão nas mudanças de estado da matéria é a explicação para o seguinte fato:
I. no Rio de Janeiro, a água ferve a uma temperatura mais elevada que em Belo Horizonte;
II. no Rio de Janeiro, o gelo funde-se a uma temperatura maior que em Belo Horizonte;
III. aumentando a pressão sobre as substâncias sólidas cristalinas em geral, aumentamos o valor de sua temperatura de fusão.
Quais são as afirmativas verdadeiras (**V**) e quais são as falsas (**F**)?

Resolução:
I – Verdadeira
II – Falsa
A água é uma das exceções à regra geral. Sob pressão maior (Rio de Janeiro), o gelo derrete a uma temperatura menor.
III – Verdadeira

Respostas: I – V; II – F; III – V

123 O diagrama de fases de uma substância simples é representado a seguir:



A respeito, julgue as afirmações a seguir.
I. O ponto 1 corresponde ao ponto crítico e o ponto 2, ao ponto triplo.
II. Se a substância for comprimida isotermicamente a partir da situação **C**, ela poderá tornar-se líquida.
III. Uma mudança da situação **A** para a **B** é denominada fusão.
IV. A passagem da situação **C** para a **B** caracteriza uma sublimação.
Quais são as afirmações verdadeiras (**V**) e quais são as falsas (**F**)?

Resolução:
I – Falsa
ponto 1 → ponto triplo
ponto 2 → ponto crítico
II – Verdadeira
III – Verdadeira
IV – Falsa
De **C** para **B** ocorre uma liquefação (vapor para líquido).

Respostas: I – F; II – V; III – V; IV – F

124 (PUC-RS) A temperatura de fusão de uma substância depende da pressão que é exercida sobre ela. O aumento de pressão sobre um corpo ocasiona, na sua temperatura de fusão:
a) um acréscimo, se o corpo, ao se fundir, se expande.
b) um acréscimo, se o corpo, ao se fundir, se contrai.
c) um decréscimo, se o corpo, ao se fundir, se expande.
d) um decréscimo para qualquer substância.
e) um acréscimo para qualquer substância.

Resolução:
O aumento de pressão sobre um corpo aumenta sua temperatura de fusão se ele pertencer à regra geral. No entanto, se for exceção, a temperatura de fusão diminuirá.

Resposta: a

125 As grandes geleiras que se formam no alto das montanhas deslizam porque:
a) o gelo é muito liso, ocorrendo pequeno atrito entre o bloco de gelo e o chão;
b) a componente tangencial do peso é a única força atuante sobre as geleiras;
c) o vento as desgruda do chão;
d) o aumento de pressão na parte inferior das geleiras, devido ao seu peso, funde o gelo, soltando-as do chão.

Resolução:
O peso da crosta de gelo aumenta a pressão em sua base, propiciando a fusão, o que provoca a soltura da geleira do chão.

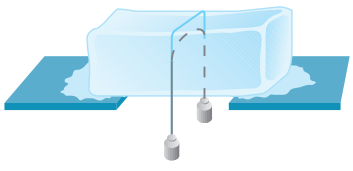
Resposta: d

126 (FCMSC-SP) Temperatura crítica de uma substância é a:
a) única temperatura na qual a substância pode sofrer condensação, qualquer que seja a pressão.
b) única temperatura à qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
c) única temperatura à qual a substância pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
d) maior temperatura à qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
e) temperatura acima da qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.

Resolução:
Temperatura crítica é aquela acima da qual a substância não pode ser liquefeita por meio de aumento da pressão.

Resposta: e

127 (UFPR) Pode-se atravessar uma barra de gelo usando-se um fio metálico em cujas extremidades estão fixos corpos de pesos adequados, sem dividir a barra em duas partes.



Qual é a explicação para tal fenômeno?

a) A pressão exercida pelo fio metálico sobre o gelo abaixa seu ponto de fusão.
b) O gelo, já cortado pelo fio metálico devido à baixa temperatura, solda-se novamente.
c) A pressão exercida pelo fio sobre o gelo aumenta seu ponto de fusão, mantendo a barra sempre sólida.
d) O fio metálico, estando naturalmente mais aquecido, funde o gelo; esse calor, uma vez perdido para a atmosfera, deixa a barra novamente sólida.
e) Há uma ligeira flexão da barra; as duas partes, já cortadas pelo arame, são comprimidas uma contra a outra, soldando-se.

Resolução:
O fio pressiona o gelo, diminuindo a sua temperatura de fusão e provocando sua mudança de estado físico. O fio, então, passa pela água, que volta a se solidificar com a diminuição da pressão.

Resposta: a

128 (Mack-SP) A sobrefusão é o fenômeno no qual:
a) o corpo se encontra no estado líquido a uma temperatura superior à de solidificação.
b) o corpo se encontra no estado sólido a uma temperatura superior à de solidificação.
c) o corpo se encontra no estado líquido a uma temperatura inferior à de solidificação.
d) o corpo se encontra no estado sólido a uma temperatura inferior à de solidificação.
e) o corpo se encontra no estado gasoso a uma temperatura inferior à de ebulição.

Resolução:
Na sobrefusão, uma substância encontra-se no estado líquido abaixo da temperatura de solidificação.

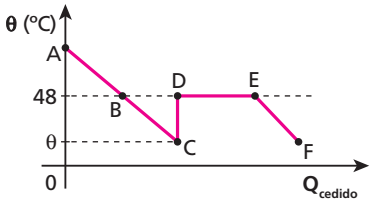
Resposta: c

129 O que acontece quando se agita um recipiente contendo água em sobrefusão?
a) Necessariamente, toda a água solidifica-se, acarretando uma queda na temperatura do recipiente.
b) Parte da água solidifica-se, acarretando uma queda na temperatura do recipiente.
c) A água solidifica-se total ou parcialmente acarretando um aumento na temperatura do recipiente.
d) Necessariamente, toda a água solidifica-se, acarretando um aumento na temperatura do recipiente.
e) Nada do que foi dito ocorre.

Resolução:
O equilíbrio metaestável se rompe, ocorrendo solidificação parcial ou total da água, com consequente aumento na temperatura do sistema.

Resposta: c

130 O hipossulfito de sódio, em condições normais, solidifica-se a 48 °C. Em condições especiais, entretanto, sua curva de resfriamento tem o seguinte aspecto:

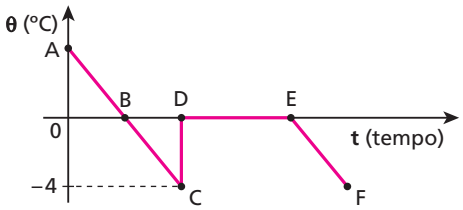


Com base nessas informações, pode-se afirmar que:
a) no trecho BC, o hipossulfito está na situação definida por regelo;
b) no trecho CD, o hipossulfito está em sobrefusão;
c) no trecho CD, ocorre solidificação brusca e parcial do hipossulfito;
d) no trecho EF, o hipossulfito está em sobrefusão;
e) no trecho DE, ocorre solidificação brusca e total do hipossulfito.

Resolução:
No trecho CD, ocorre brusca solidificação parcial do hipossulfito, com consequente elevação da temperatura do sistema.

Resposta: c

131 O gráfico a seguir mostra a curva de resfriamento de 100 g de água, num processo lento e sem agitação.



Sendo o calor latente de fusão do gelo igual a 80 cal/g e o calor específico da água 1,0 cal/g °C, qual a massa de água que se solidifica no trecho CD?

Resolução:
$m L_s = M c_{liq} \Delta\theta$
$m \cdot 80 = 100 \cdot 1{,}0 \cdot [0 - (-4)]$
$m = 5{,}0\ g$

Resposta: 5,0 g

132 A que temperatura encontram-se 100 g de água em sobrefusão, se a solidificação brusca de um quinto dessa água eleva a temperatura do sistema ao ponto de solidificação?
Dados: calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:
$m L_s = M c_{liq} \Delta\theta$
$\frac{100}{5} \cdot 80 = 100 \cdot 1{,}0 \cdot (0 - \theta)$
$\theta = -16\ °C$

Resposta: –16 °C

133 Para o fósforo, a temperatura de fusão é 44 °C; o calor específico no estado líquido, 0,2 cal/g °C; e o calor latente de fusão, 5 cal/g. Certa massa de fósforo é mantida em sobrefusão a 30 °C. Em certo instante, verifica-se uma solidificação brusca. Que fração do total de massa do fósforo se solidifica?

Resolução:

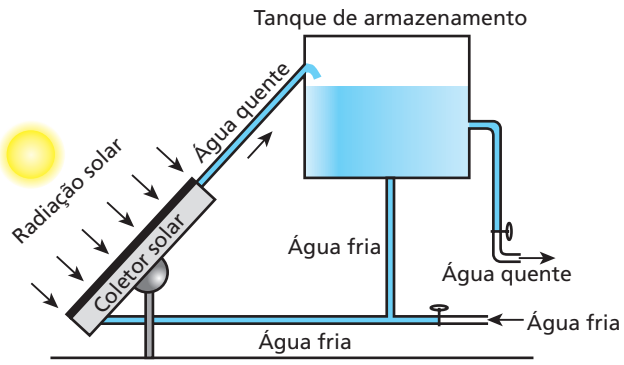
$m L_s = M c_{liq} \Delta\theta$

$\frac{m}{M} \cdot 5 = 0{,}2 \cdot (44 - 30)$

$\boxed{\frac{m}{M} = 0{,}56}$

Resposta: 0,56

134 (Faap-SP) Num **coletor solar**, uma folha metálica de cor negra absorve a radiação solar, que se transforma em calor, utilizado no aquecimento da água contida no **tanque de armazenamento**.



Num certo local, a intensidade média da radiação solar incidente é de $500 \frac{J}{s \cdot m^2}$ (ou seja, 500 J de energia solar atingem 1 m^2 da superfície da Terra a cada segundo). Deseja-se aquecer 200 litros de água de 10 °C a 50 °C em 8 h. Sabendo-se que esse processo tem rendimento de 40%, a área útil do **coletor solar** deve ter um valor mais próximo de:

a) 20 m^2.
b) 27 m^2.
c) 13 m^2.
d) 6 m^2.
e) 2 m^2.

Dados para a água: $c = 4 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot °C}$;
$d = 1\ kg/\ell$.

Resolução:

$Q = m c \Delta\theta$

Mas:

$Q = I A \Delta t$

Assim:

$I A \Delta t = m c \Delta\theta$

$I A \Delta t = d V c \Delta\theta$

Como o rendimento é de 40%, temos:

$0{,}40 I A \Delta t = d V c \Delta\theta$

$0{,}40 \cdot 500 \cdot A \cdot 8 \cdot 60 \cdot 60 = 1 \cdot 200 \cdot 4 \cdot 10^3 (50 - 10)$

$576 \cdot 10^4 A = 3\,200 \cdot 10^4$

$\boxed{A \simeq 5{,}6\ m^2}$

Resposta: d

135 (ITA-SP) Um painel coletor de energia solar para aquecimento residencial de água, com 50% de eficiência, tem superfície coletora com área útil de 10 m^2. A água circula em tubos fixados sob a superfície coletora. Suponha que a intensidade da energia solar incidente seja de $1{,}0 \cdot 10^3\ W/m^2$ e que a vazão de suprimento de água aquecida seja de 6,0 litros por minuto. Indique a opção que corresponde à variação da temperatura da água.

a) 12 °C
b) 10 °C
c) 1,2 °C
d) 1,0 °C
e) 0,10 °C

Dados: densidade absoluta da água = 1,0 kg/ℓ;
calor específico da água = $4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg °C.

Resolução:

$Q = m c \Delta\theta$,

mas: $Q = I A \Delta t$

Assim, com eficiência de 50%, temos:

$0{,}50 \cdot I A \Delta t = m c \Delta\theta$

$0{,}50 \cdot 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 = \frac{m}{\Delta t} \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot \Delta\theta$

$5{,}0 = \frac{6{,}0}{60} \cdot 4{,}2 \cdot \Delta\theta$

$\boxed{\Delta\theta \simeq 11{,}9\ °C}$

Resposta: a

136 (Unicamp-SP) Para resfriar um motor de automóvel, faz-se circular água por ele. A água entra no motor a uma temperatura de 80 °C com vazão de 0,4 ℓ/s, e sai a uma temperatura de 95 °C. A água quente é resfriada a 80 °C no radiador, voltando em seguida para o motor através de um circuito fechado.

a) Qual é a potência térmica absorvida pela água ao passar pelo motor? Considere o calor específico da água igual a 4 200 J/kg °C e sua densidade igual a 1 000 kg/m^3.
b) Quando um "aditivo para radiador" é acrescentado à água, o calor específico da solução aumenta para 5 250 J/kg °C, sem mudança na sua densidade. Caso essa solução a 80 °C fosse injetada no motor em lugar da água e absorvesse a mesma potência térmica, qual seria a sua temperatura na saída do motor?

Resolução:

a) $Pot = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m c \Delta\theta}{\Delta t}$

Mas:

$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d V$

Assim:

$Pot = \frac{d V c \Delta\theta}{\Delta t}$

$Pot = d \phi c \Delta\theta$

Fazendo:

$\phi = 0{,}4\ L/s = 0{,}4 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$

Temos:

$Pot = 1\,000 \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 4\,200\ (95 - 80)$

$\boxed{Pot = 25\,200\ W}$

b) Com aditivo, temos:

$Pot = d \phi c \Delta\theta$

$25\,200 = 1\,000 \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 5\,250(\theta_f - 80)$

$\boxed{\theta_f = 92\ °C}$

Respostas: a) 25 200 W; b) 92 °C

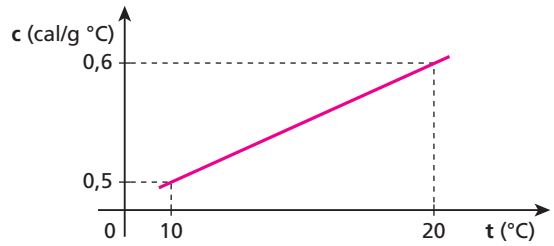
137 (Fuvest-SP) Num forno de micro-ondas, é colocada uma vasilha contendo 3,0 kg de água a 10 °C. Após manter o forno ligado por 14 minutos, verifica-se que a água atinge a temperatura de 50 °C. O forno é então desligado e dentro da vasilha com água é colocado um corpo de massa 1,0 kg e calor específico igual a 0,20 cal/g °C, à temperatura inicial de 0 °C. Despreze o calor necessário para aquecer a vasilha e considere que a potência fornecida pelo forno é continuamente absorvida pelos corpos dentro dele. Qual o tempo a mais que será necessário manter o forno ligado, na mesma potência, para que a temperatura de equilíbrio final do conjunto retorne a 50 °C?
Dado: calor específico da água = 1,0 cal/g °C

Resolução:
$Q = m\,c\,\Delta\theta$
$Pot\,\Delta t = m\,c\,\Delta\theta$
No 1º experimento:
$Pot \cdot 14 = 3\,000 \cdot 1{,}0 \cdot (50 - 10)$
$Pot = \frac{60\,000}{7}$ cal/min $= \frac{1\,000}{7}$ cal/s
No 2º experimento:
$\frac{1\,000}{7} \cdot \Delta t = 1\,000 \cdot 0{,}20 \cdot (50 - 0)$

$\boxed{\Delta t = 70\text{s}}$

Resposta: 70 s

138 (Fuvest-SP) O calor específico de um sólido, a pressão constante, varia linearmente com a temperatura, de acordo com o gráfico:



Qual a quantidade de calor, em calorias, necessária para aquecer 1 g desse sólido de 10 °C até 20 °C?

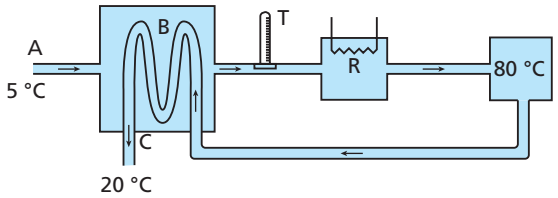
Resolução:
$Q = m\,c\,\Delta\theta$
Usar o calor específico médio:
$c_m = \frac{0{,}5 + 0{,}6}{2} \Rightarrow c_m = 0{,}55$ cal/g °C
Portanto: $Q = 1 \cdot 0{,}55 \cdot (20 - 10)$

$\boxed{Q = 5{,}5\text{ cal}}$

Resposta: 5,5 cal

139 (Fuvest-SP) O processo de pasteurização do leite consiste em aquecê-lo a altas temperaturas, por alguns segundos, e resfriá-lo em seguida. Para isso, o leite percorre um sistema, em **fluxo constante**, passando por três etapas:

I. O leite entra no sistema (através de **A**), a 5 °C, sendo aquecido (no trocador de calor **B**) pelo leite que já foi pasteurizado e está saindo do sistema.
II. Em seguida, completa-se o aquecimento do leite, por meio da resistência **R**, até que ele atinja 80 °C. Com essa temperatura, o leite retorna a **B**.
III. Novamente em **B**, o leite quente é resfriado pelo leite frio que entra por **A**, saindo do sistema (através de **C**), a 20 °C.



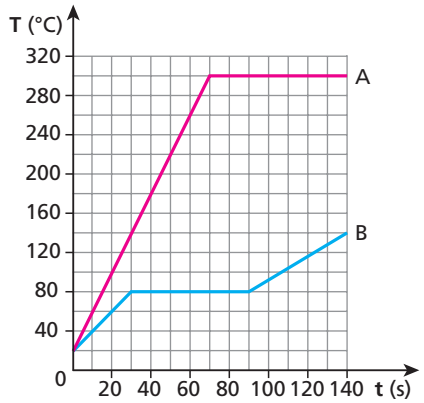
Em condições de funcionamento estáveis, e supondo que o sistema seja bem isolado termicamente, pode-se afirmar que a temperatura indicada pelo termômetro **T**, que monitora a temperatura do leite na saída de **B**, é aproximadamente de:
a) 20 °C. b) 25 °C. c) 60 °C. d) 65 °C. e) 75 °C.

Resolução:
Sendo o fluxo constante, a massa **m** de leite frio (5 °C) que entra em **A** é igual à que sai em **C** (a 20 °C). Assim, usando a equação das trocas de calor, temos:
$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$
$(m\,c\,\Delta\theta)_{frio} = (m\,c\,\Delta\theta)_{quente} = 0$
$m \cdot c \cdot (\theta - 5) + m\,c\,(20 - 80) = 0$
$\theta - 5 - 60 = 0$

$\boxed{\theta = 65\text{ °C}}$

Resposta: d

140 (Fuvest-SP) As curvas **A** e **B** na figura representam a variação da temperatura (**T**) em função do tempo (**t**) de duas substâncias **A** e **B**, quando 50 g de cada uma são aquecidos separadamente, a partir da temperatura inicial de 20 °C, na fase sólida, recebendo calor numa taxa constante de 20 cal/s.
Considere agora um experimento em que 50 g de cada uma das substâncias são colocados em contato térmico num recipiente termicamente isolado, com a substância **A** à temperatura inicial $T_A = 280$ °C e a substância **B** à temperatura inicial $T_B = 20$ °C.



a) Determine o valor do calor latente de fusão L_B da substância **B**.
b) Determine a temperatura de equilíbrio do conjunto no final do experimento.
c) Se a temperatura final corresponder à mudança de fase de uma das substâncias, determine a quantidade dessa substância em cada uma das fases.

Resolução:

a) Substância **B**:
$Q = Pot\ \Delta t$
Do gráfico:
$m\ L_F = Pot\ \Delta t$
$50 \cdot L_B = 20 \cdot (90 - 30)$

$\boxed{L_B = 24\ cal/g}$

b) Esfriar **A** de 280 °C a 80 °C
$Q_A = m_A\ c_A\ \Delta\theta_A = 50 \cdot 0{,}10 \cdot (80 - 280)\ (cal)$
$Q_A = -1\,000\ cal$

Aquecer **B** até 80 °C:
$Q_B = m_B\ c_B\ \Delta\theta_B = 50 \cdot 0{,}20 \cdot (80 - 20)\ (cal)$
$Q_B = 600\ cal$
$Q = Q_A + Q_B = -1\,000 + 600\ (cal)$
$Q = -400\ cal$

Essa energia será utilizada para a fusão de **B**:
$Q = m\ L$
$400 = m \cdot 24$
$m = \frac{50}{3}\ g$
Observe que a fusão foi parcial; assim, no final, a temperatura será:

$\boxed{\theta = 80\ ºC}$

c) A substância **B** mudou de fase. Do item **b**, temos:

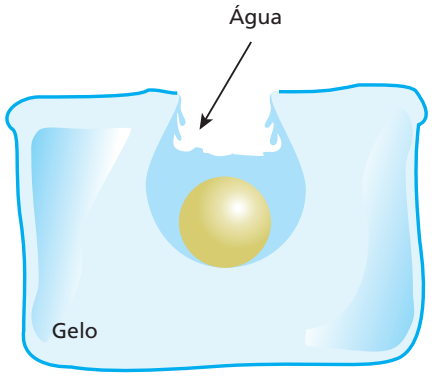
$\boxed{m_{B(líquido)} = \frac{50}{3}\ g}$

$m_{B(sólido)} = 50 - \frac{50}{3} = \frac{150 - 50}{3}\ g$

$\boxed{m_{B(sólido)} = \frac{100}{3}\ g}$

Respostas: a) 24 cal/g; b) 80 °C; c) líquido = $\frac{50}{3}$ g, sólido = $\frac{100}{3}$ g

141 (ITA-SP) Numa cavidade de 5 cm³ feita num bloco de gelo fundente, introduz-se uma esfera homogênea de cobre de 30 g aquecida a 100 °C, conforme o esquema a seguir. Sabendo-se que o calor latente de fusão do gelo é de 80 cal/g, que o calor específico do cobre é de 0,096 cal/g °C e que a massa específica do gelo é de 0,92 g/cm³, o volume total da cavidade passa a ser igual a:



a) 8,9 cm³.
b) 3,9 cm³.
c) 39,0 cm³.
d) 8,5 cm³.
e) 7,4 cm³.

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$
$(m\ c\ \Delta\theta)_{Cu} + (m\ L)_{gelo} = 0$
$30 \cdot 0{,}096 \cdot (0 - 100) + m \cdot 80 = 0$
$80\ m = 288$
$m = 3{,}6\ g$

Como:
$\mu = \frac{m}{V}$
Então:
$0{,}92 = \frac{3{,}6}{V}$
$V \simeq 3{,}9\ cm^3$
Portanto:
$V_{total} = 5{,}0 + 3{,}9$

$\boxed{V_{total} = 8{,}9\ cm^3}$

Resposta: a

142 (Fuvest-SP) A energia necessária para fundir um grama de gelo a 0 °C é 80 vezes maior que a energia necessária para elevar de 1,0 °C a temperatura de um grama de água. Coloca-se um bloco de gelo a 0 °C dentro de um recipiente termicamente isolante fornecendo-se, a seguir, calor a uma taxa constante. Transcorrido certo intervalo de tempo, observa-se o término da fusão completa do bloco de gelo. Após um novo intervalo de tempo, igual à metade do anterior, a temperatura da água, em °C, será:
a) 20. b) 40. c) 50. d) 80. e) 100.

Resolução:

1ª parte:
$Q_{latente} = 80\ \ Q_{sensível}$
$m\ \ L_F = 80\ \ m\ \ c\ \ \Delta\theta$
$1{,}0\ \ L_F = 80 \cdot 1{,}0 \cdot c \cdot 1{,}0$
$L_F = 80\ c$

2ª parte:
$\frac{1}{2} \cdot \Delta t_{gelo} = \Delta t_{água}$
Como $Pot\ \Delta t = Q$
$\Delta t = \frac{Q}{Pot}$
Então,
$\frac{1}{2} \cdot \frac{m\ L}{Pot} = \frac{m\ \ c\ \ \Delta\theta}{Pot} \Rightarrow L = 2\ c\ \ \Delta\theta$
Mas $L = 80\ c$
Portanto:
$80\ c\ = 2\ c\ \ \Delta\theta \Rightarrow$ $\boxed{\Delta\theta = 40\ °C}$

Resposta: b

143 (ITA-SP) Inicialmente, 48 g de gelo a 0 °C são colocados em um calorímetro de alumínio de 2,0 g, também a 0 °C. Em seguida, 75 g de água a 80 °C são despejados dentro desse recipiente. Calcule a temperatura final do conjunto.
Dados: calor latente do gelo $L_g = 80\ cal/g$;
calor específico da água $c_{H_2O} = 1{,}0\ cal\ g^{-1}\ °C^{-1}$;
calor específico do alumínio $c_{Al} = 0{,}22\ cal\ g^{-1}\ °C^{-1}$.

Resolução:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\,c\,\Delta\theta)_{água} + [m\,L_F + m\,c\,\Delta\theta]_{gelo} + (m\,c\,\Delta\theta)_{Aℓ} = 0$

$75 \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 80) + 48 \cdot 80 + 48 \cdot 1{,}0 \cdot (\theta_f - 0) + 2{,}0 \cdot 0{,}22 \cdot (\theta_f - 0) = 0$

$75\,\theta_f - 6\,000 + 3\,840 + 48\theta_f + 0{,}44\theta_f = 0$

$123{,}44\,\theta_f = 2\,160$

$\theta_f \simeq 17{,}50\ °C$

Resposta: 17,50 °C

144 (Unesp-SP) Uma garrafa térmica contém inicialmente 450 g de água a 30 °C e 100 g de gelo na temperatura de fusão, a 0 °C. Considere o calor específico da água igual a 4,0 J/(g °C) e o calor latente de fusão do gelo igual a 320 J/g.

a) Qual será a quantidade de calor Q_F necessária para fundir o gelo dentro da garrafa?

b) Supondo ideal o isolamento térmico da garrafa e desprezando a capacidade térmica de suas paredes internas, qual será a temperatura final da água contida no seu interior, quando o equilíbrio térmico for atingido?

Resolução:

a) Para fundir o gelo, necessitamos de:

$Q = m\,L_F$

$Q = 100 \cdot 320\ (J)$

$Q = 32\,000\ J \Rightarrow \boxed{Q = 3{,}2 \cdot 10^4\ J}$

b) A temperatura final da mistura é obtida por:

$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\,c\,\Delta\theta)_{água} + [(m\,L_F)_{gelo} + (m\,c\,\Delta\theta)]_{gelo} = 0$

$450 \cdot 4{,}0 \cdot (\theta_f - 30) + 100 \cdot 320 + 100 \cdot 4{,}0 \cdot (\theta_f - 0) = 0$

$1\,800\,\theta_f - 54\,000 + 32\,000 + 400\,\theta_f = 0$

$2\,200\,\theta_f - 22\,000 = 0$

$2\,200\,\theta_f = 22\,000$

$\boxed{\theta_f = 10\ °C}$

Respostas: a) $3{,}2 \cdot 10^4$ J; b) 10 °C

145 (Unesp-SP) Duas peças metálicas de massas iguais, uma de ferro e a outra de chumbo, inicialmente a 100 °C, são colocadas em contato térmico com um grande bloco de gelo a 0 °C. Após o equilíbrio térmico das peças com o gelo, o calor fornecido pela peça de ferro deixa m_F gramas de gelo fundido, enquanto o calor fornecido pela peça de chumbo deixa m_C gramas de gelo fundido. O calor específico do ferro vale aproximadamente 0,45 J/g · °C e o do chumbo, 0,15 J/g · °C.

a) Qual o valor da razão m_F/m_C?

b) Sabendo que $m_F = 90$ g e que o calor latente de fusão do gelo vale 320 J/g, qual o valor da massa **M** de cada peça metálica?

Resolução:

a) O equilíbrio térmico das peças metálicas com o bloco de gelo acontecerá a 0 °C. Assim, o calor recebido para a fusão do gelo é igual ao calor fornecido pelas peças metálicas para esfriarem de 100 °C a 0 °C.

$$\frac{Q_F}{Q_C} = \frac{m_F\ L}{m_C\ L} = \frac{M\,c_{Fe}\,\Delta\theta}{M\,c_{Pb}\,\Delta\theta}$$

$$\frac{m_F}{m_C} = \frac{c_{Fe}}{c_{Pb}} = \frac{0{,}45}{0{,}15} = 3$$

$$\boxed{\frac{m_F}{m_C} = 3}$$

b) Cálculo de **M**

$Q_F = m_F\,L = M\ \ c_{Fe}\,\Delta\theta$

$90 \cdot 320 = M \cdot 0{,}45 \cdot 100$

$\boxed{M = 640\ g}$

Respostas: a) 3; b) 640 g

146 Um dos processos de transformação do estado líquido para o estado gasoso chama-se **evaporação**. Esse processo é natural e pode ser considerado um caso particular de vaporização. Os fatos a seguir estão relacionados com a evaporação e/ou com o aumento da velocidade de evaporação, **exceto**:

a) a água contida em uma moringa de barro é mais fria que a água contida em uma moringa de louça;

b) uma roupa molhada seca mais depressa em um dia quente que em um dia frio, em iguais condições de umidade do ar;

c) uma roupa molhada seca mais depressa em um dia seco que em um dia úmido;

d) em um dia de vento, sentimos frio ao sair de uma piscina com o corpo molhado;

e) ao tocarmos uma peça de metal e outra de isopor, em um dia frio, sentimos que o metal está mais frio que o isopor.

Resolução:

A alternativa **e** é a única que não tem nada que ver com a evaporação da água. Ela se refere à transmissão de calor, à condução.

Resposta: e

147 (ITA-SP) Numa aula prática sobre ebulição, faz-se o seguinte experimento: leva-se até a fervura a água de um balão (não completamente cheio). Em seguida, fecha-se o frasco e retira-se do fogo. Efetuando-se um resfriamento brusco do balão, a água volta a ferver. Isso se dá porque:

a) na ausência do ar, a água ferve com maior facilidade.

b) a redução da pressão do vapor no frasco é mais rápida que a queda de temperatura do líquido.

c) com o resfriamento, a água se contrai, expulsando bolhas de ar que estavam no seio do líquido.

d) com o resfriamento brusco, a água evapora violentamente.

e) com o resfriamento brusco, o caminho livre médio das moléculas no líquido aumenta.

Resolução:

O resfriamento do balão é mais rápido que a queda de temperatura do líquido. Dessa forma, reduz-se a pressão de vapor no interior do balão e, consequentemente, reduz-se a temperatura de ebulição do líquido.

Resposta: b

148 (Unifesp-SP) Os líquidos podem transformar-se em vapor por evaporação ou ebulição. Enquanto a evaporação é um fenômeno espontâneo, restrito à superfície do líquido e que pode ocorrer a temperatura e pressão ambientes, a ebulição ocorre em todo o líquido sob condições de pressão e temperatura determinadas para cada líquido. Mas ambas as transformações, para se efetivarem, exigem o consumo da mesma quantidade de calor por unidade de massa transformada.

a) Quando as roupas são estendidas nos varais, ou a água no piso molhado de um ambiente é puxada pelo rodo, tem-se por objetivo apressar a secagem – transformação da água em vapor – dessas roupas ou do piso. Qual a causa comum que se busca favorecer nesses procedimentos? Justifique.

b) Avalia-se que a área da superfície da pele de uma pessoa adulta seja, em média, da ordem de 1,0 m^2. Suponha que, ao sair de uma piscina, uma pessoa retenha junto à pele uma camada de água de espessura média 0,50 mm. Qual a quantidade de calor que essa camada de água consome para evaporar? Que relação tem esse cálculo com a sensação de frio que sentimos quando estamos molhados, mesmo em dias quentes? Justifique.

Dados: densidade da água = 1 000 kg/m^3;
calor latente de vaporização da água = 2 300 kJ/kg.

Resolução:

a) Evaporação
As roupas são estendidas nos varais, e a água do piso molhado é puxada por um rodo para que a superfície livre (da água) seja ampliada, aumentando-se, assim, a rapidez da evaporação.

b) Na superfície do corpo da pessoa, encontramos um volume de água calculado por:
$V = A\ h = 1{,}0 \cdot 0{,}50 \cdot 10^{-3}\ m^3$
$V = 5{,}0 \cdot 10^{-4}\ m^3$
O calor necessário para a vaporização dessa água é obtido pela expressão do calor latente:
$Q = m\,L$
Mas: $d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d\,V$
Então:
$Q = d\,V\,L = 1\,000 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 2\,300\ (kJ)$

$\boxed{Q = 1\,150\ kJ}$

A energia térmica (calor) utilizada por essa água para vaporizar é obtida, principalmente, da pele dessa pessoa. A sensação de frio que a pessoa sente é devida ao fato de sua pele estar perdendo energia mais rapidamente do que ocorreria se não houvesse a camada de água em evaporação.

Respostas: a) Evaporação; b) 1 150 kJ

149 (Fuvest-SP)

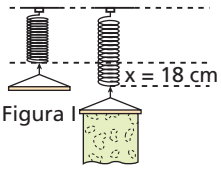


Figura I

Figura II

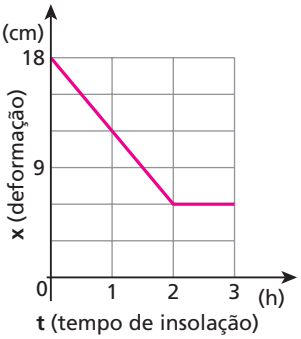


Figura III

A figura I representa um cabide dependurado na extremidade de uma mola de constante elástica k = 50 N/m. Na figura II, tem-se a nova situação de equilíbrio logo após a roupa molhada ser colocada no cabide e ser exposta ao Sol para secar, provocando na mola uma deformação inicial x = 18 cm. O tempo de insolação foi mais do que suficiente para secar a roupa completamente. A variação da deformação da mola (em cm) em função do tempo (em horas) em que a roupa ficou sob a ação dos raios solares está registrada no gráfico da figura III. ($g = 10\ m/s^2$)
Considere que cada grama de água para vaporizar absorve 500 cal de energia e determine:

a) o peso da água que evaporou;

b) a potência média de radiação solar absorvida pela roupa supondo ser ela a única responsável pela evaporação da água.

Resolução:

a) No início
$F_1 = P_1 \Rightarrow k\,x_1 = m_1\,g$
$50 \cdot 0{,}18 = m_1 \cdot 10$
$m_1 = 0{,}90\ kg$

No final
$F_2 = P_2 \Rightarrow k\,x_2 = m_2\,g \Rightarrow 50 \cdot 0{,}06 = m_2 \cdot 10$
$m_2 = 0{,}30\ kg$

Portanto, o peso da água que evaporou é dado por:
$P_a = (m_1 + m_2)\,g \Rightarrow P_a = (0{,}90 - 0{,}30) \cdot 10$

$\boxed{P_a = 6{,}0\ N}$

b) $Pot = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m\,L}{\Delta t} = \frac{600 \cdot 500}{2}\ \frac{(cal)}{(h)}$

$\boxed{Pot = 1{,}5 \cdot 10^5\ cal/h}$

Respostas: a) 6,0 N; b) $1{,}5 \cdot 10^5$ cal/h

150 (FGV-SP) O vaporizador é um aparelho que permite aumentar a umidade do ar em um ambiente. A vaporização ocorre por intermédio de um resistor, que permanece ligado enquanto estiver em contato com a água. Uma vez esgotada essa água, o aparelho se desliga automaticamente. Um desses vaporizadores, contendo 200 mL de água, inicialmente a 20 °C, permaneceu funcionando, ininterruptamente, por 2 h até se desligar. Considerando que toda energia dissipada pelo resistor é transferida para a água, que todo o vapor produzido é lançado para o ambiente e que a vaporização ocorre à temperatura de ebulição, pode-se concluir que a potência do aparelho, medida em **W**, é, aproximadamente:

Dados: calor específico da água = 1 cal/g · °C;
calor latente de vaporização da água = 540 cal/g;
densidade da água = 1 g/mL;
temperatura de vaporização da água = 100 °C;
1 cal = 4 J.

a) 32.
b) 46.
c) 69.
d) 78.
e) 84.

Resolução:

No aquecimento e na vaporização da água, temos:

$Pot\,\Delta t = (m\,c\,\Delta\theta)_{água} + (m\,L_v)_{vaporização\ da\ água}$

Sendo a densidade da água igual a 1 g/mL, o volume de 200 mL de água terá massa igual a 200 g.

Assim:
$Pot \cdot 2 \cdot 3600 = 200 \cdot 1 \cdot (100 - 20) + 200 \cdot 540$

$Pot \cdot 7200 = 16000 + 108000$

$Pot = \frac{155}{9}$ cal/s

Sendo 1 cal = 4J, vem

$Pot = \frac{155 \cdot 4}{9}$ J/s

$\boxed{Pot \simeq 69\ W}$

Resposta: c

151 (Unifesp-SP) Atualmente, o *laser* de CO_2 tem sido muito aplicado em microcirurgias, onde o feixe luminoso é utilizado no lugar do bisturi de lâmina. O corte com o *laser* é efetuado porque o feixe provoca um rápido aquecimento e a evaporação do tecido, que é constituído principalmente de água. Considere um corte de 2,0 cm de comprimento, 3,0 mm de profundidade e 0,5 mm de largura, que é aproximadamente o diâmetro do feixe. Sabendo que a massa específica da água é 10^3 kg/m^3, o calor específico é $4,2 \cdot 10^3$ J/kg · K e o calor latente de evaporação é $2,3 \cdot 10^6$ J/kg:

a) estime a quantidade de energia total consumida para fazer essa incisão, considerando que, no processo, a temperatura do tecido se eleva 63 °C e que este é constituído exclusivamente de água.

b) se o corte é efetuado a uma velocidade de 3,0 cm/s, determine a potência do feixe, considerando que toda a energia fornecida foi gasta na incisão.

Resolução:

a) Volume do tecido vaporizado:
$V = 20 \cdot 3,0 \cdot 0,5\ (mm)^3$
$V = 30\ (mm)^3 = 3,0 \cdot 10^{-8}\ m^3$

Massa do tecido vaporizado:
$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d\,V$
$m = 10^3 \cdot 3,0 \cdot 10^{-8}$ kg
$m = 3,0 \cdot 10^{-5}$ kg

Cálculo da energia consumida para o aquecimento e a vaporização do tecido:
$Q = m\,c\,\Delta\theta + m\,L_v$
$Q = 3,0 \cdot 10^{-5} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot 63 + 3,0 \cdot 10^{-5} \cdot 2,3 \cdot 10^6$ (J)
$Q = 793,8 \cdot 10^{-2} + 6,9 \cdot 10$ (J)
$Q \simeq 7,9 + 69,0$ (J)

$\boxed{Q \simeq 76,9\ J}$

b) A incisão tem 2,0 cm, e o módulo da velocidade com que é feito o corte é 3,0 cm/s. Assim:
$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$

$\Delta t_{corte} = \frac{2,0}{3,0}$ s

Portanto:
$Pot = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{76,9\ J}{\frac{2,0}{3,0}\ s}$

$\boxed{Pot \simeq 115,4\ W}$

Respostas: a) ≃ 77 J; b) ≃ 115 W

152 (Fuvest-SP) Quando água pura é cuidadosamente resfriada, nas condições normais de pressão, pode permanecer no estado líquido até temperaturas inferiores a 0 °C, num estado instável de "superfusão". Se o sistema é perturbado, por exemplo, por vibração, parte da água se transforma em gelo e o sistema se aquece até estabilizar em 0 °C. O calor latente de fusão do gelo é igual a 80 cal/g.
Considerando um recipiente termicamente isolado e de capacidade térmica desprezível, contendo 1 ℓ de água a –5,6 °C, à pressão normal, determine:

a) a quantidade, em gramas, de gelo formada, quando o sistema é perturbado e atinge uma situação de equilíbrio a 0 °C.

b) a temperatura final de equilíbrio do sistema e a quantidade de gelo existente (considerando o sistema inicial no estado de "superfusão" a –5,6 °C), ao colocar-se no recipiente um bloco metálico de capacidade térmica igual a 400 cal/°C, à temperatura de 91 °C.

Resolução:

a) $Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$
$(m\,L)_{gelo} + (m\,c\,\Delta\theta)_{água} = 0$

Como:
$d_{água} = 1\,000\ kg/m^3 = 1\,000\ g/dm^3 = 1\,000\ g/\ell$

Então:
$m \cdot (-80) + 1\,000 \cdot 1,0 \cdot [0 - (-5,6)] = 0$

$80\,m = 5\,600 \rightarrow \boxed{m = 70\ g}$

b) $Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$
$(C\,\Delta\theta)_{metal} + (m\,c\,\Delta\theta)_{água} = 0$
$400 \cdot (\theta_f - 91) + 1\,000 \cdot 1,0 \cdot [\theta_f - (-5,6)] = 0$
$400\theta_f - 36\,400 + 1\,000\theta_f + 5\,600 = 0$

$1\,400\theta_f = 30\,800 \Rightarrow \boxed{\theta_f = 22\ °C}$

No final, teremos somente água a 22 °C. A massa de gelo será nula.

Respostas: a) 70 g; b) 22 °C e zero

153 (Unifesp-SP) Sobrefusão é o fenômeno em que um líquido permanece nesse estado a uma temperatura inferior à de solidificação, para a correspondente pressão. Esse fenômeno pode ocorrer quando um líquido cede calor lentamente, sem que sofra agitação. Agitado, parte do líquido solidifica, liberando calor para o restante, até que o equilíbrio térmico seja atingido à temperatura de solidificação para a respectiva pressão. Considere uma massa de 100 g de água em sobrefusão à temperatura de –10 °C e pressão de 1 atm, o calor específico da água de 1 cal/g °C e o calor latente de solidificação da água de –80 cal/g. A massa de água que sofrerá solidificação se o líquido for agitado será:

a) 8,7 g.
b) 10,0 g.
c) 12,5 g.
d) 50,0 g.
e) 60,3 g.

Resolução:
$Q_{água} + Q_{gelo} = 0$
$m_{água}\,c_{água}\,\Delta\theta_{água} + m\,L_{gelo} = 0$
$100 \cdot 1,0 \cdot [0 - (-10)] + m \cdot (-80) = 0$
$80\,m = 1\,000$
$\boxed{m = 12,5\ g}$

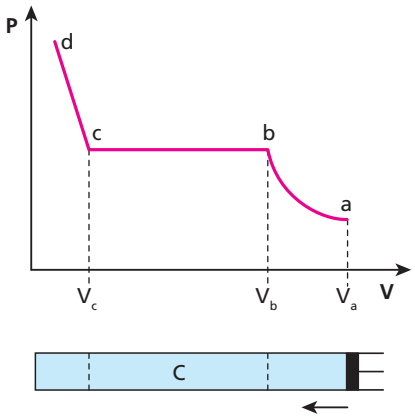
Resposta: c

154 (UFPR) Pode-se conseguir a sublimação do gelo quando ele é submetido a:
a) pressão e temperatura inferiores às do ponto tríplice.
b) pressão e temperatura inferiores às do ponto crítico.
c) pressão e temperatura superiores às do ponto tríplice.
d) pressão e temperatura superiores às do ponto crítico.
e) Não se consegue a sublimação do gelo; ele sempre transforma-se em água, para depois produzir a vaporização.

Resolução:
A curva de sublimação encontra-se a temperaturas e pressões inferiores às do ponto tríplice.

Resposta: a

155 (Ufla-MG) A figura a seguir é usada para mostrar uma experiência de laboratório. No cilindro **C**, provido de êmbolo, coloca-se certa quantidade de vapor (CO_2, por exemplo); mantendo-se constante a temperatura, o volume do cilindro é diminuído gradativamente, empurrando-se o êmbolo para a esquerda. O gráfico do cilindro mostra como varia a pressão no cilindro em função do volume. Baseados nessa experiência apresentamos três proposições.



I. A pressão P_c ou P_b corresponde à maior pressão que o vapor pode oferecer, a determinada temperatura, antes de começar a condensação.
II. De V_b a V_c (patamar) coexistem, no cilindro, uma mistura de líquido e vapor.
III. Quando o êmbolo atinge o volume V_c, todo vapor se condensou e, a partir daí, uma pequena diminuição de volume acarreta um grande aumento da pressão.

Indique a alternativa correta.
a) Apenas a proposição I é correta.
b) Apenas as proposições I e II são corretas.
c) Apenas as proposições I e III são corretas.
d) Apenas as proposições II e III são corretas.
e) As proposições I, II e III são corretas.

Resolução:
I – Correta II – Correta III – Correta

Resposta: e

156 A unidade de medida de calor no sistema inglês é a Btu (*British Thermal Unit*) e a unidade de medida de calor que utilizamos com frequência no Brasil é a caloria (cal). Sabe-se que 1 cal é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 g de água pura de 14,5 °C até 15,5 °C e que 1 Btu é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 ℓb (uma libra) da mesma água de 39 °F até 40 °F. Sabendo-se que 1 g = 2,2 . 10^{-3} ℓb, qual a relação entre as unidades caloria e Btu?

Resolução:
$Q = m\,c\,\Delta\theta \Rightarrow c = \dfrac{Q}{m\,\Delta\theta}$

Assim:
$\left(\dfrac{Q}{m\,\Delta\theta}\right)_{cal} = \left(\dfrac{Q}{m\,\Delta\theta}\right)_{Btu} \Rightarrow \dfrac{1\text{ cal}}{1\text{ g}\ \ 1\text{ °C}} = \dfrac{1\text{ Btu}}{1\text{ ℓb} \cdot 1\text{ °F}}$

Como:
$1\text{ g} = 2{,}2 \cdot 10^{-3}\text{ ℓb} \Rightarrow$ e $\Delta\theta_C = 1\text{ °C}$ equivale a $\Delta\theta_F = 1{,}8\text{ °F}$

Temos:
$\dfrac{1\text{ cal}}{2{,}2 \cdot 10^{-3}\text{ ℓb} \cdot 1{,}8\text{ °F}} = \dfrac{1\text{ Btu}}{1\text{ ℓb} \cdot 1\text{ °F}} \Rightarrow \dfrac{1\,000\text{ cal}}{2{,}2 \cdot 1{,}8} = 1\text{ Btu}$

$1\text{ Btu} \simeq 252\text{ cal}$

Resposta: 1 Btu ≃ 252 cal

157 Um jovem apaixonado entrou em uma joalheria e escolheu um anel para presentear sua namorada. O joalheiro garantiu que no anel, de 10 gramas, 90% eram ouro e 10% eram cobre. Para ter certeza, o estudante levou o anel até o laboratório de Física da sua escola e realizou um experimento de calorimetria, a fim de determinar a massa real de ouro. O anel foi aquecido em uma estufa até atingir a temperatura de 522 °C e, em seguida, foi colocado no interior de um calorímetro com água. O sistema calorímetro-água tem capacidade térmica equivalente à de 100 gramas de água e está à temperatura de 20 °C. A temperatura final de equilíbrio térmico foi de 22 °C.
Sabe-se que:
I. o calor específico da água vale 1,00 cal/g °C; o do ouro, 0,030 cal/g °C; e o do cobre, 0,090 cal/g °C;
II. o calor específico de uma liga metálica é igual à média ponderada dos calores específicos dos metais integrantes da liga, sendo as respectivas massas os pesos da média.

Dessa forma, o estudante determinou que a massa real de ouro no anel era, aproximadamente, igual a:
a) 5,0 gramas; c) 8,3 gramas; e) 9,8 gramas.
b) 7,5 gramas; d) 9,0 gramas;

Resolução:
$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$
$(m\,c\,\Delta\theta)_{anel} + [(m + E)\,c\,\Delta\theta]_{(água\ +\ calorímetro)} = 0$

Como:
$c_{anel} = \dfrac{m_{Au}\,c_{Au} + m_{Cu}\,c_{Cu}}{m_{Au} + m_{Cu}}$

Temos:
$10\left(\dfrac{m_{Au}\,0{,}030 + m_{Cu}\,0{,}090}{m_{Au} + m_{Cu}}\right)(22 - 522) + 100 \cdot 1{,}0 \cdot (22 - 20) = 0$

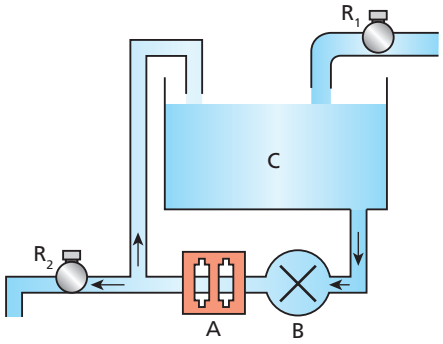
$5\,000\left(\dfrac{m_{Au}\,0{,}030 + m_{Cu}\,0{,}090}{m_{Au} + m_{Cu}}\right) = 200$

$0{,}030\,m_{Au} + 0{,}090\,m_{Cu} = 0{,}040\,m_{Au} + 0{,}040\,m_{Cu}$
$0{,}05\,m_{Cu} = 0{,}01\,m_{Au} \Rightarrow m_{Au} = 5\,m_{Cu}$
Como: $m_{Au} + m_{Cu} = 10$
Então: $m_{Au} + \dfrac{m_{Au}}{5} = 10$
$6\,m_{Au} = 50$

$m_{Au} \simeq 8{,}3\text{ g}$

Resposta: c

158 (Fuvest-SP) Uma caixa-d'água **C**, com capacidade de 100 litros, é alimentada, através do registro R_1, com água fria a 15 °C, tendo uma vazão regulada para manter sempre constante o nível de água na caixa. Uma bomba **B** retira 3 ℓ/min de água da caixa e os faz passar por um aquecedor elétrico **A** (inicialmente desligado). Ao ligar-se o aquecedor, a água é fornecida, à razão de 2 ℓ/min, através do registro R_2 para uso externo, enquanto o restante da água aquecida retorna à caixa para não desperdiçar energia. No momento em que o aquecedor, que fornece uma potência constante, começa a funcionar, a água, que entra nele a 15 °C, sai a 25 °C. A partir desse momento, a temperatura da água na caixa passa então a aumentar, estabilizando-se depois de algumas horas.



Dado: calor específico da água = $4 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot °C}$

Desprezando perdas térmicas, determine, após o sistema passar a ter temperaturas estáveis na caixa e na saída para o usuário externo:

a) a quantidade de calor **Q**, em **J** (joules), fornecida a cada minuto pelo aquecedor;

b) a temperatura final T_2, em °C (graus Celsius), da água que sai pelo registro R_2 para uso externo;

c) a temperatura final T_C, em °C (graus Celsius), da água na caixa.

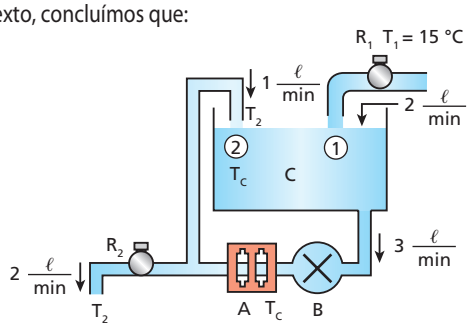
Resolução:

a) $Q = m\,c\,\Delta\theta$

$Q = 3 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 10$ (J)

$\boxed{Q = 1{,}2 \cdot 10^5\ J}$

b) Do texto, concluímos que:



$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$m_1\,c\,\Delta\theta_1 + m_2\,c\,\Delta\theta_2 = 0$

$2m\,c\,(T_C - T_1) + m\,c\,(T_C - T_2) = 0$

$2T_C - 2T_1 + T_C - T_2 = 0$

$3T_C - 2T_1 - T_2 = 0$

Sendo: $T_C = T_2 - 10$ (°C) e $T_1 = 15$ °C, temos:

$3 \cdot (T_2 - 10) - 2 \cdot (15) - T_2 = 0$

$3T_2 - 30 - 30 - T_2 = 0$

$2T_2 = 60$

$\boxed{T_2 = 30\ °C}$

c) $T_C = T_2 - 10$

$T_C = 30 - 10$

$\boxed{T_C = 20\ °C}$

Respostas: a) $1{,}2 \cdot 10^5$ J; b) 30 °C; c) 20 °C

159 (UFSCar-SP) Um exercício sobre trocas de calor propunha que 235 g de água, à temperatura de 25 °C e à pressão de 1 atm, fossem misturadas a 63 g de gelo, à temperatura de –18 °C, num calorímetro ideal mantido sob agitação. Para resolvê-lo, um estudante testou as cinco hipóteses seguintes:

Hipótese	Resultados dos cálculos	
	m (g)	t (°C)
1. Não ocorre mudança de fase.	—	19,9
2. Toda a massa de gelo sofre fusão e a água resultante dessa fusão aumenta de temperatura.	—	0,9
3. Parte da massa do gelo sofre fusão.	66,4	0,0
4. Parte da massa de água solidifica.	–66,4	0,0
5. Toda a massa de água solidifica e a temperatura do gelo resultante diminui.	—	161,8

onde: m = massa que sofre mudança de fase e

t = temperatura de equilíbrio.

a) Considerando que os cálculos realizados pelo estudante estejam corretos, justifique qual das hipóteses anteriores fornece um resultado possível de ocorrer experimentalmente, nas condições propostas pelo exercício.

b) Sabendo-se que a temperatura de fusão do gelo é função decrescente da pressão, explique o que ocorreria com a temperatura de equilíbrio e com a massa da substância que sofre mudança de fase, se a pressão no calorímetro fosse superior a 1 atm. Suponha que os valores dos calores específicos e dos calores latentes específicos não dependam da pressão e da temperatura.

Resolução:

1) Para esfriar a água até 0 °C, devemos retirar:

$Q_1 = m\,c\,\Delta\theta$

$Q_1 = 235 \cdot 1 \cdot (0 - 25)$ (cal)

$Q_1 = -5875$ cal

2) Para aquecimento do gelo até 0 °C, devemos fornecer a ele:

$Q_2 = m\,c\,\Delta\theta$

$Q_2 = 63 \cdot 0{,}5 \cdot [0 - (-18)]$ (cal)

$Q_2 = 567$ cal

3) Para a fusão do gelo devemos fornecer a ele:

$Q_3 = m\,L_F$

$Q_3 = 63 \cdot 80$ (cal)

$Q_3 = 5040$ cal

4) Na temperatura e 0 °C temos somente água e estão sobrando, para retornar ao sistema, a energia:

$Q = (-5875 + 567 + 5040)$ (cal)

$Q = -268$ cal

5) Retornando essa energia para o sistema, temos:
$Q = m\,c\,\Delta\theta$
$268 = (235 + 63) \cdot 1 \cdot (\theta_f - 0)$
$\theta_f \cong 0{,}9\ ^\circ C$

Observação:
Foram usados na resolução os valores tradicionais:
calor específico do gelo = 0,5 cal/g °C
calor específico da água = 1 cal/g °C
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g
Assim:
a) Nas condições propostas no exercício, a hipótese possível é a de número 2.
b) A temperatura de equilíbrio seria menor do que 0,9 °C, pois a temperatura de fusão do gelo é função decrescente da pressão. A massa da substância que sofre mudança de fase não muda.

Respostas: a) A hipótese 2 fornece um resultado possível de ocorrer experimentalmente, nas condições propostas pelo exercício;
b) A temperatura de equilíbrio seria menor do que 0,9 °C, pois a temperatura de fusão do gelo é função decrescente da pressão. A massa da substância que sofre mudança de fase não muda.

160 Observe as informações:
I. A umidade relativa do ar corresponde à razão entre a pressão parcial de vapor existente no local e a pressão de vapor saturado na temperatura local.
II. O ser humano sente-se confortável quando a umidade relativa do ar está por volta de 50%. Uma umidade maior que 50% reduz a evaporação do suor da pele, provocando desconforto. Uma umidade menor que 50% tem um efeito secante na pele e na mucosa.
III. A tabela a seguir mostra a pressão máxima de vapor de água em função da temperatura.

θ (°C)	0	5	10	15	20
P (mm Hg)	4,58	6,54	9,21	12,8	17,5
θ (°C)	25	30	40	50	60
P (mm Hg)	23,8	31,8	55,3	92,5	149

Uma pessoa encontra-se num ambiente onde a temperatura é de 25 °C e a pressão de vapor de água é de 16,2 mm Hg. Pode-se afirmar que:
a) nesse local está chovendo;
b) a umidade relativa do ar, nesse ambiente, é menor que 50%;
c) a umidade relativa do ar, nesse ambiente, é igual a 89%;
d) essa pessoa pode estar sentindo sua pele ressecada;
e) a umidade relativa do ar, nesse ambiente, é aproximadamente igual a 68%.

Resolução:
$\mu = \frac{P_p}{P_m}$

Do texto, temos $P_p = 16{,}2$ mm Hg e, a 25 °C, encontramos na tabela: $P_m = 23{,}8$ mm Hg.
Portanto:
$\mu = \frac{16{,}2}{23{,}8} \simeq 0{,}68$

$\mu_r\,(\%) \simeq 68\%$

Resposta: e

161 (ITA-SP) Um termômetro em uma sala de 8,0 x 5,0 x 4,0 m indica 22 °C e um higrômetro indica que a umidade relativa é de 40%. Qual é a massa de vapor de água na sala, se sabemos que a essa temperatura o ar saturado contém 19,33 g de água por metro cúbico?

Resolução:
Do texto:
$19{,}33\ g/cm^3 \rightarrow 100\%$
$x \leftarrow 40\%$
$x = 7{,}732\ g/m^3$
Assim:
$m_v = x \cdot V_{sala}$
$m_v = 7{,}732 \cdot 8{,}0 \cdot 5{,}0 \cdot 4{,}0$
$m_v = 1\,237\ g = 1{,}24\ kg$

Resposta: 1,24 kg

162 Uma arma dispara um projétil de chumbo de massa 20,0 g, que se move de encontro a um grande bloco de gelo fundente. No impacto, o projétil tem sua velocidade reduzida de 100 m/s para 0 e entra em equilíbrio térmico com o gelo. Não havendo dissipação de energia, ocorre a fusão de 2,25 g de gelo. Sendo o calor específico sensível do chumbo igual a 0,031 cal/g °C e o calor específico latente de fusão do gelo igual a 80 cal/g, qual era a temperatura do projétil no momento do impacto?

Dado: 1 cal = 4 J.

Resolução:
Energia cinética do projétil:
$E_c = \frac{m\,v^2}{2} = \frac{20{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot (100)^2}{2}$ (J)
$E_c = 100\ J = 25\ cal$
Portanto:
$|E_c + Q|_{projétil} = |Q|_{gelo}$
$25 + (m\,c\,|\Delta\theta|)_{projétil} = (m\,L_F)_{gelo}$
$25 + 20{,}0 \cdot 0{,}031 \cdot |0 - \theta_{Pb}| = 2{,}25 \cdot 80$
$0{,}62\,\theta_{Pb} = 155$

$\theta_{Pb} = 250\ ^\circ C$

Resposta: 250 °C

Tópico 4

1 (Esam-RN) Chama-se pressão média sobre uma superfície plana:
a) o contato entre superfícies planas.
b) uma propriedade da superfície livre dos líquidos.
c) o valor da força que atua sobre qualquer superfície plana.
d) a razão entre o módulo da força que atua perpendicularmente na superfície e a área da superfície.
e) a razão entre o módulo da força que atua na superfície e o perímetro dessa superfície.

Resolução:
Por definição:

$$p = \frac{F}{T}$$

em que **F** é o módulo da força resultante perpendicular à superfície e $\mathbf{A_4}$, a área da superfície.

Resposta: d

2 (UFRGS-RS) Um gás encontra-se contido sob a pressão de $5{,}0 \cdot 10^3$ N/m² no interior de um recipiente cúbico cujas faces possuem uma área de 2,0 m². Qual é o módulo da força média exercida pelo gás sobre cada face do recipiente?

Resolução:

$$p = \frac{F}{A}$$

$F = p\,A = 5{,}0 \cdot 10^3 \cdot 2{,}0$ (**N**)

$F = 1{,}0 \cdot 10^4$ N

Resposta: $1{,}0 \cdot 10^4$ N

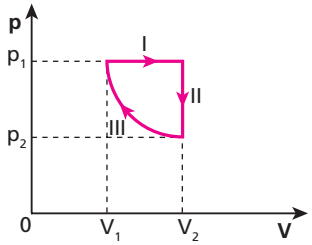
3 Determinada massa de gás perfeito sofre as transformações indicadas a seguir:
I. Compressão a temperatura constante.
II. Expansão a pressão constante.
III. Aquecimento a volume constante.

Nessa ordem, as transformações podem ser chamadas também de:
a) isobárica, adiabática e isocórica.
b) isométrica, isotérmica e isobárica.
c) isotérmica, isobárica e adiabática.
d) isométrica, isocórica e isotérmica.
e) isotérmica, isobárica e isométrica.

Resolução:
I – Isotérmico: temperatura constante.
II – Isobárica: pressão constante.
III – Isocórica ou Isométrica: volume constante.

Resposta: e

4 (Uneb-BA) Uma amostra de gás ideal sofre as transformações I, II e III, identificadas no gráfico pressão × volume apresentado a seguir.

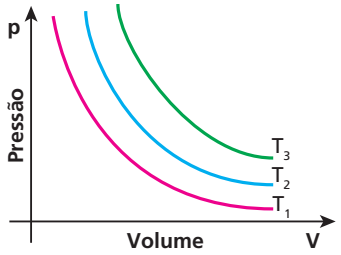


Sabe-se que a transformação III é adiabática.
As transformações I e II são, respectivamente:
01) isobárica e isotérmica.
02) isobárica e isométrica.
03) isométrica e isotérmica.
04) isométrica e isobárica.
05) isotérmica e isobárica.

Resolução:
Transformação **adiabática** é aquela que se processa sem trocas de calor com o meio externo.
I – Isobárica: pressão constante.
II – Isométrica: volume constante.

Resposta: 02

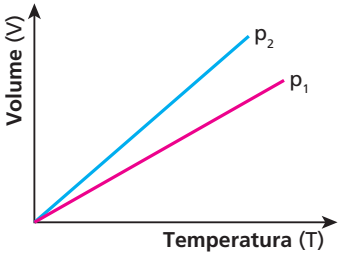
5 O diagrama representa três isotermas T_1, T_2 e T_3, referentes a uma mesma amostra de gás perfeito. A respeito dos valores das temperaturas absolutas T_1, T_2 e T_3, pode-se afirmar que:
a) $T_1 = T_2 = T_3$;
b) $T_1 < T_2 < T_3$;
c) $T_1 > T_2 > T_3$;
d) $T_1 = T_2 < T_3$;
e) $T_2 > T_1 < T_3$.



Resolução:
Quanto **maior** a temperatura do gás, **mais afastada** dos eixos se encontra a curva isotérmica indicativa dessa temperatura.
Assim:
$T_3 > T_2 > T_1$
ou
$T_1 < T_2 < T_3$

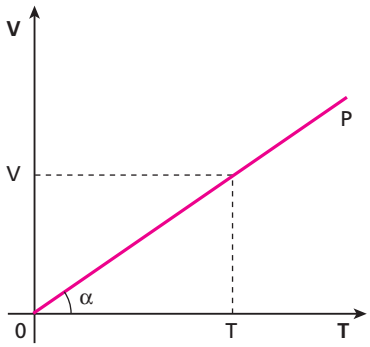
Resposta: b

6 O diagrama mostra duas transformações isobáricas sofridas por uma mesma amostra de gás perfeito.



Com base nesses dados, pode-se afirmar que:
a) $p_2 > p_1$;
b) $p_2 < p_1$;
c) $p_2 = p_1$;
d) $p_2 = 2\,p_1$;
e) Num diagrama volume × temperatura absoluta, não se pode comparar diferentes valores da pressão.

Resolução:



$\text{tg}\,\alpha = \frac{V}{T} = K$

Como a constante **K** é inversamente proporcional à pressão, temos:

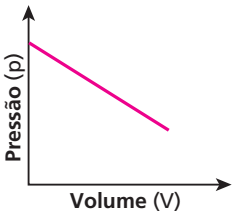
$\text{tg}\,\alpha_2 > \text{tg}\,\alpha_1$

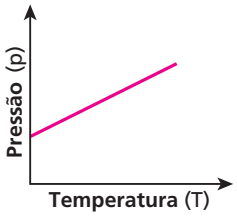
$K_2 > K_1$

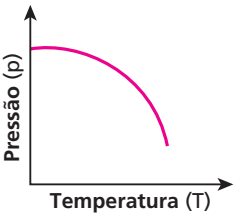
$\boxed{p_2 < p_1}$

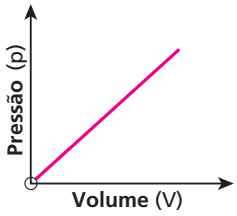
Resposta: b

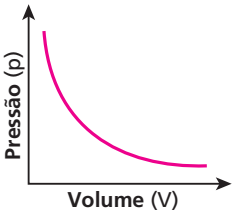
7 Um recipiente indeformável (volume interno constante) e hermeticamente fechado (não permite a entrada ou saída de gás) contém certa massa de gás perfeito à temperatura ambiente. Aquecendo-se esse gás, qual dos gráficos a seguir melhor representa o seu comportamento?

a)


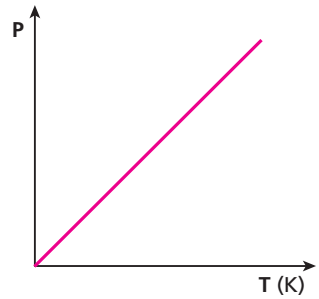
d)


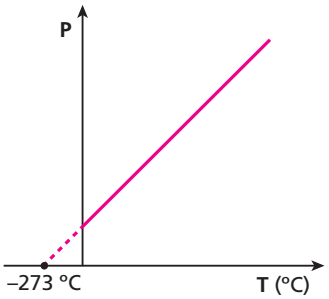
b)


e)


c)


Resolução:
Volume constante → Isométrica.
Lei de Charles:
$p = K\,T$
Assim:





Resposta: d

8 E.R. Num recipiente indeformável, aprisiona-se certa massa de gás perfeito a 27 °C. Medindo a pressão exercida pelo gás, obtemos o valor 90 cm Hg. Se elevarmos a temperatura para 170,6 °F, qual será a nova pressão do gás?

Resolução:
Uma vez que o volume permanece constante, podemos aplicar a Lei de Charles, que é expressa da seguinte forma:

$$p = K\,T \Rightarrow \frac{p}{T} = K$$

Assim, temos:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (I)$$

São dados:

$$p_1 = 90 \text{ cm Hg}$$

$$T_1 = 27\ ^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

Transformando 170,6 °F em unidades da escala Kelvin, temos:

$$\frac{\theta_F - 32}{9} = \frac{T - 273}{5} \Rightarrow \frac{170{,}6 - 32}{9} = \frac{T_2 - 273}{5}$$

$$15{,}4 = \frac{T_2 - 273}{5} \Rightarrow T_2 = 350 \text{ K}$$

Substituindo os valores conhecidos na relação (I), encontramos:

$$\frac{90}{300} = \frac{p_2}{350} \Rightarrow \boxed{p_2 = 105 \text{ cm Hg}}$$

9 (FCMSC-SP) Uma amostra de gás perfeito ocupa um recipiente de 10,0 ℓ à pressão de 1,5 atm. Essa amostra foi transferida para outro recipiente de 15,0 litros, mantendo a mesma temperatura. Qual a nova pressão dessa amostra de gás?

Resolução:
Lei de Boyle:
$p_1 V_1 = p_2 V_2$
$1,5 \cdot 10,0 = p_2 \cdot 15,0$

$p_2 = 1,0$ atm

Resposta: 1,0 atm

10 (PUC-SP) Um recipiente contém certa massa de gás ideal que, à temperatura de 27 °C, ocupa um volume de 15 ℓ. Ao sofrer uma transformação isobárica, o volume ocupado pela massa gasosa passa a ser de 20 ℓ. Nessas condições, qual foi a variação de temperatura sofrida pelo gás?

Resolução:
Lei de Charles e Gay-Lussac:
$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$
$\frac{15}{(27 + 273)} = \frac{20}{T_2}$
$T_2 = 400$ K = 127 °C
Assim:
ΔT (°C) = T_2 (°C) – T_1 (°C)
ΔT (°C) = (127 – 27) °C

ΔT (°C) = 100 °C

Resposta: 100 °C

11 (UFPE) Certa quantidade de gás ocupa um volume de 3,0 ℓ e sua temperatura é de 450 K. Sem que a pressão mude, sua temperatura é baixada para 300 K. Determine o volume do gás nessa nova situação.

Resolução:
Lei de Charles e Gay-Lussac:
$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$
$\frac{3,0}{450} = \frac{V_2}{300}$

$V_2 = 2,0$ ℓ

Resposta: 2,0 ℓ

12 (PUC-SP) Determinada massa de gás perfeito sofre uma transformação isométrica. A pressão inicial vale 4,0 atm e a temperatura inicial é de 47 °C. Se a temperatura final é de 127 °C, qual é o valor da pressão final?

Resolução:
Lei de Charles:
$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$
$\frac{4,0}{(47 + 273)} = \frac{p_2}{(127 + 273)}$

$p_2 = 5,0$ atm

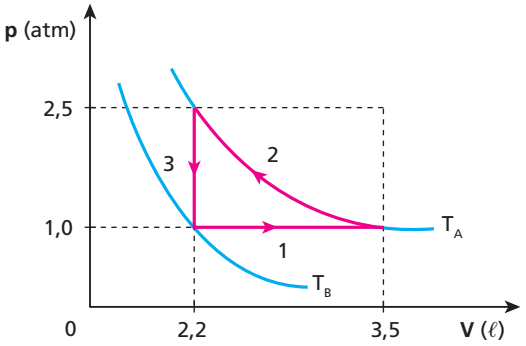
Resposta: 5,0 atm

13 (Ufal) Um gás ideal está contido em um recipiente fechado, a volume constante, a uma temperatura de 27 °C. Para que a pressão desse gás sofra um acréscimo de 50%, é necessário elevar a sua temperatura para quanto?

Resolução:
Lei de Charles:
$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$
$\frac{p_1}{(27 + 273)} = \frac{1,5\, p_2}{T_2}$

Resposta: 177 °C

14 (Univali-SC) Considere o diagrama onde se apresentam duas isotermas, T_A e T_B.

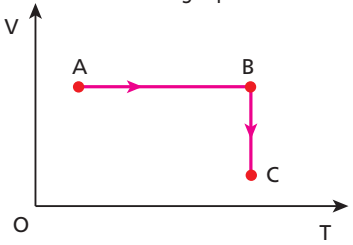


As transformações gasosas 1, 2 e 3 são, respectivamente:
a) isobárica, isocórica e isotérmica.
b) isocórica, isobárica e isotérmica.
c) isotérmica, isobárica e isocórica.
d) isobárica, isotérmica e isocórica.
e) isotérmica, isocórica e isobárica.

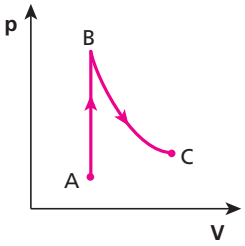
Resolução:
1) **Isobárica:** Transformação a pressão constante.
2) **Isotérmica:** Transformação a temperatura constante.
3) **Isocórica:** Transformação a volume constante.

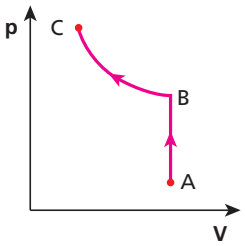
Resposta: d

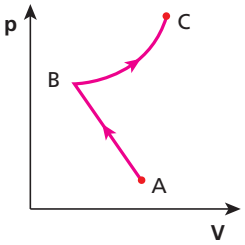
15 Um gás perfeito tem como variáveis de estado as grandezas: pressão (**p**), volume (**V**) e temperatura absoluta (**T**). O diagrama volume (**V**) × temperatura absoluta (**T**) representa as transformações AB e BC sofridas por determinada massa de gás perfeito.

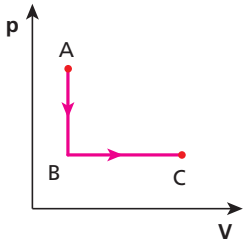


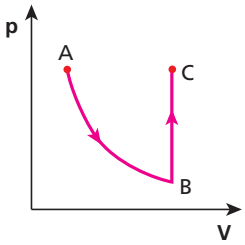
Num diagrama pressão (**p**) × volume (**V**), essas transformações poderiam ser representadas por:

a) 

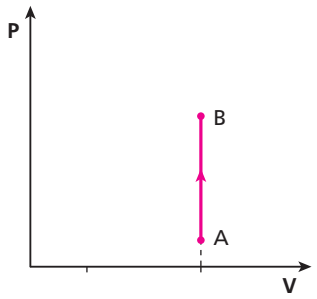
d) 

b) 

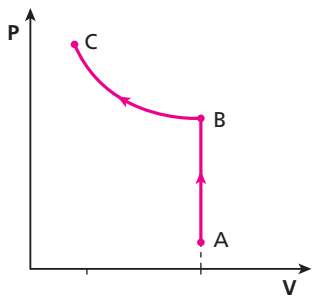
e) 

c) 

Resolução:
Transformação AB (isométrica):



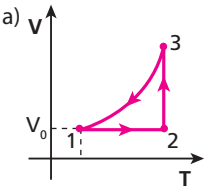
Se a temperatura **T** do gás aumenta, sua pressão aumenta também.
Transformação BC (isotérmica):

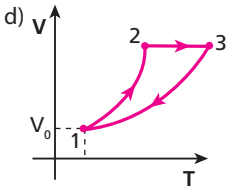


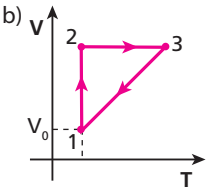
Em um diagrama p × V, a transformação isotérmica é representada por uma hipérbole.

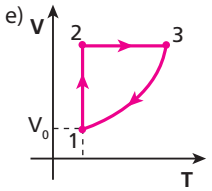
Resposta: d

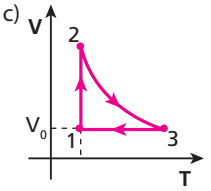
16 (UFMA) Um determinado gás perfeito, contido dentro de um recipiente, ocupa inicialmente um volume V_0. O gás sofre então uma expansão isotérmica, atingindo o estado 2, a partir do qual passa por um processo de aquecimento isovolumétrico, atingindo o estado 3. Do estado 3, o gás retorna ao estado 1 (inicial) por meio de uma compressão isobárica. Indique qual dos diagramas a seguir representa a sequência dos processos acima:

a) 

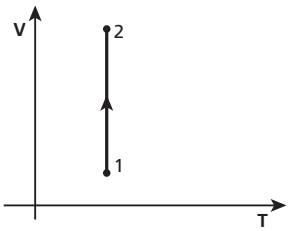
d) 

b) 

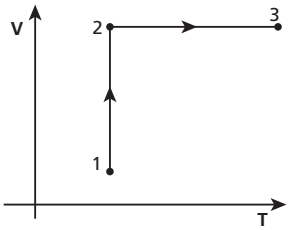
e) 

c) 

Resolução:
De 1 para 2: há expansão (aumento de volume) isotérmica (temperatura constante).



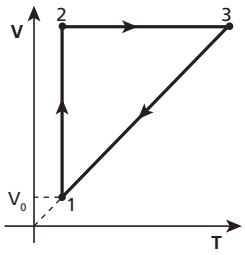
De 2 para 3: há aquecimento (aumento de temperatura) isovolumétrico (volume constante).



De 3 para 1: há compressão (diminuição de volume) isobárica (pressão constante).

Lei de Charles e Gay-Lussac: $V = K\,T$

V (volume) diretamente proporcional à temperatura absoluta **T**.



Resposta: b

17 (Fuvest-SP) Um congelador doméstico (*freezer*) está regulado para manter a temperatura de seu interior a –18 °C. Sendo a temperatura ambiente igual a 27 °C (ou seja, 300 K), o congelador é aberto e, pouco depois, fechado novamente. Suponha que o *freezer* tenha boa vedação e que tenha ficado aberto o tempo necessário para o ar em seu interior ser trocado por ar ambiente. Quando a temperatura do ar no *freezer* voltar a atingir –18 °C, a pressão em seu interior será:

a) cerca de 150% da pressão atmosférica.
b) cerca de 118% da pressão atmosférica.
c) igual à pressão atmosférica.
d) cerca de 85% da pressão atmosférica.
e) cerca de 67% da pressão atmosférica.

Resolução:

Lei de Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_0}{(27 + 273)} = \frac{p_2}{(-18 + 273)}$$

$$p_2 = 0{,}85\ p_0$$

A pressão no interior do *freezer* é 85% da pressão atmosférica.

Resposta: d

18 Certa massa de gás ideal, inicialmente nas CNTP (condições normais de temperatura e pressão: T = 0 °C = 273 K e p = 1,0 atm), sofre uma transformação isobárica e aumenta seu volume em 80%. Em graus Celsius, qual foi a variação de temperatura sofrida por esse gás?

Resolução:

$$\text{CNTp} \begin{cases} p = 1\ \text{atm} \\ T = 0\ °C = 273\ K \end{cases}$$

Transformação isobárica

Lei de Charles e Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{273} = \frac{1{,}8\ V_1}{(\theta_2 + 273)}$$

$\theta_2 = 218{,}4\ °C$

Portanto:

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 218{,}4\ °C - 0\ °C$

$\Delta\theta = 218{,}4\ °C$

Resposta: 218,4 °C

19 Certa massa de gás perfeito está em um recipiente de volume constante. No início, a temperatura do gás é de 47 °C e a pressão registrada é equivalente a 100 mm Hg. Qual será a nova pressão do gás se a sua temperatura for alterada para 207 °C?

Resolução:

Lei de Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{100}{(47 + 273)} = \frac{p_2}{(207 + 273)}$$

$p_2 = 150\ \text{mm Hg}$

Resposta: 150 mm Hg

20 (Unifor-CE) Um pneu de automóvel contém ar sob pressão de 3,0 atm à temperatura de 7,0 °C. Após viagem de 72 km, verifica-se que a temperatura do pneu atinge 47 °C. Considerando o ar um gás ideal e desprezando a variação de volume do pneu, a pressão do ar nessa nova condição vale, em atmosferas:

a) 3,1.
b) 3,4.
c) 3,7.
d) 4,0.
e) 4,3.

Resolução:

Lei de Charles:

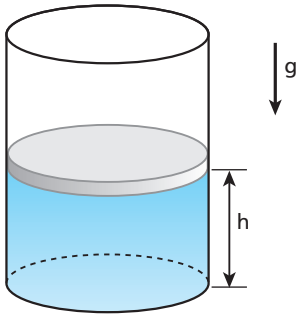
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{3{,}0}{(7{,}0 + 273)} = \frac{p_2}{(47 + 273)}$$

$p_2 \simeq 3{,}4\ \text{atm}$

Resposta: b

21 (Fuvest-SP) O cilindro da figura a seguir é fechado por um êmbolo que pode deslizar sem atrito e está preenchido por certa quantidade de gás que pode ser considerado como ideal. À temperatura de 30 °C, a altura **h** na qual o êmbolo se encontra em equilíbrio vale 20 cm (ver figura; **h** se refere à superfície inferior do êmbolo). Se mantidas as demais características do sistema e a temperatura passar a ser 60 °C, o valor de **h** variará em aproximadamente:



a) 5%.
b) 10%.
c) 20%.
d) 50%.
e) 100%

Resolução:

Lei de Charles e Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{A\ h_1}{(30 + 273)} = \frac{A\ h_2}{(60 + 273)}$$

$$\frac{20}{303} = \frac{h_2}{333} \Rightarrow h_2 = 21{,}98\ \text{cm} \simeq 22\ \text{cm}$$

Vemos que h_2 é, aproximadamente, 10% maior do que h_1.

Resposta: b

22 Uma garrafa metálica aprisiona ar a uma temperatura de 27 °C, sob pressão de 1,2 atm. Essa garrafa é colocada no interior de um forno e é aquecida até que sua tampa seja ejetada. Supondo que o ar se comporte como um gás perfeito, a dilatação da garrafa seja desprezível e a condição para a tampa ser ejetada é uma pressão igual a 2,8 atm, qual a temperatura do ar no instante em que ela escapa da garrafa?

Resolução:
Lei de Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{1,2}{(27 + 273)} = \frac{2,8}{T_2}$$

$\boxed{T_2 = 700\ K = 427\ °C}$

Resposta: 427 °C

23 (UEL-PR) Uma bolha de ar, formada junto ao fundo de um lago, a 5,0 m de profundidade, escapa e sobe à superfície. São dados: pressão atmosférica = $1,0 \cdot 10^5$ N/m² e densidade da água = $1,0 \cdot 10^3$ kg/m³. Considerando constante a temperatura da água, pode-se concluir que o volume da bolha, na subida:

a) permanece o mesmo.
b) aumenta 5%.
c) aumenta 10%.
d) aumenta 20%.
e) aumenta 50%.

Resolução:
A 5,0 m de profundidade, a pressão é dada por:

$p_1 = p_0 + \mu g h$

$p_1 = 1,0 \cdot 10^5 + 1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5,0\ (N/m^2)$

$p_1 = 1,5 \cdot 10^5\ N/m^2$

Assim, usando a Lei de Boyle, temos:

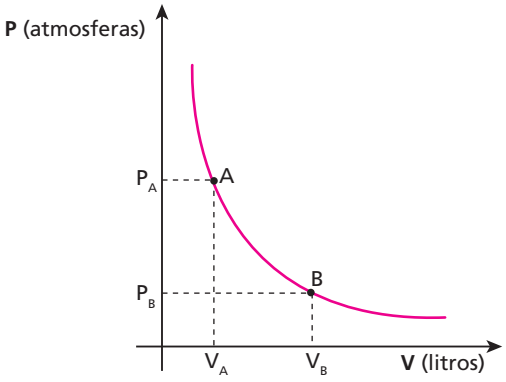
$p_1 V_1 = p_2 V_2$

$1,5 \cdot 10^5 \cdot V_1 = 1,0 \cdot 10^5 \cdot V_2 \Rightarrow \boxed{V_2 = 1,5\ V_1}$

O volume da bolha aumenta 50% em relação ao inicial.

Resposta: e

24 (Mack-SP) Um mol de gás ideal, inicialmente num estado **A**, ocupa o volume de 5,6 litros. Após sofrer uma transformação isotérmica, é levado ao estado **B**.



Sabendo que em **B** o gás está nas CNTP (condições normais de temperatura e pressão), podemos afirmar que em **A**:

a) a pressão é desconhecida e não pode ser determinada com os dados disponíveis.
b) a pressão é de 1,0 atmosfera.
c) a pressão é de 2,0 atmosferas.
d) a pressão é de 4,0 atmosferas.
e) a pressão é de 5,6 atmosferas.

Resolução:
Nas CNTp, temos
$T_B = 273\ K$
$V_B = 22,4\ \ell$
$p_S = 1,0\ atm$
Na transformação isotérmica, usamos a Lei de Boyle:
$p_A V_A = p_B V_B$
$p_A \cdot 5,6 = 1,0 \cdot 22,4$

$\boxed{p_A = 4,0\ atm}$

Resposta: d

25 E.R. Colocam-se 160 g de oxigênio, a 27 °C, em um recipiente com capacidade de 5,0 L. Considerando-se que o oxigênio comporta-se como um gás perfeito, qual o valor da pressão exercida por ele?
Dados: massa molar do oxigênio = 32 g;
constante universal dos gases perfeitos R = 0,082 $\frac{atm\ L}{mol\ K}$.

Resolução:
Aplicando a Equação de Clapeyron para os gases perfeitos, temos:

$$p\ V = n\ R\ T$$

em que n = m/M, **R** é a constante universal dos gases perfeitos e **T** é a temperatura absoluta do gás.
Do enunciado, sabemos que:

$$V = 5,0\ L$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{160}{32} \Rightarrow n = 5,0\ mols$$

$$R = 0,082\ \frac{atm\ L}{mol\ K}$$

$$T = 27\ °C = 300\ K$$

Portanto:

$$p \cdot 5,0 = 5,0 \cdot 0,082 \cdot 300$$

$\boxed{p = 24,6\ atm}$

26 Num recipiente rígido de 41 L de capacidade, são colocados 10 mols de um gás perfeito, à temperatura de 177 °C. Qual o valor da pressão exercida por esse gás nas paredes internas do recipiente?
Dado: constante universal dos gases perfeitos R = 0,082 atm L/mol K

Resolução:
Equação de Clapeyron:
$p\ V = n\ R\ T$
$p \cdot 41 = 10 \cdot 0,082 \cdot (177 + 273)$

$\boxed{p = 9,0\ atm}$

Resposta: 9,0 atm

27 Que volume devem ocupar 6,0 mols de um gás perfeito, a 227 °C, para exercer nas paredes do recipiente uma pressão de 12 atm?
Dado: R = 0,082 atm L/mol K

Resolução:
Equação de Clapeyron:
$p\ V = n\ R\ T$
$12 \cdot V = 6,0 \cdot 0,082 \cdot (227 + 273)$

$\boxed{V = 20,5\ \ell}$

Resposta: 20,5 ℓ

28 A que temperatura (em graus Celsius) devem-se encontrar 5,0 mols de um gás perfeito para que, colocados em um recipiente de volume igual a 20,5 L, exerçam uma pressão de 4,0 atm?
Dado: R = 0,082 atm L/mol K

Resolução:
Equação de Clapeyron:
$p\,V = n\,R\,T$
$4,0 \cdot 20,5 = 5,0 \cdot 0,082 \cdot T$

$T = 200\ K = -73\ °C$

Resposta: – 73 °C

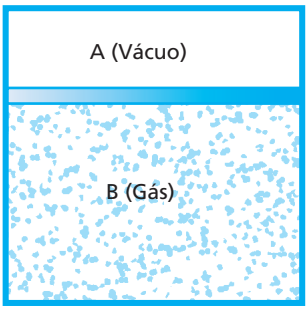
29 Num recipiente de paredes rígidas e capacidade igual a 10 L, são colocados 8,0 g de hidrogênio à temperatura de –23 °C. Qual a pressão exercida pelo gás, supondo-se que ele se comporte como um gás perfeito?
Dados: R = 0,082 atm L/mol K;
mol (H_2) = 2 g.

Resolução:
Equação de Clapeyron:
$p\,V = n\,R\,T$
$p\,V = \frac{m}{M}\,R\,T$
$p \cdot 10 = \frac{8,0}{2,0} \cdot 0,082 \cdot (-23 + 273)$

$p = 8,2\ atm$

Resposta: 8,2 atm

30 Na figura a seguir, os compartimentos **A** e **B** são separados por um êmbolo de peso P = 60 kgf e área S = 12 cm^2, que pode deslizar sem atrito.



No compartimento **B**, são colocados 5,0 mols de um gás perfeito a uma temperatura de 27 °C. O volume ocupado por esse gás, em litros, vale:
a) 8,4;
b) 12,6;
c) 18,4;
d) 22,8;
e) 24,6.
Dados: R = 0,082 atm L/mol K;
1 kgf/$cm^2 \simeq$ 1 atm.

Resolução:
Equação de Clapeyron:
$p\,V = n\,R\,T$
Como: $p = \frac{F}{A}$
Temos:
$\frac{F}{A}\,V = n\,R\,T$
$\frac{60}{12} \cdot V = 5,0 \cdot 0,082 \cdot (27 + 273) \Rightarrow$ $V = 24,6\ L$

Resposta: e

31 (Fuvest-SP) Um botijão de gás de cozinha contém 13 kg de gás liquefeito, à alta pressão. Um mol desse gás tem massa de, aproximadamente, 52 g. Se todo o conteúdo do botijão fosse utilizado para encher um balão, à pressão atmosférica e à temperatura de 300 K, o volume final do balão seria aproximadamente de:
a) 13 m^3.
b) 6,2 m^3.
c) 3,1 m^3.
d) 0,98 m^3.
e) 0,27 m^3.

Constante dos gases **R**
R = 8,3 J /(mol · K) ou
R = 0,082 atm · ℓ/(mol · K)
$P_{atmosférica}$ = 1 atm
$\simeq 1 \cdot 10^5$ Pa
(1Pa = 1 N/m^2)
1 m^3 = 1 000 ℓ

Resolução:
Equação de Clapeyron:
$p\,V = n\,R\,T$
$1 \cdot 10^5 \cdot V = \frac{13\,000}{52} \cdot 8,3 \cdot 300$

$V \simeq 6,2\ m^3$

Resposta: b

32 (Mack-SP) A tabela a seguir representa as características de duas amostras do mesmo gás perfeito.

Características	Amostra 1	Amostra 2
Pressão (atm)	1,0	0,5
Volume (litros)	10,0	20,0
Massa (g)	4,0	3,0
Temperatura (°C)	27,0	

O preenchimento correto da lacuna existente para a amostra 2 é:
a) 273,0 °C
b) 227,0 °C
c) 197,0 °C
d) 153,0 °C
e) 127,0 °C

Resolução:
Equação de Clapeyron:
$p\,V = n\,R\,T$
Lembrando que $n = \frac{m}{M}$, podemos escrever:
$p\,V = \frac{m}{M}\,R\,T$
Assim, para a amostra 1, temos:
$1,0 \cdot 10,0 = \frac{4,0}{M} \cdot R \cdot (27,0 + 273)$
$\frac{R}{M} = \frac{1}{120}$
Para a amostra 2, vem:
$0,5 \cdot 20,0 = \frac{3,0}{M}\,R\,T_2$
$10 = \frac{R}{M} \cdot 3,0\,T_2$
$10 = \frac{1}{120} \cdot 3,0\,T_2$

$T_2 = 400,0\ K$ ou $127,0\ °C$

Resposta: e

33 (PUC-SP) Um certo gás, cuja massa vale 140 g, ocupa um volume de 41 litros, sob pressão de 2,9 atmosferas à temperatura de 17 °C. O número de Avogadro vale $6{,}02 \cdot 10^{23}$ e a constante universal dos gases perfeitos é R = 0,082 atm L/mol K. Nessas condições, qual o número de moléculas contidas no gás?

Resolução:
Equação de Clapeyron:
$p\,V = n\,R\,T$
$2{,}9 \cdot 41 = n \cdot 0{,}082 \cdot (17 + 273)$
$n = 5$ mols
Portanto:
1 mol $\rightarrow$ $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas
5 mols $\rightarrow$ x

$\boxed{x = 3{,}0 \cdot 10^{24} \text{ moléculas}}$

Resposta: $3{,}0 \cdot 10^{24}$ moléculas

34 (Cesgranrio-RJ) Um quarto mede 3,00 m × 4,00 m × 2,80 m. Considere que, nas CNTP, 1 mol de um gás (equivalente a $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas) ocupa o volume de 22,4 ℓ. A ordem de grandeza do número de moléculas desse gás, nas CNTP, que ocupará o quarto é de:
a) 10^{19}. b) 10^{21}. c) 10^{23}. d) 10^{25}. e) 10^{27}.

Resolução:
Equação de Clapeyron:
$p\,V = n\,R\,T$
Como:
$p = 1 \text{ atm} = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
$V = 3{,}00 \text{ m} \cdot 4{,}00 \text{ m} \cdot 2{,}80 \text{ m} = 33{,}6 \text{ m}^3$
$T = 0\ °C = 273$ K
$R = 8{,}3$ J/mol K,
então:
$1 \cdot 10^5 \cdot 33{,}6 = n \cdot 8{,}3 \cdot 273 \Rightarrow n \simeq 1{,}5 \cdot 10^3$ mols
Número de moléculas:
1 mol $\rightarrow$ $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas
$1{,}5 \cdot 10^3$ mols $\rightarrow$ x
$x = 9{,}0 \cdot 10^{26}$ moléculas, e a ordem de grandeza é:

$\boxed{(OG) = 10^{27} \text{ moléculas}}$

Resposta: e

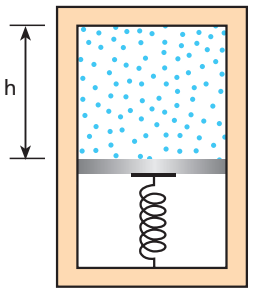
35 Considerando-se **p** a pressão, **V** o volume, **T** a temperatura absoluta, **M** a massa de 1 mol e **R** a constante universal dos gases perfeitos, qual a relação que representa a densidade absoluta de um gás perfeito?
a) $d = MR/pT$. c) $d = pM/RT$. e) $d = p/MRT$.
b) $d = pV/RT$. d) $d = RT/pV$.

Resolução:
Densidade absoluta:
$d = \frac{m}{V}$
Equação de Clapeyron:
$p\,V = n\,R\,T$
$p\,V = \frac{m}{M}\,R\,T$
$p\,m = \frac{m}{V}\,R\,T$
$p\,M = d\,R\,T$

$\boxed{d = \frac{p\,M}{RT}}$

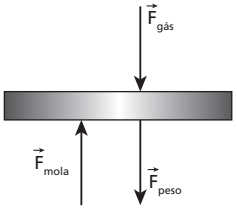
Resposta: c

36 Um cilindro adiabático vertical foi dividido em duas partes por um êmbolo de 2,50 kg de massa, que está apoiado em uma mola ideal de constante elástica igual a $1{,}04 \cdot 10^5$ N/m. Na parte inferior do cilindro, fez-se vácuo e, na parte superior, foram colocados 5 mols de um gás perfeito. Na situação de equilíbrio, a altura **h** vale 60 cm e a mola está comprimida em 20 cm.
Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$;
$R = 8{,}31$ J/mol K.



Desprezando-se possíveis atritos, qual a temperatura do gás, em graus Celsius?

Resolução:



Equação de Clapeyron:
$p\,V = n\,R\,T$
Na situação de equilíbrio:
$F_{mola} = F_{peso} + F_{gás}$
$K\,x = m\,g + F_{gás}$
Se dividirmos todos os termos por A:
$\frac{k\,x}{A} = \frac{mg}{A} + \frac{F_{gás}}{A}$
Mas a pressão é dada por $p = \frac{F}{A}$, então:
$\frac{k\,x}{A} - \frac{mg}{A} = p_{gás}$
$p_{gás} = \frac{1{,}04 \cdot 10^5 \cdot 0{,}20 - 2{,}50 \cdot 10}{A}\ (\text{N/m}^2)$
$p_{gás} = \frac{20\,775}{A}\ \text{N/m}^2$
Portanto:
$p_{gás} \cdot A \cdot h = n\,R\,T$
$\frac{20\,775}{A} \cdot A \cdot 0{,}60 = 5 \cdot 8{,}31 \cdot (\theta_c + 273)$
$300 = \theta_c + 273 \Rightarrow \boxed{\theta_c = 27\ °C}$

Resposta: 27 °C

37 **E.R.** Um cilindro metálico de paredes indeformáveis contém gás ideal a –23 °C. Quando aquecemos lentamente o sistema até 127 °C, uma válvula deixa escapar gás, a fim de manter a pressão interna constante, durante todo o processo. Determine a fração do gás inicial que escapa.

Resolução:
Do texto, observamos que o volume e a pressão do gás permanecem constantes. Aplicando a **Equação de Clapeyron**, temos:

$$p\,V = n\,R\,T$$

$$n_1\,R\,T_1 = n_2\,R\,T_2 \Rightarrow n_1\,T_1 = n_2\,T_2 \quad (1)$$

São dados:

$$T_1 = -23\ °C = 250\ K$$

$$T_2 = 127\ °C = 400\ K$$

Substituindo esses valores na expressão (1), encontramos:

$$n_1 \cdot 250 = n_2 \cdot 400$$

$$n_2 = 0{,}625 n_1 \text{ ou } n_2 = 62{,}5\%\ n_1$$

Portanto, o gás que escapa representa 37,5% da massa inicial.

38 (Mack-SP) Em um recipiente hermeticamente fechado e que contém 20 g de CO_2 foi acoplada uma válvula. Inicialmente, a pressão desse gás é de 6,0 atm e sua temperatura, de 77 °C. Se, através da válvula, permitirmos que 25% do gás escapem, mantendo constante a temperatura, qual será a pressão exercida pelo gás restante?

Resolução:
Equação de Clapeyron no início do processo: $\Rightarrow\ p_1 V_1 = n_1 R T_1$
Equação de Clapeyron no final do processo: $\Rightarrow\ p_2 V_2 = n_2 R T_2$
Como
$V_1 = V_2$
$T_1 = T_2$
$n_2 = 0{,}75\ n_1$ (escaparam 25% do gás),
então:

$$p_1 V = n_1 R T$$

$$\frac{p_1}{n_1} = \frac{R T}{V}$$

$$p_2 V = n_2 R T$$

$$\frac{p_2}{n_2} = \frac{R T}{V}$$

Portanto:

$$\frac{p_1}{n_1} = \frac{p_2}{n_2} \Rightarrow \frac{6{,}0}{n_1} = \frac{p_2}{0{,}75\ n_1} \Rightarrow \boxed{p_2 = 4{,}5\ atm}$$

Resposta: 4,5 atm

39 (Unirio-RJ) Um cilindro de capacidade igual a 60 L está cheio de oxigênio sob pressão de 9,2 atm, à temperatura de 27 °C. Abre-se a válvula. Qual a massa de gás que escapa? Admite-se que a temperatura permaneça constante e a pressão externa seja normal. Para o oxigênio, M = 32 g; R = 0,082 atm L/mol K.

Resolução:
Equação de Clapeyron:

$$p\,V = \frac{m}{M} R\,T$$

Antes de abrir a válvula:

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} R\,T$$

$$9{,}2 \cdot 60 = \frac{m_1}{32} \cdot 0{,}082 \cdot (27 + 273) \Rightarrow m_1 \simeq 718\ g$$

Após a abertura da válvula:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R\,T$$

$$1 \cdot 60 = \frac{m_2}{32} \cdot 0{,}082 \cdot (27 + 273) \Rightarrow m_2 \simeq 78\ g$$

Portanto, o gás que escapa é dado por:

$$m = m_1 - m_2 \Rightarrow m = 718 - 78 \Rightarrow \boxed{m \simeq 640\ g}$$

Resposta: 640 g

40 (Mack-SP) Num recipiente fechado e indeformável, temos 1 mol de oxigênio (M = 16 g) sob determinadas condições de temperatura e pressão. Introduzindo-se mais 80 g de oxigênio nesse recipiente e mantendo-se constante a temperatura, o que ocorre com a pressão do gás?

Resolução:
Equação de Clapeyron:

$$p\,V = \frac{m}{M} R\,T$$

No início:

$$p_1 V = 1 \cdot R\,T \Rightarrow p_1 = \frac{R\,T}{V}$$

Após a introdução de 80 g de oxigênio:

$$p_2 V = \left(1 + \frac{80}{16}\right) R\,T$$

$$p_2 = 6\,\frac{R\,T}{V} \Rightarrow \boxed{p_2 = 6\,p_1}$$

Resposta: Aumenta 5 vezes.

41 (UFF-RJ) Até meados do século XVII, a concepção de vácuo, como uma região desprovida de matéria, era inaceitável. Contudo, experiências relacionadas à medida da pressão atmosférica possibilitaram uma nova concepção, considerando o vácuo como uma região onde a pressão é bem inferior à de sua vizinhança. Atualmente, pode-se obter vácuo, em laboratórios, com o recurso tecnológico das bombas de vácuo. Considere que se tenha obtido vácuo à pressão de, aproximadamente, $1{,}00 \cdot 10^{-10}$ atm à temperatura de 300 K. Utilizando o modelo de gás perfeito, determine o número de moléculas por cm^3 existentes nesse vácuo.
Dados: número de Avogadro = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol; constante universal dos gases = 8,31 J/mol K; 1 atm = $1{,}01 \cdot 10^5\ N/m^2$.

Resolução:
Equação de Clapeyron:

$$p\,V = n\,R\,T$$

Sendo: $P = 1{,}00 \cdot 10^{-10}\ atm = 1{,}01 \cdot 10^{-5}\ N/m^2$
$V = 1\ cm^3 = 1 \cdot 10^{-6}\ m^3$
$R = 8{,}31\ \frac{J}{mol\ K}$
$T = 300\ K$

Temos:

$$1{,}01 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-6} = n \cdot 8{,}31 \cdot 300 \Rightarrow n = 4{,}05 \cdot 10^{-15}\ mol$$

Portanto:
1 mol $\rightarrow$ $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas
$4{,}05 \cdot 10^{-15}$ mol $\rightarrow$ x
$x = 24{,}38 \cdot 10^8$ moléculas

$$\boxed{x \simeq 2{,}4 \cdot 10^9 \text{ moléculas}}$$

Resposta: $2{,}4 \cdot 10^9$ moléculas

42 (Cesgranrio-RJ) Uma determinada quantidade de gás ideal tem a sua temperatura aumentada, isobaricamente, de 300 K para 375 K. Nesse processo, a massa específica do gás varia de μ_1 para μ_2. Qual a relação existente entre essas massas específicas?

Resolução:
Equação de Clapeyron:

$$p\,V = n\,R\,T$$

$$p\,V = \frac{m}{M} R\,T \Rightarrow p\,M = \frac{m}{V} R\,T$$

Como a massa específica μ é igual à razão $\frac{m}{V}$, temos:

$$\mu = \frac{p\,M}{R\,T}$$

Assim:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\frac{p_2\,M}{R\,T_2}}{\frac{p_1\,M}{R\,T_1}} = \frac{T_1}{T_2} \text{ (a pressão permaneceu constante)}$$

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{300}{375} \rightarrow \boxed{\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{4}{5}}$$

Resposta: $\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{4}{5}$

43 A densidade do nitrogênio, considerado como gás ideal, nas condições normais de temperatura e pressão, é de 1,25 kg m^{-3}. Qual será a massa de 10 L de nitrogênio à pressão de 700 mm Hg e a 40 °C?

Resolução:

A densidade de um gás é dada por:

$$d = \frac{p\,M}{R\,T}$$

Nas CNTP, temos:

$$1{,}25 = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot M}{R \cdot 273} \Rightarrow \frac{M}{R} = 341{,}25 \cdot 10^{-5}$$

Na situação final, temos:

$$P = 700 \text{ mm Hg} = \frac{700}{760} \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 0{,}92 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$V = 10$ L ou $10 \cdot 10^{-3}$ m^3

$T = 40$ °C ou 313 K

Portanto:

$$d = \frac{p\,M}{R\,T} \Rightarrow \frac{m}{V} = \frac{p\,M}{R\,T}$$

$$\frac{m}{10^{-2}} = \frac{0{,}92 \cdot 10^{-5}}{313} \cdot 341{,}25 \cdot 10^5$$

$$\boxed{m = 0{,}010 \text{ kg} = 1{,}0 \cdot 10^{-2} \text{ kg}}$$

Resposta: $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ kg

44 (Faap-SP) Certa massa de oxigênio tem massa específica de 0,07 g/cm^3 sob pressão de 700 mm Hg. Determine a pressão desse oxigênio para que sua massa específica aumente para 0,09 g/cm^3 à mesma temperatura.

Resolução:

$$d = \frac{p\,M}{R\,T}$$

Assim, se a temperatura se mantém constante, temos:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{0{,}07}{0{,}09} = \frac{700}{p_2}$$

$$\boxed{p_2 = 900 \text{ mm Hg}}$$

Resposta: 900 mm Hg

45 (Mack-SP) Um estudante teve a curiosidade de saber qual é a massa de oxigênio puro e qual é o número de átomos existente em um recipiente de 2,46 litros, quando submetido à pressão de 1,0 atm e à temperatura de 27 °C. Para tanto, solicitou sugestões ao seu professor de Física, que lhe deu algumas aulas sobre comportamento térmico dos gases e estas informações: esse gás é diatômico e a notação química do átomo de oxigênio é $^{16}_{8}O$. Além disso, o professor lhe forneceu os valores de algumas constantes, que estão indicadas no quadro abaixo.

Número de Avogadro = $6{,}02 \cdot 10^{23}$

Constante universal dos gases perfeitos = $8{,}2 \cdot 10^{-2}$ $\frac{\text{atm} \times \text{litro}}{\text{mol} \times \text{kelvin}}$

Se o estudante efetuou todas as operações corretamente, encontrou:

a) 3,2 g e $6{,}02 \cdot 10^{22}$ átomos.
b) 3,2 g e $3{,}01 \cdot 10^{22}$ átomos.
c) 3,2 g e $12{,}04 \cdot 10^{22}$ átomos.
d) 1,6 g e $6{,}02 \cdot 10^{22}$ átomos.
e) 1,6 g e $3{,}01 \cdot 10^{22}$ átomos.

Resolução:

1. Usando a Equação de Clapeyron, vem:

$$p\,V = \frac{m}{M} R\,T$$

$$1{,}0 \cdot 2{,}46 = \frac{m}{32} \cdot 8{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot 300 \Rightarrow \boxed{m = 3{,}2 \text{ g}}$$

2. Usando o conceito do número de Avogadro, temos:

16 g $\rightarrow$ $6{,}02 \cdot 10^{23}$

3,2 g $\rightarrow$ n · (nº de átomos)

$$n = \frac{3{,}2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{16} \text{ átomos}$$

$$n = 1{,}204 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$$

$$\boxed{n = 12{,}04 \cdot 10^{22} \text{ átomos}}$$

Resposta: c

46 **E.R.** Um recipiente provido de êmbolo contém um gás ideal, de tal forma que $V_1 = 2{,}0$ L, $p_1 = 3{,}495$ atm e $T_1 = 233$ K. O êmbolo é comprimido, reduzindo o volume em 40%. De quanto devemos aquecer esse gás para que a pressão se torne igual a 7,825 atm? Dê a resposta na escala Fahrenheit.

Resolução:

Já que a massa do gás não varia, pode-se usar a Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_1\,V_1}{T_1} = \frac{p_2\,V_2}{T_2}$$

Note que:

$$V_2 = V_1 - 0{,}4 \cdot V_1 = 0{,}6 \cdot V_1 \Rightarrow V_2 = 0{,}6 \cdot 2{,}0 \text{ (L)}$$

$$V_2 = 1{,}2 \text{ L}$$

Então:

$$\frac{3{,}495 \cdot 2{,}0}{233} = \frac{7{,}825 \cdot 1{,}2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 313 \text{ K}$$

Como a questão pede **de quanto** devemos aquecer o gás, temos:

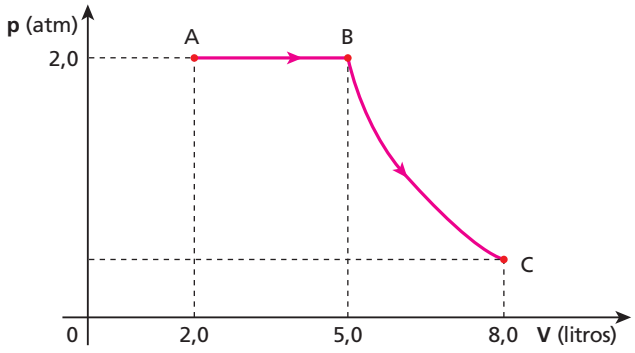
$$\Delta T = T_2 - T_1 \Rightarrow \Delta T = 313 - 233 \Rightarrow \Delta T = 80 \text{ K}$$

Entretanto, a resposta deve ser dada em unidades da escala Fahrenheit; assim:

$$\frac{\Delta T_K}{\Delta \theta_F} = \frac{100}{180} \Rightarrow \frac{80}{\Delta \theta_F} = \frac{100}{180}$$

$$\boxed{\Delta \theta_F = 144 \text{ °F}}$$

47 Uma amostra de gás perfeito sofre as transformações AB (isobárica) e BC (isotérmica) representadas no diagrama pressão × volume:



Sabe-se que a temperatura do gás, na situação representada pelo ponto **B**, vale 27 °C. Qual é a temperatura desse gás nas situações **A** e **C**?

Resolução:
Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B}$$

$$\frac{2,0 \cdot 2,0}{T_A} = \frac{2,0 \cdot 5,0}{(27 + 273)}$$

$T_A = 120\ K = -153\ °C$

Como a transformação BC é isotérmica, temos:

$T_B = T_C = 27\ °C$

Respostas: –153 °C e 27 °C

48 Certa massa de gás perfeito é colocada, a 27 °C, em um recipiente de 5,0 L de capacidade, exercendo em suas paredes uma pressão equivalente a 2,0 atm. Mantendo-se a massa e transferindo-se o gás para um outro recipiente de 3,0 L de capacidade, quer-se ter esse gás sob pressão de 5,0 atm. Para tanto, a que temperatura deve-se levar o gás?

Resolução:
Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{2,0 \cdot 5,0}{(27 + 273)} = \frac{5,0 \cdot 3,0}{T_2}$$

$T_2 = 450\ K = 177\ °C$

Resposta: 177 °C

49 Um gás perfeito, ocupando um volume de 5,0 dm^3 a uma temperatura de –48 °C, exerce uma pressão **p**. Aumentando a capacidade do recipiente para 7,0 dm^3 e a temperatura do gás para 77 °C, observa-se que sua pressão torna-se igual a 9,0 atm. Qual era o valor da pressão inicial **p**?

Resolução:
Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{p \cdot 5,0}{(-48 + 273)} = \frac{9,0 \cdot 7,0}{(77 + 273)}$$

$p = 8,1\ atm$

Resposta: 8,1 atm

50 No interior de um recipiente de volume variável, são introduzidos **n** mols de um gás perfeito. As tabelas a seguir contêm os valores medidos da pressão (**p**), do volume (**V**) e da temperatura absoluta (**T**) dessa amostra de gás perfeito em duas situações diferentes, denominadas **A** e **B**:

p_A (atm)	V_A (L)	T_A (K)	p_B (atm)	V_B (L)	T_B (K)
16,40	3,0	300	19,22	2,5	

Usando os dados das tabelas e sabendo que a constante universal dos gases perfeitos vale R = 0,082 atm L/mol K, determine os valores de **n** e de T_B.

Resolução:
Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B}$$

$$\frac{16,40 \cdot 3,0}{300} = \frac{19,22 \cdot 2,5}{T_B}$$

$T_B \simeq 293\ K$

Equação de Clapeyron:

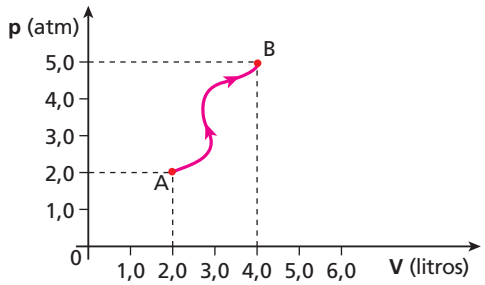
$p_A V_A = n R T_A$

$16,40 \cdot 3,0 = n \cdot 0,082 \cdot 300$

$n = 2\ mols$

Resposta: 2,0 mols e $\simeq$ 293 K

51 Determinada massa de gás hélio sofreu uma transformação que a levou de um estado inicial de equilíbrio, caracterizado no gráfico pressão × volume pelo ponto **A**, para um estado final de equilíbrio, caracterizado pelo ponto **B**.



Se a temperatura do gás hélio era 100 K no estado inicial **A**, que valor essa temperatura registraria na situação final **B**, expressa na escala Celsius?

Resolução:
Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B}$$

$$\frac{2{,}0 \cdot 2{,}0}{100} = \frac{5{,}0 \cdot 4{,}0}{T_B}$$

$$T_B = 500\ K = 227\ °C$$

Resposta: 227 °C

52 Num frasco de paredes indeformáveis e volume interno igual a 5,0 L, encontramos um gás perfeito à temperatura de –73 °C. Nessas condições, a pressão exercida equivale a 38 cm Hg. Mudando-se esse gás para um reservatório de capacidade igual a 2,0 L, de quanto devemos aquecê-lo para que a pressão se torne igual a 2,0 atm?
Dado: 1 atm = 76 cm Hg

Resolução:
Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{38 \cdot 5{,}0}{(-73 + 273)} = \frac{2{,}0 \cdot 76 \cdot 2{,}0}{T_2}$$

$T_2 = 320\ K = 47\ °C$

Portanto:

$\Delta T = T_2 - T_1$

$\Delta T = 47 - (-73)$

$\Delta T = 120\ °C$

Resposta: 120 °C

53 (FMTM-MG) Considere um gás ideal contido em um recipiente. Os valores iniciais de volume, pressão e temperatura são $15 \cdot 10^{-3}\ m^3$, 200 kPa e 300 K, respectivamente. Se o volume é diminuído para $12 \cdot 10^{-3}\ m^3$ e a pressão, aumentada para 350 kPa, e admitindo-se que a quantidade de gás no recipiente permaneça constante, a temperatura final do gás será:
a) 420 K. b) 400 K. c) 350 K. d) 300 K. e) 120 K.

Resolução:
Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{200 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{300} = \frac{350 \cdot 12 \cdot 10^{-3}}{T_2}$$

$$T_2 = 420\ K$$

Resposta: a

54 (Mack-SP) Certa massa de gás perfeito sofre uma transformação de maneira que seu volume aumenta de 20% e sua temperatura absoluta diminui de 40%. Terminada essa transformação, a pressão do gás será:
a) 50% maior que a inicial.
b) 50% menor que a inicial.
c) 30% maior que a inicial.
d) 30% menor que a inicial.
e) igual à inicial.

Resolução:
Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2\ 1{,}2\ V_1}{0{,}6\ T_1}$$

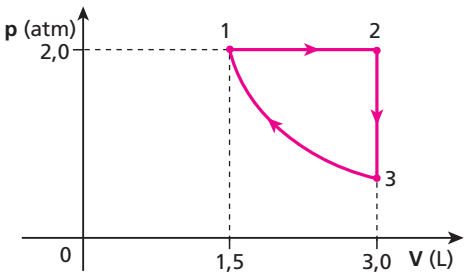
$$p_2 = 0{,}50\ p_1$$

A pressão final é 50% **menor** que a pressão inicial.

Resposta: b

55 E.R. Um gás perfeito realiza um ciclo (1, 2, 3, 1) formado por três transformações: (1, 2) isobárica, (2, 3) isovolumétrica e (3, 1) isotérmica. Em 1, suas variáveis de estado são: pressão $p_1 = 2{,}0$ atm, volume $V_1 = 1{,}5$ L e temperatura $\theta_1 = 20$ °C. Na transformação isobárica (1, 2), o volume do gás é duplicado. Calcule os valores das variáveis de estado (pressão, volume e temperatura) em cada um dos dois outros estados (2 e 3).

Resolução:
O ciclo (1, 2, 3, 1), formado pelas transformações (1, 2) isobárica (pressão constante), (2, 3) isovolumétrica (volume constante) e (3, 1) isotérmica (temperatura constante), é representado no **diagrama de Clapeyron**, como segue:



No estado (1), as variáveis de estado do gás são dadas por:

$$p_1 = 2{,}0\ atm$$

$$V_1 = 1{,}5\ L$$

$$\theta_1 = 20\ °C \Rightarrow T_1 = 293\ K$$

No estado (2), após ter sofrido uma transformação isobárica (p = cte.) e ter dobrado o volume, as variáveis de estado do gás ficam:

$p_2 = 2{,}0$ atm (de 1 para 2 → transformação isobárica)

$V_2 = 3{,}0$ L (volume dobrou)

$\theta_2 = ?$

Usando a **Lei geral dos Gases**, uma vez que o número de mols permanece constante, temos:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2{,}0 \cdot 1{,}5}{293} = \frac{2{,}0 \cdot 3{,}0}{T_2}$$

$$T_2 = 586\ K \Rightarrow \theta_2 = 313\ °C$$

No estado (3), após ter sofrido uma transformação isovolumétrica (V = cte.), o gás tem as seguintes variáveis de estado:

$p_3 = ?$

$V_3 = 3{,}0$ L (transformação isovolumétrica)

$\theta_3 = \theta_1 = 20$ °C (pois o gás volta ao estado (1) numa transformação isotérmica)

Usando novamente a **Lei geral dos Gases**, temos:

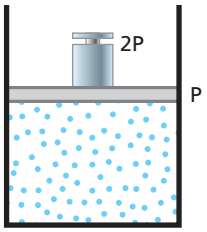
$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} + \frac{2{,}0 \cdot 3{,}0}{586} = \frac{p_3 \cdot 3{,}0}{293} \Rightarrow p_3 = 1{,}0\ atm$$

Assim, os valores das variáveis pedidas são:

(2) $\begin{cases} p_2 = 2{,}0 \text{ atm} \\ V_2 = 3{,}0 \text{ L} \\ \theta_2 = 313 \text{ °C} \end{cases}$ (3) $\begin{cases} p_3 = 1{,}0 \text{ atm} \\ V_3 = 3{,}0 \text{ L} \\ \theta_3 = 20 \text{ °C} \end{cases}$

56 (Mack-SP) Um gás perfeito, a 27 °C, está aprisionado em um cilindro indilatável por um êmbolo de peso **P**. Coloca-se sobre o êmbolo um peso 2P e aquece-se o gás a 127 °C. Despreze a pressão atmosférica. Sendo **V** o volume inicial do gás, o seu volume final será:

a) $\frac{V}{2}$.
b) $\frac{8V}{9}$.
c) $\frac{4V}{9}$.
d) $\frac{4V}{3}$.
e) $\frac{2V}{3}$.



Resolução:
Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Como $p = \frac{F}{A}$

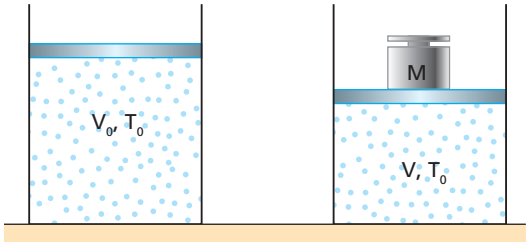
então:

$$\frac{\frac{P}{A} V}{(27 + 273)} = \frac{\frac{3P}{A} V_2}{(127 + 273)}$$

$$\boxed{V_2 = \frac{4V}{9}}$$

Resposta: c

57 Um cilindro contendo uma amostra de gás perfeito, à temperatura ambiente, é vedado por um êmbolo que pode deslizar livremente, sem qualquer atrito. O volume inicialmente ocupado pelo gás é V_0 e a pressão exercida sobre ele, pelo êmbolo e pela coluna de ar acima dele, é igual a 12 N/cm². Colocando-se sobre o êmbolo, cuja área é de 100 cm², um corpo de massa 40 kg, o gás é comprimido, sua pressão aumenta e seu volume passa a ser igual a **V**.
Dado: aceleração da gravidade no local = 10 m/s²



a) Determine, em N/cm², a pressão adicional exercida sobre o gás pelo peso do corpo de massa 40 kg.
b) Demonstre que, se a transformação sofrida pelo gás for isotérmica, vale a relação $\frac{V}{V_0} = \frac{3}{4}$.

Resolução:

a) $p = \frac{F}{A} = \frac{m\,g}{A}$

$p = \frac{40 \cdot 10}{100}$ N/cm² ⇒ $\boxed{p = 4{,}0 \text{ N/cm}^2}$

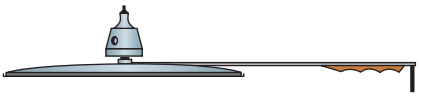
b) Se a transformação é isotérmica, podemos utilizar a Lei de Boyle:

$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow 12 \cdot V_0 = (4 + 12)\,V$

$$\boxed{\frac{V}{V_0} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}}$$

Respostas: a) 4,0 N/cm²; b) Lei de Boyle

58 (FMTM-MG) A válvula reguladora de pressão em uma panela de pressão tem massa igual a 60 g e está apoiada sobre um orifício de diâmetro 2,8 mm na tampa da panela, vedando perfeitamente a comunicação do exterior com o interior. Sendo a aceleração da gravidade 10 m/s², a mínima variação de pressão no interior da panela, que fará com que a válvula permita o escape de vapor do interior da panela, é, aproximadamente, em Pa:



Dado: $\pi = 3$

a) $0{,}8 \cdot 10^5$.
b) $0{,}9 \cdot 10^5$.
c) $1{,}0 \cdot 10^5$.
d) $1{,}2 \cdot 10^5$.
e) $1{,}8 \cdot 10^5$.

Resolução:

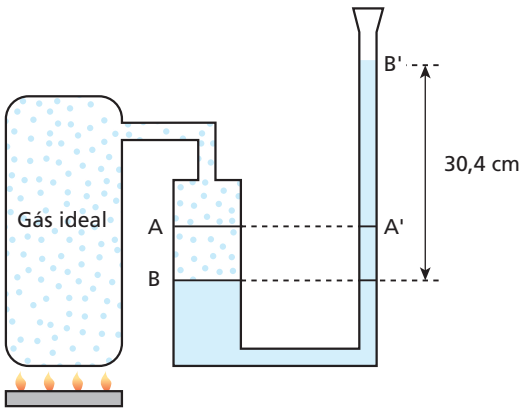
$\Delta p = \frac{F}{A} = \frac{m\,g}{\pi R^2}$

$\Delta p = \frac{60 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{3 \cdot (1{,}4 \cdot 10^{-3})^2}$ N/m²

$$\boxed{\Delta p \simeq 1{,}0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}$$

Resposta: c

59 (Univest-SP)



Um recipiente contém um gás ideal à temperatura de 27 °C e sob pressão de 1,0 atm. A pressão desse gás é transmitida a um tubo em **U**, contendo mercúrio, conforme indica a figura acima. Inicialmente, os níveis **A** e **A'** do mercúrio são iguais nos dois ramos do tubo. Aquecendo-se o gás no recipiente, observa-se que os níveis do mercúrio passam para **B** e **B'**. Considere que o volume de gás que entra

no tubo é insignificante diante do volume do recipiente e que 1 atm corresponde a 76 cm de mercúrio. Então, a temperatura, em graus Celsius, à qual o gás foi aquecido, é de:
a) 77. b) 120. c) 147. d) 227. e) 420.

Resolução:
Considerando-se constante o volume do gás, podemos aplicar a Lei de Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{76}{(27+273)} = \frac{(76+30{,}4)}{T_2}$$

$$\boxed{T_2 = 420\ K = 147\ °C}$$

Resposta: c

60 (Fuvest-SP) Uma equipe tenta resgatar um barco naufragado que está a 90 m de profundidade. O porão do barco tem tamanho suficiente para que um balão seja inflado dentro dele, expulse parte da água e permita que o barco seja içado até uma profundidade de 10 m. O balão dispõe de uma válvula que libera o ar, à medida que o barco sobe, para manter seu volume inalterado. No início da operação, a 90 m de profundidade, são injetados 20 000 mols de ar no balão. Ao alcançar a profundidade de 10 m, a porcentagem do ar injetado que ainda permanece no balão é:
a) 20%. b) 30%. c) 50%. d) 80%. e) 90%.

Pressão na superfície do mar = 1 atm
No mar, a pressão da água aumenta em 1 atm a cada 10 m de profundidade.
A pressão do ar no balão é sempre igual à pressão externa da água.

Resolução:
(I) Com o balão a 90 m de profundidade:
$p_1 = p_{ef\text{-}1} + p_{atm} \Rightarrow p_1 = (9{,}0 + 1{,}0)\ atm$

$$\boxed{p_1 = 10{,}0\ atm}$$

(II) Com o balão a 10 m de profundidade:
$p_2 = p_{ef\text{-}2} + p_{atm} \Rightarrow p_2 = (1{,}0 + 1{,}0)\ atm$

$$\boxed{p_2 = 2{,}0\ atm}$$

(III) Equação de Clapeyron:
$p_2 V_2 = n_2 R T_2$ (a 10 m de profundidade)
$p_1 V_1 = n_1 R T_1$ (a 90 m de profundidade)

$$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{n_2 R T_2}{n_1 R T_1}$$

Tendo sido dado que $V_1 = V_2$ e admitamos $T_1 = T_2$, vem:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{2{,}0}{10{,}0} = \frac{n_2}{n_1}$$

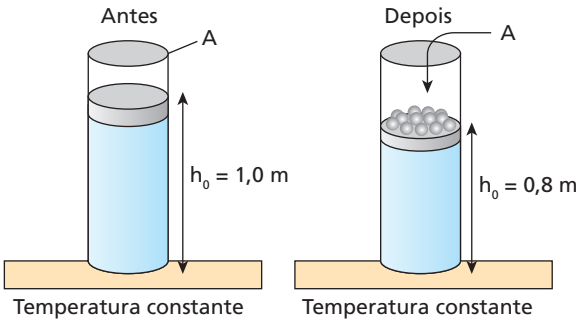
Da qual: $n_2 = 0{,}20\ n_1$

ou $\boxed{n_2 = 20\ \%\ n_1}$

Conclusão:
Permanecem no balão 20% do número de mols inicial, isto é:
0,20 · 20 000 mols = 4 000 mols.

Resposta: a

61 (UFPE) Um cilindro de 20 cm² de seção reta contém um gás ideal, comprimido em seu interior por um pistão móvel, de massa desprezível e sem atrito. O pistão repousa a uma altura $h_0 = 1{,}0$ m. A base do cilindro está em contato com um forno, de forma que a temperatura do gás permanece constante. Bolinhas de chumbo são lentamente depositadas sobre o pistão até que ele atinja a altura h = 80 cm.



Considere a pressão atmosférica igual a 1 atm.
(1 atm = 1,0 · 10⁵ N/m²)
A massa do chumbo que foi depositada sobre o pistão vale:
a) 0,50 kg. c) 2,0 kg. e) 50,5 kg.
b) 1,0 kg. d) 5,0 kg.

Resolução:
Lei de Boyle:
$p_1 V_1 = p_2 V_2$

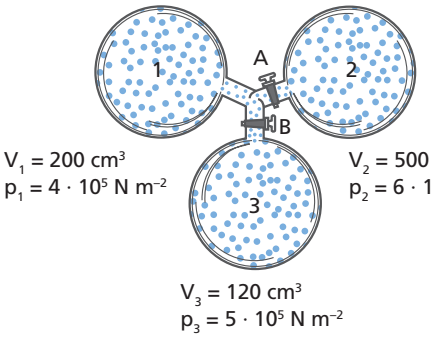
$$1{,}0 \cdot 10^5 \cdot A \cdot 1{,}0 = \left(1{,}0 \cdot 10^5 + \frac{m \cdot 10}{20 \cdot 10^{-4}}\right) \cdot A \cdot 0{,}8$$

$$\frac{1{,}0 \cdot 10^5}{0{,}8} = 1{,}0 \cdot 10^5 + \frac{m}{2 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow 0{,}25 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = m$$

$$\boxed{m = 5{,}0\ kg}$$

Resposta: d

62 E.R. Três recipientes contêm gases sob pressão e volume conforme representado a seguir:



As paredes dos recipientes são diatérmicas (permitem trocas de calor com o meio externo). Abrindo-se as válvulas **A** e **B**, os gases misturam-se, sem reações químicas, mantendo-se a temperatura constante (igual à temperatura ambiente). Qual o valor aproximado da pressão final da mistura?

Resolução:
Para uma mistura de gases perfeitos em que não há variação do número de mols dos componentes, temos:

$$\frac{p_m V_m}{T_m} = \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} + \frac{p_3 V_3}{T_3}$$

Como $T_1 = T_2 = T_3 = T_m = T_{ambiente}$ e

$V_m = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow V_m = 820\ cm^3$, temos:

$$p_m \cdot 820 = 4 \cdot 10^5 \cdot 200 + 6 \cdot 10^5 \cdot 500 + 5 \cdot 10^5 \cdot 120$$

$$\boxed{p_m \simeq 5{,}4 \cdot 10^5\ N/m^2}$$

63 Num recipiente **A** de capacidade igual a 25 L há nitrogênio à temperatura de –23 °C, sob pressão de 3,0 atm. Em outro recipiente **B**, com 30 L de capacidade, há oxigênio à temperatura de 127 °C sob pressão de 8,0 atm. Ambos os gases são colocados num terceiro reservatório de capacidade de 27 L, no qual se misturam. Admitindo que esses gases não interagem quimicamente e que se comportam como gases perfeitos, qual será a temperatura final da mistura gasosa, sabendo que a pressão passou a ser de 10 atm?

Resolução:

Na mistura gasosa, temos:

$$\frac{p_m V_m}{T_m} = \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{10 \cdot 27}{T_m} = \frac{3{,}0 \cdot 25}{(-23 + 273)} + \frac{8{,}0 \cdot 30}{(127 + 273)}$$

$$\frac{270}{(\theta_m + 273)} = 0{,}3 + 0{,}6 \Rightarrow \theta_m + 273 = \frac{270}{0{,}9}$$

$$\theta_m + 273 = 300 \Rightarrow \boxed{\theta_m = 27\ °C}$$

Resposta: 27 °C

64 Um recipiente de 600 cm^3 contém criptônio a uma pressão de 400 mm Hg. Outro recipiente de 200 cm^3 está cheio de hélio a 1 200 mm Hg. Misturam-se os conteúdos de ambos os recipientes, abrindo-se uma válvula de conexão. Supondo que todas as operações se realizem a temperatura constante, determine a pressão total da mistura. Despreze o volume da válvula e dos tubos de conexão.

Resolução:

Sendo a temperatura constante, temos:

$$p_m V_m = p_1 V_1 + p_2 V_2$$

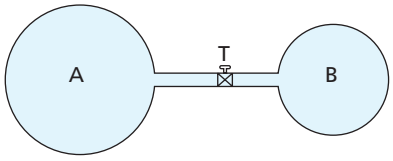
$$p_m (600 + 200) = 600 \cdot 400 + 1\,200 \cdot 200$$

$$\boxed{p_m = 600\ mm\ Hg}$$

Resposta: 600 mm Hg

65 (Faap-SP) Sabe-se que o balão **A** tem o dobro da capacidade do balão **B** e que ambos contêm o mesmo gás perfeito. No **A**, o gás está à pressão atmosférica normal e no **B**, a uma pressão 4 vezes maior, quando ambos estão à mesma temperatura. Calcular a pressão a que estará sujeito o gás após aberta a torneira **T**, de forma que a temperatura permaneça constante.

Dar a resposta em mm Hg.



Resolução:

Sendo a temperatura constante, temos:

$$p_m V_m = p_A V_A + p_B V_B$$

$$p_m\ (2V + V) = 760 \cdot 2V + 4 \cdot 760\ V$$

$$p_m\ 3V = 1\,520V + 3\,040V$$

$$p_m = \frac{4\,560V}{3V}$$

$$\boxed{p_m = 1\,520\ mm\ Hg}$$

Resposta: 1 520 mm Hg

66 A teoria cinética dos gases propõe um modelo para os gases perfeitos, no qual:

a) a pressão do gás não depende da velocidade das moléculas;
b) as moléculas são consideradas partículas que podem colidir inelasticamente entre si;
c) a temperatura do gás está diretamente relacionada com a energia cinética das moléculas;
d) a pressão do gás depende somente do número de moléculas por unidade de volume;
e) a temperatura do gás depende somente do número de moléculas por unidade de volume.

Resolução:

Para os gases perfeitos, a teoria cinética propõe a relação:

$$E_{c_m} = \frac{3}{2} k T$$

A temperatura do gás é diretamente relacionada com a energia cinética média das moléculas.

Resposta: c

67 O valor da temperatura de uma amostra de gás perfeito é consequência:

a) da radiação emitida por suas moléculas;
b) da energia potencial total de suas moléculas;
c) da energia potencial média de suas moléculas;
d) da energia cinética média de suas moléculas;
e) do calor de cada uma de suas moléculas.

Resolução:

$$E_{c_m} = \frac{3}{2} k T$$

Resposta: d

68 O valor da energia cinética média das partículas de uma amostra de gás perfeito é diretamente proporcional:

a) à pressão do gás;
b) ao volume do gás;
c) à temperatura absoluta do gás;
d) à temperatura do gás em graus Celsius;
e) à variação da temperatura absoluta do gás.

Resolução:

$$E_{c_m} = \frac{3}{2} k T$$

Resposta: c

69 Se uma amostra de gás perfeito encontra-se no interior de um recipiente de volume constante e tem a energia cinética média de suas moléculas aumentada:
a) a pressão do gás aumentará e sua temperatura permanecerá constante;
b) a pressão permanecerá constante e a temperatura aumentará;
c) a pressão e a temperatura aumentarão;
d) a pressão diminuirá e a temperatura aumentará;
e) todas as afirmações estão incorretas.

Resolução:
Se a energia cinética média das moléculas do gás aumenta, sua temperatura também aumentará. Se o volume do recipiente permanece constante, a pressão do gás aumentará com o aumento da temperatura.

Resposta: c

70 Duas amostras de massas iguais de um gás perfeito são colocadas em dois recipientes, **A** e **B**. As temperaturas são diferentes, sendo $T_A > T_B$. Podemos afirmar que:
a) o gás em **A** possui mais calor que em **B**;
b) o gás em **A** possui menor velocidade que em **B**;
c) a energia cinética das moléculas é menor no gás em **A** que em **B**;
d) a energia cinética média das moléculas do gás é maior em **A** que em **B**;
e) a temperatura não influencia a energia de movimento das partículas de um gás.

Resolução:
$E_{c_m} = \frac{3}{2} k T$
Para $T_A > T_B$, temos:
$E_{c_m}(A) > E_{c_m}(B)$

Resposta: d

71 (FCMSC-SP) As moléculas de hidrogênio, em um recipiente, têm a mesma velocidade quadrática média que as moléculas de nitrogênio de outro recipiente. Então é correto afirmar, comparando-se os dois gases, que:
a) o nitrogênio apresenta maior temperatura.
b) o nitrogênio apresenta menor pressão.
c) ambos apresentam mesma pressão.
d) ambos apresentam mesma temperatura.
e) ambos apresentam mesmo volume.

Resolução:
$T = \frac{M}{3R} (\bar{v})^2$
Sendo:
$M(H_2) = 2$ g
$M(N_2) = 28$ g
Temos:
$T(N_2) > T(H_2)$

Resposta: a

72 Uma amostra de gás perfeito é colocada no interior de um recipiente e mantida a pressão constante. Se a temperatura e o volume aumentam:
(01) o número de choques por centímetro quadrado de parede deve aumentar;
(02) a distância média entre as moléculas deve aumentar;
(04) a energia cinética média das moléculas não sofre alteração;
(08) a velocidade média das moléculas também deve aumentar;
(16) a pressão tem que aumentar, pois a temperatura do gás aumentou.
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução:
(01) Incorreta
O número de choques por unidade de área da parede aumenta quando a pressão aumenta.
(02) Correta
(04) Incorreta
$E_{c_m} = \frac{3}{2} k T$
Se T aumenta, E_{c_m} também aumenta.
(08) Correta
(16) Incorreta
O volume do recipiente também aumentou.

Resposta: 10

73 (FCC-SP) Se aumentarmos a temperatura do gás contido em um recipiente fechado e isolado:
a) a energia cinética média das partículas aumentará.
b) a pressão aumentará e a energia cinética média das partículas diminuirá.
c) a energia cinética média não se alterará e a pressão aumentará.
d) a energia cinética média e a pressão permanecerão constantes.
e) nada do que foi dito ocorrerá.

Resolução:
$E_{c_m} = \frac{3}{2} k T$
Se T aumenta, E_{c_m} aumenta também.

Resposta: a

74 Num recipiente hermeticamente fechado, encontramos nitrogênio à temperatura de 0 °C. Como o mol do referido gás é igual a 28 g, qual o valor da velocidade média quadrática das suas partículas?
Dado: R = 8,31 J/mol K

Resolução:
$T = \frac{M}{3R} v^2 \Rightarrow 273 = \frac{0{,}028}{3 \cdot 8{,}31} \cdot v^2 \Rightarrow$ $v \simeq 493$ m/s

Resposta: 493 m/s

75 Avaliando a energia interna de 5 mols de gás perfeito, encontramos o valor 24 930 J. Qual a sua temperatura em graus Celsius?
Dado: R = 8,31 J/mol K

Resolução:
$U = \frac{3}{2} n R T \Rightarrow 24930 = \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot 8{,}31 \cdot T$
$T = 400$ K $= 127$ °C

Resposta: 127 °C

76 Um gás perfeito ocupa um volume de 2,0 L e possui uma energia interna igual a 600 J. Qual o valor da pressão desse gás, em atmosferas?
Dados: 1 atm = 10^5 N/m^2;
1 L = 1 dm^3 = 10^{-3} m^3.

Resolução:

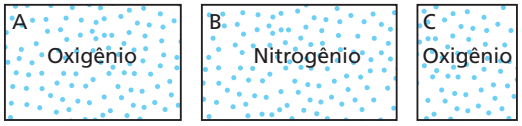
$U = \frac{3}{2} p V$

$600 = \frac{3}{2} \cdot p \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-3}$

$p = 2{,}0 \cdot 10^5$ N/m^2 = 2,0 atm

Resposta: 2,0 atm

77 (UFC-CE) A figura abaixo mostra três caixas fechadas, **A**, **B** e **C**, contendo, respectivamente, os gases: oxigênio, nitrogênio e oxigênio. O volume de **A** é igual ao volume de **B** e é o dobro do volume de **C**. Os gases se comportam como ideais e estão todos em equilíbrio, a uma mesma temperatura.



Sobre a energia cinética média, $\overline{K}$, das moléculas em cada uma das caixas, podemos afirmar:

a) $\overline{K}_A = \overline{K}_C < \overline{K}_B$.
b) $\overline{K}_A = \overline{K}_C > \overline{K}_B$.
c) $\overline{K}_A = \overline{K}_B < \overline{K}_C$.
d) $\overline{K}_A = \overline{K}_B = \overline{K}_C$.
e) $\overline{K}_C < \overline{K}_A < \overline{K}_B$.

Resolução:

$E_c = \overline{K} = \frac{3}{2} k T$

A energia cinética média ($\overline{K}$) das moléculas é função exclusiva da temperatura absoluta do gás, sendo assim:

$\overline{K}_A = \overline{K}_B = \overline{K}_C$

Resposta: d

78 (Unifesp-SP) Você já deve ter notado como é difícil abrir a porta de um *freezer* logo após tê-la fechado, sendo necessário aguardar alguns segundos para abri-la novamente. Considere um *freezer* vertical cuja porta tenha 0,60 m de largura por 1,0 m de altura, volume interno de 150 L e que esteja a uma temperatura interna de –18 °C, num dia em que a temperatura externa seja de 27 °C e a pressão, $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m^2.

a) Com base em conceitos físicos, explique a razão de ser difícil abrir a porta do *freezer* logo após tê-la fechado e por que é necessário aguardar alguns instantes para conseguir abri-la novamente.
b) Suponha que você tenha aberto a porta do *freezer* por tempo suficiente para que todo o ar frio do seu interior fosse substituído por ar a 27 °C e que, fechando a porta do *freezer* , quisesse abri-la novamente logo em seguida. Considere que, nesse curtíssimo intervalo de tempo, a temperatura média do ar no interior do *freezer* tenha atingido –3 °C. Determine a intensidade da força resultante sobre a porta do *freezer*.

Resolução:

a) Quando a porta do *freezer* é aberta, entra ar mais quente em seu interior, fazendo a pressão interna igualar-se à pressão externa. A porta é fechada e o ar existente no interior do *freezer* é resfriado rapidamente, diminuindo sensivelmente sua pressão. Como a pressão do ar externo é maior, existirá uma diferença de pressão que dificultará a abertura da porta. Para abri-la, será necessário aplicarmos uma força de intensidade maior do que a decorrente da diferença entre a pressão externa e a interna.
Deixando passar certo intervalo de tempo, notamos que a abertura da porta fica mais fácil. Isso ocorre porque a vedação da porta não é ideal, possibilitando a entrada de ar externo no interior do *freezer*. Esse ar será resfriado lentamente, mas aumentará o número de partículas de ar, o que aumentará a pressão do ar no interior do *freezer*. Quando essa pressão se tornar igual à pressão externa, a massa de ar de dentro do *freezer* ficará praticamente constante e a resistência à abertura da porta será apenas devida aos ímãs existentes na borracha de vedação que aderem ao metal do corpo do *freezer*.

b) Usando a **Lei geral dos Gases**, podemos encontrar a pressão interna na parte interna do *freezer*:

$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$

$\frac{1{,}0 \cdot 10^5 \cdot 150}{(27 + 273)} = \frac{p_1 \ 150}{(-3 + 273)} \Rightarrow \frac{1{,}0 \cdot 10^5}{300} = \frac{p_1}{270}$

$p_1 = 0{,}9 \cdot 10^5$ N/m^2

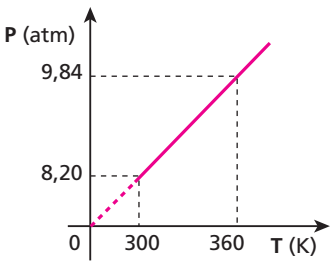
Usando a definição de pressão, temos:

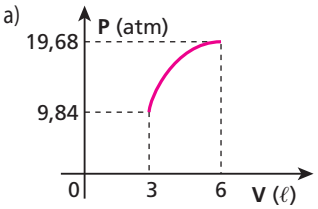
$\Delta p = \frac{F_R}{A}$ ou $F_R = \Delta p \ A$

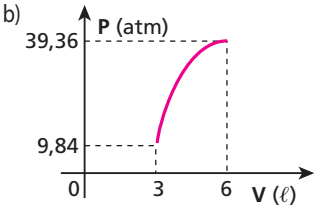
$F_R = (1 \cdot 10^5 - 0{,}9 \cdot 10^5) \cdot (1{,}0 \cdot 0{,}6) \Rightarrow F_R = 6{,}0 \cdot 10^3$ N

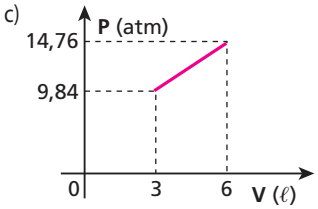
Respostas: a) Quando a porta do *freezer* é aberta, entra ar mais quente em seu interior, fazendo com que a pressão interna se iguale à pressão externa. A porta é fechada e o ar existente no interior do *freezer* é resfriado rapidamente, diminuindo sensivelmente sua pressão. Como a pressão do ar externo é maior, haverá uma diferença de pressão que dificultará sua abertura. Para conseguirmos abrir a porta, será necessário aplicarmos uma força de intensidade maior do que aquela decorrente da diferença entre a pressão externa e a interna. Se deixarmos passar certo intervalo de tempo, notamos que a abertura da porta fica mais fácil. Isso ocorre porque a vedação da porta não é ideal, o que possibilita a entrada de ar externo no interior do *freezer*. Esse ar será resfriado lentamente, mas aumentará o número de partículas de ar, o que aumentará a pressão do ar no interior do *freezer*. Quando essa pressão tornar-se igual à pressão externa, a massa de ar de dentro do *freezer* ficará praticamente constante e a resistência à abertura da porta será devida apenas aos ímãs existentes na borracha de vedação que aderem ao metal do corpo do *freezer*. b) $6{,}0 \cdot 10^3$ N

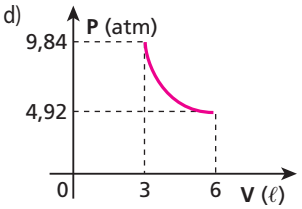
79 (Mack-SP) Um mol de gás ideal, inicialmente a 27 °C, sofre uma transformação até 87 °C, conforme o diagrama abaixo. Em seguida, essa massa de gás sofre uma transformação isotérmica, até duplicar seu volume. O diagrama que melhor representa a pressão do gás em função do volume, durante a transformação isotérmica, é:
Dado: R = 0,0082 atm. ℓ/(mol · K)

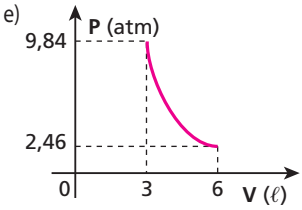


a)


b)


c)


d)


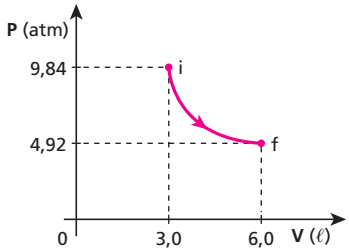
e)


Resolução:

Na primeira transformação (isométrica), podemos aplicar a Equação de Clapeyron para o cálculo do volume do gás ideal: $p\,V = n\,R\,T$

$$9{,}84 \quad V = 1 \cdot 0{,}082 \cdot 360 \;\Rightarrow\; V = 3{,}0\ L$$

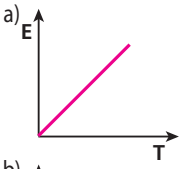
Na segunda transformação (isotérmica), o diagrama é expresso por:

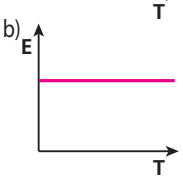


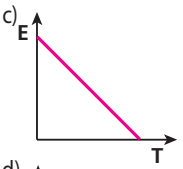
Observemos que, na transformação isotérmica, quando duplicamos o volume, a pressão cai à metade do valor inicial.

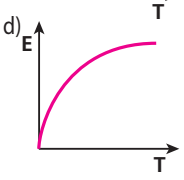
Resposta: d

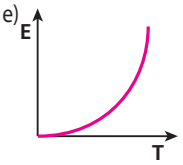
80 (Ufla-MG) A teoria cinética dos gases propõe um modelo microscópico para um gás ideal, baseado nas leis da mecânica e em alguns postulados. Admite-se que o gás é composto de um grande número de partículas separadas por distâncias consideráveis, se comparadas às dimensões dessas partículas. Estas se movimentam rapidamente e ao acaso, não exercendo forças entre si, exceto quando colidem. Por fim, admite-se também que as colisões entre as partículas, ou com as paredes do recipiente que as contém, são perfeitamente elásticas. Dessa forma, o gráfico que melhor representa a relação entre a energia cinética média (**E**) do gás e sua temperatura é:

a)


b)


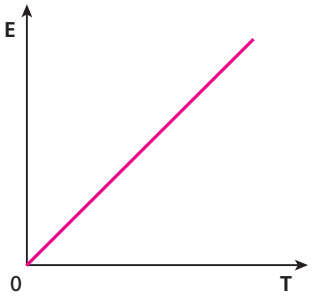
c)


d)


e)


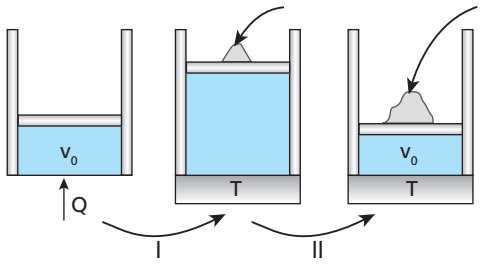
Resolução:

$$E_{c_m} = \frac{3}{2}\,k\,T$$

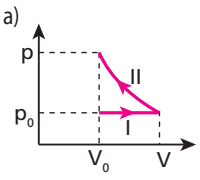


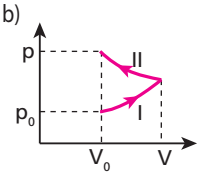
Resposta: a

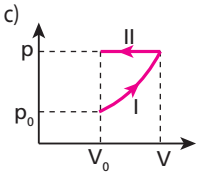
81 (Unifesp-SP) A figura ilustra duas transformações de um gás ideal contido em um cilindro de paredes adiabáticas. Em I, através de uma base diatérmica (que permite a passagem do calor), o gás recebe calor e faz o êmbolo, também construído de material adiabático, subir livremente, aumentando seu volume de V_0 a **V**, atingindo a temperatura **T**. Nesse estado, a fonte quente é retirada e substituída por um reservatório térmico à mesma temperatura **T** do gás. Em seguida, na transformação II, colocam-se grãos de areia sobre o êmbolo, lentamente, para que o gás possa manter-se em equilíbrio térmico com o reservatório. Nessas condições, o êmbolo baixa até que o gás volte a ocupar o mesmo volume V_0 do início.

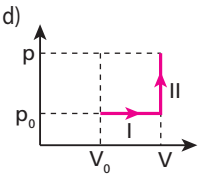


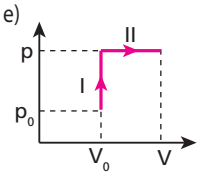
Considere desprezíveis as variações da pressão atmosférica. O diagrama **p × V** que melhor representa essas duas transformações é o da figura:

a)


b)


c)


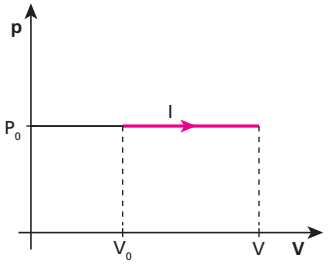
d)


e)


Resolução:

Transformação I: expansão isobárica

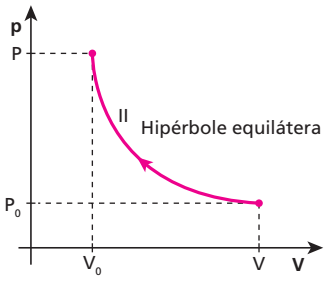
A pressão permanece constante, e o volume aumenta na proporção direta da temperatura absoluta ($V = k\,T$: **Lei de Charles**).



Transformação II: compressão isotérmica

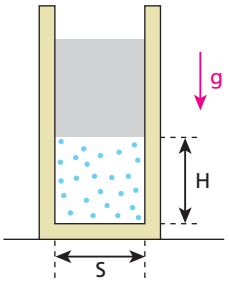
A temperatura permanece constante e o volume diminui na proporção inversa do aumento da pressão.

$\left(p = \frac{k}{V}\right.$: **Lei de Boyle**$\left.\right)$



Resposta: a

82 (Fuvest-SP) Um equipamento possui um sistema formado por um pistão, com massa de 10 kg, que se movimenta, sem atrito, em um cilindro de secção transversal $S = 0{,}01\ m^2$.



Operando em uma região onde a pressão atmosférica é de $10{,}0 \cdot 10^4$ Pa ($1\ Pa = 1\ N/m^2$), o ar aprisionado no interior do cilindro mantém o pistão a uma altura $H = 18$ cm. Quando esse sistema é levado a operar em uma região onde a pressão atmosférica é de $8{,}0 \cdot 10^4$ Pa, mantendo-se a mesma temperatura, a nova altura H no interior do cilindro passa a ser aproximadamente de:

a) 5,5 cm. c) 20 cm. e) 36 cm.
b) 14,7 cm. d) 22 cm.

Resolução:

$p = p_{atm} + p\,\frac{m\,g}{S}$

A pressão do pistão é dada por $p_{pistão} = \frac{m\,g}{S}$

Daí, $p = p_{atm} + \frac{m\,g}{S}$

Lei de Boyle:

$p_1 V_1 = p_2 V_2$

$\left(p_{atm} + \frac{m\,g}{S}\right) S\,H = \left(p'_{atm} + \frac{m\,g}{S}\right) S\,H'$

$\left(10{,}0 \cdot 10^4 + \frac{100}{0{,}01}\right) 18 = \left(8{,}0 \cdot 10^4 + \frac{100}{0{,}01}\right) H'$

$11{,}0 \cdot 10^4 \cdot 18 = 9{,}0 \cdot 10^4\,H' \Rightarrow$ $\boxed{H' = 22\ cm}$

Resposta: d

83 Em um laboratório de Física, um estudante realizou um experimento que consistia em pegar um recipiente, vazio, de paredes indeformáveis, dotado de uma válvula que não deixa a pressão interna passar de um valor-limite. Esse estudante injetou hidrogênio gasoso (que se comporta como gás perfeito) no interior do recipiente até que a pressão atingisse o máximo valor e observou que a massa de gás injetada era igual a 10 gramas. Em seguida, ele esfriou o gás, diminuindo a sua temperatura absoluta em 20%. Que massa do mesmo gás, na nova temperatura, o estudante deve injetar no interior do recipiente para restabelecer a pressão máxima suportável pela válvula?

Resolução:

São três situações por que passa o gás.

1. Situação inicial.
   Equação de Clapeyron:
   $p\,V = \frac{m}{M} R\,T$
   $p\,V = \frac{10}{M} R\,T$ (I)
2. Após o resfriamento.
   $p'\,V = \frac{10}{M} R\,0{,}8T$ (II)
3. Após injetarmos a massa **x** de gás para retornarmos à pressão inicial.
   $p\,V = \frac{(10 + x)}{M} R\,0{,}8T$ (III)
   Igualando (I) e (II), vem:
   $\frac{10}{M} R\,T = \frac{(10 + x)}{M} R\,0{,}8T$
   $10 = (10 + x) \cdot 0{,}8 \Rightarrow 12{,}5 = 10 + x \Rightarrow$ $\boxed{x = 2{,}5\ g}$

Resposta: 2,5 g

84 (Mack-SP) Num recipiente, fechado por uma tampa hermética, há 10 mols de gás perfeito, sob pressão de 5 atmosferas, à temperatura ambiente e em um local de pressão atmosférica normal. Abrindo a tampa do recipiente, o número de moléculas que escapa é:

a) $12 \cdot 10^{23}$. c) $36 \cdot 10^{23}$. e) $60 \cdot 10^{23}$.
b) $24 \cdot 10^{23}$. d) $48 \cdot 10^{23}$.

Adote:
Número de Avogadro = $6 \cdot 10^{23}$

Resolução:

Aplicando-se a Equação de Clapeyron nas duas situações expressas no texto, temos:

1. No início:
   $p\,V = n\,R\,T$
   $5 \cdot V = 10 \cdot R\,T$ (I)

2. No final:
$p V = n R T$
$1 \cdot V = n_f R T$ (II)

Dividindo (I) por (II):

$\frac{5V}{V} = \frac{10 R T}{n_f R T} \Rightarrow n_f = 2$ mols

Portanto, escaparam 8 mols desse gás, o que corresponde a:
1 mol $\rightarrow$ $6 \cdot 10^{23}$ moléculas
8 mols $\rightarrow$ x

$x = 48 \cdot 10^{23}$ moléculas

Resposta: d

85 (Fuvest-SP) Um cilindro contém certa massa M_0 de um gás a $T_0 = 7$ °C (280 K) e pressão P_0. Ele possui uma válvula de segurança que impede a pressão interna de alcançar valores superiores a P_0. Se essa pressão ultrapassar P_0, parte do gás será liberada para o ambiente. Ao ser aquecido até T = 77 °C (350 K), a válvula do cilindro libera parte do gás, mantendo a pressão interna no valor P_0. No final do aquecimento, a massa de gás que permanece no cilindro é, aproximadamente, de:

a) 1,0 M_0.
b) 0,8 M_0.
c) 0,7 M_0.
d) 0,5 M_0.
e) 0,1 M_0.

Resolução:
Usando-se a Equação de Clapeyron, vem:

$p V = \frac{m}{M} R T$

$p_0 V_0 = \frac{M_0}{M} R 280$

$p_0 V_0 = \frac{M'}{M} R 350$

Portanto:

$\frac{M_0}{M} R 280 = \frac{M'}{M} R 350$

$M' = \frac{280}{350} M_0 = 0{,}8\, M_0$

Resposta: b

86 (Fuvest-SP) Deseja-se medir a pressão interna **P** em um grande tanque de gás. Para isso, utiliza-se como manômetro um sistema formado por um cilindro e um pistão de área **A**, preso a uma mola de constante elástica **k**. A mola está no seu estado natural (sem tensão) quando o pistão encosta na base do cilindro e tem comprimento L_0 (figura 1 – registro **R** fechado). Abrindo-se o registro **R**, o gás empurra o pistão, comprimindo a mola, que fica com comprimento **L** (figura 2 – registro **R** aberto). A pressão ambiente vale P_0 e é aplicada no lado externo do pistão. O sistema é mantido à temperatura ambiente durante todo o processo. O valor da pressão absoluta **P** no tanque é:

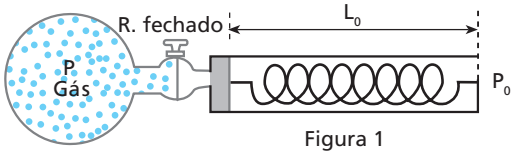


Figura 1

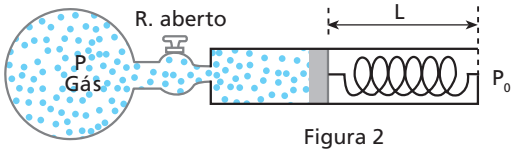


Figura 2

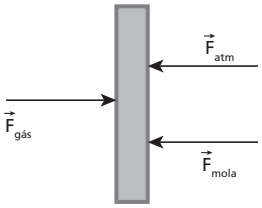
a) $\frac{k(L_0 - L)}{A + P_0}$.
b) $\frac{k(L_0 - L)}{A - P_0}$.
c) $k(L_0 - L) \cdot A$.
d) $k L \cdot A + P_0$.
e) $\frac{k L}{A - P_0}$.

Resolução:
Na situação final, temos equilíbrio de forças:

$F_{gás} = F_{mola} + F_{atm}$

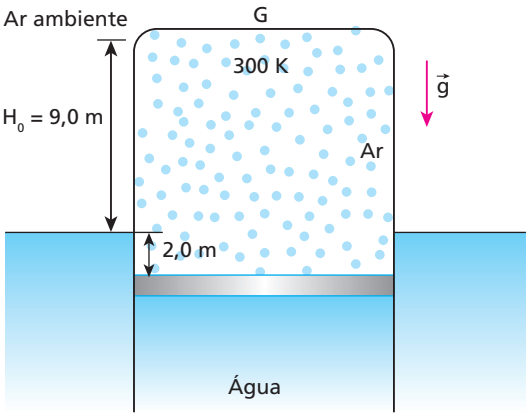
$\frac{F_{gás}}{A} = \frac{k x}{A} + \frac{F_{atm}}{A}$

$p = \frac{k (L_0 - L)}{A} + P_0$



Resposta: a

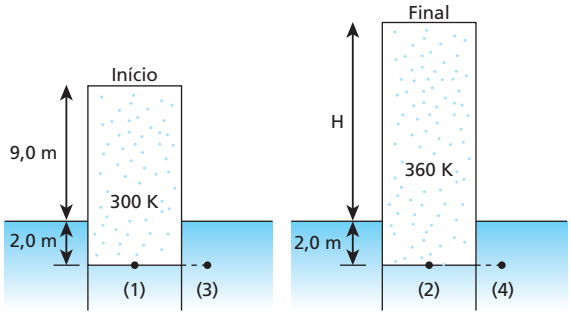
87 (Fuvest-SP) O gasômetro **G**, utilizado para o armazenamento de ar, é um recipiente cilíndrico, metálico, com paredes laterais de pequena espessura. **G** é fechado na sua parte superior, aberto na inferior, que permanece imersa em água, e pode se mover na direção vertical. **G** contém ar, inicialmente à temperatura de **300 K**, e o nível da água no seu interior se encontra **2,0 m** abaixo do nível externo da água. Nessas condições, a tampa de **G** está **9,0 m** acima do nível externo da água, como mostra a figura abaixo. Aquecendo-se o gás, o sistema se estabiliza numa nova altura de equilíbrio, com a tampa superior a uma altura **H**, em relação ao nível externo da água, e com a temperatura do gás a **360 K**.



Supondo que o ar se comporte como um gás ideal, a nova altura **H** será, aproximadamente, igual a:

a) 8,8 m.
b) 9,0 m.
c) 10,8 m.
d) 11,2 m.
e) 13,2 m.

Resolução:
As figuras a seguir ilustram as duas situações do sistema. É importante notar que, como o peso total não se altera durante o experimento, o empuxo exercido pela água também não se altera, o que garante que a altura da coluna de gás submersa seja 2,0 m, em ambos os casos.



O aquecimento foi isobárico (pressão constante): $p_1 = p_2 = p_3 = p_4$
Assim, aplicando a **Lei geral dos Gases**, temos:

$$\frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_1V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{S(H + 2{,}0)}{360} = \frac{S \cdot 11}{300}$$

$$H + 2{,}0 = 13{,}2 \Rightarrow \boxed{H = 11{,}2\ m}$$

Resposta: d

88 (ITA-SP) Uma bolha de ar de volume 20,0 mm^3, aderente à parede de um tanque de água a 70 cm de profundidade, solta-se e começa a subir. Supondo que a tensão superficial da bolha é desprezível e que a pressão atmosférica é de $1 \cdot 10^5$ Pa, logo que alcança a superfície seu volume é aproximadamente:

a) 19,2 mm^3.
b) 20,1 mm^3.
c) 20,4 mm^3.
d) 21,4 mm^3.
e) 34,1 mm^3.

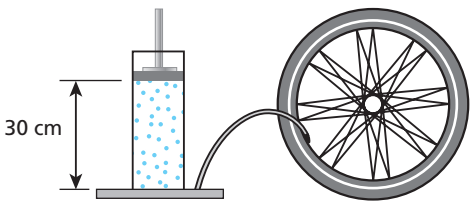
Dados: $g = 10\ m/s^2$;
densidade da água = $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$.

Resolução:
Lei de Boyle:
$p_1V_1 = p_2V_2$
Sendo $p_1 = p_0 + \mu g h$
vem:
$(p_0 + \mu g h) V_1 = p_0 V_2$
$(1 \cdot 10^5 + 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}70) \cdot 20{,}0 = 1 \cdot 10^5\ V_2$

$$21{,}4 \cdot 10^5 = 10^5 V_0 \Rightarrow \boxed{V_0 = 21{,}4\ mm^3}$$

Resposta: d

89 (Fuvest-SP) A figura mostra uma bomba de encher pneu de bicicleta. Quando o êmbolo está todo puxado, a uma distância de 30 cm da base, a pressão dentro da bomba é igual à pressão atmosférica normal. A área da secção transversal do pistão da bomba é 24 cm^2. Um ciclista quer encher ainda mais o pneu da bicicleta que tem volume de 2,4 litros e já está com uma pressão interna de 3 atm. Ele empurra o êmbolo da bomba até o final de seu curso. Suponha que o volume do pneu permaneça constante, que o processo possa ser considerado isotérmico e que o volume do tubo que liga a bomba ao pneu seja desprezível. A pressão final do pneu será, então, de aproximadamente:



a) 1,0 atm.
b) 3,0 atm.
c) 3,3 atm.
d) 3,9 atm.
e) 4,0 atm.

Resolução:
No início, encontramos no interior da bomba n_1 mols de gás e no interior do pneu, n_2 mols. Quando o êmbolo desce a primeira vez, no pneu, temos $n_p = n_1 + n_2$.
Usando a Equação de Clapeyron, vem:

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT}$$

$$\frac{pV}{RT} = \frac{p_1V_1}{RT} + \frac{p_2V_2}{RT} \Rightarrow pV = p_1V_1 + p_2V_2$$

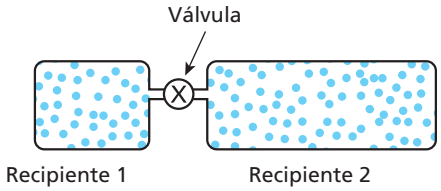
Como $V_1 = A\,h = 24\ cm^2 \cdot 30\ cm = 720\ cm^3 = 0{,}72\ L$
Então:

$$p\ \ 2{,}4 = 1 \cdot 0{,}72 + 3 \cdot 2{,}4 \Rightarrow p = \frac{7{,}92}{2{,}4}\ atm$$

$$\boxed{p = 3{,}3\ atm}$$

Resposta: c

90 (UFF-RJ) Um gás ideal estava confinado à mesma temperatura em dois recipientes, 1 e 2, ligados por uma válvula inicialmente fechada. Os volumes dos recipientes 1 e 2 são 4,0 ℓ e 6,0 ℓ, respectivamente. A pressão inicial no recipiente 1 era de 4,8 atm.



Abriu-se a válvula e os conteúdos dos recipientes atingiram um estado final de equilíbrio à pressão de 2,4 atm e à mesma temperatura inicial. A porcentagem total de mols de gás que ocupava o recipiente 1 antes da abertura da válvula era:

a) 60%.
b) 80%.
c) 50%.
d) 40%.
e) 20%.

Resolução:
Após a mistura, temos:
$p_m V_m = p_1 V_1 + p_2 V_2$
(observe que a temperatura se mantém constante)
$2{,}4 \cdot (4{,}0 + 6{,}0) = 4{,}8 \cdot 4{,}0 + p_2 \cdot 6{,}0 \Rightarrow 24 - 19{,}2 = 6{,}0\ p_2$
$p_2 = 0{,}80\ atm$
Aplicando a Equação de Clapeyron, antes da abertura da válvula, temos:

$$\begin{cases} p_1V_1 = n_1RT \\ p_2V_2 = n_2RT \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4{,}8 \cdot 4{,}0 = n_1RT \quad (I) \\ 0{,}80 \cdot 6{,}0 = n_2RT \quad (II) \end{cases}$$

Dividindo (I) por (II), vem:

$$\frac{19{,}2}{4{,}8} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow n_1 = 4\,n_2,$$

Mas

$$n_1(\%) + n_2(\%) = 100\%,$$

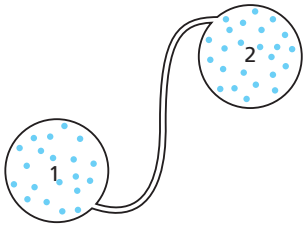
então:

$$n_1(\%) + \frac{n_1(\%)}{4} = 100\%$$

$$\frac{5\,n_1(\%)}{4} = 100\% \Rightarrow \boxed{n_1 = 80\%}$$

Resposta: b

91 (UFC-CE) Um sistema é formado por dois reservatórios, 1 e 2, de mesmo volume, V_0, ligado por um tubo fino (veja figura abaixo). Inicialmente, ambos os reservatórios estão cheios de um gás ideal, à mesma temperatura absoluta, T_0, e à mesma pressão, P_0. A temperatura do reservatório 2 é então duplicada, enquanto a do reservatório 1 é mantida igual a T_0.



a) Calcule o número total de mols de gás no sistema, em função de T_0, P_0, V_0 e da constante universal dos gases, **R**.
b) Calcule a pressão final do sistema.

Resolução:

a) Em cada reservatório, encontramos:

$$p\,V = n\,R\,T$$

$$n_0 = \frac{p_0\,V_0}{R\,T_0}$$

No total:

$$\boxed{N = 2\,n_0 = \frac{2\,p_0\,V_0}{R\,T_0}}$$

b) Aquecendo-se o reservatório 2, a pressão aumenta e haverá uma redistribuição de partículas até que o sistema atinja uma nova pressão.

$$N = n_1' + n_2'$$

$$\frac{2\,p_0\,V_0}{R\,T_0} = \frac{p\,V_0}{R\,T_0} + \frac{p\,V_0}{R\,(2T_0)}$$

$$2p_0 = p + \frac{p}{2} = \frac{3p}{2} \Rightarrow \boxed{p = \frac{4}{3}\,p_0}$$

Respostas: a) $\frac{2\,p_0\,V_0}{R\,T_0}$; b) $p = \frac{4}{3}\,p_0$

92 (Unicamp-SP) Uma sala tem 6 m de largura, 10 m de comprimento e 4 m de altura. Deseja-se refrigerar o ar dentro da sala. Considere o calor específico do ar como sendo 30 J/ (mol K) e use R = 8 J/ (mol K).

a) Considerando o ar dentro da sala como um gás ideal à pressão ambiente ($P = 10^5\ N/m^2$), quantos mols de gás existem dentro da sala a 27 °C?
b) Qual é a quantidade de calor que o refrigerador deve retirar da massa de ar do item (**a**) para resfriá-la até 17 °C?

Resolução:

a) O volume da sala vale:

$V = 6\ m \cdot 10\ m \cdot 4\ m = 240\ m^3$

Admitindo-se que o ar da sala obedece à Equação de Clapeyron:

$$p\,V = n\,R\,T$$

$$n = \frac{p\,V}{R\,T} \Rightarrow n = \frac{10^5 \cdot 240}{8 \cdot 300} \Rightarrow \boxed{n = 1 \cdot 10^4\ mols}$$

b) A quantidade de calor que o refrigerador deve retirar do ambiente, à pressão constante, vale:

$$Q = n\,c_p\,\Delta t$$

$$Q = 1 \cdot 10^4 \cdot 30 \cdot (27 - 17)\ (J) \Rightarrow \boxed{Q = 3 \cdot 10^6\ J}$$

Respostas: a) $1 \cdot 10^4$ mols; b) $3 \cdot 10^6$ J

93 (ITA-SP) Considere uma mistura de gases H_2 e N_2 em equilíbrio térmico. Sobre a energia cinética média e sobre a velocidade média das moléculas de cada gás, pode-se concluir que:

a) as moléculas de N_2 e H_2 têm a mesma energia cinética média e a mesma velocidade média.
b) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de N_2 têm maior energia cinética média.
c) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de H_2 têm maior energia cinética média.
d) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de N_2 têm maior velocidade média.
e) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de H_2 têm maior velocidade média.

Resolução:

Se os gases estão em equilíbrio térmico, suas temperaturas são iguais e suas partículas possuem energias cinéticas médias iguais:

$E_{C_m}(H_2) = E_{C_m}(N_2)$

Como:

$$T = \frac{M}{3R}\,(\overline{V})^2$$

Sendo:

$T(H_2) = T(N_2)$

$M(H_2) = 2\ g$

$M(N_2) = 28\ g$

Então:

$$\boxed{\overline{V}\,(H_2) > \overline{V}\,(N_2)}$$

Resposta: e

94 (UFRN) Um recipiente de volume **V** contém, inicialmente, N_i moléculas de um gás ideal. Outras moléculas do mesmo gás são introduzidas nesse recipiente, de modo que o número total de moléculas passa a ser N_f.

Admitindo que a temperatura final do gás é um terço do valor original e que a soma total das energias cinéticas das moléculas não se altera, determine:

a) a razão entre N_f e N_i;
b) a razão entre as pressões inicial e final do gás.

Resolução:

a) $U_f = U_i$

$$\frac{3}{2}\,n_f\,R\,T_f = \frac{3}{2}\,n_i\,R\,T_i \Rightarrow n_f\,\frac{T_i}{3} = n_i\,T_i$$

$$\boxed{\frac{n_f}{n_i} = \frac{N_f}{N_i} = 3}$$

b) Equação de Clapeyron:

$$\begin{cases} p_i\,V = n_i\,R\,T_i \\ p_f\,V = n_f\,R\,T_f \end{cases}$$

$$\frac{p_f}{p_i} = \frac{n_f\,T_f}{n_i\,T_i} = 3 \cdot \frac{T_f}{3\,T_i}$$

$$\boxed{\frac{p_f}{p_i} = 1}$$

Respostas: a) 3; b) 1

95 (ITA-SP) Uma cesta portando uma pessoa deve ser suspensa por meio de balões, sendo cada qual inflado com 1 m^3 de hélio na temperatura local (27 °C). Cada balão vazio com seus apetrechos pesa 1,0 N. São dadas a massa atômica do oxigênio $A_O = 16$, a do nitrogênio $A_N = 14$, a do hélio $A_{He} = 4$ e a constante dos gases $R = 0{,}082\ atm\ \ell\ mol^{-1}\ K^{-1}$. Considerando que o conjunto pessoa e cesta pesa 1 000 N e que a atmosfera é composta de 30% de O_2 e 70% de N_2, determine o número mínimo de balões necessários.
Dado: $g = 10\ m/s^2$

Resolução:
Na condição de flutuação, o empuxo sobre o conjunto deve igualar seu peso:

$$E = P \quad \Rightarrow \quad \mu_{ar}\, g\, V_i = m_T\, g$$

Equação de Clapeyron:

$$p\,V = \frac{m}{M}\,R\,T$$

$$p\,M = \frac{m}{V}\,R\,T$$

Como $\mu = \frac{m}{V}$, então:

$$\mu = \frac{p\,M}{R\,T}$$

Assim:

$$\left(\frac{p\,M}{R\,T}\right)_{ar} \times V_b = m_T$$

Sendo:

$M_{ar} = (0{,}30 \cdot 32 + 0{,}70 \cdot 28)g = 29{,}20\ g = 29{,}20 \cdot 10^{-3}\ kg$

$V_b = 1\ m^3 = 10^3\ L$

Temos:

$$\frac{1{,}0 \cdot 29{,}20 \cdot 10^{-3}}{0{,}082 \cdot 300} \cdot x \cdot 10^3 = m_T$$

$$1{,}19x = m_{conjunto} + m_{balões} + m_{He}$$

$$1{,}19x = \frac{1000}{10} + x \cdot \frac{1}{10} + x\left(\frac{p\,M\,V}{R\,T}\right)$$

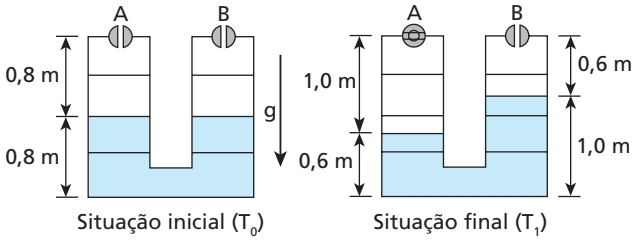
$$1{,}09x = 100 + x \cdot \left(\frac{1{,}0 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^3}{0{,}082 \cdot 300}\right)$$

$$1{,}09x = 100 + 0{,}16x \quad \Rightarrow \quad 0{,}93\,x = 100 \quad \Rightarrow \quad x = 107{,}53$$

$x \simeq 108$ balões

Resposta: 108 balões

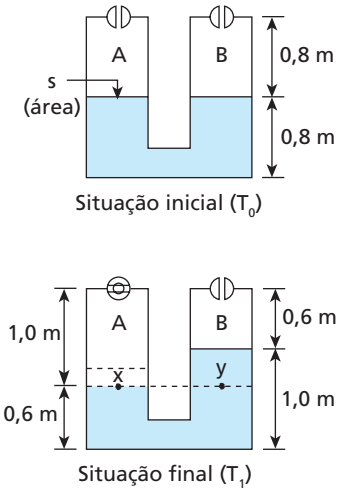
96 (Fuvest-SP) Dois tanques cilíndricos e verticais, **A** e **B**, de 1,6 m de altura e interligados, estão parcialmente cheios de água e possuem válvulas que estão abertas, como representado na figura para a situação inicial. Os tanques estão a uma temperatura $T_0 = 280$ K e à pressão atmosférica P_0. Em uma etapa de um processo industrial, apenas a válvula **A** é fechada e, em seguida, os tanques são aquecidos a uma temperatura T_1, resultando na configuração indicada na figura para a situação final.



a) Determine a razão $R_1 = P_1/P_0$ entre a pressão final P_1 e a pressão inicial P_0 do ar no tanque **A**.
b) Determine a razão $R_2 = T_1/T_0$ entre a temperatura final T_1 e a temperatura inicial T_0 dentro dos tanques.
c) Para o tanque **B**, determine a razão $R_3 = m_0/m_1$ entre a massa de ar m_0 contida inicialmente no tanque **B** e a massa de ar final m_1, à temperatura T_1, contida nesse mesmo tanque.

Note e adote:
$p\,V = n\,R\,T$
$\Delta P = \rho\, g\, \Delta H$
$P_{atmosférica} \simeq 1{,}0 \cdot 10^5\ N/m^2$

Resolução:
Na figura a seguir representamos as situações inicial e final:



a) Usando a Lei de Stevin na situação final, vem:
$P_x = P_y$
$P_x = P_0 + P_{água}\, g\, \Delta h$
Assim, em A, temos:

$$R_1 = \frac{P_1}{P_0} = \frac{P_x}{P_0} = \frac{P_0 + P_{água}\, g\, \Delta h}{P_0}$$

$$R_1 = \frac{1{,}0 \cdot 10^5 + 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10\,(1{,}0 - 0{,}6)}{1{,}0 \cdot 10^5}$$

$R_1 = 1{,}04$

b) Aplicando-se a **Lei geral de Gases**, vem:

$$\frac{P_0\,V_0}{T_0} = \frac{P_1\,V_1}{T_1}$$

No recipiente A, temos:

$$R_2 = \frac{T_1}{T_0} = \frac{P_1\,V_1}{P_0\,V_0}$$

Sendo: $\frac{P_1}{P_0} = 1{,}04$ (item a)

Vem:

$$R_2 = 1{,}04\,\frac{V_1}{V_0} = 1{,}04 \cdot \frac{5 \cdot 1{,}0}{5 \cdot 0{,}8}$$

$R_2 = 1{,}30$

c) Aplicando-se a equação Clapeyron, temos:

$p V = n R T$

$p V = \frac{m}{M} R T$

No recipiente B, vem:

$$R_3 = \frac{m_0}{m_1} = \frac{\frac{P_0 V_0 M}{R T_0}}{\frac{P_0 V_1 M}{R T_2}} = \frac{V_0 T_1}{V_1 T_0}$$

Mas: $\frac{T_1}{T_0} = R_2 = 1{,}30$

Assim:

$$R_3 = \frac{V_0}{V_1} \cdot 1{,}30 = \frac{5 \cdot 0{,}8}{5 \cdot 0{,}6}$$

$\boxed{R_3 \simeq 1{,}73}$

Respostas: a) 1,04; b) 1,30; c) $\simeq 1{,}73$

97 Ao ler um livro sobre tecnologia do vácuo, um aluno recebeu a informação de que o melhor "vácuo" que se pode obter no interior de um recipiente, na superfície da Terra, é da ordem de $2{,}5 \cdot 10^{-15}$ atm. Considerando-se que o ar se comporta como um gás perfeito, aproximadamente quantas moléculas iremos encontrar em 1 mm^3 do interior desse recipiente, no qual se fez o vácuo parcial, à temperatura de 27 °C?

Dados: constante universal dos gases perfeitos = 0,082 atm L/mol K;
1 litro = 1 $(dm)^3$;
número de Avogadro = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol.

a) zero
b) 60
c) 602
d) 1 820
e) $6 \cdot 10^{23}$

Resolução:

Equação de Clapeyron:

$p V = n R T$

Sendo:

$V = 1\ mm^3 = 1 \cdot 10^{-6}\ dm^3 = 1 \cdot 10^{-6}$ L,

temos:

$2{,}5 \cdot 10^{-15} \cdot 10^{-6} = n \ \ 0{,}082 \cdot (27 + 273) \ \Rightarrow \ n = 1 \cdot 10^{-22}$ mols

Portanto:

1 mol $\rightarrow$ $6{,}02 \cdot 10^{23}$ moléculas

$1 \cdot 10^{22}$ mol $\rightarrow$ x

$x = 6{,}02 \cdot 10$

$\boxed{x \simeq 60 \text{ moléculas}}$

Resposta: b

98 Na figura 1, podemos observar um recipiente de volume 2 litros, que contém ar na pressão atmosférica local (70 cm Hg), acoplado a um tubo em forma de **U** que contém mercúrio. No início, os níveis do mercúrio estão na mesma horizontal. Em seguida, é introduzida no recipiente uma porção de gelo-seco (CO_2). O recipiente é fechado. Após algum tempo, quando todo o gelo-seco passou para a fase gasosa, notamos que o mercúrio apresenta um desnível de 19 cm e a situação se estabiliza. Observe para tanto a figura 2. Despreze o volume do tubo em comparação com o do recipiente.

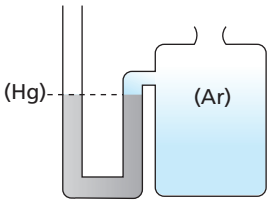


Figura 1

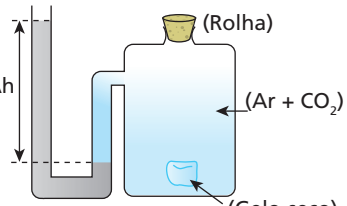


Figura 2

Todo o processo ocorre à temperatura do meio ambiente (27 °C). Supondo-se que o ar e o CO_2 comportem-se como gases perfeitos, que a pressão atmosférica normal valha 76 cm Hg e que a constante universal dos gases perfeitos valha 0,082 atm · L / mol · K, o número de mols aproximado de CO_2 existente no recipiente é:

a) 0,002.
b) 0,02.
c) 0,2.
d) 2.
e) 20.

Resolução:

De acordo com a Lei de Dalton (lei das pressões parciais), o desnível observado foi proporcionado pelo CO_2 introduzido no recipiente.

Assim, usando a Equação de Clapeyron, temos:

$p V = n R T$,

em que:

p = 19 cm Hg = 0,25 atm

T = 27 °C = 300 K

então:

$0{,}25 \cdot 2 = n \cdot 0{,}082 \cdot 300 \ \Rightarrow \ \boxed{n \simeq 0{,}02 \text{ mol}}$

Resposta: b

99 (ITA-SP) Estime a massa de ar contida em uma sala de aula. Indique claramente quais as hipóteses utilizadas e os quantitativos estimados das variáveis empregadas.

Resolução:

Uma sala de aula típica deve ter área do piso igual a 50 m^2 e pé direito (altura) de 3,0 m.

Assim:

$V = 50 \cdot 3{,}0\ (m^3)$

$V = 150\ m^3$

Considerando o ar um gás perfeito, vem:

$p V = n R T$

Adotando:

$p_0 = 1$ atm

R = 0,082 atm L/mol K

T = 27 °C = 300 K

$M_{ar} = (30\%)O_2 + (70\%)N_2 = 29{,}2 \cdot 10^{-3}$ kg

$V = 150\ m^3 = 150 \cdot 10^3$ L

Equação de Clapeyron:

$p V = n R T$

Temos:

$$1 \cdot 150 \cdot 10^3 = \frac{m}{29{,}2 \cdot 10^{-3}} \cdot 0{,}082 \cdot 300 \ \Rightarrow \ \boxed{m \simeq 178 \text{ kg}}$$

Resposta: 178 kg

100 (Fuvest-SP) Um cilindro de oxigênio hospitalar (O_2), de 60 litros, contém, inicialmente, gás a uma pressão de 100 atm e temperatura de 300 K. Quando é utilizado para a respiração de pacientes, o gás passa por um redutor de pressão, regulado para fornecer oxigênio a 3 atm, nessa mesma temperatura, acoplado a um medidor de fluxo, que indica, para essas condições, o consumo de oxigênio em litros/minuto.
Assim, determine:
a) o número $\mathbf{N_o}$ de mols de O_2, presentes inicialmente no cilindro;
b) o número **n** de mols de O_2, consumidos em 30 minutos de uso, com o medidor de fluxo indicando 5 litros/minuto.
c) o intervalo de tempo **t**, em horas, de utilização do O_2, mantido o fluxo de 5 litros/minuto, até que a pressão interna no cilindro fique reduzida a 40 atm.

Note e adote:
Considere o O_2 como gás ideal.
Suponha a temperatura constante e igual a 300 K.
A constante dos gases ideais $R \simeq 8 \cdot 10^{-2}$ litros · atm/K

Resolução:
a) Usando-se a Equação de Clapeyron, temos:

$p\,V = n\,R\,T$

$100 \cdot 60 = N_o \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 300 \Rightarrow \boxed{N_o = 250 \text{ mols}}$

b) A vazão de um certo volume **V** de gás através da válvula, em um intervalo de tempo Δt, é

$\phi = \frac{V}{\Delta t} \Rightarrow V = \phi\,\Delta t$

Aplicando-se a Equação de Clapeyron no gás que passa pela válvula nos 30 minutos, vem:

$p\,V = n\,R\,T$

$p\,\phi\,\Delta t = n\,R\,T$

$3 \cdot 5 \cdot 30 = n \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 300 \Rightarrow \boxed{n = 18{,}75 \text{ mols}}$

onde **n** representa o gás utilizado, que saiu pela válvula.

c) Cálculo de Δn:

$\frac{p_0}{n_o} = \frac{p_2}{n_2} \Rightarrow \frac{100}{250} = \frac{40}{n_2} \Rightarrow n_2 = 100 \text{ mols}$

Assim:

$\Delta n = N_o - n_2 = 250 - 100 \Rightarrow \Delta n = 150 \text{ mols}$

Na válvula, temos:

$p\,\phi\,\Delta t = \Delta n\,R\,T$

Portanto:

$3 \cdot 5 \cdot \Delta t = 150 \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 300 \Rightarrow \boxed{\Delta t = 240 \text{ min ou } 4{,}0 \text{ h}}$

Respostas: a) 250 mols; b) 18,75 mols; c) 4,0 h

101 Numa prova de laboratório, um professor de Física pegou três recipientes, **A**, **B** e **C**. Colocou em um deles hidrogênio, em outro, neônio, e, no que restou, dióxido de carbono, todos a 27 °C. Forneceu aos alunos duas tabelas, sendo uma dos mols dos referidos gases e outra associando a velocidade média quadrática das partículas do gás com o recipiente portador.

Tabela I

Gás	Mol (g)
H_2	2,0
Ne	20
CO_2	44

Tabela II

Recipiente	Velocidade média quadrática das partículas
A	412 m/s
B	1 936 m/s
C	612 m/s

Identifique o gás contido em cada recipiente.
Dado: 3R = 25 J/K · mol

Resolução:

$T = \frac{M}{3R} v^2$

Sendo T = (27 + 273) K = 300 K, vem:

$300 = \frac{M}{25} \cdot v^2 \Rightarrow M\,v^2 = 7\,500$

Para o H_2, temos: $2 \cdot 10^{-3}\,v^2 = 7\,500 \Rightarrow \boxed{v_{H_2} \simeq 1\,936 \text{ m/s}}$

$\boxed{H_2 \text{ está no recipiente B.}}$

Para o Ne, temos:

$20 \cdot 10^{-3}\,v^2 = 7\,500 \Rightarrow \boxed{v_{Ne} \simeq 612 \text{ m/s}}$

$\boxed{\text{Ne está no recipiente C.}}$

Para o CO_2, temos:

$44 \cdot 10^{-3}\,v^2 = 7\,500 \Rightarrow \boxed{v_{CO_2} \simeq 412 \text{ m/s}}$

$\boxed{CO_2 \text{ está no recipiente A.}}$

Respostas: A ⇒ CO_2; B ⇒ H_2; C ⇒ Ne

Tópico 5

1 Você já deve ter notado que ao esfregar as mãos durante algum tempo elas ficam mais quentes. Isso ocorre porque:
a) aumenta a circulação do sangue, elevando a produção de calor;
b) o movimento das mãos pode alterar a temperatura do ambiente, devido ao atrito delas com o ar;
c) o trabalho mecânico realizado pelas forças de atrito existentes entre as mãos se transforma em energia térmica, aumentando sua temperatura;
d) durante o movimento, as mãos absorvem energia térmica do ambiente, o que aumenta sua temperatura;
e) a diferença de polaridade existente entre a mão direita e a mão esquerda provoca um aquecimento em ambas.

Resolução:
No deslizamento das mãos, as forças de atrito realizam trabalho, transformando energia mecânica em energia térmica, que irá aquecê-las.

Resposta: c

2 Dos itens citados a seguir, qual é condição obrigatória para que um gás realize trabalho?
a) Variação na pressão do gás.
b) Variação no volume do gás.
c) Variação na temperatura do gás.
d) Recebimento de calor do meio externo.
e) Ocorrência de uma reação de desintegração nuclear no gás, acompanhada de liberação de energia térmica.

Resolução:
Um sistema gasoso realiza trabalho quando o seu volume aumenta.

Resposta: b

3 A primeira coluna descreve uma transformação sofrida pelo gás; a segunda contém a denominação utilizada para indicar essa transformação.

(A) O gás realiza trabalho e sua energia interna não varia.	(1) Compressão isotérmica.
(B) O gás tem sua energia interna aumentada e não troca trabalho com o meio externo.	(2) Compressão adiabática.
(C) O gás não troca calor com o meio externo, mas sua temperatura aumenta.	(3) Aquecimento isométrico.
(D) O gás recebe trabalho e sua energia interna não varia.	(4) Expansão isotérmica.

Em qual das alternativas as associações estão corretas?
a) A–1, B–2, C–3 e D–4.
b) A–4, B–2, C–1 e D–3.
c) A–4, B–3, C–2 e D–1.
d) A–3, B–1, C–4 e D–2.
e) A–2, B–4, C–1 e D–4.

Resolução:
A) Expansão isotérmica
B) Aquecimento isométrico
C) Compressão adiabática
O gás recebe energia em forma de trabalho.
D) Compressão isotérmica
Assim:
A → 4
B → 3
C → 2
D → 1

Resposta: c

4 (Enem) Considere as afirmações:
I. Calor e trabalho são formas de transferência de energia entre corpos.
II. Calor é medido necessariamente em calorias, enquanto trabalho é somente medido em joules.
III. Dez calorias valem aproximadamente 42 joules.
Pode-se afirmar que apenas:
a) I é correta.
b) II é correta.
c) III é correta.
d) I e II são corretas.
e) I e III são corretas.

Resolução:
I – **Correta**
Calor é energia térmica em trânsito.
Trabalho é energia mecânica em trânsito.
II – **Incorreta**
Tanto **calor** como **trabalho** podem ser expressos em calorias ou joules.
III – **Correta**
1 cal ≃ 4,18 J
Assim:
10 cal ≃ 42 J

Resposta: e

5 A **1ª Lei da Termodinâmica**, aplicada a uma transformação gasosa, se refere à:
a) conservação de massa do gás;
b) conservação da quantidade de movimento das partículas do gás;
c) relatividade do movimento de partículas subatômicas, que constituem uma massa de gás;
d) conservação da energia total;
e) expansão e contração do binômio espaço-tempo no movimento das partículas do gás.

Resolução:
A Primeira Lei da Termodinâmica refere-se ao Princípio da Conservação da Energia aplicada à Termodinâmica.

Resposta: d

6 E.R. Um gás perfeito sofre uma expansão, realizando um trabalho igual a 200 J. Sabe-se que, no final dessa transformação, a energia interna do sistema está com 60 J a mais que no início. Qual a quantidade de calor recebida pelo gás?

Resolução:
A **1ª Lei da Termodinâmica** dá a relação entre as grandezas referidas no problema:

$$\Delta U = Q - \tau_{gás}$$

Do texto, sabemos que:
$\tau_{gás} = +200$ J (o sistema **realizou** trabalho)
$\Delta U = +60$ J (a energia interna **aumentou**)
Assim, temos:

$$60 = Q - 200 \Rightarrow \boxed{Q = 260 \text{ J}}$$

7 Uma porção de gás perfeito está confinada por um êmbolo móvel no interior de um cilindro. Ao receber 20 kcal de calor do meio externo, o êmbolo sobe e o gás realiza um trabalho equivalente a 12 kcal. Aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica, determine a variação sofrida pela energia interna desse gás.

Resolução:
1ª Lei da Termodinâmica:
$Q = \tau + \Delta U$
$20 = 12 + \Delta U$
$\boxed{\Delta U = 8 \text{ kcal}}$

Resposta: 8 kcal

8 Um gás perfeito sofre uma expansão isotérmica ao receber do ambiente 250 J de energia em forma de calor. Qual o trabalho realizado pelo gás e qual sua variação de energia interna?

Resolução:
Isotérmica → temperatura constante:
$\boxed{\Delta U = 0}$
1ª Lei da Termodinâmica:
$Q = \tau + \Delta U$
$250 = \tau + 0$
$\boxed{\tau = 250 \text{ J}}$

Respostas: 250 J; zero

9 Analise as afirmativas a seguir:
(01) Um gás somente pode ser aquecido se receber calor.
(02) Pode-se aquecer um gás realizando-se trabalho sobre ele.
(04) Para esfriar um gás, devemos necessariamente retirar calor dele.
(08) Um gás pode receber calor do meio externo e sua temperatura permanecer constante.
(16) Numa transformação adiabática de um gás, sua temperatura pode diminuir.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:
(01) **Incorreta**
Um gás pode ser aquecido recebendo energia em forma de calor ou de trabalho.
(02) **Correta**
(04) **Incorreta**
Basta o gás realizar trabalho, que sua energia interna diminuirá.
(08) **Correta**
Se um gás realizar trabalho equivalente à energia térmica recebida, sua temperatura permanecerá constante.
(16) **Correta**
Na expansão adiabática, o gás realiza trabalho (volume aumenta), não troca calor com o meio e sua temperatura diminui (a energia interna diminui).

Resposta: 26

10 Numa expansão isobárica (pressão constante), o trabalho realizado por um gás é tanto maior quanto:
a) maior a pressão e maior a variação de volume;
b) menor a pressão e maior a variação de volume;
c) maior a pressão e maior o volume;
d) menor a pressão e menor o volume;
e) maior a pressão e menor o volume.

Resolução:
Numa transformação isobárica, o trabalho trocado pelo sistema é determinado por:
$\tau_p = p\,\Delta V$
Assim, o trabalho é tanto maior quanto maiores forem p (pressão) e ΔV (variação de volume).

Resposta: a

11 (Unitau-SP) Um gás está confinado em um cilindro provido de um pistão. O gás é então aquecido, e o pistão é mantido fixo na posição inicial. Qual é a alternativa errada?
a) A pressão do gás aumenta.
b) O trabalho realizado pelo gás é cada vez maior.
c) A força que o gás exerce no pistão é cada vez maior.
d) O gás é mantido num volume constante.
e) A energia interna do gás é cada vez maior.

Resolução:
A alternativa **errada** é a **b**. Se o volume do gás se mantém constante, não há trocas de trabalho com o meio externo.

Resposta: b

12 Determinada massa de gás perfeito sofre uma transformação, saindo de um estado inicial **A** e passando para o estado final **B**, sem que sua temperatura se altere. Essa transformação pode ser denominada:
a) isobárica;
b) isocórica;
c) isovolumétrica;
d) isotérmica;
e) adiabática.

Resolução:
Transformação gasosa a temperatura constante é denominada **isotérmica**.

Resposta: d

13 (FEI-SP) Numa transformação de um gás perfeito, os estados final e inicial acusaram a mesma energia interna. Certamente:
a) a transformação foi cíclica.
b) a transformação foi isométrica.
c) não houve troca de calor entre o gás e o ambiente.
d) são iguais as temperaturas dos estados inicial e final.
e) não houve troca de trabalho entre o gás e o ambiente.

Resolução:
A única certeza que podemos ter é de que as temperaturas inicial e final são iguais, pois $U = \frac{3}{2} n R T$.

Resposta: d

14 Analise as proposições dadas a seguir e dê como resposta o somatório dos números que correspondem às afirmativas corretas:
(01) A energia interna de dada massa de gás é função exclusiva de sua temperatura.
(02) Numa expansão isobárica, a quantidade de calor recebida é menor que o trabalho realizado.
(04) Numa transformação isocórica, a variação de energia interna do gás é igual à quantidade de calor trocada com o meio exterior.
(08) Numa transformação adiabática, o gás não troca trabalho com o meio externo.
(16) A energia interna de um sistema gasoso só não varia nas transformações adiabáticas.
(32) Numa expansão isobárica, a temperatura do gás aumenta.

Resolução:
(01) **Correta.**
(02) **Incorreta** — Numa expansão isobárica, o volume e a temperatura aumentam, enquanto a pressão permanece constante. Assim, o calor recebido deve ser maior de que o trabalho realizado.
(04) **Correta** — Numa transformação isocórica, o volume permanece constante e não há trocas de energia em forma de trabalho.
$Q = \Delta U$
(08) **Incorreta** — Na transformação adiabática, não há troca de calor com o meio externo.
(16) **Incorreta** — Na transformação adiabática, pode haver troca de energia em forma de trabalho.
(32) **Correta.**

Resposta: 37

15 Um gás perfeito sofre uma expansão isobárica, sob pressão de 5,0 N/m². Seu volume aumenta de 0,20 m³ para 0,60 m³. Qual foi a variação de energia interna do gás se, durante a expansão, ele recebeu 5,0 J de calor do ambiente?

Resolução:
$\tau_p = p \Delta V$
Sendo:
$\Delta V = (6 - 3)\ell = 3 \cdot 10^{-3}\ m^3$
Então:
$\tau_p = 5 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\ (J)$
$\tau_p = 150\ J$

Resposta: 150 J

16 Um sistema gasoso ideal sofre uma transformação isobárica de pressão igual a $5 \cdot 10^4$ N/m². Seu volume evolui de 3 L para 6 L. Determine o trabalho trocado com o meio externo.
Dado: 1 L = 1 dm³ = 10^{-3} m³

Resolução:
1ª Lei da Termodinâmica:
$Q = \tau + \Delta U$
$Q = p \Delta V + \Delta U$
$5{,}0 = 5{,}0 \cdot (0{,}60 - 0{,}20) + \Delta U$
$5{,}0 = 2{,}0 + \Delta U$
$\Delta U = 3{,}0\ J$

Resposta: 3,0 J

17 Um gás ideal monoatômico expandiu-se, realizando um trabalho sobre a vizinhança igual, em módulo, à quantidade de calor absorvida por ele durante a expansão. Sabendo-se que a energia interna de um gás ideal é proporcional a sua temperatura absoluta, pode-se afirmar que, na transformação relatada acima, a temperatura absoluta do gás:
a) necessariamente aumentou;
b) necessariamente permaneceu constante;
c) necessariamente diminuiu;
d) aumentou ou permaneceu constante;
e) diminuiu ou permaneceu constante.

Resolução:
1ª Lei da Termodinâmica:
$Q = \tau + \Delta U$
Se: $Q = \tau$
Então: $\Delta U = 0$
Se não há variação de energia interna, a temperatura do gás manteve-se constante.

Resposta: b

18 E.R. Um sistema gasoso ideal troca (recebe ou cede) com o meio externo 150 cal em forma de calor. Determine, em joules, o trabalho trocado com o meio, em cada um dos casos:
a) expansão isotérmica;
b) compressão isotérmica;
c) aquecimento isométrico.
Dado: 1 cal = 4,18 J

Resolução:
Nas transformações isotérmicas, não há variação de temperatura e, em consequência, a energia interna do sistema mantém-se constante ($\Delta U = 0$).
Da **1ª Lei da Termodinâmica**, $\Delta U = Q - \tau_{gás}$, vem:

$$Q = \tau_{gás}$$

Então, se o sistema recebe calor, realiza um trabalho de igual valor. Se cede calor, é porque recebe igual quantidade de energia em forma de trabalho.

a) Na expansão, o volume aumenta e o sistema realiza trabalho ($\tau_{gás} > 0$), recebendo calor ($Q > 0$).
Daí, temos:

$$\tau_{gás} = Q = 150\ cal$$

Transformando caloria em joule, vem:

$$\tau_{gás} = J\,Q \Rightarrow \tau_{gás} = 4{,}18 \cdot 150$$

$$\boxed{\tau_{gás} = 627\ J}$$

b) Na compressão, o volume diminui e o sistema recebe trabalho ($\tau_{gás} < 0$), cedendo calor ($Q < 0$).
Daí, temos:

$$\tau_{gás} = Q = -150\ cal$$

Transformando caloria em joule, vem:

$$\boxed{\tau_{gás} = -627\ J}$$

c) Nas transformações isométricas, o volume permanece constante e não há trabalho trocado com o meio externo.
Então:

$$\boxed{\tau_{gás} = 0}$$

19 Um sistema termodinâmico, constituído por um gás perfeito, troca 400 cal de calor com o meio externo. Determine a variação de energia interna do sistema, em cada um dos casos:
a) aquecimento isocórico;
b) resfriamento isométrico;
c) expansão isotérmica.

Resolução:
a) Aquecimento → sistema recebe calor
isocórico → volume constante ($\tau = 0$)
$Q = \tau + \Delta U$

$$\boxed{\Delta U = Q = 400\ cal}$$

b) Resfriamento → sistema cede calor
isométrico → volume constante ($\tau = 0$)
$Q = \tau + \Delta U$

$$\boxed{\Delta U = Q = -400\ cal}$$

O sinal negativo indica que o calor foi cedido.

c) Expansão → aumento de volume
isotérmica → temperatura constante ($\Delta U = 0$)

$$\boxed{\Delta U = 0}$$

Respostas: a) 400 cal; b) –400 cal; c) Zero

20 Numa transformação termodinâmica, um gás ideal troca com o meio externo 209 J em forma de trabalho. Determine, em calorias, o calor que o sistema troca com o meio externo, em cada um dos casos:
a) expansão isotérmica;
b) compressão isotérmica;
c) expansão adiabática.
Dado: 1 cal = 4,18 J

Resolução:

$$\tau = \frac{209}{4{,}18}\ cal = 50\ cal$$

a) Expansão → aumento de volume ($\tau > 0$)
isotérmica → temperatura constante ($\Delta U = 0$)
$Q = \tau + \Delta U$

$$\boxed{Q = \tau = 50\ cal}$$

b) Compressão → diminuição de volume ($\tau < 0$)
isotérmica → temperatura constante ($\Delta U = 0$)

$$\boxed{Q = \tau = -50\ cal}$$

c) Expansão → aumento de volume ($\tau > 0$)
adiabática → sem trocar calor com o meio externo ($Q = 0$)

$$\boxed{Q = 0}$$

Respostas: a) 50 cal; b) –50 cal; c) Zero

21 Leia com atenção e identifique a alternativa correta.
a) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema não troca calor com o meio externo.
b) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema cede um valor de calor menor que o valor do trabalho que recebe.
c) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, sempre ocorre variação da energia interna do gás.
d) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema realiza trabalho; portanto, não recebe calor.
e) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema recebe trabalho, que é integralmente transformado em calor.

Resolução:
a) **Incorreta**
Isotérmica → $\Delta U = 0$
Assim:
$Q = \tau + \Delta U$

$$\boxed{Q = \tau \neq 0}$$

Compressão → sistema recebe trabalho

b) **Incorreta**

$$\boxed{Q = \tau}$$, pois $\Delta U = 0$

c) **Incorreta**
Isotérmica → $\boxed{\Delta U = 0}$

d) **Incorreta**
Compressão → o sistema recebe trabalho

e) **Correta**

Resposta: e

22 (Ufla-MG) A Termodinâmica faz nítida distinção entre o objeto de seu estudo, chamado **sistema**, e tudo aquilo que o envolve e pode interagir com ele, chamado **meio**. Considere um sistema constituído por certa quantidade de um gás ideal contido em um recipiente de paredes móveis e não-adiabáticas e indique a alternativa incorreta.
a) Para que o gás realize uma expansão isobárica, é necessário que o sistema receba certa quantidade de calor do meio.
b) Para que o gás sofra uma expansão isotérmica, é necessário que o sistema receba calor do meio, o qual é convertido em trabalho.
c) Em uma compressão adiabática do gás, o meio realiza trabalho sobre o sistema, com consequente aumento da energia interna do gás.
d) Para que o gás sofra um aumento de pressão a volume constante, é necessário que o sistema rejeite certa quantidade de calor para o meio.
e) Em uma compressão isobárica, o gás tem sua temperatura e sua energia interna diminuídas.

Resolução:
Para que o gás sofra aumento de pressão a volume constante, é necessário que o sistema **receba** calor do meio.

Resposta: d

23 (Enem) Um sistema termodinâmico cede 200 J de calor ao ambiente, enquanto sobre o sistema se realiza trabalho de 300 J. Nessas condições, a variação de sua energia interna é, em joules, de:
a) –500. b) –100. c) 100. d) 250. e) 500.

Resolução:
$Q = \tau + \Delta U$
$-200 = -300 + \Delta U$
$\boxed{\Delta U = +100 \text{ J}}$
Resposta: c

24 (UFMS) Um cilindro, fechado por um êmbolo, encerra o volume de $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ m³ de um gás ideal à pressão de $2{,}0 \cdot 10^5$ Pa. O sistema recebe de uma fonte quente $5{,}0 \cdot 10^3$ J de calor. O êmbolo desloca-se de modo que o volume do gás seja duplicado num processo isobárico.
Ao final do processo, pode-se afirmar que:
(01) não houve qualquer variação da energia interna do sistema.
(02) o calor fornecido pela fonte quente foi totalmente armazenado sob a forma de energia interna do sistema.
(04) o trabalho realizado pelo sistema sobre o meio foi de $2{,}0 \cdot 10^3$ J.
(08) o aumento da energia interna do sistema foi de $3{,}0 \cdot 10^3$ J.
(16) o calor fornecido pela fonte quente foi totalmente transformado em trabalho realizado pelo sistema sobre o meio.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:
(01) **Incorreta**
Se o volume duplicou $\rightarrow \Delta V = V_0 = 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ m³
Portanto:
$\tau_p = p\,\Delta V = 2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ J
$\tau_p = 2{,}0 \cdot 10^3$ J
Da 1ª Lei da Termodinâmica, temos:
$\Delta U = Q - \tau$
$\Delta U = 5{,}0 \cdot 10^3 - 2{,}0 \cdot 10^3$ J
$\boxed{\Delta U = 3{,}0 \cdot 10^3 \text{ J}}$
A energia interna do gás aumentou, provocando aumento da sua temperatura.
(02) **Incorreta.**
Uma parcela do calor recebido pelo gás retorna ao meio externo em forma de trabalho.
(04) **Correta.**
$\tau_p = p\,\Delta V = 2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ (J)
$\boxed{\tau_p = 2{,}0 \cdot 10^3 \text{ J}}$
(08) **Correta.**
$\Delta U = Q - \tau$
$\Delta U = 5{,}0 \cdot 10^3 - 2{,}0 \cdot 10^3$ J
$\boxed{\Delta U = 3{,}0 \cdot 10^3 \text{ J}}$
(16) **Incorreta.**
Uma parcela do calor recebido é utilizada para aumentar a energia interna do gás.
Portanto, a soma dos números correspondentes às afirmações verdadeiras é 12.
Resposta: 12

25 E.R. Um gás perfeito sofre uma expansão isobárica, trocando com o meio externo 500 cal em forma de calor e 300 cal em forma de trabalho. Determine a variação da energia interna do sistema.

Resolução:
Como o gás sofre uma expansão, seu volume aumenta e ele realiza trabalho ($\tau_{gás} = +300$ cal).
Da **Equação de Clapeyron** para os gases perfeitos, $p\,V = n\,R\,T$, observamos que, sendo isobárica ($p = cte$) a transformação, quando o volume aumenta, a temperatura absoluta também aumenta, provocando aumento de energia interna ($\Delta U > 0$).
Daí concluirmos que o sistema recebe calor ($Q = +500$ cal), que será parcialmente transformado em trabalho realizado, sendo o restante usado para aumentar a energia interna do sistema.
Portanto, da **1ª Lei da Termodinâmica**, $\Delta U = Q - \tau_{gás}$, vem:

$$\Delta U = 500 - 300$$

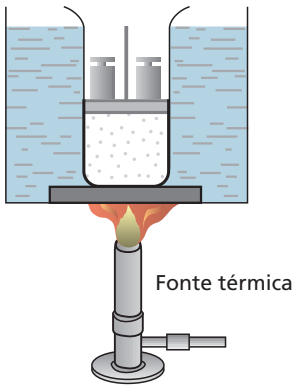
$$\boxed{\Delta U = +200 \text{ cal}}$$

O sinal positivo indica que houve aumento na energia interna do sistema.

26 (UFMG) Em uma transformação isobárica de um gás perfeito, mantido a $2{,}0 \cdot 10^5$ N/m² de pressão, forneceram-se 1 500 J de calor e provocou-se um aumento de volume de 3,0 litros. Em joules, qual foi a variação da energia interna do gás?

Resolução:
$\tau_p = p\,\Delta V$
$\tau_p = 2{,}0 \cdot 10^5 \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-3}$ (J)
$\tau_p = 600$ J
Assim:
$Q = \tau + \Delta U$
$1\,500 = 600 + \Delta U$
$\boxed{\Delta U = 900 \text{ J}}$
Resposta: 900 J

27 (UFBA) Para aquecer lentamente o gás contido em um recipiente provido de êmbolo móvel, utiliza-se o sistema de banho-maria, conforme a figura abaixo.



Considerando-se que os pesos são mantidos sobre o êmbolo, o gás, ao expandir-se:
(01) desloca o êmbolo com velocidade constante.
(02) sofre acréscimo de energia interna.
(04) mantém sua pressão constante.
(08) tem seu estado termodinâmico descrito exclusivamente pela temperatura.
(16) converte integralmente em trabalho o calor recebido da fonte térmica.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:
(01) **Correta** — A expansão do gás se processa a pressão praticamente constante.
(02) **Correta** — A temperatura do gás aumenta.
(04) **Correta** — A transformação é uma expansão isobárica.
(08) **Incorreta**
(16) **Incorreta** — O calor recebido é utilizado para aquecimento do gás e para realização de trabalho.

Resposta: 07

28 Um estudante manuseava uma bomba manual (metálica) de encher bola de futebol. Mantendo o orifício de saída do ar tapado com seu dedo, ele comprimia rapidamente o êmbolo e observava que o ar dentro da bomba era aquecido.
Das afirmativas a seguir, qual você usaria para explicar o fenômeno descrito?
a) Quando se comprime um gás, sua temperatura sempre aumenta.
b) Quando se comprime rapidamente um gás, facilita-se a troca de calor entre o ar que está dentro da bomba e o meio externo.
c) Devido à rapidez da compressão, o ar que está dentro da bomba não troca calor com o meio externo; assim, o trabalho realizado provoca aumento da energia interna desse ar.
d) A compressão rápida do ar foi feita isobaricamente, provocando aumento na velocidade de suas partículas.
e) O fenômeno descrito é impossível de ocorrer, pois, sendo o corpo da bomba metálico, qualquer energia que seja fornecida para o ar interno será imediatamente transferida para o meio externo.

Resolução:
O ar, sendo comprimido rapidamente, não troca calor com o meio externo (compressão adiabática); assim, a energia recebida em forma de trabalho será utilizada para aumento da energia interna do sistema (aquecimento).

Resposta: c

29 (UEM-PR) Um experimento para se determinar se a energia interna de um gás ideal depende ou não do volume foi realizado por Joule (1818-1889). O sistema utilizado por ele está esquematizado na figura a seguir. No estado inicial, o compartimento da esquerda está cheio de gás e o da direita está evacuado. Os dois compartimentos estão ligados por uma torneira que, no início do experimento, está fechada. O sistema todo está termicamente isolado das suas vizinhanças por paredes rígidas, de modo que não há troca térmica entre o sistema e o exterior. Quando a torneira é aberta, o gás escoa para o compartimento evacuado e, consequentemente, não realiza trabalho. Depois de certo tempo, o gás atinge o equilíbrio termodinâmico com o sistema. Baseado na primeira lei da termodinâmica e na equação dos gases ideais, ao final do experimento, Joule conclui, corretamente, que:
01) o volume ocupado pelo gás diminui.
02) a temperatura do gás diminui.
04) a pressão exercida pelo gás diminui.
08) a energia interna do gás diminui.
16) o número de mols do gás diminui.
32) não é fornecido calor ao gás.

Sistema no estado inicial

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:
(01) **Incorreta** — O volume ocupado pelo gás aumenta.
(02) **Incorreta** — Como na expansão o gás não realizou trabalho (expansão livre), a energia interna permaneceu constante e a temperatura não sofreu alteração.
(04) **Correta** — Se o volume aumenta, a temperatura se mantém constante, então a pressão do gás diminui.
(08) **Incorreta** — Na expansão livre, a energia interna do gás não sofre alteração.
(16) **Incorreta** — O total de partículas na parte interna se mantém constante.
(32) **Correta.**

Resposta: 36

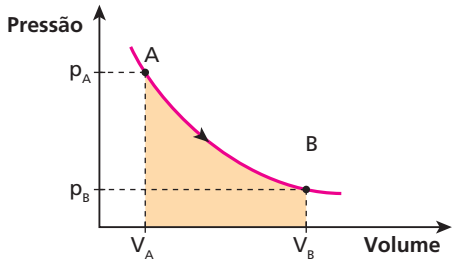
30 (Unesp-SP) Um pistão com êmbolo móvel contém 2 mol de O_2 e recebe 581 J de calor. O gás sofre uma expansão isobárica na qual seu volume aumentou de 1,66 ℓ, a uma pressão constante de 10^5 N/m^2. Considerando que nessas condições o gás se comporta como gás ideal, utilize R = 8,3 J/mol · K e calcule:
a) a variação de energia interna do gás;
b) a variação de temperatura do gás.

Resolução:
a) Usando a 1ª Lei da Termodinâmica, temos:
$Q = \tau + \Delta U$
Numa expansão isobárica (pressão constante), o trabalho (τ) realizado pelo gás é determinado por:
$\tau_p = p\,\Delta V$
Assim,
$Q = p\,\Delta V + \Delta U$
$581 = 10^5 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-3} + \Delta U$
$\Delta U = 581 - 166$ (J)
$\boxed{\Delta U = 415\ J}$

b) Usando a Equação de Clapeyron, nessa expansão isobárica, temos:
$p\,\Delta V = n\,R\,\Delta T$
$10^5 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 8{,}3 \cdot \Delta T$
$\boxed{\Delta T = 10\ K}$ ou $\boxed{\Delta T = 10\ °C}$

Respostas: a) 415 J; b) 10 K ou 10 °C

31 O diagrama pressão × volume a seguir mostra uma transformação isotérmica sofrida por 1 mol de gás perfeito.



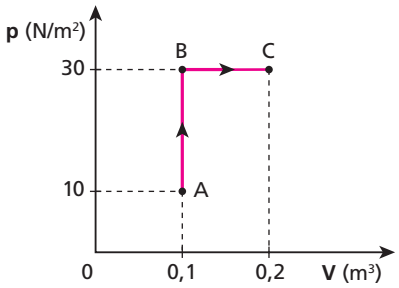
A área destacada mede:
a) a variação de pressão do gás;
b) a variação de energia interna do gás;
c) o trabalho realizado pelo gás;
d) o calor cedido pelo gás;
e) o calor específico do gás medido à temperatura constante.

Resolução:
A área destacada mede o trabalho trocado entre o sistema gasoso e o meio externo.

$[\text{área}] \overset{N}{=} \tau$

Resposta: c

32 **E.R.** Um gás perfeito passa do estado representado por **A**, no gráfico, para os estados representados por **B** e **C**:

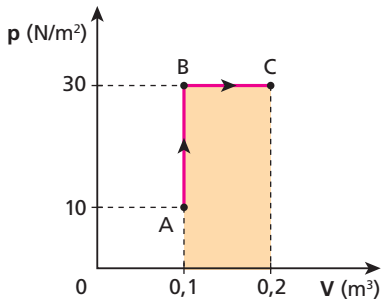


Determine o trabalho realizado pelo gás, em joules, nas transformações:
a) **A** para **B**; b) **B** para **C**; c) **ABC**.

Resolução:
a) Na transformação AB, não há troca de trabalho com o meio externo, pois o volume do sistema mantém-se constante:

$$\tau_{AB} = 0$$

b) Na transformação BC, o trabalho realizado (o volume do sistema aumenta) pelo gás é igual à "área" sob o gráfico:



"Área" = τ_{BC}

$\tau_{BC} = 30 \cdot (0{,}2 - 0{,}1)$

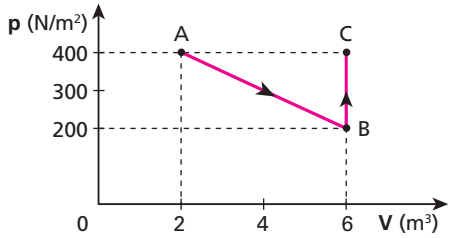
$$\tau_{BC} = 3\ \text{J}$$

c) O trabalho total na transformação ABC é a soma algébrica dos trabalhos nas transformações AB e BC. Assim:

$$\tau_{ABC} = \tau_{AB} + \tau_{BC} \Rightarrow \tau_{ABC} = 0 + 3$$

$$\tau_{ABC} = 3\ \text{J}$$

33 Um gás perfeito sofre a transformação ABC indicada no diagrama pressão (**p**) × volume (**V**) a seguir:



Determine o trabalho do sistema nas transformações:
a) **A** para **B**; b) **B** para **C**; c) **ABC**.

Resolução:
a) $\tau_{AB} \overset{N}{=} [\text{área}]_A^B$

$$\tau_{AB} = \frac{(400 + 200) \cdot (6 - 2)}{2}\ (\text{J})$$

$$\tau_{AB} = 1\,200\ \text{J}$$

b) $\tau_{BC} = 0$
O volume do gás permanece constante.

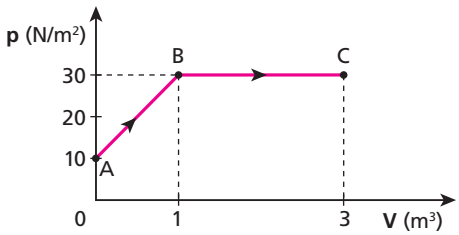
c) $\tau_{ABC} = \tau_{AB} + \tau_{BC}$

$\tau_{ABC} = 1\,200 + 0$

$$\tau_{ABC} = 1\,200\ \text{J}$$

Respostas: a) 1 200 J; b) zero; c) 1 200 J

34 (PUC-SP) O gráfico pressão (**p**) × volume (**V**) representa as transformações AB e BC experimentadas por um gás ideal:



Qual o trabalho mecânico realizado pelo gás durante a expansão de **A** até **C**? Dê a resposta em joules.

Resolução:

$\tau \overset{N}{=} [\text{área}]$

$\tau_{ABC} = \tau_{AB} + \tau_{BC}$

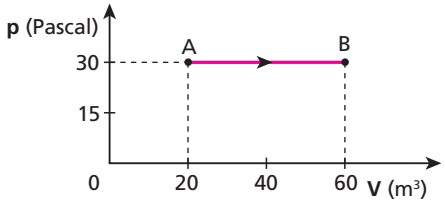
$$\tau_{ABC} = \frac{(30 + 10) \cdot 1}{2} + 30 \cdot (3 - 1)\ (\text{J})$$

$\tau_{ABC} = 20 + 60\ (\text{J})$

$$\tau_{ABC} = 80\ \text{J}$$

Resposta: 80 J

35 No processo isobárico indicado no gráfico, um gás perfeito recebeu 3 000 J de energia do ambiente.



Que variação ocorreu na energia interna desse gás?

Resolução:

$\tau \overset{N}{=}$ [área]

$\tau_{AB} = 30 \cdot (60 - 20)$ (J)

$\tau_{AB} = 1\,200$ (J)

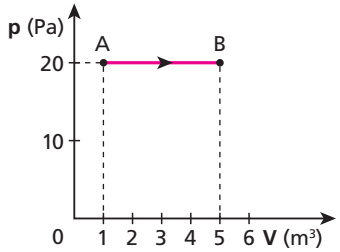
$Q = \tau + \Delta U$

$3\,000 = 1\,200 + \Delta U$

$\boxed{\Delta U_{AB} = 1\,800 \text{ J}}$

Resposta: 1 800 J

36 Uma amostra de gás perfeito recebe de uma fonte térmica 200 J de energia em forma de calor, expandindo-se isobaricamente, conforme indica o gráfico a seguir, indo do estado **A** para o estado **B**.



Qual a variação da energia interna do gás para essa transformação?

Resolução:

$\tau_{AB} \overset{N}{=}$ [área]

$\tau_{AB} = 20 \cdot (5 - 1)$ (J)

$\tau_{AB} = 80$ (J)

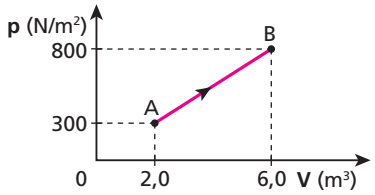
$Q = \tau + \Delta U$

$200 = 80 + \Delta U$

$\boxed{\Delta U_{AB} = 120 \text{ J}}$

Resposta: 120 J

37 Um sistema termodinâmico constituído de certa massa de gás perfeito recebe calor de uma fonte térmica, num total de 8 500 J. Em consequência, o gás se expande, sofrendo a transformação AB representada no diagrama pressão (**p**) × volume (**V**) a seguir:



A respeito da transformação AB, responda:

a) Qual é o trabalho do sistema? É trabalho realizado ou recebido? Justifique.

b) Qual é a variação de energia interna? A energia interna aumentou ou diminuiu? Justifique.

Resolução:

a) $\tau \overset{N}{=}$ [área]

$\tau_{AB} = \dfrac{(800 + 300) \cdot (6{,}0 - 2{,}0)}{2}$ (J)

$\boxed{\tau_{AB} = 2\,200 \text{ J}}$

Como o volume do gás aumentou, ele realizou trabalho.

b) $\Delta U_{AB} = U_B - U_A$

$\Delta U_{AB} = \dfrac{3}{2} P_B V_B - \dfrac{3}{2} P_A V_A$

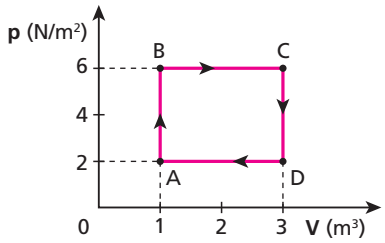
$\Delta U_{AB} = \dfrac{3}{2} (800 \cdot 6{,}0 - 300 \cdot 2{,}0)$ (J)

$\boxed{\Delta U_{AB} = 6\,300 \text{ J}}$

A energia interna do gás aumentou, pois sua temperatura também aumentou.

Respostas: a) Realizado, 2 200 J; b) Aumentou, 6 300 J

38 Uma amostra de gás perfeito sofre uma transformação cíclica ABCDA, conforme está representado no diagrama.



Qual o trabalho, em joules, realizado pelo gás?

Resolução:

$\tau_{ciclo} \overset{N}{=}$ [área interna]

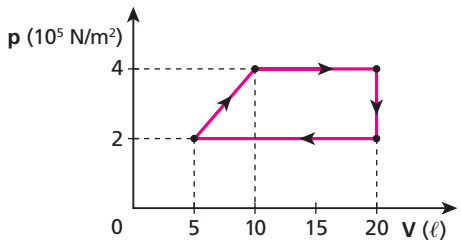
Assim:

$\tau_{ABCDA} = (6 - 2) \cdot (3 - 1)$ (J)

$\boxed{\tau_{ABCDA} = 8 \text{ J}}$

Resposta: 8 J

39 (PUC-MG) A transformação cíclica representada no diagrama a seguir mostra o que ocorreu com uma massa de gás perfeito.



Qual o trabalho realizado por esse gás em cada ciclo? Dê a resposta em joules.

Resolução:

$\tau_{ciclo} \overset{N}{=}$ [área interna]

Atenção que:

$1\ \ell = 1\ dm^3 = 10^{-3}/m^3$

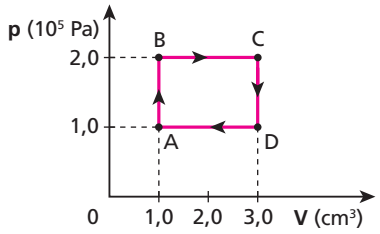
Assim:

$$\tau_{ciclo} = \frac{[(20-5)+(20-10)]\cdot 10^{-3}\cdot(4-2)\cdot 10^5}{2}\ (J)$$

$$\boxed{\tau_{ciclo} = 2{,}5\cdot 10^3\ J}$$

Resposta: $2{,}5\cdot 10^3$ J

40 (Fatec-SP) Um sistema termodinâmico, constituído de certa massa de gás perfeito, realiza a cada segundo 100 ciclos ABCDA. O diagrama a seguir mostra a evolução de um ciclo ABCDA.



Qual a potência desse sistema? Dê a resposta na unidade watt.

Resolução:

$\tau_{ciclo} \overset{N}{=}$ [área interna]

$\tau_{ciclo} = (20-1{,}0)\cdot 10^5\cdot(3{,}0-1{,}0)\cdot 10^{-6}\ (J)$

$\tau_{ciclo} = 0{,}2\ J$

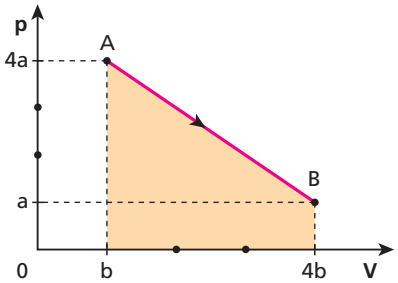
Portanto:

$$Pot = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{100\cdot 0{,}2}{1}\ (W)$$

$$\boxed{Pot = 20\ W}$$

Resposta: 20 W

41 (Unip-SP) O gráfico a seguir representa a pressão em função do volume para 1 mol de um gás perfeito:



O gás vai do estado **A** para o estado **B** segundo a transformação indicada no gráfico. Indique a opção correta:

a) A transformação indicada é isotérmica.

b) A área assinalada na figura mede a variação de energia interna do gás.

c) Na transformação de **A** para **B** o gás recebe um calor **Q**, realiza um trabalho τ, de modo que $|Q| = |\tau|$.

d) A transformação de **A** para **B** é adiabática porque não houve acréscimo de energia interna do gás.

e) A área assinalada na figura não pode ser usada para se medir o calor recebido pelo gás.

Resolução:

a) **Incorreta.**
Apesar de as temperaturas inicial (T_A) e final (T_B) serem iguais, as temperaturas intermediárias são diferentes.

b) **Incorreta.**
[área] $\overset{N}{=} \tau$

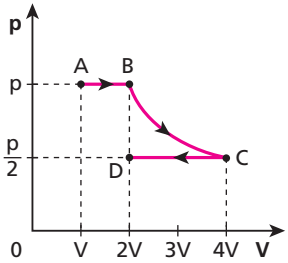
c) **Correta.**
Se $T_A = T_B$, temos $\Delta U_{AB} = 0$
Assim: $\boxed{|Q| = |\tau|}$

d) **Incorreta.**
O sistema recebe calor, que é transformado em trabalho.

e) **Incorreta.**
[área] $\overset{N}{=} \tau$ e $\boxed{|\tau| = |Q|}$

Resposta: c

42 **E.R.** Um gás perfeito monoatômico sofre o conjunto de transformações indicadas no esquema:



a) Sendo **T** a temperatura absoluta do gás em **A**, qual é a sua temperatura em **D**?

b) Sendo **n** o número de mols e **R** a constante universal dos gases perfeitos, qual é a variação de energia interna do gás ao passar do estado **A** para o **D**?

c) Qual é a razão entre os trabalhos do gás nas transformações AB e CD?

Resolução:

a) Como o número de mols do gás não varia, podemos aplicar a **Lei geral dos Gases Perfeitos**:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_D V_D}{T_D}$$

Assim, temos:

$$\frac{p\,V}{T} = \frac{\frac{p}{2}\,2V}{T_D} \Rightarrow \boxed{T_D = T}$$

b) Como as temperaturas T_A e T_D são iguais, concluímos que a variação de energia interna é nula:

$$\boxed{\Delta U_{AD} = 0}$$

c) Na transformação AB, o volume aumenta e o sistema realiza trabalho ($\tau_{AB} > 0$) igual à "área" encontrada sob o gráfico:

$$\tau_{AB} = +p\,V$$

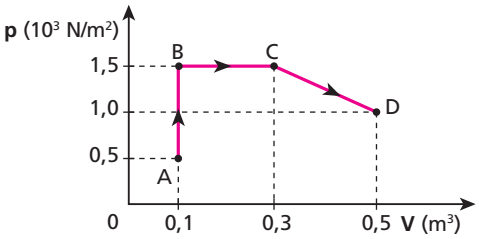
Na transformação CD, o volume diminui e o sistema recebe trabalho ($\tau_{CD} < 0$) igual a:

$$\tau_{CD} = -\frac{p}{2}\,2V \Rightarrow \tau_{CD} = -p\,V$$

Assim, a razão entre esses trabalhos é dada por:

$$\frac{\tau_{AB}}{\tau_{CD}} = \frac{+p\,V}{-p\,V} = -1 \Rightarrow \boxed{\frac{\tau_{AB}}{\tau_{CD}} = -1}$$

43 Um sistema gasoso ideal, ao receber 293 cal, evolui do estado **A** para o estado **D**, conforme o gráfico:



Determine:
a) o trabalho do gás em cada transformação: AB, BC e CD;
b) a variação da energia interna na transformação ABCD;
c) a temperatura do gás no ponto **D**, sabendo que no ponto **C** era de –3 °C.

Dado: 1 cal = 4,18 J

Resolução:

a) $\boxed{\tau_{AB} = 0}$

O volume do gás permaneceu constante de **A** para **B**.

$\tau_{BC} \overset{N}{=} [\text{área}]_B^C$

$\tau_{BC} = 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot (0{,}3 - 0{,}1)$ (J)

$\boxed{\tau_{BC} = 300 \text{ J}}$

$\tau_{CD} \overset{N}{=} [\text{área}]_C^D$

$\tau_{CD} = \dfrac{(1{,}5 \cdot 10^3 + 1{,}0 \cdot 10^3) \cdot (0{,}5 - 0{,}3)}{2}$ (J)

$\boxed{\tau_{CD} = 250 \text{ J}}$

b) 1ª Lei da Termodinâmica:

$Q = \tau + \Delta U$

$293 \cdot 4{,}18 = (0 + 300 + 250) + \Delta U$

$\boxed{\Delta U \simeq 675 \text{ J}}$

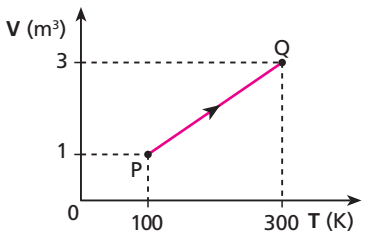
c) Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_D V_D}{T_D} = \frac{p_C V_C}{T_C}$$

$$\frac{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5}{T_D} = \frac{1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}3}{(-3 + 273)} \Rightarrow \boxed{T_D = 300 \text{ K} = 27 \text{ °C}}$$

Respostas: a) Zero, 300 J, 250 J; b) 675 J; c) 27 °C

44 (Mack-SP) Uma amostra de gás perfeito sofre uma transformação isobárica sob pressão de 60 N/m², como ilustra o diagrama. Admita que, na transformação, o gás recebe uma quantidade de calor igual a 300 J.



Qual foi a variação da energia interna do gás?

Resolução:

A resolução pode ser feita de duas maneiras:

1ª maneira:

$\Delta U = U_Q - U_P$

Como, para um gás perfeito, vale a relação:

$$U = \frac{3}{2} n R T = \frac{3}{2} p V$$

temos:

$$\Delta U = \left(\frac{3}{2} p V\right)_Q - \left(\frac{3}{2} p V\right)_P$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} p \Delta V = \frac{3}{2} \cdot 60 \cdot (3 - 1)$$

$\boxed{\Delta U = 180 \text{ J}}$

2ª maneira:

1ª Lei da Termodinâmica

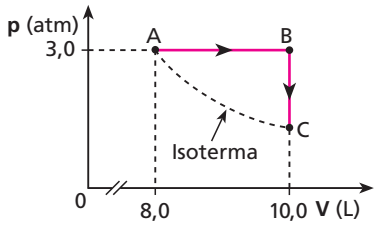
$\Delta U = Q - \tau \Rightarrow \Delta U = Q - p \Delta V \Rightarrow \Delta U = 300 - 60 \cdot (3 - 1)$

$\Delta U = 300 - 120$

$\boxed{\Delta U = 180 \text{ J}}$

Resposta: 180 J

45 (Unicamp-SP) Um mol de gás ideal sofre a transformação A → B → C indicada no diagrama pressão × volume da figura:



a) Qual é a temperatura do gás no estado **A**?
b) Qual é o trabalho realizado pelo gás na expansão A → B?
c) Qual é a temperatura do gás no estado **C**?

Dados: R (constante dos gases) = 0,082 atm L/mol K ou
R = 8,3 J/mol K

Resolução:

a) Em **A**:

Equação de Clapeyron:

$p V = n R T$

$3{,}0 \cdot 8{,}0 = 1 \cdot 0{,}082 \ T_A$

$\boxed{T_A \simeq 293 \text{ K}}$

b) $\tau_{AB} \overset{N}{=} [\text{área}]$

$\tau_{AB} = 3{,}0 \cdot 10^5 \cdot (10{,}0 - 8{,}0) \cdot 10^{-3}$

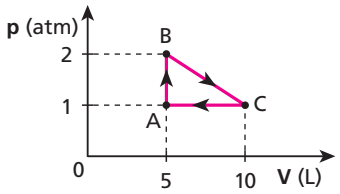
$\boxed{\tau_{AB} = 6{,}0 \cdot 10^2 \text{ J}}$

c) $T_C = T_A$ (estão na mesma isoterma)

$\boxed{T_C \simeq 293 \text{ K}}$

Respostas: a) 293 K; b) $6{,}0 \cdot 10^2$ J; c) 293 K

46 **E.R.** Certa massa de gás ideal desenvolve o ciclo indicado na figura:



Determine:

a) o trabalho realizado pelo gás ao percorrer o ciclo uma vez;

b) a potência desenvolvida, sabendo que a duração de cada ciclo é de 0,5 s;

c) o ponto onde a energia interna do sistema é máxima e onde é mínima.

Dados: 1 atm = 10^5 N/m^2;
1 L = 1 dm^3 = 10^{-3} m^3.

Resolução:

a) Num ciclo, o trabalho do sistema é igual a sua "área" interna:

$$\tau_{ABC} = \frac{5\text{ L}\cdot 1\text{ atm}}{2} = \frac{5\cdot 10^{-3}\text{ m}^3 \cdot 1\cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}$$

$$\boxed{\tau_{ABC} = 250\text{ J}}$$

Como o ciclo tem sentido horário, o sistema realiza trabalho e seu sinal é positivo.

b) A potência desenvolvida é dada por:

$$\text{Pot} = \frac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow \text{Pot} = \frac{250\text{ J}}{0{,}5\text{ s}} \Rightarrow \boxed{\text{Pot} = 500\text{ W}}$$

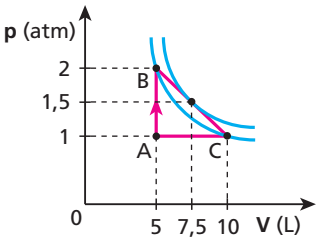
c) Como a energia interna de um gás ideal é função de sua temperatura, podemos afirmar:

I. A energia interna é mínima onde a temperatura também é mínima.

Da Equação de Clapeyron, p V = n R T, observamos que a temperatura absoluta de um gás perfeito é mínima onde o produto pressão × volume é mínimo.

Assim, do gráfico temos que a energia interna desse gás ideal é mínima no ponto **A**.

II. A energia interna é máxima onde a temperatura e o produto p × V são máximos.



Do gráfico, notamos que o produto p × V é o mesmo nos pontos **B** e **C**, o que indica temperaturas iguais, sendo que a mesma isoterma passa por ambos.

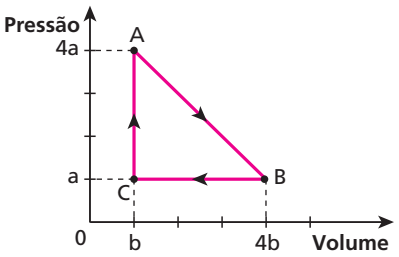
Existe, no entanto, outra isoterma mais afastada dos eixos, que toca o ponto médio do segmento BC. É nesse ponto que a energia interna do sistema é máxima.

Lembremos que, quanto mais afastada dos eixos se encontra uma isoterma, maior é a temperatura associada a ela.

47 (Unip-SP) Para 1 mol de um gás perfeito, submetido a uma pressão **p** e ocupando um volume **V**, a temperatura absoluta **T** e a energia interna **U** são dadas por:

$$T = \frac{p\,V}{R} \quad \text{e} \quad U = \frac{3}{2}\,p\,V$$

Considere uma amostra de 1 mol de gás perfeito, sofrendo as transformações AB, BC e CA indicadas no diagrama pressão × volume:



Analise as proposições que se seguem:

I. Nos estados **A** e **B**, a energia interna do gás é a mesma, o que nos leva a concluir que, na transformação AB, não ocorreu troca de energia entre o gás e o meio externo.

II. Em todo o ciclo, a temperatura é mínima no estado **C**.

III. Nos estados **A** e **B**, a temperatura é a mesma.

IV. Na transformação BC, a energia interna do gás vai diminuindo, o que significa que o gás está cedendo energia para o meio externo.

Estão corretas apenas:

a) II, III e IV. b) I, II e III. c) I e IV. d) II e III. e) II e IV.

Resolução:

I) **Incorreta.**
De **A** para **B** o volume do gás aumenta e ele realiza τ. Como a variação de energia interna é nula, o gás recebe calor e devolve essa energia para o meio externo em forma de trabalho.

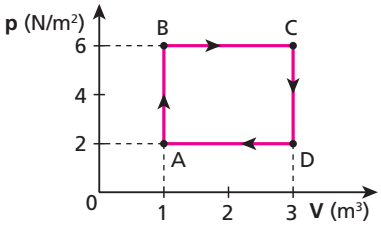
II) **Correta.**
$U = \frac{3}{2} n R T = \frac{3}{2} p V$
Observe que o produto pressão × volume é mínimo no ponto **C**.

III) **Correta.**
$U = \frac{3}{2} n R T = \frac{3}{2} p V$
As temperaturas são iguais nos pontos em que os produtos p V são iguais.
$p_A V_A = 4ab$
$p_B V_B = 4ab$
Assim: $T_A = T_B$

IV) **Correta.**
Na transformação BC, o produto p V, a temperatura e a energia interna diminuem. O gás recebe trabalho (volume diminui) e a energia interna diminui; toda essa energia sai do sistema na forma de calor.

Resposta: a

48 Um gás perfeito desenvolve uma transformação cíclica ABCDA, como mostra a figura:



Determine:
a) o trabalho, em joules, realizado pelo gás no ciclo ABCDA;
b) o ponto do ciclo em que a energia interna do sistema é máxima e o ponto onde é mínima.

Resolução:

a) $\tau_{ciclo} \overset{N}{=}$ [área interna]

$\tau_{ABCDA} = (6 - 2) \cdot (3 - 1)$ (J)

$\boxed{\tau_{ABCDA} = 8\ J}$

b) A energia interna é máxima no ponto de temperatura máxima. Nesse ponto, o produto pressão × volume é máximo.

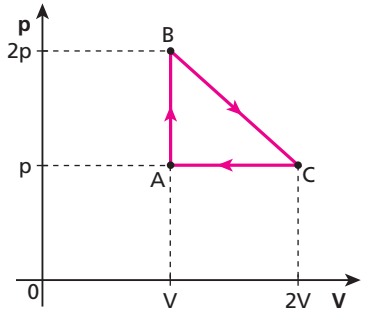
$\boxed{U_{máx} \rightarrow C}$

Da mesma forma, a energia interna é mínima onde o produto p V é mímino:

$\boxed{U_{mín} \rightarrow A}$

Respostas: a) 8 J; b) C; A

49 Um recipiente de volume ajustável contém **n** mols de moléculas de um gás ideal. Inicialmente, o gás está no estado **A**, ocupando um volume **V** à pressão **p**. Em seguida, o gás é submetido à transformação indicada na figura.



Calcule o calor absorvido pelo gás na transformação cíclica ABCA.

Resolução:

Numa transformação cíclica, a variação de energia interna ΔU é nula (ΔU = 0).

Usando-se a 1ª Lei da Termodinâmica:

$Q = \tau + \Delta U$

$Q = \tau$

Assim:

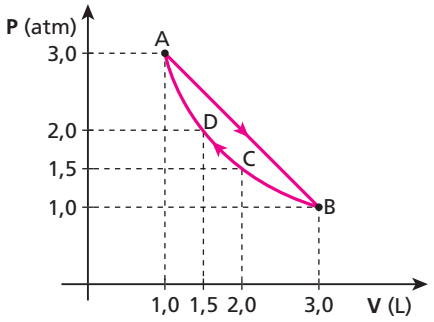
$Q = \tau$ = [área do triângulo ABC]

$Q = \dfrac{(2V - V) \cdot (2p - p)}{2}$

$\boxed{Q = \dfrac{p\,V}{2}}$

Resposta: $\dfrac{p\,V}{2}$

50 (Vunesp-SP) Um sistema termodinâmico sofre a transformação cíclica ABCDA, representada na figura.



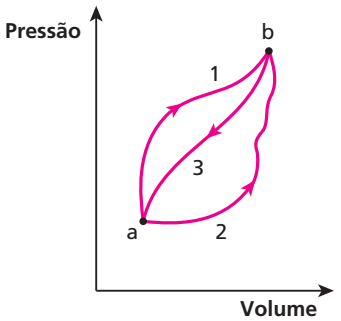
Pode-se afirmar que a:
a) compressão é isobárica, e o trabalho realizado durante a expansão é maior do que o valor absoluto do trabalho realizado na compressão.
b) compressão é adiabática, e o valor absoluto do trabalho por ela realizado é menor do que o realizado na expansão.
c) expansão é isotérmica, e o trabalho realizado durante a expansão é igual ao valor absoluto do trabalho realizado na compressão.
d) expansão é isobárica, a compressão é isométrica, e os trabalhos realizados na expansão e na compressão são iguais em valor absoluto.
e) compressão é isotérmica, e o trabalho realizado durante a expansão é maior que o valor absoluto do trabalho realizado durante a compressão.

Resolução:

Na transformação BCDA (compressão), notamos que em todos os 4 pontos fornecidos o produto pressão × volume apresenta o mesmo valor. Esse fato nos levará a concluir que essa compressão é isotérmica. Observamos ainda que a área abaixo do gráfico (que estabelece o trabalho trocado) é maior na expansão AB do que na compressão BCDA.

Resposta: e

51 (UFC-CE) Um sistema gasoso, originalmente no estado termodinâmico **a**, é levado para o estado **b** por meio de dois processos distintos, 1 e 2, mostrados na figura. No processo 1, o sistema realiza um trabalho, τ_1, de 300 J e absorve uma quantidade de calor, Q_1, de 800 J.



a) Se no processo 2 o trabalho τ_2 realizado é de 100 J, quanto calor, Q_2, é absorvido pelo sistema nesse processo?
b) Quando o sistema é trazido de volta ao estado original **a**, pelo processo 3 (ver figura), o trabalho, τ_3, de 200 J é realizado sobre o sistema. Que quantidade de calor, Q_3, é envolvida nesse processo?
c) O calor mencionado no item **b** é liberado ou absorvido pelo sistema?

Resolução:

a) **Processo 1:**

1ª Lei da Termodinâmica: $Q = \tau + \Delta U$

$800 = 300 + \Delta U_{ab}$

$\Delta U_{ab} = 500$ J

Processo 2:

$Q = \tau + \Delta U \Rightarrow Q_2 = 100 + 500$ (J)

$\boxed{Q_2 = 600 \text{ J}}$

b) 1ª Lei da Termodinâmica:

$Q = \tau + \Delta U \Rightarrow Q_3 = -200 - 500$ (J)

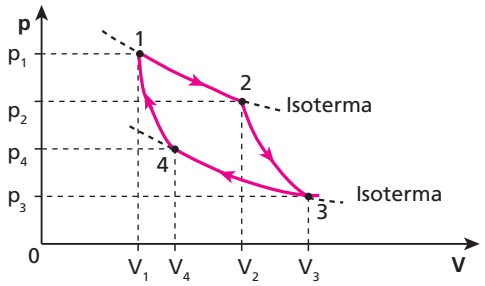
$\boxed{Q_3 = -700 \text{ J}}$

Observe que os sinais são negativos porque o sistema recebe trabalho e a energia interna diminui.

c) O calor Q_3 é liberado pelo sistema.

Respostas: a) 600 J; b) –700 J; c) Liberado

52 (UFF-RJ) O diagrama pressão (**p**) × volume (**V**) a seguir representa uma transformação quase estática e cíclica de um gás ideal:



Considerando o diagrama, qual é a opção correta?

a) A maior temperatura atingida pelo gás no ciclo ocorre na passagem do estado 3 para o estado 4.
b) O trabalho realizado pelo gás no ciclo é nulo.
c) A transformação que leva o gás do estado 2 para o estado 3 é isotérmica.
d) A variação da energia interna no ciclo é nula.
e) O gás sofre uma expansão adiabática ao passar do estado 1 para o estado 2.

Resolução:

a) **Incorreta** — A maior temperatura do gás ocorre no isoterma 1,2.

b) **Incorreta** — $\tau_{ciclo} \overset{N}{=}$ [área interna]

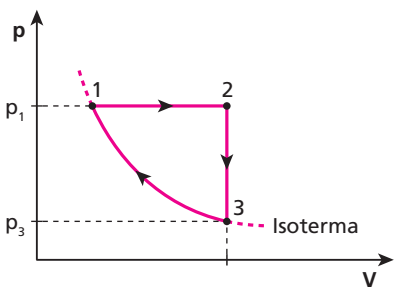
c) **Incorreta** — Isotérmicas são as transformações $1 \rightarrow 2$ e $3 \rightarrow 4$

d) **Correta** — $\Delta U_{ciclo} = 0$

e) **Incorreta** — $1 \rightarrow 2$ transformação isotérmica.

Resposta: d

53 E.R. Um motor, constituído por cilindro e êmbolo, contém 10 g de um gás perfeito, cujas transformações estão esquematizadas na figura:



São dados, para o gás, os calores específicos sob volume constante, $c_V = 0{,}20$ cal/g K, e sob pressão constante, $c_p = 0{,}34$ cal/g K; a temperatura $T_1 = 300$ K; as pressões $p_1 = 4{,}0$ atm e $p_3 = 1{,}0$ atm. Determine:

a) a temperatura T_2;

b) a energia trocada na transformação entre os estados 2 e 3.

Resolução:

a) Sendo a transformação $1 \rightarrow 2$ isobárica, temos:

$$\boxed{\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}} \quad \text{(I)}$$

Sendo a transformação $3 \rightarrow 1$ isotérmica, temos:

$$p_1 V_1 = p_3 V_3 = p_3 V_2$$

ou $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{p_1}{p_3} \Rightarrow \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{4{,}0}{1{,}0} = 4$ (II)

Substituindo (II) em (I), temos:

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 \Rightarrow T_2 = 4 \cdot 300$$

$$\boxed{T_2 = 1\,200 \text{ K}}$$

b) A transformação $2 \rightarrow 3$ é isométrica e, portanto, o trabalho envolvido é nulo ($\tau = 0$). Nessas condições, a expressão da **1ª Lei da Termodinâmica** fica:

$$\Delta U = Q$$

Isso significa que a energia trocada na transformação é exclusivamente térmica.

Assim:

$$Q = m\, c_V\, \Delta T = m\, c_V\, (T_3 - T_2)$$

$$Q = 10 \cdot 0{,}20 \cdot (300 - 1\,200)$$

$$\boxed{Q = -1\,800 \text{ cal}}$$

O sinal negativo indica que o sistema gasoso cede calor ao meio externo e, consequentemente, sua energia interna diminui.

54 Uma amostra de 60 g de gás perfeito foi aquecida isometricamente, tendo sua temperatura variado de 200 K para 230 K. O calor específico a volume constante desse gás é igual a 0,25 cal/g K e o calor específico a pressão constante é 0,32 cal/g K. Determine:

a) o trabalho realizado por esse gás;

b) a variação da energia interna desse gás.

Resolução:

a) Na transformação isométrica, o volume permanece constante e o trabalho trocado pelo gás é nulo.

$$\boxed{\tau = 0}$$

b) 1ª Lei da Termodinâmica

$\Delta U = Q - \tau$

$\Delta U_V = Q_V$

Como: $Q_V = m\, c_V\, \Delta T$

então:

$\Delta U_V = m\, c_V\, \Delta T = 60 \cdot 0{,}25 \cdot (230 - 200)$

$$\boxed{\Delta U_V = 450 \text{ cal}}$$

Respostas: a) Zero; b) 450 cal

55 Um mol de gás ideal monoatômico, de calor específico molar a volume constante igual a 3,0 cal/mol °C, realiza um aquecimento isométrico, sendo que sua temperatura eleva-se de 27 °C para 50 °C. Qual foi a variação de energia interna sofrida pelo gás?

Resolução:

$Q_V = n\,C_V\,\Delta T$

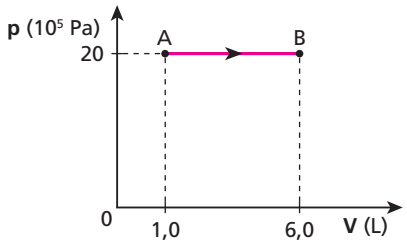
$Q_V = 1 \cdot 3{,}0 \cdot (50 - 27)$

$\boxed{Q_V = 69 \text{ cal}}$

Atenção: a variação de temperatura em Celsius é igual à variação em Kelvin.

Resposta: 69 cal

56 Uma amostra de 5,0 mols de gás perfeito sofre a expansão isobárica representada no diagrama pressão × volume a seguir:



Sabe-se que a variação de temperatura do gás foi de 250 °C. Sendo o calor específico molar a pressão constante igual a 5,0 cal/mol °C, qual foi a variação da energia interna desse gás?

Dado: 1 cal = 4 J

Resolução:

$\tau_p \overset{N}{=} [\text{área}]$

$\tau_p = 20 \cdot 10^5 \frac{N}{m_2} \cdot (6{,}0 - 1{,}0) \cdot 10^{-3}\ m^3$

$\tau_p = 1{,}0 \cdot 10^4\ J = 2\,500 \text{ cal}$

$Q_p = n\,C_p\,\Delta T$

$Q_p = 5{,}0 \cdot 5{,}0 \cdot 250$

$Q_p = 6\,250 \text{ cal} = 2{,}5 \cdot 10^4\ J$

1ª Lei da Termodinâmica

$\Delta U = Q - \tau$

$\Delta U = 6\,250 - 2\,500 \text{ (cal)}$

$\boxed{\Delta U = 3\,750 \text{ cal}}$

Resposta: 3 750 cal

57 Um bloco de gelo fundente de 12 kg de massa é lançado com velocidade igual a 20 m/s sobre uma pista horizontal também de gelo a 0 °C. Devido ao atrito, o bloco para. Se toda a energia cinética foi transformada em térmica e absorvida pelo gelo, qual a massa de gelo que se funde?

Dados: 1 cal = 4 J;
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

Resolução:

$E_C = \frac{m\,v^2}{2}$

$E_C = \frac{12 \cdot (20)^2}{2} \Rightarrow E_C = 2\,400\ J = 600 \text{ cal}$

$Q = m\,L_F$

$600 = m \cdot 80 \Rightarrow \boxed{m = 7{,}5 \text{ g}}$

Resposta: 7,5 g

58 Um martelo de 1 kg, movendo-se a 20 m/s, golpeia uma esfera de chumbo de 100 g sobre uma bigorna de aço. Se metade da energia cinética do martelo aqueceu o chumbo, qual foi o seu aumento de temperatura, em °C?

Dado: calor específico do chumbo = 0,125 J/g °C

Resolução:

$E_C = \frac{m\,v^2}{2}$

$E_C = \frac{1(20)^2}{2} \Rightarrow E_C = 200\ J$

$Q = m\,c\,\Delta\theta$

$\frac{200}{2} = 100 \cdot 0{,}125 \cdot \Delta\theta \Rightarrow \boxed{\Delta\theta = 8{,}0\ °C}$

Resposta: 8,0 °C

59 Uma bola de 8,4 kg, abandonada do repouso a uma altura de 5,0 m, após chocar-se com o solo (altura zero) retorna a uma altura de 4,0 m. Adote g = 10 m/s². Se a perda de energia mecânica da bola pudesse ser usada exclusivamente no aquecimento de 10 g de água, qual seria a elevação de temperatura da água?

Dados: 1 cal = 4,2 J;
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

Resolução:

$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h$

$\Delta E_p = 8{,}4 \cdot 10 \cdot (5{,}0 - 4{,}0)$

$\Delta E_p = 84\ J = 20 \text{ cal}$

$Q = m\,c\,\Delta\theta$

$20 = 10 \cdot 1 \cdot \Delta\theta \Rightarrow \boxed{\Delta\theta = 2{,}0\ °C}$

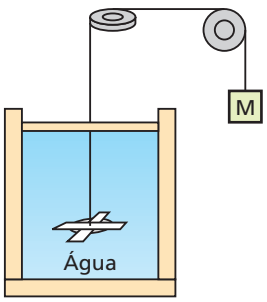
Resposta: 2,0 °C

60 (UFU-MG) Em torno de 1850, o físico James P. Joule desenvolveu um equipamento para medir o equivalente mecânico em energia térmica. Esse equipamento consistia de um peso conhecido preso a uma corda, de forma que, quando o peso caía, um sistema de pás era acionado, aquecendo a água do recipiente, como mostra a figura.

Joule usou um peso de massa M = 10 kg, caindo de uma altura de 5 m, em um local onde a aceleração da gravidade valia 10m/s².

Deixando o peso cair 5 vezes, Joule observou que a temperatura dos 400 g de água no recipiente aumentou em 1,5 °C.

Dado: calor específico da água = 1 cal/ °C · g



Com base no experimento de Joule, pode-se concluir que:
a) 2 500 J de energia potencial transformaram-se em 600 cal de calor.
b) 4,17 cal correspondem a 1 J.
c) a quantidade de calor recebida pela água foi de 0,6 cal.
d) energia potencial e quantidade de calor nunca podem ser comparadas.

Resolução:
a) **Verdadeira** – Energia potencial transformada em calor:
$E_p = 5\ m\ g\ h$
$E_p = 5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5$ (J)
$E_p = 2500$ J
Energia térmica absorvida pela água:
$Q = m\ c\ \Delta\theta$
$Q = 400 \cdot 1 \cdot 1{,}5$ (cal)
$Q = 600$ cal

b) **Falsa** – Relação obtida entre joule e caloria:
$R = \frac{2500\ J}{600\ cal} \simeq 4{,}17$ J/cal
Assim, 1 cal $\simeq$ 4,17 J

c) **Falsa** — Para a água:
$Q = 600$ cal

d) **Falsa.**

Resposta: a

61 Um recipiente de paredes indeformáveis, de capacidade V = 12 L, contém 1,0 mol de um gás perfeito de calor específico molar a volume constante $C_V = 3{,}0$ cal/mol K. Fornecendo-se 900 cal a esse gás, sua temperatura absoluta duplica. Qual a pressão final do gás?
Dado: $R = 0{,}082\ \frac{atm\ L}{mol\ K}$

Resolução:
$Q_V = n\ C_V\ \Delta T$
$900 = 1{,}0 \cdot 3{,}0 \cdot (2T - T)$
$T = 300$ K
Equação de Clapeyron:
$p\ V = n\ R\ T$
$p \cdot 12 = 1{,}0 \cdot 0{,}082 \cdot 600$

$p = 4{,}1$ atm

Resposta: 4,1 atm

62 Um gás perfeito com massa m = 40 g passa, sob pressão invariável $p = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, da temperatura $\theta_1 = 20$ °C à temperatura $\theta_2 = 40$ °C. Calcule a variação de energia interna do gás.
Dados: M = massa molecular do gás = 2,0 g/mol;
C_p = calor específico molar a pressão constante = 7,0 cal/mol K;
R = constante universal dos gases = 2,0 cal/mol K.

Resolução:
$Q_p = n\ C_p\ \Delta T$
$Q_p = \frac{m}{M}\ C_p\ \Delta t$
$Q_p = \frac{40}{2{,}0} \cdot 7{,}0 \cdot 20$
$Q_p = 2800$ cal

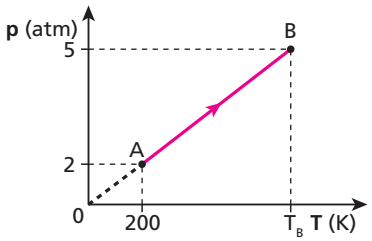
$\tau_p = p\ \Delta V = n\ R\ \Delta T$
$\tau_p = \frac{m}{M}\ R\ T = \frac{40}{2{,}0} \cdot 2{,}0 \cdot 20$
$\tau_p = 800$ cal

1ª Lei da Termodinâmica: $\Delta U = Q - \tau$
$\Delta U = 2800 - 800$

$\Delta U = 2000\ cal = 2{,}0 \cdot 10^3\ cal$

Resposta: 200 cal

63 (EEM-SP) Um gás, constituído por 5 mols, sofre uma transformação, de acordo com o gráfico p = (f) (**T**).



Sendo a constante universal dos gases perfeitos R = 2,0 cal/mol K e o calor molar a volume constante do gás $C_V = 5$ cal/mol K, determine:
a) o tipo de transformação sofrida pelo gás;
b) o calor recebido e a variação de energia interna sofrida pelo gás, nessa transformação.

Resolução:
a) **Isométrica** – Como a reta suporte do segmento AB do gráfico passa pela origem, temos:
$p = k\ T$ (em que **k** é uma constante)
Da Equação de Clapeyron:
$p\ V = n\ R\ T$
$p = \frac{n\ R}{V}\ T$
Portanto: $\frac{n\ R}{V} = k$ (constante), o que implica ser o **volume constante** (transformação isométrica).

b) $Q_V = n\ C_V\ \Delta T$
$Q_V = 5{,}0 \cdot 5 \cdot (T_B - 200)$
Observe no gráfico que $T_B = 500$ K
$Q_V = 25 \cdot (500 - 200)$

$Q_V = 7500$ cal

1ª Lei da Termodinâmica:
$\Delta U = Q - \tau$
$\Delta U = 7500 - 0$

$\Delta U = 7500$ cal

Na transformação isométrica, o trabalho trocado é nulo.

Respostas: a) Isométrica; b) 7 500 cal

64 (Ufla-MG) Um gás ideal monoatômico mantido a pressão constante possui capacidade térmica molar

$$C_p = \frac{5}{2} R$$

(**R** é a constante dos gases). Colocamos um corpo de calor específico

$$C = 0{,}4 \ \frac{J}{g\,K}$$

e massa m = 475 g em contato com 5 mols de um gás ideal monoatômico, mantido a pressão de 5 000 N/m². Se as temperaturas iniciais do gás e do corpo são, respectivamente, $T_0^G = 300$ K e $T_0^C = 500$ K, determine:

Dado: $R \simeq 8{,}0 \ \frac{J}{mol \cdot K}$

a) a temperatura de equilíbrio do sistema;
b) o trabalho realizado pelo gás.

Resolução:

a) $Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$

$(m\,c\,\Delta T)_{corpo} + (n\,C_p\,\Delta T)_{gás} = 0$

$475 \cdot 4{,}0 \cdot (T - 500) + 5 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8{,}0 \cdot (T - 300) = 0$

$1\,900\,T - 950\,000 + 100\,T - 30\,000 = 0$

$2\,000\,T = 980\,000$

$\boxed{T = 490 \text{ K}}$

b) Numa transformação isobárica, temos

$\tau_p = p\,\Delta V = n\,R\,\Delta T$

$\tau_p = 5 \cdot 8{,}0 \cdot (490 - 300)$ (J)

$\boxed{\tau_p = 7\,600 \text{ J}}$

Respostas: a) 490 K; b) 7 600 J

65 (UMC-SP) Considere a equação $C_p - C_V = R$, em que **R** é a constante universal dos gases e C_p e C_V são, respectivamente, os calores específicos molares de um gás perfeito a pressão e a volume constantes. Para um gás ideal monoatômico, $C_p = \frac{5\,R}{2}$. Então, quanto vale o expoente de Poisson desse gás, dado por $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$?

Resolução:

$C_p - C_V = R \Rightarrow \frac{5R}{2} - C_V = R \Rightarrow C_V = \frac{5R}{2} - R \Rightarrow C_V = \frac{3R}{2}$

Portanto:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{\frac{5R}{2}}{\frac{3R}{2}}$$

$\boxed{\gamma = \frac{5}{3}}$

Resposta: $\frac{5}{3}$

66 Certa quantidade de gás ideal expande-se adiabaticamente e quase estaticamente desde uma pressão inicial de 2,0 atm e volume de 2,0 L na temperatura de 21 °C até atingir o dobro de seu volume. Sabendo-se que para este gás $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 2{,}0$ e que a Equação de Poisson para as transformações adiabáticas é dada por: $p\,V^\gamma$ = constante, pode-se afirmar que a pressão final e a temperatura final são respectivamente:

a) 0,5 atm e 10,5 °C;
b) 0,5 atm e – 126 °C;
c) 2,0 atm e 10,5 °C;
d) 2,0 atm e – 126 °C.

Resolução:

$p\,V^\gamma$ = constante.

Assim,

$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$

$2{,}0 \cdot 2{,}0^{2,0} = p_2 \ \ 4{,}0^{2,0}$ (atm)

$8{,}0 = p_2 \cdot 16$ (atm)

$\boxed{p_2 = 0{,}50 \text{ atm}}$

A temperatura final pode ser determinada usando-se a **Lei geral dos Gases**:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$\frac{2{,}0 \cdot 2{,}0}{(21 + 273)} = \frac{0{,}50 \cdot 4{,}0}{T_2} \Rightarrow 4{,}0\,T_2 = 2{,}0 \cdot 294$

$\boxed{T_2 = 147 \text{ K} \rightarrow T_2 = -126 \text{ °C}}$

Resposta: b

67 **E.R.** Uma esfera metálica de 200 g de massa é abandonada do repouso, de uma altura **H**, sobre um grande bloco de gelo a 0 °C. Desprezam-se influências do ar e supõe-se que toda a energia mecânica existente na esfera transforma-se em energia térmica e é absorvida pelo gelo, sem, no entanto, alterar a temperatura do metal. Qual deve ser a altura **H** para que 1 g de gelo sofra fusão?

Dados: calor específico latente de fusão do gelo = 80 cal/g;
aceleração da gravidade = 10 m/s²;
1 cal = 4,2 J.

Resolução:

Para a fusão de 1 grama de gelo, são necessárias 80 cal ou 336 J (1 cal = 4,2 J).

Da conservação da energia, concluímos que essa energia no início estava armazenada no sistema em forma de energia potencial gravitacional. Portanto:

$$E_p = m\,g\,h \Rightarrow 336 = 0{,}2 \cdot 10 \cdot H \Rightarrow \boxed{H = 168 \text{ m}}$$

68 (Cefet-PR) Uma quantidade de mercúrio cai de uma altura de 60 m. Supondo que toda a energia potencial se transforme em calor, qual o aumento de temperatura do corpo, em graus Celsius?

Dados: calor específico do mercúrio = 0,15 J/g °C; g = 10 m/s².

Resolução:

$E_p = m\,g\,h$

$E_p = m \cdot 10 \cdot 60$ (J)

Atenção: a massa **m** está em kg.

$Q = m\,c\,\Delta\theta$

Como:

$c = 0{,}15 \ \frac{J}{g\,°C} = 0{,}15 \ \frac{J}{10^{-3}\,kg\,°C} = 150 \ \frac{J}{kg\,°C}$

Então:

$Q = E_p$

$m\,c\,\Delta\theta = m\,g\,h \Rightarrow 150 \cdot \Delta\theta = 10 \cdot 60$

$\boxed{\Delta\theta = 4{,}0 \text{ °C}}$

Resposta: 4,0 °C

69 (Cefet-PR) Um estudante observou um pequeno aquecimento de 0,1 °C em certa quantidade de massa de modelagem, quando a deixava cair repetidamente vinte vezes de uma altura igual a 1 m no solo firme. Se desprezarmos as trocas eventuais de calor dessa massa com o ambiente e se considerarmos o campo gravitacional igual a 10 m/s^2, podemos dizer que o calor específico desse material tem valor, em J/kg °C, próximo de:

a) 250. b) 500. c) 1 000. d) 2 000. e) 4 000.

Resolução:

$Q = E_M$

$m\,c\,\Delta\theta = 20\,m\,g\,h \Rightarrow c\,0{,}1 = 20 \cdot 10 \cdot 1$

$\boxed{c = 2\,000\ J/kg\ °C}$

Resposta: d

70 (UCMT) Uma manivela é usada para agitar 100 g de água contida num recipiente termicamente isolado. Para cada volta da manivela é realizado um trabalho de 0,1 J sobre a água. O número de voltas necessário para que a temperatura aumente em 1 °C é:

a) 2 800. b) 3 700. c) 5 500. d) 3 000. e) 4 200.

Dados: 1 cal = 4,2 J;
calor específico da água = 1 cal/g °C.

Resolução:

$Q = E_M$

$m\,c\,\Delta\theta = \frac{n\,\tau}{4{,}2} \Rightarrow 100 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{n \cdot 0{,}1}{4{,}2}$

$\boxed{N = 4\,200\ voltas}$

Resposta: e

71 (Enem) Um projétil de chumbo é disparado a 200 m/s contra uma parede de concreto. A colisão deforma, aquece e para a bala. Supondo-se que a metade da energia cinética da bala nela permaneça como energia interna, a variação de temperatura do projétil de chumbo é, em °C:

a) $1{,}2 \cdot 10^2$. d) 20.
b) 80. e) 8,0.
c) 40.

Dado: calor específico do chumbo = 125 J/kg °C

Resolução:

$Q = \frac{E_c}{2}$

$2\,m\,c\,\Delta\theta = \frac{m\,v^2}{2}$

$2 \cdot 125 \cdot \Delta\theta = \frac{(200)^2}{kg\ °C} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta = 80\ °C}$

Resposta: b

72 (Fatec-SP) Um bloco de gelo é atirado contra uma parede. Ao se chocar, funde-se completamente. Supondo-se que não houve variação em sua temperatura e admitindo-se que toda a energia cinética foi transformada em calor totalmente absorvido pelo gelo, adotando para o calor latente de fusão do gelo $L = 3{,}2 \cdot 10^5$ J/kg, a velocidade no instante do impacto é:

a) 800 m/s. d) 80 m/s.
b) 400 m/s. e) 1 m/s.
c) 200 m/s.

Resolução:

$E_C = Q$

$\frac{m\,v^2}{2} = m\,L_F \Rightarrow v^2 = 2\,L_F = 2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^5$

$\boxed{v = 800\ m/s}$

Resposta: a

73 (UFPE) Uma bala de chumbo, com velocidade de 100 m/s, atravessa uma placa de madeira e sai com velocidade de 60 m/s. Sabendo que 40% da energia cinética perdida é gasta sob a forma de calor, determine o acréscimo de temperatura da bala, em graus Celsius. O calor específico do chumbo é c = 128 J/kg °C. Considere que somente a bala absorve o calor produzido.

Resolução:

$Q = 0{,}40\,\Delta E_C$

$m\,c\,\Delta\theta = 0{,}40\left(\frac{m\,v_0^2}{2} - \frac{m\,v^2}{2}\right)$

$m \cdot 128 \cdot \Delta\theta = 0{,}40 \cdot \left(\frac{m\,(100)^2}{2} - \frac{m\,(60)^2}{2}\right)$

$m \cdot 128 \cdot \Delta\theta = 0{,}40 \cdot (5\,000\,m - 1\,800\,m)$

$m \cdot 128 \cdot \Delta\theta = 1\,280\,m$

$\boxed{\Delta\theta = 10\ °C}$

Resposta: 10 °C

74 (Unesp-SP) Um *cowboy* atira contra uma parede de madeira de um bar. A massa da bala de prata é 2 g e a velocidade com que esta bala é disparada é de 200 m/s. É assumido que toda a energia térmica gerada pelo impacto permanece na bala.

a) Determine a energia cinética da bala antes do impacto.
b) Dado o calor específico da prata 234 J/kg °C, qual a variação de temperatura da bala, supondo que toda a energia cinética é transformada em calor no momento que a bala penetra na madeira?

Resolução:

a) $m = 2\,g = 2 \cdot 10^{-3}\,kg \Rightarrow V = 200\ m/s$

$E_C = \frac{m\,V^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot (200)^2}{2}$

$\boxed{E_C = 40\ J}$

b) Usando a equação fundamental da calorimetria, temos:

$Q = m\,c\,\Delta\theta$

$40 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 234 \cdot \Delta\theta$

$\boxed{\Delta\theta = 85{,}47\ °C \simeq 85{,}5\ °C}$

Respostas: a) 40 J; b) 85,5 °C

75 (Faap-SP) Um meteorito penetra na atmosfera da Terra com velocidade de 36 000 km/h e esta, após certo tempo, é reduzida a 18 000 km/h. Admitindo que 1% do calor proveniente da perda de energia fique retido no corpo, determine:

a) qual a elevação de temperatura deste;
b) qual o calor gerado por unidade de massa no meteorito.

Dados: J = 4,18 J/cal;
calor específico médio do meteorito: c = 0,124 cal/g °C.

Resolução:

a) $Q = 0{,}01\ \Delta E_C$

$m\,c\,\Delta\theta = 0{,}01\ \left(\frac{m\,v_0^2}{2} - \frac{m\,v^2}{2}\right)$

Como:

$c = 0{,}124\ \frac{cal}{g\,°C} = \frac{0{,}124 \cdot 4{,}18\ J}{10^{-3}\ kg\,°C}$

$c = 518{,}32\ \frac{J}{kg\,°C}$

$v_0 = 36\,000\ km/h = 10\,000\ m/s$

$v = 18\,000\ km/h = 5\,000\ m/s$

então:

$518{,}32 \cdot \Delta\theta = 0{,}01\left(\frac{(10\,000)^2}{2} - \frac{(5\,000)^2}{2}\right)$

$51\,832\ \Delta\theta = 37\,500\,000$

$\boxed{\Delta\theta \simeq 723{,}5\ °C}$

b) $Q = \frac{m\,v_0^2}{2} - \frac{m\,v^2}{2}$

$\frac{Q}{m} = \frac{(10\,000)^2}{2} - \frac{(5\,000)^2}{2}$

$\boxed{\frac{Q}{m} = 3{,}75 \cdot 10^7\ J/kg}$

Respostas: a) 723,5 °C; b) $3{,}75 \cdot 10^7$ J/kg

76 Leia as afirmações com atenção:

(01) A 1ª Lei da Termodinâmica pode ser traduzida pela seguinte afirmação: "A energia não pode ser criada nem destruída, mas somente transformada de um tipo em outro".

(02) O calor flui espontaneamente de um corpo mais frio para um corpo mais quente.

(04) A energia interna de dada massa de um gás perfeito não depende da temperatura do gás.

(08) O rendimento de uma máquina de Carnot independe das temperaturas da fonte fria e da fonte quente.

(16) É impossível transformar calor em trabalho utilizando apenas duas fontes de calor a temperaturas diferentes.

(32) O termômetro é um aparelho destinado a medir diretamente o calor de um corpo.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

(01) **Correta**

(02) **Incorreta**

O calor flui espontaneamente do corpo mais quente para o mais frio.

(04) **Incorreta**

$U = \frac{2}{3}\ n\,R\,T$

(08) **Incorreta**

$n = 1 - \frac{T_0}{T_1}$

(16) **Correta**

É necessária uma máquina térmica posicionada entre essas fontes.

(32) **Incorreta**

O termômetro apenas registra o nível energético médio por partícula de um corpo.

Resposta: 17

77 (UFSC) No século XIX, o jovem engenheiro francês Nicolas L. Sadi Carnot publicou um pequeno livro – *Reflexões sobre a potência motriz do fogo e sobre os meios adequados de desenvolvê-la* –, no qual descrevia e analisava uma máquina ideal e imaginária, que realizaria uma transformação cíclica hoje conhecida como "ciclo de Carnot" e de fundamental importância para a Termodinâmica.

Indique a(s) proposição(ões) correta(s) a respeito do ciclo de Carnot:

(01) Uma máquina térmica, operando segundo o ciclo de Carnot entre uma fonte quente e uma fonte fria, apresenta um rendimento igual a 100%, isto é, todo o calor a ela fornecido é transformado em trabalho.

(02) Nenhuma máquina térmica que opere entre duas determinadas fontes, às temperaturas T_1 e T_2, pode ter maior rendimento do que uma máquina de Carnot operando entre essas mesmas fontes.

(04) O ciclo de Carnot consiste em duas transformações adiabáticas, alternadas com duas transformações isotérmicas.

(08) O rendimento da máquina de Carnot depende apenas das temperaturas da fonte quente e da fonte fria.

(16) Por ser ideal e imaginária, a máquina proposta por Carnot contraria a segunda lei da Termodinâmica.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

(01) **Incorreta**

Nenhuma máquina térmica pode ter rendimento de 100%.

(02) **Correta**

Entre duas fontes térmicas de temperaturas T_1 e T_2 (diferentes), a máquina (teórica) de Carnot é aquela que apresenta maior rendimento.

(04) **Correta**

(08) **Correta**

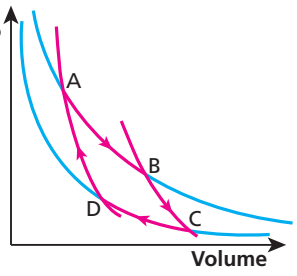
$n = 1 - \frac{T_1}{T_2}$

(16) **Incorreta**

A máquina de Carnot é teórica, porém está de acordo com a 2ª Lei da Termodinâmica.

Resposta: 14

78 (UEL-PR) No gráfico abaixo está representada a evolução de um gás ideal segundo o ciclo de Carnot.



Com relação ao comportamento do gás, é correto afirmar:

a) A temperatura no ponto **A** é maior que no ponto **B**.

b) No trajeto BC, o gás cedeu calor para a fonte fria.

c) No trajeto DA, o trabalho realizado é negativo.

d) A temperatura no ponto **C** é maior que no ponto **B**.

e) No trajeto CD, o gás recebeu calor.

Resolução:

a) **Incorreta**

Os pontos **A** e **B** pertencem à mesma isoterma e, portanto, têm a mesma temperatura.

b) **Incorreta**

A transformação BC é **adiabática**.

c) **Correta**

O volume do gás **diminuiu**.

d) **Incorreta**
$T_B > T_C$
A isoterma **B** é mais afastada dos eixos do que a isoterma **C**.
e) **Incorreta**
No trecho CD, o gás recebeu trabalho do meio externo.

Resposta: c

79 (PUC-MG) Uma máquina térmica opera entre duas temperaturas, T_1 e T_2. Pode-se afirmar que seu rendimento:
a) máximo pode ser 100%.
b) pode ser maior que 100%.
c) nunca será inferior a 80%.
d) será máximo se operar em ciclos.
e) será máximo se operar em ciclo de Carnot.

Resolução:
O rendimento máximo ocorre com a máquina térmica operando segundo um ciclo de Carnot.

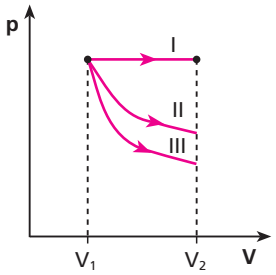
Resposta: e

80 (Vunesp-SP) O ciclo de Carnot, de importância fundamental na Termodinâmica, é constituído de um conjunto de transformações definidas. Num diagrama (p, V), você esboçaria esse ciclo usando:
a) uma isotérmica, uma isobárica, uma adiabática e uma isocórica (isovolumétrica).
b) duas isotérmicas e duas adiabáticas.
c) duas isobáricas e duas isocóricas (isovolumétricas).
d) duas isobáricas e duas isotérmicas.
e) uma isocórica (isovolumétrica), uma isotérmica e uma isobárica.

Resolução:
O ciclo de Carnot é representado em um diagrama pressão × volume, por meio de duas **isotérmicas** e duas **adiabáticas**, intercaladas.

Resposta: b

81 (UFSM-RS)



A figura representa os processos isotérmico, adiabático e isobárico para gases ideais, entre estados com volumes V_1 e V_2. Esses processos estão indicados, na figura, respectivamente por:
a) II, III e I.
b) III, II e I.
c) I, II e III.
d) II, I e III.
e) I, III e II.

Resolução:
isotérmico → II
adiabático → III
isobárico → I

Resposta: a

82 **E.R.** Uma máquina térmica teórica opera entre duas fontes térmicas, executando o ciclo de Carnot. A fonte fria encontra-se a 127 °C e a fonte quente, a 427 °C. Qual o rendimento percentual dessa máquina?

Resolução:
O rendimento de uma máquina que executa o ciclo de Carnot é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

em que T_A é a temperatura absoluta da fonte quente e T_B, a da fonte fria.
Sendo:

$$T_B = 127\ °C = 400\ K$$

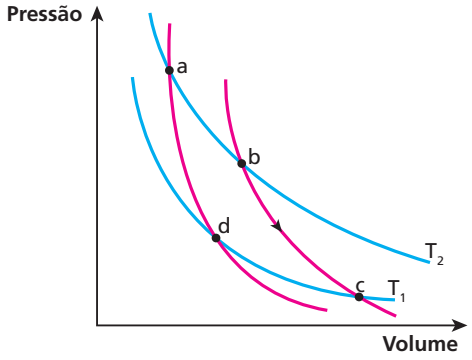
$$T_A = 427\ °C = 700\ K$$

Substituindo na expressão, obtemos:

$$\eta = 1 - \frac{400}{700} \Rightarrow \eta = \frac{3}{7} \simeq 0{,}43$$

$$\eta(\%) \simeq 43\%$$

83 (UFC-CE) A figura abaixo mostra um ciclo de Carnot, representado no diagrama pressão × volume.



Se no trecho b ⇒ c, desse ciclo, o sistema fornece 60 J de trabalho ao meio externo, então é verdade que, nesse trecho:
a) o sistema recebe 60 J de calor e sua energia interna diminui.
b) o sistema recebe 60 J de calor e sua energia interna não varia.
c) o sistema rejeita 60 J de calor e sua energia interna não varia.
d) não há troca de calor e sua energia interna aumenta de 60 J.
e) não há troca de calor e sua energia interna diminui de 60 J.

Resolução:
O trecho bc representa uma transformação adiabática (sem trocas de calor).
No trecho bc o volume aumenta e o gás realiza trabalho (60 J).
Assim, no trecho bc a energia interna do gás **diminui** de 60 J.

Resposta: e

84 Uma máquina térmica, teórica, opera entre duas fontes de calor, executando o ciclo de Carnot. A fonte fria encontra-se à temperatura de 6 °C e a fonte quente, a 347 °C. Qual o rendimento teórico dessa máquina?

Resolução:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\eta = 1 - \frac{(6 + 273)}{(347 + 273)}$$

$$\eta = 1 - \frac{279}{620}$$

$$\eta = 1 - 0{,}45 \Rightarrow \eta = 0{,}55$$

ou

η (%) = 55%

Resposta: 55%

85 Certa máquina térmica cíclica e reversível trabalha entre –73 °C e +27 °C. Qual o seu rendimento máximo?

Resolução:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\eta = 1 - \frac{(-73 + 273)}{(27 + 273)} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{200}{300}$$

$$\eta = \frac{1}{3}$$

Resposta: $\frac{1}{3}$

86 O rendimento de certa máquina térmica de Carnot é de 40%, e a fonte fria é a própria atmosfera a 27 °C. Qual a temperatura da fonte quente?

Resolução:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$0{,}40 = 1 - \frac{(27 + 273)}{T_Q}$$

$$\frac{300}{T_Q} = 0{,}6 \Rightarrow T_Q = \frac{300}{0{,}6}$$

$T_Q = 500\ K = 227\ °C$

Resposta: 227 °C

87 (UFV-MG) Um folheto explicativo sobre uma máquina térmica informa que ela, ao receber 1 000 cal de uma fonte quente, realiza 4 186 J de trabalho. Sabendo que 1 cal equivale a 4,186 J e, com base nos dados fornecidos pelo folheto, você pode afirmar que essa máquina:

a) viola a 1ª Lei da Termodinâmica.
b) possui um rendimento nulo.
c) possui um rendimento de 10%.
d) viola a 2ª Lei da Termodinâmica.
e) funciona de acordo com o ciclo de Carnot.

Resolução:

Q = 1 000 cal = 4 186 J

Se a máquina térmica recebe 1 000 cal (4 186 J), ela não pode realizar um trabalho igual. Isso viola a 2ª Lei da Termodinâmica.

Resposta: d

88 (Mack-SP) A importância do ciclo de Carnot reside no fato de ser:

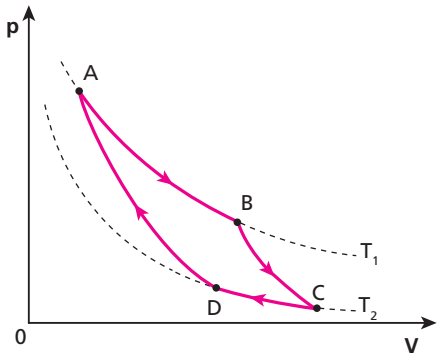
a) o ciclo da maioria dos motores térmicos.
b) o ciclo de rendimento igual a 100%.
c) o ciclo que determina o máximo rendimento que um motor térmico pode ter entre duas dadas temperaturas.
d) o ciclo de rendimento maior que 100%.

Resolução:

O ciclo de Carnot é teórico e expressa o **máximo** rendimento de uma máquina térmica entre duas temperaturas determinadas. Esse rendimento é **sempre menor** que 100%.

Resposta: c

89 (UFBA) A figura representa o ciclo de Carnot, para um gás ideal.



Nessas condições, é correto afirmar que:

(01) na compressão adiabática, a energia interna do gás diminui.
(02) na expansão isotérmica, o gás recebe calor de uma das fontes.
(04) na expansão adiabática, a temperatura do gás diminui.
(08) na compressão isotérmica, a energia interna do gás diminui.
(16) na transformação cíclica, o gás atinge o equilíbrio térmico com a fonte quente, antes de iniciar novo ciclo.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

(01) **Incorreta** – A compressão adiabática é representada pela transformação DA.
O gás recebe trabalho (volume diminui) e sua temperatura aumenta (a energia interna aumenta).

(02) **Correta** – Expansão isotérmica → AB
O gás realiza trabalho e sua energia interna permanece constante.
O gás recebe calor.

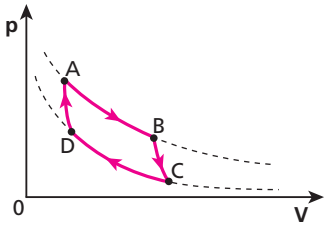
(04) **Correta** – Expansão adiabática → BC
A energia interna diminui sem trocar calor com o meio externo.
O gás realiza trabalho.

(08) **Incorreta** – Compressão isotérmica → CD
O gás recebe trabalho e sua energia interna não varia. O gás recebe calor.

(16) **Correta** – O início do ciclo se processa na situação representada pelo ponto **A** do diagrama.

Resposta: 22

90 (FMIt-MG) O gráfico representa um ciclo de Carnot, para o caso de um gás ideal. Qual é a proposição **falsa**?



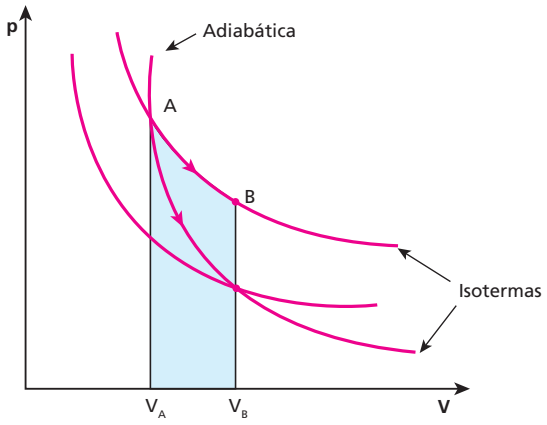
a) De **A** até **B**, a transformação é isotérmica e o gás recebe calor do meio externo.
b) De **C** até **D**, a transformação é isotérmica e o gás rejeita calor para o meio externo.
c) De **B** até **C**, a transformação é adiabática e o gás realiza trabalho contra o meio externo.
d) De **D** até **A**, a transformação é adiabática e o gás realiza trabalho contra o meio externo.
e) Durante o ciclo, o trabalho realizado pelo gás sobre o meio externo é maior que o trabalho realizado pelo meio externo sobre o gás.

Resolução:
De **D** para **A** a transformação é adiabática e o volume do gás diminui. Assim, o sistema recebe trabalho do meio externo.

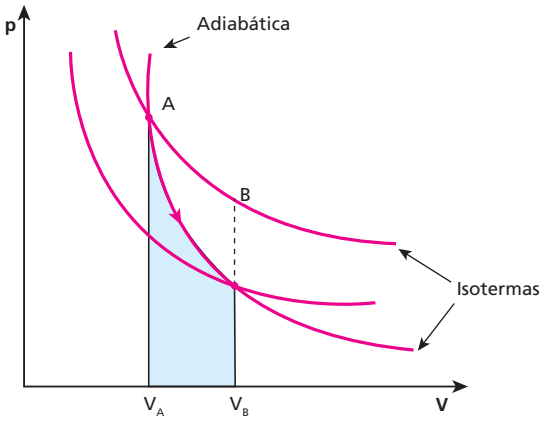
Resposta: d

91 (UFBA) Considerando-se um gás ideal contido em um recipiente de volume variável enquanto sistema termodinâmico, pode-se afirmar:
(01) de acordo com a equação dos gases perfeitos, mantida constante a temperatura, aumentando-se a pressão do gás, o volume também aumenta.
(02) segundo a 1ª Lei da Termodinâmica, numa compressão adiabática, a temperatura do gás aumenta.
(04) a energia interna do sistema depende da pressão e da temperatura.
(08) partindo-se das mesmas condições iniciais, o trabalho realizado pelo gás, numa expansão adiabática, é maior do que o realizado numa expansão isotérmica.
(16) a capacidade térmica do gás, a pressão constante, é maior do que a capacidade térmica, a volume constante.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas verdadeiras.

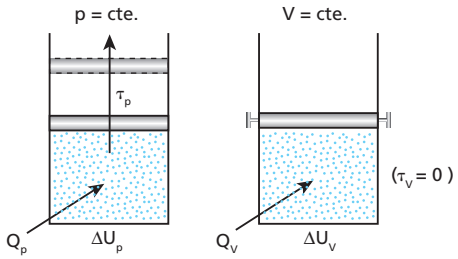
Resolução:
(01) **Falsa** — Equação de Clapeyron:
$p\,V = n\,R\,T$
Para **T** constante, se **p** aumentar, o volume **V** diminuirá.
(02) **Verdadeira** — A transformação adiabática processa-se sem trocas de calor ($Q = 0$).
Em uma compressão, o volume diminui e o gás recebe trabalho; se não trocar calor, sua energia interna aumentará.
$Q = \tau + \Delta U$
Se a energia interna aumentar, sua temperatura também aumentará.
(04) **Falsa**
$U = \frac{3}{2} n\,R\,T$
A energia interna de um sistema depende do número de mols (**n**) e da temperatura absoluta (**T**).
(08) **Falsa** — Num diagrama pressão × volume, as isotermas e a adiabática são representadas por:



A área indicada fornece o trabalho realizado pelo gás na transformação **AB** isotérmica.
Saindo do estado **A**, para atingir o mesmo volume final V_B, numa transformação adiabática, o trabalho é calculado pela área do gráfico a seguir:



Assim, temos:
$\tau_{isoterma} > \tau_{adiabática}$
(16) **Verdadeira** — Façamos o aquecimento de determinada massa de gás perfeito, a pressão constante e depois a volume constante.

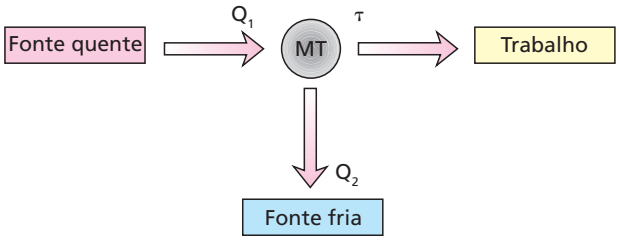


Assim:
$\Delta U_p = Q_p - \tau_p$
$\Delta U_v = Q_V$
Portanto, para dar um mesmo aquecimento (ΔU) a uma massa de gás, precisamos fornecer mais energia térmica a pressão constante do que a volume constante.

$C_p > C_V$

Resposta: 18

92 (PUC-MG) O rendimento de uma máquina térmica é uma relação entre a energia transformada em trabalho e a energia absorvida da fonte quente.



Q_1 = calor retirado da fonte quente
Q_2 = calor rejeitado para a fonte fria
τ = trabalho realizado
Uma máquina térmica teórica retira 1 000 J da fonte quente e rejeita 650 J para a fonte fria. O rendimento dessa máquina, em porcentagem, é:
a) 15. b) 65. c) 54. d) 40. e) 35.

Resolução:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$\eta = \frac{1000 - 650}{100} \Rightarrow \eta = 0{,}35$$

$\eta\,(\%) = 35\,\%$

Resposta: e

93 Um motor de Carnot recebe da fonte quente 100 cal por ciclo e rejeita 80 cal para a fonte fria. Se a temperatura da fonte quente é de 127 °C, qual a temperatura da fonte fria?

Resolução:

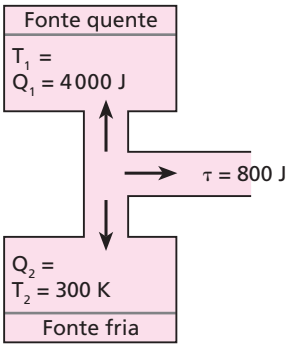
$$\frac{Q_F}{T_F} = \frac{Q_Q}{T_Q}$$

$$\frac{80}{T_F} = \frac{100}{(127 + 273)}$$

$T_F = 320\ K = 47\ °C$

Resposta: 47 °C

94 (Puccamp-SP) O esquema representa trocas de calor e realização de trabalho em uma máquina térmica. Os valores de T_1 e Q_2 não foram indicados, mas deverão ser calculados durante a solução desta questão.



Considerando os dados indicados no esquema, se essa máquina operasse segundo um ciclo de Carnot, a temperatura T_1, da fonte quente, seria, em Kelvins, igual a:
a) 375. b) 400. c) 525. d) 1 200. e) 1 500.

Resolução:

$Q_2 = Q_1 - \tau$

$Q_2 = 4000 - 800 \Rightarrow Q_2 = 3200\ J$

Como: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}$

então: $\frac{T_1}{300} = \frac{4000}{3200}$

$T_1 = 375\ K$

Resposta: a

95 (UFMA) Uma máquina térmica funciona realizando o ciclo de Carnot. Em cada ciclo, o trabalho útil fornecido pela máquina é de 2 000 J. As temperaturas das fontes térmicas são 227 °C e 27 °C, respectivamente. O rendimento da máquina, a quantidade de calor retirada da fonte quente e a quantidade de calor rejeitada para a fonte fria são, respectivamente:
a) 60%, 4 000 J e 6 000 J.
b) 40%, 3 000 J e 5 000 J.
c) 40%, 5 000 J e 3 000 J.
d) 40%, 4 000 J e 1 000 J.
e) 30%, 6 000 J e 4 000 J.

Resolução:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\eta = 1 - \frac{(27 + 273)}{(227 + 273)} = 0{,}4$$

$\eta\,(\%) = 40\%$

O trabalho útil (2 000 J) corresponde a 40% da energia térmica retirada da fonte quente:

$Q_Q = 5000\ J$

Rejeitado para a fonte fria:

$Q_F = (5000 - 2000)\ J$

$Q_F = 3000\ J$

Resposta: c

96 (Puccamp-SP) A turbina de um avião tem rendimento de 80% do rendimento de uma máquina ideal de Carnot operando às mesmas temperaturas.
Em voo de cruzeiro, a turbina retira calor da fonte quente a 127 °C e ejeta gases para a atmosfera, que está a –33 °C.
O rendimento dessa turbina é de:
a) 80%. b) 64%. c) 50%. d) 40%. e) 32%.

Resolução:
Máquina ideal de Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\eta = 1 - \frac{(-33 + 273)}{(127 + 273)} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{240}{400}$$

$\eta = 0{,}4 \Rightarrow \eta\,(\%) = 40\%$

Portanto:

$\eta = 40\% \cdot 0{,}8$

$\boxed{\eta = 32\%}$

Resposta: e

97 (PUC-SP)

a) Um inventor afirmou ter construído uma máquina térmica cujo desempenho atinge 90% daquele de uma máquina de Carnot. Sua máquina, que trabalha entre as temperaturas de 27 °C e 327 °C, recebe, durante certo período, $1{,}2 \cdot 10^4$ cal e fornece, simultaneamente, um trabalho útil de $1 \cdot 10^4$ J. A afirmação do inventor é verdadeira? Justifique.
Dado: 1 cal = 4,186 J

b) Se o trabalho útil da máquina térmica do item anterior fosse exercido sobre o êmbolo móvel de uma ampola contendo um gás ideal, à pressão de 200 Pa, qual seria a variação de volume sofrida pelo gás, caso a transformação fosse isobárica?

Resolução:

a) Máquina de Carnot:

$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$

$\eta = 1 - \frac{(27 + 273)}{(327 + 273)} = 1 - \frac{300}{600}$

$\eta = 0{,}50 \rightarrow \eta(\%) = 50\%$

Portanto:

$\eta'(\%) = 50\% \cdot 0{,}90$

$\eta'(\%) = 45\%$

No entanto, temos:

$\eta' = \frac{\tau}{Q_A} = \frac{1 \cdot 10^4}{1{,}2 \cdot 10^4 \cdot 4{,}186}$

$\eta' \simeq 0{,}20 \Rightarrow \eta\,(\%) \simeq 20\%$

A afirmativa do inventor é **falsa**.

b) A pressão constante, temos:

$\tau_p = p \cdot \Delta V$

$1 \cdot 10^4 = 200 \cdot \Delta V$

$\boxed{\Delta V = 50\ m^3}$

Respostas: a) Falsa; b) 50 m³

98 (Vunesp-SP) Uma geladeira retira, por segundo, 1 000 kcal do congelador, enviando para o ambiente 1 200 kcal. Considere 1 kcal = 4,2 kJ. Qual a potência do compressor da geladeira?

Resolução:

O trabalho realizado pelo compressor é dado por:

$\tau = 1\,200 - 1\,000$ (kcal)

$\tau = 200$ kal = 840 kJ

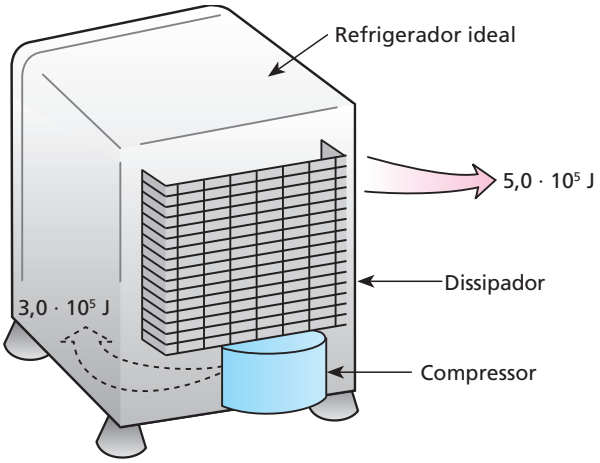
Como esse trabalho foi realizado em 1 segundo, temos:

$Pot = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{840\ kJ}{1\ s}$

$\boxed{Pot = 840\ kW}$

Resposta: 840 kW

99 (UFV-MG) Em um refrigerador ideal, o dissipador de calor (serpentina traseira) transferiu $5{,}0 \cdot 10^5$ J de energia térmica para o meio ambiente, enquanto o compressor produziu $3{,}0 \cdot 10^5$ J de trabalho sobre o fluido refrigerante.



Calcule:

a) a quantidade de calor retirada da câmara interna;

b) o rendimento do sistema de refrigeração.

Resolução:

a) No refrigerador, temos:

$Q_Q = Q_F + \tau$

$5{,}0 \cdot 10^5 = Q_F + 3{,}0 \cdot 10^5$

$\boxed{Q_F = 2{,}0 \cdot 10^5\ J}$

b) O rendimento do refrigerador é calculado por:

$\eta = \frac{Q_F}{\tau}$

$\eta = \frac{2{,}0 \cdot 10^5}{3{,}0 \cdot 10^5} \rightarrow \eta = \frac{2}{3} \simeq 0{,}67$

$\boxed{\eta(\%) \simeq 67\%}$

Respostas: a) $2{,}0 \cdot 10^5$ J; b) 67%

100 (Unifesp-SP) Costuma-se especificar os motores dos automóveis com valores numéricos, 1.0, 1.6, 1.8 e 2.0, entre outros. Esses números indicam também valores crescentes da potência do motor. Pode-se explicar essa relação direta entre a potência do motor e esses valores numéricos porque eles indicam o volume aproximado, em litros,

a) de cada cilindro do motor e, quanto maior esse volume, maior a potência que o combustível pode fornecer.

b) do consumo de combustível e, quanto maior esse volume, maior a quantidade de calor que o combustível pode fornecer.

c) de cada cilindro do motor e, quanto maior esse volume, maior a temperatura que o combustível pode atingir.

d) do consumo de combustível e, quanto maior esse volume, maior a temperatura que o combustível pode fornecer.

e) de cada cilindro do motor e, quanto maior esse volume, maior o rendimento do motor.

Resolução:

Os valores numéricos 1.0, 1.6, 1.8 e 2.0 são indicativos do volume de cada cilindro do motor, na unidade litro.

O volume indicado corresponde à mistura combustível + ar. Quanto maior essa quantidade aspirada, maior é a explosão e maior é a potência do motor.

Resposta: a

101 (Mack-SP) Nas transformações adiabáticas, podemos relacionar a pressão **p** de um gás com o seu volume **V** pela expressão $p \cdot V^{\gamma} = K$, onde γ e **K** são constantes. Para que **K** tenha dimensão de trabalho, γ:

a) deve ter dimensão de força.
b) deve ter dimensão de massa.
c) deve ter dimensão de temperatura.
d) deve ter dimensão de deslocamento.
e) deve ser adimensional.

Resolução:

$p V^{\gamma} = K$

$[p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{M\,L\,T^{-2}}{L^2} = m\,L^{-1}\,T^{-2}$

$[V] = L^3$

$[\tau] = [F][d] = M\,L\,T^{-2}\,L = M\,L^2\,T^{-2}$

Como $[p]\ [V] = M\,L^{-1}\,T^{-2}\,L^3 = M\,L^2\,T^{-2}$,

então γ deve ser adimensional.

Resposta: e

102 **E.R.** Determine a variação da entropia (ΔS) de um sistema constituído de 200 g de gelo, a 0 °C, quando essa amostra sofre fusão.

Dado: calor latente de fusão do gelo = 336 $\frac{J}{g}$

Resolução:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{m\,L_F}{T}$$

$$\Delta S = \frac{200 \cdot 336}{(0 + 273)}\ \frac{J}{K}$$

$$\Delta S \simeq 246\ \frac{J}{K}$$

103 (ITA-SP) Calcule a variação de entropia (ΔS) quando, num processo à pressão constante de 1,0 atm, se transformam integralmente em vapor 3,0 kg de água que se encontram inicialmente no estado líquido, à temperaura de 100 °C.

Dado: calor de vaporização da água = $5{,}4 \cdot 10^5$ cal/kg

Resolução:

$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{m\,L_v}{T} \Rightarrow \Delta S = \frac{3{,}0 \cdot 5{,}4 \cdot 10^5}{(100 + 273)}$ (cal/K)

$\Delta S \simeq 4\,343$ cal/K

Resposta: $\Delta S \simeq 4\,343$ cal/K

104 Em um recipiente de capacidade térmica desprezível e termicamente isolado, são misturados 100 g de água a 10 °C com 200 g de água a 40 °C.

Dado: calor específico da água = 1 cal/g °C

Pede-se determinar a variação de entropia (ΔS) ocorrida nesse sistema, na transformação termodinâmica, do início da mistura até o equilíbrio térmico final.

Resolução:

Como a transformação termodinâmica citada é espontânea, a entropia do sistema deve aumentar e $\Delta S > 0$.

1. $Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$
   $(m\,c\,\Delta\theta)_{água\ quente} + (m\,c\,\Delta\theta)_{água\ fria} = 0$
   $200 \cdot 1\ \ (\theta_f - 40) + 100 \cdot 1\ \ (\theta_f - 10) = 0$
   $2\theta_f - 80 + \theta_f - 10 = 0$
   $3\theta_f = 90$
   $\theta_f = 30$ °C

2. $Q = m\,c\,\Delta\theta$
   $Q_1 = 100 \cdot 1\ \ (30 - 10)$ (cal) $\Rightarrow\ Q_1 = +2000$ cal
   $Q_2 = 200 \cdot 1\ \ (30 - 40)$ (cal) $\Rightarrow\ Q_2 = -2000$ cal

3. Água fria
   $\Delta S_1 = \frac{Q_1}{T_1}$
   Para T_1, usaremos o valor médio entre as temperaturas inicial (10 °C) e final (30 °C)
   $T_1 = 20$ °C.
   $\Delta S_1 = \frac{2000\ cal}{(20 + 273)\ K}$
   $\Delta S \simeq +6{,}8$ cal/K

4. Água quente
   $\Delta S_2 = \frac{Q_2}{T_2}$
   Usaremos:
   $T_2 = \left(\frac{30 + 40}{2}\right)$ °C = 35 °C
   Assim,
   $\Delta S_2 = \frac{-2000\ cal}{(35 + 273)\ K} \simeq -6{,}5$ cal/K
   Portanto,
   $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = (+6{,}8) + (-6{,}5)$
   $\Delta S = +0{,}3$ cal/K

Resposta: $\Delta S = +0{,}3$ cal/K

105 (UnB-DF) Quanto aos processos sofridos por gases ideais entre dois estados, julgue os itens a seguir:

a) Num processo isotérmico, há troca de calor com o meio exterior.
b) Num processo adiabático, não há transferência de calor para o meio exterior.
c) Um processo adiabático é um processo lento, em que a variação de energia do gás é igual ao trabalho realizado sobre este.
d) Um processo isotérmico é um processo lento, no qual há variação na energia interna do gás.
e) Num processo isotérmico, a energia cinética média das moléculas é a mesma nos estados inicial e final.
f) Num processo isotérmico de compressão de um gás, a pressão exercida sobre as paredes do recipiente que contém o gás aumentará.
g) Num processo adiabático, a variação de energia do gás é nula.
h) A temperatura do gás no estado final depende do processo seguido e da natureza do gás.

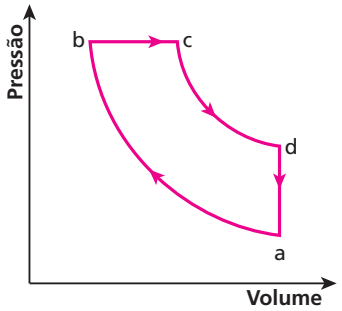
Resolução:

a) **Verdadeiro** — Num processo isotérmico, a temperatura não varia e a energia interna permanece constante ($\Delta U = 0$).
   Assim, para realizar trabalho, o sistema deve receber calor e, para fornecer calor, deve receber trabalho.
b) **Verdadeiro** — Processo adiabático é aquele que ocorre sem trocas de calor com o meio externo.
c) **Falso**.

d) **Falso** — No processo isotérmico, não há variação de energia interna no sistema.
e) **Verdadeiro** — Num processo isotérmico, a energia cinética média das moléculas (que determina a temperatura) permanece constante.
f) **Verdadeiro** — Processo isotérmico → temperatura constante
Compressão → diminuição de volume. Assim, a pressão aumentará.
g) **Falso** — Num processo adiabático, o gás não recebe calor, mas pode receber energia em forma de trabalho.
h) **Falso** — A temperatura é função de ponto, não dependendo do processo seguido.

Respostas: a) Verdadeiro; b) Verdadeiro; c) Falso; d) Falso; e) Verdadeiro; f) Verdadeiro; g) Falso; h) Falso.

106 (UFC-CE) O ciclo *diesel*, mostrado na figura abaixo, representa o comportamento aproximado de um motor *diesel*. A substância de trabalho desse motor pode ser considerada um gás ideal. O processo a → b é uma compressão adiabática, o processo b → c é uma expansão a pressão constante, o processo c → d é uma expansão adiabática e o processo d → a é um resfriamento a volume constante.

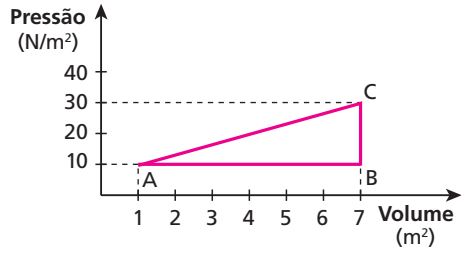


Com relação a esses processos, a opção correta é:
a) No processo a → b a energia interna do sistema não varia.
b) No processo b → c a energia interna do sistema diminui.
c) No processo c → d a energia interna do sistema diminui.
d) No processo d → a a energia interna do sistema aumenta.
e) No ciclo completo a variação da energia interna é positiva.

Resolução:
No processo c → d, temos $T_c > T_d$.
O processo c → d é adiabático.

Resposta: c

107 (UFMS) Um sistema termodinâmico é levado do estado termodinâmico **A** até outro **B** (ver figura a seguir) e depois trazido de volta ao estado **A** através do estado **C**.



Logo, é correto afirmar que:
(01) o trabalho executado pelo sistema termodinâmico na mudança do estado **B** para o estado **C** é um trabalho não-nulo.
(02) supondo que o aumento da energia interna para o percurso do estado termodinâmico **A** para o **C** seja 200 J, a variação da energia interna do percurso do estado termodinâmico **A** para o **B**, e deste para o estado **C**, também sofre um aumento de 200 J.
(04) a variação da energia interna de um sistema termodinâmico depende dos estados termodinâmicos intermediários e não somente dos estados inicial e final.
(08) o trabalho executado pelo sistema termodinâmico no percurso entre os estados de **A** para **B**, e deste para **C**, é de 60 J.
(16) supondo que o aumento da energia interna para o percurso do estado termodinâmico **A** para o **C** seja 200 J, o calor absorvido pelo sistema termodinâmico no percurso do estado termodinâmico **A** para o estado **B**, e deste para **C**, é também de 200 J.
(32) o trabalho executado pelo sistema termodinâmico no ciclo fechado passando pelos estados **A** – **B** – **C** – **A** é de –60 J.
(64) considerando o diagrama apresentado, podemos afirmar que esse diagrama, independentemente da sucessão dos estados **A** – **B** – **C** – **A** ou **A** – **C** – **B** – **A** percorridos pelo sistema termodinâmico, pode representar exclusivamente a sucessão de estados termodinâmicos de uma máquina térmica (motor).

Dê como resposta a soma dos números associados às alternativas corretas.

Resolução:
(01) **Incorreto** — De **B** para **C**, o volume permanece constante.
(02) **Correto** — A variação de energia interna não é função de "caminho", é função de "ponto". Assim, a variação de energia interna de **A** para **B** ($\Delta U_{ABC} = U_B - U_A$) é a mesma, quaisquer que sejam as situações intermediárias.
(04) **Incorreto**.
(08) **Correto** — $\tau_{ABC} = \tau_{AB} + \tau_{BC}$
$\tau_{ABC} = [\text{área}] + 0$
$\tau_{ABC} = 6 \cdot 10$ (J)
$\boxed{\tau_{ABC} = 60 \text{ J}}$
(16) **Incorreto** — 1ª Lei da Termodinâmica: $\Delta U = Q - \tau$
Nos trajetos AC e ABC, as variações de energia interna são iguais ($\Delta U_{AC} = \Delta U_{ABC}$)
Assim:
$Q_{AC} - \tau_{AC} = Q_{ABC} - \tau_{ABC}$
Mas
$\tau_{AC} > \tau_{ABC}$ (área maior para a transformação AC),
então:
$Q_{AC} > Q_{ABC}$
(32) **Correto** — $\tau_{ciclo} = [\text{área interna ao ciclo}]$
$\tau_{ABCA} = \frac{(7-1)\ (30-10)}{2}$ (J)
$\tau_{ABCA} = -60$ J
O sinal negativo deve-se ao fato de o ciclo ABCA "girar" no sentido anti-horário.
(64) **Incorreto**.

Resposta: 42

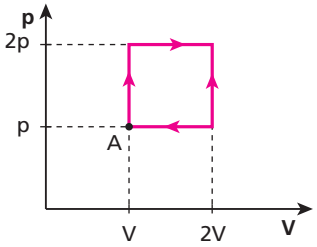
108 (UFSCar-SP) Mantendo uma estreita abertura em sua boca, assopre com vigor sua mão agora! Viu? Você produziu uma transformação adiabática! Nela, o ar que você expeliu sofreu uma violenta expansão, durante a qual:

a) o trabalho realizado correspondeu à diminuição da energia interna desse ar, por não ocorrer troca de calor com o meio externo.
b) o trabalho realizado correspondeu ao aumento da energia interna desse ar, por não ocorrer troca de calor com o meio externo.
c) o trabalho realizado correspondeu ao aumento da quantidade de calor trocado por esse ar com o meio, por não ocorrer variação da sua energia interna.
d) não houve realização de trabalho, uma vez que o ar não absorveu calor do meio e não sofreu variação de energia interna.
e) não houve realização de trabalho, uma vez que o ar não cedeu calor para o meio e não sofreu variação de energia interna.

Resolução:
Como o ar sofreu uma expansão adiabática — sem trocar calor com o meio externo—, a realização de trabalho será feita à custa da energia interna, que diminuirá.

Resposta: a

109 (Faap-SP) O diagrama representa o ciclo percorrido por 2 mols de gás perfeito. Sabendo que no estado **A** a temperatura é 27 °C, qual é o trabalho realizado pelo gás no ciclo?



Dado: constante universal dos gases perfeitos: R = 8 J/mol K.

Resolução:
No ciclo,
τ_{ciclo} = [área interna ao ciclo] = (2V – V) (2p – p) $\tau_{ciclo} = pV$
Aplicando a Equação de Clapeyron ao estado definido pelo ponto **A** do diagrama,

$p_A V_A = n R T_A \Rightarrow pV = 2 \cdot 8 (27 + 273) = 4800$ J

Assim,

$\tau_{ciclo} = 4800$ J

Resposta: $\tau_{ciclo} = 4800$ J

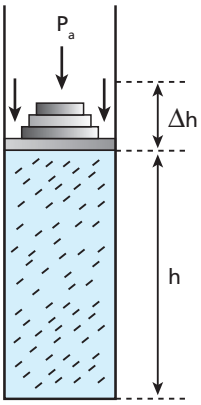
110 (ITA-SP) Na expansão livre de um gás ideal, quando ele passa de um volume V_i para um volume V_f, pode-se afirmar que essa expansão pode ser descrita por:

a) uma expansão isotérmica.
b) uma expansão adiabática irreversível, na qual a temperatura no estado de equilíbrio final é a mesma que a no estado inicial.
c) uma expansão isobárica.
d) um processo isovolumétrico.
e) nenhuma das afirmações acima está correta.

Resolução:
Na expansão livre, o gás não realiza trabalho, não troca calor com o meio externo (adiabática), e sua energia interna não é alterada. Esse processo é irreversível.

Resposta: b

111 (Ufla-MG) A figura mostra, em corte, um cilindro de paredes adiabáticas (não há troca de calor), provido de um êmbolo superior móvel. No interior do cilindro, encontram-se **n** mols de um gás ideal. A pressão atmosférica P_a local é de 1 atm e a pressão dos pesos sobre o êmbolo móvel é de 5 atm. A área da base do cilindro e do êmbolo móvel é de $5 \cdot 10^{-3}$ m². Na condição de equilíbrio mostrada, h = 16 cm e a temperatura do gás é 300 K.



Considerando 1 atm = $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m² e R = 8 J/mol K, calcule:

a) o número de mols (**n**) contido no cilindro;
b) a força em newtons que o gás realiza sobre o êmbolo móvel.

Em seguida, a temperatura do gás é elevada para 420 K, mantendo-se a pressão constante.
Calcule:

c) o deslocamento Δh (cm) do êmbolo móvel;
d) o trabalho realizado pelo gás, em joules.

Resolução:

a) Equação de Clapeyron:
$p V = n R T$
Como:
$p = (1+5)$ atm = 6 atm = $6 \cdot 10^5$ N/m²
$V = Ah = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}16$ m³ = $8 \cdot 10^{-4}$ m³
Então:
$6 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = n \ 8 \cdot 300$
$n = 0{,}2$ mol

b) $p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p A$
$F = 6 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$ N
$F = 3 \cdot 10^3$ N

c) Equação de Clapeyron:
$p V = n R T$
$6 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \ h_2 = 0{,}2 \cdot 8 \cdot 420 \Rightarrow h_2 = 0{,}224$ m = 22,4 cm
Então:
$\Delta h = 22{,}4 - 16$
$\Delta h = 6{,}4$ cm

d) Na transformação isobárica, temos:
$\tau_p = p \ \Delta V = 6 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}064$
$\tau = 192$ J

Respostas: a) n = 0,2 mol; b) $F = 3 \cdot 10^3$ N; c) Δh = 6,4 cm; d) τ = 192 J;

112 (UEM-PR) A temperatura de 500 g de um gás perfeito é aumentada de 20 °C para 140 °C. Se o processo é feito primeiramente a pressão e depois a volume constantes, qual o trabalho realizado pelo gás, em calorias? (Considere para o gás perfeito $c_V = 0{,}18$ cal/g °C e $c_p = 0{,}25$ cal/g °C.)

Resolução:

$\tau = Q_p - Q_V$

$\tau = m\, c_p\, \Delta\theta - m\, c_V\, \Delta\theta$

$\tau = m\, \Delta\theta\, (c_p - c_V)$

$\tau = 500\,(140 - 20)(0{,}25 - 0{,}18)$ (cal)

$\boxed{\tau = 4\,200 \text{ cal}}$

Resposta: 4 200 cal

113 Em uma transformação adiabática reversível, 20 g de um gás ideal evoluem de um estado em que a temperatura vale 77 °C para outro em que a temperatura vale 327 °C. Sendo $c_V = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ cal/g °C e $c_p = 3{,}6 \cdot 10^{-3}$ cal/g °C, qual o trabalho realizado nessa transformação, em joules?

Dado: 1 cal = 4,2 J

Resolução:

$\tau = Q_p - Q_V$

$\tau = m\, c_p\, \Delta\theta - m\, c_V\, \Delta\theta = m\, \Delta\theta\, (c_p - c_V)$

$\tau = 20(327 - 77)(3{,}6 \cdot 10^{-3} - 1{,}6 \cdot 10^{-3})$(cal)

$\tau = 10$ cal $= 42$ J

$\boxed{\tau = 42 \text{ J}}$

Resposta: 42 J

114 (UFC-CE) Uma amostra de **n** mols de um gás ideal monoatômico é levada do estado de equilíbrio termodinâmico inicial de temperatura **T**, até o estado final de equilíbrio de temperatura T_1 mediante dois diferentes processos: no primeiro, o volume da amostra permanece constante e ela absorve uma quantidade de calor Q_V; no segundo, a pressão da amostra permanece constante e ela absorve uma quantidade de calor Q_p. Use a Primeira Lei da Termodinâmica, $\Delta U = Q - W$, sendo $\Delta U = \left(\frac{3}{2}\right) n\, R\, \Delta T$, para determinar que se Q_p for igual a 100 J então o valor de Q_V será igual a:

a) 200 J.
b) 160 J.
c) 100 J.
d) 80 J.
e) 60 J.

Resolução:

Processo 1 (volume constante):

$Q_v = \Delta U = \frac{3}{2} n\ R\ \Delta T$

$n\ R\ \Delta T = \frac{2}{3} Q_v$

Processo 2 (pressão constante):

$\Delta U = Q_p - \tau_p$

mas

$\tau_p = p\ \Delta V = n\ R\ \Delta T$,

então

$\Delta U = Q_p - n\ R\ \Delta T$

$Q_v = Q_p - \frac{2}{3} Q_v \Rightarrow Q_p = \frac{5}{3}\ Q_v$

$100 = \frac{5}{3}\ Q_v \Rightarrow \boxed{Q_v = 60 \text{ J}}$

Resposta: e

115 A energia interna **U** de certa quantidade de gás, que se comporta como gás ideal, contida em um recipiente é proporcional à temperatura **T**, e seu valor pode ser calculado utilizando a expressão U = 12,5 T. A temperatura deve ser expressa em kelvins e a energia, em joules. Se inicialmente o gás está à temperatura T = 300 K e, em uma transformação a volume constante, recebe 1 250 J de uma fonte de calor, sua temperatura final será:

a) 200 K;
b) 300 K;
c) 400 K;
d) 600 K;
e) 800 K.

Resolução:

U = 12,5 T

Assim:

$\Delta U = 12{,}5 \cdot \Delta T$

A volume constante, o calor recebido é utilizado para aumentar a energia interna do gás.

$1250 = 12{,}5\,(T_2 - 300)$

$100 = T_2 - 300$

$\boxed{T_2 = 400 \text{ K}}$

Resposta: c

116 (UFRN) Em um processo adiabático, a pressão **p** e o volume **V** de um gás ideal obedecem à relação $p\, V^{\gamma}$ = constante, em que **γ** é um parâmetro fixo. Considere que uma amostra de gás ideal sofreu uma expansão adiabática na qual o seu volume foi duplicado.

A razão entre a temperatura inicial T_I e a temperatura final T_F da amostra é:

a) $T_I/T_F = 2^{\gamma}$.
b) $T_I/T_F = 2^{1-\gamma}$.
c) $T_I/T_F = \gamma$.
d) $T_I/T_F = 2^{\gamma-1}$.
e) $T_I/T_F = \gamma^2$.

Resolução:

Do enunciado, sabemos que $p_1\, V_1^{\gamma} = p_2\, V_2^{\gamma}$; da Equação de Clapeyron:

$pV = n\ R\ T$

Assim:

$p = \frac{n\ R\ T}{V} \Rightarrow \frac{n\ R\ T}{V_i} \cdot V_1^{\gamma} = \frac{n\ R\ T}{V_F}\ V_2^{\gamma}$

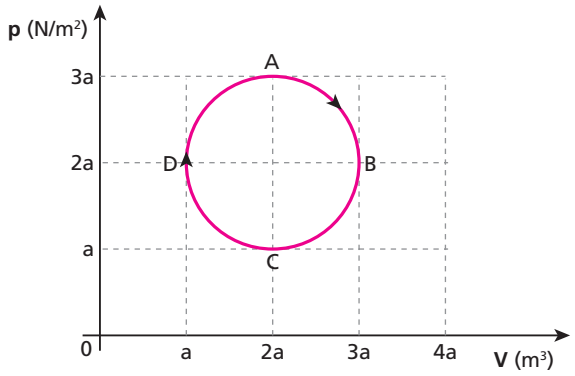
Como $V_F = 2\ V_i$, então:

$\frac{T_i\ V_1^{\gamma}}{V_i} = \frac{T_F\ (2\ V_i^{\gamma})}{2\ V_i}$, ou $T_i\ V_i^{\gamma} = \frac{T_F\ 2^{\gamma}\ V_i^{\gamma}}{2}$

$\boxed{\frac{T_i}{T_F} = \frac{2^{\gamma}}{2} = 2^{\gamma - 1}}$

Resposta: d

117 (Unip-SP) O gráfico a seguir representa a pressão em função do volume para 1 mol de um gás perfeito.



O gás percorre o ciclo ABCDA, que tem a forma de uma circunferência. Indique a opção **falsa**.

a) As temperaturas nos estados **A** e **B** são iguais.
b) As temperaturas nos estados **C** e **D** são iguais.
c) O trabalho realizado pelo gás, entre os estados **A** e **C**, é $\frac{4\,\pi\,a^2}{2}$ joules.
d) O trabalho realizado no ciclo vale $(\pi\,a^2)$ joules.
e) Na transformação de **A** para **B**, o gás recebeu uma quantidade de calor de $\left(2+\frac{\pi}{4}\right)a^2$ joules.

Resolução:

a) **Verdadeira** — $p_A\ v_A = p_B\ v_B$, e assim $\boxed{T_A = T_B}$

b) **Verdadeira** — $p_C\ v_C = p_D\ v_D$, e assim $\boxed{T_C = T_D}$

c) **Falsa**

$$\boxed{\tau_{ABC} = \frac{\pi\ a^2}{2}\ (J)}$$

d) **Verdadeira**

$$\boxed{\tau_{ciclo} = \pi\ a^2\ (J)}$$

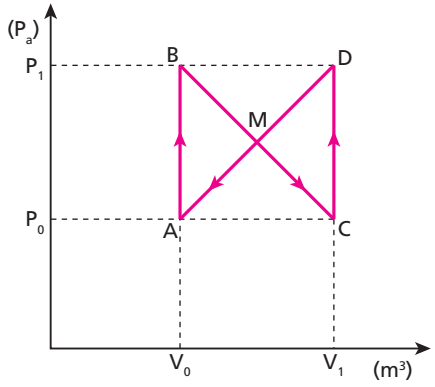
e) **Verdadeira**

$$\tau_{AB} = \frac{\pi\ a^2}{4} + 2\,a^2$$

$$\tau_{AB} = \left(2+\frac{\pi}{4}\right)\ a^2\ (J)$$

Resposta: c

118 (UFRJ) Um gás ideal realizou um ciclo termodinâmico ABCDA, ilustrado na figura.



a) Calcule o trabalho total realizado pelo gás no ciclo.
b) Aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica ao gás no ciclo e adotando a convenção de que o calor absorvido é positivo e o calor cedido é negativo, investigue a soma do calor trocado nas diagonais, isto é, $Q_{BC} + Q_{DA}$, e conclua se essa soma é maior ou menor que zero ou igual a zero. Justifique sua resposta.

Resolução:

a) τ_{ciclo} = [área interna ao ciclo]
$\tau_{ciclo} = 0$ (observe que o trabalho realizado no trecho BMA é recebido em DMC)

b) $Q_{BC} + Q_{DA} = 0$

De **B** para **C**, o volume aumenta e o gás realiza trabalho:

$$\tau_{BC} = \frac{(p_1 + p_0)\ (v_1 - v_0)}{2}$$

De **D** para **A**, o volume diminui e o gás recebe trabalho:

$$\tau_{DA} = -\frac{(p_1 + p_0)\ (v_1 - v_0)}{2}$$

Resposta: a) $\tau_{ciclo} = 0$; b) $-\frac{(p_1 + p_0)\ (v_1 - v_0)}{2}$

119 Duas salas idênticas estão separadas por uma divisória de espessura L = 5,0 cm, área A = 100 m² e condutividade térmica k = 2,0 W/m K. O ar contido em cada sala encontra-se, inicialmente, a temperatura T_1 = 47 °C e T_2 = 27 °C, respectivamente. Considerando o ar como um gás ideal e o conjunto das duas salas um sistema isolado, calcule a taxa de variação de entropia, $\frac{\Delta S}{\Delta t}$, no sistema no início da troca de calor, explicando o que ocorre com a desordem do sistema.

Resolução:

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

$$\Delta S_1 = \frac{Q}{T_1}\ \text{(parte fria)}$$

$$\Delta S_2 = \frac{Q}{T_2}\ \text{(parte quente)}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S = Q \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

Como:

$$\varnothing = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{k\ A\ \Delta\theta}{L}$$

$$\varnothing = \frac{2{,}0 \cdot 100 \cdot 20}{5{,}0 \cdot 10^{-2}}\ (W)$$

$$\varnothing = 8{,}0 \cdot 10^4\ W$$

Então:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = 8{,}0 \cdot 10^4 \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{320}\right)$$

$$\boxed{\frac{\Delta s}{\Delta t} \simeq +16{,}7\ W/K}$$

Resposta: Como a variação de entropia é **positiva**, a desordem do sistema aumenta.

120 (UFC-CE) A eficiência de uma máquina de Carnot que opera entre a fonte de temperatura alta (T_1) e a fonte de temperatura baixa (T_2) é dada pela expressão

$$\eta = 1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right),$$

em que T_1 e T_2 são medidas na escala absoluta ou de Kelvin.
Suponha que você disponha de uma máquina dessas com uma eficiência $\eta = 30\%$. Se você dobrar o valor da temperatura da fonte quente, a eficiência da máquina passará a ser igual a:
a) 40%. b) 45%. c) 50%. d) 60%. e) 65%.

Resolução:

$0{,}30 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

$\frac{T_2}{T_1} = 0{,}7$

Assim:

$\eta = 1 - \frac{T_2}{2T_1}$

$\eta = 1 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}7 \Rightarrow \eta = 1 - 0{,}35 \Rightarrow \eta = 0{,}65 \Rightarrow \eta = 65\%$

Resposta: 65%

121 (Unicamp-SP) Com a instalação do gasoduto Brasil–Bolívia, a quota de participação do gás natural na geração de energia elétrica no Brasil será significativamente ampliada. Ao se queimar 1,0 kg de gás natural obtêm-se $5{,}0 \cdot 10^7$ J de calor, parte do qual pode ser convertido em trabalho em uma usina termoelétrica. Considere uma usina queimando 7 200 quilogramas de gás natural por hora, a uma temperatura de 1 227 °C. O calor não-aproveitado na produção de trabalho é cedido para um rio de vazão 5 000 ℓ/s, cujas águas estão inicialmente a 27 °C. A maior eficiência teórica da conversão de calor em trabalho é dada por $\eta = 1 - \frac{T_{mín}}{T_{máx}}$, sendo $T_{máx}$ e $T_{mín}$ as temperaturas absolutas das fontes quente e fria respectivamente, ambas expressas em Kelvin. Considere o calor específico da água c = 4 000 J/kg °C.
a) Determine a potência gerada por uma usina cuja eficiência é metade da máxima teórica.
b) Determine o aumento de temperatura da água do rio ao passar pela usina.

Resolução:

a) $\eta = 1 - \frac{T_{mín}}{T_{máx}} = 1 - \frac{27 + 273}{1\,227 + 273} = 0{,}80 \Rightarrow \eta\,(\%) = 80\%$

Para uma usina com a metade da eficiência máxima teórica, $\eta\,(\%) = 40\%$

Assim,

$Pot = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{0{,}40 \cdot 7\,200 \cdot 5{,}0 \cdot 10^7}{3\,600}$

$Pot = 4{,}0 \cdot 10^7\ W = 40\ MW$

b) Para a água: $1\ell \Rightarrow 1$ kg

Assim, se 60% da energia é liberada para a água, teremos

$Q = Pot\ \Delta t$

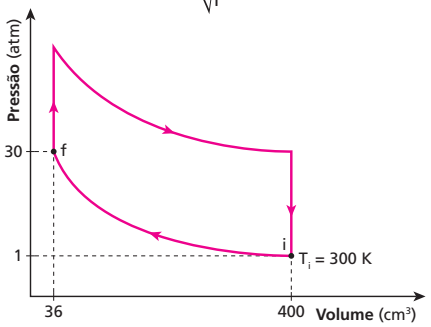
$6 \cdot 10^7\ \Delta t = m\ \ 4\,000\ \ \Delta\theta \Rightarrow 1{,}5 \cdot 10^4 = \frac{m}{\Delta t}\ \ \Delta\theta$

$1{,}5 \cdot 10^4 = 5\,000\ \ \Delta\theta$

$\Delta\theta = 3{,}0\ °C$

Respostas: a) $Pot = 4{,}0 \cdot 10^7\ W = 40\ MW$; b) $\Delta\theta = 3{,}0\ °C$

122 (Unicamp-SP) Vários textos da coletânea da prova de redação enfatizam a crescente importância das fontes renováveis de energia. No Brasil, o álcool tem sido largamente empregado em substituição à gasolina. Uma das diferenças entre os motores a álcool e a gasolina é o valor da razão de compressão da mistura ar–combustível. O diagrama adiante representa o ciclo de combustão de um cilindro de motor a álcool. Durante a compressão (trecho i → f), o volume da mistura é reduzido de V_i para V_f. A razão da compressão **r** é definida como $r = \frac{V_i}{V_f}$.
Valores típicos de r para motores a gasolina e a álcool são, respectivamente, $r_g = 9$ e $r_a = 11$. A eficiência termodinâmica é função da razão de compressão e é dada por $E \simeq 1 - \frac{1}{\sqrt{r}}$.



a) Quais são as eficiências termodinâmicas dos motores a álcool e a gasolina?
b) A pressão **P**, o volume **V** e a temperatura absoluta **T** de um gás ideal satisfazem a relação $\frac{PV}{T}$ = constante. Encontre a temperatura da mistura ar–álcool após a compressão (ponto **f** do diagrama). Considere a mistura como um gás ideal.

Dados: $\sqrt{7} \simeq \frac{8}{3}$; $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{11} \simeq \frac{10}{3}$; $\sqrt{13} \simeq \frac{18}{5}$.

Resolução:

a) Da expressão fornecida, temos:

$E \simeq 1 - \frac{1}{\sqrt{r}}$

$E_a \simeq 1 - \frac{1}{\sqrt{11}}$

$E_a \simeq 70\%$

$E_g \simeq 1 - \frac{1}{\sqrt{9}}$

$E_g \simeq 67\%$

b) Da **Equação geral dos Gases**, temos:

$\frac{P_f \cdot V_f}{T_f} = \frac{P_i \cdot V_i}{T_i}$

$\frac{30 \cdot 36}{T_f} = \frac{1 \cdot 400}{T_f}$

$T_f = 810\ K$

Respostas: a) $E_a \simeq 70\%$ e $E_g \simeq 67\%$; b) $T_f = 810$ K

123 (Unicamp-SP) No início da Revolução Industrial, foram construídas as primeiras máquinas a vapor para bombear água do interior das minas de carvão. A primeira máquina operacional foi construída na Inglaterra por Thomas Newcomen em 1712. Essa máquina fornece

uma potência útil de $4{,}0 \cdot 10^3$ W utilizando o próprio carvão das minas como combustível. A queima de 1 kg de carvão fornece $3{,}0 \cdot 10^7$ J de energia.
A potência útil da máquina de Newcomen correspondia a somente 1% da potência recebida da queima de carvão. Calcule, em kg, o consumo de carvão dessa máquina em 24 h de funcionamento.

Resolução:
$Pot_{total} = 100 \ Pot_{útil}$
$Pot_{total} = 100 \cdot 4{,}0 \cdot 10^3$ W
$Pot_{total} = 4{,}0 \cdot 10^5$ W
Em 24 horas teremos
$E = Pot \ \Delta t$
$E = 4{,}0 \cdot 10^5 \cdot 86400$
$E = 3{,}456 \cdot 10^{10}$ J
Como cada quilograma de carvão produz $3{,}0 \cdot 10^7$ J de energia, o consumo de carvão será:
1 kg $\rightarrow$ $3{,}0 \cdot 10^7$ J
m $\rightarrow$ $3{,}456 \cdot 10^{10}$ J $\boxed{m = 1152 \text{ kg}}$

Resposta: m = 1152 kg

124 (Vunesp-SP) Num lugar onde g = 9,8 m/s², um corpo metálico de massa m = 2,0 kg cai de 209 m de altura. Supondo que todo o calor produzido no impacto permaneça no corpo, e sabendo que sua temperatura se elevou em 10 °C, qual é, aproximadamente, o calor específico do material do corpo, em cal/g °C?
Dado: 1 cal = 4,18 J

Resolução:
$E_P = m \ g \ h = 2{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 209$ (J)
$E_P = 4096{,}4$ J = 980 cal
Portanto:
$Q = m \ c \ \Delta\theta$
$980 = 2000 \cdot c \cdot 10$
$\boxed{c = 4{,}9 \cdot 10^{-2} \text{ cal/g °C}}$

Resposta: $4{,}9 \cdot 10^{-2}$ cal/g °C

125 (EEM-SP) Numa piscina de 10 m de comprimento, 5 m de largura e 2 m de profundidade, 7 nadadores disputam uma competição, nadando vigorosamente com potência individual P = 500 W. Durante 12 minutos de competição, qual o trabalho total produzido pelos nadadores e a elevação de temperatura da piscina, supondo que nenhum calor da água seja perdido?
Adote: 1 cal = 4,2 J;
calor específico sensível da água: c = 1,0 cal/g °C;
densidade da água: $\mu = 1{,}0$ g/cm³.

Resolução:
$\tau = Pot \cdot \Delta t$
$\tau = 7 \cdot 500 \cdot 12 \cdot 60$ (J)
$\tau = 2520000$ J
$\boxed{\tau = 2{,}52 \cdot 10^6 \text{ J}}$
Usando:
$Q = m \ c \ \Delta\theta$
Sendo:
$Q = 2{,}52 \cdot 10^6$ J $= 6 \cdot 10^5$ cal
$m = \mu V = 1{,}0 \ \frac{g}{cm^3} \cdot (10 \cdot 5 \cdot 2) \cdot 10^6 \text{ cm}^3 = 1{,}0 \cdot 1{,}0^8 \text{ g}$
temos:
$6 \cdot 10^5 = 1{,}0 \cdot 10^8 \cdot 1{,}0 \cdot \Delta\theta$
$\boxed{\Delta\theta = 6 \cdot 10^{-3} \text{ °C}}$

Respostas: $2{,}52 \cdot 10^6$ J; $6 \cdot 10^{-3}$ °C

126 (IME-RJ) Um projétil de liga de chumbo de 10 g é disparado de uma arma com velocidade de 600 m/s e atinge um bloco de aço rígido, deformando-se. Considere que, após o impacto, nenhum calor é transferido do projétil para o bloco. Calcule a temperatura do projétil depois do impacto.
Dados: temperatura inicial do projétil: 27 °C;
temperatura de fusão da liga: 327 °C;
calor de fusão da liga: 20000 J/kg;
calor específico da liga no estado sólido: 120 J/kg °C;
calor específico da liga no estado líquido: 124 J/kg °C.

Resolução:
$E_c = \frac{m \ V^2}{2} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \ (600)^2}{2}$
$E_c = 1800$ J
Aquecimento do projétil:
1. até a temperatura de fusão:
   $Q_1 = m \ c \ \Delta\theta = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot (327 - 27)$
   $Q_1 = 360$ J
2. na fusão do projétil
   $Q_2 = m \ L_f = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 20000$
   $Q_2 = 200$ J
3. aquecimento no estado líquido:
   $Q_3 = m \ c \ \Delta\theta$
   $1800 - (360 + 200) = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 124 \ (\theta - 327)$
   $\boxed{\theta = 1327 \text{ °C}}$

Resposta: θ = 1327 °C

127 (Unirio-RJ) Um operário precisa encravar um grande prego de ferro em um pedaço de madeira. Percebe, então, que, depois de algumas marteladas, a temperatura do prego aumenta, pois, durante os golpes, parte da energia cinética do martelo é transferida para o prego sob a forma de calor. A massa do prego é de 40 g, e a do martelo, de 1,0 kg. Sabe-se que o calor específico do ferro é de 0,11 cal/g °C. Admita que a velocidade com que o martelo golpeia o prego é sempre de 4,0 m/s e que, durante os golpes, apenas $\frac{1}{4}$ da energia cinética do martelo é transferida ao prego sob forma de calor. Admita também que 1 cal ≃ 4 J. Desprezando-se as trocas de calor entre a madeira e o prego e entre este e o ambiente, é correto afirmar que o número de marteladas dadas para que a temperatura do prego aumente em 5 °C é de:
a) 176. b) 88. c) 66. d) 44. e) 22.

Resolução:
No martelo
$E_c = \frac{m \ V^2}{2} = \frac{1 \ (4{,}0)^2}{2}$
$E_c = 8{,}0$ J = 2,0 cal
Assim:
$Q = m \ c \ \Delta\theta \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot 2{,}0 \ n = 40 \cdot 0{,}11 \cdot 5$
$\boxed{n = 44 \text{ marteladas}}$

Resposta: n = 44 marteladas

128 (Fuvest-SP) No estado de São Paulo, cuja área é de $2{,}5 \cdot 10^5$ km², incidem sobre cada cm², em média, 250 cal/dia de energia solar. O consumo brasileiro de petróleo destinado à geração de calor é de 10^5 barris por dia, equivalente a $1{,}6 \cdot 10^{14}$ cal/dia. Seria, então, interessante tentar obter esse calor a partir da energia solar, captada por meio de coletores. Se a eficiência dos coletores fosse 100%, aproximadamente que fração percentual da área de São Paulo deveria ser recoberta por coletores solares, para fornecer aquela mesma quantidade de energia?

Resolução:

$$250 \frac{\text{cal}}{\text{dia}} \rightarrow 1 \text{ cm}^2$$

$$1{,}6 \cdot 10^{14} \frac{\text{cal}}{\text{dia}} \rightarrow x \text{ cm}^2 \Rightarrow x = \frac{1{,}6 \cdot 10^{14}}{250} \text{ cm}^2$$

$$x = 6{,}4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^2 = 64 \text{ km}^2$$

Portanto:

$$2{,}5 \cdot 10^5 \text{ km}^2 \rightarrow 100\%$$

$$64 \text{ km}^2 \rightarrow y\% \Rightarrow y = \frac{64 \cdot 100}{2{,}5 \cdot 10^5}$$

$$y \simeq 0{,}026\%$$

Resposta: 0,026%

129 O rendimento real de um motor a gasolina está entre 20% e 25%. As perdas mecânicas e térmicas desse motor atingem de 75% a 80% da energia liberada pelo combustível. As perdas térmicas, calor trocado com o ambiente pelo sistema de refrigeração, atingem 30%. Outros 35% acompanham os gases expelidos ainda a altas temperaturas e mais 10% são perdas mecânicas, devido ao atrito das superfícies metálicas e à inércia do pistão.
O rendimento de uma máquina térmica é definido pela razão entre a energia mecânica obtida (por meio do trabalho) e a energia total fornecida pela explosão do combustível:

$$\eta = \frac{\tau}{Q}$$

Um dos procedimentos usados para elevar o rendimento de um motor a explosão é aumentar a razão entre o volume máximo e o mínimo que a mistura ocupa dentro do cilindro. Essa relação depende do combustível utilizado. Nos motores a gasolina, o volume máximo é oito vezes maior que o mínimo, isto é, a sua taxa de compressão é de 8 : 1; nos motores a álcool, essa taxa é de 12 : 1, e, nos motores a *diesel*, é de 18 : 1. Assim, quanto mais diminuímos o volume mínimo, maior será a taxa de compressão e o rendimento. No entanto, esse volume mínimo tem seu limite, pois o combustível pode explodir mesmo sem faísca, quando muito comprimido. Por isso, acrescenta-se ao combustível um antidetonante – que no caso da gasolina é o álcool anidro.
A alternativa correta, com base no texto anterior, é:

a) Em um motor a explosão, as maiores perdas são mecânicas, devido ao atrito entre as superfícies metálicas.
b) Dos combustíveis citados, o álcool não precisa de antidetonante, pois ele próprio é antidetonante.
c) O álcool anidro é misturado à gasolina para aumentar o rendimento do motor.
d) Um motor a explosão pode ter um rendimento muito próximo de 100%.
e) A maior taxa de compressão ocorre nos motores a *diesel* (18 : 1). Assim, dos combustíveis citados, o *diesel* é o que apresenta maior rendimento.

Sérgio Dotta Jr./The Next

Nos motores dos automóveis a taxa de compressão do *diesel* é de 18 : 1; a da gasolina é de 8 : 1 e a do álcool, de 12 : 1.

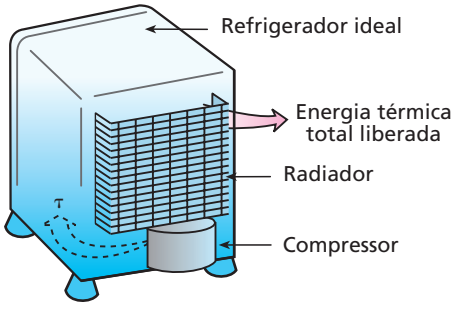
Resolução:
A maior taxa de compressão ocorre nos motores a *diesel* (18:1), fazendo com que eles apresentem maior rendimento.

Resposta: e

130 Um dos aparelhos indispensáveis em uma residência é a geladeira. A refrigeração do seu interior é feita de forma não-espontânea. Retira-se energia térmica da parte interna e transfere-se essa energia para o ambiente da cozinha. A transferência de energia térmica só é espontânea quando o calor transita no sentido de temperaturas decrescentes.
Na parte interna da geladeira, há o congelador, no qual, normalmente, a substância freon se vaporiza a baixa pressão, absorvendo energia térmica. O freon, no estado gasoso, expande-se até o radiador (serpentina traseira), no qual, sob alta pressão, se condensa, liberando energia térmica para o meio externo. A pressão do freon é aumentada no radiador devido a um compressor e diminuída no congelador devido a uma válvula.
A eficiência ε de uma geladeira é determinada pela razão entre a energia térmica Q que é retirada do seu congelador e o trabalho τ que o compressor teve de realizar.

$$\varepsilon = \frac{Q}{\tau}$$

A energia térmica que o radiador transfere para o ambiente é a soma da energia térmica retirada do congelador com o trabalho realizado pelo compressor.
O desenho representa uma geladeira doméstica:



Considere uma geladeira ideal cujo compressor tenha potência útil igual a 5,0 kW.
Se, durante cada minuto de funcionamento desse compressor, o radiador (serpentina traseira) transfere para o meio ambiente $4{,}5 \cdot 10^5$ J de energia térmica, a eficiência do refrigerador é igual a:

a) 33%.
b) 50%.
c) 67%.
d) 75%.
e) 100%.

Resolução:

$\varepsilon = \frac{Q}{\tau}$

Sendo $4{,}5 \cdot 10^5$ J/min = 7 500 J/s

A cada segundo, temos

$Q = 7\,500 - \tau \Rightarrow Q = 7\,500 - 5\,000 \Rightarrow Q = 2\,500$ J

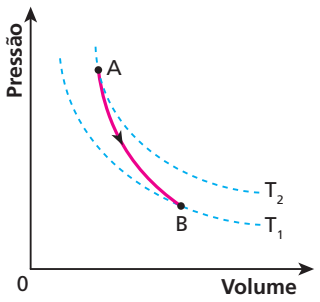
Portanto:

$\varepsilon = \frac{2\,500}{5\,000} = 0{,}50$

ε (%) = 50%

Resposta: b

131 O gráfico mostra uma expansão adiabática de 1 mol de gás ideal monoatômico, entre as isotermas $T_2 = 127$ °C e $T_1 = 27$ °C.
Para a constante universal dos gases perfeitos **R**, use o valor 2 cal/mol K.
Sabe-se ainda que o calor específico molar a pressão constante desse gás vale 5 cal/mol K.



Determine:

a) o trabalho realizado pelo gás durante a expansão adiabática;
b) o valor do expoente de Poisson (γ);
c) o valor do calor específico molar a volume constante do gás.

Resolução:

a) Na expansão adiabática, o trabalho é realizado graças à diminuição de energia interna do gás:

$\tau = \Delta U = \frac{3}{2} \; n \; R \; \Delta T \Rightarrow \tau = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 2 \; (127 - 27)$

$\tau = 300$ cal

b) Para gases ideais monoatômicos, temos $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \simeq 1{,}7$

c) Da relação de Mayer, $R = C_p - C_v \Rightarrow 2 = 5 - C_v$

$C_v = 3$ cal/mol K

Resposta: a) $\tau = 300$ cal; b) $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \simeq 1{,}7$; c) $C_v = 3$ cal/mol K

132 (UFF-RJ) Considere 4 mols de um gás ideal, inicialmente a 2 °C de temperatura e 8,20 atm de pressão, que se submete ao seguinte ciclo de transformações:

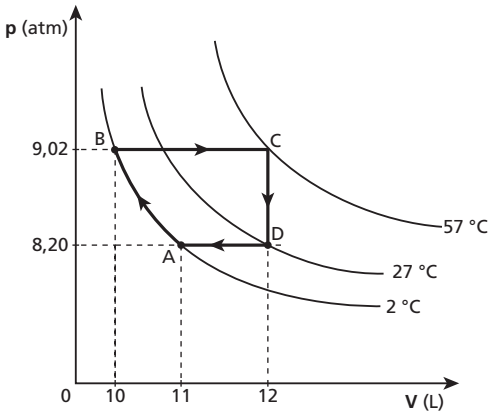
1ª) compressão isotérmica, cedendo 860 J de calor, até o volume de 10 L;
2ª) aquecimento isobárico até a temperatura de 57 °C;
3ª) despressurização isovolumétrica até a pressão de 8,20 atm;
4ª) resfriamento isobárico até retornar às condições iniciais.

a) Represente este ciclo, em um gráfico **p** (atm) × **V** (ℓ), indicando os valores de **p**, **V** e **T** ao final de cada uma das transformações dadas acima.
b) Calcule o trabalho realizado pelo gás no ciclo, em joules.
c) Calcule o calor absorvido pelo gás no ciclo, em joules.
d) Calcule a potência, em watts, de um motor que realiza 10 desses ciclos por segundo.

Dados: R (constante dos gases) = 0,082 atm ℓ/mol K;
1 atm = 10^5 Pa;
0 °C = 273 K.

Resolução:

a) O gráfico é o seguinte:



Para o cálculo da pressão em **B**, usamos a lei de Boyle:

$p_A \; V_A = p_B \; V_B$

$8{,}20 \cdot 11 = p_B \; 10 \Rightarrow p_B = 9{,}02$ atm

b) O ciclo representado no gráfico tem a forma aproximada de um trapézio; assim:

$\tau_{ciclo} \overset{N}{=}$ [área interna ao ciclo]

$\tau_{ciclo} = \frac{(2 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-3}) \; (9{,}02 - 8{,}20)}{2}$

$\tau_{ciclo} \simeq 123$ J

c) Em um ciclo, a variação de energia interna é nula ($\Delta U = 0$); assim, usando a 1ª Lei da Termodinâmica $\Delta U = Q - \tau$, vem $Q = \tau$; logo,

$Q = \tau = 123$ J

d) $Pot = \frac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow Pot = \frac{10 \cdot 123 \text{ J}}{1 \text{ s}} \Rightarrow$ Pot = 1 230 W

Respostas: a) $p_B = 9{,}02$ atm; b) $\tau_{ciclo} \simeq 123$ J; c) $Q = \tau = 123$ J; d) Pot = 1 230 W

133 (Olimpíada Brasileira de Física) Imagine que o seguinte processo termodinâmico ocorra espontaneamente: uma sala de aula, fechada e isolada termicamente do ambiente externo, encontra-se inicialmente a uma temperatura T_0, pressão p_0 e contém ar homogeneamente distribuído por todo o seu volume V_0. De repente, as moléculas constituintes do ar deslocam-se, sem realização de trabalho, passando a ocupar apenas uma pequena parte, $V_f = \frac{V_0}{1\,000}$, do volume total da sala.

A pressão final do ar não é conhecida. Considere que o ar da sala é constituído por **n** mols de um gás ideal.

a) Calcule a temperatura final do ar da sala de aula.

b) Calcule a variação da entropia total do ar da sala e do ambiente, considerando que o processo mencionado tenha ocorrido de forma irreversível. Com base em sua resposta, a existência desse processo é possível? Explique.

[**Dado:** A variação de entropia de **n** mols de um gás ideal durante um processo isotérmico reversível com volumes inicial e final respectivamente iguais a V_i e V_f é dada aproximadamente por $\Delta S = 2{,}3\ n\ R \log_{10} \frac{V_f}{V_i}$, em que **R** é a constante universal dos gases.]

Resolução:

a) $Q = \Delta U + \tau$; como a sala está isolada termicamente, então $Q = 0$ e o gás não troca trabalho com o meio, então $\tau = 0$.
Assim, $\Delta U = 0$ e $\Delta T = 0$, ou seja, não há variação de temperatura.

b) $\Delta S_{total} = \Delta S_{gás} + \Delta S_{ambiente}$, mas $\Delta S_{ambiente} = 0$; assim:

$$\Delta S_{total} = \Delta S_{gás} = 2{,}3\ n\ R\ \log_{10}\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

sendo $V_i = V_0$, $V_f = \frac{V_0}{1\,000}$ e $\Delta S_{total} = 2{,}3\ n\ R\ \log_{10} 10^{-3}\ \Delta T = 0$

Como $\Delta S_{total} < 0$, de acordo com a 2ª Lei da Termodinâmica, é impossível ocorrer esse processo.

Resposta: a) Não há variação de temperatura; b) é impossível ocorrer esse processo.

134 (ITA-SP) Considerando um buraco negro como um sistema termodinâmico, sua energia interna **U** varia com a sua massa **M** de acordo com a famosa relação de Einstein: $\Delta U = \Delta M\ c^2$. Stephen Hawking propôs que a entropia **S** de um buraco negro depende apenas de sua massa e de algumas constantes fundamentais da natureza. Dessa forma, sabe-se que uma variação de massa acarreta uma variação de entropia dada por: $\frac{\Delta S}{\Delta M} = 8\pi\ GM\ \frac{k_B}{h\,c}$. Supondo que não haja realização de trabalho com a variação de massa, indique a alternativa que melhor representa a temperatura absoluta **T** do buraco negro.

a) $T = h\ c^3 / GM\ k_B$

b) $T = 8\pi M\ c^2 / k_B$

c) $T = M\ c^2 / 8\pi\ k_B$

d) $T = h\ c^3 / 8\pi\ GM\ k_B$

e) $T = 8\pi\ h\ c^3 / GM\ k_B$

Resolução:

Do texto, temos:

$$\frac{\Delta S}{\Delta M} = \frac{8\ \pi\ G\ M\ k_B}{h\ c} \Rightarrow \Delta S = \frac{\Delta M\ 8\ \pi\ G\ M\ k_B}{h\ c}$$

Mas $\Delta S = \frac{Q}{T}$ e $Q = \Delta U\ (\tau = 0)$; então,

$$\Delta S = \frac{\Delta U}{T} = \frac{\Delta M\ 8\ \pi\ G\ M\ k_B}{h\ c}$$

$$\frac{\Delta M\ c^2}{T} = \frac{\Delta M\ 8\ \pi\ G\ M\ k_B}{h \cdot c},$$

$$T = \frac{h\ c^3}{8\ \pi\ G\ M\ k_B}$$

Resposta: d

Tópico 6

1 Uma dona de casa resolveu fazer uma salada para o jantar, mas não conseguiu abrir o frasco de palmito, que tem tampa metálica. Porém, lembrando-se de suas aulas de Física, ela mergulhou a tampa da embalagem em água quente durante alguns segundos e percebeu que ela abriu facilmente. Isso provavelmente ocorreu porque:

a) reduziu-se a força de coesão entre as moléculas do metal e do vidro;
b) reduziu-se a pressão do ar no interior do recipiente;
c) houve redução da tensão superficial existente entre o vidro e o metal;
d) o coeficiente de dilatação do metal é maior que o do vidro;
e) o coeficiente de dilatação do vidro é maior que o do metal.

Resolução:
O coeficiente de dilatação do metal é maior que o do vidro.
Ao ser mergulhada na água quente, a tampa de metal dilata mais do que o vidro, soltando-se.

Resposta: d

2 Você já deve ter observado em sua casa que o vidro pirex é mais resistente que o vidro comum às variações de temperatura. Se colocarmos água fervente em um copo de vidro comum, ele trinca, mas isso não acontece com o vidro pirex. A explicação para isso é que:

a) o calor específico do pirex é menor que o do vidro comum;
b) o calor específico do pirex é maior que o do vidro comum;
c) para aquecimentos iguais, o vidro comum sofre maior variação de temperatura;
d) o coeficiente de dilatação do vidro comum é menor que o do vidro pirex;
e) o coeficiente de dilatação do vidro comum é maior que o do vidro pirex.

Resolução:
O que provoca o trincamento do copo é o fato de que a parede interna (que entra em contato com a água quente) dilata-se mais do que a parede externa.
Como o coeficiente de dilatação do vidro comum é maior do que o do vidro pirex, é mais fácil o vidro comum trincar.

Resposta: e

3 **E.R.** Uma barra de cobre, homogênea e uniforme, mede 20 m, a 0 °C. Calcule a variação do comprimento dessa barra, em milímetros, quando aquecida a 50 °C.
Dado: coeficiente de dilatação linear do cobre = $1{,}6 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

Resolução:
Usando a **equação da dilatação linear**, temos:

$$\Delta L = L_0\, \alpha\, \Delta\theta$$

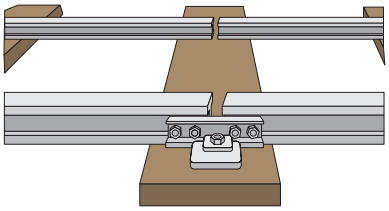
Substituindo os valores fornecidos, vem:

$$\Delta L = 20 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot (50 - 0)$$

$$\Delta L = 0{,}016\ m = 16\ mm$$

$\Delta L = 16$ mm

4 Um estudante ouviu de um antigo engenheiro de uma estrada de ferro que os trilhos de 10 m de comprimento haviam sido fixados ao chão num dia em que a temperatura era de 10 °C. No dia seguinte, em uma aula de Geografia, ele ouviu que, naquela cidade, a maior temperatura que um objeto de metal atingiu, exposto ao sol, foi 50 °C.



O espaço entre os trilhos possibilita sua dilatação.

Com essas informações, o estudante resolveu calcular a distância mínima entre dois trilhos de trem. Que valor ele encontrou?
Dado: coeficiente de dilatação linear do aço = $1{,}1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

Resolução:
$\Delta L = L_0\, \alpha\, \Delta\theta$
Como:
$L_0 = 10\ m = 10\,000\ mm$
vem:
$\Delta L = 10\,000 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-5} \cdot (50 - 10)$

$\Delta L = 4{,}4$ mm

Resposta: 4,4 mm

5 Uma régua de alumínio tem comprimento de 200,0 cm a 20 °C. Qual o valor, em centímetros, do seu comprimento a 60 °C?
Dado: coeficiente de dilatação linear do alumínio = $2{,}5 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$

Resolução:
$\Delta L = L_0\, \alpha\, \Delta\theta$
$\Delta L = 200{,}0 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot (60 - 20)\ (cm)$
$\Delta L = 0{,}2$ cm
Portanto:
$L = L_0 + \Delta L$
$L = 200{,}0 + 0{,}2\ (cm)$

$L = 200{,}2$ cm

Resposta: 200,2 cm

6 À temperatura de 0 °C, um fio de cobre mede 100,000 m. Seu comprimento passa a ser de 100,068 m quando a temperatura atinge 40 °C. Qual o valor do coeficiente de dilatação linear do cobre?

Resolução:
$\Delta L = L_0\, \alpha\, \Delta\theta$

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0\, \Delta\theta}$$

Assim:

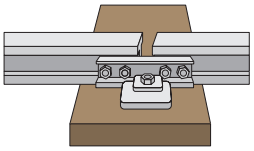
$$\alpha = \frac{100{,}068 - 100{,}00}{100{,}000 \cdot (40 - 0)}\ (°C^{-1})$$

$$\alpha = \frac{0{,}068}{4\,000}\ (°C^{-1})$$

$\alpha = 1{,}7 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

Resposta: $1{,}7 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

7 (Uepa – mod.) Os trilhos de trem, normalmente de 20 m de comprimento, são colocados de modo a manter entre duas pontas consecutivas uma pequena folga chamada junta de dilatação. Isso evita que eles se espremam, sofrendo deformações devido à ação do calor nos dias quentes.



Considere que uma variação de temperatura da noite para o (meio) dia possa chegar a (aproximadamente) 25 °C, fazendo-os dilatar cerca de 5 mm. Neste caso, qual o valor do coeficiente de dilatação linear do material de que é feito o trilho?

Resolução:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \, \Delta\theta}$$

$$\alpha = \frac{5}{20\,000 \cdot 25} \ (°C^{-1})$$

$$\boxed{\alpha = 1{,}0 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}}$$

Resposta: $1{,}0 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$

8 (UEL-PR) Uma barra metálica, inicialmente à temperatura de 20 °C, é aquecida até 260 °C e sofre uma dilatação igual a 0,6% de seu comprimento inicial. Qual o coeficiente de dilatação linear médio do metal nesse intervalo de temperatura?

Resolução:

$L_0 \rightarrow 100\%$

$$\Delta L \rightarrow 0{,}6\% \Rightarrow \Delta L = \frac{0{,}6 \, L_0}{100}$$

Como:

$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta\theta$,

então:

$$\frac{0{,}6 \cdot L_0}{100} = L_0 \, \alpha \, \Delta\theta$$

$$6 \cdot 10^{-3} = \alpha \cdot (260 - 20)$$

$$\boxed{\alpha = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}}$$

Resposta: $2{,}5 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$

9 Um fio de cobre, com 1,000 m de comprimento a 20 °C, foi colocado em um forno, dilatando-se até atingir 1 012 mm. Qual é a temperatura do forno, suposta constante?
Dado: coeficiente de dilatação linear do cobre = $1{,}6 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$

Resolução:

$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta\theta$

$1\,012 - 1\,000 = 1\,000 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot (\theta_f - 20)$

$12 = 1{,}6 \cdot 10^{-2} \, (\theta_f - 20)$

$750 = \theta_f - 20$

$$\boxed{\theta_f = 770 \ °C}$$

Resposta: $\theta_f = 770 \ °C$

10 Uma barra metálica de coeficiente de dilatação linear médio de $2 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$ a 20 °C é colocada no interior de um forno. Após a barra ter atingido o equilíbrio térmico, verifica-se que seu comprimento é 1% maior. Qual a temperatura do forno?

Resolução:

$L_0 \rightarrow 100\%$

$$\Delta L \rightarrow 1\% \Rightarrow \Delta L = \frac{L_0}{100}$$

Como:

$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta\theta$,

então:

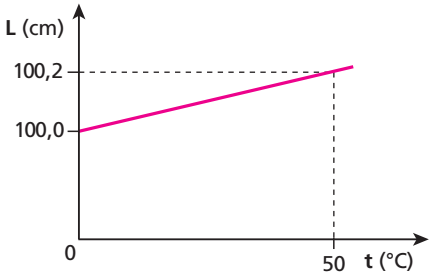
$$\frac{L_0}{100} = L_0 \, \alpha \, \Delta\theta$$

$$\frac{1}{100} = 2 \cdot 10^{-5} \ (\theta - 20)$$

$$500 \ \theta_1 - 20 \Rightarrow \boxed{\theta_1 = 520 \ °C}$$

Resposta: $\theta_1 = 520 \ °C$

11 A figura abaixo representa o comprimento de uma barra metálica em função de sua temperatura.



Qual o valor do coeficiente de dilatação linear do material dessa barra?

Resolução:

$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta\theta$

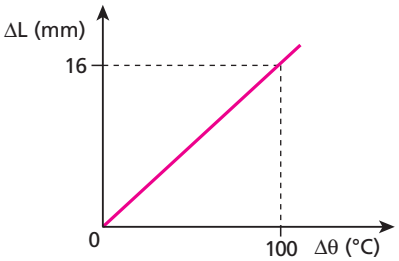
$100{,}2 - 100{,}0 = 100{,}0 \cdot \alpha \cdot (50 - 0)$

$0{,}2 = 5\,000 \cdot \alpha$

$$\boxed{\alpha = 4{,}0 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}}$$

Resposta: $4{,}0 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$

12 O diagrama abaixo mostra a variação ΔL sofrida por uma barra metálica de comprimento inicial igual a 10 m em função da variação de temperatura $\Delta\theta$.Qual o valor do coeficiente de dilatação linear do material dessa barra?



Resolução:

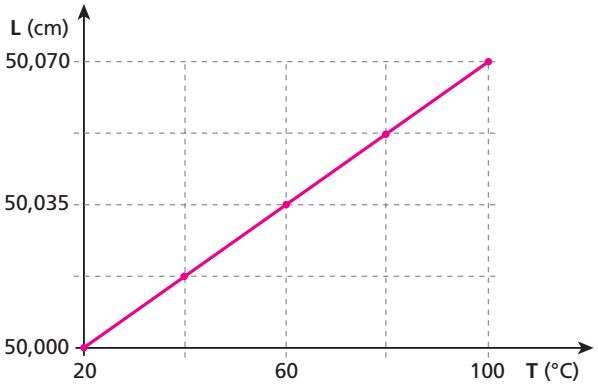
$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta\theta$

$16 = 10\,000 \cdot \alpha \cdot 100$

$$\boxed{\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}}$$

Resposta: $1{,}6 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$

13 (Unilasalle) Em uma experiência para medir o coeficiente de dilatação linear médio de um pedaço de metal desconhecido, obteve-se o seguinte gráfico do comprimento em função da temperatura:



Abaixo segue uma tabela com os coeficientes de dilatação linear média, α, para alguns metais:

Metal	α ($°C^{-1}$)
Aço	$11 \cdot 10^{-6}$
Ouro	$14{,}3 \cdot 10^{-6}$
Cobre	$17{,}0 \cdot 10^{-6}$
Alumínio	$23{,}0 \cdot 10^{-6}$
Chumbo	$29{,}0 \cdot 10^{-6}$

Calculando-se o coeficiente de dilatação linear α a partir dos dados experimentais (gráfico), inferimos que o metal em questão se trata provavelmente do:

a) chumbo;
b) alumínio;
c) cobre;
d) ouro;
e) aço.

Resolução:

$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$

$50{,}070 - 50{,}000 = 50{,}000 \ \alpha \ (100 - 20) \Rightarrow 0{,}070 = 50{,}000 \ \alpha \ 80$

$\alpha = 1{,}75 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1} \Rightarrow$ $\boxed{\alpha = 17{,}5 \ 10^{-6} \ °C^{-1}}$

O coeficiente de dilatação obtido, relativamente à tabela fornecida, é provavelmente do metal **cobre**.

Resposta: c

14 (Olimpíada Paulista de Física) É muito comum acontecer, quando copos iguais são empilhados colocando-se um dentro do outro, de dois deles ficarem emperrados, tornando-se difícil separá-los. Considerando o efeito da dilatação térmica, pode-se afirmar que é possível retirar um copo de dentro do outro se:

a) os copos emperrados forem mergulhados em água bem quente.
b) no copo interno for despejada água quente e o copo externo for mergulhado em água bem fria.
c) os copos emperrados forem mergulhados em água bem fria.
d) no copo interno for despejada água fria e o copo externo for mergulhado em água bem quente.
e) não é possível separar os dois copos emperrados considerando o efeito da dilatação térmica.

Resolução:

Colocando-se água fria no copo interno e mergulhando-se o copo externo em água quente, o externo dilata-se e o interno contrai-se, ocorrendo a separação entre eles.

Resposta: d

15 **E.R.** Uma trena de alumínio foi graduada corretamente a uma temperatura de 30 °C, quando seu comprimento total apresentou 50,000 m. Essa trena possui graduação até o milímetro. Qual a máxima distância que a trena é capaz de medir, em um local onde a temperatura ambiente é –20 °C?

Dado: coeficiente de dilatação linear do alumínio = $24 \cdot 10^{-6} \ °C^{-1}$

Resolução:

Chamemos de u_0 a unidade em metros na temperatura a que a trena foi graduada e de **u** a unidade, também em metros, a uma temperatura qualquer.

Observemos que, se elevarmos a temperatura da trena, ela se dilatará e $u > u_0$; porém, se diminuirmos a temperatura, a trena se contrairá e $u < u_0$.

Usando a expressão da dilatação linear:

$$u = u_0(1 + \alpha\Delta\theta)$$

e sendo u_0 a unidade correta (seu valor é 1,000 m), temos:

$$u = 1{,}000 \cdot [1 + 24 \cdot 10^{-6} (-50)]$$

$$u = 1{,}000 \cdot [1 - 0{,}0012]$$

$$u = 0{,}9988 \text{ m}$$

À temperatura de –20 °C, devido à contração do alumínio, a distância entre duas marcas, que a 30 °C era 1,000 m, passa a ser 0,9988 m. Como a trena possui 50 intervalos de metro, podemos afirmar que a máxima distância possível de ser medida com essa trena, a –20 °C, é:

$$Z = 50u = 50 \cdot 0{,}9988$$

$$\boxed{Z = 49{,}94 \text{ m}}$$

16 (Mack-SP) Num laboratório, um aluno aquece de 50 °C uma barra metálica de comprimento inicial 80 cm, observando que o seu comprimento aumenta de 0,8 mm. Fazendo os cálculos, ele conclui que o coeficiente de dilatação linear do material da barra vale:

a) $5 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$.
b) $4 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$.
c) $3 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$.
d) $2 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$.
e) $1 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}$.

Resolução:

$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$

Como:

$L_0 = 80 \text{ cm} = 800 \text{ mm}$

temos:

$0{,}8 = 800 \cdot \alpha \cdot 50$

$\boxed{\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \ °C^{-1}}$

Resposta: d

17 (Unisa-SP) Uma linha férrea tem 300 km de extensão no inverno, quando a temperatura é –5 °C. Porém, no verão, a temperatura chega a 25 °C. Se os trilhos são construídos de um material de coeficiente de dilatação linear $\alpha = 10^{-5}\ °C^{-1}$, qual é a variação de comprimento que os trilhos sofrem na sua extensão?

a) 10 m. c) 90 m. e) 200 m.
b) 20 m. d) 150 m.

Resolução:

$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$

$\Delta L = 300\,000 \cdot 10^{-5} \cdot [25 - (-5)]$

$\boxed{\Delta L = 90\ m}$

Resposta: c

18 Sabendo que o coeficiente de dilatação linear médio do concreto é $12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, estime a variação anual da altura de um prédio de 10 andares em uma cidade do litoral de São Paulo, uma região temperada, devido à variação de temperatura entre o inverno e o verão.

Resolução:

$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$

Por estimativa, temos:

$\begin{cases} L_0 \simeq 10 \cdot 3\ m \simeq 30\ m \\ \Delta\theta \simeq 20\ °C \end{cases}$

Portanto:

$\Delta L \simeq 30 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 20\ (m)$

$\Delta L \simeq 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ m \Rightarrow \boxed{\Delta L \simeq 7{,}2\ mm}$

Resposta: 7,2 mm

19 Kevin, um engenheiro americano, foi convidado para projetar sobre um rio uma ponte metálica com 2,0 km de comprimento. Nessa região, a amplitude anual de temperaturas vai de aproximadamente –40 °F até 110 °F. O coeficiente de dilatação linear do material da ponte é $12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Considerando os efeitos de contração e expansão térmica do metal da ponte, qual a máxima variação esperada em sua extensão?

Resolução:

$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$

Sendo:

$L_0 = 2{,}0\ km = 2\,000\ m$

$\Delta\theta = [110 - (-40)]\ °F = 150\ °F$

Como:

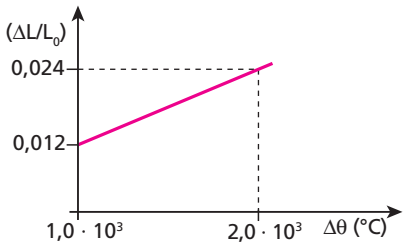
$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{150}{180} \Rightarrow \Delta\theta_C = \frac{250}{3}\ °C,$

então:

$\Delta L = 2\,000 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{250}{3}\ (m) \Rightarrow \boxed{\Delta L = 2{,}0\ m}$

Resposta: 2,0 m

20 (UFBA) Uma barra tem 100,0 cm de comprimento, a 0 °C; quando aquecida, a razão entre o acréscimo de seu comprimento e o comprimento inicial varia com a temperatura de acordo com o gráfico a seguir. Quando a temperatura atingir 1 500 °C, qual será o comprimento da barra?



Resolução:

$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$

$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha\ \Delta\theta$

$0{,}024 = \alpha\ \ 2{,}0 \cdot 10^3$

$\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

Portanto:

$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$

$\Delta L = 100{,}0 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 1\,500\ (cm)$

$\Delta L = 1{,}8\ cm$

Como: $L = L_0 + \Delta L$,

então: $L = 100{,}0 + 1{,}8$

$\boxed{L = 101{,}8\ cm}$

Resposta: 101,8 cm

21 (UFPI) A diferença entre os comprimentos de duas barras metálicas se mantém constante, em 80,0 cm, num intervalo de temperatura em que vale a aproximação linear para a dilatação. Os coeficientes de dilatação linear associados às barras são $3{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. Assim, podemos dizer que, à temperatura inicial, as barras mediam:

a) 2,4 m e 1,6 m. d) 4,0 m e 3,2 m.
b) 2,5 m e 1,7 m. e) 4,4 m e 3,6 m.
c) 3,2 m e 2,4 m.

Resolução:

Condição:

$\Delta L_1 = \Delta L_2$

$L_{0_1}\ \alpha_1\ \Delta\theta = L_{0_2}\ \alpha_2\ \Delta\theta$

$L_{0_1} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{-5} = (L_{0_1} + 0{,}80) \cdot 2{,}0\ 10^{-5}$

$3{,}0L_{0_1} = 2{,}0L_{0_1} + 1{,}6$

$\boxed{L_{0_1} = 1{,}6\ m}$

$L_{0_2} = L_{0_1} + 0{,}80$

$L_{0_2} = 1{,}6 + 0{,}80$

$\boxed{L_{0_2} = 2{,}4\ m}$

Resposta: a

22 (Mack-SP) Duas barras **A** e **B** de mesmo material têm a 0 °C comprimentos tais que $\ell_{0_A} / \ell_{0_B} = 0{,}75$. Essas barras foram colocadas em um forno e, após entrarem em equilíbrio térmico com ele, verificou-se que a barra **A** aumentou seu comprimento em 0,3 cm. O aumento do comprimento da barra **B** foi de:

a) 0,40 cm. c) 0,30 cm. e) 0,20 cm.
b) 0,35 cm. d) 0,25 cm.

Resolução:

$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$

Como as barras são de mesmo material ($\alpha_A = \alpha_B = \alpha$) e sofreram o mesmo aquecimento ($\Delta\theta_A = \Delta\theta_B = \Delta\theta$), temos:

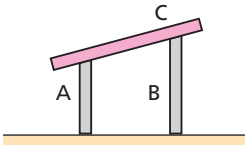
$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \Delta\theta$;

então: $\frac{\Delta L_A}{\Delta L_{0_A}} = \frac{\Delta L_B}{\Delta L_{0_B}} \Rightarrow \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{L_{0_B}}{L_{0_B}}$

$\frac{0,3}{\Delta L_B} = 0,75 \Rightarrow$ $\boxed{\Delta L_B = 0,40 \text{ cm}}$

Resposta: a

23 **E.R.** (FEI-SP – mod.) As barras **A** e **B** da figura têm, respectivamente, 1 000 mm e 1 001 mm de comprimento a 20 °C. Seus coeficientes de dilatação linear são:
$\alpha_A = 3,0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $\alpha_B = 1,0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.



Qual é a temperatura em que a barra **C** ficará na posição horizontal?

Resolução:

Quando a barra **C** estiver na horizontal, os comprimentos das barras **A** e **B** serão iguais:

$$L_A = L_B$$

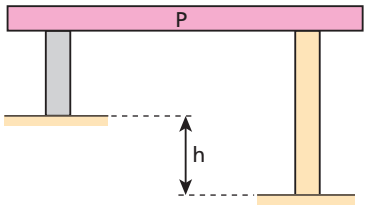
Como: $L = L_0 (1 + \alpha \Delta\theta)$,

temos: $L_{0_A} (1 + \alpha_A \Delta\theta) = L_{0_B} (1 + \alpha_B \Delta\theta)$

$$1\,000 \cdot (1 + 3,0 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta) = 1\,001 \cdot (1 + 1,0 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta)$$
$$1\,000 + 3\,000 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta = 1\,001 + 1\,001 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta$$
$$1999 \cdot 10^{-5} \Delta\theta = 1$$
$$\Delta\theta \simeq 50\ °C$$
$$\theta - 20 \simeq 50$$

$\boxed{\theta \simeq 70\ °C}$

24 Uma plataforma **P** foi apoiada em duas colunas, conforme a figura a seguir:



Devido a um desnível do terreno, para manter a plataforma sempre na horizontal a qualquer temperatura, foi preciso fazer uma das colunas de concreto e a outra de ferro. Qual o valor do desnível **h**, sabendo-se que a maior coluna é de concreto e mede 7,8 m a 0 °C?

Dados: $\alpha_{concreto} = 12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$;
$\alpha_{ferro} = 13 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$.

Resolução:

Condição:

$\Delta L_{ferro} = \Delta L_{concreto}$

então:

$L_{0_{Fe}} \alpha_{Fe} \Delta\theta = L_{0_{conc}} \alpha_{conc} \Delta\theta$

$(7,8 - h)\ 13 \cdot 10^{-6} = 7,8 \cdot 12 \cdot 10^{-6}$

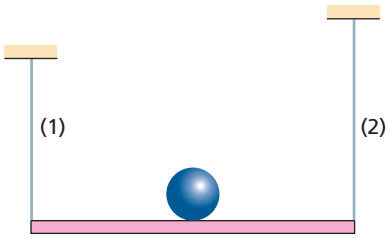
$13(7,8 - h) = 7,8 \cdot 12$

$13 \cdot 7,8 - 13\,h = 12 \cdot 7,8$

$7,8 = 13\,h \Rightarrow$ $\boxed{h = 0,60 \text{ m}}$

Resposta: 0,60 m

25 A figura mostra uma pequena esfera em repouso sobre a barra horizontal, sustentada por dois fios metálicos de materiais diferentes 1 e 2, de comprimentos desiguais L_1 e L_2, a 0 °C.



Sendo α_1 e α_2 os respectivos coeficientes de dilatação lineares dos fios (1) e (2), qual das relações a seguir representa a condição para que a bola continue equilibrada sobre a barra, ao variar a temperatura?

a) $\alpha_1 = \alpha_2$
b) $\alpha_1 L_1 = \alpha_2 L_2$
c) $\alpha_1 L_2 = \alpha_2 L_1$
d) $L_1 L_2 = \alpha_1 \alpha_2$
e) $L_2 = L_1 \alpha_1 \alpha_2$

Resolução:

Condição:

$\Delta L_1 = L_2$

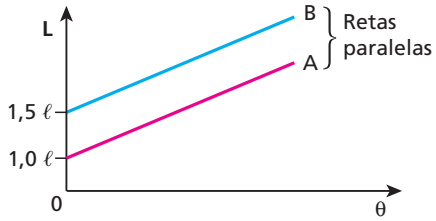
então:

$L_1 \alpha_1 \Delta\theta = L_2 \alpha_2 \Delta\theta$

$\alpha_1 L_1 = \alpha_2 L_2$

Resposta: b

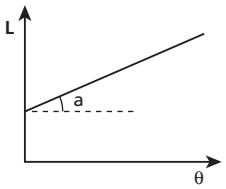
26 Estão representados, a seguir, os comprimentos de duas barras **A** e **B** em função da temperatura:



Determine a razão entre os coeficientes de dilatação linear dessas barras.

Resolução:

$\text{tg } a = \frac{\Delta L}{\Delta\theta} = L_0 \alpha$



então:

$\text{tg } a = L_0 \alpha$

Como as retas são paralelas:

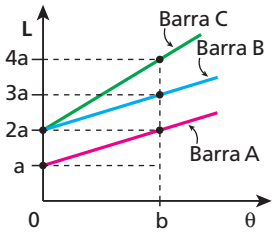
$\text{tg } a_A = \text{tg } a_B$

$L_{0_A} \alpha_A = L_{0_B} \alpha_B$

$\ell \alpha_A = 1,5\, \ell \alpha_B \Rightarrow$ $\boxed{\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = 1,5}$

Resposta: 1,5

27 Considere três barras metálicas homogêneas **A**, **B** e **C**. O gráfico a seguir representa o comprimento das barras em função da temperatura.



Os coeficientes de dilatação linear das barras **A**, **B** e **C** valem, respectivamente, α_A, α_B e α_C.
A relação entre α_A, α_B e α_C é:

a) $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C$.
b) $\alpha_A = \alpha_B = \frac{\alpha_C}{2}$.
c) $\alpha_A = \alpha_B = 2\alpha_C$.
d) $\alpha_A = \alpha_C = 2\alpha_B$.
e) $\alpha_A = \alpha_C = \frac{\alpha_B}{2}$.

Resolução:
$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$

Para a barra **A**: $(2a - a) = a\,\alpha_A (b - 0)$

$$a = a\,\alpha_A\, b \Rightarrow \alpha_A = \frac{1}{b}$$

Para a barra **B**: $(3a - 2a) = 2a\,\alpha_B (b - 0)$

$$a = 2a\,\alpha_B\, b \Rightarrow 2\,\alpha_B = \frac{1}{b}$$

Então: $\alpha_A = 2\alpha_B$

Para a barra **C**: $(4a - 2a) = 2a\,\alpha_C (b - 0)$

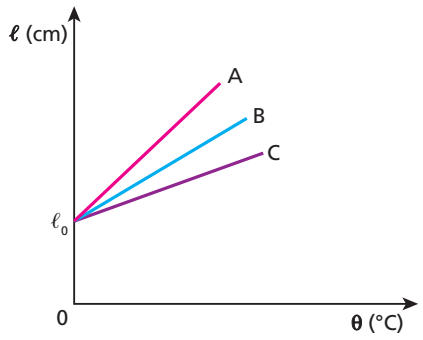
$$2a = 2a\,\alpha_C\, b \Rightarrow \alpha_C = \frac{1}{b}$$

Portanto:

$$\boxed{\alpha_A = \alpha_C = 2\alpha_B}$$

Resposta: d

28 O gráfico da figura a seguir mostra a dilatação térmica de três barras metálicas, feitas de alumínio (Aℓ), ferro (Fe) e chumbo (Pb). O aquecimento é feito a partir de 0 °C, e elas possuem o mesmo comprimento inicial. A tabela mostra também alguns dados numéricos referentes ao processo.

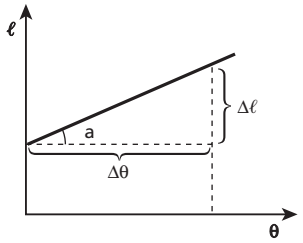


	Δℓ (cm)	Δθ (°C)
Fe	0,60	500
Aℓ	0,46	200
Pb	0,27	100

As letras **A**, **B** e **C** representam, respectivamente, as substâncias:

a) Pb, Aℓ, Fe;
b) Aℓ, Pb, Fe;
c) Fe, Pb, Aℓ;
d) Aℓ, Fe, Pb;
e) Fe, Aℓ, Pb.

Resolução:
No diagrama, temos:



$$\text{tg } a = \frac{\Delta\ell}{\Delta\theta}$$

Assim, da tabela, vem:

$$\text{tg } a_{Fe} = \left(\frac{\Delta\ell}{\Delta\theta}\right)_{Fe} = \frac{0{,}60 \text{ cm}}{500 \text{ °C}} = 1{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ cm/°C}$$

$$\text{tg } a_{Al} = \left(\frac{\Delta\ell}{\Delta\theta}\right)_{Al} = \frac{0{,}46 \text{ cm}}{200 \text{ °C}} = 2{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ cm/°C}$$

$$\text{tg } a_{Pb} = \left(\frac{\Delta\ell}{\Delta\theta}\right)_{Pb} = \frac{0{,}27 \text{ cm}}{100 \text{ °C}} = 2{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ cm/°C}$$

Como: $\text{tg } a_{Pb} > \text{tg } a_{Al} > \text{tg } a_{Fe}$
então: $a_{Pb} > a_{Al} > a_{Fe}$
Portanto, a correlação entre as retas e os materiais é:
A → Chumbo (Pb)
B → Alumínio (Al)
C → Ferro (Fe)

Resposta: a

29 E.R. Duas barras **A** e **B**, de coeficientes de dilatação linear α_A e α_B e comprimentos L_A e L_B, são emendadas de modo que constitua uma única barra de comprimento $(L_A + L_B)$. Qual é o coeficiente de dilatação linear dessa nova barra?

Resolução:
O coeficiente de dilatação linear de uma barra é dado pela expressão:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta\theta}$$

Em um aquecimento $\Delta\theta$ qualquer, temos:

$$\Delta L_A = L_A \alpha_A \Delta\theta$$

$$\Delta L_B = L_B \alpha_B \Delta\theta$$

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

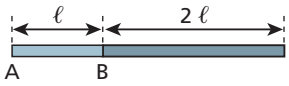
Portanto:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta\theta} = \frac{\Delta L_A + \Delta L_B}{(L_A + L_B)\Delta\theta} = \frac{L_A \alpha_A \Delta\theta + L_B \alpha_B \Delta\theta}{(L_A + L_B)\Delta\theta}$$

$$\alpha = \frac{L_A \alpha_A + L_B \alpha_B}{L_A + L_B}$$

Observemos que o coeficiente de dilatação linear dessa nova barra é a média ponderada dos coeficientes de dilatação linear das barras **A** e **B**, sendo os "pesos" os respectivos comprimentos iniciais.

30 (UEL-PR) A barra da figura é composta de dois segmentos: um de comprimento ℓ e coeficiente de dilatação linear α_A e outro de comprimento $2\,\ell$ e coeficiente de dilatação linear α_B. Pode-se afirmar que o coeficiente de dilatação linear dessa barra, α, é igual a:



a) $\frac{\alpha_A + \alpha_B}{2}$.
c) $\frac{\alpha_A + 2\alpha_B}{3}$.
e) $3(\alpha_A + \alpha_B)$.
b) $\frac{2\alpha_A + \alpha_B}{3}$.
d) $\alpha_A + 2\alpha_B$.

Resolução:

$\Delta L_{barra} = \Delta L_A + \Delta L_B$

$L_{0_{barra}}\,\alpha_{barra} \cdot \Delta\theta = L_{0_A}\,\alpha_A\,\Delta\theta + L_{0_B}\,\alpha_B\,\Delta\theta$

$\left(L_{0_A} + L_{0_B}\right)\alpha_{barra} = L_{0_A}\,\alpha_A + L_{0_B}\,\alpha_B$

$(\ell + 2\ell)\alpha_{barra} = \ell\alpha_A + 2\ell\,\alpha_B$

$3\ell\,\alpha_{barra} = \ell\,(\alpha_A + 2\alpha_B)$

$\alpha_{barra} = \frac{\alpha_A + 2\alpha_B}{3}$

Resposta: c

31 Três bastões de mesmo comprimento ℓ, um de alumínio ($\alpha_{Al} = 24 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$), outro de latão ($\alpha_{latão} = 20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$) e o terceiro de cobre ($\alpha_{Cu} = 16 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$), são emendados de modo que constituam um único bastão de comprimento $3\,\ell$. Determine o coeficiente de dilatação linear do bastão resultante.

Resolução:

$\Delta L_{bastão} = \Delta L_{A\ell} + \Delta L_{latão} + \Delta L_{Cu}$

$3L\alpha_{bastão}\,\Delta\theta = L\alpha_{A\ell}\,\Delta\theta + L\alpha_{latão}\,\Delta\theta + L\,\alpha_{Cu}\,\Delta\theta$

$\alpha_{bastão} = \frac{\alpha_{A\ell} + \alpha_{latão} + \alpha_{Cu}}{3}$

$\alpha_{bastão} = \frac{24 \cdot 10^{-6} + 20 \cdot 10^{-6} + 16 \cdot 10^{-6}}{3} = \frac{60 \cdot 10^{-6}}{3}$

$\alpha_{bastão} = 20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

Resposta: $20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

32 Duas lâminas, feitas de materiais diferentes e soldadas longitudinalmente entre si, irão se curvar quando aquecidas, porque possuem diferentes:

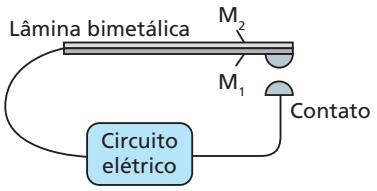
a) coeficientes de dilatação térmica;
b) densidades;
c) pontos de fusão;
d) capacidades térmicas;
e) massas.

Resolução:

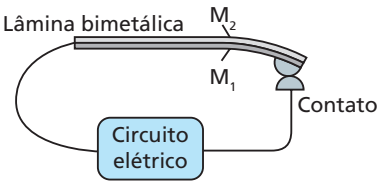
As lâminas se curvam porque uma delas dilata mais que a outra. Se elas possuem mesmo comprimento inicial, terão coeficientes de dilatação diferentes.

Resposta: a

33 (UFMG) Uma lâmina bimetálica é constituida de duas placas de materiais diferentes, M_1 e M_2, presas uma à outra. Essa lâmina pode ser utilizada como interruptor térmico para ligar ou desligar um circuito elétrico, como representado, esquematicamente, na figura I:



I



II

Quando a temperatura das placas aumenta, elas dilatam-se e a lâmina curva-se, fechando o circuito elétrico, como mostrado na figura II.
Esta tabela mostra o coeficiente de dilatação linear α de diferentes materiais:

Material	$\alpha\ (10^{-6} \cdot °C^{-1})$
Aço	11
Alumínio	24
Bronze	19
Cobre	17
Níquel	13

Considere que o material M_1 é cobre e o outro, M_2, deve ser escolhido entre os listados nessa tabela.
Para que o circuito seja ligado com o menor aumento de temperatura, o material da lâmina M_2 deve ser o:

a) aço. b) alumínio. c) bronze. d) níquel.

Resolução:

Para que a lâmina se curve com o menor aumento de temperatura, a lâmina M_2 deverá ter o maior coeficiente de dilatação (o alumínio).

Resposta: b

34 (Ufac) A uma dada temperatura, um pino ajusta-se exatamente em um orifício de uma chapa metálica. Se somente a chapa for aquecida, verifica-se que:

a) o pino não mais passará pelo orifício.
b) o pino passará facilmente pelo orifício.
c) o pino passará sem folga pelo orifício.
d) tanto **a** como **c** poderão ocorrer.
e) nada do que foi dito ocorre.

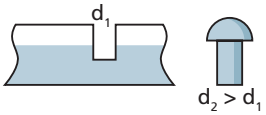
Resolução:

Se somente a chapa for aquecida, somente o orifício aumentará e o pimo passará facilmente por ele.

Resposta: b

35 (Olimpíada Brasileira de Física) A figura ilustra uma peça de metal com um orifício de diâmetro d_1 e um pino de diâmetro d_2 ligeiramente maior que o orifício d_1, quando à mesma temperatura. Para introduzir o pino no orifício, pode-se:

a) aquecer ambos: o orifício e o pino.
b) resfriar o pino.
c) aquecer o pino e resfriar o orifício.
d) resfriar o orifício.
e) resfriar ambos: o orifício e o pino.



Resolução:
Para que o pino possa ser introduzido no orifício, podemos aquecer o orifício e/ou resfriar o pino.

Resposta: b

36 Os materiais usados para a obturação de dentes e os dentes possuem coeficientes de dilatação térmica diferentes. Assim, do ponto de vista físico, por que pode ser prejudicial aos dentes ingerirmos bebidas muito quentes ou muito geladas?

Resposta: Se a obturação dilatar mais, o dente pode quebrar. Se dilatar menos, podem ocorrer infiltrações.

37 Uma substância tem coeficiente de dilatação superficial **A** e coeficiente de dilatação volumétrica **B**. Assim, o coeficiente de dilatação linear é igual a:

a) 2A. b) $\frac{B}{2}$. c) $\frac{A}{3}$. d) $\frac{AB}{6}$. e) $\frac{3AA}{4B}$.

Resolução:

Temos:

$\beta = A$

$\gamma = B$

$$\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

$A = 2\alpha$

$B = 3\alpha$

Assim, verificando as respostas, temos:

$$\frac{3AA}{4B} = \frac{3(2\alpha)(2\alpha)}{4(3\alpha)} = \alpha$$

Resposta: e

38 **E.R.** Uma moeda, fabricada com níquel puro, está à temperatura ambiente de 20 °C. Ao ser levada a um forno, ela sofre um acréscimo de 1% na área de sua superfície. Qual a temperatura do forno?
Dado: coeficiente de dilatação linear do níquel = $12{,}5 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

Resolução:
A expressão simplificada da dilatação superficial é:

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta\theta$$

Sendo:

$$\Delta A = 0{,}01 A_0$$

$$\beta = 2\alpha = 25 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$$

$$\Delta\theta = \theta - 20$$

temos:

$$0{,}01A_0 = A_0\, 25 \cdot 10^{-6} (\theta - 20)$$

$$400 = \theta - 20 \Rightarrow \boxed{\theta = 420\ °C}$$

39 À temperatura de 15 °C, encontramos uma chapa de cobre com superfície de área 100,0 cm^2. Que área terá essa superfície se a chapa for aquecida até 515 °C?
Dado: coeficiente de dilatação superficial do cobre = $3{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

Resolução:
$\Delta A = A_0 \beta \Delta\theta$
$\Delta A = 100{,}0 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot (515 - 15)$
$\Delta A = 1{,}6\ cm^2$
Portanto:
$A = A_0 + \Delta A$
$A = 100{,}0 + 1{,}6\ (cm^2)$

$\boxed{A = 101{,}6\ cm^2}$

Resposta: 101,6 cm^2

40 Em uma placa de ouro, há um pequeno orifício, que a 30 °C tem superfície de área $5 \cdot 10^{-3}$ cm^2. A que temperatura devemos levar essa placa para que a área do orifício aumente o correspondente a $6 \cdot 10^{-5}$ cm^2?
Dado: coeficiente de dilatação linear do ouro = $15 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

Resolução:
$\Delta A = A_0 \beta \Delta\theta$
$\Delta A = A_0 2\alpha \Delta\theta$
$6 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 15 \cdot 10^{-6} \cdot (\theta_f - 30)$
$400 = \theta_f - 30$

$\boxed{\theta_f = 430\ °C}$

Resposta: 430 °C

41 **E.R.** Em uma chapa de latão, a 0 °C, fez-se um orifício circular de 20,0 cm de diâmetro. Determine o acréscimo de área que o orifício sofre quando a temperatura da chapa é elevada a 250 °C.
Dado: coeficiente de dilatação linear do latão = $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

Resolução:
Como o orifício é de forma circular, a 0 °C sua área é calculada por:

$$A_0 = \pi R_0^2 \Rightarrow A_0 = 3{,}14 \cdot 10{,}0^2$$

$$A_0 = 314\ cm^2$$

Usando a expressão simplificada da dilatação superficial:

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta\theta$$

e sendo:

$$\beta = 2\alpha \Rightarrow \beta = 4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$

temos:

$$\Delta A = 314 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot 250$$

$$\boxed{\Delta A = 3{,}14\ cm^2}$$

42 (UFU-MG – mod.) Um orifício numa panela de ferro, a 20 °C, tem 10 cm² de área. Se o coeficiente de dilatação linear do ferro é de $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}, qual será a área desse orifício a 270 °C?

Resolução:

$A = A_0 (1 + \beta \Delta\theta)$

$A = A_0 (1 + 2\alpha \Delta\theta)$

$A = 10 [1 + 2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot (270 - 20)]$

$\boxed{A = 10{,}06 \text{ cm}^2}$

Resposta: 10,06 cm²

43 Uma estatueta de ouro foi aquecida de 25 °C a 75 °C, observando-se um aumento de 2,1 cm³ em seu volume. Sendo $14 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1} o coeficiente de dilatação linear do ouro, qual era o volume inicial dessa estatueta?

Resolução:

$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$

$\Delta V = V_0 3\alpha \Delta\theta$

$2{,}1 = V_0 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 10^{-6} \cdot (75 - 25)$

$\boxed{V_0 = 1{,}0 \cdot 10^3 \text{ cm}^3}$

Resposta: $1{,}0 \cdot 10^3$ cm³

44 Uma panela de alumínio possui, a 0 °C, uma capacidade de 1 000 cm³ (1 L). Se levarmos a panela com água ao fogo, até que ocorra ebulição da água, sob pressão normal, qual será a nova capacidade da panela?

Dados: coeficiente de dilatação linear do alumínio = $24 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1};
coeficiente de dilatação cúbica da água = $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}.

Resolução:

Para a panela:

$V = V_0 (1 + 3\alpha \Delta\theta)$

$V = 1\,000 \cdot [1 + 3 \cdot 24 \cdot 10^{-6} \cdot (100 - 0)]$ (cm³)

$V = 1\,000 + 7{,}2$ (cm³)

$\boxed{V = 1\,007{,}2 \text{ (cm}^3\text{)}}$

Resposta: 1 007,2 (cm³)

45 O coeficiente de dilatação linear do alumínio é $2{,}2 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}. Um cubo de alumínio com volume de 5 L é aquecido de 40 °F até 76 °F. Qual é a variação aproximada do volume do cubo?

Resolução:

$\Delta\theta_C = (76 - 40)$ °F = 36 °F

Como:

$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{36}{180}$$

$\Delta\theta_F = 20$ °C

Então, usando a expressão da dilatação cúbica, temos:

$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$

$\Delta V = V_0 3\alpha \Delta\theta$

$\Delta V = 5 \cdot 3 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 20$ (ℓ)

$\boxed{\Delta V = 6{,}6 \cdot 10^{-3} \ \ell}$

Resposta: $6{,}6 \cdot 10^{-3}$ ℓ

46 (FGV-SP) Suponha que você encontrasse nesta prova o seguinte teste:

Com relação ao fenômeno da dilatação térmica nos sólidos, é correto afirmar que:

(a) toda dilatação, em verdade, ocorre nas três dimensões: largura, comprimento e altura.

(b) quando um corpo que contém um orifício dilata, as dimensões do orifício dilatam também.

(c) os coeficientes de dilatação linear, superficial e volumétrica, em corpos homogêneos e isótropos, guardam, nesta ordem, a proporção de 1 para 2 para 3.

(d) a variação das dimensões de um corpo depende de suas dimensões iniciais, do coeficiente de dilatação e da variação de temperatura sofrida.

(e) coeficientes de dilatação são grandezas adimensionais e dependem do tipo de material que constitui o corpo.

Naturalmente, a questão deveria ser anulada, por apresentar, ao todo,

a) nenhuma alternativa correta.

b) duas alternativas corretas.

c) três alternativas corretas.

d) quatro alternativas corretas.

e) todas as alternativas corretas.

Resolução:

a) **Correta**.

A dilatação térmica de um sólido ocorre nas três dimensões: comprimento, largura e altura.

b) **Correta**.

A dilatação de um sólido ocorre sempre "para fora". Havendo um orifício nesse sólido, o orifício terá suas dimensões aumentadas.

c) **Correta**.

Em sólidos homogêneos e isotrópicos, os coeficientes de dilatação linear (α), superficial (β) e volumétrica (γ) guardam a proporção:

$$\boxed{\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}}$$

d) **Correta**.

A variação de cada dimensão linear sofrida por um corpo sólido, quando aquecido, pode ser expressa por:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

em que ΔL é a variação de dimensão linear, L_0, a dimensão linear inicial, α, o coeficiente de dilatação linear (que é uma característica do material e da temperatura) e $\Delta\theta$, a variação da temperatura.

e) **Incorreta**.

$$\alpha = \frac{L}{L_0 \Delta\theta}$$

Como ΔL e L_0 são medidos na mesma unidade, notamos que a dimensão de α resume-se ao inverso da unidade da temperatura:

$$[\alpha] \Rightarrow \text{°C}^{-1} \text{ ou °F}^{-1} \text{ ou K}^{-1}$$

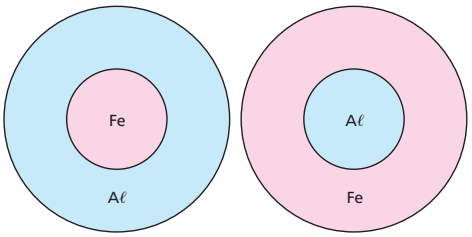
Resposta: d

47 Uma chapa de alumínio possui um furo em sua parte central. Sendo aquecida, observamos que:
a) tanto a chapa como o furo tendem a diminuir suas dimensões;
b) o furo permanece com suas dimensões originais e a chapa aumenta;
c) a chapa e o furo permanecem com suas dimensões originais;
d) a chapa aumenta e o furo diminui;
e) tanto a chapa como o furo tendem a aumentar suas dimensões.

Resolução:
No aquecimento, tanto a chapa como o orifício tendem a aumentar suas dimensões. O furo comporta-se como se estivesse preenchido com o material da chapa.

Resposta: e

48 (UFMG) O coeficiente de dilatação térmica do alumínio (Aℓ) é, aproximadamente, duas vezes o coeficiente de dilatação térmica do ferro (Fe). A figura mostra duas peças em que um anel feito de um desses metais envolve um disco feito do outro. À temperatura ambiente, os discos estão presos aos anéis.



Se as duas peças forem aquecidas uniformemente, é correto afirmar que:
a) apenas o disco de Aℓ se soltará do anel de Fe.
b) apenas o disco de Fe se soltará do anel de Aℓ.
c) os dois discos se soltarão dos respectivos anéis.
d) os discos não se soltarão dos anéis.

Resolução:
Sendo $\alpha_{A\ell} > \alpha_{Fe}$, o alumínio dilatará mais que o ferro. Assim, apenas o anel de alumínio se soltará da placa de ferro.

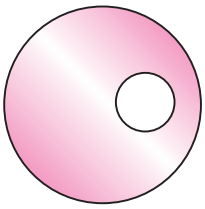
Resposta: b

49 (PUC-SP) Um mecânico de automóveis precisa soltar um anel que está fortemente preso a um eixo. Sabe-se que o anel é feito de aço, de coeficiente de dilatação linear $1{,}1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. O eixo, de alumínio, tem coeficiente $2{,}3 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.
Lembrando que tanto o aço quanto o alumínio são bons condutores térmicos e sabendo que o anel não pode ser danificado e que não está soldado ao eixo, o mecânico deve:
a) aquecer somente o eixo.
b) aquecer o conjunto (anel + eixo).
c) resfriar o conjunto (anel + eixo).
d) resfriar somente o anel.
e) aquecer o eixo e, logo após, resfriar o anel.

Resolução:
Como $\alpha_{A\ell} > \alpha_{aço}$, ao resfriarmos o conjunto, o eixo de alumínio irá se contrair mais que o anel de aço, ocorrendo a separação.

Resposta: c

50 Um disco de latão de 50,0 cm² de área é perfurado, ficando com um furo circular de 10,0 cm² na posição indicada na figura.



O coeficiente de dilatação linear do latão é de $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e essas áreas se referem à temperatura ambiente. Se o disco for colocado em um forno e a temperatura elevada de 100 °C, a área do furo:
a) diminuirá de 0,12 cm²;
b) aumentará de 0,02 cm²;
c) diminuirá de 0,16 cm²;
d) aumentará de 0,04 cm²;
e) não sofrerá alteração.

Resolução:
O furo comporta-se como se estivesse preenchido com o material da placa.

$\Delta A = A_0\, 2\alpha\, \Delta\theta$

$\Delta A = 10{,}0 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 100\ (cm^2) \Rightarrow$ $\boxed{\Delta A = 0{,}04\ cm^2}$

Resposta: d

51 Uma placa metálica de dimensões 10 cm × 20 cm × 0,5 cm tem em seu centro um furo cujo diâmetro é igual a 1,00 cm quando a placa está à temperatura de 20 °C. O coeficiente de dilatação linear do metal da placa é $20 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Quando a temperatura é de 520 °C, a área do furo:
a) aumenta 1%;
b) diminui 1%;
c) aumenta 2%;
d) diminui 2%;
e) não se altera.

Resolução:

$\Delta A = A_0\, \beta\, \Delta\theta$

$\Delta A = \pi R^2\ \ 2\alpha\ \ \Delta\theta$

Portanto:

$A_0 = \pi R^2 \ \rightarrow\ 100\%$

$\Delta A = \pi R^2\, 2\alpha\, \Delta\theta \ \rightarrow\ x\%$

$$x = \frac{\pi R^2\, 2\alpha\, \Delta\theta \cdot 100}{\pi R^2} = 2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}\ (520 - 20)\ 100$$

$\boxed{x = 2\%}$

Resposta: c

52 **E.R.** Ao aquecermos um sólido de 20 °C a 80 °C, observamos que seu volume experimenta um aumento correspondente a 0,09% em relação ao volume inicial. Qual é o coeficiente de dilatação linear do material de que é feito o sólido?

Resolução:
O volume inicial V_0 corresponde a 100% e a variação de volume ΔV, a 0,09%. Assim, podemos escrever a relação:

$$\Delta V = \frac{0{,}09 V_0}{100}$$

Como: $\Delta V = V_0\, \gamma\, \Delta\theta$,

então: $\dfrac{0{,}09 V_0}{100} = V_0\, \gamma\, \Delta\theta$

Mas $\gamma = 3\alpha$

Portanto:

$$\frac{0{,}09}{100} = 3\alpha(80 - 20)$$

$\boxed{\alpha = 5 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}}$

53 Uma barra de estanho tem a forma de um prisma reto de 4,0 cm² de área da base e 1,0 m de comprimento, quando na temperatura inicial de 68 °F. Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do estanho é igual a $2,0 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}, determine o comprimento e o volume dessa barra quando ela atinge a temperatura de 518 °F.

Resolução:

$\Delta\theta_F = (518 - 68)$ °F = 450 °F

$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180} \Rightarrow \frac{\theta_C}{100} = \frac{450}{180} \Rightarrow \Delta\theta_C = 250\ °C$$

Dilatação linear:

$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$

$\Delta L = 1,0 \cdot 2,0 \cdot 10^{-5} \cdot 250$

Portanto:

$\Delta L = 0,005$ m

$L = L_0 + \Delta L = 1,0 + 0,005$

$\boxed{L = 1,005\ m}$

Dilatação volumétrica:

$\Delta V = V_0\ \gamma\ \Delta\theta$

$\Delta V = AL\ 3\ \alpha\ \Delta\theta$

$\Delta V = 4,0 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 2,0 \cdot 10^{-5} \cdot 250$

$\Delta V = 6\ cm^3$

Portanto:

$V = V_0 + \Delta V = 4,0 \cdot 100 + 6 \Rightarrow \boxed{V = 406\ cm^3}$

Respostas: 1,005 m; 406 cm³

54 Um cubo é aquecido e constata-se um aumento de 0,6% no seu volume. Qual foi a variação de temperatura sofrida pelo cubo?

Dado: coeficiente de dilatação volumétrica do material do cubo = $6,0 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}

Resolução:

$V_0 \rightarrow 100\%$

$$\Delta V \rightarrow 0,6\% \Rightarrow \Delta V = \frac{0,6\ V_0}{100}$$

Como

$\Delta V = V_0\ \gamma\ \Delta\theta$

então

$$\frac{0,6\ V_0}{100} = V_0\ 6,0\ 10^{-6}\ \Delta\theta \Rightarrow \boxed{\Delta\theta = 1\,000\ °C}$$

Resposta: 1 000 °C

55 Uma esfera metálica maciça é aquecida de 30 °C para 110 °C, e seu volume sofre um aumento correspondente a 1,2%. Qual o valor do coeficiente de dilatação linear médio desse metal?

Resolução:

$V_0 \rightarrow 100\%$

$$\Delta V \rightarrow 1,2\% \Rightarrow \Delta V = \frac{1,2\ V_0}{100}$$

Como:

$\Delta V = V_0\ \gamma\Delta\theta$

então:

$$\frac{1,2\ V_0}{100} = V_0\ \ 3\alpha(110 - 30)$$

$\boxed{\alpha = 5,0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}}$

Resposta: $5,0 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}

56 Uma peça sólida tem uma cavidade cujo volume vale 8 cm³ a 20 °C. A temperatura da peça varia para 520 °C e o coeficiente de dilatação linear do sólido ($12 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}) pode ser considerado constante. Supondo que a pressão interna da cavidade seja sempre igual à externa, qual a variação percentual do volume da cavidade?

Resolução:

$\Delta V = V_0\ \gamma\Delta\theta$

$\Delta V = V_0\ 3\alpha\ \Delta\theta$

$\Delta V = 8 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 10^{-6}\ \ (520 - 20)$

$\Delta V = 0,144\ cm^3$

Portanto:

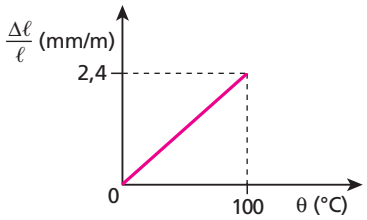
$V_0 = 8\ cm^3 \rightarrow 100\%$

$\Delta V = 0,144\ cm^3 \rightarrow x\%$

$$x = \frac{0,144 \cdot 100}{8} \Rightarrow \boxed{x = 1,8\%}$$

Resposta: 1,8%

57 (UMC-SP) A figura mostra a variação relativa do comprimento de uma barra metálica em função da temperatura.



Se um cubo de aresta **a**, feito desse metal, for submetido à variação de temperatura de 100 °C, sua dilatação volumétrica será:

a) $\Delta V = 7,2 \cdot 10^{-3}\ a^3$.
b) $\Delta V = 6,0 \cdot 10^{-3}\ a^3$.
c) $\Delta V = 5,6 \cdot 10^{-3}\ a^3$.
d) $\Delta V = 4,8 \cdot 10^{-3}\ a^3$.
e) $\Delta V = 3,6 \cdot 10^{-3}\ a^3$.

Resolução:

$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha\ \Delta\theta$$

Do gráfico:

$$\frac{\Delta L}{L} = 2,4\ \frac{mm}{m} = 2,4\ \frac{mm}{10^3\ mm} = 2,4 \cdot 10^{-3}$$

então:

$2,4 \cdot 10^{-3} = \alpha\ \ 100$

$\alpha = 2,4 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}

e: $\gamma = 3\alpha = 7,2 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}

Portanto:

$\Delta V = V_0\ \gamma\ \Delta\theta$

$\Delta V = \alpha^3\ 7,2 \cdot 10^{-5} \cdot 100$

$\Delta V = 7,2 \cdot 10^{-3}\ a^3$

Resposta: a

58 (Mack-SP) Uma esfera de certa liga metálica, ao ser aquecida de 100 °C, tem seu volume aumentado de 4,5%. Uma haste dessa mesma liga metálica, ao ser aquecida de 100 °C, terá seu comprimento aumentado de:

a) 1,0%. c) 2,0%. e) 4,5%.
b) 1,5%. d) 3,0%.

Resolução:
Na dilatação volumétrica:

$V_0 \rightarrow 100\%$
$\Delta V \rightarrow 4{,}5\%$
$\Delta V = \frac{V_0\ 4{,}5}{100}$

Como:
$\Delta V = V_0\ 3\alpha\ \Delta\theta$
então:

$$\frac{V_0\ 4{,}5}{100} = V_0\ 3\alpha\ \Delta\theta$$

$$\alpha\ \Delta\theta = 0{,}015$$

Na dilatação linear:

$$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha\ \Delta\theta$$

e:

$L_0 \rightarrow 100\ \%$
$\Delta L \rightarrow x\%$
$x = \frac{\Delta L\ 100}{L_0}$

Assim:

$$x = \alpha\ \Delta\theta\ \ 100 \Rightarrow x = 0{,}015 \cdot 100 \Rightarrow x = 1{,}5\%$$

Resposta: b

59 Ao abastecer o carro em um posto de gasolina, você compra o combustível por volume e não por massa, isto é, você compra "tantos litros" e não "tantos quilogramas" de combustível. Assim, qual o melhor horário do dia para abastecer o carro se você quer fazer economia?

Resolução:
No período da manhã.
A gasolina passou a noite esfriando, de manhã começará a ser aquecida.

Resposta: No período da manhã.

60 Um posto recebeu 5 000 L de gasolina em um dia muito frio, em que a temperatura era de 10 °C. No dia seguinte, a temperatura aumentou para 30 °C, situação que durou alguns dias, o suficiente para que a gasolina fosse totalmente vendida. Se o coeficiente de dilatação volumétrica da gasolina é igual a $11 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$, determine o lucro do proprietário do posto, em litros.

Resolução:
$\Delta V = V_0\ \gamma\ \Delta\theta$
$\Delta V = 5\,000 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot (30 - 10)\ (\ell)$

$\Delta V = 110\ \ell$

Resposta: 110 ℓ

61 O dono de um posto de gasolina consulta uma tabela de coeficientes de dilatação volumétrica, obtendo para o álcool o valor $1 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$. Assim, ele verifica que se comprar 20 000 L de álcool em um dia em que a temperatura é de 27 °C e vendê-los em um dia frio a 15 °C, estará tendo um prejuízo de **n** litros. Qual o valor de **n**?

Resolução:
$\Delta V = V_0\ \gamma\ \Delta\theta$
$n = 20\,000 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot (15 - 27)\ (\ell)$
$n = -240\ \ell$
O sinal negativo indica que houve uma diminuição no volume do álcool.
Assim:

$n = 240\ \ell$

Resposta: 240

62 **E.R.** Um frasco de vidro, graduado em cm^3 a 0 °C, contém mercúrio até a marca de 100,0 cm^3, quando ainda a 0 °C. Ao se aquecer o conjunto a 120 °C, o nível de mercúrio atinge a marca de 101,8 cm^3. Determine o coeficiente de dilatação linear do vidro.
Dado: coeficiente de dilatação do mercúrio: $\gamma_{Hg} = 18 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

Resolução:
A diferença de leitura corresponde à dilatação aparente do líquido, pois não podemos nos esquecer de que o frasco também se dilatou:

$$\Delta V_{aparente} = 101{,}8 - 100{,}0$$

$$\Delta V_{aparente} = 1{,}8\ cm^3$$

Usamos a expressão da dilatação aparente dos líquidos:

$$\Delta V_{aparente} = V_{0A}\ \gamma_{aparente}\ \Delta\theta$$

Temos:

$$1{,}8 = 100{,}0 \cdot \gamma_a \cdot 120$$

$$\gamma_a = 15 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1},$$

porém:

$$\gamma_a = \gamma_r - \gamma_f \quad \text{e} \quad \gamma_f = 3\alpha_f$$

Portanto:

$$15 \cdot 10^{-5} = 18 \cdot 10^{-5} - 3\alpha_f$$

$$3\alpha_f = 3 \cdot 10^{-5}$$

$$\alpha_f = \alpha_{vidro} = 1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$

63 Um recipiente de volume **V** está cheio de um líquido a 20 °C. Aquecendo-se o conjunto a 70 °C, transbordam 5,0 cm^3 de líquido. Esses 5,0 cm^3 correspondem:

a) à dilatação real do líquido;
b) à dilatação aparente do líquido;
c) à soma da dilatação real com a dilatação aparente do líquido;
d) à diferença entre a dilatação real e a dilatação aparente do líquido;
e) a três vezes a dilatação real do líquido.

Resolução:
O volume transbordado corresponde à dilatação aparente do líquido.

Resposta: b

64 Em um recipiente de porcelana, graduado corretamente em centímetros cúbicos a 30 °C, é colocado petróleo a 30 °C até a marca 500 cm³. Em seguida, eleva-se a temperatura do conjunto a 70 °C.
Dados: coeficiente de dilatação cúbica do petróleo = $9{,}1 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1};
coeficiente de dilatação linear da porcelana = $3{,}3 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}.
Determine:
a) o coeficiente de dilatação aparente do petróleo, quando medido no frasco de porcelana;
b) a marca atingida pelo petróleo no frasco, após o aquecimento;
c) a dilatação real sofrida pelo petróleo.

Resolução:
a) $\gamma_{ap} = \gamma_r - \gamma_f$
$\gamma_{ap} = \gamma_r - 3\alpha_f$
$\gamma_{ap} = (9{,}1 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 3{,}3 \cdot 10^{-6})$ (°C^{-1})
$\boxed{\gamma_{ap} = 9{,}0 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}}$
b) $\Delta V_{ap} = V_0\, \gamma_{ap}\, \Delta\theta$
$\Delta V_{ap} = 500 \cdot 9{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot (70 - 30)$
$\Delta V_{ap} = 18\ cm^3$
Portanto:
$V_{ap} = V_0 + \Delta V_{ap} = 500 + 18$
$\boxed{V_{ap} = 518\ cm^3}$
c) $\Delta V_r = V_0\, \gamma_r\, \Delta\theta$
$\Delta V_r = 500 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot (70 - 30)$
$\boxed{\Delta V_r = 18{,}2\ cm^3}$

Respostas: a) $9{,}0 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}; b) 518 cm³; c) 18,2 cm³

65 (Unisa-SP) Um recipiente de vidro de 150 cm³ está completamente cheio de um líquido a 20 °C. Aquecendo-se o conjunto a 120 °C, transbordam 5 cm³ do líquido. Qual o coeficiente de dilatação volumétrica aparente desse líquido?

Resolução:
$\Delta V_{ap} = V_0\, \gamma_{ap}\, \Delta\theta$
$5 = 150 \cdot \gamma_{ap} (120 - 20)$
$\boxed{\gamma_{ap} = 3{,}3 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}}$

Resposta: $3{,}3 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}

66 (UFBA) Um frasco de vidro contém, quando cheio, 50 cm³ de mercúrio, à temperatura de 50 °C. Considerando o coeficiente de dilatação linear do vidro igual a $8{,}0 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1} e o de dilatação volumétrica do mercúrio igual a $1{,}8 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}, determine, em 10^{-2} cm³, a quantidade de mercúrio que transbordará do recipiente se a temperatura for elevada a 100 °C.

Resolução:
$\Delta V_{ap} = V_0\, \gamma_{ap}\, \Delta\theta$
$\Delta V_{ap} = V_0\, (\gamma_r - 3\alpha_f)\, \Delta\theta$
$\Delta V_{ap} = 50 \cdot (1{,}8 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 8{,}0 \cdot 10^{-6})\ (100 - 50)$ (cm³)
$\boxed{\Delta V_{ap} = 39 \cdot 10^{-2}\ cm^3}$

Resposta: 39

67 Dois recipientes de 1 000 cm³ cada um, a 0 °C, foram usados na determinação do coeficiente de dilatação aparente do mercúrio. Um dos recipientes era de cobre e o outro, de alumínio. Após serem totalmente cheios de mercúrio, também a 0 °C, os conjuntos foram aquecidos até 100 °C. Determine:
a) os coeficientes de dilatação aparente encontrados para o mercúrio;
b) o volume de mercúrio extravasado em cada caso.
Dados: coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio = $1{,}8 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1};
coeficiente de dilatação linear do cobre = $1{,}6 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1};
coeficiente de dilatação linear do alumínio = $2{,}4 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}.

Resolução:
a) $\gamma_{ap} = \gamma_r - \gamma_f$
$\gamma_{ap\ (no\ cobre)} = 1{,}8 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-5}$
$\boxed{\gamma_{ap\ (no\ cobre)} = 1{,}32 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}}$
$\gamma_{ap\ (no\ alumínio)} = 1{,}8 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-5}$
$\boxed{\gamma_{ap\ (no\ alumínio)} = 1{,}08 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}}$
b) $\Delta V_{ap} = V_0\, \gamma_{ap}\, \Delta\theta$
$\Delta V_{ap\ (no\ cobre)} = 1\,000 \cdot 1{,}32 \cdot 10^{-4}\ \ (100 - 0)$
$\boxed{\Delta V_{ap\ (no\ cobre)} = 13{,}2\ cm^3}$
$\Delta V_{ap\ (no\ alumínio)} = 1\,000 \cdot 1{,}08 \cdot 10^{-4}\ \ (100 - 0)$
$\boxed{\Delta V_{ap\ (no\ alumínio)} = 10{,}8\ cm^3}$

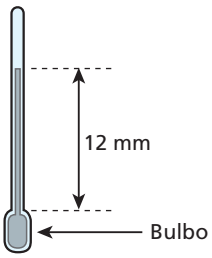
Respostas: a) $1{,}08 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}; b) 10,8 cm³

68 (Mack-SP) Em uma experiência, para determinarmos o coeficiente de dilatação linear do vidro, tomamos um frasco de vidro de volume 1 000 cm³ e o preenchemos totalmente com mercúrio (coeficiente de dilatação volumétrica = $1{,}8 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}). Após elevarmos a temperatura do conjunto de 100 °C, observamos que 3,0 cm³ de mercúrio transbordam. Dessa forma, podemos afirmar que o coeficiente de dilatação linear do vidro que constitui esse frasco vale:
a) $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}.
b) $4{,}0 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}.
c) $3{,}0 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}.
d) $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}.
e) $1{,}0 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}.

Resolução:
$\Delta V_{ap} = V_0\, \gamma_{ap}\, \Delta\theta$
$\Delta V_{ap} = V_0\, (\gamma_r - 3\alpha_f)\, \Delta\theta$
$3{,}0 = 1\,000\ (1{,}8 \cdot 10^{-4} - 3\alpha_f) \cdot 100$
$3{,}0 \cdot 10^{-5} = 18 \cdot 10^{-5} - 3\alpha_f$
$3\alpha_f = 15 \cdot 10^{-5}$
$\boxed{\alpha_f = 5{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}}$

Resposta: a

69 (Fuvest-SP) Um termômetro especial, com líquido dentro de um recipiente de vidro, é constituído de um bulbo de 1 cm^3 e um tubo com secção transversal de 1 mm^2. À temperatura de 20 °C, o líquido preenche completamente o bulbo até a base do tubo. À temperatura de 50 °C, o líquido preenche o tubo até uma altura de 12 mm. Considere desprezíveis os efeitos da dilatação do vidro e da pressão do gás acima da coluna do líquido. Podemos afirmar que o coeficiente de dilatação volumétrica médio do líquido vale:



a) $3 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}.
b) $4 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}.
c) $12 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}.
d) $20 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}.
e) $36 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1}.

Resolução:
$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$
$A\,h = V_0 \gamma \Delta\theta$
$1 \cdot 12 = 1000 \cdot \gamma\,(50-20)$
$\boxed{\gamma = 4 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}}$

Resposta: b

70 Um comerciante comprou 10 000 L de álcool num dia em que a temperatura era de 12 °C. Para obter um lucro extra de 2%, resolveu esperar um dia em que a temperatura fosse **θ**, para o engarrafamento. Sabendo que o coeficiente de dilatação volumétrica do álcool é de $1 \cdot 10^{-3}$ °C^{-1}, determine essa temperatura **θ**.

Resolução:
$V_0 \rightarrow 100\%$
$\Delta V \rightarrow 2\%$
$\Delta V = \dfrac{2V_0}{100}$
Assim:
$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta \Rightarrow \dfrac{2V_0}{100} = V_0 \gamma \Delta\theta \Rightarrow 2 \cdot 10^{-2} = 1 \cdot 10^{-3}\ (\theta - 12)$
$20 = \theta - 12 \Rightarrow \boxed{\theta = 32\ °C}$

Resposta: 32 °C

71 (UFPA) Um recipiente de vidro encontra-se completamente cheio de um líquido a 0 °C. Quando o conjunto é aquecido até 80 °C, o volume do líquido que transborda corresponde a 4% do volume que o líquido possuía a 0 °C. Sabendo que o coeficiente de dilatação volumétrica do vidro é de $27 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}, determine o coeficiente de dilatação real do líquido.

Resolução:
$V_0 \rightarrow 100\%$
$\Delta V \rightarrow 4\% \Rightarrow \Delta V = \dfrac{4V_0}{100}$
Portanto:
$\Delta V_{ap} = V_0 \gamma_{ap} \Delta\theta \Rightarrow \dfrac{4V_0}{100} = V_0(\gamma_r - 27 \cdot 10^{-6})\ (80 - 0)$
$5 \cdot 10^{-4} = \gamma_r - 27 \cdot 10^{-6} \Rightarrow \boxed{\gamma_r = 527 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}}$

Resposta: $527 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}

72 Um recipiente de 200 cm^3 de capacidade, feito de um material de coeficiente de dilatação volumétrica de $100 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}, contém 180 cm^3 de um líquido de coeficiente de dilatação cúbica de $1000 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}. A temperatura do sistema é de 20 °C. Qual a temperatura-limite de aquecimento do líquido sem que haja transbordamento?

Resolução:
$\Delta V_{ap} = V_0 \gamma_{ap} \Delta\theta$
$(200 - 180) = 180\ (1000 \cdot 10^{-6} - 100 \cdot 10^{-6})\ (\theta_1 - 20)$
$20 = 180 \cdot 9 \cdot 10^{-4}\ (\theta_1 - 20)$
$123 = \theta_1 - 20$
$\boxed{\theta_1 \simeq 143\ °C}$

Resposta: ≃ 143 °C

73 (UFPE) Um recipiente metálico de 10 litros está completamente cheio de óleo, quando a temperatura do conjunto é de 20 °C. Elevando-se a temperatura até 30 °C, um volume igual a 80 cm^3 de óleo transborda. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação volumétrica do óleo é igual a $0{,}9 \cdot 10^{-3}$ °C^{-1}, qual foi a dilatação do recipiente em cm^3?

Resolução:
Cálculo da dilatação do óleo:
$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$
$\Delta V_{óleo} = 10^4 \cdot 0{,}9 \cdot 10^{-3}\ \ (30 - 20)\ (cm^3)$
$\Delta V = 90\ cm^3$
A dilatação do recipiente é a diferença entre a dilatação do óleo e o óleo transbordado.
Assim:
$\Delta V_{recipiente} = (90 - 80)\ (cm^3) \Rightarrow \boxed{\Delta V_{recipiente} = 10\ cm^3}$

Resposta: 10 cm^3

74 (Enem) A gasolina é vendida por litro, mas em sua utilização como combustível a massa é o que importa. Um aumento da temperatura do ambiente leva a um aumento no volume da gasolina. Para diminuir os efeitos práticos dessa variação, os tanques dos postos de gasolina são subterrâneos. Se os tanques não fossem subterrâneos:

I. Você levaria vantagem ao abastecer o carro na hora mais quente do dia, pois estaria comprando mais massa por litro de combustível.
II. Abastecendo com a temperatura mais baixa, você estaria comprando mais massa de combustível para cada litro.
III. Se a gasolina fosse vendida por kg em vez de ser vendida por litro, o problema comercial decorrente da dilatação da gasolina estaria resolvido.

Dessas considerações, somente:
a) I é correta.
b) II é correta.
c) III é correta.
d) I e II são corretas.
e) II e III são corretas.

Resolução:
I - **Incorreta**
Na hora mais quente do dia , a gasolina está dilatada , ocupando, em cada litro, a menor massa.
II - **Correta**
III - **Correta**

Resposta: e

75 (UFGO-GO) Num dia quente em Goiânia, 32 °C, uma dona-de-casa coloca álcool em um recipiente de vidro graduado e lacra-o bem para evitar evaporação. De madrugada, com o termômetro acusando 12 °C, ela nota, surpresa, que, apesar de o vidro estar bem fechado, o volume de álcool reduziu-se. Sabe-se que o seu espanto não se justifica, pois se trata do fenômeno da dilatação térmica. A diminuição do volume foi de:

a) 1,1%. c) 3,3%. e) 6,6%.
b) 2,2%. d) 4,4%.

Considere o coeficiente de dilatação térmica volumétrica do álcool: $\gamma_{álcool} = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1} >> \gamma_{vidro}$

Resolução:

Considerando desprezível a dilatação do vidro, temos:

$\Delta V = V_0\, \gamma\, \Delta\theta$

$\Delta V = V_3\ 1{,}1 \cdot 10^{-3}\ (12 - 32)$

$\Delta V = -22 \cdot 10^{-3}\, V_0$

Como:

$V_0 \rightarrow 100\%$

$\Delta V \rightarrow x\%$

$x = \dfrac{\Delta V\ 100}{V_0}$

então:

$x = \dfrac{(-22 \cdot 10^{-3}\, V_0)\ 100}{V_0} \Rightarrow$ $\boxed{x = -2{,}2\%}$

O sinal negativo indica que houve uma diminuição de 2,2% no volume do álcool.

Resposta: b

76 **E.R.** A 4 °C, a massa específica da água vale 1,0 g/cm³. Se o coeficiente de dilatação volumétrica real da água vale $2{,}0 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$, qual é sua massa específica, na temperatura de 84 °C?

Resolução:

A **densidade absoluta** ou **massa específica** de uma substância varia com a temperatura, de acordo com a seguinte função:

$$\mu = \frac{\mu_0}{(1 + \gamma\, \Delta\theta)}$$

Substituindo os valores conhecidos, temos:

$$\mu = \frac{1{,}0}{1 + 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 80} \Rightarrow \boxed{\mu \simeq 0{,}98\ g/cm^3}$$

77 A densidade absoluta de um material a 20 °C é 0,819 g/cm³ e seu coeficiente de dilatação volumétrica vale $5 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$. A que temperatura devemos levar esse corpo para que sua densidade absoluta torne-se igual a 0,780 g/cm³?

Resolução:

$\mu = \dfrac{\mu_0}{(1 + \gamma\Delta\theta)}$

$0{,}780 = \dfrac{0{,}819}{[1 + 5 \cdot 10^{-4}\ (\theta_f - 20)]}$

$1 + 5 \cdot 10^{-4}\ (\theta_f - 20) = 1{,}05$

$5 \cdot 10^{-4}\ (\theta_f - 20) = 0{,}05$

$\theta_f - 20 = \dfrac{0{,}05 \cdot 10^4}{5} \Rightarrow \theta_f - 20 = 100 \Rightarrow$ $\boxed{\theta_f = 120\ °C}$

Resposta: 120 °C

78 Uma substância tem massa específica de 0,78 g/cm³ a 25 °C e 0,65 g/cm³ a 425 °C. Qual o seu coeficiente de dilatação volumétrica?

Resolução:

$\mu = \dfrac{\mu_0}{(1 + \gamma\Delta\theta)}$

$1 + \gamma\, \Delta\theta = \dfrac{\mu_0}{\mu} \Rightarrow 1 + \gamma(425 - 25) = \dfrac{0{,}78}{0{,}65}$

$400\gamma = 1{,}2 - 1$

$400\gamma = 0{,}2 \Rightarrow$ $\boxed{\gamma = 5 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}}$

Resposta: $5 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

79 (PUC-SP) A água apresenta uma anomalia em relação aos demais líquidos. Assim, a temperatura de 4 °C é:

a) aquela para a qual a água tem maior densidade.
b) aquela para a qual a água assume maior volume.
c) a mais baixa que a água atinge no estado líquido.
d) a correspondente ao ponto triplo da água.
e) a de fusão do gelo.

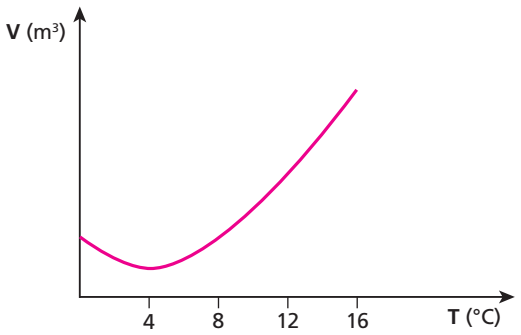
Resolução:

$d = \dfrac{m}{V}$

A 4 °C o volume de uma porção de água é mínimo.
Assim, sua densidade é máxima.

Resposta: a

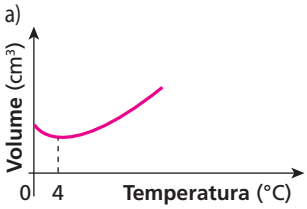
80 (Ufop-MG) Na figura, esboçou-se o gráfico do volume em função da temperatura para determinada massa de água líquida.

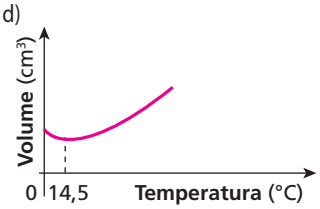


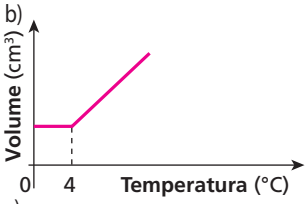
Por que não é possível medir a temperatura no intervalo entre 0 °C e 16 °C com um termômetro de água, usando a densidade como propriedade termométrica?

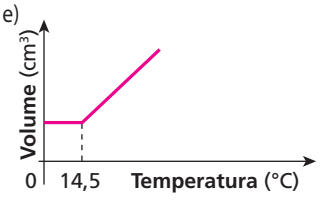
Resposta: Porque de 0 °C a 4 °C a densidade da água aumenta e a partir de 4 °C ela diminui.

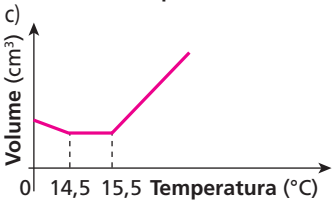
81 (Mack-SP) Diz um ditado popular: "A natureza é sábia!". De fato! Ao observarmos os diversos fenômenos da natureza, ficamos encantados com muitos pormenores, sem os quais não poderíamos ter vida na face da Terra, conforme a conhecemos. Um desses pormenores, de extrema importância, é o comportamento anômalo da água, no estado líquido, durante seu aquecimento ou resfriamento sob pressão normal. Se não existisse tal comportamento, a vida subaquática nos lagos e rios, principalmente das regiões mais frias de nosso planeta, não seria possível. Dos gráficos abaixo, o que melhor representa esse comportamento anômalo é:

a)


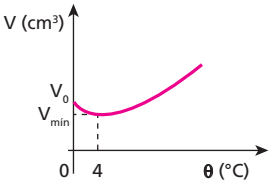
d)


b)


e)


c)


Resolução:
O volume de certa massa de água é mínimo a 4 °C. Assim o gráfico correto para a dilatação anômala da água é o **a**.



Resposta: a

82 (Mack-SP) O coeficiente de dilatação linear de certo material é $3{,}6 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$. Utilizando como unidade de temperatura o grau Fahrenheit, o valor do coeficiente de dilatação linear desse material será:

a) $2{,}0 \cdot 10^{-6}\ °F^{-1}$.
b) $3{,}6 \cdot 10^{-6}\ °F^{-1}$.
c) $4{,}0 \cdot 10^{-6}\ °F^{-1}$.
d) $5{,}6 \cdot 10^{-6}\ °F^{-1}$.
e) $6{,}3 \cdot 10^{-6}\ °F^{-1}$.

Resolução:
$\Delta L = L_0\, \alpha\, \Delta\theta$

$\dfrac{\Delta L}{L_0} = \alpha\, \Delta\theta$

A razão $\dfrac{\Delta L}{L_0}$ não depende da escala termométrica utilizada. Assim:

$\alpha_F\, \Delta\theta_F = \alpha_C\, \Delta\theta_C$

Como, para $\Delta\theta_F = 180\ °C$ temos $\Delta\theta_C = 100\ °C$, vem:

$\alpha_F \cdot 180 = 3{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \Rightarrow \boxed{\alpha_F = 2{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot F^{-1}}$

Resposta: a

83 (Mack-SP) Três barras metálicas, **A**, **B** e **C**, têm, a 0 °C, seus comprimentos na proporção $\ell_{0_A} = \dfrac{4\ell_{0_B}}{5} = \dfrac{2\ell_{0_C}}{3}$. Para que essa proporção se mantenha constante a qualquer temperatura (enquanto não houver mudança de estado de agregação molecular), os coeficientes de dilatação linear dos materiais das respectivas barras deverão estar na proporção:

a) $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C$.
b) $\alpha_A = \dfrac{4\alpha_B}{5} = \dfrac{2\alpha_C}{3}$.
c) $\alpha_A = \dfrac{5\alpha_B}{4} = \dfrac{3\alpha_C}{2}$.
d) $\alpha_A = \dfrac{5}{4\alpha_B} = \dfrac{3}{2\alpha_C}$.
e) $\alpha_A = \dfrac{4}{5\alpha_B} = \dfrac{2}{3\alpha_C}$.

Resolução:
Se a proporção indicada vale para qualquer temperatura, temos:

$\ell_A = \dfrac{4\ell_B}{5} = \dfrac{2\ell_C}{3}$

Usando: $\ell = \ell_0(1 + \alpha\, \Delta\theta)$

vem:

$\ell_{0_A}(1 + \alpha_A\, \Delta\theta) = \dfrac{4\ell_{0_B}(1 + \alpha_B\, \Delta\theta)}{5} = \dfrac{2\ell_{0_C}(1 + \alpha_C\, \Delta\theta)}{3}$,

mas

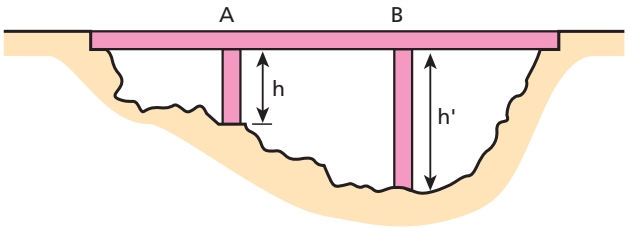
$\ell_{0_A} = \dfrac{4\ell_{0_B}}{5} = \dfrac{2\ell_{0_C}}{3}$

Assim, simplificando, temos:
$1 + \alpha_A\, \Delta\theta = 1 + \alpha_B\, \Delta\theta = 1 + \alpha_C\, \Delta\theta$
De onde concluímos que:

$\boxed{\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C}$

Resposta: a

84 (UFV-MG) Uma ponte é suportada por dois pilares de mesmo coeficiente de dilatação linear (**α**) e alturas **h** e **h'**. Sabendo que, a uma determinada temperatura ambiente, os pontos **A** e **B** estão nivelados, obtenha literalmente o desnível entre os dois pontos (diferença de altura) se a temperatura se elevar em ΔT.



Resolução:
Quando a temperatura varia, as alturas dos pilares variam de acordo com as relações:
$H = h(1 + \alpha\, \Delta T)$
$H' = h'(1 + \alpha\, \Delta T)$
O desnível obtido será dado por:
$\Delta H = H' - H = h'(1 + \alpha\, \Delta T) - h(1 + \alpha\, \Delta T)$

$\boxed{\Delta H = (h' - h)(1 + \alpha\, \Delta T)}$

Resposta: $(h' - h)(1 + \alpha\, \Delta T)$

85 (PUC-SP) Uma barra de alumínio, inicialmente a 20 °C, tem, a essa temperatura, uma densidade linear de massa igual a $2{,}8 \cdot 10^{-3}$ g/mm. A barra é aquecida sofrendo uma variação de comprimento de 3 mm. Sabe-se que o coeficiente de dilatação linear térmica do alumínio é $2{,}4 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e seu calor específico é 0,2 cal/g °C. A quantidade de calor absorvida pela barra é:

a) 35 cal.
b) 70 cal.
c) 90 cal.
d) 140 cal.
e) 500 cal.

Resolução:

$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$

$3 = L_0\ 2{,}4\ 10^{-5}\ \Delta\theta$

$L_0\ \Delta\theta = 1{,}25 \cdot 10^5$

Como:

$Q = m\ c\ \Delta\theta$

e:

$m = L_0\ d = L_0\ 2{,}8 \cdot 10^{-3}$,

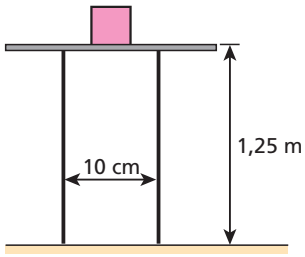
vem:

$Q = L_0\ 2{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}2\ \Delta\theta \Rightarrow Q = 0{,}56 \cdot 10^{-3}\ (L_0\ \Delta\theta)$

$Q = 0{,}56 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}25 \cdot 10^5 \Rightarrow$ **Q = 70 cal**

Resposta: b

86 (Mack-SP) A figura a seguir mostra duas barras verticais, uma de cobre e outra de zinco, fixas na parte inferior. Elas suportam uma plataforma horizontal onde está apoiado um corpo. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a plataforma é 0,01, e os coeficientes de dilatação linear do zinco e do latão valem $2{,}6 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ e $1{,}8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, respectivamente. Qual a menor variação de temperatura capaz de provocar o deslizamento do corpo sobre a plataforma?



Resolução:

Na iminência de deslocamento:

$P \operatorname{sen}\alpha = F_{at} = \mu N$

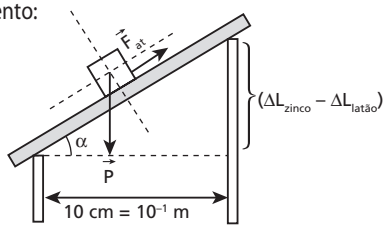
$P \operatorname{sen}\alpha = \mu P \cos\alpha$

$\operatorname{tg}\alpha = \mu$

Mas:

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\Delta L_{zinco} - \Delta L_{latão}}{10^{-1}}$,

então:



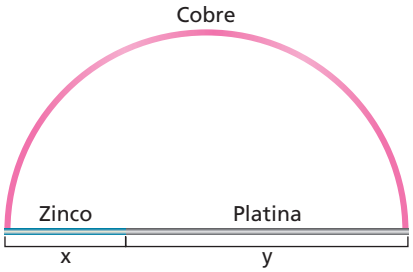
$$\mu = \frac{(L_0\ \alpha\ \Delta\theta)_{zinco} - (L_0\ \alpha\ \Delta\theta)_{latão}}{10^{-1}}$$

$10^{-1} \cdot 0{,}01 = 1{,}25\ \Delta\theta\ (2{,}6 \cdot 10^{-5} - 1{,}8 \cdot 10^{-5})$

$\Delta\theta = 100\ °C$

Resposta: 100 °C

87 Uma barra de cobre foi recurvada tomando a forma de uma semicircunferência. As extremidades foram unidas por uma outra barra reta constituída por dois metais: uma parte, de comprimento **x**, era de zinco e a outra, de comprimento **y**, de platina.



São dados os coeficientes de dilatação lineares:

cobre = $17 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$;

zinco = $29 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$;

platina = $9 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$.

Para que o arco de cobre conserve sua forma semicircular, a qualquer temperatura a que seja levado, a razão $\dfrac{x}{y}$ entre os comprimentos iniciais **x** e **y** dos segmentos de zinco e platina deve ser:

a) $\dfrac{1}{5}$.
b) $\dfrac{2}{5}$.
c) $\dfrac{3}{5}$.
d) $\dfrac{1}{3}$.
e) $\dfrac{2}{3}$.

Resolução:

Para que a forma seja mantida, o diâmetro da semicircunferência (formada pelos segmentos de zinco e platina) deve se dilatar como se fosse de cobre.

Assim:

$\Delta L_{cobre} = \Delta L_{zinco} + \Delta L_{platina}$

$L_{0_{cobre}}\ \alpha_{cobre}\ \Delta\theta = L_{0_{zinco}}\ \alpha_{zinco}\Delta\theta + L_{0_{platina}}\ \alpha_{platina}\ \Delta\theta$

$(x + y)\ 17 \cdot 10^{-6} = x\ 29 \cdot 10^{-6} + y\ 9 \cdot 10^{-6}$

$17x + 17y = 29x + 9y$

$8y = 12x$

$$\frac{x}{y} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Resposta: e

88 (ITA-SP) Um relógio de pêndulo simples é montado no pátio de um laboratório em Novosibirsk, na Sibéria, utilizando um fio de suspensão de coeficiente de dilatação $1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. O pêndulo é calibrado para marcar a hora certa em um bonito dia de verão de 20 °C. Em um dos menos agradáveis dias do inverno, com a temperatura a –40 °C, o relógio:

a) adianta 52 s por dia.
b) adianta 26 s por dia.
c) atrasa 3 s por dia.
d) atrasa 26 s por dia.
e) atrasa 52 s por dia.

Resolução:

Período do pêndulo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Portanto:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_0\ (1 + \alpha\Delta\theta)}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}} \cdot \sqrt{1 + \alpha\Delta\theta}$$

Como:

$2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}} = T_{0'}$

vem:

$T = T_0\sqrt{1 + \alpha\Delta\theta}$

Portanto:

$T = T_0\sqrt{1 + 1 \cdot 10^{-5}\ [-40 - (20)]}$

$T = T_0\sqrt{1 - 6 \cdot 10^{-4}} = T_0\sqrt{1 - 0{,}0006}$

$T = 0{,}99969\ T_0$

Assim, em um dia (86400 s) o relógio irá adiantar, marcando:

1 dia = (86400 · 0,99969) s = 86373,22 s

A diferença corresponde a:

$\Delta t = (86400 - 86373{,}22)\ s \Rightarrow \boxed{\Delta t \simeq 26\ s}$

Resposta: b

89 (UFBA) A haste de um pêndulo é feita com um material, cujo coeficiente de dilatação vale $4{,}375 \cdot 10^{-3}$ °C. Colocando-se esse pêndulo em uma câmara frigorífica, verifica-se o seu período de oscilação $T_1 = 0{,}75T_0$, sendo T_0 o período medido num laboratório. Determine a diferença de temperatura que há entre o laboratório e a câmara frigorífica. Expresse sua resposta em 10^2 °C.

Resolução:

$T_1 = 0{,}75T_0$

$2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} = \frac{3}{4} \cdot 2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}}$

$\sqrt{L_1} = \frac{3}{4}\sqrt{L_0}$

$L_1 = \frac{9}{16}L_0$

$L_0(1 + \alpha\Delta\theta) = \frac{9}{16}L_0$

$16 + 16 \cdot 4{,}375 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta\theta = 9$

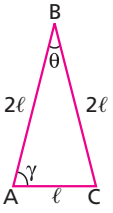
$\Delta\theta = -100$ °C

Entre o laboratório e a câmera frigorífica, temos:

$\boxed{\Delta\theta = 100\ °C = 1 \cdot 10^2\ °C}$

Resposta: 1

90 (PUC-SP) Três barras – AB, BC e AC – são dispostas de modo que formem um triângulo isósceles. O coeficiente de dilatação linear de AB e BC é α, e o de AC é 2α. A 0 °C, os comprimentos de AB e BC valem 2ℓ e o de AC vale ℓ.



Aquecendo-se o sistema à temperatura **t**, observa-se que:

a) o triângulo torna-se equilátero.
b) o triângulo deixa de ser isósceles.
c) não há alteração dos ângulos θ e γ.
d) as barras AB e BC dilatam-se o dobro de AC.
e) as três barras sofrem dilatações iguais.

Resolução:

Para os lados AB e BC:

$\Delta L = L_0\,\alpha\,\Delta\theta$

$\Delta L_{AB} = \Delta L_{BC} = 2\ell\,\alpha\,\Delta\theta$

Para o lado AC:

$\Delta L = L_0\,\alpha\,\Delta\theta$

$\Delta L_{AC} = \ell\ 2\,\alpha\,\Delta\theta$

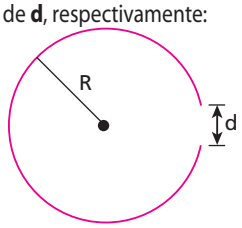
Assim:

$\boxed{\Delta L_{AB} = \Delta L_{BC} = \Delta L_{AC}}$

Resposta: e

91 (Univest-SP) Um arame é encurvado em forma de um aro circular de raio **R**, tendo, porém, uma folga **d** entre suas extremidades, conforme indica a figura abaixo. Aquecendo-se esse arame, é correto afirmar que a medida de **R** e a medida de **d**, respectivamente:

a) aumentará — não se alterará.
b) aumentará — aumentará.
c) aumentará — diminuirá.
d) não se alterará — aumentará.
e) não se alterará — diminuirá.



Resolução:

Raio **R**: $R' = R(1 + \alpha\,\Delta\theta)$

No aquecimento, temos:

$\boxed{R' > R}$

Distância **d**:

Antes do aquecimento: $C = 2\pi R - d$

Após o aquecimento:

$C' = 2\pi R' - x$

$C(1 + \alpha\,\Delta\theta) = 2\pi R(1 + \alpha\,\Delta\theta) - x$

$x = (2\pi R - C)(1 + \alpha\,\Delta\theta)$

$x = (2\pi R - 2\pi R + d)(1 + \alpha\,\Delta\theta)$

$\boxed{x = d(1 + \alpha\,\Delta\theta)}$

Portanto, no aquecimento, **d** também aumenta.

Resposta: b

92 Uma régua de latão, com coeficiente de dilatação linear $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$, foi graduada corretamente a 20 °C. Ao ser aquecida, atingiu uma temperatura θ, à qual as medidas apresentam um erro de 0,1%. Qual é essa temperatura θ?

Resolução:

$L_0 \rightarrow 100\%$

$\Delta L \rightarrow 0{,}1\% \Rightarrow \Delta L = \frac{0{,}1\ L_0}{100}$

Como: $\Delta L = L_0\,\alpha\,\Delta\theta$,

então: $\frac{0{,}1\ L_0}{100} = L_0\,\alpha\,\Delta\theta$

$1 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-5}\ (\theta - 20)$

$50 = \theta - 20$

$\boxed{\theta = 70\ °C}$

Resposta: 70 °C

93 (Vunesp-SP) Uma régua de aço de coeficiente de dilatação linear $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$ foi calibrada a certa temperatura, de tal modo que o erro máximo em cada divisão de milímetro é de $6{,}0 \cdot 10^{-5}$ mm. Qual é o intervalo máximo de temperaturas em que essa régua pode ser usada, em torno da temperatura de calibração, se se pretende conservar aquela precisão?

Resolução:

$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$

$6{,}0 \cdot 10^{-5} = 1{,}0 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta\theta$

$\boxed{\Delta\theta = 5{,}0\ °C}$

Resposta: 5,0 °C

94 (Mack-SP) Com uma régua de latão (coeficiente de dilatação linear $2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$) aferida a 20 °C, mede-se a distância entre dois pontos. Essa medida foi efetuada a uma temperatura acima de 20 °C, motivo pelo qual apresenta um erro de 0,05%. A temperatura na qual foi feita essa medida é:

a) 50 °C.
b) 45 °C.
c) 40 °C.
d) 35 °C.
e) 20 °C.

Resolução:

Sendo **L** a indicação da régua à temperatura θ maior que 20 °C e L_0 a indicação da mesma régua a 20 °C, temos que o erro relativo percentual fica determinado por:

$$d_{r_{(\%)}} = \frac{L - L_0}{L_0}\ 100\%$$

$$d_{r_{(\%)}} = \frac{[L_0\ (1 + \alpha\Delta\theta) - L_0]}{L_0}\ 100\%$$

$0{,}05 = (1 + \alpha\Delta\theta - 1)\ \ 100$

$5{,}0 \cdot 10^{-4} = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ \ (\theta - 20°)$

$\boxed{\theta = 45\ °C}$

Resposta: b

95 (UFBA) Uma lâmina bimetálica de aço e bronze tem comprimento de 20 cm a uma temperatura de 15 °C. Sabendo que os coeficientes de dilatação linear valem, respectivamente, $12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e $18 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, calcule a diferença de comprimento, em unidade de 10^{-4} cm, quando as lâminas atingirem uma temperatura de –5 °C.

Resolução:

$\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta\theta$

$\Delta L_{aço} = 20 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 20\ (cm)$

$\Delta L_{aço} = 48 \cdot 10^{-4}\ cm$

$\Delta L_{bronze} = 20 \cdot 18 \cdot 10^{-6} \cdot 20\ (cm)$

$\Delta L_{bronze} = 72 \cdot 10^{-4}\ cm$

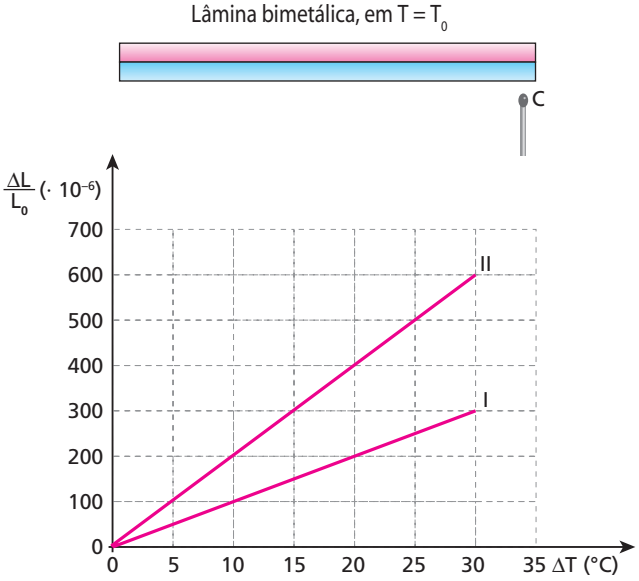
Portanto, a –5 °C, a diferença de comprimento é dada por:

$\Delta L = 72 \cdot 10^{-4} - 48 \cdot 10^{-4}\ (cm)$

$\boxed{\Delta L = 24 \cdot 10^{-4}\ cm}$

Resposta: 24

96 (Unesp-SP) A figura mostra uma lâmina bimetálica, de comprimento L_0 na temperatura T_0, que deve tocar o contato **C** quando aquecida. A lâmina é feita dos metais I e II, cujas variações relativas do comprimento $\frac{\Delta L}{L_0}$ em função da variação de temperatura $\Delta T = T - T_0$ encontram-se no gráfico.



Determine:

a) o coeficiente de dilatação linear dos metais I e II;
b) qual dos metais deve ser utilizado na parte superior da lâmina para que o dispositivo funcione como desejado. Justifique sua resposta.

Resolução:

a) $\Delta L = L_0\ \alpha\ \Delta T$

Assim: $\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha\ \Delta T$

Para o metal I:

$300 \cdot 10^{-6} = \alpha_I\ 30$

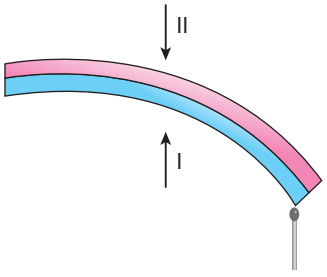
$\boxed{\alpha_I = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}}$

Para o metal II:

$600 \cdot 10^{-6} = \alpha_{II}\ 30$

$\boxed{\alpha_{II} = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}}$

b) Na parte superior, deve ser posicionado o metal que se dilata mais (a lâmina está sendo aquecida).
Assim, na parte superior, deve-se colocar o metal II.



Respostas: a) $\alpha_I = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$; $\alpha_{II} = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$; b) metal II

97 (ITA-SP) Um disco de ebonite tem um orifício circular de diâmetro 1 cm, localizado em seu centro. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação superficial do ebonite é igual a $160 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, pode-se afirmar que a área do orifício, quando a temperatura do disco varia de 10 °C para 100 °C,

a) diminui de $36\pi \cdot 10^{-4}\ cm^2$.
b) aumenta de $144\pi \cdot 10^{-4}\ cm^2$.
c) aumenta de $36\pi \cdot 10^{-4}\ cm^2$.
d) diminui de $144\pi \cdot 10^{-4}\ cm^2$.
e) permanece inalterável.

Resolução:

$\Delta A = A_0\, \beta\, \Delta\theta$

$\Delta A = \pi R_0^2\, \beta\, \Delta\theta$

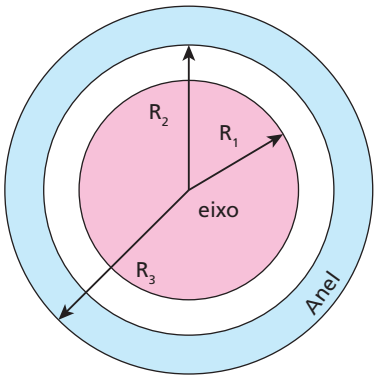
$\Delta A = \pi(0.5)^2 \cdot 160 \cdot 10^{-6} \cdot (100 - 10)\ (cm^2)$

$\boxed{\Delta A = 36\pi \cdot 10^{-4}\ cm^2}$

Resposta: c

98 A figura que você observa nesta questão representa um eixo que trabalha com folga, envolto por um anel feito do mesmo material do eixo (coeficiente de dilatação linear igual a α). A uma temperatura ambiente de 20 °C, a folga entre o eixo e o anel é igual a **d** ($d = R_2 - R_1$). Aquecendo-se o sistema até uma temperatura próxima à da fusão do material, notamos que a folga entre o eixo e o anel passa a valer d', tal que:

a) $d' = d(1 + \alpha\, \Delta\theta)$.
b) $d' < d$ porque o eixo dilata mais que o anel.
c) $d' = d$ porque, sendo do mesmo material, o eixo e o anel se dilatam igualmente.
d) $d' = d + R_2\, \alpha\, \Delta\theta$.
e) $d' = d - R_1 \alpha\, \Delta\theta$.



Resolução:

$d = R_2 - R_1$

$d' = R'_2 - R'_1$

$d' = R_2(1 + \alpha\, \Delta\theta) - R_1(1 + \alpha\, \Delta\theta)$

$d' = (R_2 - R_1)(1 + \alpha\, \Delta\theta)$

$\boxed{d' = d(1 + \alpha\, \Delta\theta)}$

Resposta: a

99 (Cesesp-PE) Um recipiente de vidro ($\alpha = 9 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$) tem volume interno igual a 60 cm^3 a 0 °C. Que volume de mercúrio, a 0 °C, devemos colocar no recipiente a fim de que, ao variar a temperatura, não se altere o volume da parte vazia?
(Coeficiente real do mercúrio: $18 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.)

Resolução:

$\Delta V_{frasco} = \Delta V_{líquido}$

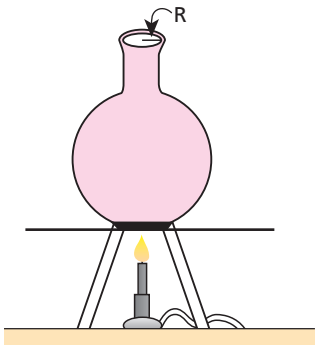
$(V_0\, \gamma\, \Delta\theta)_{frasco} = (V_0\, \gamma\, \Delta\theta)_{líquido}$

$60 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta\theta = V_{0_\ell}\ 18 \cdot 10^{-5}\ \Delta\theta$

$\boxed{V_{0_\ell} = 9\ cm^3}$

Resposta: 9 cm^3

100 (UFBA) A figura representa um balão, de volume V_0, feito de material isótropo de coeficiente de dilatação linear α. O balão está completamente cheio de um líquido de coeficiente de dilatação volumétrica γ e de massa específica μ_0, à temperatura θ_0. Quando a temperatura do balão é aumentada em $\Delta\theta$, extravasa o volume V_e do líquido.



Nessas condições, pode-se afirmar:

(01) O raio **R** diminui quando a temperatura do balão aumenta.
(02) O balão se dilata como se fosse maciço.
(04) O coeficiente de dilatação aparente do líquido é expresso por $\gamma + 3\alpha$.
(08) Após a variação de temperatura $\Delta\theta$, a massa específica do líquido passa a ser expressa por $\mu_0(1 + \gamma\, \Delta\theta)^{-1}$.
(16) A dilatação do balão é $V_0\, \gamma\, \Delta\theta - V_e$.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas corretas.

Resolução:

(01) **Incorreta**
O raio **R** aumenta quando o balão é aquecido.

(02) **Correta**

(04) **Incorreta**
$\gamma_{ap} = \gamma - 3\alpha$

(08) **Correta**

$\mu_0 = \dfrac{m}{V_0} \Rightarrow m = \mu_0 V_0$

$\mu = \dfrac{m}{V} \Rightarrow m = \mu V$

$\mu V = \mu_0 V_0$

$\mu V_0(1 + \gamma\, \Delta\theta) = \mu_0 V_0$

$\mu = \dfrac{\mu_0}{(1 + \gamma\, \Delta\theta)} = \mu_0(1 + \gamma\, \Delta\theta)^{-1}$

(16) **Correta**

$\Delta V_{balão} = \Delta V_{liq} - \Delta V_{ap}$

$\Delta V_{balão} = V_0\, \gamma\, \Delta\theta - V_e$

Resposta: 26

101 (UFU-MG) Um frasco tem volume de 2000 cm^3 a 0 °C e está completamente cheio de mercúrio a essa temperatura. Aquecendo-se o conjunto até 100 °C, entornam 30,4 cm^3 de mercúrio. O coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio é $\gamma_r = 18{,}2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$. Calcule o coeficiente de dilatação linear do frasco.

Resolução:

$\Delta V_{aparente} = V_0\, \gamma_{ap}\, \Delta\theta$

$30{,}4 = 2000\,(\gamma_m - \gamma_f)(100 - 0)$

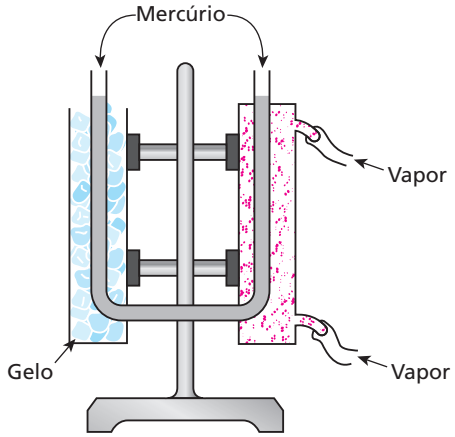
$15{,}2 \cdot 10^{-5} = 18{,}2 \cdot 10^{-5} - 3\alpha_f$

$3\, \alpha_f = 3{,}0 \cdot 10^{-5}$

$\boxed{\alpha_f = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}}$

Resposta: $1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

102 A figura seguinte mostra um dispositivo utilizado para medir o coeficiente de dilatação cúbica de um líquido. Um dos ramos verticais do tubo em forma de **U**, que contém o líquido em estudo, é esfriado com gelo a 0 °C, enquanto o outro ramo é aquecido utilizando-se vapor de água a 100 °C.



Esse dispositivo foi usado por Dulong-Petit para a obtenção do coeficiente de dilatação do mercúrio. Na experiência realizada, uma das colunas apresentava 250,0 mm e a outra 254,5 mm de líquido. Após os cálculos, o valor encontrado para o coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio foi:

a) $4{,}5 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.
b) $1{,}8 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.
c) $1{,}2 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.
d) $1{,}8 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$.
e) $1{,}2 \cdot 10^{-3}\ °C^{-1}$.

Resolução:

As massas de mercúrio nos dois ramos verticais são iguais e os volumes são diferentes apenas devido às temperaturas diferentes.

$V = V_0 (1 + \gamma \Delta\theta)$

$A H_1 = A H_2 (1 + \gamma \Delta\theta)$

$254{,}5 = 250{,}0(1 + \gamma\ 100)$

$254{,}5 = 250{,}0 + 250{,}0\ \gamma\ 100$

$4{,}5 = 250{,}0\ \gamma\ 100$

$\boxed{\gamma = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}}$

Resposta: b

103 (UFG-GO) A dilatação dos líquidos obedece – quando o intervalo da temperatura não é muito grande – às mesmas leis de dilatação dos sólidos. Qualquer líquido assume a forma do recipiente que o contém e ambos se dilatam conforme as mesmas leis. Sendo assim, a dilatação do líquido é medida indiretamente. Em um automóvel, o coeficiente de dilatação do tanque é $63 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e o coeficiente de dilatação real da gasolina é $9{,}6 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$.

Com base nessas informações, indique a alternativa correta:

a) se uma pessoa enche o tanque de combustível do seu carro em um dia quente, à noite haverá derramamento de combustível devido à redução no volume do tanque.
b) enchendo o tanque em um dia extremamente quente, essa pessoa terá um lucro considerável porque o combustível estará dilatado.
c) o coeficiente de dilatação aparente da gasolina é $7{,}26 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.
d) para uma variação de 10 °C na temperatura de 100 litros de gasolina, há um aumento de volume igual a 0,063 litro.
e) o volume extravasado de um tanque de gasolina totalmente cheio com 200 litros é aproximadamente 4,48 litros quando há um aumento de temperatura de 25 °C.

Resolução:

a) **Incorreta**
A diminuição do volume da gasolina é maior que a do tanque.

b) **Incorreta**
A gasolina é comprada por litro. Assim, em temperaturas maiores encontramos menos gasolina em um litro.

c) **Incorreta**
$\gamma_{ap} = \gamma_r - \gamma_f = 9{,}6 \cdot 10^{-4} - 63 \cdot 10^{-6}$
$\gamma_{ap} = 9{,}6 \cdot 10^{-4} - 0{,}63 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \gamma_{ap} = 8{,}97 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

d) **Incorreta**
$\Delta V = V_0\ \gamma\ \Delta\theta$
$\Delta V = 100 \cdot 9{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \Rightarrow \Delta V = 0{,}96\ \ell$

e) **Correta**
$\Delta_{ap} = V_0\ \gamma_{ap}\ \Delta\theta$
$\Delta V_{ap} = 200 \cdot 8{,}97 \cdot 10^{-4} \cdot 25 \Rightarrow \boxed{\Delta V_{ap} \simeq 4{,}48\ \ell}$

Resposta: e

104 (UFSCar-SP) Para completar a higienização, uma mãe ferve o bico da mamadeira e, depois de retirá-lo da água, aguarda que ela retome a fervura. Verte, então, 250 mL dessa água dentro do copo da mamadeira, que mantém enrolado em um pano a fim de "conservar o calor". Aguarda o equilíbrio térmico e então joga fora a água.

a) No passado, o copo das mamadeiras era feito de vidro. Em uma sequência de ações como a descrita para escaldar a mamadeira, ao preencher parcialmente recipientes de vidro com água quente, esses podem se partir em dois pedaços, nitidamente separados na altura em que estava o nível d'água: um pedaço contendo a água aquecida e o outro seco. Qual o nome do processo físico relacionado? Explique a razão da ruptura de frascos de vidro submetidos a essas condições.
b) Em determinado dia quente, a mãe inicia um dos seus "processos de esterilização". Dentro do copo da mamadeira, que já se encontrava a 32 °C – temperatura ambiente –, derrama a água fervente que, devido à localização geográfica de seu bairro, ferve a 98 °C. Considerando que não houve perda de calor para o meio externo, se após o equilíbrio a água derramada estava a 92 °C e sabendo que a densidade da água é 1 g/mL e o calor específico é 1 cal/(g °C), determine a capacidade térmica do copo da mamadeira.

Resolução:

a) O processo físico relacionado ao fenômeno citado é a **dilatação térmica**.
A explicação do fenômeno é que a parte do copo de vidro da mamadeira que recebe a água quente é aquecida até o equilíbrio térmico. Essa parte dilata-se. O restante do copo é aquecido lentamente, já que o vidro é mau condutor de calor, dilatando-se menos.
Na região onde se encontra o nível superior da água, que separa as regiões aquecidas e não-aquecidas de vidro, ocorre uma ruptura, provocada pela força interna proveniente da diferença de dilatação.

b) Usando-se a equação do balanço energético, temos:
$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$
$(m\ c\ \Delta\theta)_{água} + (C\ \Delta\theta)_{mamadeira} = 0$

Como:

$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d\,V$, então:

$(d\,V\,c\,\Delta\theta)_{água} + (C\,\Delta\theta)_{mamadeira} = 0$

$1 \cdot 250 \cdot 1\ (92 - 98) + C\,(92 - 32) = 0$

$-1500 + 60C = 0$

$60C = 1\,500$

$\boxed{C = 25\ cal/°C}$

Respostas: a) dilatação térmica.; b) 25 cal/°C

105 (Mack-SP) Como sabemos, a água apresenta dilatação anômala, pois quando resfriada a partir da temperatura de 4 °C o seu volume aumenta. Assim, quando determinada massa de água a 20 °C (calor específico = 1,0 cal/g °C, densidade = 1,0 g/cm³) é resfriada, transformando-se em gelo a 0 °C (calor latente de fusão = = 80 cal/g, densidade = 0,9 g/cm³), tem seu volume aumentado de 20 cm³. A quantidade de calor retirada dessa massa de água é de:

a) 18 000 cal.
b) 14 400 cal.
c) 10 800 cal.
d) 7 200 cal.
e) 3 600 cal.

Resolução:

1) Cálculo da massa:

$d_g = \frac{m}{V_g} \Rightarrow V_g = \frac{m}{d_g}$

$d_a = \frac{m}{V_a} \Rightarrow V_a = \frac{m}{d_a}$

$\Delta V = V_g - V_a$

$\Delta V = \frac{m}{d_g} - \frac{m}{d_a} = m\left[\frac{1}{d_g} - \frac{1}{d_a}\right]$

$\Delta V = \frac{(d_a - d_g)}{d_g\,d_a}\,m$

$m = \frac{\Delta V\,d_g\,d_a}{d_a - d_g}$

$m = \frac{20 \cdot 0{,}9 \cdot 1{,}0}{1{,}0 - 0{,}9}\,(g)$

$\boxed{m = 180\ g}$

2) Calor cedido pela água

$Q = m\,c\,\Delta\theta + m\,L = m\,(c\,\Delta\theta + L)$

$Q = 180(1{,}0 \cdot 20 + 80)\,(cal)$

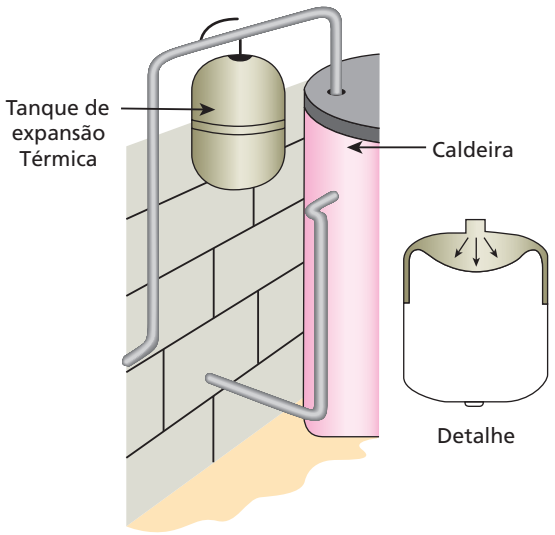
$\boxed{Q = 18000\ cal}$

Resposta: a

106 (UFG-GO) Justifique, de modo sucinto, a afirmação: "Um corpo flutua em água a 20 °C. Quando a temperatura da água subir para 40 °C, o volume submerso do corpo aumentará".

Resposta: A densidade da água diminui com o aumento de temperatura, nesse intervalo. Dessa forma, o corpo fica mais denso que a água e o volume submerso aumenta.

107 (Unifesp-SP) O tanque de expansão térmica é uma tecnologia recente que tem por objetivo proteger caldeiras de aquecimento de água. Quando a temperatura da caldeira se eleva, a água se expande e pode romper a caldeira. Para que isso não ocorra, a água passa para o tanque de expansão térmica através de uma válvula; o tanque dispõe de um diafragma elástico que permite a volta da água para a caldeira.



Suponha que você queira proteger uma caldeira de volume 500 L, destinada a aquecer a água de 20 °C a 80 °C; que, entre essas temperaturas, pode-se adotar para o coeficiente de dilatação volumétrica da água o valor médio de $4{,}4 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$ e considere desprezíveis a dilatação da caldeira e do tanque. Sabendo que o preço de um tanque de expansão térmica para essa finalidade é diretamente proporcional ao seu volume, assinale, das opções fornecidas, qual deve ser o volume do tanque que pode proporcionar a melhor relação custo-benefício.

a) 4,0 L.
b) 8,0 L.
c) 12 L.
d) 16 L.
e) 20 L.

Resolução:

Calculando a dilatação volumétrica da água temos:

$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$

$\Delta V = 500 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-4} \cdot (80 - 20)$

$\boxed{\Delta V = 13{,}2\ L}$

Portanto, das alterntivas apresentadas, aquela que melhor relação custo-benefício é a de 16 L.

Resposta: d

108 (UFSCar-SP) Antes de iniciar o transporte de combustíveis, os dois tanques inicialmente vazios se encontravam à temperatura de 15 °C, bem como os líquidos que neles seriam derramados.

No primeiro tanque, foram despejados 15 000 L de gasolina e, no segundo, 20 000 L de álcool. Durante o transporte, a forte insolação fez com que a temperatura no interior dos tanques chegasse a 30 °C.

Dados: Gasolina – coeficiente de dilatação volumétrica 9,6 x 10^{-4} °C^{-1};

Álcool – Densidade 0,8 g/cm^3;

Calor específico 0,6 cal/(g. °C).

Considerando desde o momento do carregamento até o momento da chegada ao destino, determine:

a) a variação do volume de gasolina.

b) a quantidade de calor capaz de elevar a temperatura do álcool até 30 °C.

Resolução:

a) $\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta = 15\,000 \cdot 9{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot (30 - 15)$

Portanto:

$\boxed{\Delta V = 216\ L}$

b) $Q = m\,c\,\Delta\theta = p \cdot V \cdot c \cdot \Delta\theta$

Portanto:

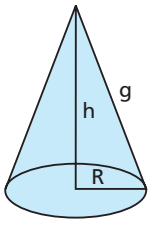
$Q = 0{,}8 \cdot 20\,000 \cdot 1\,000 \cdot 0{,}6 \cdot 15$

$Q = 140\,000\,000$ cal

$\boxed{Q = 1{,}44 \cdot 10^8\ cal}$

Respostas: a) 216 L; b) $1{,}44 \cdot 10^8$ cal

109 A figura representa um sólido maciço e homogêneo, feito de alumínio e na forma de um cone.



São dadas as seguintes informações:

I. O coeficiente de dilatação linear (**α**) do alumínio é $2{,}4 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}.

II. A área de um círculo de raio **R** é dada por πR^2.

III. A área total da superfície externa de um cone é dada por $\pi R (g + R)$, em que **R** é o raio do círculo da base do cone e **g**, a sua geratriz (veja a figura).

IV. O volume de um cone é dado por $\frac{\pi R^2 h}{3}$, em que **R** é o raio do círculo da base e **h** é a altura do cone.

Aquecendo-se esse cone de alumínio de $\Delta\theta$, observa-se que o raio da base **R** sofre uma dilatação correspondente a 2,0% de seu valor inicial. Nessas condições, os aumentos percentuais da área total externa e do volume desse cone serão, respectivamente, de:

a) 2,0% e 2,0%;

b) 4,0% e 8,0%;

c) 2,0% e 4,0%;

d) 6,0% e 8,0%;

e) 4,0% e 6,0%.

Resolução:

Dilatação linear:

$L_0 \rightarrow 100\%$

$\Delta L \rightarrow 2\% \Rightarrow \Delta L = \frac{2L_0}{100}$

Como:

$\Delta L = L_0\,\alpha\,\Delta\theta$,

temos:

$\frac{2L_0}{100} = L_0\,\alpha\,\Delta\theta \Rightarrow \alpha\,\Delta\theta = 0{,}02$

Dilatação superficial:

$A_0 \rightarrow 100\%$

$\Delta A \rightarrow x\% \Rightarrow \Delta A = \frac{x\,A_0}{100}$

Como:

$\Delta A = A_0\,\beta\,\Delta\theta$

$\Delta A = A_0\,2\alpha\,\Delta\theta$,

então:

$\frac{x\,A_0}{100} = A_0\,2(\alpha\,\Delta\theta)$

$\frac{x}{100} = 2 \cdot 0{,}02$

$\boxed{x = 4\%}$

Observe que independe da geometria do corpo.

Dilatação volumétrica:

$V_0 \rightarrow 100\%$

$\Delta V \rightarrow y\% \Rightarrow \Delta V = \frac{y\,V_0}{100}$

Como:

$\Delta V = V_0\,\gamma\,\Delta\theta$

$\Delta V = V_0\,3\alpha\,\Delta\theta$,

então:

$\frac{y\,V_0}{100} = V_0\,3\ \ (\alpha\,\Delta\theta)$

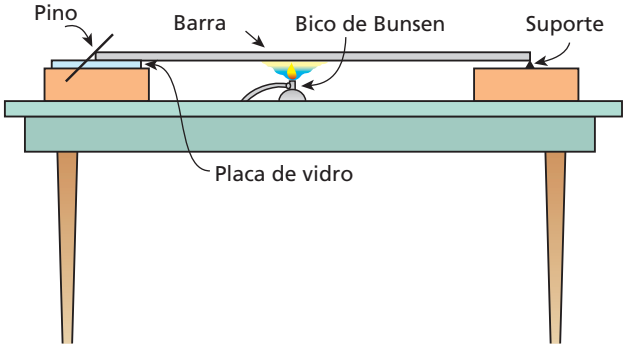
$\frac{y}{100} = 3 \cdot 0{,}02$

$\boxed{y = 6\%}$

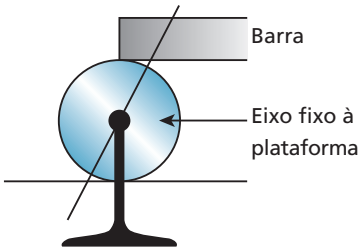
Observe que independe da forma do corpo.

Resposta: e

110 Em um experimento de dilatação térmica dos sólidos, usou-se uma barra de alumínio de 1,0 metro de comprimento a uma temperatura inicial de 20 °C, conforme o esquema a seguir.



Aquecendo-se a barra, ela se expande e faz o pino cilíndrico (de 5,0 mm de raio) rolar em torno do eixo fixo, movendo o ponteiro.



A extremidade presa ao suporte se mantém fixa.
A que temperatura deve ser aquecida a barra para que o ponteiro gire 45° a partir de sua posição inicial?
Dados: coeficiente de dilatação linear do alumínio = $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$;
$\pi = 3{,}2$.

a) 220 °C;
b) 150 °C;
c) 200 °C;
d) 45 °C;
e) 520 °C.

Resolução:
Ao girar 45°, o eixo gira $\frac{1}{8}$ do seu comprimento. Isso corresponde ao tanto que a barra dilatou.

$\Delta L = L_0 \gamma \Delta\theta$

$$\frac{2\pi R}{8} = L_0 \alpha \Delta\theta \Rightarrow \frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 5}{8} = 1\,000 \cdot 2 \cdot 10^{-5} (\theta - 20) \Rightarrow 200 = \theta - 20$$

$\theta = 220\ °C$

Resposta: a

111 (ITA-SP) Um relógio de pêndulo, construído de um material de coeficiente de dilatação linear **α**, foi calibrado a uma temperatura de 0 °C para marcar um segundo exato ao pé de uma torre, de altura **h**. Elevando-se o relógio até o alto da torre, observa-se certo atraso, mesmo mantendo-se a temperatura constante. Considerando **R** o raio da Terra, **L** o comprimento do pêndulo a 0 °C e que o relógio permaneça ao pé da torre, então a temperatura para a qual se obtém o mesmo atraso é dada pela relação:

a) $\frac{2h}{\alpha R}$ c) $\frac{(R+h)^2 - LR}{\alpha L R}$ e) $\frac{2R+h}{\alpha R}$

b) $\frac{h(2R+h)}{\alpha R^2}$ d) $\frac{R(2h+R)}{\alpha (R+h)^2}$

Resolução:
1) Ao pé da torre:

$$g = G\frac{M\ m}{R^2}$$

No alto da torre:

$$g' = G\frac{M\ m}{(R+h)^2}$$

Período de oscilação do pêndulo ao pé da torre:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

No alto da torre:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}$$

Assim:

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \frac{\sqrt{\frac{G\,M\,m}{(R+h)^2}}}{\sqrt{\frac{G\,M\,m}{R^2}}}$$

$$\frac{T}{T'} = \frac{R}{(R+h)}$$

2) Alterando-se a temperatura, ao pé da torre:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}}$$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L_0(1+\alpha\Delta\theta)}{g}}$$

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{1}{(1+\alpha\Delta\theta)}} = \frac{R}{(R+h)}$$

$$\frac{1}{(1+\alpha\Delta\theta)} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

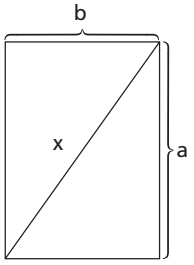
$$R^2 + R^2\alpha\Delta\theta = R^2 + 2Rh + h^2$$

$$R^2\alpha(\theta - 0) = h(2R+h)$$

$$\boxed{\theta = \frac{h(2R+h)}{\alpha R^2}}$$

Resposta: b

112 (UFU-MG) Uma armação apresenta um formato retangular de lados **a** e **b**, sendo o lado **a** duas vezes maior do que o lado **b**, conforme a figura a seguir. Os coeficientes de dilatação linear dos lados **a** e **b** são iguais a α_a e α_b, respectivamente. Ao longo da diagonal da armação retangular, é fixada uma barra de comprimento **x** feita de certo material, com coeficiente de dilatação linear α_x.



Determine o coeficiente de dilatação linear α_x em função dos coeficientes de dilatação α_a e α_b, de forma que a barra não fique nem tensionada nem comprimida devido às variações de temperatura.

Resolução:
No início, vale:

$x^2 = a^2 + b^2$ (Pitágoras)

Em uma temperatura **θ** qualquer, vale:

$(x + \Delta x)^2 = (a + \Delta a)^2 + (b + \Delta b)^2$

$x^2 + 2x\,\Delta x + \Delta x^2 = a^2 + 2a\,\Delta a + \Delta a^2 + b^2 + 2b\,\Delta b + \Delta b^2$

Como $(\Delta x)^2$, $(\Delta a)^2$ e $(\Delta b)^2$ são insignificantes, vamos desprezá-los:

$2x\,\Delta x = 2a\,\Delta a + 2b\,\Delta b$

$x(x\,\alpha_x\,\Delta\theta) = a(a\,\alpha_a\,\Delta\theta) + b(b\,\alpha_b\,\Delta\theta)$

$x^2\,\alpha_x = a^2\,\alpha_a + b^2\,\alpha_b$

Como:
$x^2 = a^2 + b^2$
e $a = 2b$,
temos:
$(a^2 + b^2)\,\alpha_x = (2b)^2\,\alpha_a + b^2\,\alpha_b$
$[(2b)^2 + b^2)]\,\alpha_x = 4b^2\,\alpha_a + b^2\,\alpha_b$
$5b^2\,\alpha_x = 4b^2\,\alpha_a + b^2\,\alpha_b \Rightarrow 5\alpha_x = 4\alpha_a + \alpha_b$

$$\alpha_x = \frac{4\alpha_a + \alpha_b}{5}$$

Resposta: $\dfrac{4\alpha_a + \alpha_b}{5}$

113 Uma trena de aço é aferida para medidas a 15 °C. Qual será o erro em uma leitura de 20 m feita a 40 °C?
Dado: coeficiente de dilatação linear do aço = $12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

Resolução:
1) $\Delta L = L_0\,\alpha\,\Delta\theta$
$\Delta L = 20 \cdot 12 \cdot 10^{-6}\ (40 - 15)$
$\Delta L = 6 \cdot 10^{-3}$ m
2) O erro relativo percentual é dado por:

$$e(\%) = \frac{\Delta L}{L_0}\,100$$

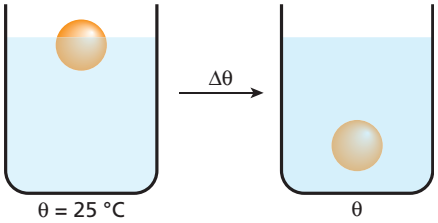
Assim:

$$e(\%) = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{20} \cdot 100$$

$e(\%) = 0{,}03\%$

Resposta: 0,03%

114 Sabe-se que, sob temperatura de 25 °C, um dado corpo de massa 80 g e volume total 10 cm^3 encontra-se parcialmente imerso e em equilíbrio em um líquido de densidade 8,8 g/cm^3. Quando sujeito a aquecimento, atinge-se uma temperatura tal que o corpo fica totalmente imerso.



Considerando-se que o coeficiente de dilatação cúbica do corpo e o do líquido são respectivamente iguais a $18 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ e $360 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$, indique a opção em que se encontra o valor aproximado da temperatura em que se dá a total imersão do corpo.
a) 269 °C.
b) 294 °C.
c) 319 °C.
d) Não há temperatura possível para que o descrito ocorra.
e) –269 °C.

Resolução:
Um corpo fica totalmente imerso em um líquido quando:
$d_{corpo} \geqslant d_{líquido}$
d = densidade absoluta
Assim, à medida que o sistema vai sendo aquecido, o corpo imerge cada vez mais no líquido. A imersão total ocorrerá quando:
$d_{corpo} = d_{líquido}$
Mas
$d_0 = d(1 + \gamma\,\Delta\theta)$

$$d = \frac{d_0}{(1 + \gamma\,\Delta\theta)}$$

Então:

$$\left(\frac{d_0}{1 + \gamma\,\Delta\theta}\right)_{corpo} = \left(\frac{d_0}{1 + \gamma\,\Delta\theta}\right)_{líquido}$$

$$\frac{0{,}8}{1 + 18 \cdot 10^{-6}\ (\theta - 25)} = \frac{8{,}8}{1 + 360 \cdot 10^{-6}\ (\theta - 25)}$$

$$\frac{1}{1 + 18 \cdot 10^{-6}\ (\theta - 25)} = \frac{1{,}1}{1 + 360 \cdot 10^{-6}\ (\theta - 25)}$$

$1 + 360 \cdot 10^{-6}\ (\theta - 25) = 1{,}1 + 19{,}8 \cdot 10^{-6}\ (\theta - 25)$

$340 \cdot 10^{-6}\ (\theta - 25) = 0{,}1$

$$(\theta - 25) = \frac{100\,000}{340} \Rightarrow (\theta - 25) \simeq 294$$

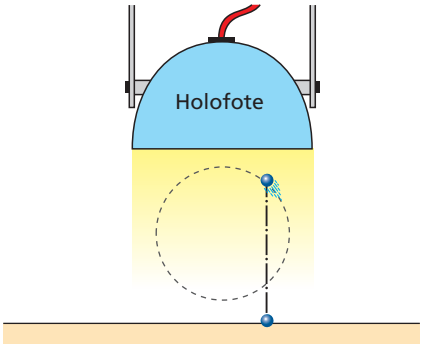
$\theta \simeq 319$ °C

Resposta: c

Parte II – ONDULATÓRIA

Tópico 1

1 Um holofote emite um feixe cilíndrico e vertical de luz dirigido contra o solo, plano e horizontal. Uma pequena esfera opaca executa movimento circular e uniforme no interior desse feixe. A trajetória da esfera está contida num plano vertical.



Analise as afirmações a seguir:

I. O movimento da sombra projetada pela esfera é periódico e oscilatório.
II. O movimento da sombra tem o mesmo período do movimento da esfera.
III. Enquanto a esfera descreve uma semicircunferência, a sombra completa uma oscilação.
IV. A amplitude do movimento da sombra é igual ao diâmetro da circunferência descrita pela esfera.
V. O movimento da sombra é harmônico simples.

Indique a alternativa verdadeira.

a) Se apenas I e V forem corretas.
b) Se apenas I, II, IV e V forem corretas.
c) Se apenas I, II e V forem corretas.
d) Se apenas V for correta.
e) Se todas forem corretas.

Resposta: c

2 (ITA-SP) Uma nave espacial está circundando a Lua em uma órbita circular de raio **R** e período **T**. O plano da órbita dessa nave é o mesmo que o plano da órbita da Lua ao redor da Terra.
Nesse caso, para um observador terrestre, se ele pudesse enxergar a nave (durante todo o tempo), o movimento dela, em relação à Lua, pareceria:

a) um movimento circular uniforme de raio **R** e período **T**;
b) um movimento elíptico;
c) um movimento periódico de período 2**T**;
d) um movimento harmônico simples de amplitude **R**;
e) diferente dos citados acima.

Resposta: d

3 **E.R.** Uma partícula move-se ao longo de um eixo Ox, obedecendo à função $x = 2 \cos \pi t$ (SI), em que **x** é a elongação e **t** é o tempo. Obtenha:

a) a amplitude, a pulsação, o período, a frequência e a fase inicial do movimento;
b) os valores máximos da velocidade escalar e da aceleração escalar da partícula;
c) o gráfico da elongação em função do tempo, no intervalo de $t = 0$ a $t = 2$ s.

Resolução:

a) Temos:
$x = 2 \cos \pi t$ e $x = A \cos (\omega t + \varphi_0)$
Comparando essas expressões, termo a termo, vem:

$\boxed{A = 2 \text{ m}}$ (amplitude)

$\boxed{\omega = \pi \text{ rad/s}}$ (pulsação)

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{T = 2 \text{ s}}$ (período)

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}5 \text{ Hz}}$ (frequência)

$\boxed{\varphi_0 = 0}$ (fase inicial)

b) Temos:

$$v_{máx} = \omega A \quad \text{e} \quad \alpha_{máx} = \omega^2 A$$

Então:

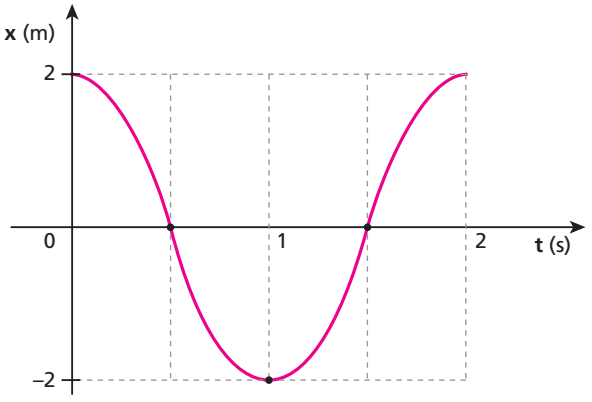
$v_{máx} = \pi \cdot 2 \Rightarrow \boxed{v_{máx} = 2\pi \text{ m/s}}$

$\alpha_{máx} = \pi^2 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{\alpha_{máx} = 2\pi^2 \text{ m/s}^2}$

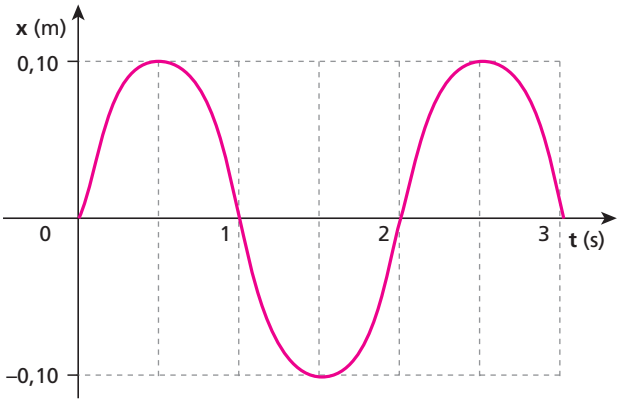
c) Vamos calcular a elongação nos instantes $t = 0$, $t = 0{,}5$ s, $t = 1$ s, $t = 1{,}5$ s e $t = 2$ s:

$t = 0 \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 0) \Rightarrow x = 2$ m
$t = 0{,}5$ s $\Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 0{,}5) \Rightarrow x = 0$
$t = 1$ s $\Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 1) \Rightarrow x = -2$ m
$t = 1{,}5$ s $\Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 1{,}5) \Rightarrow x = 0$
$t = 2$ s $\Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 2) \Rightarrow x = 2$ m

Agora, vamos construir o gráfico pedido:



4 (Vunesp-SP) A partir do gráfico a seguir, que representa as posições ocupadas por um móvel em função do tempo quando oscila em movimento harmônico simples, determine:



a) a frequência e a amplitude do movimento;
b) os instantes, durante os três primeiros segundos, em que a velocidade se anulou.

Resolução:
a) Do gráfico:

$\boxed{A = 0{,}10\ m}$

$T = 2\ s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}5\ Hz}$

b) $v = 0$ em $x = \pm A$:

$\boxed{0{,}5\ s;\ 1{,}5\ s;\ 2{,}5\ s}$

Respostas: a) 0,5 Hz, 0,10 m; b) 0,5 s, 1,5 s, 2,5 s

5 (Mack-SP) Uma partícula descreve um movimento harmônico simples segundo a equação $x = 0{,}3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot t\right)$, no SI. O módulo da máxima velocidade atingida por esta partícula é:

a) $\frac{\pi}{3}$ m/s.
b) $0{,}2 \cdot \pi$ m/s.
c) 0,6 m/s.
d) $0{,}1 \cdot \pi$ m/s.
e) 0,3 m/s.

Resolução:
Da equação dada: $A = 0{,}3$ m e $\omega = 2$ rad/s

$v_{máx} = \omega\ A = 2 \cdot 0{,}3 \Rightarrow \boxed{v_{máx} = 0{,}6\ m/s}$

Resposta: c

6 (UFPB) Um oscilador harmônico simples desloca-se entre os pontos **A** e **B**, conforme a figura abaixo:

O oscilador passa pelo ponto **O**, equidistante dos pontos **A** e **B**, com velocidade de 3,0 m/s. Sabendo que o módulo da aceleração do oscilador nos pontos **A** e **B** é $3{,}6 \cdot 10^4$ m/s² e considerando $\pi = 3$, determine, em kHz, a frequência de seu movimento.

Resolução:
• $v_{máx} = 3{,}0$ m/s e $\alpha_{máx} = 3{,}6 \cdot 10^4$ m/s²

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \alpha_{máx} = \omega^2 A \\ v_{máx} = \omega A \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\alpha_{máx}}{v_{máx}} = \omega = 2\pi f \Rightarrow \frac{3{,}6 \cdot 10^4}{3{,}0} = 2 \cdot 3 \cdot f$$

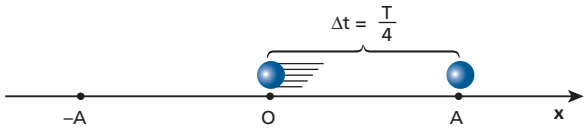
$\boxed{f = 2 \cdot 10^3\ Hz = 2\ kHz}$

Resposta: 2 kHz

7 (Mack-SP) Uma partícula realiza um MHS (movimento harmônico simples) segundo a equação $x = 0{,}2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}t\right)$, no SI. A partir da posição de elongação máxima, o menor tempo que esta partícula gastará para passar pela posição de equilíbrio é:

a) 8 s.
b) 4 s.
c) 2 s.
d) 1 s.
e) 0,5 s.

Resolução:



$\Delta t = \frac{T}{4}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$

Portanto: $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{4}{4} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 1\ s}$

Resposta: d

8 Uma partícula move-se obedecendo à função horária $x = 2 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, com **x** em metros e **t** em segundos.

Determine:
a) o período do movimento;
b) a velocidade escalar da partícula em t = 1 s;
c) a aceleração escalar da partícula em t = 5 s.

Resolução:

a) $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}5\ s}$

b) $v = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$

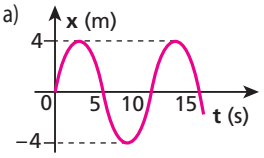
$v = -4\pi \cdot 2 \operatorname{sen}\left(4\pi \cdot 1 + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \boxed{v = -8\pi\ m/s}$

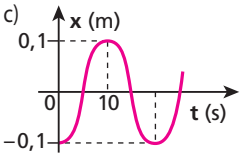
c) $\alpha = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0)$

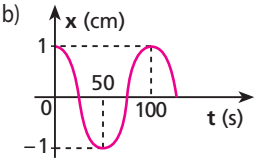
$\alpha = -16\pi^2 \cdot 2 \cdot \cos\left(4\pi \cdot 5 + \frac{\pi}{2}\right) = -16\pi^2 \cdot 2 \cdot 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 0}$

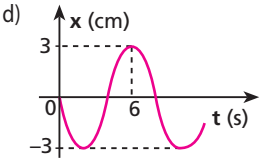
Respostas: a) 0,5 s; b) -8π m/s; c) zero

9 **E.R.** Observe as quatro representações gráficas da elongação em função do tempo, para movimentos harmônicos simples:
Em cada caso, expresse analiticamente a elongação em função do tempo [x = f(t)].

a)


c)


b)


d)


Resolução:

a) Do gráfico, temos:

A = 4 m

$T = 10\ s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{5}\ rad/s$

Em t = 0, a elongação **x** é **nula** e **crescente**. Por isso,

$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ rad.

Lembrando que $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$, obtemos:

$$\boxed{x = 4\cos\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{3\pi}{2}\right)}\ (SI)$$

b) Do gráfico, temos:

A = 1 cm

$T = 100\ s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{100} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{50}\ rad/s$

Em t = 0, a elongação **x** é igual à amplitude **A**. Por isso, $\varphi_0 = 0$.

Então:

$$\boxed{x = 1\cos\frac{\pi}{50}t}\ (\textbf{x} \text{ em cm e } \textbf{t} \text{ em s})$$

c) Do gráfico, temos:

A = 0,1 m

$T = 20\ s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{10}\ rad/s$

Em t = 0, temos x = –A. Por isso, $\varphi_0 = \pi$ rad.

Assim, temos:

$$\boxed{x = 0{,}1\cos\left(\frac{\pi}{10}t + \pi\right)}\ (SI)$$

d) Do gráfico, temos:

A = 3 cm

$T = 8\ s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{4}\ rad/s$

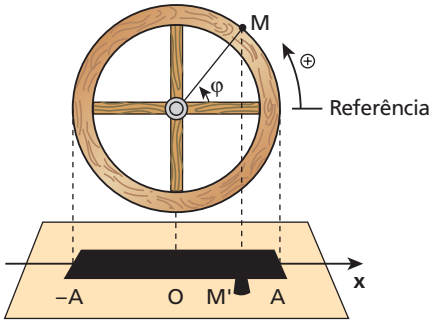
Em t = 0, a elongação **x** é **nula** e **decrescente**. Por isso,

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad.

Obtemos, então:

$$\boxed{x = 3\cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right)}\ (\textbf{x} \text{ em cm e } \textbf{t} \text{ em s})$$

10 Uma roda munida de uma manivela **M** é iluminada pela luz do Sol a pino, projetando sombra em solo plano e horizontal. A roda executa movimento de rotação uniforme no sentido anti-horário em relação ao leitor, com frequência igual a 120 rpm. O raio da roda vale 0,5 m.



Determine a função horária da elongação correspondente ao movimento da sombra M' da manivela ao longo do eixo Ox nos seguintes casos:

a) no instante t = 0, M' está em x = A;

b) no instante t = 0, M' ≡ O e o movimento de M' é retrógrado;

c) em t = 0, M' está no ponto médio entre x = O e x = A, em movimento progressivo.

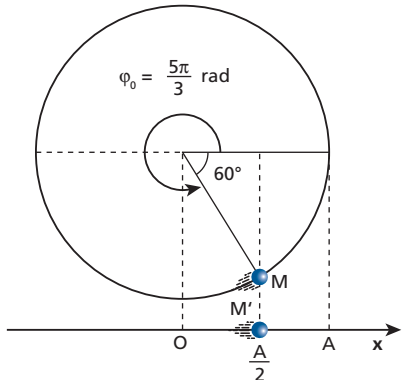
Resolução:

- $f = 120\ rpm = 2\ Hz \Rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 4\pi\ rad/s$
- A = 0,5 m
- $x = A\cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0{,}5\cos(4\pi t + \varphi_0)$

a) $\varphi_0 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0{,}5\cos 4\pi t}$ (SI)

b) $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad $\Rightarrow \boxed{x = 0{,}5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}$ (SI)

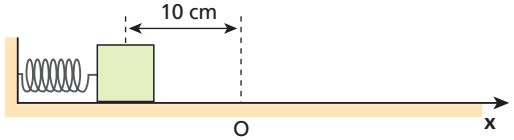
c)



$$\boxed{x = 0{,}5\cos\left(4\pi t + \frac{5\pi}{3}\right)}\ (SI)$$

Respostas: a) $x = 0{,}5\cos 4\pi t$; b) $x = 0{,}5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$; c) $x = 0{,}5\cos\left(4\pi t + \frac{5\pi}{3}\right)$

11 A figura abaixo representa um corpo mantido em repouso, preso a uma mola ideal e apoiado em uma superfície plana e horizontal.



A mola está comprimida de 10 cm.

No instante t = 0, o corpo é abandonado e passa a realizar um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio **O**, que é a origem do eixo Ox, completando duas oscilações por segundo.
A função horária da velocidade escalar (**v**) desse corpo, no SI, é:
a) $v = -0{,}8\pi \cos(4\pi t + \pi)$.
b) $v = -0{,}4\pi \cos(4\pi t)$.
c) $v = -0{,}8\pi \operatorname{sen}(4\pi t + \pi)$.
d) $v = -0{,}4\pi \operatorname{sen}(4\pi t + \pi)$.
e) $v = -0{,}4\pi \operatorname{sen}(4\pi t)$.

Resolução:
$v = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$
- $A = 10\ cm = 0{,}1\ m$
- $f = 2\ Hz \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi\ 2 \Rightarrow \omega = 4\pi\ rad/s$
- $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

Em $t = 0$, $x = -A$: $-A = A\cos\varphi_0 \Rightarrow \cos\varphi_0 = -1 \Rightarrow \varphi_0 = \pi\ rad$

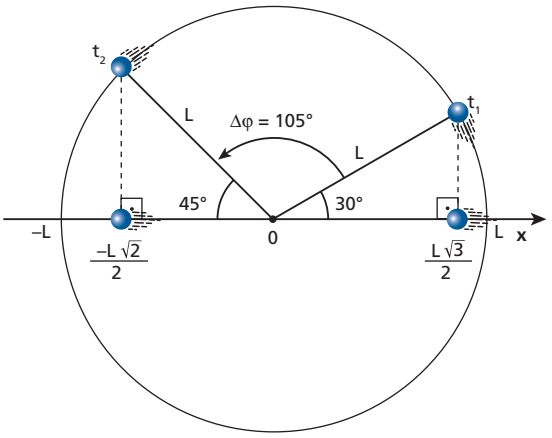
Portanto:
$v = -4\pi \cdot 0{,}1\ \operatorname{sen}(4\pi t + \pi)$

$\boxed{v = -0{,}4\pi \operatorname{sen}(4\pi t + \pi)}$

Resposta: d

12 (ITA-SP) Uma partícula em movimento harmônico simples oscila com frequência de 10 Hz entre os pontos **L** e **–L** de uma reta. No instante t_1, a partícula está no ponto $\sqrt{3}\,\frac{L}{2}$, caminhando em direção a valores inferiores, e atinge o ponto $-\sqrt{2}\,\frac{L}{2}$ no instante t_2. O tempo gasto nesse deslocamento é:
a) 0,021 s.
b) 0,029 s.
c) 0,15 s.
d) 0,21 s.
e) 0,29 s.

Resolução:



$\left.\begin{array}{l} 180° \rightarrow \pi\ rad \\ 105° \rightarrow \Delta\varphi \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\varphi = \pi\ \frac{105}{180}\ rad$

$\omega = 2\pi f = 2\pi\ 10 \Rightarrow \omega = 20\pi\ rad/s$

$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$

$\Delta t = \frac{\pi\ \frac{105}{180}}{20\pi} = \frac{1}{20} \cdot \frac{105}{180} = \frac{7}{240} \Rightarrow \Delta t \simeq 0{,}029\ s$

Resposta: b

13 Uma partícula executa MHS de frequência igual a 2 Hz e amplitude igual a 5 m. Calcule:
a) a velocidade escalar da partícula, quando ela está a 4 m do ponto de equilíbrio;
b) a aceleração escalar da partícula nos extremos da trajetória.

Resolução:
- $f = 2\ Hz \Rightarrow \omega = 4\pi\ rad/s$
- $A = 5\ m$

a) $v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$, em que $x = \pm 4\ m$:

$v^2 = 16\pi^2 (5^2 - 4^2) \Rightarrow \boxed{v = \pm 12\pi\ m/s}$

b) $\alpha = \pm\omega^2 A = \pm 16\pi^2 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{\alpha = \pm 80\pi^2\ m/s^2}$

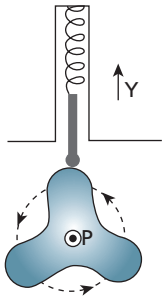
Respostas: a) $\pm 12\pi$ m/s; b) $\pm 80\pi^2$ m/s².

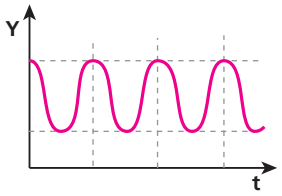
14 (UFPI) Uma partícula executa um movimento harmônico simples na direção **X**, em torno do ponto X = 0, com frequência angular $\omega = 1$ rad/s. Em um dado instante **t**, observa-se que a posição da partícula é X = 3 metros e sua velocidade é $v_X = -4$ m/s. A amplitude do movimento dessa partícula, em metros, vale:
a) 3,5. b) 4,0. c) 4,5. d) 5,0. e) 5,5.

Resolução:
$\omega = 1$ rad/s ; $x = 3m$; $v = -4$ m/s
$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$
$(-4)^2 = 1^2 (A^2 - 3^2) \Rightarrow 16 = A^2 - 9$
$A^2 = 25 \Rightarrow \boxed{A = 5\ m}$

Resposta: d

15 (Fuvest-SP) Uma peça, com a forma indicada, gira em torno de um eixo horizontal **P**, com velocidade angular constante e igual a π rad/s. Uma mola mantém uma haste apoiada sobre a peça, podendo a haste mover-se **apenas** na vertical. A forma da peça é tal que, enquanto ela gira, a extremidade da haste sobe e desce, descrevendo, com o passar do tempo, um movimento harmônico simples **Y**(t) como indicado no gráfico. Assim, a frequência do movimento da extremidade da haste será de:





a) 3,0 Hz b) 1,5 Hz c) 1,0 Hz d) 0,75 Hz e) 0,5 Hz

Resolução:
Enquanto a peça completa uma volta, a haste realiza três oscilações. Portanto, a frequência do movimento da haste (f_H) é o triplo da frequência do movimento da peça (f_P):
$f_H = 3\ f_P$
- $\omega_P = 2\pi f_P \Rightarrow \pi = 2\pi f_P \Rightarrow f_P = 0{,}5\ Hz$
- $f_H = 3f_P = 3 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \boxed{f_H = 1{,}5\ Hz}$

Resposta: b

16 (UFG-GO) Os gráficos **A**, **B**, **C** abaixo representam, em ordem aleatória, a posição (em m), a velocidade (em m/s) e a aceleração (em m/s²), em função do tempo (em s), de um corpo executando um movimento harmônico simples, sob a ação de uma força do tipo $F = -k\,x$.

Gráfico **A**

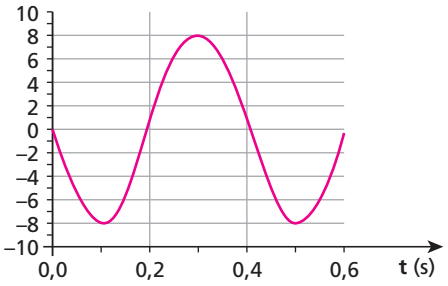


Gráfico **B**

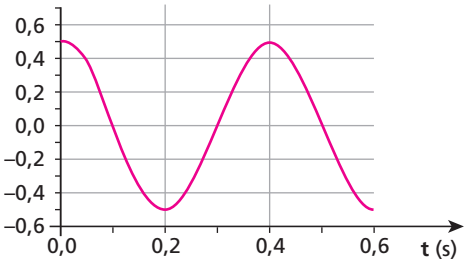
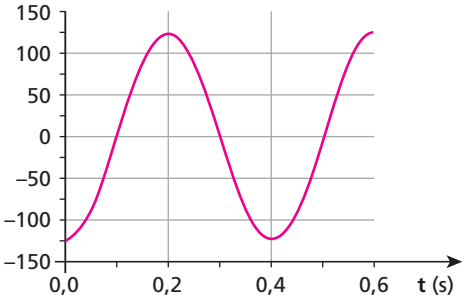


Gráfico **C**



Com base nos gráficos **A**, **B** e **C**:

a) identifique qual deles se refere à posição, à velocidade e à aceleração. Justifique sua resposta.

b) determine o deslocamento máximo do corpo em relação à origem (amplitude) e a frequência desse movimento.

Resolução:

a) Sendo **A** a amplitude do MHS, em $x = -A$ devemos ter velocidade escalar nula e aceleração escalar máxima.
Portanto, o gráfico **B** refere-se à posição, o gráfico **A** refere-se à velocidade, e o gráfico **C**, à aceleração.

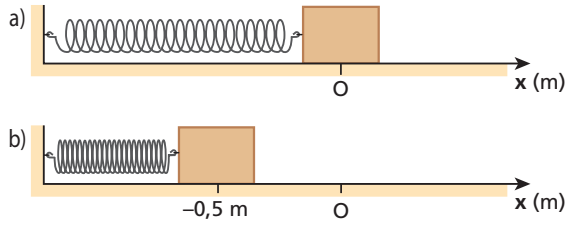
b) Do gráfico **B**, temos:

$\boxed{A = 0{,}5\ m}$

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}4} \Rightarrow \boxed{f = 2{,}5\ Hz}$

Respostas: a) B: posição, A: velocidade, C: aceleração; b) amplitude: 0,5 m, frequência: 2,5 Hz

17 **E.R.** Um bloco com 4 kg de massa está em repouso apoiado num plano horizontal sem atrito, preso a uma mola ideal de constante elástica 400 N/m (figura **a**). Quando o bloco é afastado 0,5 m de sua posição inicial e abandonado, ele oscila em movimento harmônico simples (figura **b**).



Determine:

a) o período do movimento do bloco;

b) a energia mecânica do sistema massa-mola;

c) a representação gráfica do valor algébrico da força resultante, em função da elongação;

d) a representação gráfica da energia potencial e da energia cinética, em função da elongação.

Resolução:

a) O período é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Sendo $m = 4\ kg$ e $K = 400\ N/m$, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{400}} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}2\pi\ s}$$

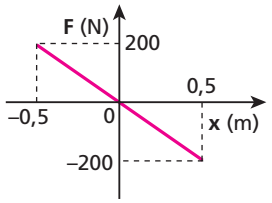
b) A energia mecânica do sistema é dada por:

$$E_m = \frac{K\,A^2}{2}$$

Sendo $K = 400\ N/m$ e a amplitude $A = 0{,}5\ m$, temos:

$$E_m = \frac{400 \cdot 0{,}5^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_m = 50\ J}$$

c) O valor algébrico da força resultante é dado por:



$F = -K\,x \Rightarrow F = -400x \quad (SI)$

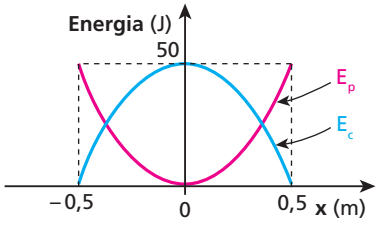
d) A energia potencial é dada por:

$$E_p = \frac{K\,x^2}{2} \Rightarrow E_p = 200x^2 \quad (SI)$$

A energia cinética é dada por:

$$E_c = E_m - E_p \Rightarrow E_c = 50 - 200x^2 \quad (SI)$$

Representando graficamente, obtemos:



18 (UFMS) Uma partícula executa um movimento harmônico simples ao longo do eixo **x** e em torno da origem **O**. Sua amplitude é **A** e seu período é 4,0 s. É correto afirmar:
(01) A velocidade da partícula é nula quando $x = \pm A$.
(02) A frequência do movimento é 0,25 Hz.
(04) A aceleração da partícula é nula quando $x = \pm A$.
(08) A energia cinética da partícula no ponto $x = O$ é nula.
(16) A energia mecânica total da partícula é igual à sua energia potencial quando $x = \pm A$.
(32) O módulo da força resultante na partícula é proporcional ao módulo de seu deslocamento em relação à origem.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:
As afirmações corretas são 01, 02, 16 e 32.
Portanto, a resposta é 51.

Resposta: 51

19 O sistema representado na figura 1 oscila com frequência f_1, verticalmente:

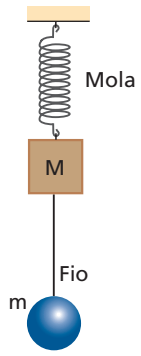


Figura 1

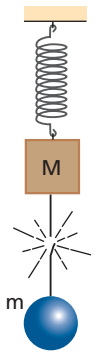


Figura 2

Se o fio for cortado como mostra a figura 2, o corpo de massa **M** passará a oscilar verticalmente com frequência f_2 igual a f_1, maior que f_1 ou menor que f_1?

Resolução:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

Como a massa do oscilador diminuiu, a frequência aumentou.

$$f_2 > f_1$$

Resposta: Maior.

20 Um bloco suspenso por uma mola oscila verticalmente sob a ação da gravidade terrestre. Se esse sistema for transportado para a superfície da Lua, onde o módulo do campo gravitacional é cerca de $\frac{1}{6}$ do terrestre, o que ocorrerá com o período das oscilações verticais desse sistema?

Resposta: Permanecerá o mesmo.

21 Deixa-se o quilograma-padrão (1,0 kg) oscilar livremente na extremidade de uma mola ideal, sendo que ele o faz com frequência igual a 1,0 Hz. Em seguida, retira-se o quilograma-padrão e coloca-se, em seu lugar, um corpo de massa desconhecida **m**, que oscila com frequência igual a 0,50 Hz. Determine a massa **m**.

Resolução:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \begin{cases} 1{,}0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{1{,}0}} \\ 0{,}50 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \end{cases} \Rightarrow 2{,}0 = \sqrt{\frac{m}{1{,}0}} \Rightarrow \boxed{m = 4{,}0\ kg}$$

Resposta: 4,0 kg

22 Considere um pêndulo simples que realiza oscilações de pequenas amplitudes. É correto afirmar que seu período:
(01) depende da massa pendular.
(02) depende de seu comprimento.
(04) depende da intensidade do campo gravitacional local.
(08) depende da amplitude das oscilações.
(16) duplica quando seu comprimento é quadruplicado.
(32) reduz-se à metade ao submeter-se a um campo gravitacional de intensidade quadruplicada.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:
As afirmações corretas são: 02, 04, 16 e 32.
Portanto, a resposta é 54.

Resposta: 54

23 **E.R.** Calcule o período de oscilação de um pêndulo simples com 1,6 m de comprimento, que executa pequenas oscilações num local onde $g = 10\ m/s^2$. Despreze influências do ar e considere π igual a 3.

Resolução:
O período pedido é calculado pela expressão:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

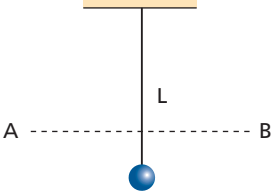
Temos:

$$\pi = 3$$
$$\ell = 1{,}6\ m$$
$$g = 10\ m/s^2$$

Então:

$$T = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{\frac{1{,}6}{10}} \Rightarrow \boxed{T = 2{,}4\ s}$$

24 (Ufal) O corpo suspenso do pêndulo da figura oscila entre os pontos **A** e **B**. Iniciando o movimento a partir de **A**, contou-se que, em 1 minuto, o corpo suspenso atingiu **B** e voltou a **A** trinta vezes.



a) Calcule o período do pêndulo, em segundos, e o valor de sua frequência, em hertz.
b) É possível que o comprimento desse pêndulo (**L**) seja igual a 2,0 m? Por quê? ($g = 10\ m/s^2$)

Resolução:

a) O intervalo de tempo de 1 min (60 s) corresponde a 30 períodos do pêndulo (30 T):

$30\,T = 60 \Rightarrow \boxed{T = 2\ s}$

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}5\ Hz}$

b) Não

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{g\,T^2}{4\,\pi^2} \simeq \frac{10 \cdot 2^2}{4 \cdot 10} \Rightarrow \boxed{L \simeq 1}$

Respostas: a) T = 2 s e f = 0,5 Hz; b) Não, porque o comprimento do pêndulo precisa ser aproximadamente 1 m para seu período ser igual a 2 s.

25 Num experimento com um pêndulo simples de 120 cm de comprimento, foi cronometrado o intervalo de tempo decorrido durante 20 oscilações, obtendo-se 44,0 s. Calcule a intensidade **g** da aceleração da gravidade no local da experiência. Use $\pi = 3{,}14$.

Resolução:

• $20\,T = 44{,}0 \Rightarrow T = 2{,}2\ s$

• $l = 1{,}2\ m$

• $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\,\pi^2\,l}{T^2} = \frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 1{,}2}{2{,}2^2} \Rightarrow \boxed{g = 9{,}78\ m/s^2}$

Resposta: 9,78 m/s²

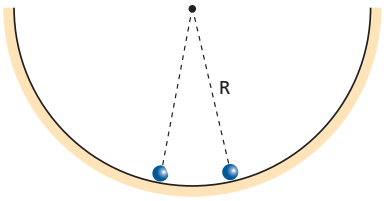
26 Uma pequena esfera metálica realiza oscilações de pequena amplitude e período igual a 1,2 s num recipiente hemisférico praticamente sem atrito e de raio **R**. Considerando $g = 10\ m/s^2$ e $\pi = 3$, calcule **R**.

Resolução:

$T = 2\,\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

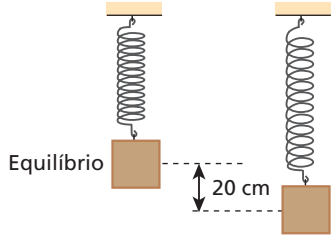
$1{,}2 = 2 \cdot 3\sqrt{\frac{R}{10}}$

$\boxed{R = 0{,}4\ m}$



Resposta: 0,4 m

27 A figura mostra um bloco com 4 kg de massa, preso na extremidade de uma mola ideal. Se o bloco for puxado 20 cm para baixo da posição de equilíbrio e abandonado em seguida, ele oscilará com frequência de 5 Hz.



Despreze influências do ar e considere $g = 10\ m/s^2$ e $\pi^2 = 10$. Analise as afirmações a seguir:

I. A amplitude do movimento oscilatório do bloco é 20 cm.
II. O período do movimento oscilatório é 0,2 s.
III. A força resultante sobre o bloco na posição de equilíbrio vale zero.
IV. A força elástica sobre o bloco na posição de equilíbrio vale 40 N.
V. Nos pontos de inversão, a força resultante sobre o bloco vale 800 N.

São corretas:

a) todas as afirmações.
b) apenas I e III.
c) apenas II, III e IV.
d) apenas II, III e V.
e) apenas III, IV e V.

Resolução:

I) Correta (A = 20 cm).

II) Correta.

$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}2\ s}$

III) Correta.

IV) Correta.

Na posição de equilíbrio:

$F_{elástica} = P \Rightarrow \boxed{F_{elástica} = 40\ N}$

V) Correta.

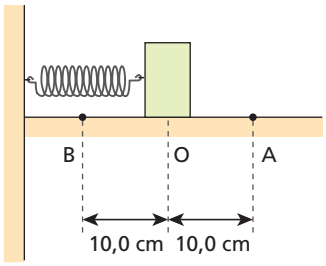
A força resultante sobre o bloco é dada por $F = -K\,x$. Nos pontos de inversão:

$|F| = K\,A = m\,\omega^2\,A = m \cdot 4\,\pi^2\,f^2\,A$

$|F| = 4 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 25 \cdot 0{,}2 \Rightarrow \boxed{|F| = 800\ N}$

Resposta: a

28 (Mack-SP) Um corpo de 250 g de massa encontra-se em equilíbrio, preso a uma mola helicoidal de massa desprezível e constante elástica **k** igual a 100 N/m, como mostra a figura a seguir. O atrito entre as superfícies em contato é desprezível. Estica-se a mola, com o corpo, até o ponto **A**, e abandona-se o conjunto nesse ponto, com velocidade zero. Em um intervalo de 1,0 s, medido a partir desse instante, o corpo retornará ao ponto **A**:



a) uma vez.
b) duas vezes.
c) três vezes.
d) quatro vezes.
e) seis vezes.

Resolução:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}25}{100}} = 2\pi\,\frac{0{,}5}{10}$

$T \simeq 0{,}31\ s$

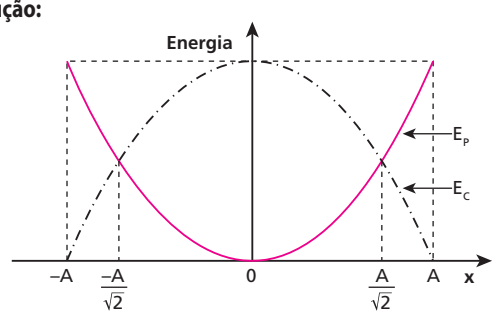
Em 0,31 s ⟶ 1 vez
Em 1,0 s ⟶ n vezes

$n \simeq 3{,}2 \Rightarrow \boxed{3\ vezes}$

Resposta: c

29 Um corpo de massa **m**, preso a uma mola de constante elástica **K**, executa um movimento harmônico simples ao longo de um eixo horizontal Ox. As elongações do corpo variam de x = –A até x = A. Determine a elongação quando a energia cinética do bloco iguala-se à energia potencial elástica, indicando o resultado num gráfico dessas energias em função da posição.

Resolução:

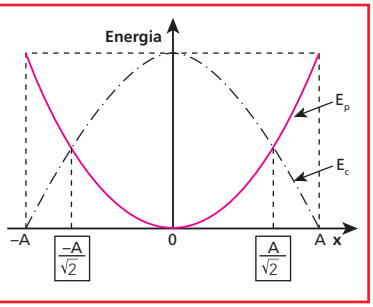


$E_m = E_P + E_c$

$\frac{K A^2}{2} = \frac{K x^2}{2} + \frac{K x^2}{2}$, pois $E_P = E_c$

$2x^2 = A^2 \Rightarrow \boxed{x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}}$

Resposta: $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$



30 (UFRGS-RS) Dois corpos de massas diferentes, cada um preso a uma mola distinta, executam movimentos harmônicos simples de mesma frequência e têm a mesma energia mecânica.
Nesse caso:
a) o corpo de menor massa oscila com menor período.
b) o corpo de menor massa oscila com maior período.
c) os corpos oscilam com amplitudes iguais.
d) o corpo de menor massa oscila com menor amplitude.
e) o corpo de menor massa oscila com maior amplitude.

Resolução:

- $\left.\begin{matrix} m_1 \\ K_1 \end{matrix}\right\} f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_1}{m_1}}$
  $\left.\begin{matrix} m_2 \\ K_2 \end{matrix}\right\} f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_2}{m_2}}$
  $\Rightarrow \frac{K_1}{m_1} = \frac{K_2}{m_2}$ (I)
- $E_{m_1} = E_{m_2}$
  $\frac{K_1 A_1^2}{2} = \frac{K_2 A_2^2}{2}$ (II)

  De (I): massa menor $\Rightarrow$ **K** menor
  De (II): **K** menor $\Rightarrow$ **A** maior

Resposta: e

31 Um pêndulo simples realiza oscilações de pequena amplitude na superfície da Terra, com período igual a 2,0 s.
a) Se esse pêndulo realizasse oscilações de pequena amplitude na superfície da Lua, qual seria o seu período? Considere $g_{Lua} = \frac{1}{6} g_{Terra}$.
b) Esse pêndulo oscilaria se estivesse preso ao teto de um elevador em queda livre?

Resolução:

a) $\left.\begin{matrix} T_T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_T}} \\ T_L = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_L}} \end{matrix}\right\} \stackrel{\div}{\Rightarrow} \frac{T_T}{T_L} = \sqrt{\frac{g_L}{g_T}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$

$T_L = \sqrt{6}\, T_T = \sqrt{6} \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{T_L = 4{,}9\ s}$

b) Não, porque, no interior de um elevador em queda livre, a gravidade **aparente** é nula.

Respostas: a) 4,9 s; b) não.

32 (UFRGS-RS) Um pêndulo foi construído com um fio leve e inextensível com 1,6 m de comprimento; uma das extremidades do fio foi fixada e na outra pendurou-se uma pequena esfera de chumbo cuja massa é de 60 g. Esse pêndulo foi colocado a oscilar no ar, com amplitude inicial de 12 cm. A frequência medida para esse pêndulo foi aproximadamente 0,39 Hz. Suponha agora que se possa variar a massa (**M**), a amplitude (**A**) e o comprimento do fio (**L**).
Qual das seguintes combinações dessas três grandezas permite, aproximadamente, a duplicação da frequência?
a) L = 6,4 m; A = 12 cm; M = 60 g.
b) L = 1,6 m; A = 6 cm; M = 60 g.
c) L = 0,4 m; A = 6 cm; M = 30 g.
d) L = 0,8 m; A = 12 cm; M = 60 g.
e) L = 1,6 m; A = 12 cm; M = 15 g.

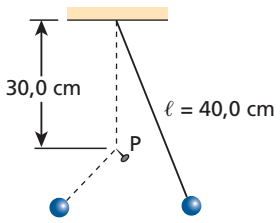
Resolução:
Para pequenas amplitudes, o período do pêndulo não depende da amplitude. Sabemos também que o período não depende da massa:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Reduzindo o comprimento a $\frac{\ell}{4}$ (0,4 m), o período se reduz à metade e, consequentemente, a frequência dobra.

Resposta: c

33 (FCMSC-SP) A figura representa um pêndulo simples, de período igual a **T**. Colocando-se um prego (**P**) na posição indicada, o pêndulo, na máxima elongação para a esquerda, fica com a configuração indicada pela linha pontilhada, voltando depois à sua configuração inicial. Qual é o período de oscilação desse sistema?



Resolução:

- Quando o pêndulo não está encostado no prego, seu comprimento é: $\ell = 40{,}0$ cm (período **T**).
- Quando o fio encosta no prego, passamos a ter um pêndulo de comprimento $\ell' = 10{,}0$ cm (período T'). Como $\ell' = \frac{\ell}{4}$, então $T' = \frac{T}{2}$.
- O período de oscilação do sistema é T_S:

$$T_S = \frac{T}{2} + \frac{T'}{2} = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} \Rightarrow \boxed{T_S = \frac{3T}{4}}$$

Resposta: $\frac{3T}{4}$

34 (Unicamp-SP) Um pêndulo simples, que executa um movimento harmônico simples num ambiente escuro, é iluminado por um holofote estroboscópico.

a) Sendo $\ell = 0{,}4$ m o comprimento do pêndulo, calcule a frequência de suas oscilações.

b) Qual deve ser a frequência máxima do estroboscópio para que esse pêndulo pareça estar parado na posição vertical? Considere $g = 10\ m/s^2$.

Resolução:

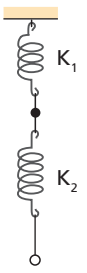
a) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10}{0{,}4}} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}8\ Hz}$

b) A frequência máxima corresponde ao caso em que o holofote lampeja toda vez que o pêndulo passa pela vertical. Assim, o holofote lampeja duas vezes durante uma oscilação do pêndulo. Por isso, sua frequência é o dobro da frequência do pêndulo, ou seja, 1,6 Hz.

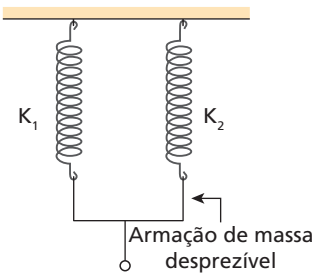
Respostas: a) 0,8 Hz; b) 1,6 Hz

35 **E.R.** Determine a constante elástica equivalente às seguintes associações de molas ideais:

a)

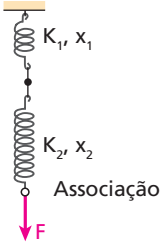


b)



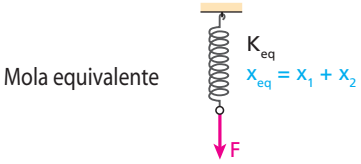
Resolução:

a) Temos, neste caso, o que costumamos chamar de molas associadas "em série". Aplicando uma força de intensidade **F** na extremidade da associação, as molas de constantes elásticas K_1 e K_2 sofrem deformações respectivamente iguais a x_1 e x_2, sendo que, para ambas, a força tensora vale **F**.



A constante elástica equivalente à associação corresponde à constante elástica de uma mola única, que, submetida à mesma força tensora, sofre a mesma deformação sofrida pela associação, ou seja, deforma-se:

$$x_{eq} = x_1 + x_2$$



Temos, então:

Na mola de constante K_1: $F = K_1\ x_1$ (I)

Na mola de constante K_2: $F = K_2\ x_2$ (II)

Na mola equivalente:

$$F = K_{eq}\ x_{eq} = K_{eq}(x_1 + x_2) \quad \text{(III)}$$

De (I) e (II), temos:

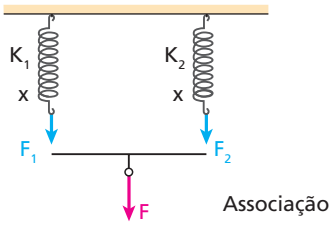
$$x_1 = \frac{F}{K_1} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{F}{K_2}$$

Introduzindo essas expressões em (III), temos:

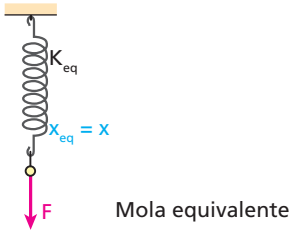
$$F = K_{eq}\left(\frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$$

ou $\boxed{K_{eq} = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}}$

b) Agora, temos o que chamamos de molas associadas "em paralelo". Apliquemos uma força de intensidade **F** na extremidade da associação, de modo que as molas sofram a mesma deformação **x**:



A mola equivalente é aquela que, submetida à mesma força, sofre a mesma deformação que a associação.



Temos, então:

Na mola de constante K_1: $F_1 = K_1\ x$

Na mola de constante K_2: $F_2 = K_2\ x$

Mas:

$$F_1 + F_2 = F \Rightarrow F = (K_1 + K_2)x \quad \text{(I)}$$

Na mola equivalente: $F = K_{eq}\ x$ (II)

Comparando (I) e (II), obtemos:

$$\boxed{K_{eq} = K_1 + K_2}$$

36 A figura 1 representa um bloco em repouso, suspenso a uma mola de constante elástica K_1, deformada elasticamente de x_1. A mola é cortada ao meio e o mesmo corpo é suspenso às duas metades por meio de uma haste H, de massa desprezível, ficando em repouso (figura 2). Cada metade apresenta-se deformada elasticamente de x_2.

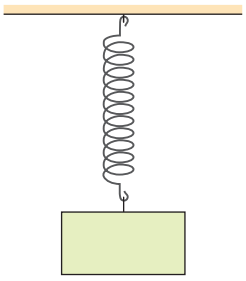


Figura 1

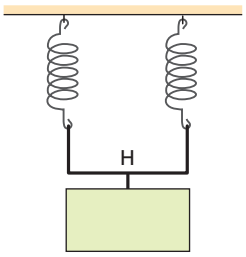


Figura 2

Determine:

a) a constante elástica K_2 do conjunto constituído pelas duas metades da mola, em função de K_1;

b) a deformação x_2, em função de x_1.

Resolução:

a) • Seja **F** a intensidade da força que causa na mola da figura 1 uma deformação x_1:

$K_1 = \frac{F}{x_1}$

Cada metade dessa mola também está sujeita a uma força de intensidade **F**, mas se deforma $x' = \frac{x_1}{2}$.

Assim, a constante elástica de cada metade é dada por:

$K' = \frac{F}{x'} = \frac{F}{\frac{x_1}{2}} = 2K_1$

• Na figura 2, as duas metades da mola estão associadas em paralelo. Então:

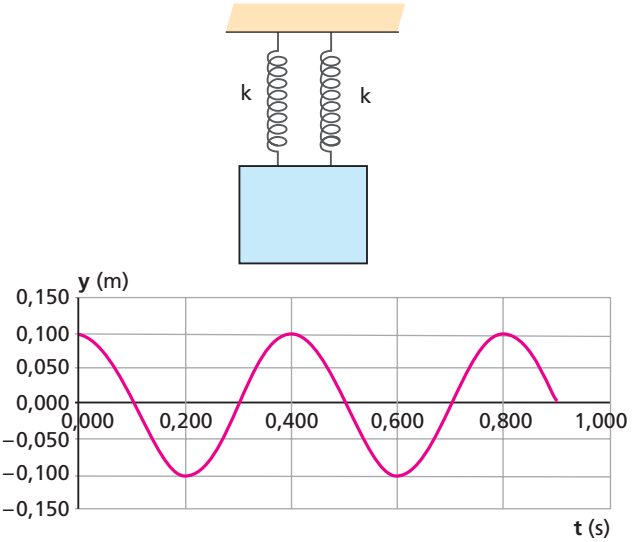
$K_2 = 2K_1 + 2K_1 \Rightarrow \boxed{K_2 = 4\,K_1}$

b) • Na figura1: $x_1 = \frac{F}{K_1}$

• Na figura 2: $x_2 = \frac{F}{K_2} = \frac{F}{4K_1} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{x_1}{4}}$

Respostas: a) $K_2 = 4\,K_1$; b) $x_2 = \frac{x_1}{4}$

37 (EEM-SP) O bloco mostrado no esquema tem massa 0,200 kg e, após ser deslocado da sua posição de equilíbrio e solto, executa um movimento harmônico simples (MHS). Nessa condição, o período de oscilação do sistema mola-massa é $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eq}}}$, em que k_{eq} é a constante elástica equivalente da associação das molas e **m**, a massa do corpo. O gráfico descreve o deslocamento do corpo em função do tempo.



Despreze os efeitos de forças resistivas e determine a ($g = 10\ m/s^2$):

a) amplitude do movimento;

b) constante elástica equivalente da associação das molas;

c) deformação das molas na situação de equilíbrio.

Resolução:

a) Do gráfico: $\boxed{A = 0{,}100\ m}$

b) Do gráfico: $T = 0{,}400\ s$

Então:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eq}}} \Rightarrow k_{eq} = \frac{4\pi^2\,m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}200}{0{,}400^2}$

c) Temos:

$\boxed{k_{eq} = 5\pi^2\ N/m \simeq 50\ N/m}$

$F = k_{eq}\,x$, em que $F = P = 2{,}00\ N$

$2{,}00 = 50\,x \Rightarrow \boxed{x = 0{,}040\ m}$

Respostas: a) 0,100 m; b) 50 N/m; c) 0,040 m.

38 (Unifei-MG) Uma partícula se move em um plano, de modo que suas coordenadas de posição **x** e **y** variam em função do tempo **t** conforme as expressões $x = R\,\text{sen}\,(\omega\,t)$ e $y = R\cos(\omega\,t) + R$, onde $\boldsymbol{\omega}$ e **R** são iguais a π rad/s e 5,0 m, respectivamente.

a) Esboce em seu caderno a trajetória da partícula posicionando-a em relação aos eixos Ox e Oy.

b) Calcule os módulos da velocidade e da aceleração da partícula numa posição genérica da trajetória.

c) Que tipo de movimento a partícula realiza e qual o período do movimento?

Resolução:

$\omega = \pi\ rad/s \qquad R = 5{,}0\ m$

a) $x = R\,\text{sen}\,(\omega\,t) \Rightarrow x^2 = R^2\,\text{sen}^2\,(\omega\,t)$

$\text{sen}^2\,(\omega\,t) = \frac{x^2}{R^2} \qquad (I)$

$y = R\cos(\omega\,t) + R \Rightarrow y - R = R\cos(\omega\,t)$

$(y - R)^2 = R^2\cos^2(\omega\,t)$

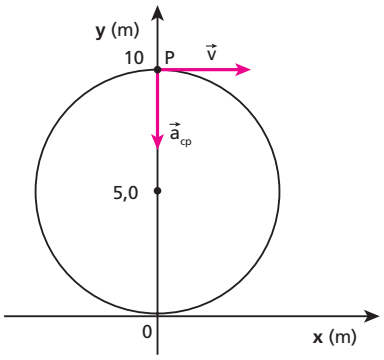
$\cos^2(\omega\,t) = \frac{(y-R)^2}{R^2} \qquad (II)$

Como $\text{sen}^2\,(\omega\,t) + \cos^2(\omega\,t) = 1$, temos, de (I) e (II):

$\frac{(y-R)^2}{R^2} + \frac{x^2}{R^2} = 1 \Rightarrow (y-R)^2 + x^2 = R^2$

$\boxed{(y - 5{,}0)^2 + x^2 = 25}$ (equação da trajetória, no SI)

Portanto, a trajetória da partícula é uma circunferência de 5,0 m de raio, com centro em x = 0 e y = 5,0 m.



b) A partícula realiza, tanto no eixo **x** quanto no eixo **y**, movimentos harmônicos simples de mesma amplitude **R** e mesma pulsação **ω**.
Como esses movimentos podem ser associados a um MCU que os gera por projeção, concluímos que o movimento circular da partícula é **uniforme**.
Então, o módulo **v** da velocidade da partícula é igual em qualquer ponto da trajetória, podendo ser calculado, por exemplo, no ponto **P** indicado na figura anterior. Nesse ponto, $v_y = 0$ e $v = v_{x_{máx}}$:

$$v = \omega A = \omega R = \pi \cdot 5{,}0 \Rightarrow \boxed{v = 5{,}0\,\pi \text{ m/s}}$$

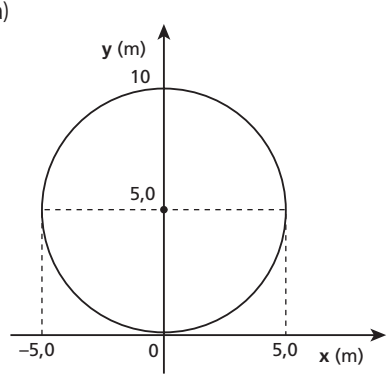
A aceleração da partícula, que é centrípeta, também tem o mesmo módulo $\left(\frac{v^2}{R} \text{ ou } \omega^2 R\right)$ em qualquer ponto da trajetória.
Assim, temos:

$$a_{cp} = \omega^2 R = \pi^2 \cdot 5{,}0 \Rightarrow \boxed{a_{cp} = 5{,}0\pi^2 \text{ m/s}^2}$$

c) A partícula realiza um movimento circular e uniforme, de período dado por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} \Rightarrow \boxed{T = 2{,}0 \text{ s}}$$

Respostas: a)



b) 5,0 π m/s, 5,0π² m/s², respectivamente.
c) Movimento circular e uniforme, de período igual a 2,0 s

39 Num osciloscópio, elétrons executam movimentos que são composições de dois movimentos harmônicos simples em direções perpendiculares. Considerando que esses movimentos são descritos pelas equações x = A cos ω t e y = B sen ω t, determine a forma das trajetórias, supondo:
a) A = B; b) A ≠ B.

Resolução:

$$\left.\begin{array}{l} x = A\cos\omega t \Rightarrow \cos^2\omega t = \frac{x^2}{A^2} \\ y = B\,\text{sen}\,\omega t \Rightarrow \text{sen}^2\omega t = \frac{y^2}{B^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

a) Se A = B ⇒ $x^2 + y^2 = A^2$ (equação de uma circunferência)

b) Se A ≠ B ⇒ $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$ (equação de uma elipse)

Respostas: a) circunferência; b) elipse

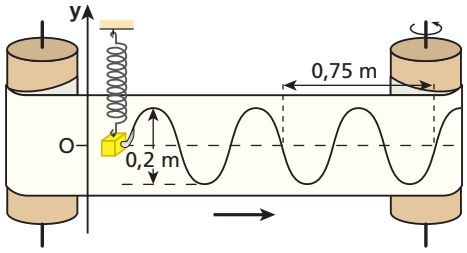
40 (ITA-SP) A equação x = 1,0 sen (2,0t) expressa a posição de uma partícula em unidades do Sistema Internacional. Qual seria a forma do gráfico **v** (velocidade) × **x** (posição) dessa partícula?

Resolução:
Num MHS:

$$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2) \Rightarrow \frac{v^2}{\omega^2 A^2} + \frac{x^2}{A^2} = 1 \Rightarrow \boxed{\text{elipse}}$$

Resposta: Elipse

41 Um corpo com 2 kg de massa oscila verticalmente em movimento harmônico simples, suspenso por uma mola helicoidal ideal. As posições ocupadas pelo corpo são registradas numa fita vertical de papel, por meio de um estilete preso ao corpo. A fita desloca-se horizontalmente com velocidade constante de 0,2 m/s.



Determine:
a) a frequência e a amplitude do movimento do corpo;
b) a constante elástica da mola, adotando $\pi^2 = 10$;
c) a equação horária do movimento do corpo, sabendo que no instante t = 0 a elongação é nula e o corpo está subindo.

Resolução:

a) $\boxed{A = 0{,}1 \text{ m}}$

Durante uma oscilação do corpo, a fita desloca-se 0,5 m:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 0{,}2 = \frac{0{,}5}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = T = 2{,}5 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}5} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}4 \text{ Hz}}$$

b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow 2{,}5 = 2\pi\sqrt{\frac{2}{K}} \Rightarrow \boxed{K = 12{,}8 \text{ N/m}}$

c) $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ rad

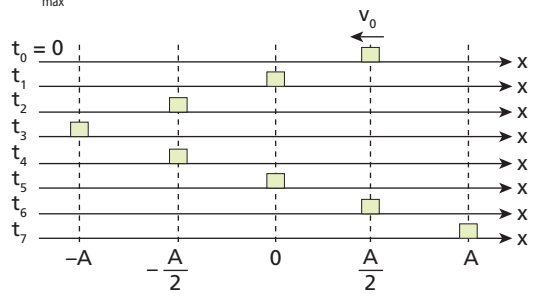
$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 0{,}4 \Rightarrow \omega = 0{,}8\pi$ rad/s

$y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

$$\boxed{y = 0{,}1\cos\left(0{,}8\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)} \text{ (SI)}$$

Respostas: a) 0,4 Hz e 0,1 m; b) 12,8 N/m;
c) $y = 0{,}1\cos\left(0{,}8\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$ (SI)

42 (UFC-CE) Um corpo de massa **m** executa o movimento periódico mostrado na figura abaixo. A força que atua no sistema é da forma $F = -k\,x$. Com base nos dados fornecidos e na figura, é possível calcular algumas grandezas inerentes a esse tipo de movimento, tais como: **δ**, **v**, **ω**, **k** e $\mathbf{a}_{máx}$.



Dados: **δ** é a constante de fase;
ω é a frequência natural da oscilação;
v é a velocidade do corpo;
k é a constante elástica;
$\mathbf{a}_{máx}$ é a aceleração máxima.

Das grandezas calculadas e apresentadas abaixo, indique a alternativa correta.

a) $\delta = 0$

b) $v(t_5) = \frac{A}{2}\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)$

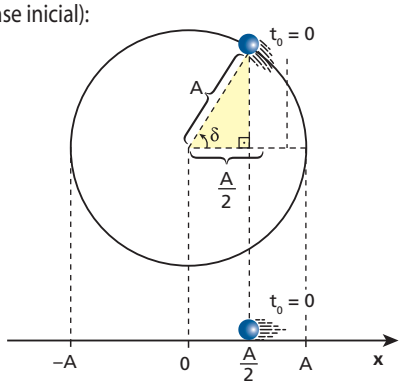
c) $\omega = \frac{2\pi}{t_7 - t_3}$

d) $k = m\,A\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)^2$

e) $a_{máx} = A\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)^2$

Resolução:

- Cálculo de **δ** (fase inicial):



Em $t_0 = 0$, a elongação é $x = \frac{A}{2}$ e está diminuindo.

No triângulo destacado:

$$\cos\delta = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{\pi}{3}\text{ rad}}$$

- Cálculo de ω:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Da figura, observamos que o corpo realiza **meia oscilação** (meio ciclo) no intervalo $\Delta t = t_7 - t_3$, que corresponde a meio período do MHS.

$$\Delta t = \frac{T}{2} = t_7 - t_3 \Rightarrow T = 2(t_7 - t_3)$$

Logo: $\omega = \frac{2\pi}{2(t_7 - t_3)} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\pi}{t_7 - t_3}}$

- Cálculo de **k**:

$$k = m\,\omega^2 \Rightarrow \boxed{k = m\left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)^2}$$

- Cálculo de $v(t_5)$:

$$v(t_5) = v_{máx} = \omega\,A \Rightarrow \boxed{v(t_5) = \left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)A}$$

- Cálculo de $a_{máx}$:

$$a_{máx} = \omega^2\,A \Rightarrow \boxed{a_{máx} = \left(\frac{\pi}{t_7 - t_3}\right)^2 A}$$

Resposta: e

43 Um bloco suspenso por uma mola oscila verticalmente em movimento harmônico simples, como representa a figura 1.

No instante t = 0, ele está passando pela sua posição de equilíbrio (y = 0). A velocidade escalar **v** desse bloco varia com o tempo **t**, conforme o gráfico apresentado na figura 2.

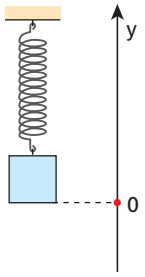


Figura 1

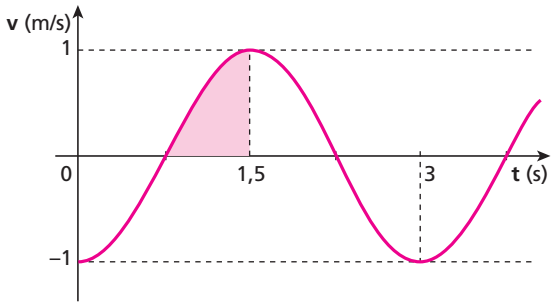


Figura 2

a) Determine a função horária da elongação, y = f(t), desse movimento.

b) Considerando π = 3, quanto vale a "área" destacada na figura 2?

Resolução:

a) $y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

- **Cálculo de ω e A:**

Do gráfico, temos:

$T = 3\text{ s}$ e $v_{máx} = 1\text{ m/s}$

Como $\omega = \frac{2\pi}{T}$: $\omega = \frac{2\pi}{3}\text{ rad/s}$

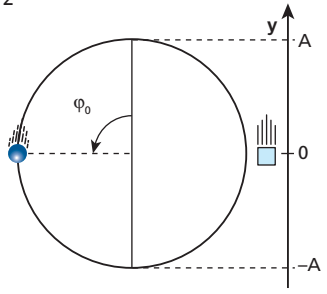
Como $v_{máx} = \omega\,A$: $1 = \frac{2\pi}{3}\,A \Rightarrow A = \frac{3}{2\pi}\text{ m}$

- **Determinação de φ_0:**

1ª) Em t = 0, temos:

y = 0 e v < 0 (bloco descendo)

Então: $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\text{ rad}$



2ª) $v = -\underbrace{\omega A}_{v_{máx}} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$

Do gráfico, temos que $v = -1$ m/s em $t = 0$:

$-1 = -1 \operatorname{sen} \varphi_0 \Rightarrow \operatorname{sen} \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad

Portanto: $\boxed{y = \frac{3}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{3} t + \frac{\pi}{2}\right)}$ (SI)

b) A "área" pedida corresponde ao deslocamento escalar Δy desde um ponto de inversão, do sentido do movimento ($v = 0$) até um ponto em que a velocidade escalar é máxima, ou seja, à amplitude **A**:

$$\text{"área"} = A = \frac{3}{2\pi} = \frac{3}{2 \cdot 3} \Rightarrow \boxed{\text{"área"} = 0{,}5 \text{ m}}$$

Respostas: a) $y = \frac{3}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{3} t + \frac{\pi}{2}\right)$ (SI); b) 0,5 m

44 Duas molas iguais e um mesmo bloco participam das duas montagens ilustradas nas figuras I e II:

Figura I

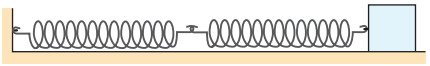
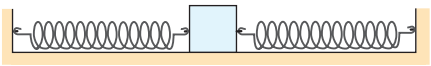


Figura II



Atritos e influências do ar são desprezados.

Se o bloco é afastado da posição de equilíbrio (molas relaxadas) e abandonado, ele oscila na figura I com período T_I e na figura II com período T_{II}. Determine $\frac{T_I}{T_{II}}$.

Resolução:

Na figura **I**, as molas estão associadas em série. Sendo **K** a constante elástica de cada mola, temos:

$$K_{eq} = \frac{K}{2}$$

$$T_I = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{K}}$$

A montagem da figura **II** equivale a uma associação de molas em paralelo, uma vez que o comportamento do sistema seria o mesmo se as molas estivessem do mesmo lado do bloco. Assim:

$K_{eq} = 2K$

$$T_{II} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2K}}$$

$$\frac{T_I}{T_{II}} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{2m}{K}}}{2\pi \sqrt{\frac{m}{2K}}} \Rightarrow \boxed{\frac{T_I}{T_{II}} = 2}$$

Resposta: 2

45 (ITA-SP) Dois pêndulos simples, respectivamente de massas m_1 e m_2 e comprimentos ℓ_1 e ℓ_2, são simultaneamente abandonados para pôr-se em oscilação. Constata-se que a cada 4 ciclos do primeiro a situação inicial é restabelecida identicamente. Nessas condições, pode-se afirmar que necessariamente:

a) o pêndulo 2 deve oscilar mais rapidamente que o pêndulo 1.

b) o pêndulo 2 deve oscilar mais lentamente que o pêndulo 1.

c) $8\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$ é um número inteiro.

d) $6\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$ é um número inteiro.

e) $m_1 \ell_1 = 2m_2 \ell_2$.

Resolução:

Se, no intervalo de tempo em que o pêndulo de comprimento ℓ_1 realiza quatro oscilações, a situação inicial de ambos se repete, concluímos que nesse mesmo intervalo o pêndulo de comprimento ℓ_2 também realiza um número **inteiro** (n) de oscilações:

$4T_1 = n T_2$

$$4 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = n \; 2\pi \sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \Rightarrow 4\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = n \qquad (I)$$

Multiplicando a expressão **I**, membro a membro, por 2, obtemos:

$$8\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = 2n$$

Como **n** é inteiro, 2n também é, o que nos leva à alternativa correta.

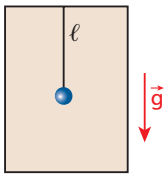
Note que $6\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$ não é necessariamente inteiro. De fato, se a expressão **I** for multiplicada, membro a membro, por 1,5, obteremos:

$$6\sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = 1{,}5\, n$$

Se **n** for ímpar, 1,5n não será um número inteiro.

Resposta: c

46 Um pêndulo simples de comprimento ℓ é preso ao teto de um elevador, como mostra a figura.



Sendo **g** o módulo do campo gravitacional no local, analise as afirmações a seguir:

I. Se o elevador permanecer em repouso ou mover-se em movimento retilíneo e uniforme, o período de oscilação do pêndulo será $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

II. Se o elevador mover-se com aceleração de módulo **a** dirigida para cima, o período de oscilação do pêndulo será $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g + a}}$.

III. Se o elevador mover-se com aceleração de módulo **a** dirigida para baixo ($a < g$), o período de oscilação será $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g - a}}$.

IV. Se o elevador estiver em queda livre, o pêndulo não oscilará.

É (são) correta(s):

a) todas.
b) apenas II e III.
c) apenas IV.
d) apenas I.
e) apenas I, II e III.

Resolução:

O período de oscilação do pêndulo é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_{ap}}}$$

em que g_{ap} é o módulo da aceleração da gravidade aparente (em relação ao elevador).

I) Correta.
Quando o elevador não apresenta aceleração em relação à Terra, temos $g_{ap} = g$.
II) Correta.
Nesse caso, $g_{ap} = g + a$.
III) Correta.
Nesse caso, $g_{ap} = g - a$.
IV) Correta.
Nesse caso, $g_{ap} = 0$ e o pêndulo não oscila.

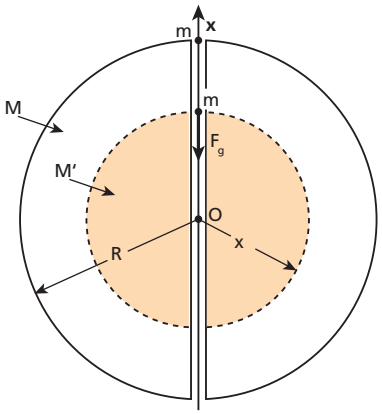
Resposta: a

47 Considere a Terra uma esfera homogênea de raio **R** e massa **M**. Suponha que um pequeno corpo de massa **m** seja abandonado a partir do repouso em uma das bocas de um túnel que atravessa totalmente o planeta, cavado ao longo de seu eixo de rotação.

a) Mostre que, se não houvesse qualquer dissipação de energia mecânica, o corpo abandonado realizaria um movimento harmônico simples.
b) Calcule o período desse movimento. Para isso, use: $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m; $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg; $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ N m^{2}kg^{-2} e $\pi = 3{,}14$.
c) Mostre que o período obtido no item **b** é igual ao período do movimento do corpo de massa **m** em órbita circular rasante em torno da Terra (evidentemente, na ausência de atmosfera).

Resolução:

a)



$$F_g = \frac{G M' m}{x^2}$$

Sendo **μ** a densidade da Terra, temos:

$$F_g = \frac{G \mu \frac{4}{3} \pi x^3 m}{x^2} = G \mu \frac{4}{3} \pi m x$$

$$F_g = G \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \frac{4}{3} \pi m x$$

$$F_g = -\underbrace{\frac{G M m}{R^3}}_{K} x \quad \text{(valor relativo ao eixo Ox)}$$

$$F_g = -K x$$

Portanto, o movimento do corpo é harmônico simples.

b) $$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{G M m}{R^3}}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G M}}$$

$$T = 2 \cdot 3{,}14 \sqrt{\frac{(6{,}4 \cdot 10^6)^3}{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T \simeq 85 \text{ min}}$$

c) $$m \omega^2 R = \frac{G M m}{R^2} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{G M}{R^3} \Rightarrow$$

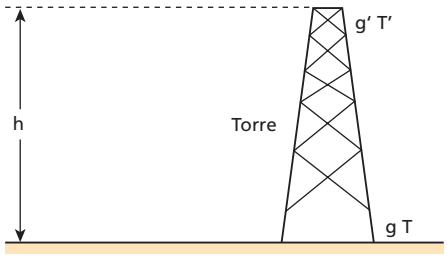
$$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G M}}}$$

Respostas: a) Ver demonstração; b) 85 min, aproximadamente; c) Ver demonstração

48 (ITA-SP) Um relógio de pêndulo, construído de um material de coeficiente de dilatação linear **α**, foi calibrado a uma temperatura de 0 °C para marcar 1 s exato ao pé de uma torre de altura **h**. Elevando-se o relógio até o alto da torre, observa-se um certo atraso, mesmo mantendo-se a temperatura constante. Considerando **R** o raio da Terra, **L** o comprimento do pêndulo a 0 °C e que o relógio permaneça ao pé da torre, então a temperatura para a qual se obtém o mesmo atraso é dada pela relação:

a) $\frac{2h}{\alpha R}$
b) $\frac{h(2R + h)}{\alpha R^2}$
c) $\frac{(R + h)^2 - LR}{\alpha LR}$
d) $\frac{R(2h + R)}{\alpha (R + h)^2}$
e) $\frac{2R + h}{\alpha R}$

Resolução:



$$\left.\begin{aligned} g &= \frac{G M}{R^2} \\ g' &= \frac{G M}{(R + h)^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow g' = g \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \text{(no pé da torre)}$$

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \frac{R^2}{(R + h)^2}}} \qquad \text{(no alto da torre)}$$

Para que o período também seja T' no pé da torre, devemos aumentar o comprimento do pêndulo por meio da dilatação térmica, elevando sua temperatura a um valor **θ**:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L (1 + \alpha\theta)}{g}}$$

Igualando as duas expressões de T', temos:

$$2\pi \sqrt{\frac{L}{g \frac{R^2}{(R + h)^2}}} = 2\pi \sqrt{\frac{L (1 + \alpha\theta)}{g}}$$

$$\frac{(R + h)^2}{R^2} = 1 + \alpha\theta \Rightarrow \alpha\theta = \frac{(R + h)^2}{R^2} - 1$$

$$\alpha\theta = \frac{R^2 + 2Rh + h^2 - R^2}{R^2} = \frac{h(2R + h)}{R^2}$$

$$\theta = \frac{h(2R + h)}{\alpha R^2}$$

Resposta: b

49 (Unicamp-SP) Um relógio de pêndulo marca o tempo corretamente quando funciona à temperatura de 20 °C. Quando este relógio se encontra a uma temperatura de 30 °C, seu período aumenta devido à dilatação da haste do pêndulo.

a) Ao final de 24 horas operando a 30 °C, o relógio atrasa 8,64 s. Determine a relação entre os períodos τ_{30} a 30 °C e τ_{20} a 20 °C, isto é, $\frac{\tau_{30}}{\tau_{20}}$.

b) Determine o coeficiente de expansão térmica linear do material do qual é feita a haste do pêndulo. Use a aproximação: $(1{,}0001)^2 = 1{,}0002$.

Resolução:

a) Para registrar (correta ou incorretamente) 24 horas, ou seja, para o ponteiro das horas completar duas voltas, o pêndulo tem de realizar um **mesmo** número **n** de oscilações:

A **20 °C**:

$n\ \tau_{20} = 24\ h = 86\,400\ s$ (I)

A **30 °C**:

$n\ \tau_{30} = 24\ h + 8{,}64\ s = 86\,408{,}64\ s$ (II)

Dividindo (II) por (I), obtemos:

$$\boxed{\frac{\tau_{30}}{\tau_{20}} = 1{,}0001}$$

b)

$$\frac{\tau_{30}}{\tau_{20}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell_0}{g}}} = 1{,}0001$$

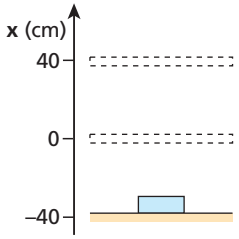
$$\frac{\ell}{\ell_0} = 1{,}0002$$

$$\ell = \ell_0\ 1{,}0002 = \ell_0\ (1 + \alpha\ \ 10)$$

$$\boxed{\alpha = 2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}}$$

Respostas: a) 1,0001; b) $2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

50 Um bloco está apoiado em uma plataforma horizontal inicialmente em repouso na posição indicada na figura abaixo.



A plataforma passa a oscilar verticalmente em movimento harmônico simples de amplitude 40 cm e período 1 s. Determine a elongação em que o bloco perde contato com a plataforma, adotando $g = 10\ m/s^2$ e $\pi^2 = 10$.

Resolução:

O bloco perde contato com a plataforma quando a força de reação normal da plataforma sobre o bloco ($\vec{F}_n$) se anula. Nessa situação, a única força atuante no bloco é o seu peso, razão pela qual a aceleração tem módulo $g = 10\ m/s^2$.

$\alpha = -\omega^2 x$ (I)

$\alpha = -10\ m/s^2$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \omega = 2\pi\ rad/s$$

Em (I):

$$-10 = -40x \Rightarrow x = \frac{1}{4}\ m \Rightarrow \boxed{x = 25\ cm}$$

Resposta: 25 cm

51 Uma prancha de massa **M** está inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal. Na extremidade **A** dessa prancha, encontra-se, também em repouso, um automóvel de massa **m**, assimilável a um ponto material.

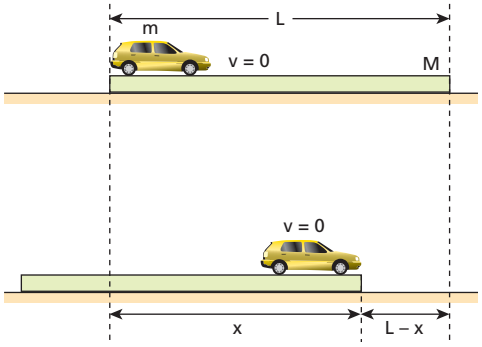
A partir de certo instante, o automóvel passa a realizar um movimento harmônico simples em relação à superfície horizontal, indo da extremidade **A** à extremidade **B** e, em marcha a ré, da extremidade **B** à extremidade **A**. Considere **L** o comprimento da prancha, **μ** o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a prancha e **g** a intensidade do campo gravitacional. Despreze o atrito entre a prancha e a superfície em que se apoia. Nessas condições, determine:

a) a amplitude do movimento do automóvel em relação à superfície horizontal;

b) a máxima frequência que o movimento do automóvel pode ter.

Resolução:

a)



Da conservação da quantidade de movimento do sistema carro-prancha, temos, em módulo:

$$m\ v_{m_{carro}} = M\ v_{m_{prancha}}$$

$$m\ \frac{x}{\Delta t} = M\ \frac{L - x}{\Delta t} \Rightarrow x = \frac{M\ L}{M + m}$$

A amplitude **A** é igual a $\frac{x}{2}$. Então:

$$\boxed{A = \frac{M\ L}{2\ (M + m)}}$$

b) A máxima intensidade da força no carro em MHS não pode exceder a intensidade da força de atrito de destaque:

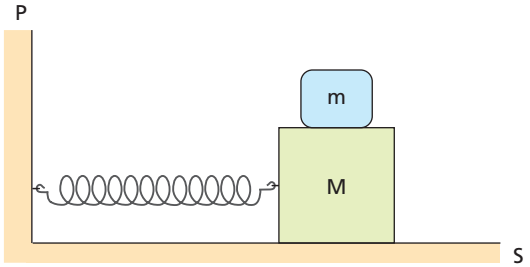
$$m\ \omega^2\ A \leqslant \mu\ m\ g \Rightarrow 4\pi^2\ f^2\ A \leqslant \mu\ g$$

$$f_{máx} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu\ g}{A}}$$

$$\boxed{f_{máx} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\ \mu\ g\ (M + m)}{M\ L}}}$$

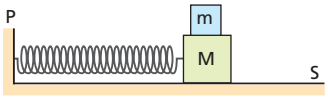
Respostas: a) $\frac{M\ L}{2\ (M + m)}$; b) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\ \mu\ g\ (M + m)}{M\ L}}$

52 A figura a seguir representa uma mola ideal de constante elástica **k**, presa em uma parede **P** e em um bloco de massa **M** em repouso, numa superfície plana e horizontal **S**. Sobre esse bloco, repousa um outro, de massa **m**.
Existe atrito entre os blocos, mas se supõe a ausência de atrito na superfície **S**. Além disso, as influências do ar são desprezadas.
Afastando o bloco de massa **M** da posição de equilíbrio e liberando o sistema, ele passa a oscilar com amplitude **A**.



Determine, sendo **g** a intensidade do campo gravitacional:
a) o período de oscilação do sistema (**T**), supondo que um bloco não se mova em relação ao outro;
b) a expressão do coeficiente de atrito estático (**μ**) entre os blocos para garantir que um deles não se mova em relação ao outro.

Resolução:



a) O período de um oscilador massa-mola ideal é:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}}$$

b) A máxima aceleração dos blocos é dada por:

$$a_{máx} = \omega^2 A = \frac{4\pi^2}{T^2} A = \frac{4\pi^2 A}{4\pi^2 \frac{M+m}{k}} = \frac{k\,A}{M+m}$$

Para poder ter essa aceleração, o bloco de massa **m** precisa de uma força resultante $\vec{F}$, que é a força de atrito estático que ele recebe do bloco no qual está apoiado:

$$F = m\,a_{máx} = \frac{m\,k\,A}{M+m}$$

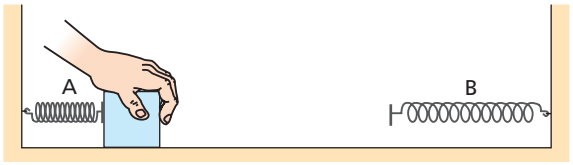
$$F_{at_e} \leqslant \mu\,F_n \Rightarrow F_{at_e} \leqslant \mu\,m\,g$$

Como $F = F_{at_e}$:

$$\frac{m\,k\,A}{M+m} \leqslant \mu\,m\,g \Rightarrow \boxed{\mu \geqslant \frac{k\,A}{(M+m)g}}$$

Respostas: a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$; b) $\mu \geqslant \frac{k\,A}{(M+m)g}$

53 Na situação esquematizada na figura, as molas **A** e **B** têm massas desprezíveis e constantes elásticas $k = 16\,\pi^2$ N/m. Um pequeno bloco rígido de massa igual a 4,0 kg é comprimido contra o aparador da mola **A**, que sofre uma deformação de 50 cm. Esse bloco é abandonado do repouso, passando a oscilar em trajetória retilínea sobre o plano horizontal. Em cada vaivém, ele realiza duas colisões contra os aparadores das molas, o que não acarreta nenhuma dissipação de energia mecânica.



Supondo-se que a distância entre os aparadores na situação de relaxamento das molas é $d = \pi$ m e admitindo-se positivo o sentido da esquerda para a direita, pede-se, desprezando atritos e influências do ar:
a) calcular a máxima velocidade escalar atingida pelo bloco;
b) determinar o período de suas oscilações;
c) traçar, em uma folha à parte, o gráfico da velocidade escalar do bloco em função do tempo, abrangendo, pelo menos, um ciclo das oscilações.

Resolução:
a) A energia potencial elástica armazenada inicialmente na mola **A** é igual à energia cinética do bloco no momento em que a abandona:

$$E_c = E_{p_{e_A}} \Rightarrow \frac{m\,v^2}{2} = \frac{k\,x^2}{2}$$

$$4{,}0\,v^2 = 16\pi^2\,(0{,}50)^2 \Rightarrow \boxed{v = \pi\ \text{m/s}}$$

b) O intervalo de tempo que o bloco passa em contato com as molas em cada ciclo é Δt_1 dado por:

$$\Delta t_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \Delta t_1 = 2\pi\sqrt{\frac{4{,}0}{16\pi^2}}$$

$$\boxed{\Delta t_1 = 1{,}0\ \text{s}}$$

O intervalo de tempo que o bloco passa em movimento retilíneo e uniforme entre duas colisões sucessivas é Δt_2, dado por:

$$v = \frac{2d}{\Delta t_2} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{\Delta t_2}$$

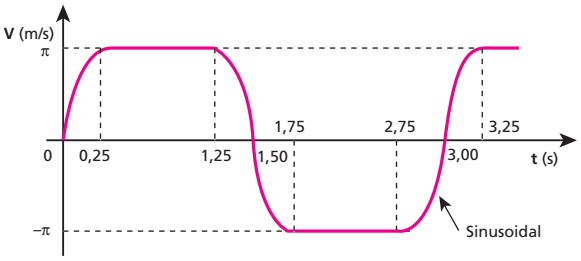
$$\boxed{\Delta t_2 = 2{,}0\ \text{s}}$$

Então, o período **T** de oscilação do bloco é dado por:

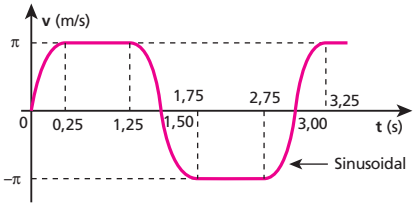
$$T = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow T = 1{,}0 + 2{,}0$$

$$\boxed{T = 3{,}0\ \text{s}}$$

c)



Respostas: a) π m/s
b) 3,0 s
c)



54 (Olimpíada Brasileira de Física) Um antigo relógio tipo carrilhão é acionado pelas oscilações de um pêndulo de aço (coeficiente de dilatação linear igual a $1{,}0 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$) que, no inverno, realiza uma oscilação completa em 1,0 s. Sabendo-se que no verão esse relógio passa a atrasar o equivalente a 2,0 min por mês, determine a diferença entre as temperaturas médias no verão e no inverno.

Resolução:
No inverno, o período das oscilações do pêndulo é $T_i = 1{,}0$ s.
No verão, o relógio passa a atrasar porque o período aumenta, passando a valer $T_v = T_i + x$. Assim, em cada oscilação, o relógio registra a passagem de 1,0 s, quando, na realidade, passou 1,0 s + x.
Vamos calcular **x**, que é o atraso ocorrido em cada segundo real:

- 1 mês = $30 \cdot 24 \cdot 3\,600$ s ... 2,0 min = 120 s
  1,0 s ... x

$$x = \frac{120}{30 \cdot 24 \cdot 3600} \Rightarrow \boxed{x \simeq 4{,}6 \cdot 10^{-5}\ s}$$

- $T_v - T_i = x \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\ell_v}{g}} - 2\pi\sqrt{\frac{\ell_i}{g}} = x$

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell_i(1+\alpha\Delta\theta)}{g}} - 2\pi\sqrt{\frac{\ell_i}{g}} = x$$

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell_i}{g}}\left(\sqrt{1+\alpha\Delta\theta} - 1\right) = x$$

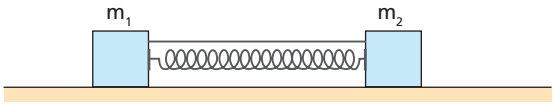
$$1{,}0\left(\sqrt{1 + 1{,}0 \cdot 10^{-5}\,\Delta\theta} - 1\right) = 4{,}6 \cdot 10^{-5}$$

$$\sqrt{1 + 1{,}0 \cdot 10^{-5}\,\Delta\theta} = 1{,}000046$$

$$\boxed{\Delta\theta \simeq 9{,}2\ °C}$$

Resposta: 9,2 °C

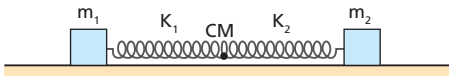
55 Dois blocos de massas m_1 e m_2, assimiláveis a pontos materiais, repousam em uma superfície plana e horizontal, presos a uma mola ideal de constante elástica **K**. A mola está comprimida e os blocos não se movem, porque um barbante está preso neles.



Queimando o barbante, o sistema passa a oscilar. Suponha desprezíveis o atrito e a resistência do ar.

a) Durante as oscilações, um ponto da mola permanece em repouso. Usando apenas argumentos conceituais, diga onde esse ponto se encontra.
b) Determine o período das oscilações do sistema.

Resolução:
a) A quantidade de movimento do sistema é **constante** e **nula**. Portanto, o centro de massa desse sistema encontra-se em repouso:



Tudo se passa como se os blocos de massas m_1 e m_2 oscilassem em molas distintas, de constantes elásticas K_1 e K_2, respectivamente, com extremidades fixas em um ponto correspondente ao centro de massa do sistema.

b) • Os períodos das oscilações dos blocos são iguais:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{K_1}} \\ T_2 &= 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{K_2}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{m_1}{K_1} = \frac{m_2}{K_2} \Rightarrow K_2 = \frac{m_2 K_1}{m_1} \quad (I)$$

- As partes da mola, de constantes elásticas K_1 e K_2, podem ser tratadas como duas molas em série, com constante elástica equivalente igual a **K** ($K_{eq} = K$):

$$K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \Rightarrow K(K_1 + K_2) = K_1 K_2 \quad (II)$$

- Substituindo (I) em (II), vem:

$$K\left(K_1 + \frac{m_2 K_1}{m_1}\right) = K_1 K_2 \Rightarrow K\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) = K_2$$

$$K_2 = K\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) \quad (III)$$

- Determine T_2, por exemplo:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{K_2}} \quad (IV)$$

- Substituindo (III) em (IV), temos:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{K\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T_1 = T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1\ m_2}{K(m_1 + m_2)}}}$$

Respostas: a) No centro de massa do sistema; b) $2\pi\sqrt{\frac{m_1\ m_2}{K(m_1 + m_2)}}$

56 Um cilindro de densidade ρ_C é mantido em repouso na posição indicada na figura 1. Sob o cilindro, encontra-se uma cuba contendo um líquido de densidade ρ_L.

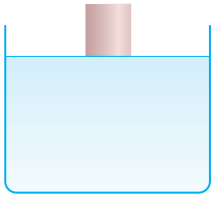


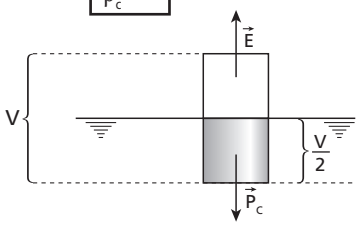
Figura 1

Figura 2

Desprezando-se a resistência do ar e a do líquido, o cilindro, ao ser abandonado, passa a realizar um movimento harmônico simples vertical. Determine a razão ρ_L/ρ_C para que as posições de inversão do movimento sejam as representadas nas figuras 1 e 2.

Resolução:
Como acontece em todo MHS, a posição de equilíbrio está no ponto médio da trajetória:

$$E = P_c \Rightarrow \rho_L \frac{V}{2} g = \rho_c V g \Rightarrow \boxed{\frac{\rho_L}{\rho_c} = 2}$$



Resposta: 2

Tópico 2

1 **E.R.** Por que é impossível ouvirmos, aqui na Terra, uma explosão solar?

Resolução:
As ondas sonoras, sendo ondas mecânicas, não se propagam no vácuo que separa o Sol da Terra.

2 Quando uma onda se propaga de um local para outro, necessariamente ocorre:
a) transporte de energia.
b) transformação de energia.
c) produção de energia.
d) movimento de matéria.
e) transporte de matéria e energia.

Resolução:
Na propagação de uma onda ocorre transporte de energia.

Resposta: a

3 Das ondas citadas a seguir, qual delas não é onda eletromagnética?
a) Infravermelho.
b) Radiação gama.
c) Ondas luminosas.
d) Ondas de rádio.
e) Ultrassom.

Resolução:
O ultrassom é uma onda sonora, sendo do tipo mecânica.

Resposta: e

4 No vácuo, todas as ondas eletromagnéticas possuem:
a) mesma frequência.
b) mesma amplitude.
c) mesmo comprimento de onda.
d) mesma quantidade de energia.
e) mesma velocidade de propagação.

Resolução:
No vácuo, todas as ondas elétomagnéticas têm em comum a mesma velocidade (300 000 km/s).

Resposta: e

5 Das ondas citadas a seguir, qual é longitudinal?
a) Ondas em cordas tensas.
b) Ondas em superfície da água.
c) Ondas luminosas.
d) Ondas eletromagnéticas.
e) Ondas sonoras propagando-se no ar.

Resolução:
Das citadas, apenas as ondas sonoras que se propagam no ar são ondas longitudinais.

Resposta: e

6 Analise as seguintes afirmativas:
I. O som é onda mecânica.
II. A luz é onda eletromagnética.
III. A luz pode ser onda mecânica.
IV. O som pode propagar-se no vácuo.
V. A luz pode propagar-se no vácuo.
São verdadeiras:
a) I, II e III.
b) I, III e IV.
c) II, III e V.
d) I, II e V.
e) todas as afirmativas.

Resolução:
I. Verdadeira.
II. Verdadeira.
III. Falsa.
A luz é sempre onda eletromagnética.
IV. Falsa.
Sendo uma onda mecânica, o som precisa de apoio material para se propagar. Assim, o som não se propaga no vácuo.
V. Verdadeira.

Resposta: d

7 Analise as afirmativas:
I. Toda onda mecânica é sonora.
II. As ondas de rádio, na faixa de FM (Frequência Modulada), são transversais.
III. Abalos sísmicos são ondas mecânicas.
IV. O som é sempre uma onda mecânica, em qualquer meio.
V. As ondas de rádio AM (Amplitude Modulada) são ondas mecânicas.
São verdadeiras:
a) I, II e III.
b) I, III e V.
c) II, III e IV.
d) III, IV e V.
e) I, IV e V.

Resolução:
I. Falsa.
Ondas em cordas são mecânicas, mas não sonoras.
II. Verdadeira.
Todas as ondas de rádios são eletromagnéticas e, portanto, transversais.
III. Verdadeira.
IV. Verdadeira.
V. Falsa.

Resposta: c

8 Quais das ondas a seguir não se propagam no vácuo?
a) Raios *laser* (***l****ight* ***a****mplification by* ***s****timulated* ***e****mission of* ***r****adiation*).
b) Ondas de rádio.
c) Micro-ondas.
d) Ondas de *sonar* (***so****und* ***n****avegation* ***a****nd* ***r****anging*).
e) Ondas de calor (raios infravermelhos).

Resolução:
Das ondas citadas, apenas as ondas de sonar são ondas mecânicas, que não se propagam no vácuo.

Resposta: d

9 (PUC-SP) As estações de rádio têm, cada uma delas, uma frequência fixa e própria na qual a transmissão é feita. A radiação eletromagnética transmitida por suas antenas é uma **onda de rádio**. Quando escutamos uma música, nossos ouvidos são sensibilizados por **ondas sonoras**.

Sobre **ondas sonoras** e **ondas de rádio**, são feitas as seguintes afirmações:

I. Qualquer onda de rádio tem velocidade de propagação maior do que qualquer onda sonora.

II. Ondas de rádio e ondas sonoras propagam-se em qualquer meio, tanto material quanto no vácuo.

III. Independentemente de a estação de rádio transmissora ser AM ou FM, a velocidade de propagação das ondas de rádio no ar é a mesma e vale aproximadamente $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

Está correto o que se afirma apenas em:

a) I. b) III. c) I e II. d) I e III. e) II e III.

Resolução:

I. Correto.
As ondas de rádio são ondas eletromagnéticas e as ondas sonoras são ondas mecânicas.
No ar, as ondas eletromagnéticas se propagam com velocidade aproximada de 300 000 km/s e as ondas sonoras, com aproximadamente 340 m/s.

II. Incorreto.
Ondas mecânicas (ondas sonoras) não se propagam no vácuo.

III. Correto.

Resposta: d

10 Vê-se um relâmpago; depois, ouve-se o trovão. Isso ocorre porque:

a) o som se propaga no ar.
b) a luz do relâmpago é muito intensa.
c) a velocidade do som no ar é de 340 m/s.
d) a velocidade do som é menor que a da luz.
e) se esse fenômeno ocorresse no vácuo, o som do trovão e a luz do relâmpago chegariam juntos.

Resolução:

No ar, o som tem velocidade (340 m/s) menor que a da luz (300 000 km/s).

Resposta: d

11 (Unesp-SP) Uma das características que diferem ondas transversais de ondas longitudinais é que apenas as ondas transversais podem ser:

a) polarizadas.
b) espalhadas.
c) refletidas.
d) refratadas.
e) difratadas.

Resolução:

A **polarização** é um fenômeno que ocorre exclusivamente com **ondas transversais**.

Resposta: a

12 Um professor de Física que ministrava a primeira aula sobre Ondas dava exemplos de ondas eletromagnéticas. Ele dizia: "São exemplos de ondas eletromagnéticas as ondas de rádio, a luz, as ondas de radar, os raios X, os raios γ". Um aluno entusiasmado completou a lista de exemplos, dizendo: "Raios α, raios β e raios catódicos".

Pode-se afirmar que:

a) pelo menos um exemplo citado pelo professor está errado.
b) todos os exemplos citados pelo professor e pelo aluno estão corretos.
c) apenas um exemplo citado pelo aluno está errado.
d) os três exemplos citados pelo aluno estão errados.
e) há erros tanto nos exemplos do professor quanto nos do aluno.

Resolução:

O aluno errou os três exemplos.
Raios α são núcleos de um dos isótopos do hélio; raios β e raios catódicos são constituídos de elétrons. Portanto, são partículas e não ondas.

Resposta: d

13 (UFG-GO) As ondas eletromagnéticas foram previstas por Maxwell e comprovadas experimentalmente por Hertz (final do século XIX). Essa descoberta revolucionou o mundo moderno. Sobre as ondas eletromagnéticas, são feitas as afirmações:

I. Ondas eletromagnéticas são ondas logitudinais que se propagam no vácuo com velocidade constante $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

II. Variações no campo magnético produzem campos elétricos variáveis que, por sua vez, produzem campos magnéticos também dependentes do tempo e assim por diante, permitindo que energia e informações sejam transmitidas a grandes distâncias.

III. São exemplos de ondas eletromagnéticas muito frequentes no cotidiano: ondas de rádio, ondas sonoras, micro-ondas e raio X.

Está correto o que se afirma em:

a) I apenas.
b) II apenas.
c) I e II apenas.
d) I e III apenas.
e) II e III apenas.

Resolução:

I - Incorreto.
As ondas eletromagnéticas são transversais.

II - Correto.

III - Incorreto.
Ondas sonoras são ondas mecânicas.

Resposta: b

14 (UFC-CE) Analise as assertivas abaixo e a seguir indique a alternativa correta.

I. Elétrons em movimento vibratório podem fazer surgir ondas de rádio e ondas de luz.

II. Ondas de rádio e ondas de luz são ondas eletromagnéticas.

III. Ondas de luz são ondas eletromagnéticas e ondas de rádio são ondas mecânicas.

a) Somente I é verdadeira.
b) Somente II é verdadeira.
c) Somente III é verdadeira.
d) Somente I e II são verdadeiras.
e) Somente I e III são verdadeiras.

Resolução:
I. Correta.
As emissões eletromagnéticas derivam de cargas elétricas aceleradas.
II. Correta.
III. Incorreta.
Ondas de rádio também são ondas eletromagnéticas.

Resposta: d

15 (FMTM-MG) *Sir* David Brewster (1781-1868), físico inglês, realizou estudos experimentais sobre reflexão, refração e polarização da luz. Sobre estudos da polarização da luz, mostrou que esse fenômeno é característico de ondas:
I. longitudinais e pode ocorrer por difração ou por meio de polarizadores;
II. transversais e pode ocorrer por reflexão ou transmissão;
III. transversais ou longitudinais e pode ocorrer por interferência ou transmissão.
Está correto o contido em:
a) I apenas. c) III apenas. e) I, II e III.
b) II apenas. d) I e II apenas.

Resolução:
I. Incorreto.
Somente podem ser polarizadas as ondas transversais.
II. Correto.
III. Incorreto.

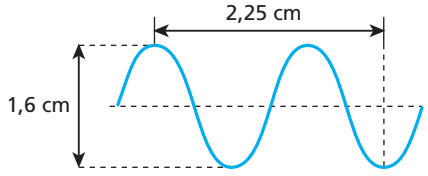
Resposta: b

16 (ITA-SP) Luz linearmente polarizada (ou plano-polarizada) é aquela que:
a) apresenta uma só frequência.
b) se refletiu num espelho plano.
c) tem comprimento de onda menor que o da radiação ultravioleta.
d) tem a oscilação, associada a sua onda, paralela a um plano.
e) tem a oscilação, associada a sua onda, na direção de propagação.

Resolução:
Luz linearmente polarizada é aquela que apresenta vibrações paralelas a um determinado plano.

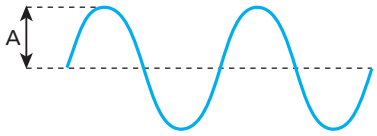
Resposta: d

17 E.R. A figura representa um trecho de uma onda que se propaga a uma velocidade de 300 m/s:



Para esta onda, determine:
a) a amplitude;
b) o comprimento de onda;
c) a frequência;
d) o período.

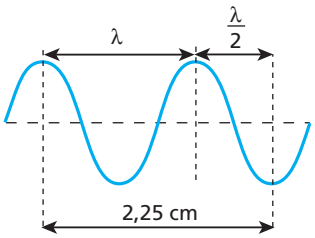
Resolução:
a) A amplitude (**A**) é a distância entre o nível de referência (linha horizontal tracejada) e a crista da onda.



Assim:

$$A = \frac{1,6\ cm}{2} \Rightarrow \boxed{A = 0,80\ cm}$$

b) O comprimento de onda (λ) é a distância entre duas cristas (ou dois vales) consecutivos.



Assim:

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 2,25$$

$$1,5\,\lambda = 2,25 \Rightarrow \boxed{\lambda = 1,5\ cm} \quad \text{ou} \quad \boxed{\lambda = 1,5 \cdot 10^{-2}\ m}$$

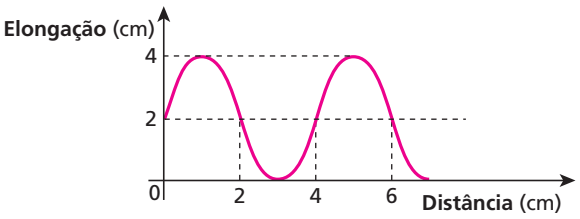
c) Usando a equação da **propagação das ondas**, temos:

$$v = \lambda f$$
$$300 = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot f$$
$$\boxed{f = 20\,000\ Hz = 20\ kHz}$$

d) O período de uma onda é o inverso da sua frequência.

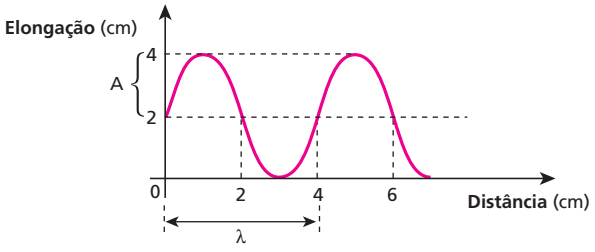
$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{20\,000}\ s$$
$$\boxed{T = 5,0 \cdot 10^{-5}\ s}$$

18 O gráfico a seguir mostra a variação da elongação de uma onda transversal com a distância percorrida por ela:



Qual o comprimento de onda e qual a amplitude dessa onda?

Resolução:



Amplitude (**A**)

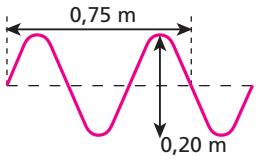
$A = 2\ cm$

Comprimento de onda (λ):

$\lambda = 4\ cm$

Resposta: 4 cm; 2 cm

19 A figura representa a propagação de uma onda ao longo de uma corda com frequência de 20 Hz.



Qual a velocidade de propagação dessa onda?

Resolução:

$3\frac{\lambda}{2} = 0{,}75$

$\lambda = 0{,}50\ m$

Assim:

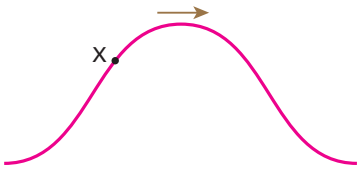
$v = \lambda f$

$v = 0{,}50 \cdot 20$

$v = 10\ m/s$

Resposta: 10 m/s

20 (UFPI) A figura abaixo mostra um pulso movendo-se para a direita, ao longo de uma corda.



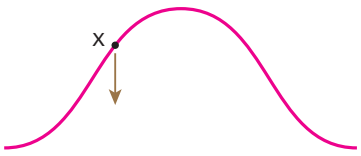
A direção do movimento do ponto **x** da corda, neste momento, está mais bem representada na alternativa:

a) ↑ c) → e) ↗

b) ↓ d) ←

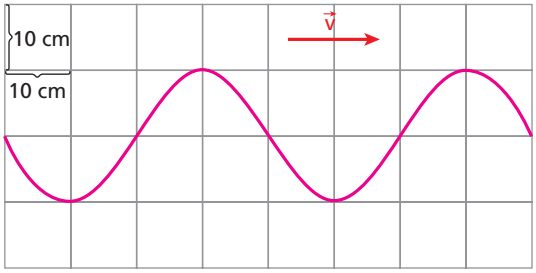
Resolução:

Enquanto a onda passa pelo ponto **X**, este oscila verticalmente para cima e para baixo. No momento indicado o ponto **X** encontra-se descendo.



Resposta: b

21 (Fatec-SP) Uma onda se propaga numa corda, da esquerda para a direita, com frequência de 2,0 hertz, como é mostrado na figura.

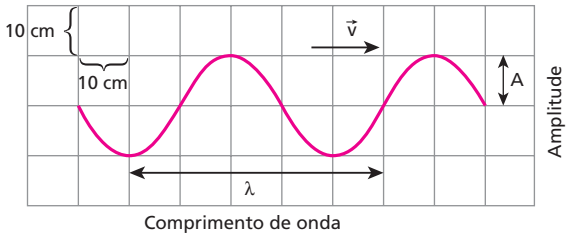


De acordo com a figura e a escala anexa, é correto afirmar que:

a) o período da onda é de 2,0 s.
b) a amplitude da onda é de 20 cm.
c) o comprimento da onda é de 20 cm.
d) a velocidade de propagação da onda é de 80 cm/s.
e) todos os pontos da corda se movem para a direita.

Resolução:

Da figura temos:



$\lambda = 40\ cm$

$A = 10\ cm$

Utilizando-se a equação fundamental da ondulatória: $V = \lambda f$, vem:

$v = 40 \cdot 2{,}0\ (cm/s)$

$v = 80\ cm/s$

Resposta: d

22 **E.R.** Qual é a frequência de uma onda luminosa, monocromática e de comprimento de onda igual a $6 \cdot 10^3$ Å, quando ela se propaga no ar?

Dado: velocidade da luz no ar = $3 \cdot 10^8$ m/s

Resolução:

A relação entre a frequência (**f**), o comprimento de onda (λ) e a velocidade (**v**) de uma onda, quando ela se propaga num determinado meio, é:

$$v = \lambda f$$

Assim, sendo $v = 3 \cdot 10^8$ m/s, 1 Å = 10^{-10} m e $\lambda = 6 \cdot 10^3$ Å = $6 \cdot 10^{-7}$ m, temos:

$$3 \cdot 10^8 = 6 \cdot 10^{-7} f \Rightarrow \boxed{f = 5 \cdot 10^{14}\ Hz}$$

23 Para atrair um golfinho, um treinador emite um ultrassom com frequência de 25 000 Hz, que se propaga na água a uma velocidade de 1 500 m/s. Qual é o comprimento de onda desse ultrassom na água?

Resolução:

$v = \lambda f$

$1\,500 = \lambda \cdot 25\,000$

$\lambda = 0{,}06$ m

$\lambda = 6{,}0$ cm

Resposta: 6,0 cm

24 Os modernos fornos de micro-ondas usados em residências utilizam radiação eletromagnética de pequeno comprimento de onda para cozinhar os alimentos. A frequência da radiação utilizada é de aproximadamente 2 500 MHz. Sendo 300 000 km/s a velocidade da luz no vácuo, qual é, em centímetros, o valor aproximado do comprimento de onda das radiações utilizadas no forno de micro-ondas?

Resolução:

$f = 2500$ M Hz $= 2{,}5 \cdot 10^9$ Hz

$v = 300\,000 \frac{km}{s} = 3{,}0 \cdot 10^{10}$ cm/s

Sendo: $V = \lambda f$

Temos: $3{,}0^{10} = \lambda \cdot 2{,}5 \cdot 10^9$

$\lambda = 12$ cm

Resposta: 12 cm

25 Uma emissora de rádio, na faixa de FM (Frequência Modulada), transmite utilizando ondas de 3,0 m de comprimento. Sendo $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s a velocidade das ondas eletromagnéticas no ar, qual a frequência dessa emissora de rádio? Dê a resposta em MHz.

Resolução:

$v = \lambda f$

$3{,}0 \cdot 10^8 = 3{,}0\ f$

$f = 1 \cdot 10^8$ Hz

Como:

1 M Hz $= 10^6$ Hz

Então:

$f = 100$ MHz

Resposta: 100 MHz

26 (Unicenp-PR) O físico que se especializa na área médica desenvolve métodos e aparelhos para diagnóstico, prevenção e tratamento de diversas anomalias ou doenças. O grande poder de penetração das radiações eletromagnéticas de determinadas frequências possibilitou a criação de procedimentos médicos como a tomografia computadorizada, a mamografia e a densitometria óssea. Contudo, certas ondas mecânicas também podem fornecer informações sobre o interior do corpo humano, revelando o sexo dos bebês antes do nascimento ou facilitando diagnósticos cardíacos: os ecocardiogramas.

A radiação eletromagnética e a onda mecânica que comumente permitem a realização dos exames médicos citados são, respectivamente:

a) raios "gama" e infrassom.
b) raios infravermelhos e ultrassom.
c) raios ultravioleta e raios "X".
d) raios "X" e ultrassom.
e) ondas de rádio e infrassom.

Resolução:

Os raios **X** são as principais ondas eletromagnéticas utilizadas em procedimentos médicos. Os ultrassons são as ondas mecânicas utilizadas nos ecocardiogramas.

Resposta: d

27 (PUC-SP) Em dezembro de 2004, um terremoto no fundo do oceano, próximo à costa da ilha de Sumatra, foi a perturbação necessária, para a geração de uma onda gigante, uma *tsunami*. A onda arrasou várias ilhas e localidades costeiras na Índia, no Sri Lanka, na Indonésia, na Malásia, na Tailândia, dentre outras. Uma *tsunami* de comprimento de onda 150 quilômetros pode se deslocar com velocidade de 750 km/h. Quando a profundidade das águas é grande, a amplitude da onda não atinge mais do que 1 metro, de maneira que um barco nessa região praticamente não percebe a passagem da onda.

Quanto tempo demora para um comprimento de onda dessa *tsunami* passar pelo barco?

a) 0,5 min
b) 2 min
c) 12 min
d) 30 min
e) 60 min

Resolução:

$v = 750$ km/h

$\Delta s = \lambda = 150$ km

Assim:

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 750 = \frac{150}{\Delta t}$

$\Delta t = 0{,}2$ h $= 12$ min

Resposta: c

28 *Vivemos mergulhados em radiações. No vasto espectro das ondas eletromagnéticas, apenas uma pequena porção é percebida pelo nosso limitado aparelho sensorial, além do visível, o Universo, como descobrimos nas últimas décadas, está repleto de fontes de raios X, raios γ, ultravioleta, infravermelho e ondas de rádio.*

(*Scientific American Brasil* – n. 10 – mar. 2003)

Grote Reber, engenheiro norte-americano de Illinois, foi um dos precursores da radioastronomia. Utilizando parcos recursos próprios, desenvolveu um refletor parabólico com nove metros de diâmetro para captação de sinais de rádio oriundos do espaço. Esse refletor foi instalado no quintal de sua casa e, em 1939, tendo ajustado seu equipamento para o comprimento de onda de 1,9 m detectou sinais provenientes do centro da Via-Láctea.

Adotando-se para o módulo de velocidade de propagação das ondas de rádio o valor de $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, é correto afirmar que a frequência dos sinais captados por Reber, do centro da Via-Láctea, é mais próxima de:

a) $1{,}4 \cdot 10^8$ Hz.
b) $1{,}6 \cdot 10^8$ Hz.
c) $1{,}8 \cdot 10^8$ Hz.
d) $2{,}0 \cdot 10^8$ Hz.
e) $2{,}2 \cdot 10^8$ Hz.

Resolução:

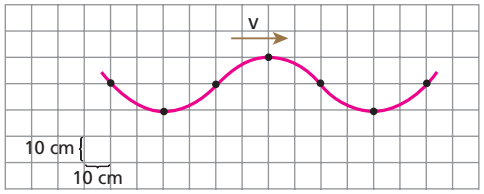
$v = \lambda f$

$3{,}0 \cdot 10^8 = 1{,}9 \cdot f$

$f \simeq 1{,}6 \cdot 10^8$ Hz

Resposta: b

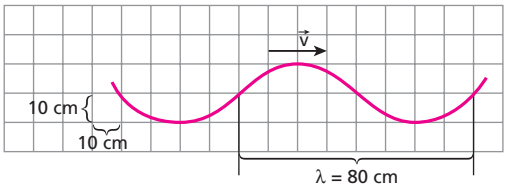
29 (UCSAL-BA) Uma onda periódica, de período igual a 0,25 s, se propaga numa corda conforme a figura abaixo.



O comprimento de onda, a frequência e a velocidade de propagação dessa onda são, respectivamente:

	λ (cm)	f (Hz)	V (cm/s)
a)	10	0,25	2,5
b)	10	4,0	40
c)	40	2,5	100
d)	80	4,0	320
e)	80	2,5	200

Resolução:



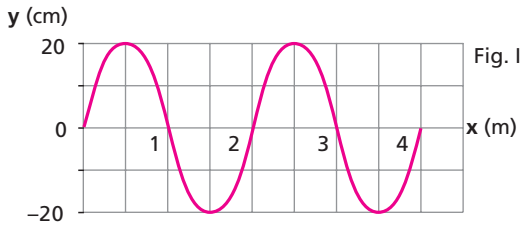
$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,25} \Rightarrow \boxed{f = 4,0\ Hz}$

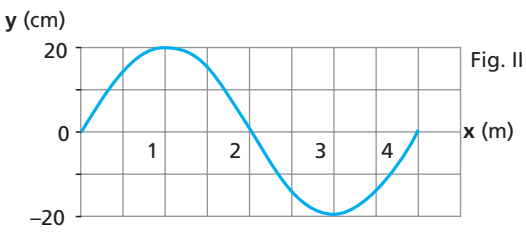
$v = \lambda f \Rightarrow v = 80 \cdot 4,0$

$\boxed{v = 320\ cm/s}$

Resposta: d

30 (UFRN) As figuras I e II representam fotografias de duas cordas idênticas em que se propagam ondas de mesma frequência:



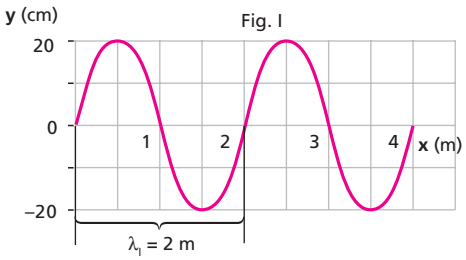


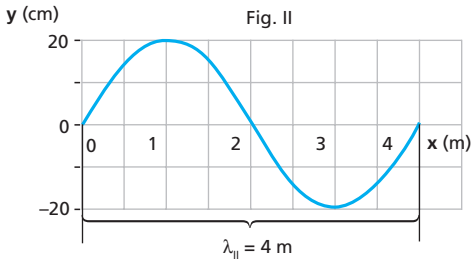
Sejam V_I e V_{II}, respectivamente, os módulos das velocidades das ondas representadas nas figuras I e II.

A razão $\frac{V_I}{V_{II}}$ é:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 2 e) 4

Resolução:





$v = \lambda f$

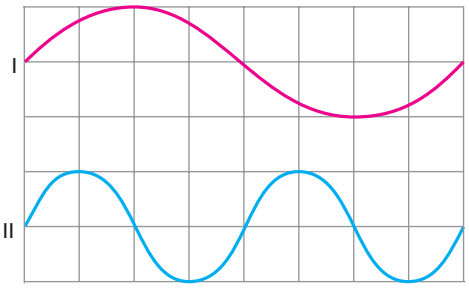
Assim: $\frac{v_I}{v_{II}} = \frac{\lambda_I f_i}{\lambda_{II} f_{ii}}$

Como $f_i = f_{ii}$, temos:

$\frac{v_I}{v_{II}} = \frac{\lambda_I}{\lambda_{II}} = \frac{2}{4} \Rightarrow \boxed{\frac{v_I}{v_{II}} = \frac{1}{2}}$

Resposta: b

31 A figura abaixo mostra duas ondas que se propagam em cordas idênticas (mesma velocidade de propagação).



Escolha a alternativa correta.

a) A frequência em I é menor que em II e o comprimento de onda em I é maior que em II.
b) A amplitude em ambas é a mesma e a frequência em I é maior que em II.
c) A frequência e o comprimento de onda são maiores em I.
d) As frequências são iguais e o comprimento de onda é maior em I.
e) A amplitude e o comprimento de onda são maiores em I.

Resolução:

$v_1 = v_2$

No gráfico, pode-se observar que:

$\lambda_1 = 2\lambda_2$

Como: $v = \lambda f$, então:

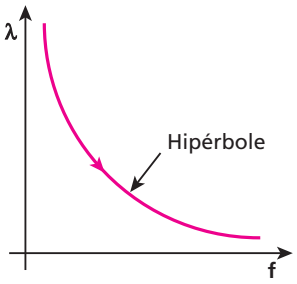
$\lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2$

$2\lambda_2 f_1 = \lambda_2 f_2$

$\boxed{f_2 = 2f_1}$

Resposta: a

32 Um vibrador de frequência variável produz ondas na água contida em uma cuba de ondas. Aumentando a frequência do vibrador, medimos o comprimento de onda (λ) das ondas na água. O gráfico mostra como o comprimento de onda (λ) varia com a frequência (f):



Nessa situação, é correto afirmar que:

a) a velocidade das ondas é constante.
b) a velocidade das ondas aumenta.
c) o período das ondas é constante.
d) o comprimento de onda é proporcional à frequência.
e) o comprimento de onda é proporcional à velocidade.

Resolução:

A equação da hipérbole é expressa por:

$$\lambda f = \text{constante}$$

Como:

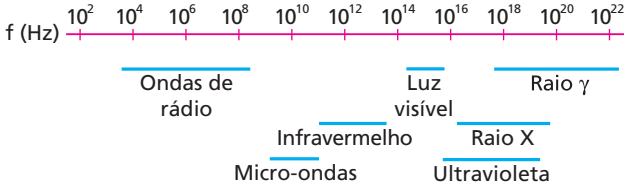
$$v = \lambda f$$

Então:

$$\boxed{v = \text{constante}}$$

Resposta: a

33 (UCDB-MT) A figura apresenta a frequência das ondas do espectro eletromagnético:



Admitindo que a velocidade de propagação da luz no ar vale $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, uma onda com $\lambda = 6{,}0 \cdot 10^{-7}$ m seria:

a) uma onda de rádio.
b) luz infravermelha.
c) luz visível.
d) luz ultravioleta.
e) raio X.

Resolução:

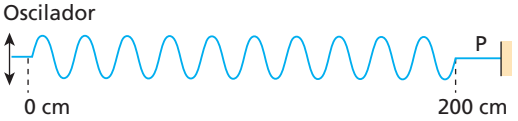
$v = \lambda f$

$3{,}0 \cdot 10^8 = 6{,}0 \cdot 10^{-7} \cdot f \Rightarrow f = 5{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz

No gráfico, observamos que essa onda pertence à faixa de luz visível.

Resposta: c

34 (UFRN) Uma corda esticada tem uma de suas extremidades fixa e a outra está presa a um elemento que pode vibrar (oscilador). A figura abaixo representa uma fotografia tirada 5 s após o oscilador ter sido ligado.



Analisando essa fotografia da corda, podemos afirmar:

I. A velocidade da onda na corda é 30 cm/s.
II. O período da onda na corda é 0,5 s.
III. Nada se pode afirmar sobre o período de oscilação do oscilador.
IV. A frequência com que um ponto **P** da corda vai oscilar enquanto a onda passa é 2,0 Hz.
V. O comprimento de onda da onda na corda é 20 cm.

As afirmativas corretas são:

a) II, IV e V.
b) I, II e III.
c) II, I e IV.
d) III, IV e V.
e) I, III e V.

Resolução:

I. Incorreta.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{200 \text{ cm}}{5 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{v = 40 \text{ cm/s}}$$

II. Correta.

No esquema, observamos 10 ondas completas emitidas em 5 s.

$$\text{Assim: } T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{5 \text{ s}}{10} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}5 \text{ s}}$$

III. Incorreta.

IV. Correta.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}5} \Rightarrow \boxed{f = 2{,}0 \text{ Hz}}$$

V. Correta.

$$\lambda = \frac{200 \text{ cm}}{10} \Rightarrow \boxed{\lambda = 20 \text{ cm}}$$

Resposta: a

35 (UFC-CE) Antenas para emissoras de rádio AM (Amplitude Modulada) são frequentemente construídas de modo que a torre emissora tenha uma altura igual a $\frac{1}{4}$ do comprimento de onda das ondas a serem emitidas. Com base nisso, determine a altura, em metros, da torre de uma emissora que emite na frequência de 1 000 kHz.
Considere a velocidade da luz igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

Resolução:

$v = \lambda f$

$3{,}0 \cdot 10^8 = \lambda \ 10^6 \Rightarrow \lambda = 300$ m

Atenção:

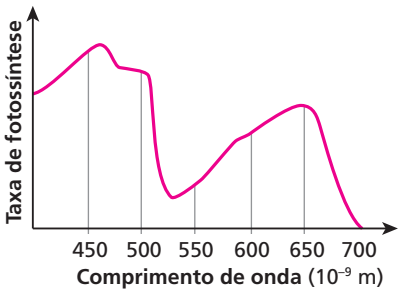
$f = 1\,000 \text{ kHz} = 1\,000 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 10^6 \text{ Hz}$

Portanto:

$$h = \frac{\lambda}{4} = \frac{300 \text{ m}}{4} \Rightarrow \boxed{h = 75 \text{ m}}$$

Resposta: 75 m

36 (Unifesp-SP) O gráfico mostra a taxa de fotossíntese em função do comprimento de onda da luz incidente sobre uma determinada planta em ambiente terrestre.



Uma cultura dessa planta desenvolver-se-ia mais rapidamente se exposta à luz de frequência, em terahertz (10^{12} Hz), próxima a:

a) 460.
b) 530
c) 650
d) 700.
e) 1 380.

Resolução:

Para a fotossíntese maior, temos desenvolvimento mais rápido da planta.

Assim:

$\lambda \simeq 460 \cdot 10^{-9}$ m

Portanto:

$v = \lambda f$

$3 \cdot 10^8 = 460 \cdot 10^{-9} \cdot f$

$3 \cdot 10^8 = 46 \cdot 10^{-8} \cdot f$

$f = \frac{3 \cdot 10^8}{46 \cdot 10^{-8}} = \frac{3}{46} \cdot 10^{16}$

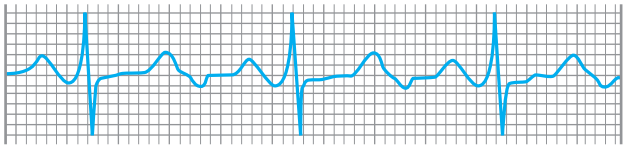
$f = \frac{30\,000}{46} \cdot 10^{12}$ (Hz)

$f \simeq 652 \cdot 10^{12}$ Hz

$f \simeq 652$ terahertz

Resposta: c

37 (Unifesp-SP) O eletrocardiograma é um dos exames mais comuns da prática cardiológica. Criado no início do século XX, é utilizado para analisar o funcionamento do coração em função das correntes elétricas que nele circulam. Uma pena ou caneta registra a atividade elétrica do coração, movimentando-se transversalmente ao movimento de uma fita de papel milimetrado, que se desloca em movimento uniforme com velocidade de 25 mm/s. A figura mostra parte de uma fita de um eletrocardiograma.



Sabendo-se que a cada pico maior está associada uma contração do coração, a frequência cardíaca dessa pessoa, em batimentos por minuto é:

a) 60.
b) 75.
c) 80.
d) 95.
e) 100.

Resolução:

Como a fita é milimetrada, a contagem dos quadrinhos leva-nos a concluir que ela tem 60 mm de comprimento.

Assim:

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 25 = \frac{60}{\Delta t}$

$\Delta t = 2{,}4\ s = \frac{1}{25}$ min

Como: $f = \frac{n}{\Delta t}$

e o coração apresenta três batimentos nesse intervalo,

$f = \frac{3}{\frac{1}{25}}$

$f = 75$ bat/min

Resposta: b

38 **E.R.** Em um lago, o vento produz ondas periódicas que se propagam a uma velocidade de 2 m/s. O comprimento de onda é de 10 m. Determine a frequência de oscilação de um barco:

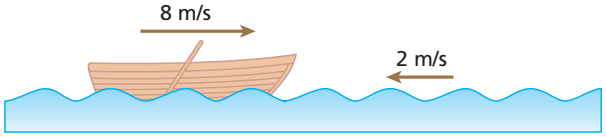
a) quando ancorado nesse lago;
b) quando se movimenta em sentido contrário ao da propagação das ondas, a uma velocidade de 8 m/s.

Resolução:

a) Temos que $v = \lambda f$. Sendo $v = 2$ m/s e $\lambda = 10$ m, calculemos a frequência **f** com que o barco ancorado oscila:

$2 = 10 f \Rightarrow$ $f = 0{,}2$ Hz

b)



A velocidade relativa entre o barco e as ondas tem módulo igual a 10 m/s. Assim, a velocidade v′ das ondas em relação ao barco é igual a 10 m/s e o barco oscila com uma frequência f′, tal que:

$v' = \lambda f'$

Sendo $v' = 10$ m/s e $\lambda = 10$ m, obtemos:

$10 = 10 f' \Rightarrow$ $f' = 1$ Hz

39 (UFMS) Ao se bater na superfície de um lago, produz-se uma onda, que se propaga com velocidade de 0,4 m/s. A distância entre duas cristas consecutivas da onda é 8 cm. Com base nesses dados, é correto afirmar:

(01) A onda formada tem comprimento de onda igual a 8 cm.
(02) A amplitude da onda certamente vale 4 cm.
(04) A frequência da onda é 5 Hz.
(08) A onda, ao se propagar, transfere energia de um ponto a outro da superfície do lago.
(16) Supondo que sob o efeito da onda um ponto na superfície do lago oscile verticalmente, a onda é do tipo longitudinal.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas corretas.

Resolução:

(01) Correta.

$\boxed{\lambda = 8\ cm}$

(02) Incorreta.
Não é possível saber.

(04) Correta.
$v = \lambda f \Rightarrow 0{,}4 = 0{,}08\ f$

$\boxed{f = 5\ Hz}$

(08) Correta.
Onda é uma energia que se propaga através de um meio.

(16) Incorreta.
Nesse caso, ela seria **transversal**.

Resposta: 13

40 (FGV-SP)

O ar. A folha. A fuga.
No lago, um círculo vago.
No rosto, uma ruga.

(Guilherme de Almeida)

Um peixe, pensando que se tratava de um inseto sobre a água, "belisca" quatro vezes a folha durante o tempo de um segundo, produzindo quatro ondulações de mesmo comprimento de onda. Uma vez que a propagação de um pulso mecânico na água do lago ocorre com velocidade 2,0 m/s, o comprimento de onda de cada abalo produzido é, em metros:

a) 0,5. b) 1,0. c) 2,0. d) 4,0. e) 8,0.

Resolução:

$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{4}{1} \Rightarrow f = 4{,}0\ Hz$

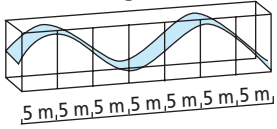
Portanto:
$V = \lambda f$
$2{,}0 = \lambda\ \ 4{,}0$

$\boxed{\lambda = 0{,}5\ m}$

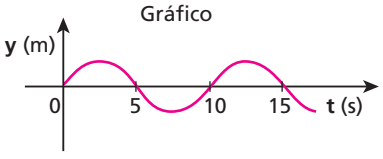
Resposta: a

41 (Fuvest-SP) Um grande aquário, com paredes laterais de vidro, permite visualizar, na superfície da água, uma onda que se propaga. A figura representa o perfil de tal onda no instante T_0. Durante sua passagem, uma boia, em dada posição, oscila para cima e para baixo e seu deslocamento vertical (**y**), em função do tempo, está representado no gráfico.

Figura



Gráfico



Com essas informações, é possível concluir que a onda se propaga com uma velocidade, aproximadamente, de:

a) 2,0 m/s. d) 10 m/s.
b) 2,5 m/s. e) 20 m/s.
c) 5,0 m/s.

Resolução:

Na figura observamos que:
$\lambda = 20\ m$

No gráfico observamos que:
$T = 10\ s$

Portanto:
$v = \lambda f$

$v = \lambda \cdot \frac{1}{T}$

$v = 20 \cdot \frac{1}{10}$

$\boxed{v = 2{,}0\ m/s}$

Resposta: a

42 Um banhista, parado em relação à Terra, conta em uma praia a passagem de 21 cristas de onda equiespaçadas pelo seu corpo. O intervalo de tempo decorrido no evento é de 80 s. Conhecendo a velocidade de propagação das ondas (1,0 m/s), determine o comprimento de onda das ondas do mar nesse local.

Resolução:

21 cristas $\rightarrow$ 20 ondas

$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{80\ s}{20}$

$T = 4{,}0\ s$

$v = \frac{\lambda}{T}$

$1{,}0 = \frac{\lambda}{4{,}0} \Rightarrow \boxed{\lambda = 4{,}0\ m}$

Resposta: 4,0 m

43 As ondas de um lago chegam de 10 s em 10 s a um ponto da margem. Uma boia desloca-se no sentido contrário ao da propagação das ondas a uma velocidade de 30 cm/s em relação à margem, levando 5,0 s para ir de uma depressão a outra, transpondo 8 cristas. Determine a distância entre duas cristas consecutivas.

Resolução:

$T = 10\ s$

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$v_{boia} + v_{onda} = \frac{8\lambda}{\Delta t}$

$30 + \frac{\lambda}{10} = \frac{8\lambda}{5{,}0}$

$\boxed{\lambda = 20\ cm}$

Resposta: 20 cm

44 No dia 12 de agosto de 2000, um sábado, uma tragédia abateu-se acima do Círculo Polar Ártico, no mar gelado de Barents, ao norte da Rússia. O submarino nuclear russo Kursk, em treinamento militar, afundou com 118 tripulantes a bordo, que tiveram suas vidas ceifadas sem oportunidade de socorro. O gigantesco Kursk, de 154 metros de comprimento, 18,2 metros de largura e 9 metros de altura, foi localizado com exatidão por embarcações de resgate equipadas com sonares. Esses aparelhos emitiram ultrassons com frequência próxima de 25 000 Hz que se propagaram na água com velocidade de cerca de 1 500 m/s, sendo refletidos pelo submarino e captados de volta.
Com base nos dados do enunciado e sabendo que o intervalo de tempo transcorrido entre a emissão dos ultrassons e a recepção do "eco" determinado pelo Kursk foi de 0,16 s, calcule:
a) a profundidade em que foi localizada a embarcação considerando-se que o barco e o submarino estão na mesma vertical.
b) o comprimento de onda dos ultrassons utilizados.

Resolução:

a) $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2h}{\Delta t} \Rightarrow 1500 = \frac{2h}{0,16}$

$\boxed{h = 120\ m}$

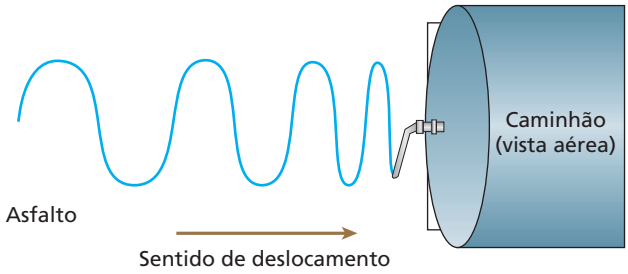
b) $v = \lambda f$

$1500 = \lambda \cdot 25000$

$\boxed{\lambda = 0,06\ m = 6,0\ cm}$

Respostas: a) 120 m; b) 6,0 cm

45 (UFRN) Do alto do prédio onde mora, Anita observou que o caminhão-tanque, que irriga canteiros em algumas avenidas em Natal, deixava no asfalto, enquanto se deslocava, um rastro de água, conforme representado na figura a seguir. Tal rastro era devido ao vazamento de uma mangueira que oscilava, pendurada na parte traseira do caminhão.



Considerando-se que a frequência dessa oscilação é constante no trecho mostrado na figura acima, pode-se afirmar que a velocidade do caminhão:
a) permanece constante e o "comprimento de onda" resultante da oscilação da mangueira está aumentando.
b) está aumentando e o período de oscilação da mangueira permanece constante.
c) permanece constante e o "comprimento de onda" resultante da oscilação da mangueira está diminuindo.
d) está diminuindo e o período de oscilação da mangueira permanece constante.

Resolução:

$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$

Sendo **T** constante, **V** e **λ** são **diretamente proporcionais**. Logo, se **λ** diminui, **v** também diminui.

Resposta: d

46 (Unicamp-SP) Ondas são fenômenos nos quais há transporte de energia sem que seja necessário o transporte de massa. Um exemplo particularmente extremo são os *tsunamis*, ondas que se formam no oceano, como consequência, por exemplo, de terremotos submarinos.
a) Se, na região de formação, o comprimento de onda de um *tsunami* é de 150 km e sua velocidade é de 200 m/s, qual é o período da onda?
b) A velocidade de propagação da onda é dada por $v = \sqrt{g\,h}$, em que **h** é a profundidade local do oceano e **g** é a aceleração da gravidade. Qual é a velocidade da onda numa região próxima à costa, onde a profundidade é de 6,4 m? (**Dado:** $g = 10\ m/s^2$)
c) Sendo **A** a amplitude (altura) da onda e supondo-se que a energia do *tsunami* se conserva, o produto vA^2 mantém-se constante durante a propagação. Se a amplitude da onda na região de formação for 1,0 m, qual será a amplitude perto da costa, onde a profundidade é de 6,4 m?

Resolução:

a) $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Quando: $\Delta s = \lambda$

Temos: $\Delta t = T$

Assim:

$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 200 = \frac{150 \cdot 10^3}{T}$

$\boxed{T = 750\ s = 12\ min\ 30\ s}$

b) $v = \sqrt{gh}$

$v = \sqrt{10 \cdot 6,4}$

$\boxed{v = 8,0\ m/s}$

c) $v_1 A_1^2 = v_2 A_2^2$

$8,0 \cdot A_1^2 = 200 \cdot (1,0)^2$

$\boxed{A_1 = 5,0\ m}$

Respostas: a) 12 min 30 s; b) 8,0 m/s; c) 5,0 m

47 E.R. Uma corda homogênea de 2,5 m de comprimento e 2,0 kg de massa está submetida a uma força tensora de 80 N. Suas extremidades são fixadas e produz-se na corda uma perturbação. Determine:
a) a densidade linear da corda;
b) a velocidade de propagação da onda na corda.

Resolução:

a) A densidade linear de uma corda homogênea é dada pela relação:

$$\delta = \frac{m}{L}$$

Como m = 2,0 kg e L = 2,5 m, vem:

$$\delta = \frac{2,0\ kg}{2,5\ m} \Rightarrow \boxed{\delta = 0,80\ kg/m}$$

b) A velocidade de propagação da onda na corda tensa é determinada por:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{80}{0,8}} \Rightarrow \boxed{v = 10\ m/s}$$

48 Uma corda homogênea de densidade linear igual a 0,50 kg/m está tracionada com uma força de intensidade **F**. Uma perturbação aplicada na corda produz uma onda que se propaga por ela com velocidade de 6,0 m/s. Qual a intensidade **F** da força?

Resolução:

$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}}$

$6{,}0 = \sqrt{\frac{F}{0{,}50}} \Rightarrow 36 = \frac{F}{0{,}50}$

$\boxed{F = 18\ N}$

Resposta: 18 N

49 Traciona-se uma corda homogênea de 4,0 m de comprimento com uma força de intensidade 50 N. Ondas produzidas nessa corda propagam-se com velocidade de 10 m/s. Qual é a massa da corda?

Resolução:

$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}}$

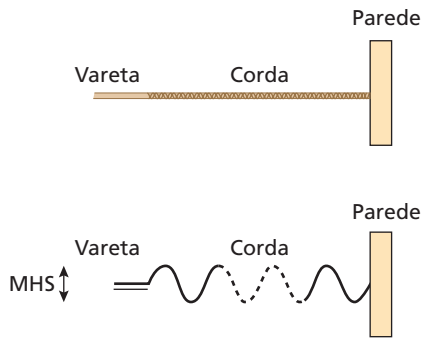
$10 = \sqrt{\frac{50}{\delta}} \Rightarrow 100 = \frac{50}{\delta} \Rightarrow \delta = 0{,}50\ kg/m$

Mas: $\delta = \frac{m}{L}$

Então: $0{,}50 = \frac{m}{4{,}0} \Rightarrow \boxed{m = 2{,}0\ kg}$

Resposta: 2,0 kg

50 (Mack-SP) Uma pessoa sustenta uma vareta rígida por uma de suas extremidades, segundo a horizontal. Na outra extremidade, está presa uma corda homogênea, de secção transversal constante, de massa 1,00 kg e comprimento 5,00 m. Prendendo-se a outra extremidade da corda a um ponto fixo de uma parede, a pessoa proporciona à vareta um MHS na direção vertical, de duas oscilações completas por segundo, e aplica à corda uma força tensora de intensidade 1,80 N. Sabendo-se que a velocidade de propagação de uma onda na corda é dada por $v = \sqrt{\frac{T}{A\mu}}$, onde **T** é a tensão na corda, **A** é a área da secção transversal e μ, sua densidade. As ondas cossenoidais que se propagam na corda possuem comprimento de onda de:



a) 5,00 m.
b) 4,50 m.
c) 3,00 m.
d) 1,50 m.
e) 0,75 m.

Resolução:

$v = \sqrt{\frac{T}{A\mu}}$

Sendo $\mu = \frac{m}{v} = \frac{m}{AL}$

$A\mu = \frac{m}{L} = \frac{1{,}00}{5{,}00}\ kg/m$

$A\mu = 0{,}20\ kg/m$

Temos:

$v = \sqrt{\frac{1{,}80}{0{,}20}} = \sqrt{9}$

$v = 3{,}00\ m/s$

Portanto:

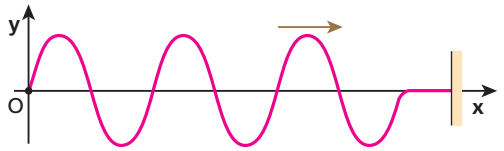
$v = \lambda f$

$3{,}00 = \lambda \ \ 2{,}00$

$\boxed{\lambda = 1{,}50\ m}$

Resposta: d

51 **E.R.** O esquema a seguir representa uma corda tensa não-absorvedora de energia, na qual se propaga um trem de ondas transversais, no sentido dos valores crescentes de **x**:



Em relação ao referencial xOy, a equação dessas ondas é dada por:

$$y = 0{,}5 \cos [2\pi (20t - 4x)] \quad (SI)$$

Determine:
a) a amplitude;
b) a frequência e o período;
c) o comprimento de onda;
d) a velocidade de propagação das ondas.

Resolução:

A determinação das grandezas associadas às ondas é feita pela comparação da equação dada com a equação geral das ondas:

$$y = A \cos \left[2\pi \left(f t - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

$$y = 0{,}5 \cos [2\pi (20t - 4x)]$$

a) Amplitude (**A**): $\boxed{A = 0{,}5\ m}$

b) Frequência (**f**) e período (**T**): $\boxed{f = 20\ Hz}$

Como $f = \frac{1}{T}$, então:

$$20 = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{20}\ s \Rightarrow \boxed{T = 0{,}05\ s}$$

c) Comprimento de onda (λ):

$$\frac{x}{\lambda} = 4x \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4}\,m \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda = 0{,}25\ m}$$

d) Velocidade de propagação (**v**):

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{1}{4} \cdot 20 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = 5\ m/s}$$

52 A equação de uma onda mecânica transversal é expressa por:

$$y = 0{,}2 \cos\left[2\pi\left(5t - \frac{x}{2}\right)\right] \quad (SI)$$

Determine a amplitude e a velocidade de propagação dessa onda.

Resolução:

$$y = 0{,}2 \cos\left[2\pi\left(5t - \frac{x}{2}\right)\right] \qquad (SI)$$

A equação geral é dada por:

$$y = A \cos\left[2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Comparando as equações, temos:

$\boxed{A = 0{,}2\ m}$

$f = 5\ Hz$

$\lambda = 2\ m$

Como: $v = \lambda f$

vem: $v = 2 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{v = 10\ m/s}$

Respostas: 0,2 m; 10 m/s

53 A função de uma onda é dada pela expressão:

$$y = 20 \cos 2\pi\left(4t - \frac{x}{3}\right)$$

em que **x** e **y** estão em centímetros e **t**, em segundos. Determine a amplitude, o período e a frequência dessa onda.

Resolução:

$$y = 20 \cos\left[2\pi\left(4t - \frac{x}{3}\right)\right]$$

$$y = A \cos\left[2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Comparando:

$\boxed{A = 20\ cm}$

$f = \frac{1}{T} = 4 \Rightarrow \boxed{T = 0{,}25\ s}$

$\boxed{f = 4\ Hz}$

Respostas: 20 cm; 0,25 s; 4 Hz

54 Um trem de ondas propaga-se em uma corda tensa não-absorvedora de energia com velocidade igual a 10 m/s. Sabendo que a amplitude das ondas vale 0,5 m, a frequência é igual a 50 Hz e a fase inicial (φ_0) é nula, determine a equação dessas ondas.

Resolução:

$$y = A \cos\left[2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

No texto da questão, temos:

$A = 0{,}5\ m$

$f = 50\ Hz$

$\varphi_0 = 0$

$v = 10\ m/s$

Como: $v = \lambda f$,

então: $10 = \lambda \cdot 50 \Rightarrow \lambda = 0{,}2\ m$

Portanto: $y = 0{,}5 \cos\left[2\pi\left(50t - \frac{x}{0{,}2}\right) + 0\right]$

$\boxed{y = 0{,}5 \cos\,[2\pi\,(50t + 5x)]}$ (SI)

Resposta: $y = 0{,}5 \cos\,[2\pi(50t - 5x)]$ (SI)

55 (Mack-SP) Para o estudo da propagação de uma onda, necessita-se do conhecimento da chamada **Função da Onda**, a qual, genericamente, é dada por $y = A \cdot \cos\left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$. Se, em determinada situação, a função da onda é $y = 0{,}20 \cdot \cos\left[2\pi \cdot (0{,}50 \cdot t - 0{,}80 \cdot x) + \frac{\pi}{4}\right]$, com dados no SI, a velocidade de propagação da onda é:

a) 1,60 m/s.
b) 1,25 m/s
c) $6{,}25 \cdot 10^{-1}$ m/s.
d) $3{,}14 \cdot 10^{-1}$ m/s.
e) $3{,}125 \cdot 10^{-1}$ m/s.

Resolução:

Na comparação da equação geral da onda com a equação dada, temos:

$\frac{1}{T} = f = 0{,}50\ Hz$

$\frac{1}{\lambda} = 0{,}80 \Rightarrow \lambda = 1{,}25\ m$

Portanto:

$v = \lambda f$

$v = 1{,}25 \cdot 0{,}50$

$\boxed{v = 6{,}25 \cdot 10^{-1}\ m/s}$

Resposta: c

56 Uma onda incide em um obstáculo e retorna ao mesmo meio em que se encontrava. Esse fenômeno é chamado de reflexão. Podemos afirmar que:

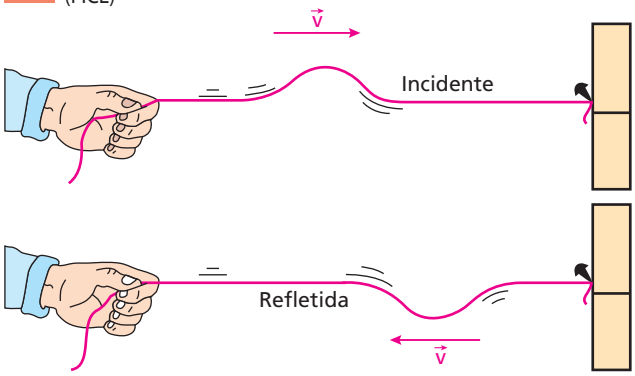
a) a frequência dessa onda aumentou.
b) a frequência dessa onda diminuiu.
c) o comprimento dessa onda aumentou.
d) a velocidade de propagação dessa onda diminuiu.
e) a velocidade de propagação dessa onda permaneceu constante.

Resolução:

Como a onda permanece no mesmo meio em que estava, sua frequência, seu comprimento de onda e sua velocidade de propagação permanecem constantes.

Resposta: e

57 (FiCE)



Um pulso, numa corda de extremidade fixa, ao refletir, sofre inversão de fase. Observe a figura acima. O fato de ocorrer inversão na fase do pulso está ligado à(ao):

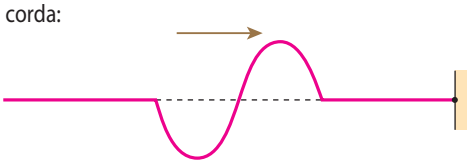
a) Primeira Lei de Newton.
b) Princípio da Conservação da Energia.
c) Terceira Lei de Newton.
d) Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento.
e) Lei de Coulomb.

Resolução:

Na propagação a onda puxa os pontos da corda para cima.
Chegando à parede, a onda puxará a parede para cima, esta reagirá, puxando a corda para baixo, ocorrendo a inversão da fase.
Assim, a explicação da inversão de fase na reflexão da onda deve ser através da 3ª Lei de Newton (Lei de Ação-Reação)

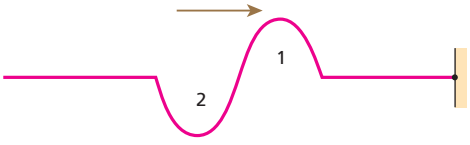
Resposta: c

58 Uma corda horizontal tem uma de suas extremidades fixa a uma parede. Na extremidade livre, produz-se um pulso, que se propaga ao longo da corda:

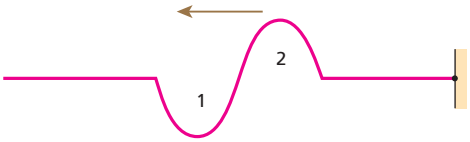


Qual o aspecto da corda logo após a reflexão do pulso na extremidade fixa?

Resolução:

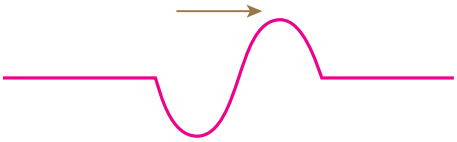


A reflexão na extremidade fixa ocorre com inversão de fase.



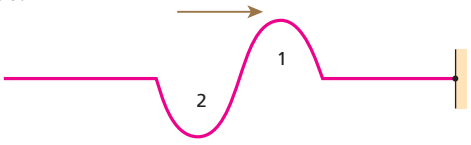
Resposta:

59 Uma corda horizontal tem suas duas extremidades livres. Numa delas, produz-se um pulso, que se propaga ao longo da corda:

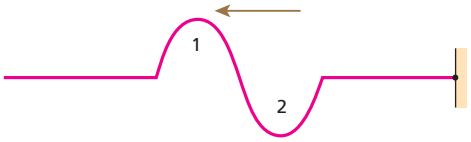


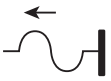
Qual o aspecto da corda logo após a reflexão do pulso na outra extremidade?

Resolução:

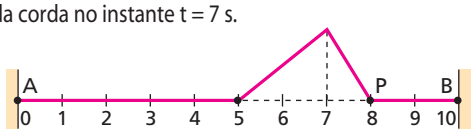


Na extremidade livre a reflexão é sem inversão de fase.



Resposta: 

60 **E.R.** Uma corda AB, de comprimento L = 10 m, tem ambas as extremidades fixas. No instante t = 0, o pulso triangular esquematizado a seguir inicia-se em **A**, atingindo o ponto **P** no instante t = 4 s. Sendo AP = 8 m, determine a velocidade de propagação do pulso e o perfil da corda no instante t = 7 s.



Resolução:

A velocidade de propagação de um pulso que se propaga num meio homogêneo pode ser calculada pela relação:

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

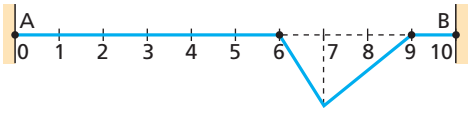
em que **d** é a distância percorrida.
Como, no caso, d = 8 m e Δt = 4 s, temos:

$$v = \frac{8\ m}{4\ s} \Rightarrow \boxed{v = 2\ m/s}$$

Assim, até o instante t = 7 s, o pulso terá percorrido:

$$d = v\,\Delta t \Rightarrow d = 2 \cdot 7 \Rightarrow d = 14\ m$$

Como a corda tem apenas 10 m, conclui-se que o pulso refletiu em **B**, com inversão de fase (já que essa extremidade está fixa), e percorreu mais 4 m de volta, propagando-se de **B** para **A**. Portanto, o perfil da corda no instante t = 7 s é:



61 Um pulso triangular é produzido na extremidade **A** de uma corda AB, de comprimento L = 5,0 m, cuja outra extremidade **B** é livre. Inicialmente, o pulso se propaga de **A** para **B** com velocidade constante **v**. A figura **a** representa o perfil da corda no instante **t** segundos e a figura **b**, o perfil da corda no instante (t + 7) segundos.

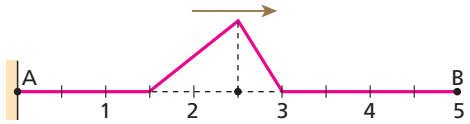


Figura a

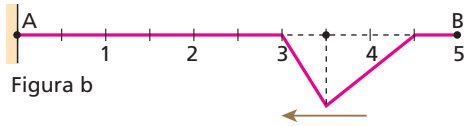


Figura b

Determine a velocidade (**v**) de propagação da onda, admitindo que a configuração de **b** esteja ocorrendo pela primeira vez após o instante **t**.

Resolução:
Esse pulso deve ir até **B** (reflexão sem inversão), ir até **A** (reflexão com inversão), ir novamente até **B** (reflexão sem inversão) e estabelecer a configuração da figura **b**. Para tanto, a onda deve percorrer uma distância igual a 14 m. Assim:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{14\ m}{7\ s} \Rightarrow \boxed{v = 2{,}0\ m/s}$$

Resposta: 2,0 m/s

62 Analise as proposições:
I. A refração ocorre quando uma onda atravessa a superfície de separação de dois meios, passando a se propagar no segundo meio.
II. Na refração, a frequência da onda não se altera.
III. Na refração, a velocidade de propagação da onda pode ou não variar.
IV. Na refração, a direção de propagação da onda pode mudar ou não.
V. Na refração, ocorre inversão de fase na onda.

Podemos afirmar que:
a) todas as afirmativas são verdadeiras.
b) todas as afirmativas são falsas.
c) apenas I, II e IV são verdadeiras.
d) apenas I e V são verdadeiras.
e) apenas IV e V são verdadeiras.

Resolução:
I. Verdadeira
II. Verdadeira
III. Falsa
Na refração a velocidade de propagação da onda **sempre** varia.
IV. Verdadeira
Na incidência normal não há variação de direção.
Na incidência oblíqua ocorre variação de direção.
V. Falsa
Na refração, a fase da onda não varia.

Resposta: c

63 (UFMG) A velocidade de um ultrassom, na água, é igual a 1 450 m/s e, no gelo, é de 3 840 m/s a 0 °C. Um ultrassom de frequência igual a $2{,}0 \cdot 10^6$ Hz se propaga no mar em direção a um *iceberg*. Em relação ao comprimento de onda λ e à frequência **f** do ultrassom, é correto afirmar que, quando o ultrassom penetra no *iceberg*:
a) λ aumenta e **f** aumenta.
b) λ aumenta e **f** diminui.
c) λ aumenta e **f** permanece constante.
d) λ permanece constante e **f** aumenta.
e) λ diminui e **f** diminui.

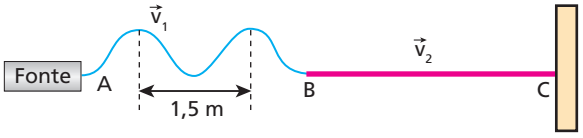
Resolução:
Na refração, a frequência **f** da onda permanece a mesma.
Assim, se:

$$v = \lambda f$$

o comprimento da onda λ será maior onde a velocidade de propagação **V** da onda é maior.

Resposta: c

64 A figura representa uma onda transversal periódica que se propaga nas cordas AB e BC com as velocidades $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, de módulos respectivamente iguais a 12 m/s e 8,0 m/s.



Nessas condições, o comprimento de onda na corda BC, em metros, é:
a) 1,0.
b) 1,5.
c) 2,0.
d) 3,0.
e) 4,0.

Resolução:
Em AB:
$v = \lambda f$
$12 = 1{,}5\ f \Rightarrow f = 8{,}0$ Hz
Em BC:
$v = \lambda f$
$8{,}0 = \lambda_{BC}\ \ 8{,}0$

$$\boxed{\lambda_{BC} = 1{,}0\ m}$$

Resposta: a

65 Uma onda mecânica com 800 Hz de frequência propaga-se em um meio com comprimento de onda igual a 2,0 m. Ao sofrer refração, essa onda tem sua velocidade reduzida a 50% de seu valor inicial. Qual será o seu novo comprimento de onda?

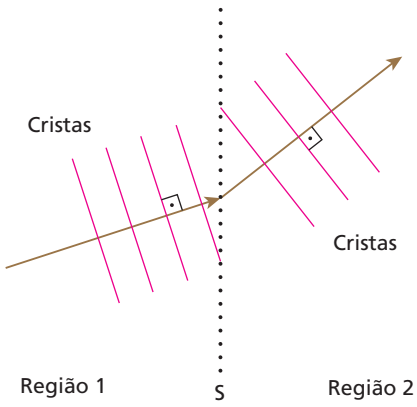
Resolução:
No primeiro meio:
$v = \lambda f$
$v_1 = 2{,}0 \cdot 800$
$v_1 = 1\,600$ m/s
No segundo meio:
$v = \lambda f$

$$\frac{1\,600}{2} = \lambda_2 \cdot 800$$

$$\boxed{\lambda_2 = 1{,}0\ m}$$

Resposta: 1,0 m

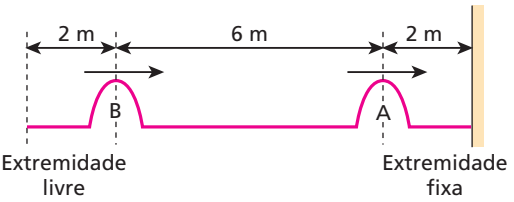
66 (UFBA) A figura a seguir mostra, esquematicamente, as frentes de ondas planas, geradas em uma cuba de ondas, em que duas regiões, nas quais a água tem profundidades diferentes, são separadas pela superfície imaginária **S**. As ondas são geradas na região 1, com frequência de 4 Hz, e se deslocam em direção à região 2. Os valores medidos, no experimento, para as distâncias entre duas cristas consecutivas nas regiões 1 e 2 valem, respectivamente, 1,25 cm e 2,00 cm.
Com base nessas informações e na análise da figura, pode-se afirmar:
(01) O experimento ilustra o fenômeno da difração de ondas.
(02) A frequência da onda na região 2 vale 4 Hz.
(04) Os comprimentos de onda, nas regiões 1 e 2, valem, respectivamente, 2,30 cm e 4,00 cm.
(08) A velocidade da onda, na região 2, é maior que na região 1.
(16) Seria correto esperar-se que o comprimento de onda fosse menor nas duas regiões, caso a onda gerada tivesse frequência maior que 4 Hz.



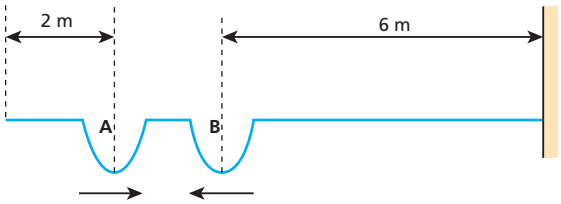
Resolução:
(01) Falsa.
O experimento ilustra o fenômeno de **refração** de ondas.
(02) Verdadeira.
A frequência da onda não se altera na refração.
(04) Falsa.
A distância entre duas cristas consecutivas é igual a um comprimento de onda **λ**.
Assim:
$\lambda_1 = 1{,}25$ cm
$\lambda_2 = 2{,}00$ cm
(08) Verdadeira.
Como a frequência **f** é igual nos dois meios, a velocidade será maior onde o comprimento de onda for maior.
Assim, sendo:
$\lambda_2 > \lambda_1$,
temos:
$v_2 > v_1$
(16) Verdadeira.
Em cada meio, a velocidade é constante. Assim, sendo $v = \lambda f$, o comprimento de onda ficará menor se a frequência ficar maior.

Resposta: 26

67 Numa corda homogênea de 10 m de comprimento, propagam-se dois pulsos com velocidades iguais a 1 m/s. No instante t = 0, a configuração da corda é representada pela figura abaixo. Qual será a configuração dessa corda no instante t = 14 s?

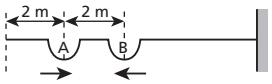


Resolução:
Cada pulso irá percorrer 14 m até o instante t =14 s. Assim, temos:

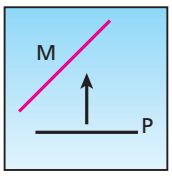


Na extremidade fixa → reflexão com inversão de fase.
Na extremidade livre → reflexão sem inversão de fase.

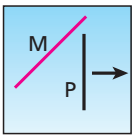
Resposta:

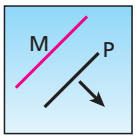


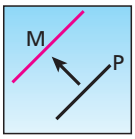
68 Um pulso reto propaga-se na superfície da água em direção a um obstáculo **M** rígido, onde se reflete.
O pulso e o obstáculo estão representados na figura a seguir. A seta indica o sentido de propagação do pulso.

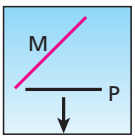


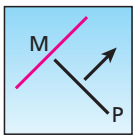
Entre as figuras abaixo, a que melhor representa o pulso **P**, após sua reflexão em **M**, é:

a)


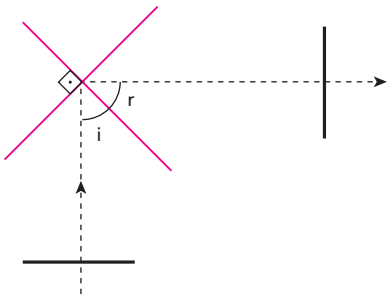
c)


e)


b)


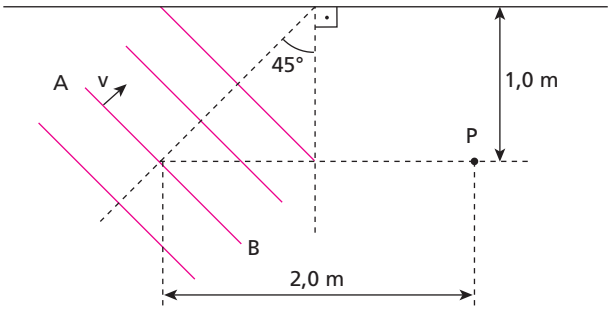
d)


Resolução:



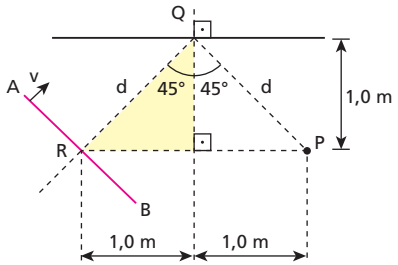
Resposta: a

69 (Fuvest-SP) Ondas retas propagam-se na superfície da água com velocidade de módulo igual a 1,4 m/s e são refletidas por uma parede plana vertical, na qual incidem sob o ângulo de 45°. No instante $t_0 = 0$, uma crista AB ocupa a posição indicada na figura.



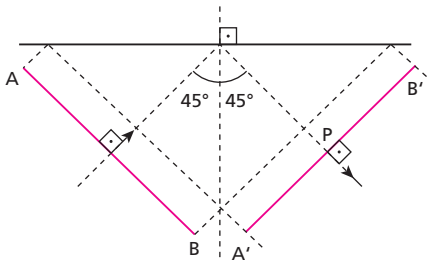
a) Depois de quanto tempo essa crista atingirá o ponto **P** após ser refletida na parede?
b) Esboce a configuração dessa crista quando passa por **P**.

Resolução:
a)

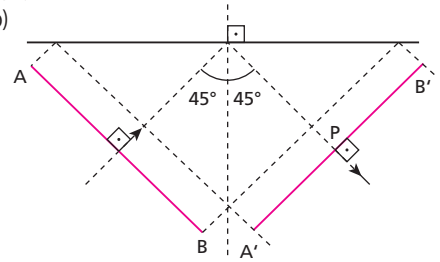


Para cada pulso atingir o ponto **P**, ele deverá percorrer uma distância 2d.
Aplicando a relação de Pitágoras, temos:
$2d = 2\ \sqrt{(1{,}0)^2 + (1{,}0)^2}\ (m) = 2\sqrt{2}\ (m) \simeq 2{,}8\ (m)$
Portanto:
$\Delta s = v\ \Delta t$
$2{,}8 = 1{,}4\ \Delta t$
$\boxed{\Delta t = 2{,}0\ s}$

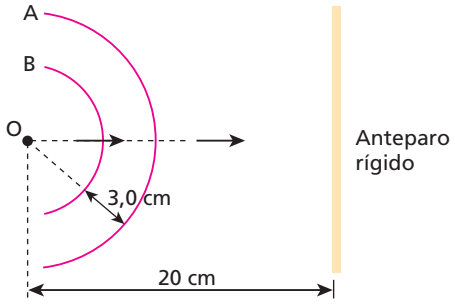
b)



Respostas: a) 2,0 s
b)

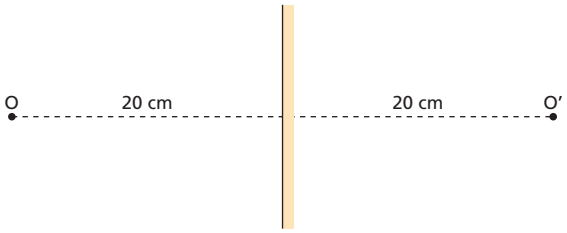


70 Dois pulsos circulares **A** e **B** são produzidos no ponto **O** da superfície tranquila da água de uma cuba de ondas. Os pulsos incidem em um anteparo plano colocado dentro da cuba, sofrendo reflexão:

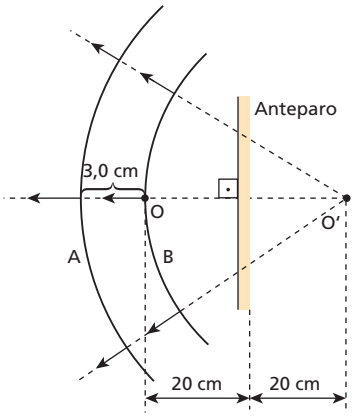


Sabendo que os pulsos se propagam na água com velocidade de 43 cm/s e que **A** foi produzido no instante t = 0, determine a configuração do sistema no instante t = 1,0 s.

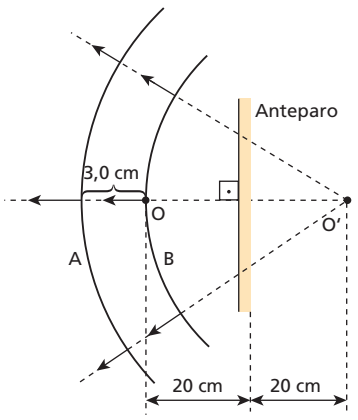
Resolução:
Primeiro vamos obter a "imagem" do ponto **O** em relação ao anteparo.



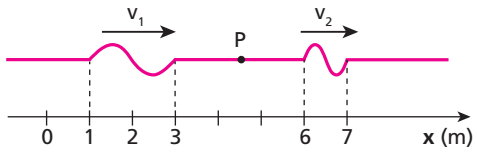
Para obter a configuração no instante t = 1,0 s, podemos imaginar que as ondas saíram do ponto O' no instante t = 0 s.
Assim, em t = 1,0 s, as ondas percorreram 43 cm:



Resposta:



71 O pulso proveniente da esquerda é transmitido através da junção **P** a uma outra corda, como se vê na figura:



Qual é a razão entre a velocidade do pulso v_1 (antes da junção) e v_2 (depois da junção)?

Resolução:

$v = \lambda f$

Como a frequência **f** permanece a mesma, temos:

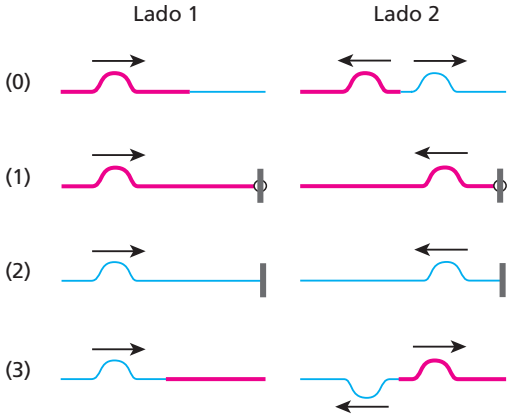
$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

$$\frac{v_1}{2} = \frac{v_2}{1}$$

$$\boxed{\frac{v_1}{v_2} = 2}$$

Resposta: 2

72 (UFMT) Nos esquemas abaixo, temos a representação de um pulso que se propaga em uma corda. O lado 1 representa o pulso incidente e o lado 2 representa o pulso após ocorrido o fenômeno de reflexão, refração ou ambos. Diante do exposto, julgue os itens.



Resolução:

(0) Verdadeiro.
Na junção ocorrem refração e reflexão (sem inversão de fase)

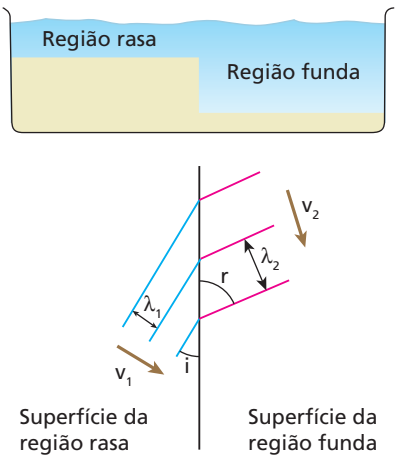
(1) Verdadeiro.
No anteparo a extremidade da corda está livre, a reflexão é sem inversão de fase.

(2) Falso.

(3) Verdadeiro.
A segunda corda é mais grossa, ocorrendo reflexão com inversão de fase.

Respostas: V, V, F, V

73 **E.R.** A figura mostra uma cuba de ondas onde há uma região rasa e outra funda. Com uma régua, são provocadas perturbações periódicas retas a cada 0,4 s que se propagam na superfície da água:



Sabendo que λ_1 (comprimento de onda na região rasa) é igual a 2 cm, **i** (ângulo de incidência) é igual a 30° e v_2 (velocidade da onda na região funda) é igual a $5\sqrt{2}$ cm/s, determine:

a) a velocidade (v_1) da onda, na região rasa;
b) o comprimento de onda (λ_2), na região funda;
c) o ângulo de refração (**r**).

Resolução:

a) A velocidade (v_1) da onda, na região rasa, pode ser calculada pela **relação fundamental das ondas**:

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$$

Sendo $\lambda_1 = 2$ cm e T = 0,4 s, temos:

$$v_1 = \frac{2}{0,4} \Rightarrow \boxed{v_1 = 5 \text{ cm/s}}$$

b) Para o cálculo do comprimento de onda (λ_2), na região funda, usamos a mesma relação do item anterior:

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = vT$$

Sendo $v_2 = 5\sqrt{2}$ cm/s e T = 0,4 s, já que o período não muda na refração, temos:

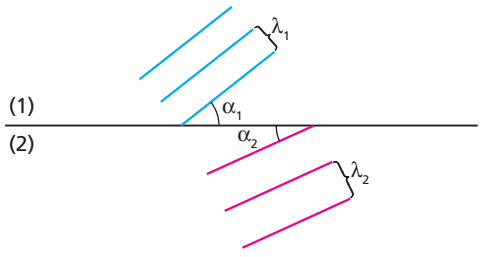
$$\lambda_2 = 5\sqrt{2} \cdot 0,4 \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = 2\sqrt{2} \text{ cm}}$$

c) Pela Lei de Snell, podemos calcular o ângulo de refração (**r**):

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\text{sen } 30°}{\text{sen } r} = \frac{2}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{sen } r = \sqrt{2} \cdot \text{sen } 30° \Rightarrow \text{sen } r = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{r = 45°}$$

74 A figura a seguir representa um trem de ondas retas que passa de um meio 1 para um meio 2. A separação entre os traços indica o comprimento de onda λ:



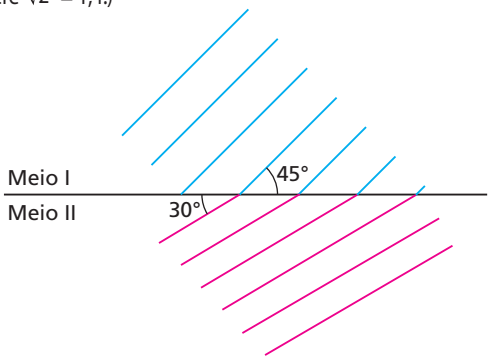
Aponte a alternativa correta.
a) A figura não está correta, porque, se $\lambda_2 > \lambda_1$, deveríamos ter $\alpha_1 < \alpha_2$.
b) A figura está correta, e a velocidade de propagação da onda em 2 é maior que em 1.
c) A figura representa corretamente uma onda passando de um meio para outro mais refringente que o primeiro.
d) A figura não está correta, porque o comprimento de onda não varia quando uma onda passa de um meio para o outro.
e) Todas as afirmações anteriores estão erradas.

Resolução:
Sendo $\lambda_2 > \lambda_1$, temos $v_2 > v_1$.
Para $v_2 > v_1$ os pontos da frente da onda no meio 2 devem se propagar mais rápido, fazendo $\alpha_2 > \alpha_1$.

Resposta: a

75 (Cesgranrio-RJ) Um vibrador produz ondas planas na superfície de um líquido com frequência f = 10 Hz e comprimento de onda λ = 28 cm. Ao passarem do meio I para o meio II, como mostra a figura, foi verificada uma mudança na direção de propagação das ondas. (**Dados:** sen 30° = cos 60° = 0,5; sen 60° = cos 30° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$; sen 45° = cos 45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Considere $\sqrt{2}$ = 1,4.)



No meio II, os valores da frequência e do comprimento de onda serão, respectivamente, iguais a:
a) 10 Hz; 14 cm.
b) 10 Hz; 20 cm.
c) 10 Hz; 25 cm.
d) 15 Hz; 14 cm.
e) 15 Hz; 25 cm.

Resolução:
A frequência da onda não se altera.

$\boxed{f_{II} = f_I = 10 \text{ Hz}}$

Lei de Snell:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

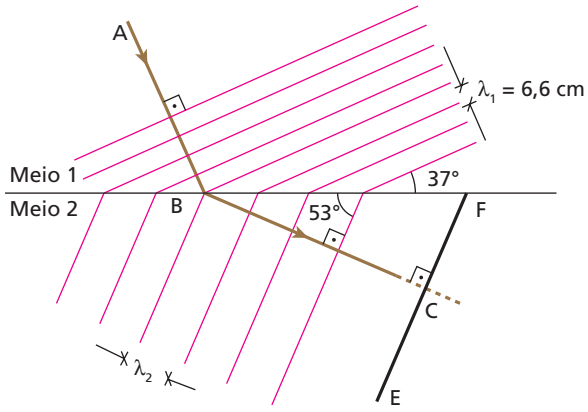
$$\frac{\text{sen } 45°}{\text{sen } 30°} = \frac{28}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{28}{\lambda_2}$$

$\sqrt{2}\,\lambda_2 = 28$

$1{,}4\,\lambda_2 = 28 \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = 20 \text{ cm}}$

Resposta: b

76 O esquema a seguir representa a refração de uma onda sonora plana que passa de um meio 1 (ar) para um meio 2 (gás em alta temperatura e alta pressão). Estão indicados o raio incidente AB, o raio refratado BC e algumas frentes de onda. Uma barreira EF está posicionada no meio 2, perpendicularmente ao raio BC, com o objetivo de refletir o som.



A distância entre os pontos **B** e **F** é igual a 55 cm e adota-se para a intensidade da velocidade do som no meio 1 o valor 330 m/s.
Dados: sen 37° = cos 53° = 0,60;
sen 53° = cos 37° = 0,80.
Determine:
a) as frequências f_1 e f_2 da onda sonora, respectivamente, nos meios 1 e 2;
b) o comprimento da onda λ_2 da onda sonora no meio 2;
c) o intervalo de tempo Δt transcorrido entre a passagem da onda pelo ponto **B** e seu retorno a esse mesmo ponto depois de sofrer reflexão na barreira.

Resolução:
a) $v = \lambda f$
Em 1:
$330 = 6{,}6 \cdot 10^{-2}\ f$

$\boxed{f = f_1 = f_2 = 5{,}0 \cdot 10^3 \text{ Hz}}$

b) Lei de Snell:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\frac{\text{sen } 37°}{\text{sen } 53°} = \frac{6{,}6}{\lambda_2}$$

$$\frac{0{,}60}{0{,}80} = \frac{6{,}6}{\lambda_2}$$

$\boxed{\lambda_2 = 8{,}8 \text{ cm}}$

c) $v = \lambda f$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{v_2}{330} = \frac{8{,}8}{6{,}6} \Rightarrow v_2 = 440 \text{ m/s}$$

No triângulo retângulo BFC:

$$\text{sen } 53° = \frac{\overline{BC}}{\overline{BF}} \Rightarrow 0{,}80 = \frac{\overline{BC}}{0{,}55}$$

$\overline{BC} = 0{,}44$ m
Portanto, usando a expressão: $\Delta s = v\,\Delta t$, considerando-se a ida e a volta, temos:
$2\,\overline{BC} = v\,\Delta t$
$2 \cdot 0{,}44 = 440\ \Delta t$

$$\Delta t = \frac{0{,}88}{440} \text{ s}$$

$\boxed{\Delta t = 2{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ s}}$

Respostas: a) 5 kHz; b) 8,8 cm; c) 2,0 ms

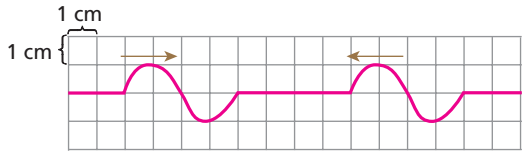
77 Quando duas ondas se superpõem, a onda resultante apresenta sempre, pelo menos, uma mudança em relação às ondas componentes. Tal mudança se verifica em relação à(ao):

a) comprimento de onda.
b) período.
c) amplitude.
d) fase.
e) frequência.

Resolução:
A onda resultante tem sua amplitude igual à soma das amplitudes das ondas componentes.

Resposta: c

78 **E.R.** No esquema a seguir, observamos duas ondas de mesmo comprimento de onda e mesma amplitude, que se propagam numa mesma corda homogênea em sentidos opostos:

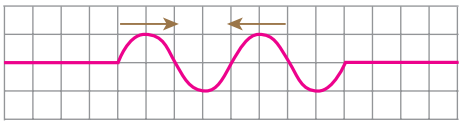


Sabendo que a situação indicada ocorreu no instante t = 0 e que a velocidade das ondas é igual a 1 cm/s, determine o perfil da corda nos instantes:

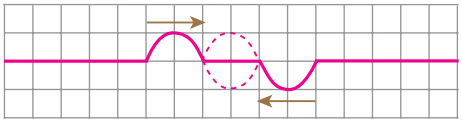
a) $t_1 = 2$ s;
b) $t_2 = 3$ s;
c) $t_3 = 4$ s;
d) $t_4 = 7$ s.

Resolução:

a) Até o instante $t_1 = 2$ s, as ondas deslocam-se 2 cm cada uma, no sentido de suas propagações:

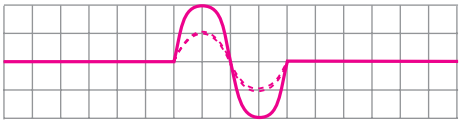


b) Do instante $t_1 = 2$ s até o $t_2 = 3$ s, as ondas avançam mais 1 cm cada uma. Então, temos a seguinte configuração:

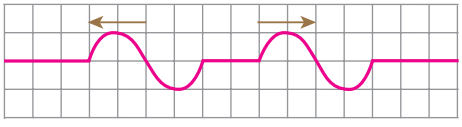


Note que na parte central da corda houve uma interferência destrutiva.

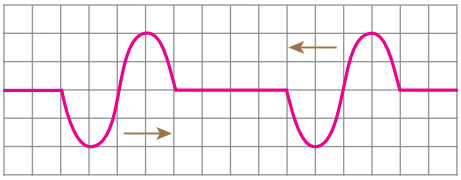
c) No instante $t_3 = 4$ s, as ondas se superpõem em concordância de fase, ocorrendo uma interferência construtiva:



d) De $t_3 = 4$ s até $t_4 = 7$ s, as ondas percorrem mais 3 cm. Temos, então, o seguinte perfil na corda:

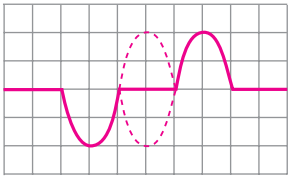


79 A figura abaixo mostra, em um certo instante, duas ondas que se propagam numa corda longa, com o mesmo período T = 4 s:



Qual será a forma da onda resultante três segundos após o instante mostrado acima?

Resolução:
Se o período vale 4s, a onda caminha 1 quadradinho a cada segundo. Assim, após 3 s, temos:



Resposta:

80 Numa mesma corda são produzidos dois pulsos, que se propagam em sentidos opostos (figura **A**). No instante em que esses pulsos estiverem totalmente superpostos (figura **B**), qual será a forma da corda?

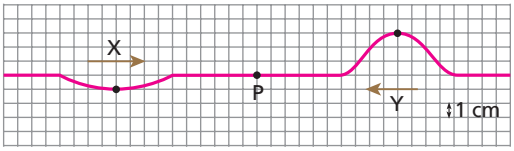
Figura A

Figura B

Resolução:
Observamos que a composição dos dois pulsos resulta:

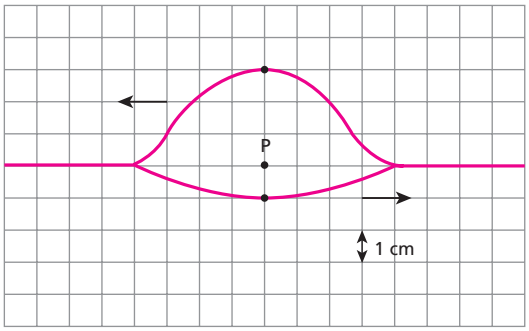
Resposta:

81 Dois pulsos, **X** e **Y**, propagam-se ao longo de um fio homogêneo, como indicado na figura a seguir:



Quando os pulsos estiverem exatamente superpostos, qual será a amplitude do pulso resultante no ponto **P**?

Resolução:
Na superposição, temos:



A onda **X** puxa o ponto **P** um quadrinho para baixo, e a onda **Y**, três quadrinhos para cima. O resultado é o ponto **P**, dois quadrinhos para cima (2 cm).

$d_p = 2$ cm

Resposta: 2 cm

82 Numa experiência com dois diapasões, os resultados obtidos foram batimentos. Isso só foi possível porque os diapasões vibraram com:
a) mesma amplitude.
b) amplitudes pouco diferentes entre si.
c) frequências bem diferentes.
d) frequências iguais.
e) frequências de valores próximos.

Resolução:
Batimento é um fenômeno que ocorre quando duas ondas têm mesma natureza, mesma amplitude e frequências próximas.

Resposta: e

83 Um afinador de pianos, ao realizar seu trabalho, vale-se de diapasões que emitem sons de frequências-padrão. Para afinar certa nota, após acioná-la, ele percute o diapasão correspondente e ouve os dois sons. A afinação da nota será considerada finda quando o afinador não observar entre os sons do piano e do diapasão:
a) interferência.
b) polarização.
c) batimentos.
d) ressonância.
e) reflexão.

Resolução:
A afinação do instrumento musical estará finda quando as notas emitidas pelo piano e pelo diapasão tiverem a mesma frequência. Isso ocorre quando o afinador não percebe mais batimentos.

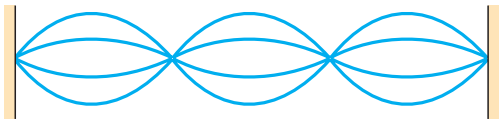
Resposta: c

84 Numa corda vibrante, é possível observar ondas estacionárias. Elas se formam devido aos fenômenos de:
a) reflexão e refração.
b) dispersão e reflexão.
c) refração e polarização.
d) reflexão e interferência.
e) interferência e polarização.

Resolução:
Ondas estacionárias são formadas por duas ondas iguais que se propagam em sentidos opostos. Assim, numa corda, as ondas se propagam até as extremidades, **refletem** e voltam se superpondo provocando **interferência**.

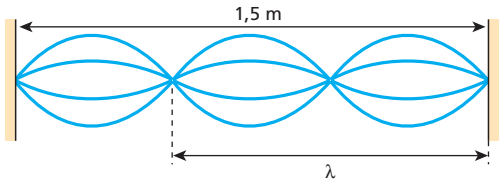
Resposta: d

85 Uma onda estacionária é estabelecida numa corda, de modo a formar três ventres e quatro nós, como está esquematizado na figura:



Sabendo que a distância entre os nós extremos é de 1,5 m e a velocidade da onda é de 10 m/s, determine a frequência dessa onda.

Resolução:



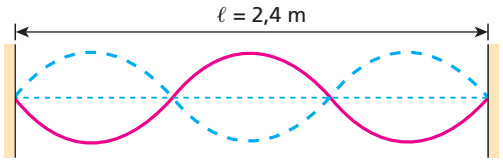
Assim:
$\lambda = 1{,}0$ m

Portanto:
$v = \lambda f$
$10 = 1{,}0 \cdot f$

$f = 10$ Hz

Resposta: 10 Hz

86 Uma corda de comprimento $\ell = 2{,}4$ m vibra com frequência de 300 Hz no estado estacionário representado na figura. Qual a velocidade de propagação da onda na corda?



Resolução:
Na figura, observamos que:

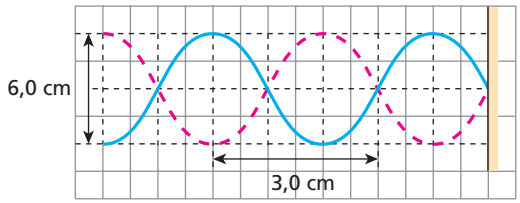
$$3\frac{\lambda}{2} = 2{,}4 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 1{,}6 \text{ m}$$

Portanto:
$v = \lambda f$
$v = 1{,}6 \cdot 300$

$v = 480$ m/s

Resposta: 480 m/s

87 O esquema seguinte representa a configuração estacionária formada numa corda elástica, que tem uma extremidade fixa e outra vibrante:



A respeito da onda estacionária formada na corda, aponte a alternativa verdadeira:

a) Embora sua velocidade de propagação seja nula, transporta energia.
b) Sua amplitude vale 6,0 cm.
c) Seu comprimento de onda vale 3,0 cm.
d) A distância entre dois de seus nós pode ser 6,0 cm.
e) A distância entre dois de seus ventres é 4,0 cm.

Resolução:
Se a distância entre dois nós consecutivos vale 2,0 cm, a distância entre dois nós **pode** ser 6,0 cm.

Resposta: d

88 Um sistema físico que vibra devido à ressonância deve:

a) vibrar com sua máxima amplitude possível.
b) vibrar com uma frequência maior que sua frequência natural.
c) receber energia de uma onda que tem frequência igual à sua frequência natural de vibração.
d) ser feito do mesmo material que a fonte emissora de ondas.
e) ter tamanho menor que o comprimento de onda emitido pela fonte de vibração.

Resolução:
O fenômeno da ressonância ocorre quando um sistema físico recebe energia de uma onda de frequência igual à sua frequência própria de vibração.

Resposta: c

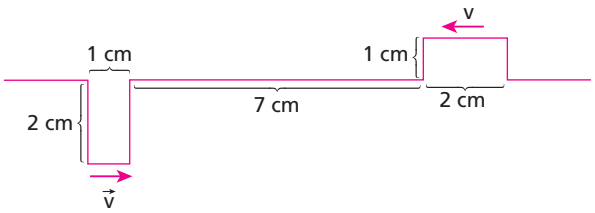
89 (Aman-RJ) Em um forno de micro-ondas, o processo de aquecimento é feito por ondas eletromagnéticas que atingem o alimento ali colocado, incidindo assim nas moléculas de água nele presentes. Tais ondas, de frequência 2,45 GHz, atingem aquelas moléculas, que, por possuírem esta mesma frequência natural, passam a vibrar cada vez mais intensamente. Desse modo, podemos afirmar que o aquecimento descrito é decorrente do seguinte fenômeno ondulatório:

a) batimento.
b) refração.
c) interferência.
d) ressonância.
e) difração.

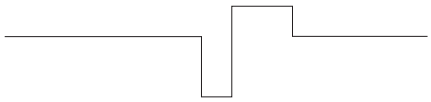
Resolução:
A frequência natural de vibração das moléculas de água é por volta de 2,45 GHz (giga = 10^9).
No forno de micro-ondas, as moléculas de água dos alimentos entram em ressonância com as ondas eletromagnéticas emitidas pelo magnétron, transformando a energia das ondas em energia térmica de aquecimento.

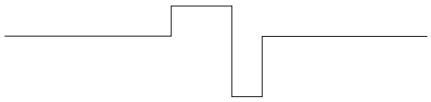
Resposta: d

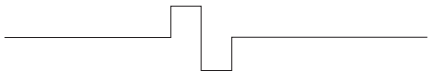
90 (UFSCar-SP) A figura mostra dois pulsos numa corda tensionada no instante t = 0 s, propagando-se com velocidade de 2 m/s em sentidos opostos:

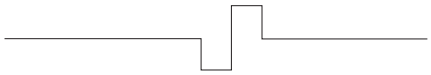


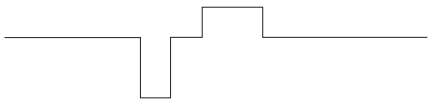
A configuração da corda no instante t = 20 s é:

a)


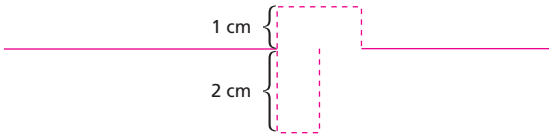
b)


c)


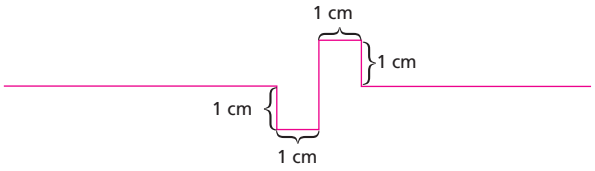
d)


e)


Resolução:
$t = 20\ ms = 20 \cdot 10^{-3}\ s$
Fazendo-se:
$\Delta s = vt$,
Temos:
$\Delta s = 2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}\ m$
$\Delta s = 40 \cdot 10^{-3}\ m$
$\Delta s = 4\ cm$
Assim, nesse intervalo de tempo, cada pulso percorre 4 cm apresentando a superposição:

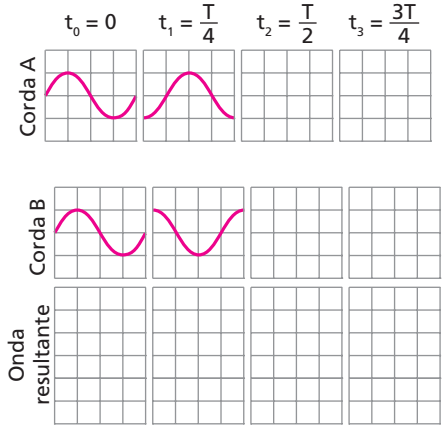


Resultando:



Resposta: d

91 Duas ondas harmônicas, de mesma frequência e igual comprimento de onda, propagam-se em duas cordas idênticas. Os esquemas representam o perfil de um mesmo trecho das cordas nos instantes $t_0 = 0$ e $t_1 = \frac{T}{4}$, em que **T** é o período das ondas:



Determine:

a) o sentido de propagação das ondas, em cada corda;

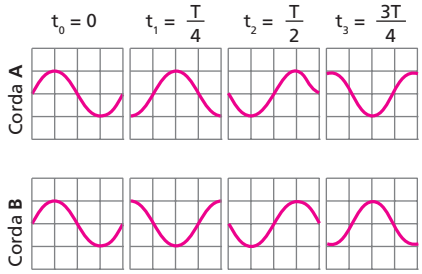
b) o perfil das cordas nos instantes $t_2 = \frac{T}{2}$ e $t_3 = \frac{3T}{4}$;

c) o perfil de uma única corda, nos instantes considerados, supondo que as ondas se superpõem, ocorrendo interferência entre elas.

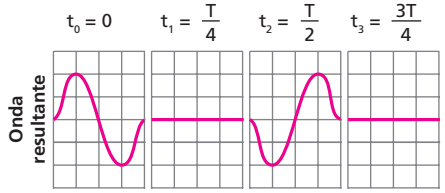
Resolução:

a) Na corda **A**, a onda se propaga da esquerda para a direita e, na **B**, da direita para a esquerda.

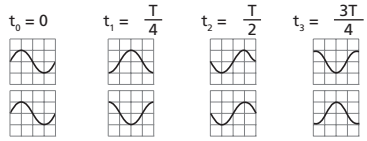
b)

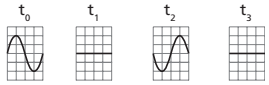


c)

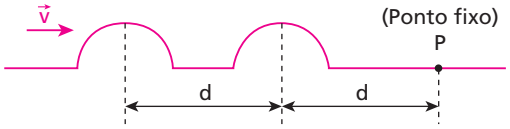


Respostas: a) Na corda **A**, a onda se propaga da esquerda para a direita e, na **B**, da direita para a esquerda.

b) 

c) 

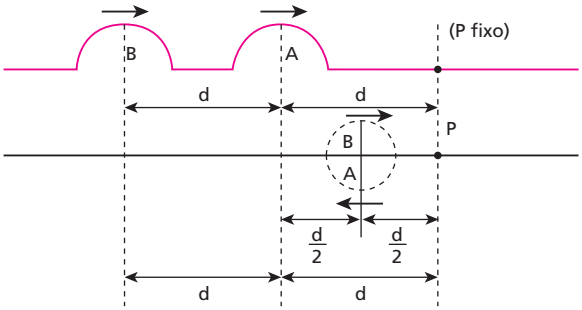
92 (UEL-PR) Dois pulsos idênticos se propagam numa mola perfeitamente elástica com velocidade $\vec{v}$ e são refletidos no ponto fixo **P**. O esquema representa a posição dos pulsos no instante t = 0:



Obs.: d é medido em metros.

Para que as deformações se anulem totalmente, por interferência, no instante t = 1 s, qual deve ser o valor da velocidade de propagação, em metros por segundo?

Resolução:

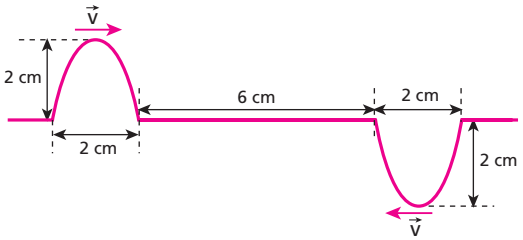


Cada onda percorreu uma distância $\left(d + \frac{d}{2}\right) = \frac{3d}{2}$ até a superposição com interferência destrutiva.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\frac{3d}{2}}{1} \Rightarrow \boxed{v = \frac{3d}{2}\ m/s}$$

Resposta: $\frac{3d}{2}$ m/s

93 (UFSC) A figura representa dois pulsos de onda, inicialmente separados por 6,0 cm, propagando-se em um meio com velocidades iguais a 2,0 cm/s, em sentidos opostos.



Considerando a situação descrita, indique a(s) proposição(ões) correta(s).

(01) Inicialmente, as amplitudes dos pulsos são idênticas e iguais a 2,0 cm.

(02) Decorridos 8,0 segundos, os pulsos continuarão com a mesma velocidade e forma de onda, independentemente um do outro.

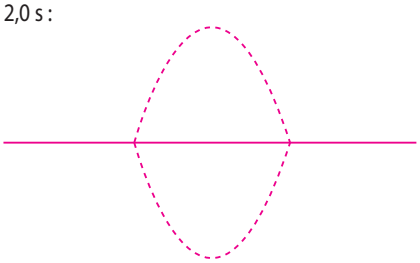
(04) Decorridos 2,0 segundos, haverá sobreposição dos pulsos e a amplitude será nula nesse instante.

(08) Decorridos 2,0 segundos, haverá sobreposição dos pulsos e a amplitude será máxima nesse instante e igual a 2,0 cm.

(16) Quando os pulsos se encontrarem, haverá interferência de um sobre o outro e não mais haverá propagação dos mesmos.

Dê como resposta o somatório dos itens corretos.

Resolução:
(01) Correta.
(02) Correta.
Após 8,0 s do início, as ondas já passaram uma pela outra.
(04) Correta.
Em t = 2,0 s :



(08) Incorreta.
(16) Incorreta.

Resposta: 07

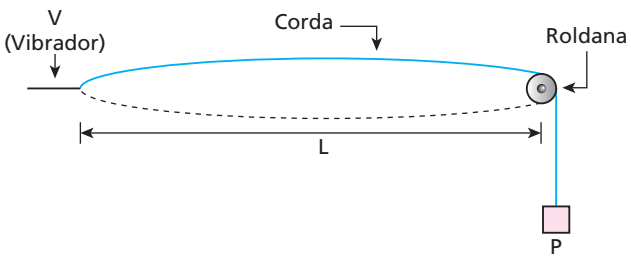
94 (UEL-PR) Há algum tempo um repórter de televisão noticiou uma marcha em algum lugar do Brasil. Em dado momento, citou que os seus integrantes pararam de marchar quando estavam passando sobre uma ponte, com medo de que pudesse cair. Na ocasião, o repórter atribuiu tal receio a "crendices populares". Com base nos conceitos da Física, é correto afirmar que os integrantes da marcha agiram corretamente, pois a ponte poderia cair devido ao fenômeno da(o):
a) reverberação.
b) interferência.
c) ressonância.
d) batimento.
e) efeito Doppler.

Resolução:
As pessoas marchando provocam uma onda mecânica que pode ter a mesma frequência de vibração da ponte. A energia dessa onda pode fazer a ponte oscilar e até cair.
Esse fenômeno chama-se **ressonância**.

Resposta: c

95 (Cefet-MG) Uma corda com comprimento livre **L** possui uma de suas extremidades presa à haste de um vibrador e a outra, passando por uma roldana, sustentando um peso **P**. A velocidade de propagação das ondas na corda é expressa por $v = \sqrt{\frac{P}{\mu}}$, em que **μ** representa a massa específica linear da corda $\left(\frac{m}{L}\right)$. Os valores de **P**, **L** e **m** encontram-se na tabela.

P	1 N
L	1 m
m	0,04 kg



Considerando que a corda é posta para vibrar, adquirindo o formato mostrado, é correto afirmar que o valor da frequência **f** de vibração, em oscilações/segundo, é igual a:
a) 1,5.
b) 2,5.
c) 4,5.
d) 5,0.
e) 7,0.

Resolução:
$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0{,}04\ kg}{1\ m}$
$\mu = 0{,}04\ kg/m$

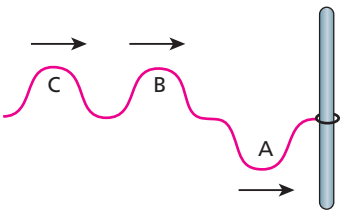
Assim:
$v = \sqrt{\frac{P}{\mu}} = \sqrt{\frac{1}{0{,}04}} = \sqrt{25}$
$v = 5\ m/s$

Do desenho, temos:
$\lambda = 2L = 2 \cdot 1\ m$
$\lambda = 2\ m$

Portanto:
$v = \lambda f$
$5 = 2\ f$
$f = 2{,}5\ Hz$

Resposta: b

96 (Vunesp-SP) A figura mostra 3 pulsos deslocando-se para a direita numa corda com a extremidade móvel na barra vertical. Até a reflexão de todos os pulsos ocorrerão, sequencialmente,

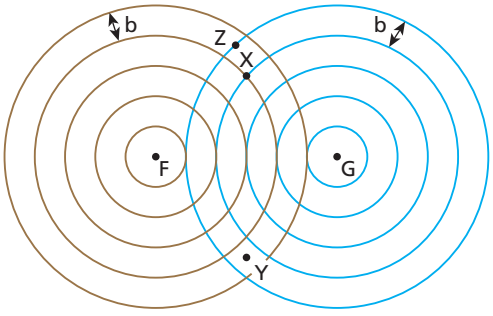


a) duas interferências construtivas.
b) duas interferências construtivas e uma destrutiva.
c) uma interferência destrutiva, uma construtiva e outra destrutiva.
d) duas interferências destrutivas.
e) duas interferências destrutivas e uma construtiva.

Resolução:
Os três pulsos refletem sem inversão de fase (a extremidade da onda está solta).
Assim, na volta, o pulso **A** interfere **destrutivamente** com o pulsos **B** e **C**.
O pulso **B**, na volta, interfere **construtivamente** com o pulso **C**.

Resposta: e

97 A figura seguinte representa as ondas produzidas por duas fontes, **F** e **G**, que vibram na superfície de um líquido. **X**, **Y** e **Z** são pontos da superfície do líquido. As circunferências indicam cristas. Considere que na região indicada não há amortecimento das ondas.



a) Se **f** é a frequência da fonte **F**, qual a frequência da fonte **G**?
b) Se **x**, **y** e **z** são amplitudes de vibração da água nos pontos **X**, **Y** e **Z**, compare **x**, **y** e **z**.

Resolução:

a) Como as ondas **F** e **G** propagam-se com a mesma velocidade e possuem o mesmo comprimento de onda, suas frequências serão iguais.

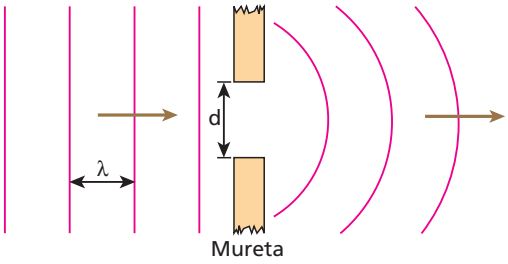
$\boxed{g = f}$

b) **X** ⇒ superposição de duas cristas
Y ⇒ superposição de dois vales
Z ⇒ superposição de uma crista e um vale.
Assim:

$\boxed{x = y > z}$

Respostas: a) g = f; b) x = y > z

98 O esquema a seguir representa, visto de cima, a evolução de ondas na superfície da água. Elas se propagam da esquerda para a direita, incidindo na mureta indicada, na qual há uma abertura de largura **d**:



As ondas, cujo comprimento de onda vale **λ**, conseguem "contornar" a mureta, propagando-se à sua direita. É correto que:

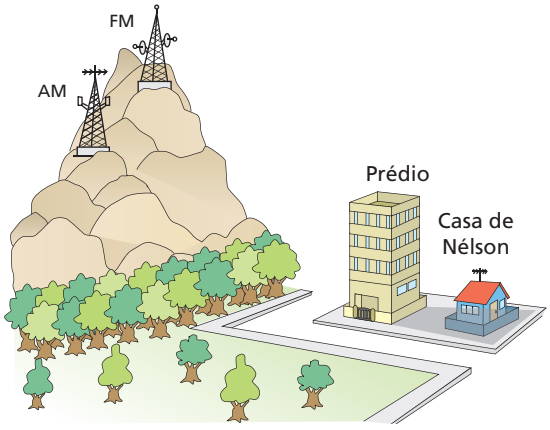
a) ocorreu refração, e d > λ.
b) ocorreu refração, e d = λ.
c) ocorreu difração, e d < λ.
d) ocorreu reflexão, e d > λ.
e) tudo o que se afirmou não tem relação alguma com o fenômeno ocorrido.

Resolução:

O fenômeno observado é a **difração** e a largura da fenda **d** é menor que o comprimento de onda λ.

Resposta: c

99 (UFMG) No alto da Serra do Curral, estão instaladas duas antenas transmissoras – uma de rádio AM e outra de rádio FM. Entre essa serra e a casa de Nélson, há um prédio, como mostrado na figura a seguir:



Na casa de Nélson, a recepção de rádio FM é ruim, mas a de rádio AM é boa.
Com base nessas informações, **explique** por que isso acontece.

Resolução:

Sendo:
$f_{AM} < f_{FM}$
temos:
$\lambda_{AM} > \lambda_{FM}$
Assim, as ondas AM difratam com maior facilidade, já que seu comprimento de onda é da ordem da dimensão de prédios e montanhas.
As ondas FM difratam menos.

Resposta: As ondas AM difratam mais facilmente que as ondas FM.

100 O princípio que estabelece que cada ponto de uma onda se comporta como se fosse uma fonte de ondas secundárias é devido a:

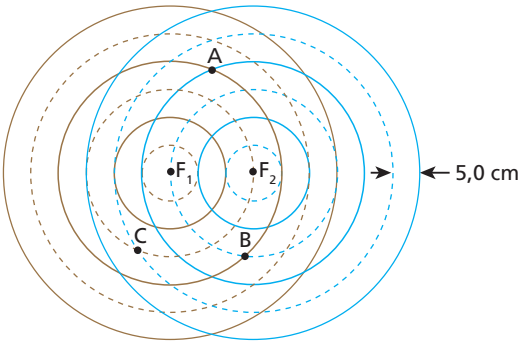
a) Newton.
b) Young.
c) Fresnel.
d) Huygens.
e) Coulomb.

Resolução:

O descrito no texto é o **Princípio de Huygens**.

Resposta: d

101 (UFSC) Na figura abaixo estão representadas as cristas (circunferências contínuas) e os vales (circunferências tracejadas) das ondas produzidas pelas fontes F_1 e F_2, num determinado instante. A amplitude de cada onda é igual a 1,0 cm e a frequência de vibração de F_1 como a de F_2 é igual a 10 Hz.



Indique a(s) proposição(ões) verdadeira(s):

(01) Cada uma das ondas independentemente é unidimensional.
(02) No ponto **A**, há uma interferência construtiva com amplitude de vibração de 2,0 cm.
(04) No ponto **B**, há uma interferência destrutiva com amplitude de vibração nula.
(08) No ponto **C**, há uma interferência construtiva com amplitude de vibração de 2,0 cm.
(16) O comprimento de onda de cada onda é 5,0 cm.
(32) O valor da velocidade de propagação de cada onda é v = 100 cm/s.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução:

(01) Falsa.
Cada onda circular representada é bidimensional, isto é, ela se propaga em um plano.

(02) Verdadeira.
Em **A**, ocorre uma interferência construtiva (IC); temos crista com crista:
$A = A_1 + A_2 = 1{,}0 + 1{,}0$
$A = 2{,}0$ cm

(04) Verdadeira.
Em **B**, ocorre uma interferência destrutiva (ID); temos crista com vale:
$A = A_1 - A_2 \Rightarrow A = 0$

(08) Verdadeira.
Em **C**, ocorre uma interferência construtiva (IC); temos vale com vale:
$A = A_1 + A_2 = 2{,}0$ cm

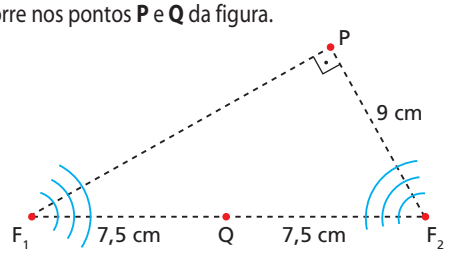
(16) Falsa.
O comprimento de onda (λ) é a distância entre duas cristas ou entre dois vales consecutivos.
$\lambda = 10$ cm

(32) Verdadeira.
$v = \lambda f \Rightarrow v = 10 \cdot 10$
$v = 100$ cm/s

Portanto, a soma dos números correspondentes às afirmações corretas é 46.

Resposta: 46

102 **E.R.** Numa cuba de ondas de profundidade constante, dois estiletes funcionam como fontes de ondas circulares, vibrando em fase com frequência de 5 Hz. Sabendo que a velocidade dessas ondas na superfície da água é de 10 cm/s, determine o tipo de interferência que ocorre nos pontos **P** e **Q** da figura.



Resolução:
Ponto Q
Como o ponto **Q** está a igual distância das fontes e estas vibram em fase, a interferência nesse local é **construtiva**, pois $\Delta d = 0$.

E sendo $\Delta d = N \frac{\lambda}{2}$, temos $N = 0$.

Obs.: Para N = 0, 2, 4, 6, 8, ..., teremos interferência construtiva (IC) e para N = 1, 3, 5, 7, ..., teremos interferência destrutiva (ID), caso as fontes estejam em concordância de fase (se estiverem em oposição, as condições se inverterão).

Ponto P
Para o ponto **P**, temos $PF_2 = 9$ cm e PF_1 pode ser calculado pelo Teorema de Pitágoras, já que o triângulo F_1PF_2 é retângulo. Então:

$(\overline{F_1F_2})^2 = (\overline{PF_1})^2 + (\overline{PF_2})^2$

$15^2 = (\overline{PF_1})^2 + 9^2 \Rightarrow (\overline{PF_1})^2 = 225 - 81 = 144$

$\overline{PF_1} = 12$ cm

Assim, temos:

$\Delta d = \overline{PF_1} - \overline{PF_2} = 12 - 9 \Rightarrow \Delta d = 3$ cm

Da relação $\Delta d = N \frac{\lambda}{2}$, sendo $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10 \text{ cm/s}}{5 \text{ Hz}} = 2$ cm, vem:

$$3 = N \cdot \frac{2}{2} \Rightarrow \boxed{N = 3}$$

Portanto, em **P** a interferência é destrutiva.

103 Nas figuras, F_1 e F_2 são duas fontes de ondas circulares de mesma frequência que se propagam na superfície da água. Supondo que na primeira figura as fontes estejam em concordância de fase e que na segunda estejam em oposição, determine o tipo de interferência que ocorre nos pontos **A**, **B**, **C** e **D**. As ondas propagam-se com comprimentos de onda iguais a 2 cm.

Figura 1

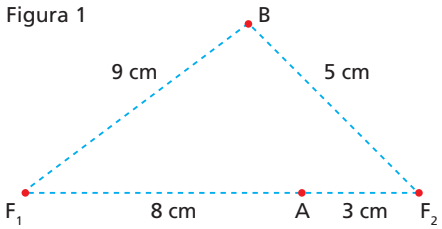
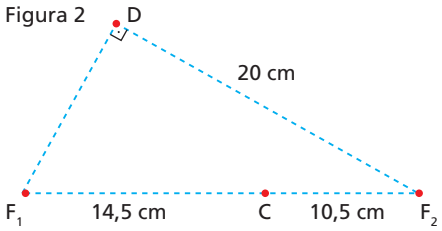


Figura 2



Resolução:
Na figura 1 (fontes em concordância de fase)
Em **A**:
$\Delta d_A = (8 - 3)$ cm
$\Delta d_A = 5$ cm
Como:
$\lambda = 2$ cm
Então:
$\Delta d_A = 5 \frac{\lambda}{2}$

Para N = 5, temos **Interferência Destrutiva**.
Em **B**:
$\Delta d_B = (9 - 5)$ cm
$\Delta d_B = 4$ cm
$\Delta d_B = 4 \frac{\lambda}{2}$

Para N = 4, temos **Interferência Construtiva**.

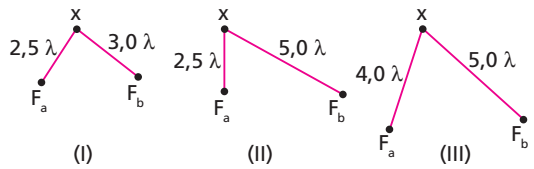
Na figura 2 (fontes em oposição de fase)
Em **C**:
$\Delta d_C = (14{,}5 - 10{,}5)$ cm
$\Delta d_C = 4$ cm
$\Delta d_C = 4 \frac{\lambda}{2}$

Para N = 4, temos **Interferência Destrutiva** (**atenção:** as fontes estão em oposição de fase).
Em **D**:
$\Delta d_D = 20 - \overline{F_1D}$
$\overline{F_1D} = 15$ cm
$\Delta d_D = (20 - 15)$ cm
$\Delta d_D = 5$ cm
$\Delta d_D = 5 \frac{\lambda}{2}$

Para N = 5, temos **Interferência Construtiva** (fontes em oposição de fase).

Respostas: A(ID), B(IC), C(ID), D(IC).

104 (Cefet-MG) Os diagramas seguintes mostram duas fontes de onda F_a e F_b, em fase, produzindo ondas na superfície da água, de comprimento de onda λ.



Em **x**, o deslocamento da superfície da água é nulo no(s) diagrama(s):

a) somente I.
b) somente I e II.
c) somente III.
d) somente II.
e) I, II e III.

Resolução:

O deslocamento na superfície da água é nulo nos pontos de interferência destrutiva (ID), em que a diferença de percurso das ondas é um número ímpar de $\frac{\lambda}{2}$. Observe que as fontes estão em fase.

Em I:

$\Delta x = 3{,}0\,\lambda - 2{,}5\,\lambda = 0{,}5\,\lambda$

$\Delta x = 1\,\frac{\lambda}{2}$ (ID)

Em II:

$\Delta x = 5{,}0\,\lambda - 2{,}5\,\lambda = 2{,}5\,\lambda$

$\Delta x = 5\,\frac{\lambda}{2}$ (ID)

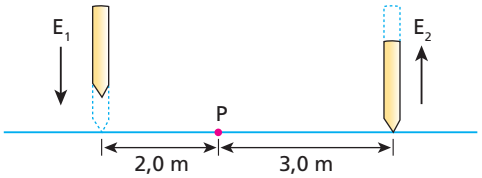
Em III:

$\Delta x = 5{,}0\,\lambda - 4{,}0\,\lambda = 1{,}0\,\lambda$

$\Delta x = 2\,\frac{\lambda}{2}$ (IC)

Resposta: b

105 Dois estiletes E_1 e E_2 vibram verticalmente, executando movimentos harmônicos simples, de frequências iguais. Suas extremidades colidem com a superfície da água de um lago, provocando ondas de amplitudes iguais que se propagam sem amortecimento, com velocidade de 10 m/s.



Sabendo que os estiletes vibram em oposição de fase, calcule a menor frequência de suas oscilações para que no ponto **P** indicado se observe:

a) o máximo reforço das ondas que se superpõem;
b) o anulamento das ondas que se superpõem.

Resolução:

$\Delta x = N\,\frac{\lambda}{2}$

Mas: $v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$

Então: $\Delta x = N\,\frac{v}{2f} \Rightarrow f = \frac{Nv}{2\,\Delta x}$

a) Para interferência construtiva (IC), **N** deve ser ímpar, já que as fontes estão vibrando em oposição de fase. Para a menor frequência, N = 1.

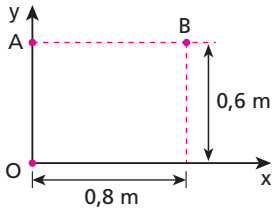
$f = \frac{1 \cdot 10}{2(3{,}0 - 2{,}0)} \Rightarrow \boxed{f = 5{,}0\ \text{Hz}}$

b) N = 2

$f = \frac{n\,v}{2\,\Delta x} = \frac{2 \cdot 10}{2(3{,}0 - 1{,}0)} \Rightarrow \boxed{f = 10\ \text{Hz}}$

Respostas: a) 5,0 Hz; b) 10 Hz

106 Numa cuba de ondas, criam-se ondas de superfície com duas fontes puntiformes síncronas sediadas nos pontos **O** e **A**. Qual o maior comprimento de onda λ possível para que no ponto **B** ocorra um máximo de interferência? E para um mínimo de interferência em **B**?



Resolução:

Por Pitágoras:

$(\overline{OB})^2 = (0{,}6)^2 + (0{,}8)^2$

$\overline{OB} = 1$ m

Assim, sendo:

$\Delta x = N\,\frac{\lambda}{2}$

Temos:

$(1{,}0 - 0{,}8) = \frac{N\lambda}{2}$

$0{,}4 = N\,\lambda$

Para que em **B** tenhamos:

IC $\rightarrow$ N = 2

$0{,}4 = 2 \cdot \lambda \Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}2\ \text{m}}$ (máximo)

ID $\rightarrow$ N = 1

$0{,}4 = 1\,\lambda \Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}4\ \text{m}}$ (mínimo)

Respostas: 0,2 m (máximo), 0,4 m (mínimo)

107 E.R. Um tanque de fundo plano contém benzeno transparente de índice de refração absoluto igual a 1,5. Um onda de telecomunicações com frequência igual a 100 MHz, emitida de um satélite, incide verticalmente sobre a superfície tranquila do benzeno, sendo em parte refletida na superfície líquida e em parte refletida no fundo do tanque. Sabendo-se que a intensidade da velocidade da luz no vácuo é igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, determine:

a) a intensidade da velocidade da onda no interior do benzeno, bem como seu respectivo comprimento de onda;
b) as três menores alturas do benzeno dentro do tanque para que a parcela da onda refletida na superfície líquida seja cancelada pela parcela da onda refletida no fundo do tanque.

Resolução:

a) A intensidade da velocidade da onda no interior do benzeno é calculada por:

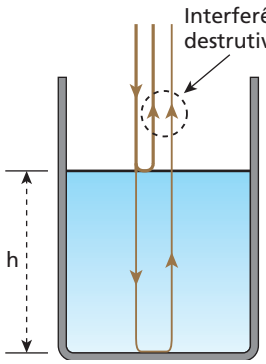
$n = \frac{c}{v} \Rightarrow 1{,}5 = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{v} \Rightarrow \boxed{v = 2{,}0 \cdot 10^8\ \text{m/s}}$

Aplicando-se a **Equação Fundamental da Ondulatória**, determinamos o comprimento de onda da onda do satélite no interior do benzeno.

$v = \lambda f \Rightarrow 2{,}0 \cdot 10^8 = \lambda 100 \cdot 10^6 \Rightarrow \boxed{\lambda = 2{,}0\ \text{m}}$

É importante notar que mesmo sofrendo sucessivas refrações a onda mantém inalterada sua frequência de 100 MHz.

b)



Condição de ID: $\Delta y = \frac{\lambda}{2}$

Mas, $\Delta y = 2h$, logo:

$2h = k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow h = k\frac{2{,}0}{4}$ (m)

Donde: $h = k\,0{,}50$ (m)

$(k = 1, 3, 5, ...)$

Os três menores valores de h correspondem aos três menores valores de k (k = 1, k = 3 e k = 5).

Assim:

Para k = 1: $h = 1 \cdot 0{,}50$ m $\Rightarrow$ **h = 0,50 m**

Para k = 3: $h = 3 \cdot 0{,}50$ m $\Rightarrow$ **h = 1,5 m**

Para k = 5: $h = 5 \cdot 0{,}50$ m $\Rightarrow$ **h = 2,5 m**

108 (Uece) Um método muito usado para inibir a reflexão da luz em vidros é recobri-los com um filme fino e transparente. A espessura mínima, em nm, que um filme fino com índice de refração 1,25 deve ter para que uma luz de comprimento de onda igual a 620 nm, no vácuo, não seja refletida, quando incide praticamente normal a um vidro de índice de refração 1,50, é:

a) 155. b) 124. c) 112. d) 103.

Resposta: b

109 (ITA-SP) Um fina película de fluoreto de magnésio recobre o espelho retrovisor de um carro a fim de reduzir a reflexão luminosa. Determine a menor espessura da película para que produza a reflexão mínima no centro do espectro visível. Considere o comprimento de onda $\lambda = 5\,500$ Å, o índice de refração do vidro $n_v = 1{,}50$ e o da película $n_p = 1{,}30$. Admita a incidência luminosa como quase perpendicular ao espelho.

Resposta: 1 058 Å

110 (Olimpíada Brasileira de Física) Ondas de 6 cm de comprimento, produzidas na superfície de um tanque, propagam-se com uma velocidade de 0,06 m/s. Essas ondas encontram um anteparo com uma abertura de 3 cm. Pode-se afirmar que:

a) ocorre difração e o comprimento de onda, após a abertura, é metade da anterior.
b) ocorreu difração e a frequência das ondas é sempre 1 Hz.
c) ocorre refração e a velocidade de propagação das ondas aumentou.
d) ocorre refração, embora as ondas se desloquem na mesma direção.
e) as ondas sofrem reflexão, porque a abertura é menor que o comprimento de onda.

Resolução:

Sendo o comprimento de onda (6 cm) maior que a abertura da fenda (3 cm) atingida, ocorrerá **difração**. A frequência da onda, que não sofre alteração devido à difração, é:

$v = \lambda f$

$0{,}06 = 0{,}06 \cdot f$

f = 1 Hz

Resposta: b

111 (ITA-SP) "Cada ponto de uma frente de onda pode ser considerado a origem de ondas secundárias tais, que a envoltória dessas ondas forma a nova frente de onda."

I. Trata-se de um princípio aplicável somente a ondas transversais.
II. Tal princípio é aplicável somente a ondas sonoras.
III. É um princípio válido para todos os tipos de ondas, tanto mecânicas quanto eletromagnéticas.

Das afirmativas, pode-se dizer que:

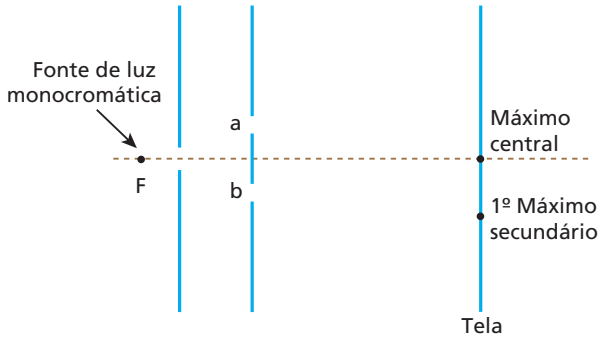
a) somente I é verdadeira.
b) todas são falsas.
c) somente III é verdadeira.
d) somente II é verdadeira.
e) I e II são verdadeiras.

Resolução:

I. Falsa.
Esse princípio é aplicável a qualquer tipo de onda.
II. Falsa.
III. Verdadeira.

Resposta: c

112 Na montagem da experiência de Young, esquematizada abaixo, **F** é uma fonte de luz monocromática de comprimento de onda igual a **λ**.



Na região onde se localiza o primeiro máximo secundário, qual a diferença entre os percursos ópticos dos raios provenientes das fendas **a** e **b**?

Resolução:

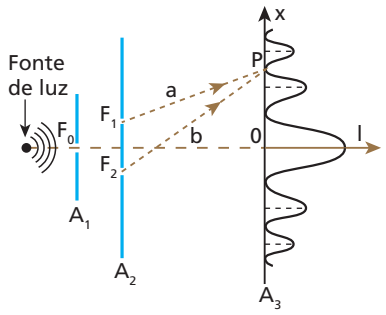
$\Delta x = N\frac{\lambda}{2}$

Para 1º máximo, temos N = 2

$\Delta x = 2\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ **$\Delta x = \lambda$**

Resposta: λ

113 (UFBA) Na experiência de Thomas Young, a luz monocromática difratada pelas fendas F_1 e F_2 se superpõe na região limitada pelos anteparos A_2 e A_3, produzindo o padrão de interferência mostrado na figura.

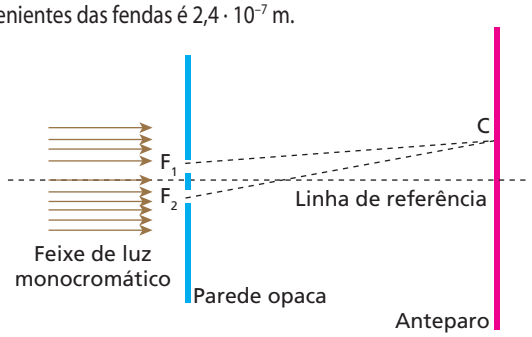


Sabendo que a luz utilizada tem frequência igual a $6{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz e se propaga com velocidade de módulo igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, determine, em unidades do Sistema Internacional, a diferença entre os percursos ópticos **a** e **b** dos raios que partem de F_1 e F_2 e atingem o ponto **P**.

Resolução:
Na figura observamos que em **P** ocorre interferência destrutiva.
Assim:
$\Delta x = b - a$
$N \frac{\lambda}{2} = b - a,$
em que (N = 3)
No entanto: $v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$
Então:
$\frac{3}{2} \cdot \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{6{,}0 \cdot 10^{14}} = b - a \Rightarrow \boxed{(b - a) = 7{,}5 \cdot 10^{-7}\ m}$

Resposta: $7{,}5 \cdot 10^{-7}$ m

114 (FURG-RS) A figura mostra a montagem da experiência de Young sobre o fenômeno da interferência da luz. Um feixe de luz monocromático incide perpendicularmente sobre a parede opaca da esquerda, que tem duas fendas F_1 e F_2, próximas entre si. A luz, após passar pelas fendas, forma uma figura de interferência no anteparo da direita. O ponto **C** é a posição da primeira franja escura, contada a partir da franja clara central. A diferença de percurso entre as luzes provenientes das fendas é $2{,}4 \cdot 10^{-7}$ m.



Cor	Comprimento de onda
Vermelha	$6{,}5 \cdot 10^{-7}$ m
Amarela	$5{,}7 \cdot 10^{-7}$ m
Verde	$5{,}4 \cdot 10^{-7}$ m
Azul	$4{,}8 \cdot 10^{-7}$ m
Violeta	$4{,}5 \cdot 10^{-7}$ m

De acordo com a tabela dada, identifique qual é a cor da luz do experimento.
a) Vermelha. c) Verde. e) Violeta.
b) Amarela. d) Azul.

Resolução:
No ponto **C**, encontramos a primeira franja escura (N = 1).
Assim:
$\Delta x = N \frac{\lambda}{2}$
$2{,}4 \cdot 10^{-7} = 1 \frac{\lambda}{2}$
$\lambda = 4{,}8 \cdot 10^{-7}$ m
Na tabela, observamos que esse comprimento de onda corresponde à luz de cor **azul**.

Resposta: d

115 (Cesubra-DF) Um ser humano é capaz de perceber sons que variam entre 20 Hz e 20 kHz. Ondas semelhantes, acima de 20 kHz, são chamadas de ultrassom. Na Medicina, o ultrassom, com frequências entre $1{,}0 \cdot 10^6$ Hz e $10 \cdot 10^6$ Hz é utilizado para analisar órgãos internos do corpo humano. Já, o olho humano é capaz de perceber ondas de frequências compreendidas entre $4{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz e $7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz e, imediatamente acima desta última, tem-se o ultravioleta, que, em excesso, pode provocar o aparecimento de câncer de pele. A velocidade de propagação do som nos sólidos tem valor próximo a 1 500 m/s e da luz no ar (ou vácuo), aproximadamente 300 000 km/s. Com base no texto e nos seus conhecimentos sobre o assunto, julgue os itens a seguir, classificando-os como verdadeiros ou falsos.

(1) Quando um paciente submete-se ao exame de ultrassom, seu corpo é permeado por ondas mecânicas cujos comprimentos de onda variam entre 0,15 mm e 1,5 mm.
(2) Ondas de rádio são mecânicas e suas frequências estão compreendidas entre 20 Hz e 20 kHz.
(3) Quando um olho emetrope percebe a luz solar, as células da retina (os cones e os bastonetes) sensibilizam-se, porque estão recebendo ondas cujos comprimentos estão compreendidos entre $4{,}0 \cdot 10^{-7}$ m e $6{,}6 \cdot 10^{-7}$ m, aproximadamente.
(4) Admitindo que a velocidade de propagação do som no ar seja igual a 340 m/s, um trovão que é ouvido 4 s após a visualização do relâmpago indica que o trovão e o relâmpago ocorreram a 1 360 m do observador, aproximadamente.
(5) É impossível que uma onda sonora sofra interferência com uma onda luminosa.

Resolução:
(1) Verdadeiro.
$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$
Ultrassom utilizado na medicina:
$\lambda_{mín} = \frac{1\,500}{10 \cdot 10^6}$ m $\Rightarrow \lambda_{mín} = 0{,}15$ mm
$\lambda_{máx} = \frac{1\,500}{1{,}0 \cdot 10^6}$ m $\Rightarrow \lambda_{máx} = 1{,}5$ mm
(2) Falso.
Ondas de rádio são ondas eletromagnéticas.
(3) Verdadeiro.
$\lambda = \frac{v}{f}$
Luz visível.
$\lambda_{mín} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{7{,}5 \cdot 10^{14}}$ m $\Rightarrow \lambda_{mín} = 4{,}0 \cdot 10^{-7}$ m
$\lambda_{máx} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{4{,}5 \cdot 10^{14}}$ m $\Rightarrow \lambda_{máx} = 6{,}6 \cdot 10^{-7}$ m

(4) Verdadeiro.
$d = v\ \Delta t$
$d = 340 \cdot 4\ (m)$
$d = 1\,360\ m$

(5) Verdadeiro.
O fenômeno da interferência somente ocorre entre ondas de mesma natureza.

Respostas: V, F, V, V, V

116 (Unesp-SP) O princípio físico fundamental para entender o forno de micro-ondas baseia-se no conceito de ressonância. Na parte superior da parede, numa das laterais do forno, encontra-se o *magnetron*, que é a fonte de micro-ondas e que determina a frequência dessas ondas eletromagnéticas. Por sua vez, as dimensões do forno são adequadas para que se formem ondas estacionárias no seu interior. Os antinodos formados por essas ondas estacionárias podem ser visualizados por manchas mais escuras em um papel fotossensível (como os de aparelhos de fax) deixado no forno durante período breve de funcionamento.

a) Quais grandezas físicas variam periodicamente dando origem às micro-ondas?
b) Calcule a velocidade das micro-ondas de um forno, sabendo que a distância entre o centro de duas manchas no papel de fax foi da ordem de 6 cm e que a frequência, indicada pelo fabricante, é 2,45 GHz.

Resolução:

a) A intensidade da corrente alternada, no interior do *magnétron*, varia periodicamente. Essa variação produz um campo elétrico e outro magnético, de intensidades variáveis com o tempo, que caracterizam a onda eletromagnética emitida.

b) $6\ cm = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1{,}2\ cm = 12 \cdot 10^{-2}\ m$

Sendo:
$v = \lambda f$,
temos:
$v = 12 \cdot 10^{-2} \cdot 2{,}45 \cdot 10^{9}\ (m/s)$

$v = 2{,}94 \cdot 10^{8}\ m/s$

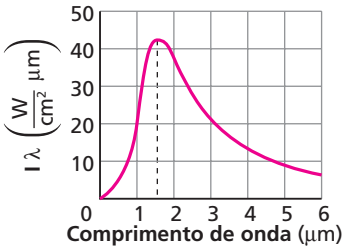
Respostas: a) Intensidade da corrente alternada, do campo elétrico e do campo magnético; b) $2{,}94 \cdot 10^{8}$ m/s

117 Em 1894, o físico alemão Wilhelm Wien (1864-1928) propôs que o produto entre o comprimento de onda da radiação de máxima intensidade emitida por um corpo ($\lambda_{máx}$) e sua respectiva temperatura absoluta (T) é aproximadamente constante, conforme a expressão

$$\lambda_{máx}\, T \simeq 3{,}0 \cdot 10^{3}\ (\mu mK)$$

A radiação térmica proveniente de uma fornalha utilizada para fundir materiais pode ser analisada por um espectrômetro. A intensidade das radiações emitidas por essa fornalha a uma determinada temperatura foi registrada pelo equipamento em função do comprimento de onda correspondente, obtendo-se a curva espectral a seguir.

Resolução:



De acordo com as informações do texto e do gráfico e adotando-se para a intensidade da velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas o valor $3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s, pode-se afirmar que a temperatura da fornalha e a frequência da radiação de máxima intensidade emitida valem, respectivamente:

a) $3{,}0 \cdot 10^{3}$ K e $5{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
b) $3{,}0 \cdot 10^{3}$ K e $2{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
c) $2{,}0 \cdot 10^{3}$ K e $5{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
d) $2{,}0 \cdot 10^{3}$ K e $2{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
e) $5{,}0 \cdot 10^{3}$ K e $2{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz.

Resposta: d

118 Informações são guardadas em discos CD por meio de sequências de traços ao longo da superfície do disco, as quais são varridas por um feixe de *laser* durante a leitura.
Analise as proposições a seguir.

(01) No vácuo, a velocidade das ondas eletromagnéticas que formam o feixe de *laser* é de 300 000 km/s.
(02) As ondas eletromagnéticas que formam o feixe de *laser* podem deslocar-se através de fibras ópticas, sofrendo sucessivas reflexões totais.
(04) Qualquer feixe de *laser*, tal como o feixe empregado na leitura de um CD, é formado por ondas eletromagnéticas de vários comprimentos de onda.
(08) Todo feixe de *laser* é formado por fótons de frequência bem definida.
(16) A leitura de um disco CD é realizada com base no fenômeno da interferência de ondas.
(32) A leitura de um disco CD é feita de maneira digital (binária), isto é, *laser* refletido fortalecido: dígito 1; *laser* refletido enfraquecido: dígito 0.
(64) A leitura de um disco CD também pode ser realizada com o emprego de ondas mecânicas.

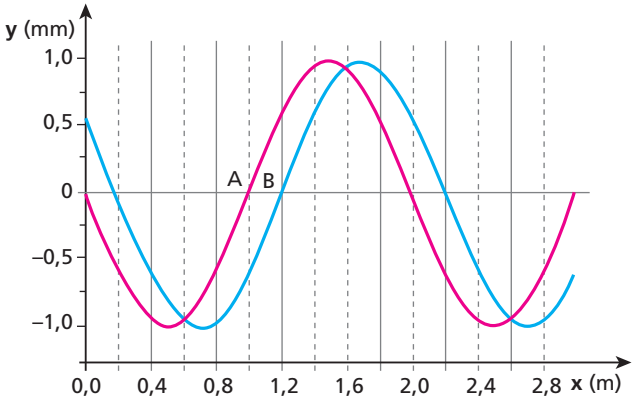
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução:

(01) Correta.
(02) Correta.
(04) Incorreta.
O *laser* é constituído por um feixe de luz coerente (em concordância de fase) e de uma só frequência (de um só comprimento de onda).
(08) Correta.
(16) Correta.
(32) Correta.
Laser refletido fortalecido = interferência construtiva.
Laser refletido enfraquecido = interferência destrutiva.
(64) Incorreta.
A leitura somente pode ser feita com ondas eletromagnéticas.

Resposta: 59

119 As curvas **A** e **B** representam duas fotografias sucessivas de uma onda transversal que se propaga numa corda. O intervalo de tempo entre as fotografias é de 0,008 s e é menor que o período da onda.



Pede-se para determinar:

a) a amplitude (**A**), o comprimento de onda (**λ**) e a frequência (**f**) da onda que se propaga ao longo da corda;

b) a intensidade (**v**) da velocidade de propagação.

Resolução:

a) Na figura:

$\boxed{A = 1{,}0 \text{ mm}}$

$\boxed{\lambda = 2{,}0 \text{ m}}$

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lambda \ f$

$\frac{0{,}2}{0{,}008} = 2{,}0 \ f$

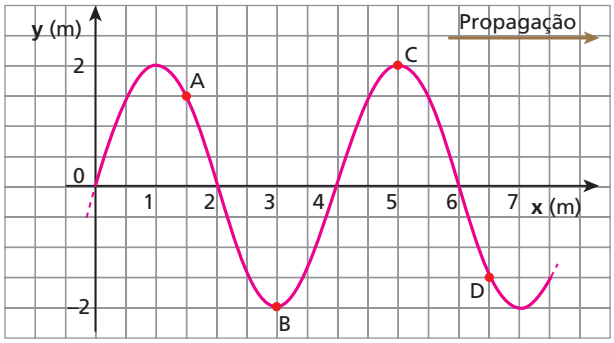
$\boxed{f = 1{,}25 \text{ Hz}}$

b) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}2 \text{ m}}{0{,}008 \text{ s}}$

$\boxed{v = 25 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 1,0 mm, 2,0 m, 12,5 Hz; b) 25 m/s

120 A figura representa no instante $t_0 = 0$ um trecho de uma corda elástica e não-absorvedora percorrida por um trem de ondas harmônicas que se propagam para a direita, com velocidade de intensidade igual a 2 m/s.



Considerando o referencial cartesiano 0xy, responda:

a) Qual a equação das ondas, y = f(x, t), dada em unidades do SI?

b) Qual a defasagem, em radianos, entre os pontos **A** e **D**?

c) Os pontos **B** e **C** estão vibrando em concordância ou em oposição de fase? Justifique.

Resolução:

a) Do gráfico:

$\lambda = 4 \text{ m}$

$A = 2 \text{ m}$

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$

Como: $v = \lambda f$,

temos: $2 = 4 \ f \Rightarrow f = \frac{1}{2} \text{ Hz}$

Assim, a equação de onda é dada por:

$y = A \cos\left[2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$

$\boxed{y = 2 \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right]} \text{ (SI)}$

b) $\Delta\varphi_{AD} = \varphi_A - \varphi_D$

$\Delta\varphi_{AD} = \left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{1{,}5}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right] - \left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{6{,}5}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right] \text{ (rad)}$

$\Delta\varphi_{AD} = 2\pi\left(\frac{6{,}5}{4} - \frac{1{,}5}{4}\right) \text{ (rad)}$

$\boxed{\Delta\varphi_{AD} = \frac{5\pi}{2} \text{ rad}}$

c) $\Delta\varphi_{BC} = \varphi_B - \varphi_C$

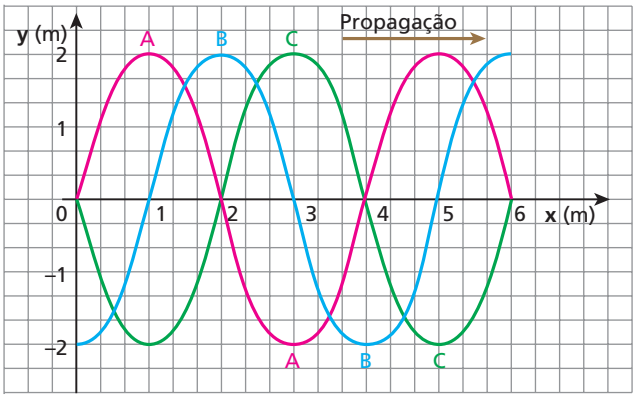
$\Delta\varphi_{BC} = 2\pi\left(\frac{5 - 3}{4}\right) \text{ (rad)}$

$\Delta\varphi_{BC} = \pi \text{ rad}$

Os pontos **B** e **C** estão em **oposição de fase**.

Respostas: a) $y = 2 \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$ (SI); b) $\frac{5\pi}{2}$ rad; c) Oposição de fase.

121 A figura seguinte representa três fotografias do mesmo trecho de uma corda, por onde se propaga um trem de ondas sinusoidais sem dissipação de energia.



A primeira fotografia, identificada pela letra **A**, foi obtida no instante t = 0; a segunda, **B**, foi obtida no instante t = 0,05 s e a terceira, **C**, no instante t = 0,10 s. Em relação ao sistema cartesiano xOy, determine:

a) a velocidade de propagação das ondas;

b) o comprimento de onda, a frequência e o período;

c) a "equação" y = f(x, t) das ondas referidas.

Resolução:

a) $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{1\ m}{0{,}05\ s}$

$\boxed{v = 20\ m/s}$

b) Do gráfico:

$\lambda = 4\ m$

$v = \lambda f \Rightarrow 20 = 4\ f \Rightarrow \boxed{f = 5\ Hz}$

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{5}\ s \Rightarrow \boxed{T = 0{,}2\ s}$

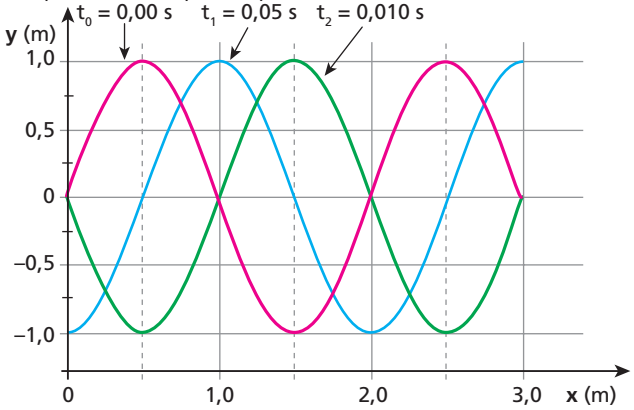
c) $y = A \cos\left[2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$

$\boxed{y = 2 \cos\left[2\pi\left(5t - \frac{x}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right]\ (SI)}$

Observe que $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ porque o ponto **O** da corda começa no zero e oscila para valores negativos.

Respostas: a) v = 20 m/s; b) 4 m, 5 Hz, 0,2 s;
c) $y = 2 \cos\left[2\pi\left(5t - \frac{x}{4}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$ (SI)

122 O esquema abaixo representa três fotografias consecutivas e superpostas de um mesmo trecho de uma corda elástica, ao longo da qual se propaga um trem de ondas harmônicas. O intervalo de tempo entre duas fotografias consecutivas é maior que um período das ondas, porém, menor que dois períodos.



A partir da figura, determine:

a) a amplitude e o comprimento de onda das ondas;

b) a intensidade da velocidade de propagação, bem como a frequência, admitindo-se dois casos: as ondas propagam-se no sentido positivo do eixo 0x; as ondas propagam-se no sentido negativo do eixo 0x.

Resolução:

a) Da figura, temos:

$\boxed{A = 1{,}0\ m}$

$\boxed{\lambda = 2{,}0\ m}$

b) No sentido positivo de **Ox**:

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2{,}5\ m}{0{,}05\ s}$

$\boxed{v = 5{,}0\ m/s}$

Observe que, entre duas fotos consecutivas, há um intervalo de tempo maior que um período.

$v = \lambda f$

$50 = 2{,}0\ f \Rightarrow \boxed{f = 25\ Hz}$

No sentido negativo de **Ox**:

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3{,}5\ m}{0{,}05\ s}$

$\boxed{v = 70\ m/s}$

$v = \lambda f$

$70 = 2{,}0\ f \Rightarrow \boxed{f = 35\ Hz}$

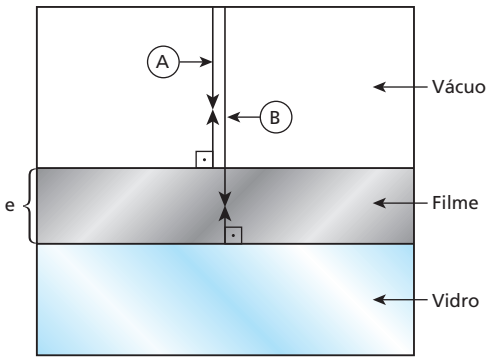
Respostas: a) 1,0 m, 2,0 m; b) 50 m/s e 25 Hz, 70 m/s e 35 Hz

123 (UFC-CE) Um método muito usado para inibir a reflexão da luz em vidros é recobri-los com um filme fino e transparente. A espessura mínima, em nm, que um filme fino com índice de refração 1,25 deve ter para que uma luz de comprimento de onda igual a 620 nm, no vácuo, não seja refletida, quando incide praticamente normal a um vidro de índice de refração 1,50, é:

a) 155.
b) 124.
c) 112.
d) 103.

Resolução:

Para inibir a reflexão, os raios refletidos **A** e **B** da figura devem interferir destrutivamente (ID).



Assim:

$\Delta x = 2e = N\frac{\lambda}{2}$ (N = 1, 2, 3, ...),

mas:

$\frac{\lambda_F}{\lambda_0} = \frac{n_0}{n_F} \Rightarrow \frac{\lambda_F}{620} = \frac{1{,}00}{1{,}25}$

$\lambda_F = 496\ nm$

Portanto:

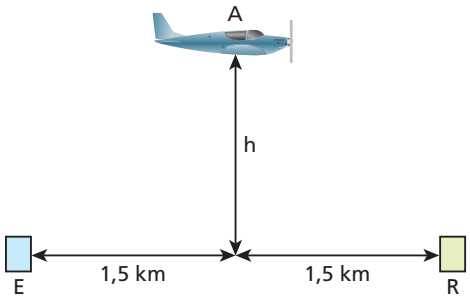
$2\,e_{mín} = 1 \cdot \frac{496}{2}\ (nm)$

$\boxed{e_{mín} = 124\ nm}$

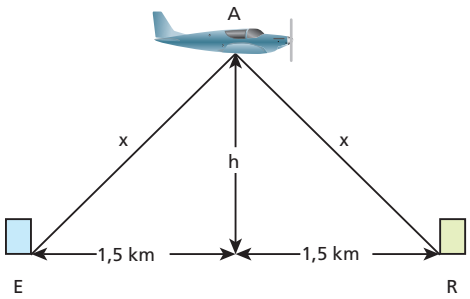
Resposta: b

124 (UFC-CE) Uma estação (**E**) de rádio AM, transmitindo na frequência f = 750 kHz, está sendo sintonizada por um receptor (**R**), localizado a 3,0 km de distância. A recepção é, momentaneamente, interrompida devido a uma interferência destrutiva entre a onda que chega direto da estação e a que sofre reflexão no avião (**A**), que voa a uma altura **h**, a meio caminho entre a estação e o receptor (veja figura abaixo). Determine o menor valor possível de **h**. A velocidade da luz no ar é $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

Obs.: a onda refletida sofre uma inversão de fase.



Resolução:



$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$

$2x - 3000 = \frac{N}{2}\ \frac{v}{f}$

$2x - 3000 = \frac{N}{2}\ \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{750 \cdot 10^3}$

$2x - 3000 = N\ \ 200$

Por causa da reflexão com inversão de fase no avião, a condição para ID em **R** é N = 2.

Assim:

$2x - 3000 = 2 \cdot 200$

$2x = 3400$

$x = 1700$ m

Por Pitágoras:

$x^2 = h^2 + (1500)^2$

$(1700)^2 = h^2 + (1700)^2$

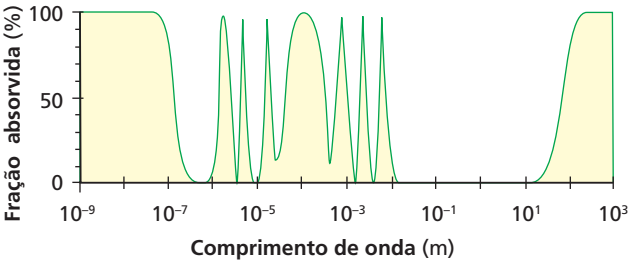
$h^2 = 2890000 - 2250000$

$h^2 = 640000$

$\boxed{h = 800 \text{ m}}$

Resposta: 800 m

125 (Unicamp-SP) O sistema GPS (*Global Positioning System*) consiste em um conjunto de satélites em órbita em torno da Terra que transmitem sinais eletromagnéticos para receptores na superfície terrestre. A velocidade de propagação dos sinais é de 300 000 km/s. Para que o sistema funcione bem, a absorção atmosférica desse sinal eletromagnético deve ser pequena. A figura a seguir mostra a porcentagem de radiação eletromagnética absorvida pela atmosfera em função do comprimento de onda.



a) A frequência do sinal GPS é igual a 1 500 MHz. Qual o comprimento de onda correspondente? Qual a porcentagem de absorção do sinal pela atmosfera?

b) Uma das aplicações mais importantes do sistema GPS é a determinação da posição de um receptor na Terra. Essa determinação é feita por meio da medida do tempo que o sinal leva para ir do satélite até o receptor. Qual é a variação Δt na medida do tempo feita pelo receptor que corresponde a uma variação na distância satélite-receptor de $\Delta x = 100$ m? Considere que a trajetória do sinal seja retilínea.

Resolução:

a) $v = \lambda f$

$3{,}0 \cdot 10^8 = \lambda\ \ 1{,}5 \cdot 10^9$

$\boxed{\lambda = 2{,}0 \cdot 10^{-1} \text{m}}$

No gráfico, observamos que, para esse comprimento de onda, a fração absorvida pela atmosfera é nula.

b) $\Delta x = d_2 - d_1 = 100$ m

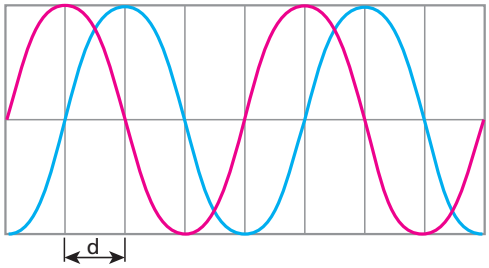
Como: $\Delta x = v\ \ \Delta t$,

temos: $100 = 3{,}0 \cdot 10^8\ \ \Delta t$

$\boxed{\Delta t \simeq 3{,}3 \cdot 10^{-7} \text{ s}}$

Respostas: a) 0,2 m, nula; b) $3{,}3 \cdot 10^{-7}$ s

126 A figura mostra uma onda progressiva em dois instantes de tempo: $t_1 = 1{,}0$ s (——) e $t_2 = 9{,}0$ s (——). Se a distância indicada for d = 2,0 m, o período (em segundos) da onda não poderá ser igual a:



a) 32. b) 16. c) 6,4. d) 3,5. e) 2,5.

Resolução:

Do gráfico:

$\lambda = 4\ \ d = 4 \cdot 2{,}0$ m

$\lambda = 8{,}0$ m

Como: $v = \lambda\ \ \frac{1}{T}$ e $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Então: $T = \frac{\lambda \Delta t}{\Delta s}$

Entre a situação de linha cheia (t_1=1,0 s) e a da linha tracejada (t_2 = 9,0 s), a onda pode ter percorrido a distância:

1) d = 2,0 m

$$T_1 = \frac{8,0\ (9,0 - 1,0)}{2,0} \Rightarrow T_1 = 32\ s$$

2) $d + \lambda = (2,0 + 8,0)$ m = 10 m

$$T_2 = \frac{8,0\ (9,0 - 1,0)}{10} \Rightarrow T_2 = 6,4\ s$$

3) $d + 2\lambda = (2,0 + 2 \cdot 8,0)$ m = 18 m

$$T_3 = \frac{8,0\ (9,0 - 1,0)}{18} \Rightarrow T_3 \simeq 3,6\ s$$

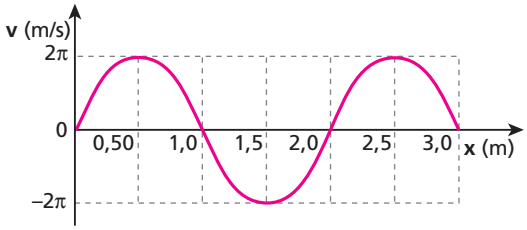
4) $d + 3\lambda = (2,0 + 3 \cdot 8,0)$ m = 26 m

$$T_4 = \frac{8,0\ (9,0 - 1,0)}{26} \Rightarrow T_4 \simeq 2,5\ s$$

Portanto, o único valor não possível é de 16 s.

Resposta: b

127 Considere uma onda senoidal propagando-se com velocidade igual a 4,0 m/s ao longo de uma corda elástica coincidente com um eixo de referência Ox. O gráfico mostra, em determinado instante, os valores algébricos das velocidades transversais de alguns pontos da corda, compreendidos entre as posições $x_0 = 0$ e $x_1 = 3,0$ m.



a) Determine a frequência e a amplitude da onda.
b) No instante considerado, qual será o perfil da corda compreendido entre as posições $x_0 = 0$ e $x_1 = 3,0$ m?
c) Calcule, no instante considerado, o valor algébrico da aceleração do ponto da corda situado na posição x = 2,0 m.

Resolução:

a) Entre a posição de equilíbrio (x = 0) e uma das posições de inversão (v = 0), a distância corresponde à amplitude do MHS.

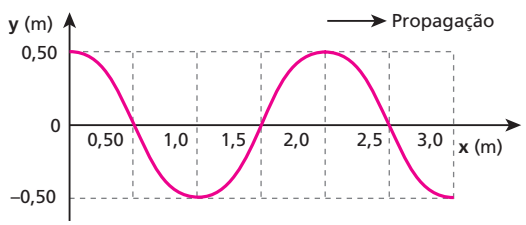
$\boxed{A = 0,50\ m}$

Uma oscilação completa ocorre em um trecho de 2,0 m de corda.
Assim, $\lambda = 2,0$ m.

$v = \lambda f \Rightarrow 4,0 = 2,0\ f$

$\boxed{f = 2,0\ Hz}$

b)



Quando a velocidade é nula, a elongação é máxima.

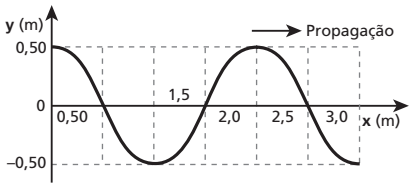
c) No ponto x = 2,0 m, a velocidade da corda é nula e a aceleração é determinada por:

$\gamma = -a\omega^2 = -a(2\pi f)^2$

$\gamma = -0,50\ (2\pi\ 2,0)^2 \Rightarrow \boxed{\gamma = -8\pi^2\ m/s^2}$

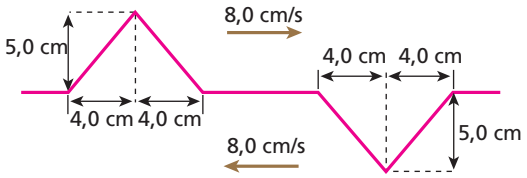
Respostas: a) 2,0 Hz, 0,50 m;

b)



c) $-8\pi^2\ m/s^2$

128 Dois pulsos triangulares, de mesma largura e amplitude, propagam-se em oposição de fase ao longo de uma corda elástica, não-dispersiva e de densidade linear igual a 10 g/cm.

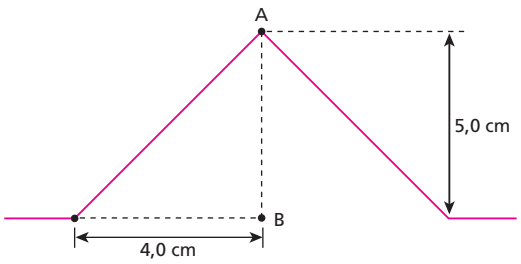


Suas velocidades são opostas, apresentando módulo de 8,0 cm/s. Sabendo que cada pulso transporta uma energia potencial elástica de $4,0 \cdot 10^{-4}$ J, calcule:

a) a energia cinética transportada por pulso antes de eles estarem superpostos;
b) a energia cinética total associada ao sistema no instante em que os pulsos estiverem perfeitamente superpostos.

Resolução:

a)



O ponto **A** atinge a posição **B** no mesmo tempo em que a onda percorre 4,0 cm.

$$v_{onda} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 8,0 = \frac{4,0}{\Delta t}$$

$\Delta t = 0,50$ s

Assim, a velocidade de fase do ponto **A** é dada por :

$$v_A = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5,0\ cm}{0,5\ s}$$

$v_A = 10$ cm/s = 0,10 m/s

Portanto:

$$E_C = \frac{m\ v^2}{2}$$

mas: $\delta = \frac{m}{L} \Rightarrow m = \delta\ L$

Então:

$$E_C = \frac{\delta L v^2}{2} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}0\,(0{,}10)^2}{2}\ (J)$$

$$\boxed{E_C = 4{,}0 \cdot 10^{-4}\ (J)}$$

b) Quando os pulsos estão superpostos, ocorre a ID, sendo sendo que toda a energia mecânica existente está sob a forma de energia cinética.

$E_T = 2\,(E_C + E_P)$

$E_T = 2\,(4{,}0 \cdot 10^{-4} + 4{,}0 \cdot 10^{-4})$

$$\boxed{E_T = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\ (J)}$$

Respostas: a) $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ J; b) $1{,}6 \cdot 10^{-3}$ J

129 Uma emissora de rádio AM opera com frequência de 600 kHz e sua antena transmissora está distante 180 km de um determinado aparelho receptor. Entre a antena e o receptor o solo é praticamente plano e horizontal e não existem barreiras pejudicando a propagação das ondas de telecomunicações, que, no local, têm velocidade de intensidade $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. O sinal que atinge o receptor chega por dois caminhos: o direto e o via reflexão na ionosfera, admitida paralela à superfície terrestre e situada, num instante $t_0 = 0$, a 120 km de altitude. Nesse instante, o receptor recebe um sinal resultante reforçado como consequência da interferência construtiva ocorrida entre os dois sinais que o atingem. Em seguida, o sinal captado torna-se mais fraco, voltando, pela primeira vez, a apresentar-se intensificado como antes no instante t = 2,6 min. Isso pode ser explicado pelo fato de a ionosfera ter-se aproximado do solo com uma velocidade escalar média do módulo **v**.

a) Calcule o comprimento de onda **λ** das ondas irradiadas pela emissora.

b) Determine o valor de **v**.

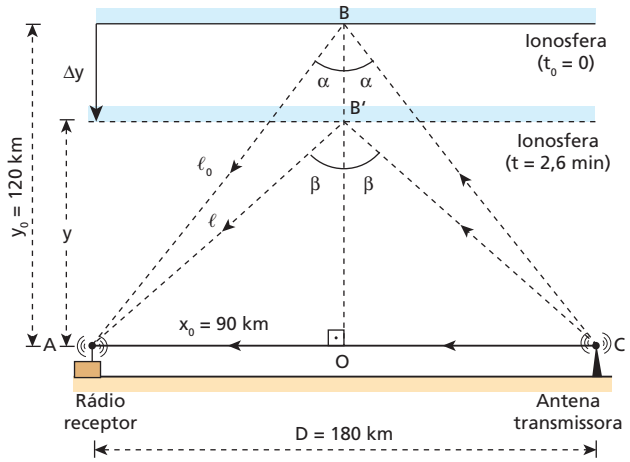
Resolução:

a) $v = \lambda f$

$3{,}0 \cdot 10^8 = \lambda\ \ 600 \cdot 10^3$

$$\boxed{\lambda = 500\ m}$$

b) Observemos o esquema a seguir:



No triângulo ABO, temos:

$\ell_0^2 = 90^2 + 120^2$

$\ell_0 = 150$ km

Diferença de percursos entre a onda direta (AC) e a refletida (ABC):

$\Delta x_0 = 2\ell_0 - D$

$\Delta x_0 = 2\ (150) - 180\ \ (km)$

$\Delta x_0 = 120$ km

No instante t = 2,6 min, deve ocorrer nova interferência construtiva. Assim:

$\Delta x = \Delta x_0 - \lambda$

$\Delta x = 120\,000 - 500\ \ (m)$

$\Delta x = 119\,500$ m

Esse Δx é a nova diferença de percurso:

$\Delta x = 2\ell - D$

$119\,500 = 2\ell - 180\,000$

$\ell = 149\,750$ m

No triângulo AB'O, temos:

$\ell^2 = x_0^2 + y^2$

$(149\,750)^2 = (90\,000)^2 + y^2$

$y = 119\,687{,}35$ m

Portanto:

$\Delta y = y - y_0$

$\Delta y = 119\,687{,}35 - 120\,000\ \ (m)$

$\Delta y = -312{,}65$ m

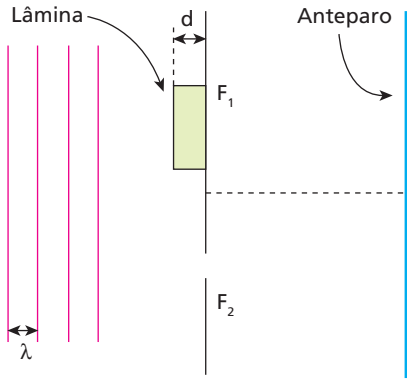
e:

$$v = \frac{|\Delta y|}{\Delta t} = \frac{312{,}65\ m}{2{,}6 \cdot 60\ s}$$

$$\boxed{v \simeq 2{,}0\ m/s}$$

Respostas: a) 500 m; b) ≃ 2,0 m/s

130 (ITA-SP) Num experimento de duas fendas de Young, com luz monocromática de comprimento de onda **λ**, coloca-se uma lâmina delgada de vidro ($n_v = 1{,}6$) sobre uma das fendas.
Isso produz um deslocamento das franjas na figura de interferência. Considere que o efeito da lâmina é alterar a fase da onda. Nessas circunstâncias, pode-se afirmar que a espessura **d** da lâmina, que provoca o deslocamento da franja central brilhante (ordem zero) para a posição que era ocupada pela franja brilhante de primeira ordem, é igual a:



a) 0,38 λ.
b) 0,60 λ.
c) λ.
d) 1,2 λ.
e) 1,7 λ.

Resolução:

Cálculo da diferença de fase entre as ondas:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{T}\,(\Delta t_L - \Delta t_0)$$

em que:

$\Delta t_L \rightarrow$ tempo para a onda atravessar a lâmina;

$\Delta t_0 \rightarrow$ tempo para a onda percorrer igual distância no vácuo.

Como:

$\Delta t_L = \frac{d}{V_L}$ e $V_L = \frac{c}{n}$

Temos: $\Delta t_L = \frac{dn}{c}$

mas: $v = \lambda f \Rightarrow c = \lambda \frac{1}{T}$

Então: $\Delta t_L = \frac{dnT}{\lambda}$

Não existindo a lâmina, a distância **d** percorrida pela onda no vácuo:

$d = c\Delta t_0 \Rightarrow d = \frac{\lambda \Delta t_0}{T} \Rightarrow \Delta t_0 = \frac{d\,T}{\lambda}$

Assim:

$\Delta t_L - \Delta t_0 = \frac{nd\,T}{\lambda} - \frac{d\,T}{\lambda}$

$\Delta t_L - \Delta t_0 = \frac{d\,T}{\lambda}(n - 1)$

e

$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{T} \frac{d\,T}{\lambda}(n - 1)$

$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}(n - 1)$

Para que a franja de ordem 1 tenha interferência construtiva, vem:

$\Delta\varphi = 2\pi$ rad

$\frac{2\pi d}{\lambda}(n - 1) = 2\pi$

$d = \frac{\lambda}{n - 1} = \frac{\lambda}{1{,}6 - 1} = \frac{\lambda}{0{,}6}$

$d \simeq 1{,}7\,\lambda$

Resposta: e

Tópico 3

1 (Vunesp-SP) Nas últimas décadas, o cinema tem produzido inúmeros filmes de ficção científica com cenas de guerras espaciais, como *Guerra nas estrelas*. Com exceção de *2001, uma odisseia no espaço*, essas cenas apresentam explosões com estrondos impressionantes, além de efeitos luminosos espetaculares, tudo isso no espaço interplanetário.

a) Comparando *Guerra nas estrelas*, que apresenta efeitos sonoros de explosão, com *2001, uma odisseia no espaço*, que não os apresenta, qual deles está de acordo com as leis da Física? Justifique.

b) E quanto aos efeitos luminosos que todos apresentam? Justifique.

Respostas: a) *2001, uma odisseia no espaço*, pois o som (onda mecânica) não se propaga no espaço interplanetário. b) Os efeitos luminosos estão de acordo com a Física porque a luz (onda eletromagnética) se propaga no espaço interplanetário.

2 **E.R.** Uma fonte sonora emite um som com 440 Hz de frequência à beira de um lago. Nas condições em que o ar se encontra, o som se propaga nele a 352 m/s. Na água, sua velocidade de propagação é de 1 496 m/s, aproximadamente. Calcule o comprimento de onda do som dessa fonte:

a) no ar;

b) na água.

Resolução:

a) Sendo f = 440 Hz e v = 352 m/s, e lembrando que $v = \lambda f$, temos:

$$v = \lambda f \Rightarrow 352 = \lambda \cdot 440 \Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}80 \text{ m}}$$

b) Como você já sabe, a frequência de uma onda não se altera quando ela passa de um meio para outro (refração). Então, na água temos f = 440 Hz e v = 1 496 m/s:

$$v = \lambda f \Rightarrow 1496 = \lambda \cdot 440 \Rightarrow \boxed{\lambda = 3{,}4 \text{ m}}$$

3 Um ser humano com boa audição é capaz de ouvir vibrações acústicas entre 20 Hz e 20 000 Hz aproximadamente. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, determine os comprimentos de onda do som mais grave (mais baixo) e do som mais agudo (mais alto) que ele consegue ouvir.

Resolução:

$$\lambda = \frac{v}{f} \begin{cases} \lambda_{maior} = \dfrac{340}{20} \Rightarrow \boxed{\lambda_{maior} = 17 \text{ m}} & \text{(som mais grave)} \\ \lambda_{menor} = \dfrac{340}{20\,000} \Rightarrow \boxed{\lambda_{menor} = 7 \text{ mm}} & \text{(som mais agudo)} \end{cases}$$

Respostas: 17 m e 17 mm, respectivamente.

4 Durante um *show* à beira do mar, uma guitarra emite uma onda sonora que se propaga no ar com velocidade **v**, comprimento de onda **λ** e frequência **f**. Essa onda penetra na água, onde se propaga com velocidade **v′**, comprimento de onda **λ′** e frequência **f′**. Sabendo que **v′** é maior que **v**, compare **λ′** com **λ** e **f′** com **f**.

Resolução:

λ′ é maior que **λ** e **f′** é igual a **f**.

Resposta: $\lambda' > \lambda$, $f' = f$

5 Os morcegos emitem ultra-sons. O menor comprimento de onda produzido no ar pela maioria dos morcegos é aproximadamente igual a $33 \cdot 10^{-4}$ m. Considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s, qual a frequência mais elevada que esses morcegos podem emitir?

Resolução:

$$f_{máx} = \frac{v}{\lambda_{mín}} = \frac{330}{33 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \boxed{f_{máx} = 100 \text{ kHz}}$$

Resposta: 100 kHz

6 Julgue as afirmações a seguir:

I. Todo som alto tem grande intensidade.

II. Sons baixos são aqueles que têm pequena intensidade.

III. Quanto maior a frequência de um som, mais alto ele é.

IV. A diferença entre um som forte e um som fraco está na frequência.

É (são) correta(s):

a) todas.

b) somente a I e a II.

c) somente a III e a IV.

d) somente a III.

e) somente a I, a II e a IV.

Resposta: d

7 Quais as frequências dos sons uma oitava acima e uma oitava abaixo de um som de 400 Hz?

Resolução:

Uma oitava acima: $f = 2 \cdot 400 \Rightarrow \boxed{f = 800 \text{ Hz}}$

Uma oitava abaixo: $f = \dfrac{400}{2} \Rightarrow \boxed{f = 200 \text{ Hz}}$

Respostas: 800 Hz e 200 Hz respectivamente.

8 Uma pequena fonte sonora de potência constante emite ondas esféricas que são recebidas com intensidade **I** por um observador. Se esse observador se afastar da fonte até dobrar a distância até ela, com que intensidade **I′** passará a receber as ondas emitidas pela citada fonte? Suponha que o meio de propagação não absorva energia das ondas.

Resolução:

$$I = \frac{Pot}{4\pi x^2}$$

Se **x** dobrar, a intensidade sonora ficará reduzida a $\frac{1}{4}$ do valor anterior: $I' = \frac{1}{4}$.

Resposta: $I' = \frac{1}{4}$

9 Considere que uma pessoa só percebe o eco de sua voz quando o intervalo de tempo decorrido entre a emissão da voz e a recepção do som refletido em algum obstáculo é, no mínimo, igual a 0,10 s. A figura representa uma pessoa a uma distância **d** de um paredão:

Considerando igual a 340 m/s a velocidade do som no ar:
a) calcule o mínimo valor de **d** para a pessoa perceber o eco de sua voz;
b) calcule a distância **d** no caso de a pessoa ouvir o eco 2,0 s após a emissão de sua voz.

Resolução:

a) $v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 340 = \frac{2d}{0,10} \Rightarrow \boxed{d = 17\ m}$

b) $v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 340 = \frac{2d}{2,0} \Rightarrow \boxed{d = 340\ m}$

Respostas: a) 17 m; b) 340 m

10 Uma roda, contendo em sua borda 20 dentes regularmente espaçados, gira uniformemente dando 5 voltas por segundo. Seus dentes se chocam com uma palheta produzindo sons que se propagam no ar a 340 m/s.
a) Qual a frequência do som produzido?
b) Qual o comprimento de onda do som produzido?

Resolução:

a) f = nº de choques por unidade de tempo

$f = 5 \cdot 20\ \text{choques/s} \Rightarrow \boxed{f = 100\ Hz}$

b) $v = \lambda f \Rightarrow 340 = \lambda \ 100 \Rightarrow \boxed{\lambda = 3,4\ m}$

Respostas: a) 100 Hz; b) 3,4 m

11 No ar, a uma temperatura de 15 °C, um diapasão emite um som que se propaga com velocidade v_1 igual a 340 m/s. Esse som penetra em uma câmara frigorífica, onde o ar está a –1 °C, passando a se propagar com velocidade v_2 aproximadamente igual a 330 m/s.
Ao passar do ar a 15 °C para o ar a –1 °C, determine a variação percentual:
a) da frequência do som;
b) do comprimento de onda do som.

Resolução:

a) O som sofreu refração e, como sabemos, sua frequência não se altera nesse fenômeno.
Assim, a variação percentual da frequência é 0%.

b) $v = \lambda f \begin{cases} 340 = \lambda_1 f \\ 330 = \lambda_2 f \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 0,97 \Rightarrow \lambda_2 = 0,97\ \lambda_1$

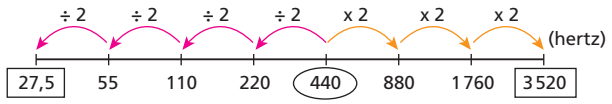
$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 0,97\ \lambda_1 - \lambda_1 = -0,03\ \lambda_1 \Rightarrow$ –3% de λ_1

Assim, o comprimento de onda sofreu uma redução de 3%.

Respostas: a) 0%; b) Redução de 3%.

12 A nota **lá**-padrão tem frequência igual a 440 Hz. Num piano, é possível atingir três oitavas acima e quatro oitavas abaixo dessa nota. Calcule, então, as frequências mínima e máxima das notas **lá** desse instrumento.

Resolução:



Respostas: 27,5 Hz e 3520 Hz respectivamente.

13 **E.R.** Para que uma pessoa sem problemas auditivos consiga ouvir um som, ele precisa ter uma intensidade de, no mínimo, 10^{-12} W/m². Considere um violino que gera cerca de 50 μW e suponha que o som, ao se propagar pela atmosfera, não sofra dissipação de energia. Determine a máxima distância possível de um observador para que ele ainda possa ouvir os sons desse violino. Admita que esses sons se propagam esfericamente.

Resolução:
Considerando a onda sonora esférica, sua intensidade varia com a distância (**x**) da fonte emissora de acordo com a relação:

$$I = \frac{Pot}{4\pi x^2},$$

em que Pot é a potência da fonte emissora.
Assim, sendo $I = 10^{-12}$ W/m², $Pot = 50\ \mu W = 50 \cdot 10^{-6}$ W e $\pi = 3,14$, temos:

$$10^{-12} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot x^2} \Rightarrow \boxed{x \simeq 2 \cdot 10^3\ m}$$

Portanto, se não houvesse fatores de dissipação de uma onda sonora, uma pessoa poderia ouvir os sons emitidos pelo violino a 2 km dele.

14 A menor intensidade sonora que uma pessoa de audição normal pode perceber é de 10^{-16} W/cm² e a máxima que ela suporta é de 10^{-4} W/cm², quando já começa a sentir dor. Uma fonte sonora de pequenas dimensões emite som que um bom ouvinte percebe até uma distância de, no máximo, 100 km. Determine, desprezando dissipações na propagação e considerando $\pi = 3$:
a) a potência sonora da fonte;
b) a distância da pessoa à fonte, quando ela começa a sentir dor.

Resolução:

a) $I_{mín} = 10^{-16}\ W/cm^2 = 10^{-12}\ W/m^2$

$x_{máx} = 10^5\ m$

$I_{mín} = \frac{Pot}{4\pi x^2_{máx.}} \Rightarrow Pot = 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{10}$

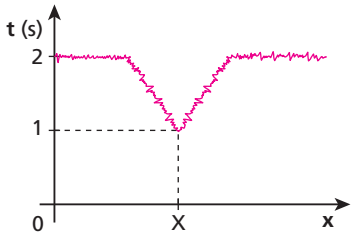
$\boxed{Pot = 0,12\ W}$

b) $I_{máx} = 1\ W/m^2$

$I_{máx} = \frac{Pot}{4\pi x^2_{máx.}} \Rightarrow 1 = \frac{0,12}{12\ x^2_{mín.}} \Rightarrow \boxed{x_{mín} = 10\ cm}$

Respostas: a) 0,12 W; b) 10 cm

15 (FCC-SP) Para traçar o relevo do fundo do mar, um navio emite, verticalmente, pulsos sonoros e registra o intervalo **t** de tempo entre o instante de emissão do pulso e o de recepção do pulso refletido. A velocidade do som na água é de 1,5 km/s.



O gráfico mostra a duração de **t**, em função da posição **x** do navio, que navegava em linha reta. A partir dessas informações, pode-se concluir, corretamente, que na posição **X** havia:

a) um vale submarino, cujo fundo estava a 1,5 km do nível do mar.
b) um vale submarino, cujo fundo estava a 3,0 km do nível do mar.
c) um vale submarino, cujo fundo estava a 4,5 km do nível do mar.
d) uma montanha submarina, cujo pico estava a 0,75 km do nível do mar.
e) uma montanha submarina, cujo pico estava a 1,5 km do nível do mar.

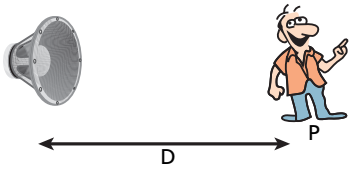
Resolução:

Na posição **X**, o sinal vai ao fundo e volta em 1 s, percorrendo uma distância total de 1,5 km. Essa posição corresponde a uma montanha submarina, cujo pico encontra-se a 0,75 km do nível do mar.

Resposta: d

16 (Fuvest-SP) Um alto-falante fixo emite um som cuja frequência **F**, expressa em Hz, varia em função do tempo **t** na forma $F(t) = 1\,000 + 200t$. Em determinado momento, o alto-falante está emitindo um som com uma frequência $F_1 = 1\,080$ Hz.

Nesse mesmo instante, uma pessoa **P**, parada a uma distância D = 34 m do alto-falante, está ouvindo um som com uma frequência F_2, aproximadamente, igual a:



a) 1 020 Hz.
b) 1 040 Hz.
c) 1 060 Hz.
d) 1 080 Hz.
e) 1 100 Hz.

Velocidade do som no ar ≈ 340 m/s

Resolução:

- $F_1 = 1\,000 + 200\,t_1$

  $1\,080 = 1\,000 + 200\,t_1 \Rightarrow t_1 = 0{,}4$ s

- No instante $t_1 = 0{,}4$ s, a pessoa está ouvindo um som de frequência F_2, que foi emitido no instante $t_2 = t_1 - \Delta t$, em que Δt é o intervalo de tempo para esse som se propagar do alto-falante até ela, percorrendo uma distância de D = 34 m:

  $v = \frac{D}{\Delta t} \Rightarrow 340 = \frac{34}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0{,}1$ s

  $t_2 = t_1 - \Delta t = 0{,}4 - 0{,}1 \Rightarrow t_2 = 0{,}3$ s

- No instante $t_2 = 0{,}3$ s, a frequência do som emitido é:

  $F_2 = 1\,000 + 200\,t_2 = 1\,000 + 200 \cdot 0{,}3$

  $F_2 = 1\,060$ Hz

Resposta: c

17 (Uepa) Para detectar o relevo do fundo de rios, o sonar pode ser utilizado gerando uma imagem acústica do fundo. Considere que o sonar pode ser representado por uma fonte pontual que produz onda esférica e registra o eco em um receptor localizado praticamente na mesma posição da fonte. A **Figura 1** representa um levantamento de dados de sonar em uma região de leito plano e inclinado, nas posições **1** e **2** do navio. Os intervalos de tempo entre a emissão e a recepção do eco, para duas posições da fonte, estão representados na **Figura 2**. Neste experimento, as leis da óptica geométrica descrevem precisamente o comportamento das frentes de ondas sonoras.

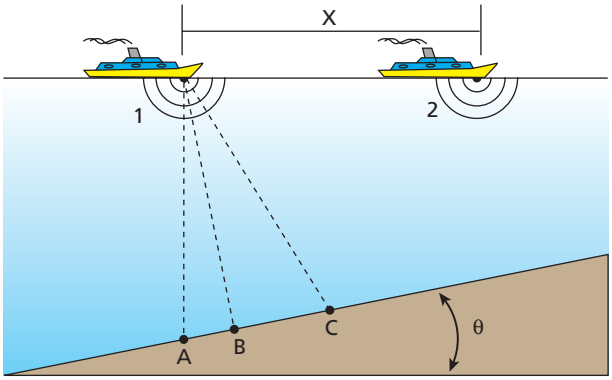


Figura 1

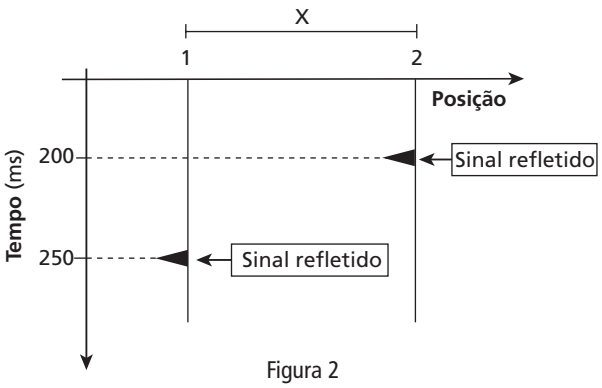


Figura 2

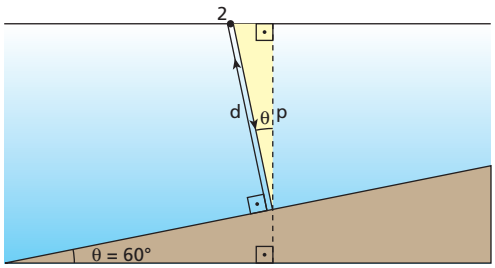
Nessas condições responda:

a) Quando a fonte está na posição **1**, qual dos pontos indicados sobre o leito do rio pode ser considerado responsável pelo eco registrado no receptor? Justifique sua resposta.
b) Considere que a velocidade do som na água é 1 500 m/s e que o ângulo **θ** é de 60°. Nessas condições, determine a profundidade do ponto sobre o leito do rio onde ocorre a reflexão do sinal detectado quando o navio se encontra na posição **2**.

Resolução:

a) Ponto **B**, porque o raio de onda que incide normalmente ao leito reflete-se sobre si mesmo, retornando ao ponto de emissão (ângulo de incidência = ângulo de reflexão = 0°).

b) $v = 1\,500$ m/s, $\Delta t = 200$ m s $= 0{,}2$ s



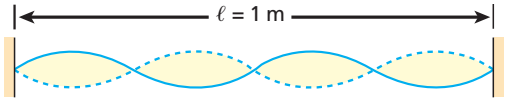
$$v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 1\,500 = \frac{2d}{0{,}2} \Rightarrow d = 150 \text{ m}$$

No triângulo destacado:

$$\cos\theta = \frac{p}{d} \Rightarrow \cos 60° = \frac{p}{150} \Rightarrow \boxed{p = 75 \text{ m}}$$

Respostas: a) Ponto B; b) 75 m

18 **E.R.** Uma corda esticada entre duas paredes vibra como mostra a figura:



Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é $v_s = 340$ m/s e que a velocidade de propagação de ondas transversais na corda é $v_c = 500$ m/s, determine:

a) a frequência do som emitido pela corda;

b) o comprimento de onda do som emitido pela corda;

c) a frequência do som fundamental que essa corda pode emitir.

Resolução:

a) Lembrando que a distância entre dois nós consecutivos é igual à metade do comprimento de onda, temos, para as ondas na corda:

$$\ell = 4\frac{\lambda_c}{2} \Rightarrow 1 = 4\frac{\lambda_c}{2} \Rightarrow \lambda_c = 0{,}5 \text{ m}$$

$$v_c = \lambda_c f \Rightarrow 500 = 0{,}5\,f \Rightarrow \boxed{f = 1\,000 \text{ Hz}}$$

Essa é a frequência de vibração da corda e, consequentemente, a frequência do som emitido.

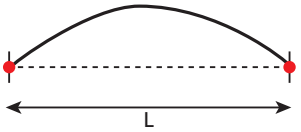
b) Para o som emitido, temos:

$$v_s = \lambda_s f \Rightarrow 340 = \lambda_s \cdot 1000 \Rightarrow \boxed{\lambda_s = 0{,}34 \text{ m}}$$

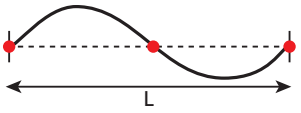
c) O modo de vibração da corda apresentada corresponde ao quarto harmônico:

$$f_4 = 4f_1 \Rightarrow 1000 = 4f_1 \Rightarrow \boxed{f_1 = 250 \text{ Hz}}$$

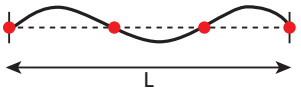
19 (UFG-GO) Os sons produzidos por um violão acústico são resultantes das vibrações de suas cordas quando tangidas pelo violonista. As cordas vibram produzindo ondas transversais estacionárias de diferentes frequências. Essas ondas são também caracterizadas pelo número de nós. Nó é um ponto da corda que permanece em repouso durante a oscilação da onda. A sequência ao lado representa as três primeiras ondas estacionárias que podem ser produzidas em uma corda de comprimento **L**, fixa em suas extremidades.



Onda 1: 2 nós



Onda 2: 3 nós



Onda 3: 4 nós

Com base nessas informações, indique as afirmativas corretas:

1. Os comprimentos de onda das ondas 1, 2 e 3 valem, respectivamente, $\lambda_1 = 2L$, $\lambda_2 = L$ e $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$.
2. A próxima onda estacionária, contendo 5 nós, terá um comprimento de onda $\lambda_4 = \frac{L}{4}$.
3. Se **v** for a velocidade das ondas na corda, a frequência das ondas 1, 2 e 3 valerá, respectivamente, $f_1 = \frac{v}{2L}$, $f_2 = \frac{v}{L}$ e $f_3 = \frac{3v}{2L}$.
4. Se $L = 0{,}5$ m e $v = 30$ m/s, a menor frequência possível de se produzir nessa corda é de 90 Hz.

Resolução:

1. Correta.

$\bullet\ L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda_1 = 2L}$

$\bullet\ L = \lambda_2 \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = L}$

$\bullet\ L = 3\frac{\lambda_3}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda_3 = 2L/3}$

2. Incorreta.

$$L = 4\frac{\lambda_4}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda_4 = L/2}$$

3. Correta.

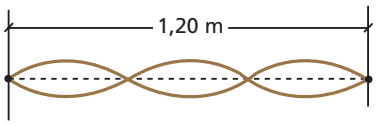
$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{f_1 = \frac{v}{2L}} \\ \boxed{f_2 = \frac{v}{L}} \\ f_3 = \frac{v}{2L/3} \Rightarrow \boxed{f_3 = \frac{3v}{2L}} \end{cases}$$

4. Incorreta.

$$f_{mín} = \frac{v}{\lambda_{máx}} = \frac{v}{2L} = \frac{30}{1} \Rightarrow \boxed{f_{mín} = 30 \text{ Hz}}$$

Resposta: 1 e 3

20 (UFSE) Uma corda de 1,20 m de comprimento vibra no estado estacionário (terceiro harmônico), como na figura abaixo.



Se a velocidade de propagação da onda na corda é de 20 m/s, a frequência da vibração é, em hertz:
a) 15.
b) 20.
c) 21.
d) 24.
e) 25.

Resolução:

$L = 3\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 1{,}20 = 3\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0{,}80\ m$

$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{20}{0{,}80} \Rightarrow \boxed{f = 25\ Hz}$

Resposta: e

21 Numa corda tensa, abalos transversais propagam-se a 100 m/s. Sendo de 2 m o comprimento da corda, calcule sua frequência de vibração:
a) no modo fundamental;
b) no terceiro harmônico.

Resolução:

a) $f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{100}{2 \cdot 2} \Rightarrow \boxed{f_1 = 25\ Hz}$

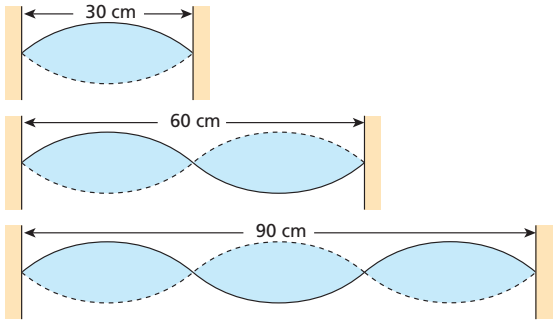
b) $f_3 = 3f_1 = 3 \cdot 25 \Rightarrow \boxed{f_3 = 75\ Hz}$

Respostas: a) 25 Hz; b) 75 Hz

22 Ondas estacionárias são produzidas numa corda, sendo de 60 cm o comprimento de onda. Determine, em centímetros, os três menores valores possíveis para o comprimento da corda.

Resolução:

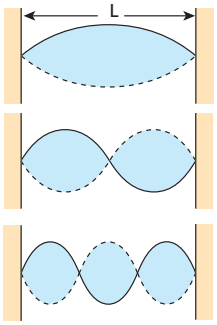
$\lambda = 60\ cm \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 30\ cm$



Respostas: 30 cm; 60 cm; 90 cm

23 Considere uma corda de violão de 60 cm de comprimento. Quais os três maiores comprimentos de onda de ondas estacionárias que podemos produzir nela?

Resolução:



$\frac{\lambda}{2} = L \Rightarrow \lambda = 2L \Rightarrow \boxed{\lambda = 120\ cm}$

$\lambda = L \Rightarrow \boxed{\lambda = 60\ cm}$

$3\frac{\lambda}{2} = L \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{3} \Rightarrow \boxed{\lambda = 40\ cm}$

Respostas: 120 cm; 60 cm; 40 cm

24 Uma corda de 0,50 m com densidade linear de 10^{-2} kg/m está submetida a uma tração de 100 N.
a) Calcule a frequência fundamental do som emitido pela corda.
b) Proponha duas maneiras de dobrar a frequência do som fundamental, alterando uma única grandeza em cada caso.
c) Considerando igual a 330 m/s a velocidade de propagação do som no ar, calcule o comprimento de onda do som fundamental emitido no ar.

Resolução:

a) $f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\delta}} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}50}\sqrt{\frac{100}{10^{-2}}} \Rightarrow \boxed{f = 100\ Hz}$

b) Devemos submeter a corda a uma tração igual ao quádruplo da inicial, ou seja, a uma tração de 400 N.
Uma outra possibilidade é reduzir à metade seu comprimento vibratório, mantendo a tração inicial.

c) $v = \lambda f \Rightarrow 330 = \lambda \cdot 100 \Rightarrow \boxed{\lambda = 3{,}3\ m}$

Respostas: a) 100 Hz; b) Quadruplicar a tração ou reduzir à metade o comprimento do trecho vibratório.; c) 3,3 m.

25 (Uepa) Ao tocar a corda mais grossa do violão, presa apenas nas suas extremidades, é produzido um som grave denominado MI e de frequência fundamental 327 Hz. Considere o comprimento da corda igual a 60 cm.
a) Calcule a velocidade de transmissão da onda na corda.
b) A corda mais fina, por sua vez, na plenitude de seu comprimento, também produz um som denominado MI, porém com frequência duas oitavas acima do som produzido pela corda mais grossa. Identifique a qualidade fisiológica que diferencia o som produzido pelas duas cordas.

Resolução:

a) $L = 60\ cm = 0{,}60\ m$

$f = \frac{v}{2L} \Rightarrow v = 2L\,f = 2 \cdot 0{,}60 \cdot 327$

$\boxed{v = 392\ m/s}$

b) A qualidade fisiológica em questão é a **altura**. A corda mais fina produz um som mais alto, isto é, de maior frequência.

Respostas: a) 392 m/s; b) Altura.

26 Durante um processo de investigação, uma conversa telefônica foi gravada e surgiu a necessidade de se confirmar se uma determinada voz era ou não do senhor **X**. Para isso, a voz gravada foi analisada em laboratório.
Qual qualidade fisiológica do som é decisiva para se concluir se essa voz era ou não dele?

Resposta: Timbre.

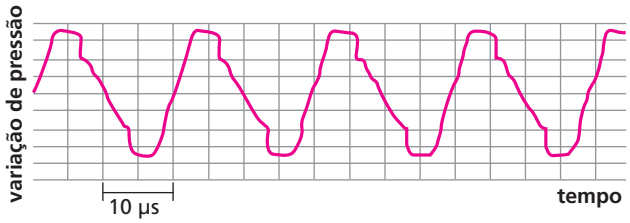
27 (Unicenp-PR) O italiano Luciano Pavarotti, conhecidíssimo cantor da ópera, possui uma extensão de voz que varia aproximadamente entre o "dó" (128 Hz) e o "lá" (440 Hz), sendo classificado como **tenor**. Já um **contralto** compreende uma extensão de voz que vai, pelo menos, de "sol" (196 Hz) a "mi" (669 Hz).
A classificação citada, que pode ainda envolver barítonos, baixos, sopranos e *mezzo*-sopranos, está calcada na qualidade fisiológica do som conhecida como:

a) intensidade.
b) altura.
c) timbre.
d) volume.
e) reverberação.

Resposta: b

28 (Fuvest-SP) O som de um apito é analisado com o uso de um medidor que, em sua tela, visualiza o padrão apresentado na figura abaixo. O gráfico representa a variação da pressão que a onda sonora exerce sobre o medidor, em função do tempo, em μs (1 μs = 10^{-6} s). Analisando a tabela de intervalos de frequências audíveis, por diferentes seres vivos, conclui-se que esse apito pode ser ouvido apenas por:

Seres vivos	Intervalos de frequência
cachorro	15 Hz – 45 000 Hz
ser humano	20 Hz – 20 000 Hz
sapo	50 Hz – 10 000 Hz
gato	60 Hz – 65 000 Hz
morcego	1 000 Hz – 120 000 Hz



a) seres humanos e cachorros.
b) seres humanos e sapos.
c) sapos, gatos e morcegos.
d) gatos e morcegos.
e) morcegos.

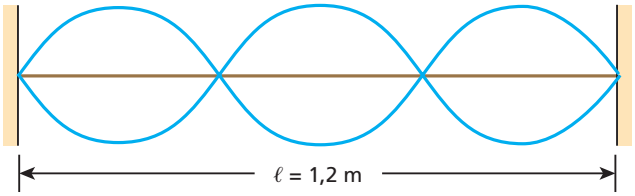
Resolução:

$T = 20\ \mu s = 20 \cdot 10^{-6}\ s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-6}}$

$f = 50\,000\ Hz$

Resposta: d

29 Uma corda de massa m = 240 g e comprimento ℓ = 1,2 m vibra com frequência de 150 Hz, no estado estacionário esquematizado a seguir:



Determine a velocidade de propagação das ondas que originam o estado estacionário nessa corda e a intensidade da força tensora.

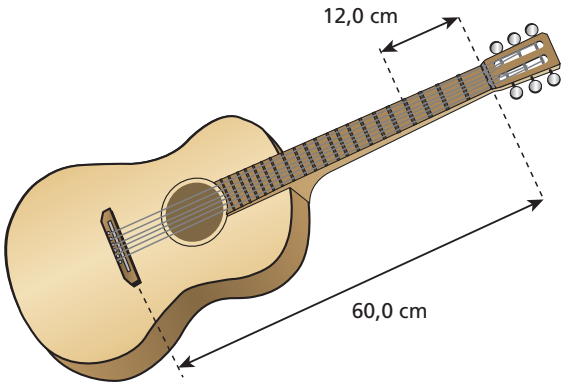
Resolução:
• m = 0,240 kg
ℓ = 1,2 m
f = 150 Hz

$f = \frac{N\,v}{2\,\ell} \Rightarrow 150 = \frac{3v}{2{,}4} \Rightarrow \boxed{v = 120\ m/s}$

$\bullet\ v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow F = \delta\, v^2 = \frac{m}{\ell} \cdot v^2 = \frac{0{,}240}{1{,}2} \cdot 120^2 \Rightarrow \boxed{F = 2{,}88 \cdot 10^3\ N}$

Respostas: 120 m/s, $2{,}88 \cdot 10^3$ N

30 (Cesgranrio-RJ) O comprimento das cordas de um violão (entre suas extremidades fixas) é de 60,0 cm. Ao ser dedilhada, a segunda corda (lá) emite um som de frequência igual a 220 Hz. Qual será a frequência do novo som emitido, quando o violonista, ao dedilhar essa mesma corda, fixar o dedo no traste, a 12,0 cm de sua extremidade?



Resolução:
L = 60,0 cm
ℓ = 60,0 cm – 12,0 cm = 48,0 cm

$\left.\begin{array}{l} f_1 = \frac{v}{2L} \\ f'_1 = \frac{v}{2\ell} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{f_1}{f'_1} = \frac{\ell}{L} \Rightarrow \frac{220}{f'_1} = \frac{48{,}0}{60{,}0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{f'_1 = 275\ Hz}$

Resposta: 275 Hz

31 Um violonista tange no instrumento duas cordas de diâmetros diferentes, feitas do mesmo material e igualmente tracionadas, e consegue produzir a mesma nota. Explique como isso é possível.

Resposta: A frequência do som emitido depende do comprimento vibratório, que varia à medida que o violonista desloca o dedo ao longo da corda.

32 (Unicentro) A quinta corda solta do violão corresponde à nota si (frequência fundamental igual a 981 Hz). Se essa corda for presa no quinto trasto, diminuindo assim o comprimento da corda vibrante, obtém-se a nota mi aguda (frequência fundamental igual a 1 308 Hz). Sobre o comprimento da parte vibrante da corda si (ℓ), que vibra na frequência da nota mi aguda, expresso em função do comprimento da corda solta (**L**), é correto afirmar:

a) $\ell = \frac{1}{2}L$. c) $\ell = \frac{3}{4}L$. e) $\ell = \frac{5}{6}L$.

b) $\ell = \frac{2}{3}L$. d) $\ell = \frac{4}{5}L$.

Resolução:

• Corda **si** solta:

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 981 = \frac{v}{2L} \qquad (I)$$

• Corda **si** presa no quinto trasto:

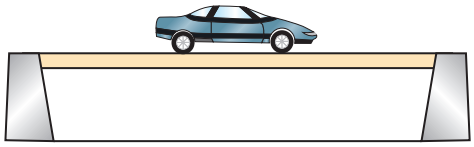
$$f_1' = \frac{v}{2\ell} \Rightarrow 1308 = \frac{v}{2\ell} \qquad (II)$$

• Dividindo (I) por (II), membro a membro, vem:

$$\frac{\ell}{L} = \frac{981}{1308} \Rightarrow \frac{\ell}{L} = 0{,}75 = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\ell = \frac{3}{4}L}$$

Resposta: c

33 (UFSCar-SP) Com o carro parado no congestionamento sobre o centro de um viaduto, um motorista pôde constatar que a estrutura deste estava oscilando intensa e uniformemente. Curioso, pôs-se a contar o número de oscilações que estavam ocorrendo. Conseguiu contar 75 sobes e desces da estrutura no tempo de meio minuto, quando teve de abandonar a contagem devido ao reinício lento do fluxo de carros.



Mesmo em movimento, observou que, conforme percorria lentamente a outra metade a ser transposta do viaduto, a amplitude das oscilações que havia inicialmente percebido gradativamente diminuía, embora mantida a mesma relação com o tempo, até finalmente cessar na chegada em solo firme. Levando em conta essa medição, pode-se concluir que a próxima forma estacionária de oscilação desse viaduto deve ocorrer para a frequência, em Hz, de:

a) 15,0. b) 9,0. c) 7,5. d) 5,0. e) 2,5.

Resolução:

Pela descrição feita no enunciado, a amplitude das oscilações era máxima no centro do viaduto e ia diminuindo até se chegar ao final. Concluímos, então, que o viaduto vibrava no modo fundamental:

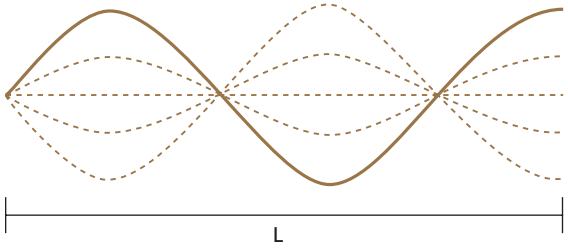
$$f_1 = \frac{n}{\Delta t} = \frac{75 \text{ oscilações}}{30 \text{ s}} \Rightarrow f_1 = 2{,}5 \text{ Hz}$$

A "próxima forma estacionária de oscilação" é o segundo harmônico:

$$f_2 = 2f_1 = 2 \cdot 2{,}5 \Rightarrow \boxed{f_2 = 5{,}0 \text{ Hz}}$$

Resposta: d

34 (UFPE) A figura mostra um modo estacionário em uma corda homogênea, de comprimento **L**, que tem uma extremidade fixa e a outra livre. Determine a razão entre a frequência deste modo e a do modo estacionário de mais baixa frequência (modo fundamental).

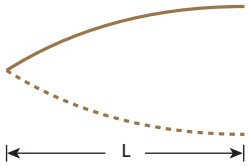


Resolução:

Da figura, temos:

$$L = \lambda + \frac{\lambda}{4} = \frac{5\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{5} \text{ e } f = \frac{v}{\lambda} \qquad (I)$$

No modo fundamental:

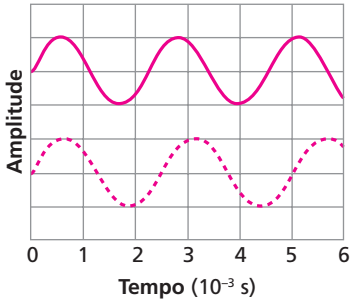


$$L = \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4L \text{ e } f_1 = \frac{v}{\lambda_1} \qquad (II)$$

De (I) e (II): $\frac{f}{f_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{4L}{\frac{4L}{5}} \Rightarrow \boxed{\frac{f}{f_1} = 5}$

Resposta: 5

35 (Udesc-SC) Para a afinação de um piano, usa-se um diapasão com frequência fundamental igual a 440 Hz, que é a frequência da nota **Lá**. A curva contínua do gráfico a seguir representa a onda sonora de 440 Hz do diapasão.



a) A nota **Lá** de certo piano está desafinada e o seu harmônico fundamental está representado na curva tracejada do gráfico. Obtenha a frequência da nota **Lá** desafinada.

b) O comprimento dessa corda do piano é igual a 1,0 m e sua densidade linear é igual a $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ g/cm. Calcule o aumento de tração na corda necessário para que a nota **Lá** seja afinada.

Resolução:

a) De t = 0 s a $t = 5 \cdot 10^{-3}$ s, temos dois períodos T_D da nota **lá** desafinada:

$2T_D = 5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow T_D = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ s

$f_D = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{f_D = 400 \text{ Hz}}$

b) $f = \frac{v}{2L} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow F = 4\delta L^2 f^2$

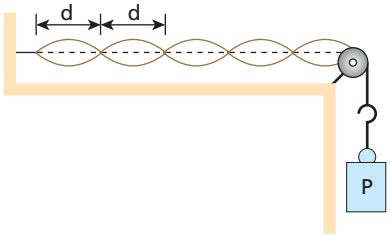
Sendo f_A a frequência da corda afinada, temos:

$\Delta F = 4\delta L^2 (f_A^2 - f_D^2) \Rightarrow 4 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 \cdot (440^2 - 400^2)$

$\boxed{\Delta F = 672 \text{ N}}$

Respostas: a) 400 Hz; b) 672 N

36 (Unifesp-SP) A figura representa uma configuração de ondas estacionárias produzida num laboratório didático com uma fonte oscilante.



a) Sendo d = 12 cm a distância entre dois nós sucessivos, qual o comprimento de onda da onda que se propaga no fio?

b) O conjunto **P** de cargas que traciona o fio tem massa m = 180 g. Sabe-se que a densidade linear do fio é $\mu = 5{,}0 \cdot 10^{-4}$ kg/m. Determine a frequência de oscilação da fonte.

Dados: velocidade de propagação de uma onda numa corda: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Resolução:

a) $d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2d = 2 \cdot 12 \Rightarrow \boxed{\lambda = 24 \text{ cm}}$

b) • $F = m\,g = 0{,}180 \cdot 10 \Rightarrow F = 1{,}8$ N

• $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{1{,}8}{5{,}0 \cdot 10^{-4}}} \Rightarrow v = 60$ m/s

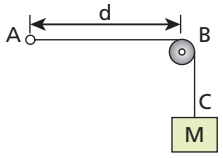
• $f = \frac{N\,v}{2L}$

N = 5 (5º harmônico); $L = 5d = 5 \cdot 0{,}12 \Rightarrow L = 0{,}60$ m

$f = \frac{5 \cdot 60}{2 \cdot 0{,}60} \Rightarrow \boxed{f = 250 \text{ Hz}}$

Respostas: a) 24 cm; b) 250 Hz

37 (Ufam) Um estudante, querendo medir a massa **M** de um bloco e não dispondo de uma balança, decidiu praticar o que aprendera na aula sobre cordas vibrantes. Para isso, fixou com um prego a extremidade **A** de um fio de aço muito fino e na extremidade livre, **C**, pendurou o corpo com massa desconhecida **M**, depois de passar o fio por uma polia em **B**, cuja distância d = $\overline{AB}$ era ajustável (ver figura). Fazendo d = 1 m, dedilhou a corda e ouviu um som com uma dada frequência **f**. Acostumado a "afinar" violão, o estudante então substituiu a massa **M** por um pacote de açúcar de 1 kg e passou a dedilhar a corda, variando a distância **d**, até conseguir a mesma frequência **f** ouvida anteriormente, o que ocorreu para d = 0,25 m. Pode-se afirmar que a massa **M** do bloco vale:



a) 8 kg.
b) 10 kg.
c) 4 kg.
d) 16 kg.
e) 12 kg.

Resolução:

$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{v}{2d} = \frac{1}{2d}\sqrt{\frac{F}{\delta}}$

• Com a massa **M**:

$f_1 = \frac{1}{2 \cdot 1}\sqrt{\frac{Mg}{\delta}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Mg}{\delta}}$ (I)

• Com a massa m = 1 kg:

$f_1 = \frac{1}{2 \cdot 0{,}25}\sqrt{\frac{mg}{\delta}} = 2\sqrt{\frac{1\,g}{\delta}}$ (II)

• De (I) e (II), vem:

$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{Mg}{\delta}} = 2\sqrt{\frac{1\,g}{\delta}} \Rightarrow \frac{M}{4} = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{M = 16 \text{ kg}}$

Resposta: d

38 Alguns *softwares* permitem manipular certos harmônicos componentes da voz humana, intensificando-os, atenuando-os ou até mesmo suprimindo-os, modificando substancialmente o som percebido por um ouvinte para uma determinada voz. Surgem com essas manipulações aquelas vozes de "robôs", de "monstros", de seres "extraterrestres" etc., tão comuns no cinema. A principal qualidade que se altera na voz é:

a) a altura.
b) o timbre.
c) a intensidade.
d) o nível sonoro.
e) a amplitude.

Resolução:

A alteração da intensidade e/ou da quantidade de harmônicos modifica o timbre da voz.

Resposta: b

39 Num experimento de batimento, colocam-se a vibrar simultaneamente dois diapasões com frequências de 200 Hz e 206 Hz.
a) Determine a frequência dos batimentos.
b) Para se obterem batimentos de frequência igual a 3 Hz, em que frequência deve vibrar um diapasão, junto com o diapasão de 200 Hz?

Resolução:
a) $f_{BAT} = 206 - 200 \Rightarrow \boxed{f_{BAT} = 6\ Hz}$

b) $f - 200 = 3 \Rightarrow \boxed{f = 203\ Hz}$

ou

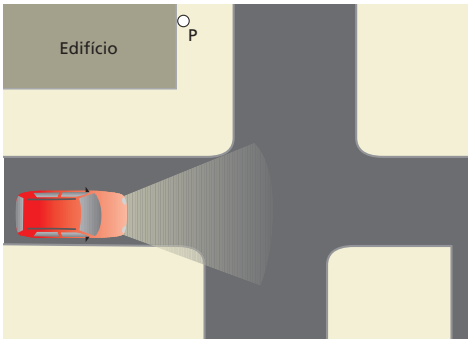
$200 - f = 3 \Rightarrow \boxed{f = 197\ Hz}$

Respostas: a) 6 Hz; b) 203 Hz ou 197 Hz

40 Consideremos dois violões com as cordas **lá** igualmente afinadas. Estando um violão próximo ao outro, tangemos a corda **lá** de um deles e verificamos que a corda **lá** do outro também vibra. Qual fenômeno explica esse acontecimento?

Resposta: Ressonância.

41 É noite. Um automóvel aproxima-se de uma esquina, onde há um grande edifício. Na situação representada na figura, uma pessoa na posição **P** ouve perfeitamente os ruídos do veículo, mas não pode vê-lo. Por quê?



Resposta: A difração do som é muito acentuada, ao passo que a da luz praticamente não ocorre nessa situação.

42 **E.R.** Um tubo sonoro de 3,0 m de comprimento emite um som de frequência 125 Hz. Considerando a velocidade do som no ar igual a 300 m/s, determine:
a) se o tubo é aberto ou fechado;
b) o harmônico correspondente a essa frequência.

Resolução:
a) Para um tubo sonoro aberto, a frequência do som emitido é calculada por:

$$f = \frac{N\,v}{2L} \quad (N = 1, 2, 3, ...)$$

em que **N** é a ordem do harmônico, **v** é a velocidade do som no gás dentro do tubo (ar) e **L** é o comprimento do tubo.
Sendo f = 125 Hz, v = 300 m/s e L = 3,0 m, temos, para **N**, o valor:

$$125 = \frac{N \cdot 300}{2 \cdot 3{,}0} \Rightarrow N = 2{,}5$$

Como o valor obtido para **N** não é inteiro, concluímos que o tubo que emitiu o referido som não pode ser aberto. Para um tubo fechado, a frequência do som emitido é dada por:

$$f = \frac{N\,v}{4L} \quad (N = 1, 3, 5, ...)$$

Fazendo v = 300 m/s, f = 125 Hz e L = 3,0 m, obtemos:

$$125 = \frac{N \cdot 300}{4 \cdot 3{,}0} \Rightarrow N = 5$$

Como **N** resultou ímpar, concluímos que o som foi realmente emitido por um tubo fechado.
b) No item anterior, obtivemos o valor 5 para a ordem **N** do harmônico, o que nos permite concluir que esse tubo fechado está emitindo um som correspondente ao seu **quinto harmônico**.

43 Um tubo sonoro aberto, contendo ar, tem 33 cm de comprimento. Considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s, determine a frequência:
a) do som fundamental emitido pelo tubo;
b) do quarto harmônico que esse tubo pode emitir.

Resolução:
a) $f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{330}{2 \cdot 0{,}33} \Rightarrow \boxed{f_1 = 500\ Hz}$

b) $f_4 = 4f_1 = 4 \cdot 500 \Rightarrow \boxed{f_4 = 2000\ Hz}$

Respostas: a) 500 Hz; b) 2000 Hz.

44 Um tubo sonoro contendo ar tem 1 m de comprimento, apresentando uma extremidade aberta e outra fechada. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, determine as três menores frequências que esse tubo pode emitir.

Resolução:

$f = \frac{N\,v}{4L}$ (N = 1, 3, 5 ...)

• $f_1 = \frac{1 \cdot 340}{4 \cdot 1} \Rightarrow \boxed{f_1 = 85\ Hz}$

• $f_3 = 3f_1 \Rightarrow \boxed{f_3 = 255\ Hz}$

• $f_5 = 5f_1 \Rightarrow \boxed{f_5 = 425\ Hz}$

Respostas: 85 Hz, 255 Hz e 425 Hz.

45 (Cesgranrio-RJ) O maior tubo do órgão de uma catedral tem comprimento de 10 m e o tubo menor tem comprimento de 2,0 cm. Os tubos são abertos e a velocidade do som no ar é de 340 m/s. Quais são os valores extremos da faixa de frequências sonoras que o órgão pode emitir, sabendo que os tubos ressoam no modo fundamental?

Resolução:

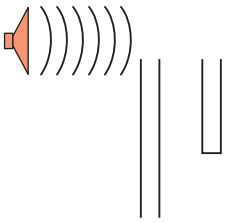
• $f_{mín} = \frac{v}{2L} = \frac{340}{2 \cdot 10} \Rightarrow \boxed{f_{mín} = 17\ Hz}$

• $f_{máx} = \frac{v}{2\ell} = \frac{340}{2 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{f_{máx} = 8{,}5\ kHz}$

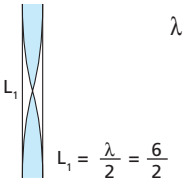
Respostas: 17 Hz e 8,5 kHz.

46 (UFPI) Um alto-falante emite som de frequência constante igual a 55 Hz, próximo de dois tubos sonoros: um aberto e outro fechado. A velocidade de propagação do som em ambos os tubos é de 330 m/s. Se o som do alto-falante ressoa nesses tubos, seus comprimentos mínimos são, respectivamente:

a) 4 m e 2 m.
b) 3 m e 1,5 m.
c) 6 m e 3 m.
d) 5 m e 2,5 m.
e) 10 m e 5 m.



Resolução:



$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{55} \Rightarrow \lambda = 6\ m$$

$$L_1 = \frac{\lambda}{2} = \frac{6}{2}$$

$$\boxed{L_1 = 3\ m}$$

$$L_2 = \frac{\lambda}{4} = \frac{6}{4}$$

$$\boxed{L_2 = 1{,}5\ m}$$

Resposta: b

47 (UFRGS-RS) Em uma onda sonora estacionária, no ar, a separação entre um nodo e o ventre mais próximo é de 0,19 m. Considerando-se a velocidade do som no ar igual a 334 m/s, qual é o valor aproximado da frequência dessa onda?

a) 1 760 Hz.
b) 880 Hz.
c) 586 Hz.
d) 440 Hz.
e) 334 Hz.

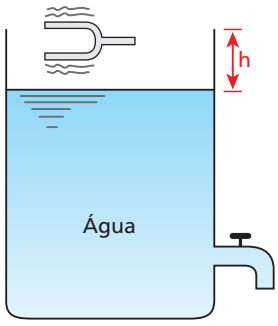
Resolução:

$$\frac{\lambda}{4} = 0{,}19 \Rightarrow \lambda = 0{,}76\ m$$

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{334}{0{,}76} \Rightarrow \boxed{f \simeq 440\ Hz}$$

Resposta: d

48 **E.R.** Na extremidade aberta do tubo de Quincke mostrado na figura, é colocado um diapasão, que emite um som puro (única frequência). Abrindo-se a torneira, a água escoa lentamente e, para certos valores de **h**, ocorre um aumento na intensidade do som que sai do tubo. Os três menores valores de **h** são 5 cm, 15 cm e 25 cm.

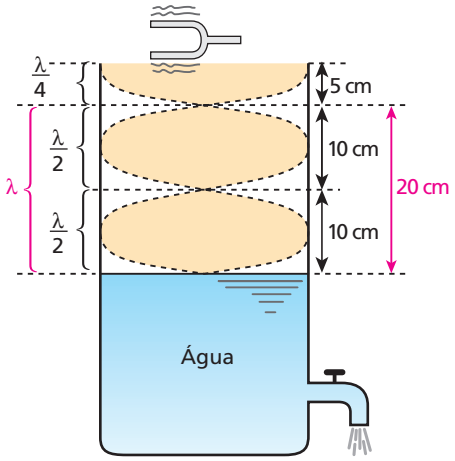


Determine:

a) o comprimento de onda do som emitido pelo diapasão;
b) a velocidade desse som no ar, sabendo que sua frequência é 1 600 Hz.

Resolução:

a) Enquanto a água escoa, a região de altura **h** comporta-se como um tubo sonoro fechado de comprimento variável. Para certos valores de **h**, a coluna de ar do interior da região entra em ressonância com o som emitido pelo diapasão.



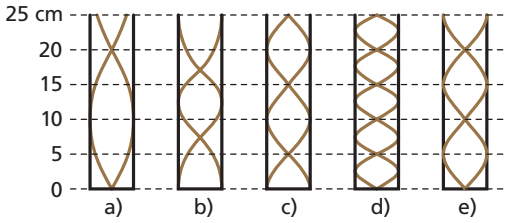
Da figura, concluímos que: $\boxed{\lambda = 20\ cm}$

b) Da relação $v = \lambda f$, temos:

$$v_{som} = 0{,}20\ m \cdot 1\,600\ Hz$$

$$\boxed{v_{som} = 320\ m/s}$$

49 (Fuvest-SP) Um músico sopra a extremidade aberta de um tubo de 25 cm de comprimento, fechado na outra extremidade, emitindo um som na frequência f = 1 700 Hz. A velocidade do som no ar, nas condições do experimento, é v = 340 m/s. Dos diagramas a seguir, aquele que melhor representa a amplitude de deslocamento da onda sonora estacionária, excitada no tubo pelo sopro do músico, é:

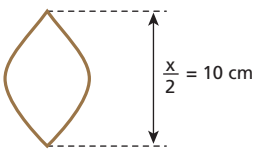


Resolução:

Num tubo sonoro fechado, a onda estacionária apresenta um **nó** na extremidade **fechada** e um **ventre** na extremidade **aberta**.

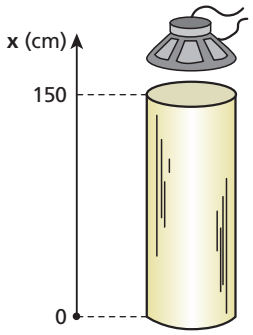
Além disso:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1\,700} \Rightarrow \lambda = 0{,}20\ m = 20\ cm$$



Resposta: e

50 Um alto-falante que emite um som com frequência de 330 Hz (devido a um gerador de áudio) é colocado próximo à extremidade aberta de um vaso cilíndrico vazio, como mostra a figura ao lado.

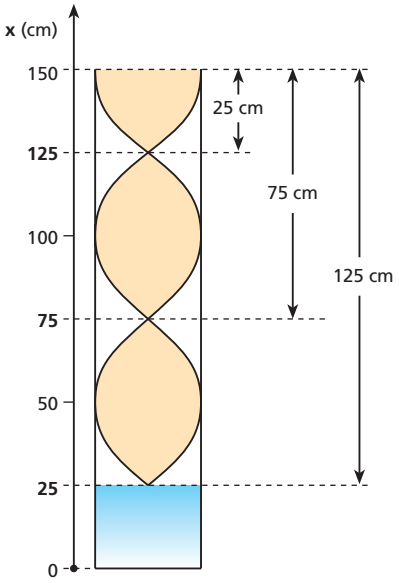


Despejando água lentamente no vaso, em certas posições do nível da água percebemos que a intensidade sonora passa por valores máximos (ressonância). Determine os valores de **x** correspondentes a essas posições do nível da água, considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s.

Resolução:

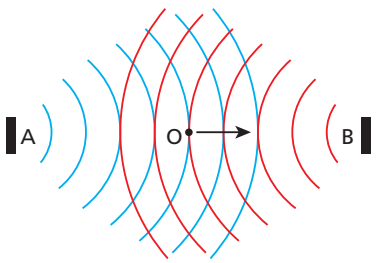
$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{330} \Rightarrow \lambda = 1\ m = 100\ cm$

- $\frac{\lambda}{4} = 25\ cm$
- $3\frac{\lambda}{4} = 3 \cdot 25\ cm = 75\ cm$
- $5\frac{\lambda}{4} = 5 \cdot 25\ cm = 125\ cm$



Respostas: 25 cm; 75 cm; 125 cm

51 **E.R.** Num campo de futebol, um estudante colocou dois alto-falantes **A** e **B** frente a frente, como está representado na figura a seguir. Em seguida, ligou-os a fontes diferentes que emitem sinais de mesma frequência e colocou-se no ponto **O**, equidistante de **A** e **B**. Como não ouvia o som, começou a deslocar-se lentamente na direção e no sentido indicados na figura:



À medida que ocorria o deslocamento, o observador percebia um som cada vez mais forte, que em seguida começava a se enfraquecer, atingindo intensidade mínima a 1,0 m da posição inicial. Sendo a velocidade do som no local igual a 320 m/s, determine a frequência e o comprimento de onda do som.

Resolução:

Pelo fato de o estudante não ouvir o som na posição inicial, pode-se dizer que ocorre uma interferência destrutiva nesse local, que se repete a 1,0 m de distância. Sabemos, também, que entre dois pontos consecutivos onde ocorre interferência destrutiva temos metade de um comprimento de onda. Então:

$$\frac{\lambda}{2} = 1{,}0\ m \Rightarrow \boxed{\lambda = 2{,}0\ m}$$

Da relação $v = \lambda f$, temos:

$$320 = 2{,}0f \Rightarrow \boxed{f = 160\ Hz}$$

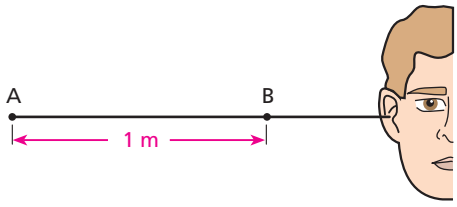
52 Uma onda sonora incide perpendicularmente num anteparo e reflete-se, de modo que a onda incidente interfere com a onda refletida. Observa-se que a menor distância entre dois pontos, nos quais a intensidade sonora é mínima, vale 34 cm. A frequência desse som é de 488 Hz. Calcule sua velocidade de propagação.

Resolução:

- $\frac{\lambda}{2} = 34\ cm \Rightarrow \lambda = 68\ cm = 0{,}68\ m$
- $v = \lambda f = 0{,}68 \cdot 488 \Rightarrow \boxed{v = 332\ m/s}$

Resposta: 332 m/s

53 Nos pontos **A** e **B** da figura estão dois alto-falantes que emitem som de idêntica frequência e em fase. Se a frequência vai crescendo, desde cerca de 30 Hz, atinge um valor em que o observador à direita de **B** deixa de ouvir o som. Qual é essa frequência? (velocidade do som = 340 m/s)



Resolução:

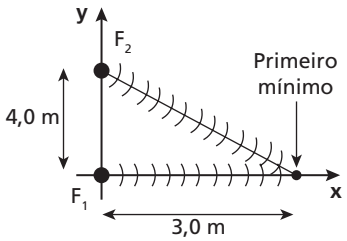
$\Delta d = N\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta d = N\frac{v}{2f}$

$1 = N\frac{340}{2f} \Rightarrow f = 170\,N\ (N = 1, 3, 5, ...)$

$\boxed{f_{mín} = 170\ Hz}$

Resposta: 170 Hz

54 (UFPE) Duas fontes sonoras pontuais F_1 e F_2, separadas entre si de **4,0 m**, emitem em fase e na mesma frequência. Um observador, se afastando lentamente da fonte F_1, ao longo do eixo **x**, detecta o primeiro mínimo de intensidade sonora, devido à interferência das ondas geradas por F_1 e F_2, na posição **x = 3,0 m**. Sabendo-se que a velocidade do som é **340 m/s**, qual a frequência das ondas sonoras emitidas, em **Hz**?



Resolução:

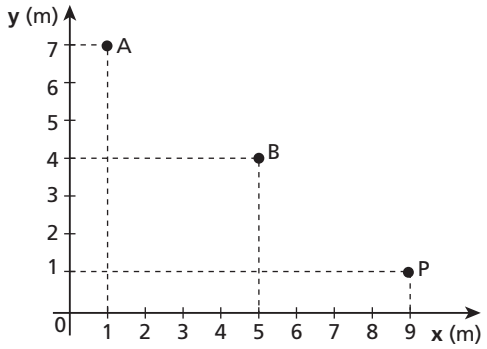
A posição em que ocorre o primeiro mínimo dista $d_1 = 3{,}0$ m de F_1 e $d_2 = 5{,}0$ m de F_2:

$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2{,}0 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 4{,}0 \text{ m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{4{,}0} \Rightarrow \boxed{f = 85 \text{ Hz}}$$

Resposta: 85 Hz

55 (UFC-CE) Duas fontes sonoras, **A** e **B**, mostradas na figura abaixo, emitem ondas senoidais em fase e com a mesma frequência.



Considerando-se a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a menor frequência capaz de produzir:

a) interferência construtiva no ponto **P**;

b) interferência destrutiva no ponto **P**.

Resolução:

Do gráfico:

$$\left.\begin{matrix}\overline{PB} = 5 \text{ m} \\ \overline{PA} = 10 \text{ m}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta d = 10 \text{ m} - 5 \text{ m} = 5 \text{ m}$$

$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta d = \frac{N\,v}{2f} \Rightarrow f = \frac{N\,v}{2\Delta d}$$

a) Para produzir interferência construtiva, fazemos N = 2:

$$f_{mín} = \frac{2 \cdot 340}{2 \cdot 5} \Rightarrow \boxed{f_{mín} = 68 \text{ Hz}}$$

b) Para produzir interferência destrutiva, fazemos N = 1:

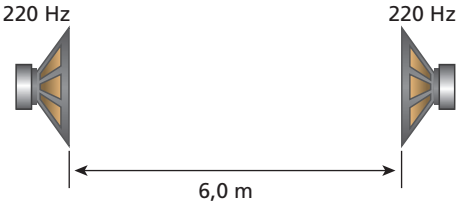
$$f_{mín} = \frac{1 \cdot 340}{2 \cdot 5} \Rightarrow \boxed{f_{mín} = 34 \text{ Hz}}$$

Respostas: a) 68 Hz; b) 34 Hz

56 (Unicamp-SP) A velocidade do som no ar é de aproximadamente 330 m/s. Colocam-se dois alto-falantes iguais, um defronte ao outro, distanciados 6,0 m, conforme a figura abaixo. Os alto-falantes são excitados simultaneamente por um mesmo amplificador com um sinal de frequência de 220 Hz. Pergunta-se:

a) Qual é o comprimento de onda do som emitido pelos alto-falantes?

b) Em que pontos do eixo, entre os dois alto-falantes, o som tem intensidade máxima?



Resolução:

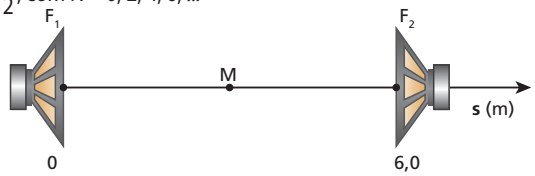
a) $v = 330$ m/s $f = 220$ Hz

$v = \lambda f \Rightarrow 330 = \lambda \cdot 220$

$\boxed{\lambda = 1{,}5 \text{ m}}$

b) Para ocorrer interferência construtiva em um ponto **P**, devemos ter:

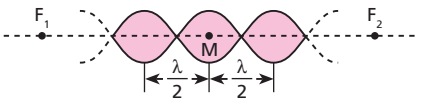
$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$, com N = 0, 2, 4, 6, ...



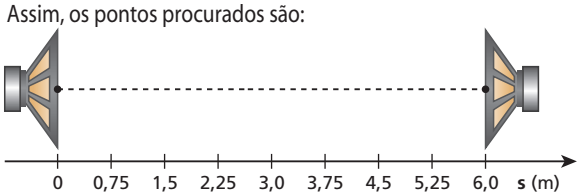
O melhor ponto para iniciar a busca de interferência construtiva é o ponto médio **M** (s = 3,0 m), para o qual temos $\Delta d = 0$.

$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$: $\Delta d = 0 \Rightarrow N = 0 \Rightarrow$ (interferência construtiva – IC)

Portanto, a partir desse ponto, tanto para a direita como para a esquerda, temos IC a cada 0,75 m, ou seja, a cada $\frac{\lambda}{2}$:

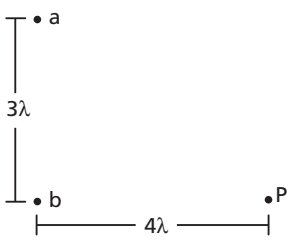


Assim, os pontos procurados são:



Respostas: a) 1,5 m; b) Nos pontos situados às seguintes distâncias do alto-falante da esquerda: 0 m; 0,75 m; 1,5 m; 2,25 m; 3,0 m; 3,75 m; 4,5 m; 5,25 m; 6,0 m.

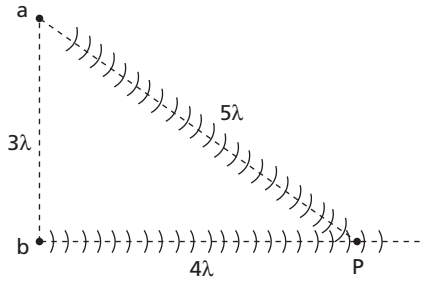
57 (UFPI) Dois alto-falantes, **a** e **b**, emitem ondas sonoras de mesmo comprimento de onda, **λ**, e diferença de fase nula. Eles estão separados por uma distância d = 3λ, como mostrado na figura abaixo. As ondas que atingem o ponto **P** apresentam uma diferença de fase, **ϕ**, igual a:



a) π. c) $\frac{\pi}{2}$. e) 2π.

b) 3π. d) $\frac{3\pi}{2}$.

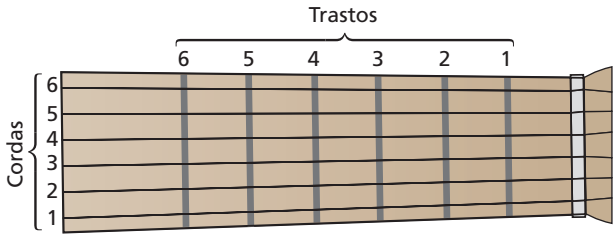
Resolução:



Quando a onda proveniente de **a** atinge **P**, um comprimento de onda (1λ) da onda proveniente de **b** já passou por um ponto. Portanto, **P** percebe uma oscilação a mais da onda que vem de **b**, o que equivale a uma defasagem igual a 2π rad (lembrar que, no MHS, cada oscilação corresponde a uma volta no MCU).

Resposta: e

58 (UFRN) Afinar a corda de um instrumento musical é ajustar a tensão dessa corda até que a frequência de seu modo fundamental de vibração coincida com uma frequência predeterminada.
Uma forma usual de se afinar um violão consiste em afinar uma das últimas cordas (valendo-se de memória musical ou da comparação com algum som-padrão, obtido por meio de diapasão, piano, flauta etc.) e usar tal corda para afinar as outras que ficam abaixo dela. (A figura a seguir ilustra em detalhe o braço de um violão.)
Flavita, acostumada a afinar seu violão, afina inicialmente a corda número 5. Assim, para afinar a corda número 4, ela pressiona a corda 5 entre o quarto e o quinto trasto, percute-a, observa se a corda 4 vibra e o quão intensamente vibra em consequência desse procedimento. Flavita vai ajustando a tensão na corda 4 e repetindo tal procedimento até que ela vibre com a maior amplitude possível. Quando isso ocorre, essa corda está afinada.



Com base no acima exposto, atenda às seguintes solicitações.
a) Dê o nome do fenômeno físico que fundamenta esse processo de afinação do violão.
b) Com base em seus conhecimentos de acústica, explique como esse fenômeno ocorre no processo de afinação do violão.

Resolução:
a) O fenômeno físico solicitado é a **ressonância**.
b) À medida que a intensidade da força tensora na corda 4 vai sendo alterada, altera-se a frequência de seu modo fundamental de vibração. A ressonância ocorre quando essa frequência iguala-se à frequência fundamental da corda 5 pressionada.

Respostas: a) Ressonância; b) À medida que a intensidade da força tensora na corda 4 vai sendo alterada, altera-se a frequência de seu modo fundamental de vibração. A ressonância ocorre quando essa frequência iguala-se à frequência fundamental da corda 5 pressionada.

59 Um menino faz um apito de bambu. Fecha uma das extremidades e sopra pela outra, emitindo uma nota musical. Seu companheiro faz outro apito, deixando uma extremidade aberta e soprando pela outra, produzindo uma nota uma oitava mais aguda (ou seja, de frequência igual ao dobro da frequência do primeiro apito). Supondo sons fundamentais nos dois casos, determine a relação entre os comprimentos dos dois apitos.

Resolução:

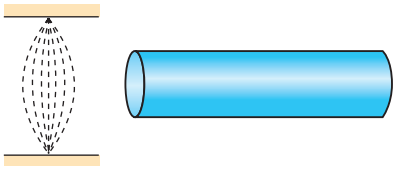
• Apito "tubo fechado": $f_F = \frac{v}{4L_F}$

• Apito "tubo aberto": $f_A = \frac{v}{2L_A}$

• $f_A = 2f_F \Rightarrow \frac{v}{2L_A} = 2\frac{v}{4L_F} \Rightarrow \boxed{L_A = L_f}$

Resposta: São iguais

60 Uma corda de 100 g de massa e 1 m de comprimento vibra no modo fundamental próxima de uma das extremidades de um tubo aberto de 4 m de comprimento. O tubo então ressoa, também no modo fundamental. Sendo de 320 m/s a velocidade do som no ar do tubo, calcule a força tensora na corda.



Resolução:

No tubo: $\lambda = 2L \Rightarrow \lambda = 8\ m$

$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{320}{8} \Rightarrow f = 40\ Hz$

Na corda: $f = 40\ Hz$

$\lambda = 2L \Rightarrow \lambda = 2\ m$

$v = \lambda f = 2 \cdot 40 \Rightarrow v = 80\ m/s$

$\delta = \frac{m}{L} = \frac{0,1}{1} \Rightarrow \delta = 0,1\ kg/m$

$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow 80 = \sqrt{\frac{F}{0,1}} \Rightarrow \boxed{F = 640\ N}$

Resposta: 640 N

61 Na orelha externa do ser humano, o conduto auditivo tem em média 2,5 cm de comprimento por 0,66 cm^2 de área de seção transversal e é fechado numa de suas extremidades pela membrana do tímpano. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é de 340 m/s e que esse conduto comporta-se como um tubo sonoro, determine sua frequência fundamental de ressonância.

Resolução:

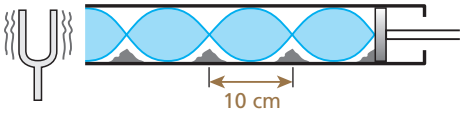
$f = \frac{v}{4L} = \frac{340}{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{F = 3,4\ kHz}$

Resposta: 3,4 kHz

62 **E.R.** Num tubo de Kundt, há pó de cortiça depositado na parte interna inferior. Fazendo-se vibrar um diapasão em sua extremidade aberta e movimentando-se o êmbolo, atinge-se uma situação de ressonância cuja consequência é a formação de montículos de pó de cortiça distantes 10 cm um do outro. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é igual a 320 m/s, qual é a frequência do som emitido pelo diapasão?

Resolução:

Na formação de ondas estacionárias dentro do tubo, temos nós e ventres de deslocamento. Nos ventres, o pó de cortiça é sacudido, enquanto nos nós ele forma montículos em repouso. A distância entre dois montículos consecutivos é a distância entre dois nós consecutivos, ou seja, $\frac{\lambda}{2}$.



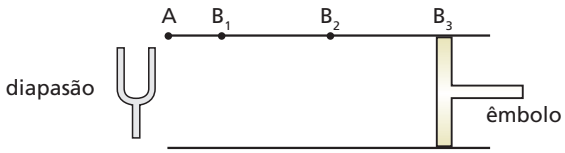
Assim:

$$\frac{\lambda}{2} = 10 \Rightarrow \lambda = 20\ cm = 0{,}20\ m$$

Da relação $v = \lambda f$, temos:

$$320 = 0{,}20f \Rightarrow \boxed{f = 1\,600\ Hz}$$

63 Um diapasão vibra com frequência de 500 Hz diante da extremidade **A** (aberta) de um tubo. A outra extremidade é fechada por um êmbolo, que pode ser deslocado ao longo do tubo. Afastando-se o êmbolo, constata-se que há ressonância para três posições, B_1, B_2 e B_3, tais que $\overline{AB}_1 = 18$ cm, $\overline{AB}_2 = 54$ cm e $\overline{AB}_3 = 90$ cm.



Determine:

a) o comprimento de onda da onda sonora que se propaga no tubo;

b) a velocidade de propagação do som no ar.

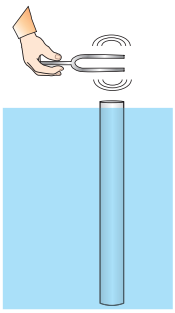
Resolução:

a) $\frac{\lambda}{2} = \overline{AB}_2 - \overline{AB}_1 = 36 \Rightarrow \boxed{\lambda = 72\ cm}$

b) $v = \lambda f = 0{,}72 \cdot 500 \Rightarrow \boxed{v = 360\ m/s}$

Respostas: a) 72 cm, b) 360 m/s

64 Um tubo de PVC, com 5 cm de diâmetro e 180 cm de comprimento, tendo as duas extremidades abertas, encontra-se quase totalmente imerso na água de uma lagoa, como representa a figura ao lado.



Um diapasão de frequência igual a 256 Hz é posto a vibrar bem perto da extremidade superior do tubo. Erguendo-se o tubo lenta e verticalmente, com o diapasão sempre vibrando nas proximidades de sua extremidade superior, ouve-se, pela primeira vez, um reforço do som (ressonância) quando o comprimento da parte emersa do tubo é igual a 33 cm.

a) Calcule a velocidade de propagação do som no ar no local do experimento.

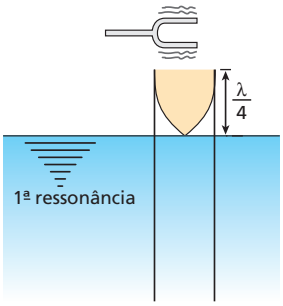
b) Erguendo-se mais o tubo, até sua extremidade inferior atingir a superfície livre da água, outros reforços do som são percebidos. Determine os comprimentos da parte emersa, em centímetros, nessas ocasiões.

Resolução:

a) A primeira ressonância acontece quando o comprimento da parte emersa é igual a $\frac{\lambda}{4}$ (tubo fechado):

$\frac{\lambda}{4} = 33\ cm \Rightarrow \lambda = 132\ cm = 1{,}32\ m$

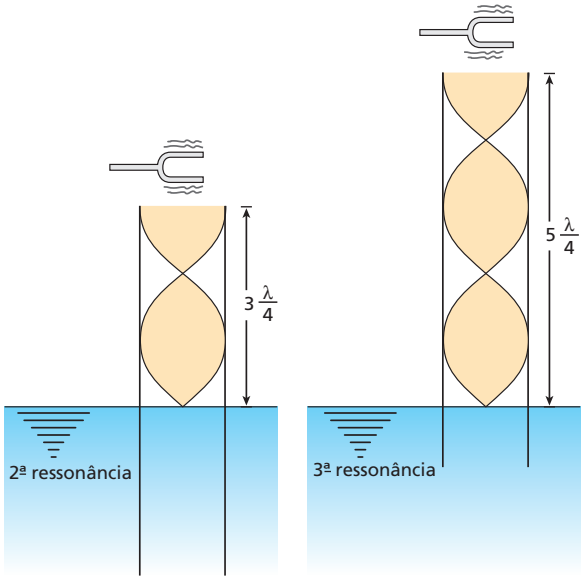
$v = \lambda f = 1{,}32 \cdot 256 \Rightarrow \boxed{v \simeq 338\ m/s}$



b) Há duas outras ressonâncias: uma quando a parte emersa mede $a = 3\frac{\lambda}{4}$ e outra, quando mede $b = 5\frac{\lambda}{4}$:

$a = 3\frac{\lambda}{4} \Rightarrow a = 3 \cdot 33\ cm \Rightarrow \boxed{a = 99\ cm}$

$b = 5\frac{\lambda}{4} \Rightarrow b = 5 \cdot 33\ cm \Rightarrow \boxed{b = 165\ cm}$



Respostas: a) 338 m/s; b) 99 cm; 165 cm

65 Analise as seguintes afirmações:

(01) Durante a apresentação de uma orquestra, um som grave emitido por um contrabaixo e um agudo emitido por um violino propagam-se com a mesma velocidade até a platéia.

(02) Uma locomotiva parada numa estação emite um som (apito) que se propaga no ar (sem vento) a 340 m/s. Se, em vez de estar

parada, a locomotiva estivesse passando pela mesma estação a 20 m/s, o som emitido (apito) se propagaria, no sentido do movimento da locomotiva, a 360 m/s.

(04) Quando aumentamos o volume do rádio, a velocidade do som emitido por ele também aumenta.

(08) Ondas sonoras de maior amplitude são sempre mais velozes que as de amplitude menor.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

(01) Correta.
A velocidade do som não depende de sua frequencia.

(02) Incorreta.
A velocidade do som não depende da velocidade da fonte sonora que o emtiu.

(04) Incorreta.
A velocidade do som não depende de sua intensidade

(08) Incorreta.

Resposta: 01

66 A velocidade do som no ar a 0 °C é de 330 m/s. Considerando o ar um gás perfeito, calcule a velocidade com que o som se propaga nele a 30 °C.

Resolução:

$v = K\sqrt{T}$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow \frac{330}{v_2} = \sqrt{\frac{273}{303}}$$

$v_2 = 348$ m/s

Resposta: 348 m/s

67 O efeito Doppler é observado somente quando:

a) a fonte da onda emitida e o observador mantêm uma distância constante.
b) existe um movimento relativo de aproximação ou de afastamento entre a fonte emissora de onda e o observador.
c) a onda emitida pela fonte é transversal e de grande amplitude.
d) a fonte e o observador movem-se com a mesma velocidade (vetorial), em relação ao meio de propagação da onda.
e) a fonte da onda é mais veloz que a onda.

Resposta: b

68 (UFRGS-RS) Indique a alternativa que preenche corretamente o texto abaixo.

O alarme de um automóvel está emitindo som de uma determinada frequência. Para um observador que se aproxima rapidamente desse automóvel, esse som parece ser de .... frequência. Ao afastar-se, o mesmo observador perceberá um som de .... frequência.

a) maior — igual
b) maior — menor
c) igual — igual
d) menor — maior
e) igual — menor

Resposta: b

69 (Unifor-CE) Quando uma ambulância, com sirene ligada, se aproxima de um observador, este percebe:

a) aumento da intensidade sonora e da frequência.
b) aumento da intensidade sonora e diminuição da frequência.
c) mesma intensidade sonora e mesma frequência.
d) diminuição da altura e variação no timbre sonoro.
e) variação no timbre e manutenção da altura.

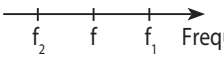
Resposta: a

70 O som emitido pelo motor de um carro de corrida soa, para o espectador, de forma diferente quando ocorre aproximação e quando ocorre afastamento entre ele e o veículo. No entanto, sabemos que essas diferenças não existem para o piloto do carro. Se **f** é a frequência do som ouvido pelo piloto, f_1 é a frequência ouvida pelo espectador na aproximação e f_2 é a frequência ouvida pelo espectador no afastamento, então:

a) $f = f_1 < f_2$.
b) $f > f_1 = f_2$.
c) $f_1 < f > f_2$.
d) $f_1 > f > f_2$.
e) $f_1 < f < f_2$.

Resolução:

A frequencia **f** é a frequência do som emitido pelo motor. Então $\mathbf{f_1}$ é maior que f e $\mathbf{f_2}$ é menor:



$\Rightarrow f_1 > f > f_2$

Resposta: d

71 Dois trens **A** e **B** têm apitos idênticos. Um observador parado numa estação ouve o apito de **A** mais agudo que o de **B**. Qual (quais) das situações abaixo pode(m) viabilizar o caso proposto?

I. Os trens **A** e **B** aproximam-se do observador.
II. Os trens **A** e **B** afastam-se do observador.
III. O trem **B** afasta-se do observador, enquanto o trem **A** está parado.
IV. O trem **A** afasta-se do observador, enquanto o trem **B** está parado.
V. O trem **B** afasta-se do observador, enquanto o trem **A** aproxima-se.

a) Somente I e II.
b) Somente III e IV.
c) Somente I, II, III e V.
d) Somente I, II e III.
e) Somente V.

Resolução:

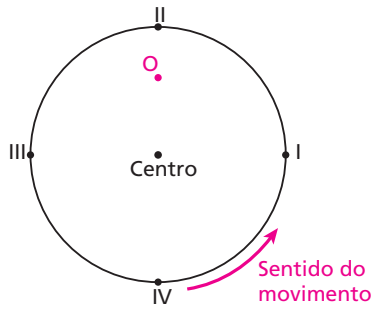
$f_{D_A} > f_{D_B}$

I. Pode. Basta que **A** seja mais veloz que **B**.
II. Pode. Basta que **B** seja mais veloz que **A**.
III. Pode. Só acontece o efeito Doppler para **B**.
IV. Não pode. Nesse caso, o observador ouve o apito de **B** mais agudo.
V. Pode.

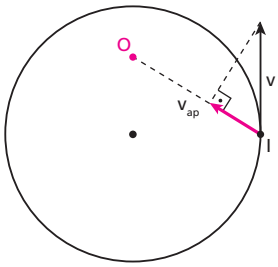
Resposta: c

72 Um automóvel percorre uma pista circular em movimento uniforme. A buzina é acionada quando ele passa pelos pontos I, II, III e IV.

Um observador em repouso no ponto **O** ouve o som da buzina mais agudo quando ela é acionada em que ponto?

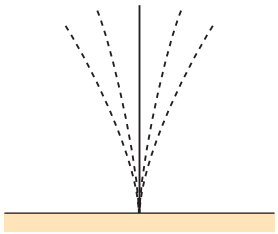


Resolução:
Em **I**, porque, dos quatro pontos citados, é o único em que existe movimento relativo de aproximação entre o automóvel e o observador:



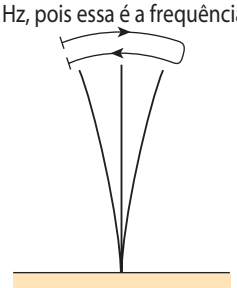
Resposta: I

73 (UFPR) A figura abaixo mostra uma lâmina presa a um suporte rígido, a qual oscila passando 100 vezes por segundo pela posição vertical, onde estaria se estivesse em repouso.



É correto afirmar que:
(01) A frequência da onda sonora emitida no ar pela vibração da lâmina é de 50 Hz.
(02) Se a lâmina vibrasse no vácuo, não seriam produzidas ondas sonoras.
(04) Aumentando-se a amplitude da oscilação da lâmina e mantendo-se a mesma frequência, haverá uma diminuição do comprimento de onda da onda sonora emitida no ar.
(08) A velocidade de propagação da onda sonora emitida pela vibração da lâmina no ar depende da amplitude desta vibração.
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:
01. Correta.
Em cada oscilação, a lâmina passa **duas** vezes pela posição vertical. Então, 100 passagens por segundo pela vertical correspondem a 50 oscilações por segundo, ou seja, 50 Hz. A frequência do som emitido também é 50 Hz, pois essa é a frequência de sua fonte.

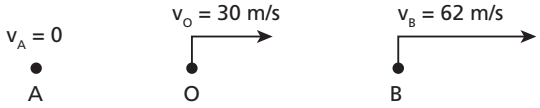


02. Correta.
04. Incorreta.
Sabemos que $v = \lambda f$. Como **f** (frequência do som emitido) e **v** (velocidade do som no ar) não se alteram, λ também se mantém.
08. Incorreta.
Portanto, a soma dos números correspondentes às afirmações corretas é 3.

Resposta: 03

74 **E.R.** Duas fontes sonoras **A** e **B** emitem sons puros de mesma frequência, igual a 680 Hz. A fonte **A** está fixa no solo e **B** move-se para a direita, afastando-se de **A** com velocidade de 62 m/s em relação ao solo. Um observador entre as fontes move-se para a direita, com velocidade de 30 m/s também em relação ao solo.
Determine:
a) a frequência do som proveniente da fonte **A**, ouvida pelo observador;
b) a frequência do som proveniente da fonte **B**, ouvida pelo observador;
c) a frequência do batimento devido à superposição dessas ondas, admitindo-se que suas amplitudes sejam iguais (ou aproximadamente iguais).
Dado: velocidade do som no ar = 340 m/s

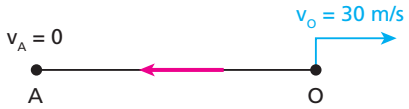
Resolução:
Façamos, inicialmente, um esquema mostrando a situação descrita:



Para o cálculo da frequência f_D ouvida pelo observador (frequência Doppler), devemos estabelecer um sentido de referência, sempre do observador para a fonte, e aplicar a fórmula:

$$f_D = f \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F}$$

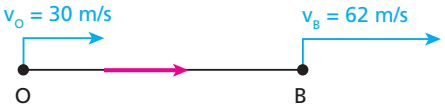
a) Assim, para o som proveniente da fonte **A**, temos:



$f = 680$ Hz, $v = 340$ m/s, $v_O = 30$ m/s, $v_F = v_A = 0$

$$e\ f_D = 680 \cdot \frac{340 - 30}{340} \Rightarrow \boxed{f_D = 620\ Hz}$$

b) Para o som proveniente da fonte **B**, temos:



$f = 680$ Hz, $v = 340$ m/s, $v_O = 30$ m/s, $v_F = v_B = 62$ m/s e

$$f_D = 680 \cdot \frac{340 + 30}{340 + 62} \Rightarrow \boxed{f_D = 626\ Hz}$$

c) A superposição de duas ondas sonoras de amplitudes iguais (ou aproximadamente iguais) e de frequências próximas resulta no fenômeno denominado batimento, cuja frequência é dada pela diferença:

$$f_{BAT} = f_2 - f_1 \qquad (f_2 > f_1)$$

Assim:

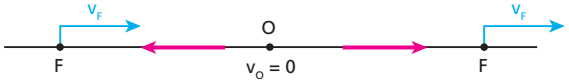
$$f_{BAT} = 626 - 620 \Rightarrow \boxed{f_{BAT} = 6\ Hz}$$

75 Um avião emite um som de frequência f = 600 Hz e percorre uma trajetória retilínea com velocidade v_a = 300 m/s. O ar apresenta-se imóvel. A velocidade de propagação do som é v = 330 m/s. Determine a frequência do som recebido por um observador estacionário junto à trajetória do avião:

a) enquanto o avião aproxima-se do observador;

b) quando o avião afasta-se do observador.

Resolução:



a) $f_D = f\,\frac{v}{v - v_F} = 600 \cdot \frac{330}{330 - 300} \Rightarrow \boxed{f_D = 6{,}60\ \text{kHz}}$

b) $f_D = f\,\frac{v}{v + v_F} = 600 \cdot \frac{330}{330 + 300} \Rightarrow \boxed{f_D = 314\ \text{Hz}}$

Respostas: a) 6,60 kHz; b) 314 Hz

76 (PUC-SP) Uma fonte sonora em repouso, situada no ar, emite uma nota com frequência de 440 Hz. Um observador, movendo-se sobre uma reta que passa pela fonte, escuta a nota com frequência de 880 Hz. Supondo a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s, podemos afirmar que o observador:

a) aproxima-se da fonte com velocidade de 340 m/s.

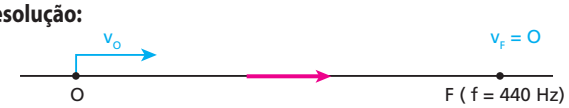
b) afasta-se da fonte com velocidade de 340 m/s.

c) aproxima-se da fonte com velocidade de 640 m/s.

d) afasta-se da fonte com velocidade de 640 m/s.

e) aproxima-se da fonte com velocidade de 880 m/s.

Resolução:

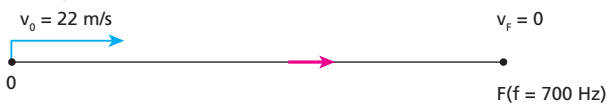


a) $f_D = f\,\frac{v + v_0}{v} \Rightarrow 880 = 440 \cdot \frac{340 + v_0}{340} \Rightarrow \boxed{v_0 = 340\ \text{m/s}}$

Resposta: a

77 (ITA-SP) Considere a velocidade máxima permitida nas estradas como sendo exatamente 80 km/h. A sirene de um posto rodoviário soa com uma frequência de 700 Hz, enquanto um veículo de passeio e um policial rodoviário se aproximam do posto emparelhados. O policial dispõe de um medidor de frequências sonoras. Dada a velocidade do som, de 350 m/s, ele deverá multar o motorista do carro a partir de que frequência mínima medida?

Resolução:



$f_D = f\,\frac{v \pm v_0}{v \pm v_F} = 700\,\frac{350 + 22}{350 + 0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{f_D = 744\ \text{Hz}}$

Resposta: 744 Hz

78 (ITA-SP) Com que velocidade deve um observador deslocar-se entre duas fontes sonoras estacionárias que emitem sons de mesma frequência, para que ele tenha a sensação de que essas frequências estão na razão 9:8? A velocidade do som no ar é de 340 m/s.

Resolução:

$f_1 = f\,\frac{v - v_0}{v} \qquad f_2 = f\,\frac{v + v_0}{v}$

$\frac{f_2}{f_1} = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{f\,\frac{v + v_0}{v}}{f\,\frac{v - v_0}{v}} = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{v + v_0}{v - v_0} = \frac{9}{8}$

$v_0 = \frac{v}{17} \Rightarrow v_0 = \frac{340}{17} \Rightarrow \boxed{v_0 = 20\ \text{m/s}}$

Resposta: 20 m/s

79 (PUC-SP) Uma fonte sonora está adaptada a um veículo que se desloca em trajetória retilínea e se aproxima, freando, de um observador parado. Sendo **f** a frequência do som emitido pela fonte, podemos afirmar que o som percebido pelo observador tem frequência:

a) invariável.

b) crescente e inferior a **f**.

c) crescente e superior a **f**.

d) decrescente e superior a **f**.

e) decrescente e inferior a **f.**

Pat LaCroix/Getty Images

Resolução:

$f_D = f\,\frac{v}{v - v_F}$

Observemos que f_D é **maior** que **f**, porém **decrescente**, pois v_F decresce.

Resposta: d

80 (UFPA) As qualidades fisiológicas do som são:
a) altura, intensidade e timbre.
b) altura, sonoridade e timbre.
c) intensidade, sonoridade e timbre.
d) timbre, volume e sonoridade.
e) limpidez, sonoridade e volume.

Resposta: b

81 **E.R.** Que nível de intensidade, em decibels, terá o som recebido por uma pessoa a 10 m de um instrumento musical que emite uma onda sonora de potência constante igual a 125,6 μW?
Dados: $\pi = 3{,}14$ e $I_{ref} = 10^{-12}$ W/m².

Resolução:
O nível relativo de intensidade de um som é dado, em decibels, por:

$$N = 10 \log \frac{I}{I_{ref}}$$

Considerando o som uma onda esférica, a intensidade **I** recebida no local citado é calculada por:

$$I = \frac{Pot}{4\pi x^2}$$

Assim, sendo Pot = 125,6 μW = 125,6 · 10⁻⁶ W, $\pi = 3{,}14$ e x = 10 m, temos:

$$I = \frac{125{,}6 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2} \Rightarrow I = 1 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

Portanto:

$$N = 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \log 10^5 = 50$$

$$\boxed{N = 50 \text{ dB}}$$

82 A mais gigantesca onda sonora registrada na história foi o som da explosão do vulcão de Krakatoa, perto de Java, no oceano Índico. Essa onda sonora foi ouvida a 4800 km do local.

Top Photo Group/AGB Photo Library

Supondo que essa onda seja esférica, que não houve dissipação de energia em sua propagação e que a intensidade mínima necessária para ela ser ouvida seja de 10^{-12} W/m², determine a potência da explosão, em watts.

Resolução:

$$I = \frac{Pot}{4\pi x^2} \Rightarrow 10^{-12} = \frac{Pot}{4 \cdot 3{,}14 \cdot (4{,}8 \cdot 10^6)^2} \Rightarrow \boxed{Pot \simeq 290 \text{ W}}$$

Resposta: Aproximadamente 290 W

83 (UFPA) Uma fonte puntiforme produz a 50 m de distância um som cujo nível de intensidade vale 50 dB. Em watts, a potência da fonte vale:
a) $\pi \cdot 10^{-1}$.
b) $\pi \cdot 10^{-3}$.
c) $2\pi \cdot 10^{-2}$.
d) $4\pi \cdot 10^{-3}$.
e) $5\pi \cdot 10^{-2}$.

Resolução:

$$N = 10 \log \frac{I}{I_{ref}} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 5 = \log 10^{12} I \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^{12} I = 10^5 \Rightarrow I = 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{Pot}{4\pi x^2} \Rightarrow 10^{-7} = \frac{Pot}{4\pi 50^2} \Rightarrow \boxed{Pot = \pi \cdot 10^{-3} \text{ W}}$$

Resposta: b

84 Com um decibelímetro, mede-se o nível de ruído em um ponto do cruzamento das avenidas Ipiranga e São João (São Paulo). Uma primeira amostragem, levantada às 3h, revela 60 dB, enquanto outra, obtida às 18h, acusa 100 dB. Por quanto ficou multiplicada a intensidade sonora da primeira para a segunda amostragem?

Resolução:

Às 3h: $N_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_{ref}} \Rightarrow 60 = 10 \log \frac{I_1}{I_{ref}}$

$I_1 = 10^6 I_{ref}$

Às 18h: $N_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_{ref}} \Rightarrow 100 = 10 \log \frac{I_2}{I_{ref}}$

$I_2 = 10^{10} I_{ref}$

Portanto: $\boxed{I_2 = 10^4 I_1}$

Resposta: 10^4

85 A orelha de um ouvinte normal recebe um som de intensidade $I_1 = 1\,000\, I_{ref}$, em que I_{ref} é uma intensidade sonora tomada como referência.
Em seguida, recebe um som de mesma frequência, mas de intensidade I_2 igual ao dobro da anterior, ou seja, $I_2 = 2I_1$.
A sensação sonora também dobrou? Justifique com cálculos.
Dado: log2 = 0,30

Resolução:

- $N_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_{ref}} = 10 \log 10^3 \Rightarrow N_1 = 30 \text{ dB}$
- $N_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_{ref}} = 10 \log (2 \cdot 10^3)$

  $N_2 = 10 (\log 2 + \log 10^3) = 10 (0{,}30 + 3) \Rightarrow N_2 = 33 \text{ dB}$

  Portanto, a sensação sonora aumentou 3 dB, passando de 30 dB para 33 dB.

Resposta: Não. A sensação sonora aumentou 3 dB

86 **E.R.** Considere dois sons de intensidades I_1 e I_2 e níveis sonoros N_1 e N_2, respectivamente. Determine $\Delta N = N_2 - N_1$, em decibels.

Resolução:

Temos:

$$N_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_{ref}} \quad \text{e} \quad N_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_{ref}}$$

Então:

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_{ref}} - 10 \log \frac{I_1}{I_{ref}}$$

$$N_2 - N_1 = 10 \left(\log \frac{I_2}{I_{ref}} - \log \frac{I_1}{I_{ref}} \right)$$

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{\frac{I_2}{I_{ref}}}{\frac{I_1}{I_{ref}}} \Rightarrow \boxed{\Delta N = N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}}$$

87 (PUC-MG) O nível sonoro, dado em decibéis (dB), é definido pela expressão $\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$, onde I_0 é uma intensidade-padrão de referência e **I**, a intensidade, em W/m², do som cujo nível se está calculando. Se o nível sonoro de um murmúrio, a 1 m de distância, é de $\beta_1 = 20$ dB, e o de um forte grito, à mesma distância, é de $\beta_2 = 70$ dB, a razão $\frac{I_2}{I_1}$ das intensidades dos dois sons é:

a) $\frac{7}{2}$. b) $\frac{2}{7}$. c) 10^5. d) 50. e) 10^3.

Resolução:

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 70 - 20 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 5$$

$$\boxed{\frac{I_2}{I_1} = 10^5}$$

Resposta: c

88 (Aman-RJ) Num estádio de futebol, o nível de intensidade sonora é normalmente de 60 dB. No momento de um gol a intensidade sonora amplia-se 1 000 vezes. Qual é, em dB, o nível de intensidade sonora no momento do gol?

Resolução:

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow N_2 - 60 = 10 \log \frac{1\,000 \, I_2}{I_1} = 10 \cdot 3$$

$$\boxed{N_2 = 90 \text{ dB}}$$

Resposta: 90 dB

89 (UCDB-MT) A orelha humana é muito sensível às variações de frequência de um som, percebendo variações da ordem de 1%. No entanto, tem sensibilidade bastante menor às variações de potência das ondas sonoras. São necessárias variações da ordem de 25% na potência para serem percebidas pela orelha. Assim, a definição do decibel significa que, para duas potências sonoras que se diferenciam de **n** decibéis, vale a relação:

$$n = 10 \log \frac{P_2}{P_1}$$

Quando n = 1 decibel, $\frac{P_2}{P_1} = 1{,}26$, ou seja, para um aumento de 1 decibel na sensação sonora é necessário um aumento de 26% na potência da onda sonora.

Se n = 10 decibéis, o aumento da potência, em porcentagem, é de:

a) 900%. b) 126%. c) 90%. d) 50%. e) 9%.

Resolução:

n = 10

$$10 = 10 \log \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \log \frac{P_2}{P_1} = 1 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 10$$

$$P_2 = 10P_1 = P_1 + \boxed{9P_1}$$

Aumento de 900%

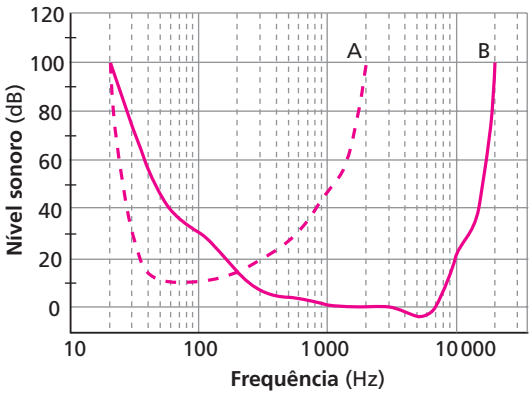
Resposta: a

90 (Unicamp-SP) É usual medirmos o nível de uma fonte sonora em decibéis (dB). O nível em dB é relacionado à intensidade **I** da fonte pela fórmula:

$$\text{Nível sonoro (dB)} = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

em que $I_0 = 10^{-12}$ W/m² é um valor-padrão de intensidade muito próximo do limite de audibilidade humana.

Os níveis sonoros necessários para uma pessoa ouvir variam de indivíduo para indivíduo. No gráfico abaixo esses níveis estão representados em função da frequência do som para dois indivíduos, **A** e **B**. O nível sonoro acima do qual um ser humano começa a sentir dor é aproximadamente 120 dB, independentemente da frequência.



a) Que frequências o indivíduo **A** consegue ouvir melhor que o indivíduo **B**?

b) Qual a intensidade **I** mínima de um som (em W/m²) que causa dor em um ser humano?

c) Um beija-flor bate as asas 100 vezes por segundo, emitindo um ruído que atinge o ouvinte com um nível de 10 dB. Quanto a intensidade **I** desse ruído precisa ser amplificada para ser audível pelo indivíduo **B**?

Resolução:

a) Do gráfico, concluímos que o indivíduo **A** ouve melhor que **B** as frequencias compreendidas entre 20 Hz e 200 Hz, pois, nesse intervalo, os níveis sonoros necessários para a audição de **A** são menores que os necessários para a audição de **B**.

b) $120 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \boxed{I = 1 \text{ W/m}^2}$

c) f = 100 Hz
N = 10 dB
Do gráfico, temos que o nível sonoro precisa ser no mínimo igual a 30 dB para que **B** possa ouvir um som de 100 Hz.

$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$

$30 - 10 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \boxed{I_2 = 100\, I_1}$

Respostas: a) Entre 20 Hz e 200 Hz; b) 1 W/m²; c) Precisa ser multiplicada por 100.

91 (Cesgranrio-RJ) Quando a orelha humana é submetida prolongadamente a ruídos de nível sonoro superior a 85 dB, sofre lesões irreversíveis. Por isso, o *Ministério do Trabalho* estabelece o intervalo de tempo máximo diário que um trabalhador pode ficar exposto a sons muito intensos. Esses dados são apresentados na tabela a seguir.

Nível sonoro (dB)	**Intervalo de tempo máximo de exposição** (h)
85	8
90	4
95	2
100	1

Observe, portanto, que a cada aumento de 5 dB no nível sonoro, o intervalo de tempo máximo de exposição reduz-se à metade. Sabe-se ainda que, ao assistir a um *show* de *rock*, espectadores próximos às caixas de som ficam expostos a níveis sonoros em torno de 110 dB. De acordo com as informações acima, responda:

a) Qual deveria ser a duração máxima de um *show* de *rock* para os espectadores próximos às caixas de som?
b) De 90 dB para 105 dB, que redução percentual ocorre no intervalo de tempo máximo de exposição?
c) Sejam, respectivamente, **I** a intensidade sonora correspondente a 110 dB (nível sonoro nas proximidades das caixas de som nos *shows* de *rock*) e I_0 a intensidade sonora correspondente a 0 dB (silêncio). Determine a razão $\frac{I}{I_0}$.

Resolução:

a) A tabela fornecida indica que, a cada aumento de 5 dB no nível sonoro, o intervalo de tempo máximo de exposição se reduz à metade. Então, para 105 dB, esse tempo cai a 0,5 h e, para 110 dB, a 0,25 h:

$\boxed{\Delta t = 0{,}25\ h = 15\ min}$

b) De 90 dB para 105 dB, o intervalo de tempo máximo cai de 4 h para 0,5 h, sofrendo uma redução de 3,5 h. Sendo $r_{(\%)}$ a redução percentual:

$3{,}5 = r\ \ 4 \Rightarrow r = 0{,}875 \Rightarrow \boxed{r_{(\%)} = 87{,}5\%}$

c) $N = 10 \log \frac{I}{I_0}$

$110 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 11 \Rightarrow$

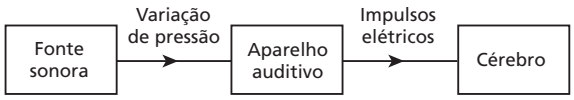
$\Rightarrow \boxed{\frac{I}{I_0} = 10^{11}}$

Respostas: a) 15 min; b) 87,5 %; c) 10^{11}

92 O aparelho auditivo, considerado no seu conjunto uma "caixa-preta", que detecta um sinal sonoro no ar e o transmite ao cérebro, tem como grandezas de entrada e saída:

a) variação de pressão — impulsos elétricos.
b) variação de pressão — compressão e distensão de moléculas.
c) variação de velocidade de moléculas — concentração iônica nas células.
d) variação de velocidade — impulsos elétricos.
e) variação de pressão — concentração iônica nas células.

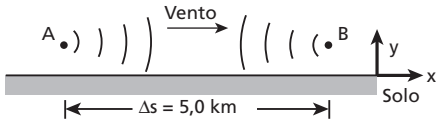
Resolução:



Resposta: a

93 (Vunesp-SP) Numa experiência para determinar a velocidade do som, dois observadores colocaram-se a uma distância de 5,0 km um do outro, munidos de um revólver e um cronômetro. O observador em **A** acionou seu cronômetro no instante em que viu o clarão do disparo de revólver de **B**, tendo registrado que o som levou 15,5 s para chegar à sua orelha. Em seguida, **A** atirou e **B** registrou o tempo de 14,5 s até ouvir o estampido. Calcule a velocidade do som e a componente da velocidade do vento ao longo da linha AB.

Resolução:



$\Delta t_A = 15{,}5\ s \qquad \Delta t_B = 14{,}5\ s$

Para **B**: $v_{som} + v_{vento} = \frac{\Delta s}{\Delta t_B}$

$v_{som} + v_{vento} = \frac{5\,000}{14{,}5} \simeq 345\ m/s \qquad (I)$

Para **A**: $v_{som} - v_{vento} = \frac{\Delta s}{\Delta t_A}$

$v_{som} - v_{vento} = \frac{5\,000}{15{,}5} \simeq 323\ m/s \qquad (II)$

Resolvendo o sistema constituído pelas equações (I) e (II), vem:

$\boxed{v_{som} = 334\ m/s} \qquad \boxed{v_{vento} = 11\ m/s}$

Resposta: 334 m/s e 11 m/s, respectivamente

94 (UFU-MG) Um estudante de Física encontra-se a certa distância de uma parede, de onde ouve o eco de suas palmas. Desejando calcular a que distância encontra-se da parede, ele ajusta o ritmo de suas palmas até deixar de ouvir o eco, pois este chega ao mesmo tempo que ele bate as mãos. Se o ritmo das palmas é de 30 palmas por minuto e a velocidade do som é aproximadamente 330 m/s, qual sua distância à parede?

Resolução:

- Cálculo do período das palmas:
  f = 30 palmas/minuto $\Rightarrow$ f = 0,5 Hz

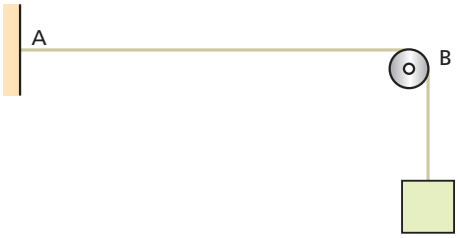
  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}5} \Rightarrow T = 2\ s$

- Em dois segundos, o som deve propagar-se do estudante à parede e voltar a ele:

$$v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 300 = \frac{2d}{2} \Rightarrow \boxed{d = 330\ m}$$

Resposta: 330 m

95 A figura mostra uma corda fixa pela extremidade **A** e passando por uma polia em **B**. Na outra extremidade, está suspenso um bloco de 1 000 N de peso e 0,075 m³ de volume. A densidade linear da corda é igual a 0,1 kg/m e o comprimento do trecho horizontal é de 1 m.



Tangendo a corda no ponto médio entre **A** e **B**, ela vibra no modo fundamental.

a) Calcule a frequência fundamental de vibração do trecho AB.

b) Calcule a nova frequência fundamental de vibração do trecho AB se o bloco estiver totalmente imerso em um líquido de massa específica igual a 1 000 kg/m³ (g = 10 m/s²).

Resolução:

a) $v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} = \sqrt{\frac{1000}{0,1}} \Rightarrow v = 100\ m/s$

$\lambda = 2L = 2 \cdot 1 \Rightarrow \lambda = 2\ m$

$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{100}{2} \Rightarrow \boxed{f = 50\ Hz}$

b) $E = \mu V g = 1000 \cdot 0,075 \cdot 10 \Rightarrow E = 750\ N$

$F = P - E = 1000 - 750 \Rightarrow F = 250\ N$

$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} = \sqrt{\frac{250}{0,1}} \Rightarrow v = 50\ m/s$

$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{50}{2} \Rightarrow \boxed{f = 25\ Hz}$

Respostas: a) 50 Hz; b) 25 Hz

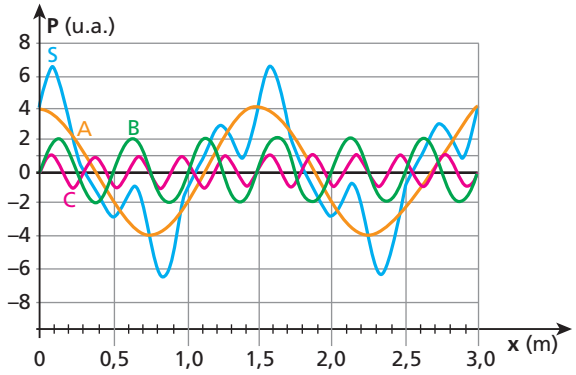
96 (Fuvest-SP) O som produzido por um determinado instrumento musical, longe da fonte, pode ser representado por uma onda complexa **S**, descrita como uma sobreposição de ondas senoidais de pressão, conforme a figura. Nela, está representada a variação da pressão **P** em função da posição, em determinado instante, estando as três componentes de **S** identificadas por **A**, **B** e **C**.

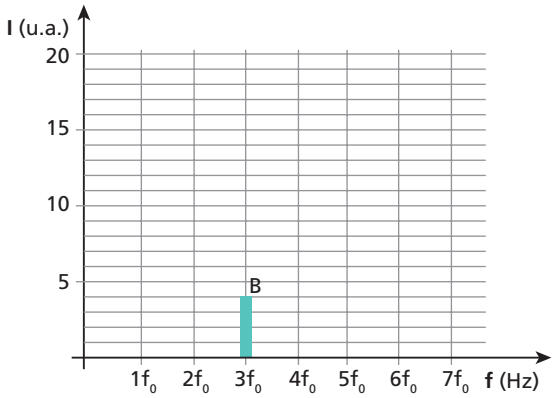
a) Determine os comprimentos de onda, em metros, de cada uma das componentes **A**, **B** e **C**.

b) Determine o comprimento de onda λ_0, em metros, da onda **S**.

c) Copie o gráfico apresentado a seguir, representando as intensidades das componentes **A** e **C**. Nesse mesmo gráfico, a intensidade da componente **B** já está representada, em unidades arbitrárias.

Note e adote:
u.a. = unidade arbitrária; velocidade do som ≃ 340 m/s
A intensidade **I** de uma onda senoidal é proporcional ao quadrado da amplitude de sua onda de pressão.
A frequência f_0 corresponde à componente que tem menor frequência.





Resolução:

a) Do gráfico, temos:

	λ (m)
A	1,5
B	0,5
C	0,3

b) Do gráfico:

$\boxed{\lambda_0 = 1,5\ m}$

O comprimento de onda da onda resultante **S** é igual ao comprimento de onda da onda de menor frequência **A**, que corresponde ao som fundamental.

c) Como todas as ondas componentes propagam-se com a mesma velocidade **v** ($v = \lambda f$), o produto $\lambda \cdot f$ é igual para as três. Então, temos:

Para a onda **A**: λ_0 e f_0

Para a onda **B**: $\frac{\lambda_0}{3}$ e $3f_0$

Para a onda **C**: $\frac{\lambda_0}{5}$ e $5f_0$

No gráfico de **P** em função de **x**, obtemos as amplitudes (**A**) das três ondas componentes:

$A_A = 4$ u.a.

$A_B = 2$ u.a.

$A_C = 1$ u.a.

No gráfico de **I** em função de **f**, lemos:

$I_B = 4$ u.a.

O enunciado informa que $I = k A^2$, em que **k** é uma constante de proporcionalidade.

Então:

$I_A = k A_A^2 = k \ 4^2 = 16\ k$

$I_B = k A_B^2 = k \ 2^2 = 4\ k = 4$ u.a.

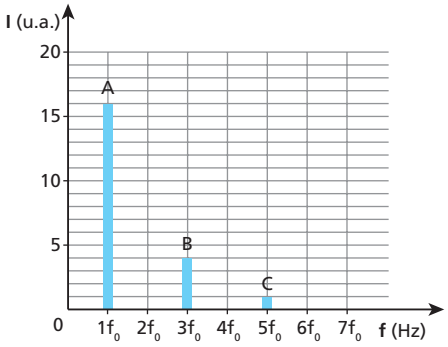
$I_C = k A_C^2 = k \ 1^2 = 1\ k$

Portanto:

$I_A = 4I_B \Rightarrow I_A = 16$ u.a.

$I_C = \frac{1}{4} I_B \Rightarrow I_C = 1$ u.a.

Representando as intensidades no gráfico, temos:

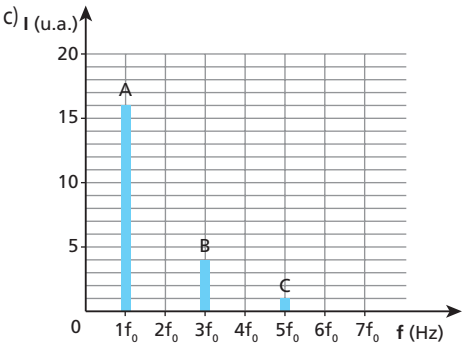


Respostas: a)

	λ (m)
A	1,5
B	0,5
C	0,3

; b) $\lambda_0 = 1{,}5$ m

c)



97 (PUC-SP) Dois diapasões vibram com frequências $f_1 = 32\,000$ Hz e $f_2 = 30\,000$ Hz. Se os dois diapasões forem colocados próximos um do outro, um ouvinte:

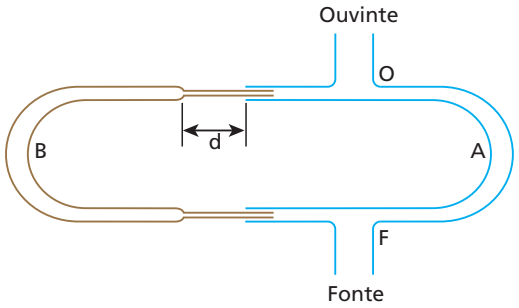
a) ouvirá um som de frequência 2 000 Hz.
b) não ouvirá som algum.
c) ouvirá apenas o som de frequência 32 000 Hz.
d) ouvirá apenas o som de frequência 30 000 Hz.
e) ouvirá um som de frequência 31 000 Hz.

Resolução:

A onda resultante da superposição dos dois ultrassons (32 000 Hz e 30 000 Hz) é ultra-som de frequência igual a 31 000 Hz, que, como sabemos, não é audível. Entretanto, ocorrem batimentos com frequência igual a 2 000 Hz. Esses batimentos não são percebidos individualmente, mas são ouvidos como um som de frequência igual a 2 000 Hz.

Resposta: a

98 (Fatec-SP) O esquema abaixo representa um trombone de Quincke. A fonte é um diapasão próximo a **F**. O ouvinte constata intensidade mínima para $d_1 = 5$ cm e novamente para $d_2 = 15$ cm. Qual o comprimento de onda do som dentro do tubo?



Resolução:

Para d = 0: OBF – OAF = x

Para $d_1 = 5$ cm: $OBF - OAF = x + 10 = i\frac{\lambda}{2}$ (I)

Para $d_2 = 15$ cm:

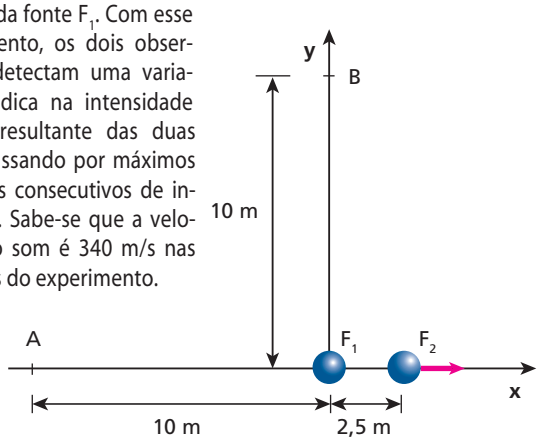
$OBF - OAF = x + 30 = (i + 2)\frac{\lambda}{2}$ (II)

(**i** e **i + 2** são números ímpares consecutivos)

Fazendo (II) – (I), vem: $\boxed{\lambda = 20 \text{ cm}}$

Resposta: 20 cm

99 (Fuvest-SP) Duas fontes sonoras F_1 e F_2 estão inicialmente separadas de 2,5 m. Dois observadores **A** e **B** estão distantes 10 m da fonte F_1, sendo que o observador **A** está no eixo **x** e o observador **B**, no eixo **y**, conforme indica a figura. As duas fontes estão em fase e emitem som numa frequência fixa f = 170 Hz. Num dado instante, a fonte F_2 começa a se deslocar lentamente ao longo do eixo **x**, afastando-se da fonte F_1. Com esse deslocamento, os dois observadores detectam uma variação periódica na intensidade do som resultante das duas fontes, passando por máximos e mínimos consecutivos de intensidade. Sabe-se que a velocidade do som é 340 m/s nas condições do experimento.



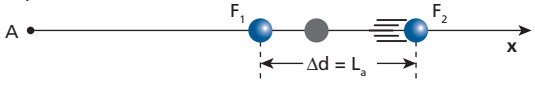
Levando em conta a posição inicial das fontes, determine:

a) a separação L_a entre as fontes para a qual o observador **A** detecta o primeiro mínimo de intensidade;
b) a separação L_b entre as fontes para a qual o observador **B** detecta o primeiro máximo de intensidade.

Resolução:

a) v = 340 m/s f = 170 Hz

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{170} \Rightarrow \lambda = 2{,}0$ m



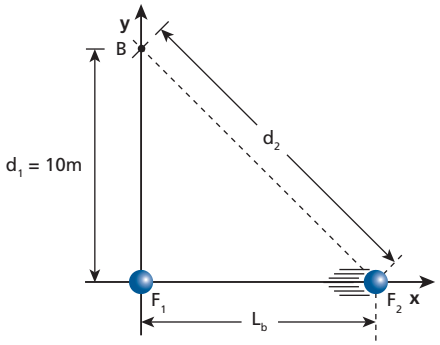
$\Delta d = N \frac{\lambda}{2}$ (N = 1, 3, 5, ...)

$L_a = N \frac{2,0}{2} = N \ 1,0 \text{ m}$

Como L_a é maior que 2,5 m e, além disso, deve ser mínima, vamos fazer N = 3:

$\boxed{L_a = 3,0 \text{ m}}$

b)



$\Delta d = N \frac{\lambda}{2}$ (N = 0, 2, 4, ...)

$d_2 - 10 = N \frac{2,0}{2} \Rightarrow d_2 - 10 = N \ 1,0$

Como d_2 é maior que 10 m e, além disso, deve ser mínima, vamos fazer N = 2:

$d_2 - 10 = 2,0 \Rightarrow d_2 = 12 \text{ m}$

$d_2^2 = d_1^2 + L_b^2 \Rightarrow 12^2 = 10^2 + L_b^2 \Rightarrow \boxed{L_b = 6,6 \text{ m}}$

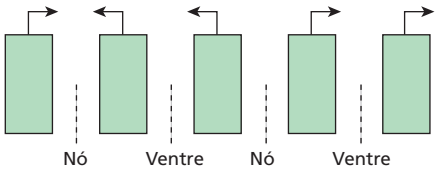
Respostas: a) 3,0 m, b) 6,6 m

100 A respeito das ondas estacionárias sonoras produzidas no ar, podemos afirmar que:

a) num nó de deslocamento, a pressão é constante.
b) num nó de deslocamento, a pressão varia.
c) num ventre de deslocamento, a pressão varia.
d) a pressão é constante tanto nos ventres como nos nós de deslocamento.

Resolução:

As ondas estacionárias sonoras podem ser representadas pelo esquema seguinte, em que cada retângulo é uma porção de ar movendo-se no sentido indicado:



Em um nó de deslocamento, a pressão varia (aumenta e diminui).
Em um ventre de deslocamento, a pressão é constante.

Resposta: b

101 Uma fonte sonora emitindo um som puro (única frequência) de frequência igual a 440 Hz foi colocada sucessivamente junto à extremidade aberta de cinco tubos cilíndricos **A**, **B**, **C**, **D** e **E**, fechados na outra extremidade, de comprimentos respectivamente iguais a 6,25 cm, 15,00 cm, 18,75 cm, 37,50 cm e 93,75 cm. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar existente dentro dos tubos é igual a 330 m/s, determine que tubo(s) entrou(entraram) em ressonância com a fonte.

Resolução:

As frequências de ressonância de um tubo fechado são dadas por $f = \frac{N\,v}{4L}$, sendo **N** um número **ímpar**.

Temos:

$L = N \frac{v}{4f} = N \frac{33\,000 \text{ cm/s}}{4 \cdot 440 \text{ Hz}}$

$L = N \ 18,75 \text{ cm}$

Fazendo:

$N = 1 : L = 18,75 \text{ cm} \Rightarrow$ Tubo **C**;

$N = 3 : L = 56,25 \text{ cm} \Rightarrow$ Nenhum dos tubos;

$N = 5 : L = 93,75 \text{ cm} \Rightarrow$ Tubo **E**.

Respostas: C e D

102 (ITA-SP) Um tubo sonoro aberto em uma das extremidades e fechado na outra apresenta uma frequência fundamental de 200 Hz. Sabendo que o intervalo de frequências audíveis é aproximadamente de 20,0 a 16 000 Hz, qual o número de frequências audíveis que esse tubo pode emitir?

Resolução:

Sendo n = 1, 2, 3, ... e lembrando que os tubos fechados só emitem harmônicos de ordem ímpar, temos:

$20,0 \leqslant \overbrace{(2n-1)}^{\text{Número ímpar}} \leqslant 16\,000$

$(\div 200): \ 0,1 \leqslant 2n - 1 \leqslant 80$

$(+1): \ 1,1 \leqslant 2n \leqslant 81$

$(\div 2): \ 0,55 \leqslant n \leqslant 40,5$

Então, **n** pode assumir 40 valores distintos.

Resposta: 40

103 (IME-RJ) Há dez batimentos por segundo entre o segundo harmônico de um tubo aberto de órgão, de 8,5 m de comprimento, e o terceiro harmônico de outro tubo, fechado. Dos dois sons, o mais grave é o primeiro. Determine o comprimento do tubo fechado, sabendo que a velocidade do som no ar é 340 m/s.

Resolução:

- No tubo aberto (segundo harmônico):

  $f_a = \frac{2v}{2L_a} = \frac{340}{8,5} \Rightarrow f_a = 40 \text{ Hz}$

- No tubo fechado (terceiro harmônico):

  $f_f = \frac{3v}{4L_f} = \frac{3 \cdot 340}{4L_f} \Rightarrow f_f = \frac{255}{L_f} \text{ Hz}$

- $f_{bat} = f_f - f_a$

  $10 = \frac{255}{L_f} - 40 \Rightarrow \boxed{L_f = 5,1 \text{ m}}$

Resposta: 5,1 m

104 (Unicamp-SP) Em um forno de micro-ondas, as moléculas de água contidas nos alimentos interagem com as micro-ondas que as fazem oscilar com uma frequência de 2,40 GHz ($2{,}40 \cdot 10^9$ Hz). Ao oscilar, as moléculas colidem inelasticamente entre si transformando energia radiante em calor. Considere um forno de micro-ondas de 1000 W que transforma 50% da energia elétrica em calor. Considere a velocidade da luz $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

a) Determine o comprimento de onda das micro-ondas.

b) Considere que o forno é uma cavidade ressonante, na qual a intensidade das micro-ondas é nula nas paredes. Determine a distância entre as paredes do forno, na faixa entre 25 cm e 40 cm, para que a intensidade da radiação seja máxima exatamente em seu centro.

c) Determine o tempo necessário para aquecer meio litro de água de 20 °C para 40 °C. O calor específico da água é 4 000 J/kg °C.

Nota:

• O motivo do aquecimento não é a colisão inelástica entre as moléculas de água, mas sim a ressonância dessas moléculas com as micro-ondas nelas incidentes.

Resolução:

a) $c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{2{,}40 \cdot 10^9}$

$\boxed{\lambda = 12{,}5 \text{ cm}}$

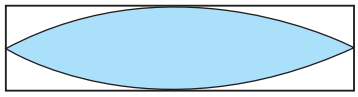
b) A onda estacionária deve apresentar nós junto às paredes e um ventre no centro. É fácil perceber que, para que isso ocorra, a distância **D** entre as paredes precisa ser um número ímpar **i** de $\frac{\lambda}{2}$:

$D = i\ \frac{\lambda}{2} = i\ \frac{12{,}5}{2} \Rightarrow D = i\ 6{,}25 \text{ cm}$

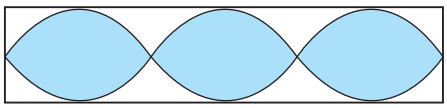
Além disso, **D** tem de estar **entre 25 cm e 40 cm**.

Fazendo:

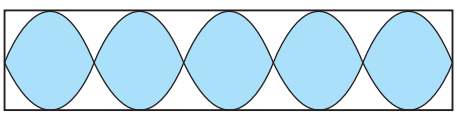
$i = 1 \Rightarrow D = 6{,}25$ cm (não serve)



$i = 3 \Rightarrow D = 18{,}75$ cm (não serve)



$i = 5 \Rightarrow \boxed{D = 31{,}25 \text{ cm}}$ (RESPOSTA)



$i = 7 \Rightarrow D = 43{,}75$ cm (não serve)

c) $Pot_{útil} = 500$ W $m = 0{,}5$ kg $\Delta\theta = 20$ °C

$Pot_{útil} = \frac{Q}{\Delta t}$

$\Delta t = \frac{Q}{Pot_{útil}} = \frac{m\,c\,\Delta\theta}{Pot_{útil}} = \frac{0{,}5 \cdot 4\,000 \cdot 20}{500}$

$\boxed{\Delta t = 80 \text{ s}}$

Respostas: a) 12,5 cm; b) 31,25 cm; c) 80 s

105 (IME-RJ) Ao encher-se um recipiente com água, o som produzido fica mais agudo com o passar do tempo.

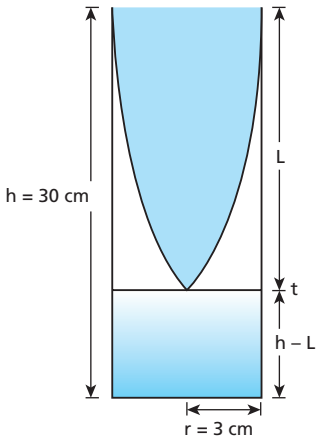
a) Explique por que isso ocorre.

b) Determine uma expressão para a frequência fundamental do som em função do tempo, para o caso de um recipiente cilíndrico com 6 cm de diâmetro e 30 cm de altura, sabendo que a vazão do líquido é de 30 cm^3/s. Suponha que a velocidade do som no ar no interior do recipiente seja 340 m/s.

Resolução:

a) À medida que o nível da água sobe, o comprimento **L** da coluna de ar diminui. Com isso, as frequências de ressonância dessa coluna, dadas por $f = \frac{N\,v}{4\,L}$, aumentam.

b)



$V = 30\ cm^3/s$ (vazão em volume)

Sejam:

$A = \pi r^2$: área da seção transversal do recipiente.

v_a: velocidade com que sobe o nível da água.

$t = 0$: instante em que a água começa a ser despejada.

t: instante qualquer.

Temos, no instante **t**:

$V = A\,v_a \Rightarrow V = \pi r^2 \frac{h - L}{t} \Rightarrow L = h - \frac{Vt}{\pi r^2}$

Como $f = \frac{v}{4L}$:

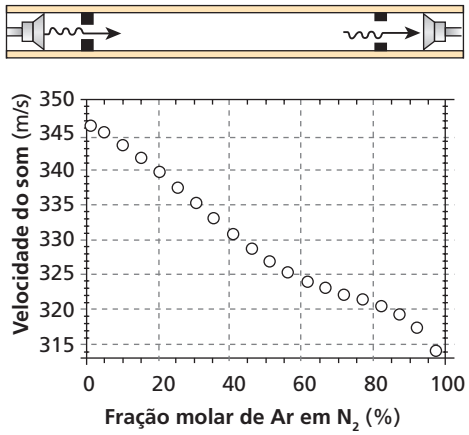
$f = \frac{v}{4\left(h - \frac{Vt}{\pi r^2}\right)} = \frac{340 \cdot 10^2 \text{ cm/s}}{4\left(30 \text{ cm} - \frac{30t}{\pi\ 9} \text{ cm}\right)}$

$f = \frac{340 \cdot 10^2}{40\left(3 - \frac{t}{3\pi}\right)} \Rightarrow \boxed{f = \frac{850}{3 - \frac{t}{3\pi}} \text{ Hz}}$ $(0 \leqslant t < 9\pi \text{ s})$

Respostas: a) As frequências de ressonância da coluna de ar são inversamente proporcionais ao seu comprimento.

b) $f = \frac{850}{3 - \frac{t}{3\pi}}$ Hz $(0 \leqslant t < 9\pi \text{ s})$

106 (Unicamp-SP) Uma das formas de se controlar misturas de gases de maneira rápida, sem precisar retirar amostras, é medir a variação da velocidade do som no interior desses gases. Uma onda sonora com frequência de 800 kHz é enviada de um emissor a um receptor (vide esquema a seguir), sendo então medida eletronicamente sua velocidade de propagação em uma mistura gasosa. O gráfico a seguir apresenta a velocidade do som para uma mistura de argônio e nitrogênio em função da fração molar de Ar em N_2.



a) Qual o comprimento de onda da onda sonora no N_2 puro?
b) Qual o tempo para a onda sonora atravessar um tubo de 10 cm de comprimento contendo uma mistura com uma fração molar de Ar de 60%?

Resolução:

a) $f = 800\ k\ Hz = 800 \cdot 10^3\ Hz$

- N_2 puro $\Rightarrow$ fração molar de Ar em N_2 igual a zero.
- Do gráfico: $v \simeq 346{,}5$ m/s

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{346{,}5}{800 \cdot 10^3} \Rightarrow \boxed{\lambda \simeq 4{,}3 \cdot 10^{-4}\ m}$$

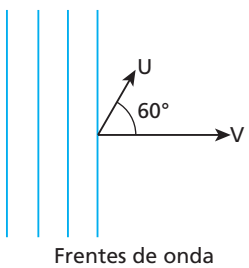
b) Do gráfico: fração molar de Ar em $N_2 = 60\% \Rightarrow v \simeq 324$ m/s

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{10 \cdot 10^{-2}}{324} \Rightarrow \boxed{\Delta t \simeq 3{,}1 \cdot 10^{-4}\ s}$$

Respostas: a) $4{,}3 \cdot 10^{-4}$ m; b) $3{,}1 \cdot 10^{-4}$ s

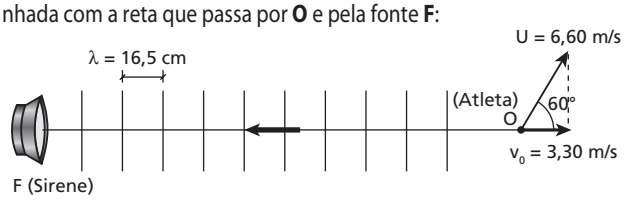
107 (Fuvest-SP) Uma onda sonora considerada plana, proveniente de uma sirene em repouso, propaga-se no ar parado, na direção horizontal, com velocidade **V** igual a 330 m/s e comprimento de onda igual a 16,5 cm. Na região em que a onda está se propagando, um atleta corre, em uma pista horizontal, com velocidade **U** igual a 6,60 m/s, formando um ângulo de 60º com a direção de propagação da onda. O som que o atleta ouve tem frequência aproximada de:

a) 1960 Hz.
b) 1980 Hz.
c) 2000 Hz.
d) 2020 Hz.
e) 2040 Hz.



Resolução:

Só deve ser usada a componente da velocidade do observador **O** alinhada com a reta que passa por **O** e pela fonte **F**:



$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{330}{0{,}165} \Rightarrow f = 2000\ Hz$$

$$f_D = f\frac{v - v_0}{v} = 2000 \cdot \frac{330 - 3{,}30}{330} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{f_D = 1980\ Hz}$$

Resposta: b

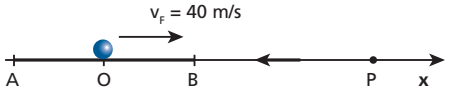
108 Uma fonte sonora com frequência de 600 Hz executa, no ar, um movimento harmônico simples entre os pontos **A** e **B** do eixo Ox, segundo a função horária $x = 0{,}8 \cos 50t$ (SI).

Sendo de 340 m/s a velocidade do som no ar, determine a máxima frequência sonora percebida por um observador estacionário em **P**.

Resolução:

A máxima frequência percebida pelo observador acontece quando a fonte se aproxima dele com máxima velocidade ($v_{máx} = \omega A$).
No movimento da fonte, temos:

$$\left.\begin{array}{l} A = 0{,}8\ m \\ \omega = 50\ rad/s \end{array}\right\} \Rightarrow v_{máx} = \omega A = 50 \cdot 0{,}8$$
$$v_{máx} = 40\ m/s$$



$$f_D = f\frac{v \pm v_o}{v \pm v_F} = 600\,\frac{340}{340 - 40} \Rightarrow \boxed{f_D = 680\ Hz}$$

Resposta: 680 Hz

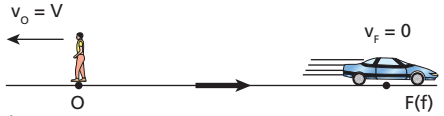
109 (IME-RJ) Um observador escuta a buzina de um carro em duas situações diferentes. Na primeira, o observador está parado e o carro se afasta com velocidade **V**; na segunda, o carro está parado e o observador se afasta com velocidade **V**. Em qual das duas situações o tom ouvido pelo observador é mais grave? Justifique sua resposta.

Resolução:

1ª)

$$f_D = f\frac{v \pm v_o}{v \pm v_F} \Rightarrow f_{D_1} = \frac{f\,v}{v + V}\ (I)$$

2ª)



$$f_D = f\frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} \Rightarrow f_{D_2} = \frac{f\,(v - V)}{v} \qquad (II)$$

Dividindo a expressão (I) pela expressão (II), membro a membro, obtemos:

Maior que 1

$$\frac{f_{D_1}}{f_{D_2}} = \frac{f\,v}{v+V}\cdot\frac{v}{f\,(v-V)} = \frac{v^2}{v^2-V^2}$$

Então:

$$\frac{f_{D_1}}{f_{D_2}} > 1 \Rightarrow \boxed{f_{D_2} < f_{D_1}}$$

Resposta: Na segunda situação.

110 (ITA-SP) Uma banda de *rock* irradia certa potência em um nível de intensidade sonora igual a 70 decibéis. Para elevar esse nível a 120 decibéis, a potência irradiada deverá ser elevada de:

a) 71%. c) 7 100%. e) 10 000 000%.
b) 171%. d) 9 999 900%.

Resolução:

$\Delta N = N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$

Para uma distância fixa da banda, a intensidade sonora **I** é proporcional à potência irradiada **P**.

Então:

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{P_2}{P_1}$$

$$120 - 70 = 10 \log \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 10^5 \Rightarrow P_2 = 10^5\,P_1$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 10^5\,P_1 - P_1 = 99999\,P_1$$

$$\boxed{\Delta P_{(\%)} = 9999900\,P_1}$$

Resposta: d

111 (ITA-SP) Um pelotão desfila num ritmo de 120 passos por minuto, ao som de uma fanfarra, que o precede; nota-se que a última fila está com o pé esquerdo à frente quando os componentes da fanfarra estão com o direito à frente. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, o comprimento do pelotão, incluindo a fanfarra, é de aproximadamente:

a) 170 m. c) 85 m. e) 490 m.
b) 680 m. d) 200 m.

Resolução:

São dados dois passos por segundo. Então, um passo dura 0,5 s. Entre a fanfarra e a última fila, há uma defasagem na marcha de pelo menos um passo. Isso significa que o som da fanfarra demora pelo menos 0,5 s para chegar à última fila.

$$\Delta s = v\,\Delta t \Rightarrow \Delta s = 340 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 170\ m}$$

Resposta: a

112 Uma corda de um instrumento musical, de 50 cm de comprimento e densidade linear igual a 2,50 g/m, vibra no modo fundamental com frequência igual a 260 Hz. Perto dela, um tubo aberto ressoa também no modo fundamental e são percebidos batimentos com frequência igual a 4 Hz.

Observou-se que uma ligeira diminuição da intensidade da força tensora na corda acarretou um aumento da frequência dos batimentos. Considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s, determine:

a) a frequência fundamental f_T do tubo aberto;
b) o comprimento **L** do tubo;
c) a intensidade **F** da força tensora na corda quando foram observados os batimentos de 4 Hz.

Resolução:

a) Para os batimentos terem frequência igual a 4 Hz, a frequência fundamental do tubo aberto pode ser 264 Hz (260 Hz + 4 Hz) ou 256 Hz (260 Hz – 4 Hz).
Entretanto, como a diminuição da intensidade da força tensora na corda reduz sua frequência de vibração, e isso acarretou um aumento da frequência de batimentos, concluímos que:

$$\boxed{f_T = 264\ Hz}$$

b) $f_T = \frac{v_{som}}{2L} \Rightarrow 264 = \frac{330}{2L} \Rightarrow \boxed{L = 62{,}5\ cm}$

c) Na corda, temos:

$$f = \frac{v}{2L} \Rightarrow v = 2L\,f = 2 \cdot 0{,}50 \cdot 260 \Rightarrow v = 260\ m/s$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow F = \delta\,v^2 = 2{,}50 \cdot 10^{-3} \cdot 260^2 \Rightarrow \boxed{F = 169\ N}$$

Respostas: a) 264 Hz; b) 62,5 cm; c) 169 N

113 Dois harmônicos consecutivos de um tubo sonoro têm frequências iguais a 425 Hz e 595 Hz. Determine a ordem desses harmônicos e a frequência fundamental do tubo.

Resolução:

Suponhamos que o tubo seja aberto:

$$f = \frac{N\,v}{2L} \begin{cases} 595 = \frac{(N+1)\,v}{2L} \\ 425 = \frac{N\,v}{2L} \end{cases} (\div) \Rightarrow \frac{N+1}{N} = \frac{595}{425} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 2{,}5$$

Como **N** não é inteiro, o tubo não é um tubo aberto, mas fechado:

$$f = \frac{N\,v}{4L} \begin{cases} 595 = \frac{(N+2)\,v}{4L} \\ 425 = \frac{N\,v}{4L} \end{cases} (\div) \Rightarrow \frac{N+2}{N} = \frac{595}{425} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 5 \quad e \quad N + 2 = 7$$

Portanto, as frequências 425 Hz e 595 Hz correspondem ao 5º e ao 7º harmônico respectivamente.

Frequência fundamental:

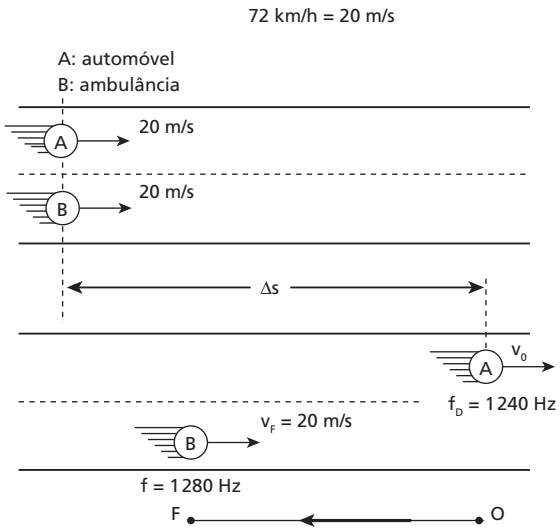
$$f_5 = 5f_1 \Rightarrow 425 = 5f_1$$

$$\boxed{f_1 = 85\ Hz}$$

Respostas: 5º harmônico; 7º harmônico; Frequência fundamental: 85 Hz

114 Um automóvel e uma ambulância movem-se numa estrada, lado a lado, no mesmo sentido, com velocidades constantes e iguais a 72 km/h. A sirene da ambulância emite um som de frequência igual a 1 280 Hz. A partir de certo instante, o motorista do automóvel imprime à sua viatura a aceleração de 1 m/s² no sentido do movimento. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é de 340 m/s, determine o espaço percorrido pelo automóvel até seu motorista ouvir um som de frequência igual a 1 240 Hz. Admita que o ar esteja parado em relação à Terra, à qual são referidas as velocidades mencionadas.

Resolução:



$$f_D = f\frac{v \pm v_o}{v \pm v_F} \Rightarrow 1240 = 1280\frac{340 - v_o}{340 - 20} \Rightarrow v_o = 30 \text{ m/s}$$

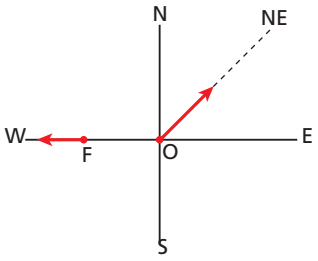
Aplicando a Equação de Torricelli ao movimento do automóvel, obtemos:

$$v^2_{final} = v^2_{inicial} + 2\,\alpha\,\Delta s$$

$$30^2 = 20^2 + 2 \cdot 1\ \Delta s \Rightarrow \boxed{\Delta s = 250 \text{ m}}$$

Resposta: 250 m

115 Uma fonte sonora **F**, emitindo um som de frequência igual a 500 Hz, desloca-se para Oeste, com velocidade $v_F = 20$ m/s. Um observador **O** desloca-se para Nordeste com velocidade $V_O = 20\sqrt{2}$ m/s (ver figura).

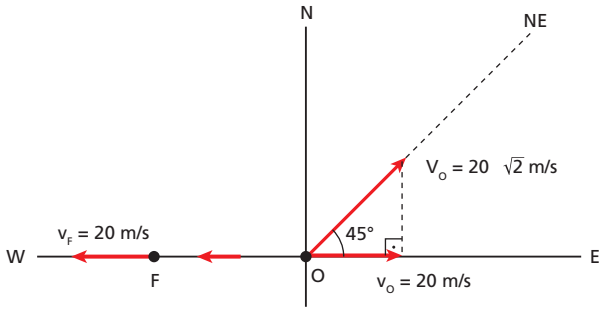


O vento sopra de Oeste para Leste, com velocidade $v_v = 40$ m/s.

Sabendo-se que, na ausência de vento, a velocidade do som no ar é $v_s = 340$ m/s e que todas as velocidades citadas são relativas ao solo, calcule a frequência do som ouvido pelo observador.

Resolução:

O som que atinge o observador propaga-se em relação ao solo com velocidade $v = v_s + v_v = 340 + 40 \Rightarrow v = 380$ m/s.



• $f_D = f\dfrac{v - v_o}{v + v_F} = 500 \cdot \dfrac{380 - 20}{380 + 20} \Rightarrow \boxed{f_D = 450 \text{ Hz}}$

Resposta: 450 Hz

116 No instante $t_0 = 0$, um garoto abandona uma pequena fonte sonora, que emite um som de frequência igual a 720 Hz, na boca de um poço cilíndrico vertical de profundidade **H**. Essa fonte despenca, atingindo o fundo do poço no instante **T**.

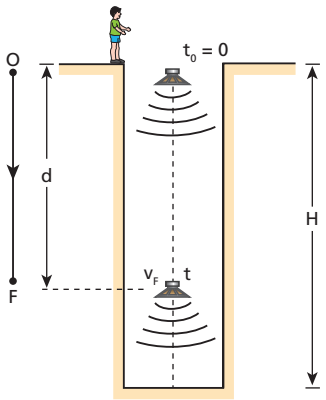
No local, o módulo da velocidade de propagação do som no ar é de 320 m/s. Admitindo-se que no instante em que o garoto vê o impacto da fonte sonora no fundo do poço ele ouça o som dessa fonte com frequência igual a 640 Hz, determine, desprezando a resistência do ar e considerando g = 10 m/s²:

a) o valor de **T**;

b) o valor de **H**.

Resolução:

a)



• Quando o garoto vê o impacto da fonte sonora no fundo do poço, ele **não** está recebendo o som que ela emite nesse momento. Esse som vai demorar algum tempo até chegar ao garoto. Assim, no instante do impacto, o garoto está recebendo o som que a fonte emitiu em algum instante **t** anterior ao impacto, quando ela estava a uma distância **d** da boca do poço.

Vamos calcular a velocidade da fonte no instante em que ela emitiu o som ouvido pelo garoto com frequência igual a 640 Hz:

$$f_D = f\frac{v \pm v_o}{v \pm v_F}\left(\begin{array}{c}\text{efeito}\\ \text{Doppler}\end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 640 = 720 \cdot \frac{320}{320 + v_F} \Rightarrow v_F = 40 \text{ m/s}$$

• Cálculo de **d** e **t**:

$v_F^2 = v_{0_F}^2 + 2g\,d \Rightarrow 40^2 = 0^2 + 2 \cdot 10\ d \Rightarrow d = 80\ m$

$v_F = V_{0_F} + g\,t \Rightarrow 40 = 0 + 10t \Rightarrow t = 4{,}0\ s$

Portanto, o som que o garoto ouviu foi **emitido** pela fonte 4,0 s depois que ela foi abandonada.

• Para chegar até ele, esse som teve de percorrer a distância **d** durante um intervalo de tempo Δt, em movimento uniforme com velocidade igual a 320 m/s.

$v = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 320 = \frac{80}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0{,}25\ s$:

Então, o garoto recebeu o som emitido à distância **d** no instante T = 4,25 s, que é o mesmo instante em que ele viu o impacto da fonte com o fundo do poço.

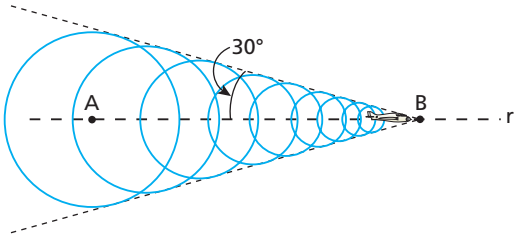
Portanto: $\boxed{T = 4{,}25\ s}$

b) $\Delta s = v_{0_F}\,t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 4{,}25^2}{2}$

$\boxed{H \simeq 90{,}3\ m}$

Respostas: a) 4,25 s; b) 90,3

117 A figura representa frentes de onda esféricas emitidas por um avião que se movimenta horizontalmente para a direita, ao longo da reta **r**, com velocidade constante:



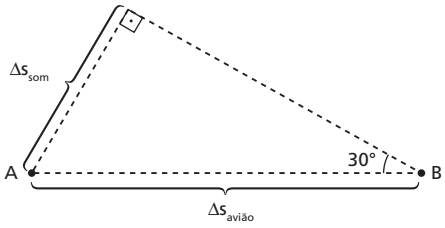
Considere a a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s e $\sqrt{3} = 1{,}7$.

a) Calcule a velocidade do avião.

b) Num determinado instante, o avião está na mesma vertical que passa por um observador parado no solo. Sabendo-se que 3,0 s após esse instante o observador ouve o estrondo sonoro causado pela onda de choque gerada pelo avião, calcule a altura do avião em relação a esse observador.

Resolução:

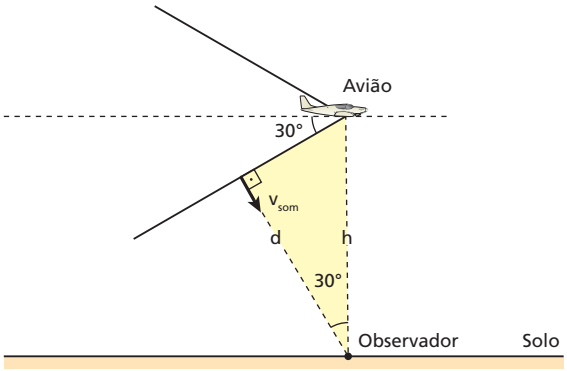
a)



$\text{sen}\ 30° = \frac{\Delta s_{som}}{\Delta s_{avião}} = \frac{v_{som}\,\Delta t}{v_{avião}\,\Delta t} = \frac{v_{som}}{v_{avião}}$

$\frac{1}{2} = \frac{340}{v_{avião}} \Rightarrow \boxed{v_{avião} = 680\ m/s}$

b)



$\cos 30° = \frac{d}{h} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{h}$

$h = \frac{2\,d}{\sqrt{3}} = \frac{2\,v_{som}\,\Delta t}{\sqrt{3}}$

$h = \frac{2 \cdot 340 \cdot 3{,}0}{1{,}7}$

$\boxed{h = 1\,200\ m}$

Respostas: a) 680 m/s; b) 1 200 m

Parte III – ÓPTICA GEOMÉTRICA

Tópico 1

1 Imagine-se na janela de um apartamento situado no 10º andar de um edifício. No solo, um carpinteiro bate um prego numa tábua. Primeiro você enxerga a martelada, para depois de certo intervalo de tempo escutar o ruído correspondente. A explicação mais plausível para o fato é:

a) a emissão do sinal sonoro é atrasada em relação à emissão do sinal luminoso;
b) o sinal sonoro percorre uma distância maior que o luminoso;
c) o sinal sonoro propaga-se mais lentamente que o luminoso;
d) o sinal sonoro é bloqueado pelas moléculas de ar, que dificultam sua propagação;
e) o sentido da audição é mais precário que o da visão.

Resolução:
Velocidade do som no ar: ≃ 340 m/s
Velocidade da luz no ar: ≃ 300 000 000 m/s
Como $V_{luz} >> V_{som}$, primeiro enxerga-se a martelada, para, depois de certo intervalo de tempo, escutar-se o ruído correspondente.

Resposta: c

2 A velocidade de propagação das ondas luminosas:

a) é infinitamente grande;
b) é máxima no ar;
c) é maior na água que no vácuo;
d) vale 300 000 km/s no vidro;
e) vale $3{,}00 \cdot 10^{10}$ cm/s no vácuo.

Resolução:
No vácuo: $V = c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s $= 3{,}00 \cdot 10^{10}$ cm/s
Valor mais exato $c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s

Resposta: e

3 São fontes luminosas primárias:

a) lanterna acesa, espelho plano, vela apagada;
b) olho-de-gato, Lua, palito de fósforo aceso;
c) lâmpada acesa, arco voltaico, vaga-lume aceso;
d) planeta Marte, fio aquecido ao rubro, parede de cor clara;
e) tela de uma TV em funcionamento, Sol, lâmpada apagada.

Resolução:
As fontes luminosas primárias emitem luz própria.

Resposta: c

4 Acreditavam os antigos que a capacidade de visualização devia-se a um estranho mecanismo que consistia no fato de os olhos lançarem linhas invisíveis terminadas em ganchos ("anzóis") que capturavam os detalhes dos objetos visados e traziam as informações aos órgãos visuais, possibilitando enxergar. Tão logo foi aprimorada a noção de luz, essa teoria foi demovida mediante o seguinte argumento:

a) A luz propaga-se em linha reta.
b) Os raios luminosos têm um único sentido de propagação.
c) Não é possível enxergar em ambientes totalmente escuros.
d) Só é possível enxergar corpos que difundem a luz de outros corpos.
e) Só é possível enxergar corpos que emitem luz própria.

Resolução:
O modelo proposto pelos antigos possibilitaria a visão de corpos em ambientes escuros, o que não ocorre.

Resposta: c

5 **E.R.** A distância do Sol à Terra vale, aproximadamente, $1{,}5 \cdot 10^8$ km. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é de $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s, calcule o intervalo de tempo decorrido desde a emissão de um pulso luminoso no Sol até sua recepção na Terra.

Resolução:
Tendo em conta que a luz se propaga em movimento uniforme, podemos calcular o intervalo de tempo pedido por:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$$

Sendo $\Delta s = 1{,}5 \cdot 10^8$ km e $v = 3{,}0 \cdot 10^5$ km/s, vem:

$$\Delta t = \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{3{,}0 \cdot 10^5}\ (s) \Rightarrow \boxed{\Delta t = 5{,}0 \cdot 10^2\ s = 8\ min\ 20\ s}$$

6 Considere os seguintes dados: distância do Sol à Terra: $1{,}5 \cdot 10^8$ km; velocidade da luz no vácuo: $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s. Admita que a partir de um determinado instante o Sol deixasse de emanar energia, isto é, "apagasse". Quanto tempo após o referido instante esse fato seria registrado na Terra?

Resolução:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$$

$$\Delta t = \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{3{,}0 \cdot 10^5}\ (s) \Rightarrow \boxed{\Delta t = 500\ s = 8\ cm\ 20\ s}$$

Resposta: 8 min 20 s

7 Suponha que um espelho de grandes dimensões seja fixado no solo lunar, voltando-se sua superfície refletora para determinado observatório na Terra. Um sinal luminoso de grande potência é emitido do observatório em direção ao espelho, onde sofre reflexão, sendo recebido de volta ao ponto de partida 2,54 s depois de sua emissão. Ignorando os movimentos da Terra e da Lua durante o fenômeno e adotando para a velocidade da luz o valor $3{,}00 \cdot 10^8$ m/s, calcule a distância entre a Terra e a Lua.

Resolução:

$$v = \frac{D}{\Delta t} = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow d = \frac{v\,\Delta t}{2}$$

$$d = \frac{3{,}00 \cdot 10^8 \cdot 2{,}54}{2}\ (m)$$

$$\boxed{d = 3{,}81 \cdot 10^8\ m = 3{,}81 \cdot 10^5\ km}$$

Resposta: $3{,}81 \cdot 10^5$ km

8 Define-se um ano-luz como a distância percorrida por um sinal luminoso no vácuo durante um ano terrestre. Sabendo que, no vácuo, a luz viaja a uma velocidade de $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s, calcule, em metros, o comprimento equivalente a um ano-luz.

Resolução:
Sendo $v = 3{,}0 \cdot 10^5$ km/s $= 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s e convertendo 1 ano para segundos $\Delta t = 1$ ano $= 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 31\,536\,000$ s $\simeq 3{,}15 \cdot 10^7$ s
Temos: $\Delta s = v\,\Delta t$
$\Delta s = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s $\cdot\ 3{,}15 \cdot 10^7$ s

$\Delta s \simeq 9{,}5 \cdot 10^{15}$ m

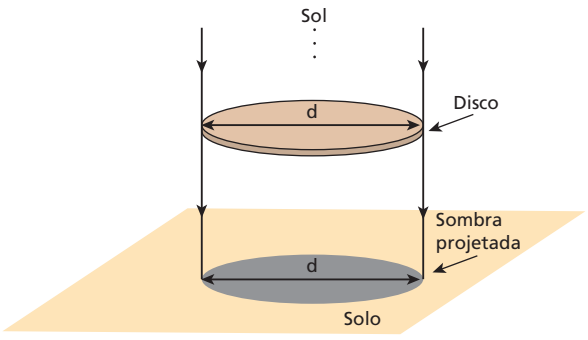
Resposta: $9{,}5 \cdot 10^{15}$ m

9 Considere a seguinte citação, extraída de um livro de Física:
"Quando contemplamos o céu numa noite de tempo bom, recebemos das estrelas um relato do passado".
Utilizando argumentos científicos, comente o pensamento do autor.

Resposta: A distância das estrelas à Terra é muito grande, de modo que a luz emitida por esses corpos celestes leva muito tempo para atingir nosso planeta.

10 Com o Sol a pino, observa-se que a sombra de um disco circular, projetada no solo plano e horizontal, tem a mesma forma e o mesmo diâmetro do disco. Pode-se, então, concluir que:
a) os raios solares são praticamente paralelos entre si e o disco está disposto paralelamente ao solo;
b) os raios solares são praticamente paralelos entre si e o disco está disposto perpendicularmente ao solo;
c) os raios solares são muito divergentes e o disco está disposto paralelamente ao solo;
d) os raios solares são muito divergentes e o disco está disposto perpendicularmente ao solo;
e) nada se pode concluir apenas com as informações oferecidas.

Resolução:
A situação proposta está esquematizada abaixo:

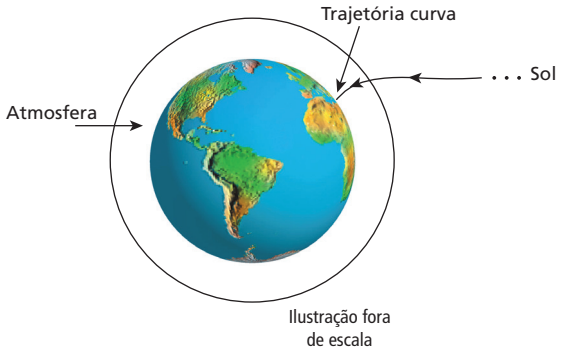


Resposta: a

11 Analise as proposições seguintes:
I. No vácuo, a luz propaga-se em linha reta.
II. Em quaisquer circunstâncias, a luz propaga-se em linha reta.
III. Nos meios transparentes e homogêneos, a luz propaga-se em linha reta.
IV. Ao atravessar a atmosfera terrestre, a luz propaga-se em linha reta.

O que você concluiu?
a) Somente I é correta.
b) Somente I e III são corretas.
c) Somente II e III são corretas.
d) Todas são corretas.
e) Todas são erradas.

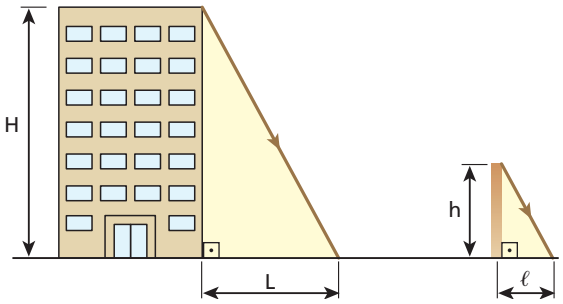
Resolução:
(I) Correta.
(II) Incorreta.
A luz propaga-se em linha reta somente nos meios transparentes e homogêneos.
(III) Correta.
(IV) Incorreta.
A atmosfera terrestre é um meio heterogêneo que obriga a luz que incide obliquamente sobre ela a descrever uma trajetória curva até atingir a superfície do planeta.



Resposta: b

12 **E.R.** Desejando medir a altura **H** de um prédio, um estudante fixou verticalmente no solo uma estaca de 2,0 m de comprimento. Em certa hora do dia, ele percebeu que o prédio projetava no solo uma sombra de 60 m de comprimento, enquanto a estaca projetava uma sombra de 3,0 m de comprimento. Considerando os raios solares paralelos, que valor o estudante encontrou para **H**?

Resolução:
O processo descrito está representado na figura seguinte:



Como podemos considerar os raios solares paralelos, os triângulos retângulos correspondentes às regiões de sombra do prédio e da estaca são semelhantes. Assim, podemos escrever que:

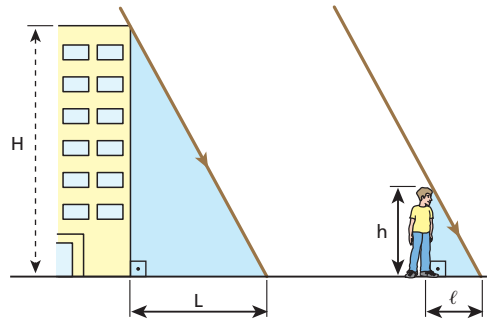
$$\frac{H}{h} = \frac{L}{\ell}$$

Sendo h = 2,0 m, L = 60 m e ℓ = 3,0 m, calculemos **H**:

$$\frac{H}{2{,}0\ \text{m}} = \frac{60\ \text{m}}{3{,}0\ \text{m}} \Rightarrow \boxed{H = 40\ \text{m}}$$

13 (UFPE) Uma pessoa de 1,8 m de altura está em pé ao lado de um edifício de altura desconhecida. Num dado instante, a sombra dessa pessoa, projetada pela luz solar, tem uma extensão de 3,0 m, enquanto a sombra do edifício tem uma extensão de 80 m. Qual a altura, em metros, do edifício?

Resolução:



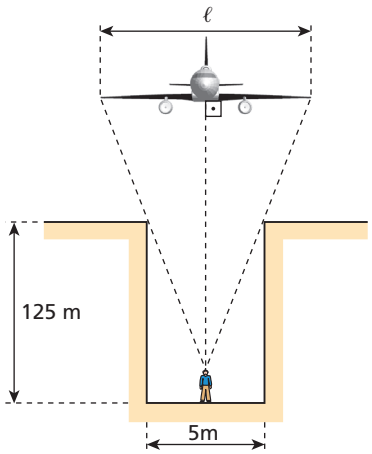
$\frac{H}{h} = \frac{L}{l}$

Sendo h = 1,8m , L = 80 m e l = 3,0 m, calcularemos **H**:

$\frac{H}{1,8\ m} = \frac{80\ m}{3,0\ m} \Rightarrow \boxed{H = 48\ m}$

Resposta: 48 m

14 Do fundo de um poço, um observador de altura desprezível contempla um avião, que está 500 m acima de seus olhos. No instante em que a aeronave passa sobre a abertura do poço, o observador tem a impressão de que a envergadura (distância entre as extremidades das asas) abrange exatamente o diâmetro da abertura.



Considerando os elementos da figura ilustrativa acima, fora de escala, calcule a envergadura ℓ do avião.

Resolução:
Semelhança de triângulos:

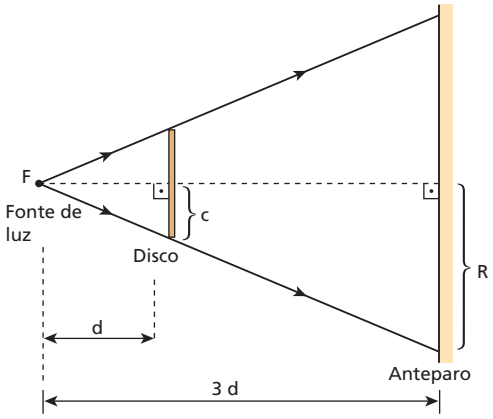
$\frac{l}{d} = \frac{H}{h} \Rightarrow \frac{l}{5\ m} = \frac{500\ m}{125\ m}$

Donde: $\boxed{l = 20\ m}$

Resposta: l = 20 m

15 (UFG-GO) Um feixe luminoso, partindo de uma fonte puntiforme, incide sobre um disco opaco de 10 cm de diâmetro. Sabendo-se que a distância da fonte ao disco corresponde a um terço da distância deste ao anteparo e que os planos da fonte, do disco e do anteparo são paralelos, pode-se afirmar que o raio da sombra do disco, projetada sobre o anteparo, é de:
a) 15 cm. b) 20 cm. c) 25 cm. d) 35 cm. e) 40 cm.

Resolução:
A situação proposta está representada abaixo:



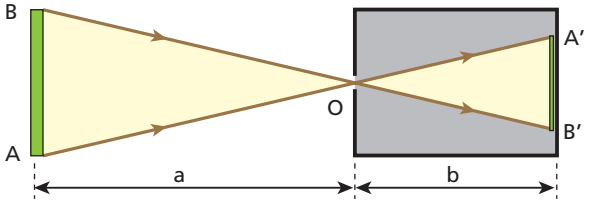
Semelhança de triângulos:

$\frac{R}{r} = \frac{3d}{d} \Rightarrow \frac{R}{\frac{10\ cm}{2}} = 3$

Donde: $\boxed{R = 15\ cm}$

Resposta: a

16 O esquema representa o corte de uma câmara escura de orifício, diante da qual existe um corpo luminoso AB de 40 cm de comprimento:



Considerando a = 100 cm e b = 20 cm, calcule o comprimento da figura A'B' projetada na parede do fundo da câmara.

Resolução:
Semelhança de triângulos:

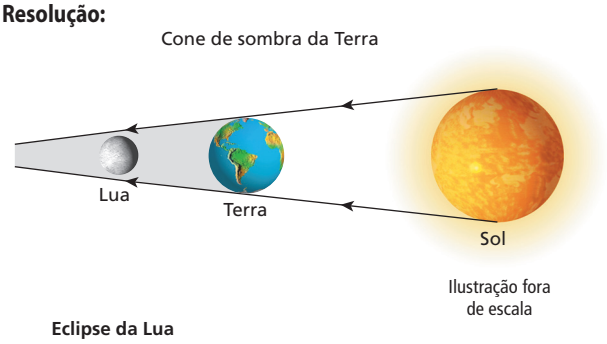
$\frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{A'B'}{40\ cm} = \frac{20\ m}{100\ m}$

Donde: $\boxed{A'B' = 8\ cm}$

Resposta: c

17 Num eclipse da Lua, a posição relativa dos três astros, Sol, Lua e Terra, é a seguinte:
a) O Sol entre a Lua e a Terra.
b) A Lua entre o Sol e a Terra.
c) A Terra entre o Sol e a Lua.
d) A Terra e a Lua à esquerda do Sol.
e) É impossível a ocorrência de um eclipse da Lua.

Resolução:

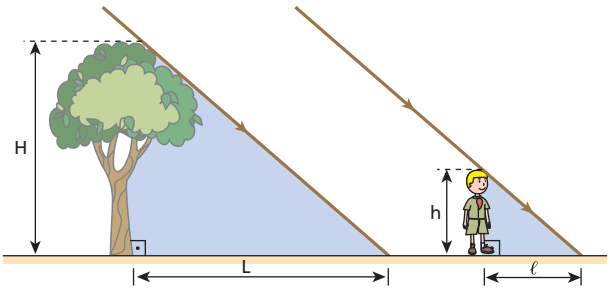


Eclipse da Lua

Resposta: 8 cm

18 Um grupo de escoteiros deseja construir um acampamento em torno de uma árvore. Por segurança, eles devem colocar as barracas a uma distância tal da base da árvore que, se cair, ela não venha a atingi-los. Aproveitando o dia ensolarado, eles mediram, ao mesmo tempo, os comprimentos das sombras da árvore e de um deles, que tem 1,5 m de altura; os valores encontrados foram 6,0 m e 1,8 m, respectivamente. Qual deve ser a menor distância das barracas à base da árvore?

Resolução:



Semelhança de triângulos:

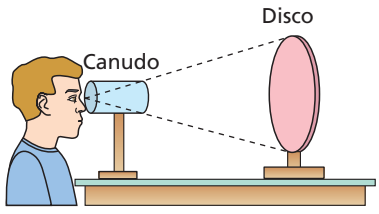
$$\frac{H}{h} = \frac{L}{\ell} \Rightarrow \frac{H}{1{,}5\ \text{m}} = \frac{6{,}0\ \text{m}}{1{,}8\ \text{m}}$$

Donde: H = 5,0 m

$d_{ma} = H = 5{,}0\ \text{m}$

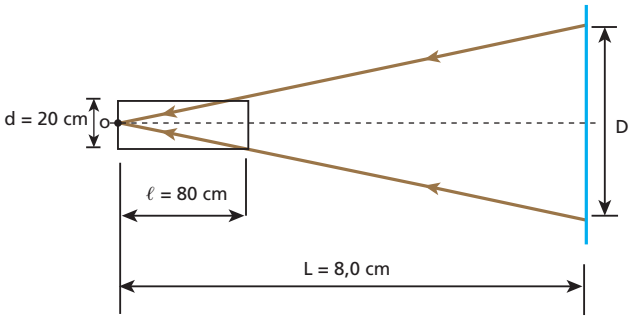
Resposta: 5,0 m

19 Considere o esquema ao lado, em que o observador olha através de um canudo cilíndrico, de eixo horizontal, de 20 cm de diâmetro e 80 cm de comprimento.



O rapaz observa que um disco, distante 8,0 m do seu olho, parece encaixar-se perfeitamente na boca do canudo. Supondo desprezível a distância do olho do rapaz ao canudo, calcule o raio do disco, admitindo que seja circular.

Resolução:

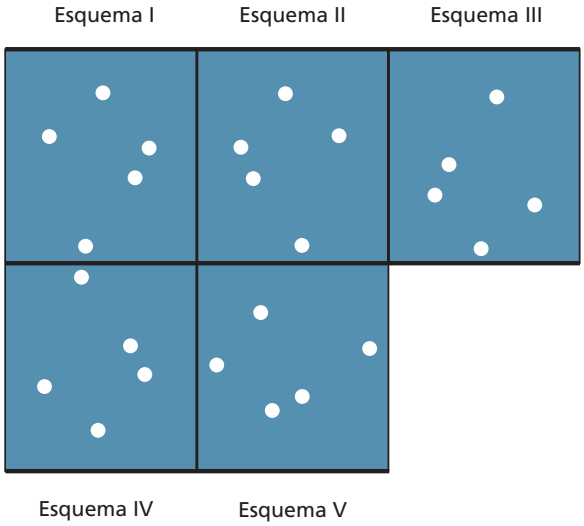


Semelhança de triângulos:

$$\frac{D}{d} = \frac{L}{\ell} \Rightarrow \frac{2R}{d} = \frac{L}{\ell} \Rightarrow \frac{2R}{20\ \text{cm}} = \frac{8{,}0\ \text{m}}{80\ \text{cm}} \Rightarrow \boxed{R = 1{,}0\ \text{m}}$$

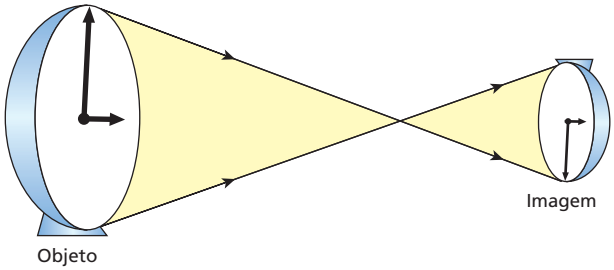
Resposta: 1,0 m

20 (FCC-SP) O orifício de uma câmara escura está voltado para o céu, numa noite estrelada. A parede oposta ao orifício é feita de papel vegetal translúcido. Um observador que está atrás da câmara, se olhasse diretamente para o céu, veria o Cruzeiro do Sul conforme o esquema I. Olhando a imagem no papel vegetal, por trás da câmara, o observador vê o Cruzeiro conforme o esquema:



a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

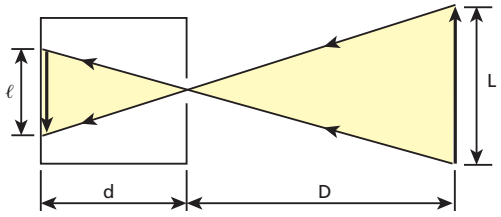
Resolução:
Toda a figura "imagem" projetada na parede do fundo da câmara escura de orifício apresenta-se invertida em relação ao Cruzeiro do Sul. Essa inversão é tanto longitudinal como transversal ℓ, como se pode observar no esquema abaixo.



Resposta: c

21 Um objeto luminoso e linear é colocado a 20 cm do orifício de uma câmara escura, obtendo-se, em sua parede do fundo, uma figura projetada de 8,0 cm de comprimento. O objeto é então afastado, sendo colocado a 80 cm do orifício da câmara. Calcule o comprimento da nova figura projetada na parede do fundo da câmara.

Resolução:



Semelhança de triângulos:

$$\frac{\ell}{L} = \frac{d}{D}$$

1º caso: $\frac{8{,}0\ cm}{L} = \frac{d}{20\ cm} \Rightarrow L\,d = 160\ cm^2\ (1)$

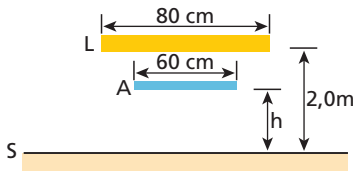
2º caso: $\frac{\ell}{L} = \frac{d}{80\ cm} \Rightarrow L\,d = 80\,\ell\ (2)$

Comparando o 1º e o 2º caso, temos: $80\,\ell = 160\ cm^2$

Da qual: $\ell = 2{,}0\ cm$

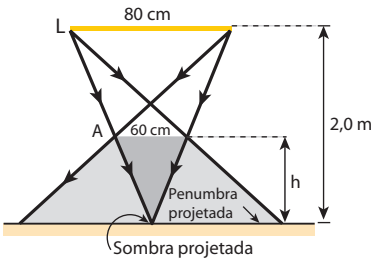
Resposta: 2,0 cm

22 (UEL-PR) A figura a seguir representa uma fonte extensa de luz **L** e um anteparo opaco **A** dispostos paralelamente ao solo (**S**):



O valor mínimo de **h**, em metros, para que sobre o solo não haja formação de sombra, é:
a) 2,0. b) 1,5. c) 0,80. d) 0,60. e) 0,30.

Resolução:



Semelhança de triângulos

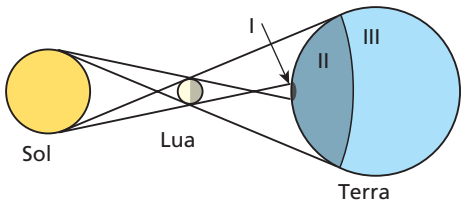
$$\frac{h}{2{,}0} = \frac{60}{80}$$

Da qual: $h = 1{,}5\ m$

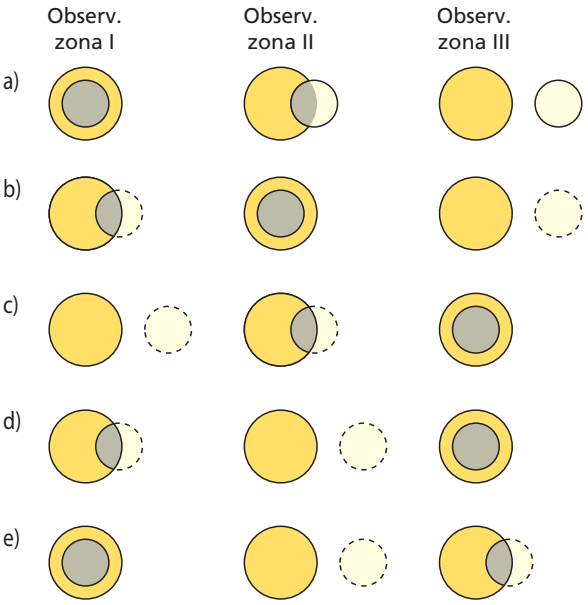
Nessa situação, teremos penumbra projetada no solo e apenas um ponto de sombra.

Resposta: b

23 (Cesgranrio-RJ)



A figura acima está fora de escala; reproduz, porém, corretamente, os aspectos qualitativos da geometria do sistema Terra, Lua, Sol durante um eclipse anular do Sol. Qual das opções abaixo melhor representa a situação aparente do Sol e da Lua para observadores situados respectivamente nas zonas I, II e III da Terra?



Código:
Círculo maior: Sol
Círculo menor: Lua
Parte cinza = sombra

Resolução:
Um observador situado na Zona I (sombra da Lua projetada na Terra) vê o "disco lunar" centrado sobre o "disco solar". Na Zona II (penumbra projetada), o observador vê um eclipse parcial, caso em que o "disco lunar" cobre parcialmente o "disco solar". Já na Zona III, não há eclipse e o "disco solar" é visualizado integralmente pelo observador.

Resposta: a

24 Leia atentamente o texto abaixo:

> "O último eclipse total do Sol neste século (XX) para o hemisfério sul aconteceu na manhã de 3 de novembro de 1994. Faltavam 15 minutos para as 10 h, na cidade de Foz do Iguaçu, no Paraná. Em qualquer dia normal, o sol da primavera já estaria brilhando bem acima do horizonte, mas esse não foi um dia normal (...) Durante o eclipse, a gigantesca sombra, com 200 km de diâmetro, progrediu a 3 000 km por hora do Oceano Pacífico para a América do Sul. Entrou no Brasil por Foz do Iguaçu e saiu para o Oceano Atlântico, sobre a divisa dos estados de Santa Catarina e Rio Grande do Sul."
>
> (*Revista Superinteressante*, ano 8, n. 10.)

Com base em seus conhecimentos e nas informações contidas no texto, responda:
a) Em que fase da Lua (lua cheia, lua minguante, lua nova ou lua crescente) ocorre o eclipe total do Sol?
b) Qual a duração máxima do eclipse citado para uma pessoa que observou o fenômeno de um local em Foz do Iguaçu?

Resolução:
a) O eclipse do Sol ocorre na fase da lua nova.
b) Sendo 1 h = 60 min $\quad v = \frac{3\,000}{60} = 50$ km/min

temos: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{200}{50}$ $\boxed{\Delta t = 4 \text{ min}}$

Respostas: a) lua nova; b) 4 min

25 Um quadro coberto com uma placa de vidro plano transparente não é tão bem visto quanto outro não coberto principalmente porque:
a) o vidro reflete grande parte da luz ambiente incidente sobre ele;
b) o vidro não refrata a luz proveniente do quadro;
c) o vidro difunde a luz proveniente do quadro;
d) o vidro absorve a luz proveniente do quadro;
e) o vidro reflete totalmente a luz ambiente incidente sobre ele.

Resposta: a

26 À noite, numa sala iluminada, é possível ver os objetos da sala por reflexão numa vidraça de vidro transparente melhor do que durante o dia. Isso ocorre porque, à noite:
a) aumenta a parcela de luz refletida pela vidraça;
b) não há luz refletida pela vidraça;
c) diminui a parcela de luz refratada, proveniente do exterior;
d) aumenta a parcela de luz absorvida pela vidraça;
e) diminui a quantidade de luz difundida pela vidraça.

Resposta: c

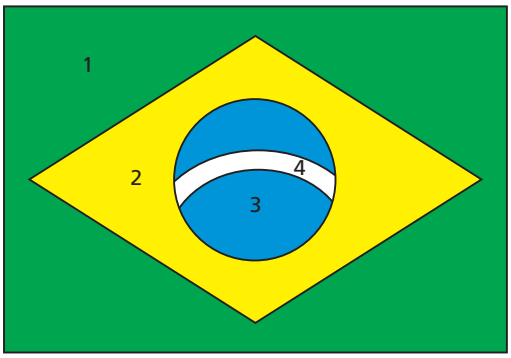
27 Um jarro pintado de cor clara pode ser visto de qualquer posição do interior de uma sala devidamente iluminada. Isso ocorre porque:
a) o jarro refrata grande parte da luz que recebe;
b) o jarro difunde para os seus arredores grande parte da luz que recebe;
c) o jarro absorve a luz que recebe;
d) o jarro é um bom emissor de luz;
e) o jarro reflete toda a luz que recebe.

Resposta: b

28 E.R. Um estudante está usando uma camiseta que, vista à luz do Sol, se apresenta amarela, tendo impressa no peito a palavra ÓPTICA em letras vermelhas. Como se apresentará a camiseta se o estudante entrar em um recinto iluminado por luz monocromática vermelha? Suponha que os pigmentos amarelos do tecido e vermelhos da palavra impressa sejam puros.

Resolução:
A região que se apresentava amarela sob a luz solar se apresentará escura, pois a luz vermelha incidente sobre ela será totalmente absorvida.
A região que se apresentava vermelha sob a luz solar (palavra ÓPTICA) se apresentará vermelha, pois a luz vermelha incidente sobre ela será predominantemente difundida.

29 A bandeira do Brasil esquematizada na figura é confeccionada em tecidos puramente pigmentados:



Estando estendida sobre uma mesa no interior de um recinto absolutamente escuro, a bandeira é iluminada por luz monocromática. Determine de que cores serão vistas as regiões designadas por 1, 2, 3 e 4 no caso de:
a) a luz monocromática ser verde;
b) a luz monocromática ser vermelha.

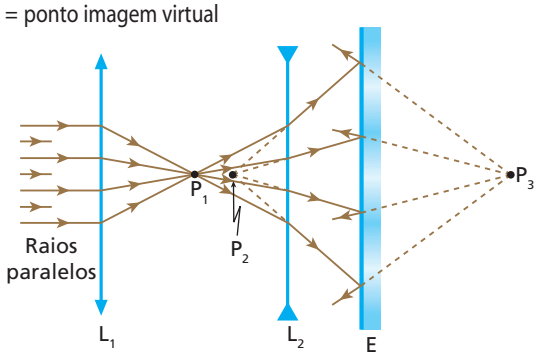
Respostas: a) 1 – verde; 2 – preta; 3 – preta; 4 – verde; b) 1 – preta; 2 – preta; 3 – preta; 4 – vermelha

30 Um estudante que contemple um arco-íris através de um filtro óptico (lâmina de acrílico) amarelo:
a) verá o arco-íris completo, com todas as suas cores;
b) não verá nada do arco-íris;
c) verá apenas a faixa amarela do arco-íris;
d) verá todas as faixas do arco-íris, exceto a amarela;
e) verá apenas as faixas alaranjada, amarela e verde do arco-íris.

Resposta: c

Responda aos testes de **31** a **36** com base nas informações seguintes.
Considere estas convenções e a associação de sistemas ópticos:

POR = ponto objeto real
POV = ponto objeto virtual
POI = ponto objeto impróprio
PIR = ponto imagem real
PIV = ponto imagem virtual
PII = ponto imagem impróprio
L_1 = lente convergente
L_2 = lente divergente
E = espelho plano



31 A luz incidente recebida por L_1 provém de um:
a) POR; b) POV; c) POI; d) PIR; e) PII.

Resposta: c

32 Em relação a L_1, o ponto P_1 é:
a) POR; b) POV; c) PIR; d) PIV; e) PII.

Resposta: c

33 Em relação a L_2, o ponto P_1 é:
a) POR; b) POV; c) PIR; d) PIV; e) PII.

Resposta: a

34 Em relação a L_2, o ponto P_2 é:
a) POR; b) POV; c) PIR; d) PIV; e) PII.

Resposta: d

35 Em relação a **E**, o ponto P_2 comporta-se como:
a) POR; b) POV; c) PIR; d) PIV; e) PII.

Resposta: a

36 Em relação a **E**, o ponto P_3 é:
a) POR; b) POV; c) PIR; d) PIV; e) PII.

Resposta: d

37 A janela de um quarto escuro dá para a rua, intensamente iluminada pelo Sol. Abrindo uma estreita fresta na janela, um observador que está dentro do quarto percebe a entrada de um feixe de luz, que, além de poder ser visto de diversos locais do quarto, ilumina uma área do seu piso. A respeito dessa situação, analise as proposições seguintes:

I. Ao passar da rua para o interior do quarto, a luz sofre refração.
II. Ao incidir no piso do quarto, a luz sofre reflexão regular.
III. O feixe de luz pode ser visto de diversos locais do quarto devido à difusão da luz por partículas suspensas no ar.

O que você concluiu?
a) Todas são corretas.
b) Todas são erradas.
c) Apenas I e II são corretas.
d) Apenas I e III são corretas.
e) Apenas III é correta.

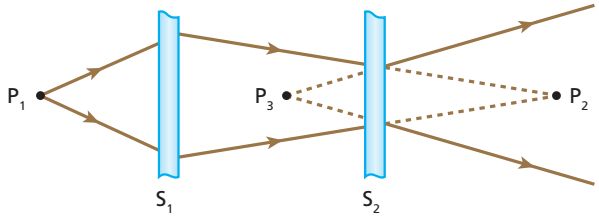
Resposta: e

38 (Puccamp-SP) Num quarto absolutamente escuro, existem:
1. uma fonte de luz intensa, cujo feixe tem seção constante de 5 mm de diâmetro;
2. um espelho plano;
3. um anteparo branco não-polido;
4. uma bola de futebol usada.

Ao se acender a fonte, a maneira de obter uma visão da superfície da bola (superfície essa de maior área) é dirigir o feixe de luz colimado:
a) para o anteparo e iluminar a bola com a luz difundida.
b) para o espelho em incidência rasante e iluminar a bola com a luz refletida.
c) para o espelho sob ângulo de 60° e iluminar a bola com a luz refletida.
d) para o espelho sob ângulo de incidência de 30° e iluminar a bola com a luz refletida.
e) diretamente para a bola.

Resposta: a

39 Na figura seguinte, S_1 e S_2 são sistemas ópticos e P_1 é uma fonte puntiforme de luz:



Com base nessa situação, responda:
a) O que representa P_1 em relação a S_1?
b) O que representa P_2 em relação a S_1? E em relação a S_2?
c) O que representa P_3 em relação a S_2?

Respostas: a) Ponto objeto real; b) Ponto imagem real e ponto objeto virtual; c) Ponto imagem virtual

40 (UFF-RJ) O telescópio refletor *Hubble* foi colocado em órbita terrestre, de modo que, livre das distorções provocadas pela atmosfera, tem obtido imagens espetaculares do universo. O *Hubble* é constituído por dois espelhos esféricos.

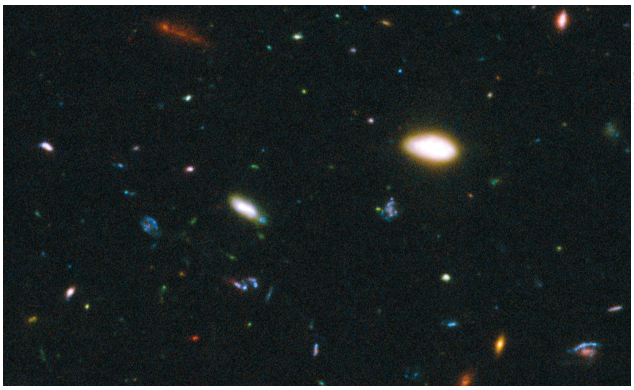
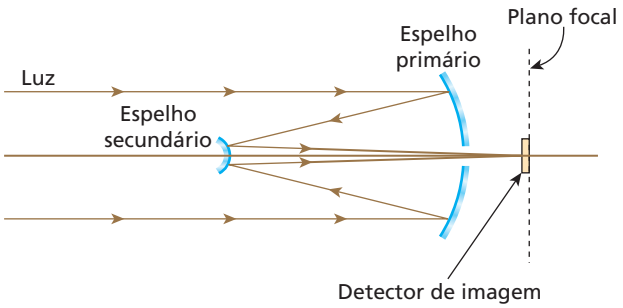

Nasa/Getty Images

Imagem obtida pelo telescópio Hubble.

O espelho primário é côncavo e coleta os raios luminosos oriundos de objetos muito distantes, refletindo-os em direção a um espelho secundário, convexo, bem menor que o primeiro. O espelho secundário, então, reflete a luz na direção do espelho principal, de modo que esta, passando por um orifício em seu centro, é focalizada em uma pequena região onde se encontram os detectores de imagem.



Com relação a esse sistema óptico, pode-se afirmar que a imagem que seria formada pelo espelho primário é:

a) virtual e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser virtual.
b) real e funciona como objeto real para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser virtual.
c) virtual e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser real.
d) real e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser real.
e) real e funciona como objeto real para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser real.

Resolução:

A imagem produzida pelo espelho primário é real e funciona como objeto virtual em relação ao espelho secundário. Este, por sua vez, produz uma imagem real projetada no "detector de imagens".

Resposta: d

41 Considere as proposições seguintes:

I. Uma imagem real pode ser projetada em um anteparo.
II. Uma imagem virtual pode ser projetada em um anteparo.
III. Qualquer ponto que se comporta como imagem real pode ser projetado em um anteparo.
IV. Para que uma imagem real seja visada por um observador, ela deve estar, necessariamente, projetada em um anteparo.

É (são) correta(s):

a) todas;
b) somente I;
c) somente II;
d) somente I e III;
e) somente I, III e IV.

Resposta: b

42 Considere as proposições:

I. Um meio perfeitamente homogêneo e transparente é invisível para um observador no seu interior.
II. Um observador cujo globo ocular não intercepta um estreito pincel de luz que se propaga no vácuo não vê o pincel.
III. A água do mar, considerada em grandes quantidades, é um meio homogêneo e transparente.

O que você conclui?

a) Todas são corretas.
b) Todas são erradas.
c) Somente I é correta.
d) Somente I e II são corretas.
e) Somente III é correta.

Resposta: d

43 Os raios solares incidem sobre uma pessoa de 1,60 m de altura. Sua sombra projetada sobre um piso horizontal tem 2,40 m de comprimento. Um poste vertical situado próximo à pessoa também tem sua sombra projetada sobre o piso. Algumas horas mais tarde, a sombra da pessoa apresenta 2,00 m de comprimento, enquanto a sombra do poste tem 2,50 m a menos de comprimento que a anterior. Qual a altura do poste?

Resolução:

1º caso: $\frac{H}{S} = \frac{1,60}{2,40} \Rightarrow S = 1,5\,H$ (I)

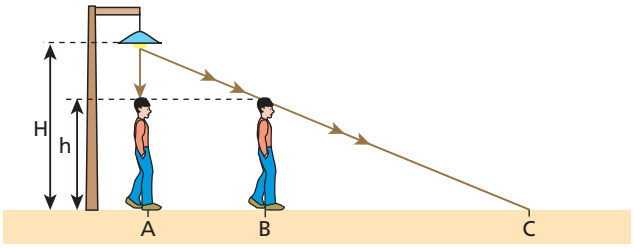
2º caso: $\frac{H}{S - 2,50} = \frac{1,60}{2,00}$ (II)

(I) em (II):

$$\frac{H}{1,5\,H - 2,5} = \frac{1,60}{2,00} \Rightarrow 2,00\,H = 2,40\,H - 4,00 \Rightarrow \boxed{H = 10,0\ m}$$

Resposta: 10,0 m

44 Na situação esquematizada a seguir, um homem de altura **h**, em movimento para a direita, passa pelo ponto **A**, da vertical baixada de uma lâmpada fixa num poste a uma altura **H** em relação ao solo, e dirige-se para o ponto **B**.



Sabendo que, enquanto o homem se desloca de **A** até **B** com velocidade média de intensidade **V**, a sombra de sua cabeça projetada sobre o solo horizontal se desloca de **A** até **C** com velocidade média de intensidade **V'**, calcule **V'** em função de **h**, **H** e **V**.

Resolução:

$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{H}{H - h} \Rightarrow$ Sendo: $\overline{AC} = v'\ \Delta t$ e $\overline{AB} = v\ \Delta t$

Temos: $\frac{v'\,\Delta t}{v\Delta t} = \frac{H}{H - h} \Rightarrow \boxed{v' = \frac{H}{H - h}\ v}$

Resposta: $v' = \frac{H}{H - h}\ v$

45 (Fatec-SP) Uma placa retangular de madeira tem dimensões 40 cm × 25 cm. Através de um fio que passa pelo seu baricentro, ela é presa ao teto de uma sala, permanecendo horizontalmente a 2,0 m do assoalho e a 1,0 m do teto. Bem junto ao fio, no teto, há uma lâmpada cujo filamento tem dimensões desprezíveis.

A área da sombra projetada pela placa no assoalho vale, em metros quadrados:

a) 0,90. b) 0,40. c) 0,30. d) 0,20. e) 0,10.

Resolução:
Semelhança de triângulos

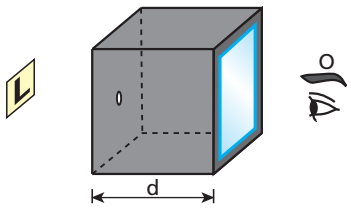
$$\frac{L}{3,0} = \frac{\lambda}{1,0} \Rightarrow L = 3,0\,\lambda$$

As dimensões lineares da sombra projetada no assoalho são o triplo das dimensões lineares da placa. Logo:
$A' = 3 \cdot 40\ cm\ 3 \times 3 \cdot 25\ cm$
$A' = 120\ cm \times 75\ cm$
$A' = 9000\ cm^2$

ou $\boxed{A' = 0,90\ m^2}$

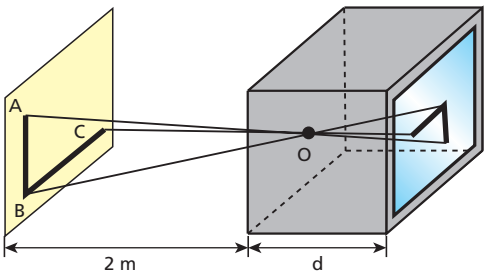
Resposta: a

46 (Fuvest-SP) Um aparelho fotográfico rudimentar é constituído de uma câmara escura com um orifício em uma face e um anteparo de vidro fosco na face oposta. Um objeto luminoso em forma de **L** encontra-se a 2,0 m do orifício e sua imagem no anteparo é 5 vezes menor que seu tamanho natural:



a) Que imagem é vista pelo observador **O** indicado na figura? Esquematize.
b) Determine a largura **d** da câmara.

Resolução:
a)



A imagem projetada é invertida, tanto longitudinal como transversal.

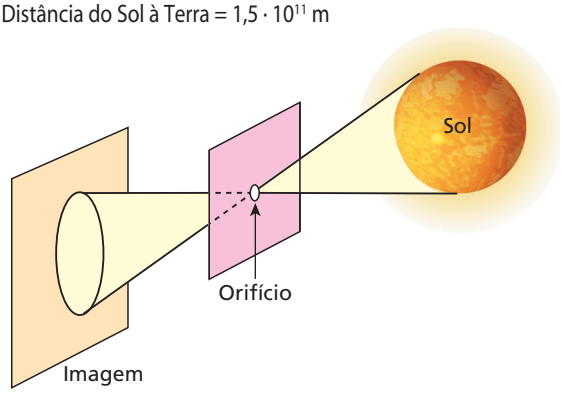
b) Semelhança de triângulos

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{2}{d} \Rightarrow 5 = \frac{2}{d} \Rightarrow d = \frac{2}{5}\ m \Rightarrow \boxed{d = 0,4\ m}$$

Respostas: a) ; b) 0,4 m

47 (FEI-SP) Um dos métodos para medir o diâmetro do Sol consiste em determinar o diâmetro de sua imagem nítida, produzida sobre um anteparo, por um orifício pequeno feito em um cartão paralelo a este anteparo, conforme ilustra a figura fora de escala a seguir. Em um experimento realizado por esse método, foram obtidos os seguintes dados:

I. Diâmetro da imagem = 9 mm
II. Distância do orifício até a imagem = 1,0 m
III. Distância do Sol à Terra = $1,5 \cdot 10^{11}$ m



Qual é aproximadamente o diâmetro do Sol medido por esse método?
a) $1,5 \cdot 10^8$ m
b) $1,35 \cdot 10^9$ m
c) $2,7 \cdot 10^8$ m
d) $1,35 \cdot 10^8$ m
e) $1,5 \cdot 10^9$ m

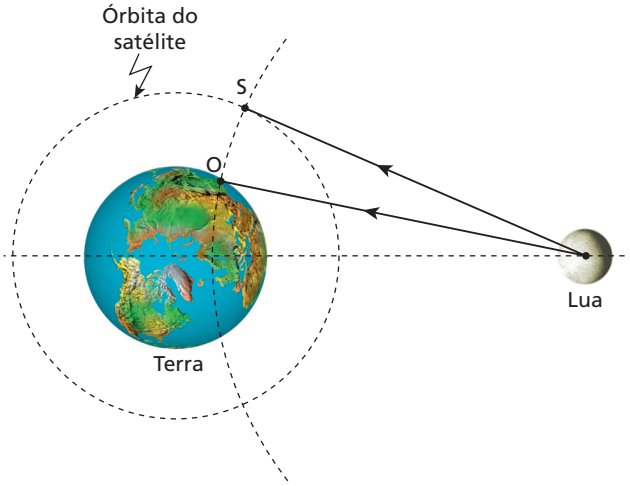
Resolução:

$$\frac{D}{9} = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{1,0} \Rightarrow D = 1,35 \cdot 10^{12}\ mm$$

ou $\boxed{D = 1,35 \cdot 10^9\ m}$

Resposta: b

48 Com seu telescópio, um astrônomo visa a Lua para observar a decolagem de um módulo lunar. Ao mesmo tempo, seu assistente observa o fenômeno pela televisão, que faz uma transmissão via satélite. No instante da decolagem, o satélite **S** e o observatório **O** (onde estão o astrônomo e seu assistente) acham-se sobre uma mesma circunferência, que tem centro na Lua, conforme mostra o esquema a seguir (fora de escala e em cores-fantasia). A distância **OS** vale $6,0 \cdot 10^4$ km.



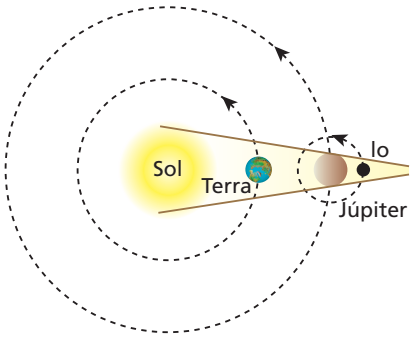
O astrônomo e seu assistente cronometram o instante em que aparecem as chamas do foguete do módulo lunar. Adotando-se para as ondas eletromagnéticas a velocidade $3,0 \cdot 10^8$ m/s (no vácuo e na atmosfera terrestre), pode-se afirmar que o assistente vê o fenômeno:
a) no mesmo instante que o astrônomo;
b) 0,20 s antes do astrônomo;
c) 0,20 s após o astrônomo;
d) 2,0 s antes do astrônomo;
e) 2,0 s após o astrônomo.

Resolução:
O assistente recebe a informação atrasada em relação ao astrônomo, já que o sinal de TV percorre, além da trajetória efetivada pela luz direta captada pelo astrônomo, o arco de circunferência SO.

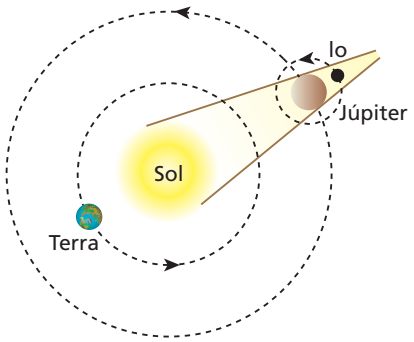
$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{6{,}0 \cdot 10^7 \text{ m}}{3{,}0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 0{,}2 \text{ s}}$$

Resposta: c

49 Em 1676, o astrônomo dinamarquês Ole Christensen Röemer (1644-1710), estudando eclipses do satélite Io de Júpiter, obteve um valor bastante razoável para a velocidade da luz. Röemer observou o instante do início de dois eclipses do satélite – imersão de Io no cone de sombra de Júpiter: o primeiro, com a Terra em conjunção com Júpiter, e o segundo, com a Terra em oposição a Júpiter, conforme ilustram os esquemas fora de escala abaixo.



Representação esquemática da Terra e de Júpiter em conjunção.



Representação esquemática da Terra e de Júpiter em oposição.

Ele notou que, no segundo caso, a informação luminosa demorava um intervalo de tempo a mais para atingir a Terra que no primeiro caso. Então questionou: como poderia um fenômeno astronômico regular e previsível ter seu início retardado em função do local do espaço de onde era observado? A explicação dada pelo astrônomo foi a seguinte: com a Terra em oposição a Júpiter, a luz indicativa do início do eclipse teria de percorrer um distância maior – um segmento de reta adicional – para atingir a Terra, o que justificaria o atraso verificado. Essa distância seria o diâmetro da órbita terrestre. Realizando-se a medição da velocidade da luz pelo método Röemer com recursos atuais, determina-se um atraso de 16 min 34 s entre o início dos dois eclipses de Io. Sabendo-se que o raio médio da órbita terrestre em torno do Sol é igual a 149 milhões de quilômetros, responda:

a) Os eclipses, de um modo geral, confirmam que princípio da Óptica Geométrica?
b) Que valor se obtém modernamente para a velocidade da luz pelo método de Röemer?

Resolução:
a) Princípio da Propagação Retilínea da Luz.
b) $\Delta s = 2R \Rightarrow \Delta s = 2 \cdot 149 \cdot 10^6 \text{ km} = 2{,}98 \cdot 10^8 \text{ km}$

$\Delta t = 16 \text{ min } 34 \text{ s} = 994 \text{ s}$

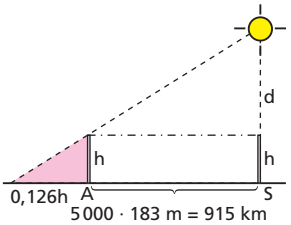
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2{,}98 \cdot 10^8 \text{ km}}{994 \text{ s}}$$

Donde: $\boxed{v \simeq 2{,}99 \cdot 10^5 \text{ km/s}}$

Respostas: a) Princípio da Propagação Retilínea da Luz;
b) $2{,}99 \cdot 10^5$ km/s

50 A primeira medição da distância entre a Terra e o Sol foi realizada pelo filósofo grego Anaxágoras, cerca de quatro séculos antes de Cristo. Ele não conhecia o paralelismo dos raios solares que atingem nosso planeta, porém sabia que estacas verticais cravadas no solo não projetavam sombra em Siena, mas projetavam sombra em Alexandria, ao meio-dia do solstício de verão – 21 de junho, no hemisfério Norte. Anaxágoras considerava a Terra plana e sabia que a distância de Siena a Alexandria era de 5 000 *stadia* (1 *stadium* = 183 metros, Egito). Sendo **h** a altura da estaca, a medida de sua sombra em Alexandria era de 0,126 **h**.
Determine, em quilômetros, a distância entre a Terra e o Sol (na realidade, de Siena ao Sol) obtida por Anaxágoras. Analise o resultado, comparando-o com a medida atual.

Resolução:
Semelhança de triângulos e sendo **h** desprezível em comparação a **d**, temos:



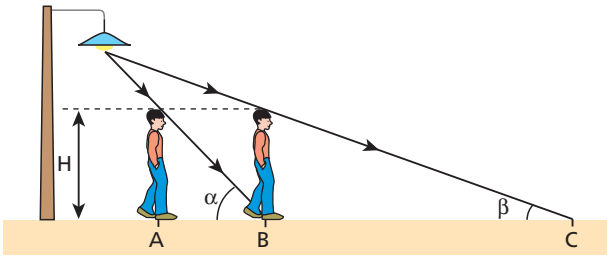
$$\frac{d + h}{h} = \frac{915 + 0{,}126\,h}{0{,}126\,h}$$

$0{,}126\,d + 0{,}126\,h = 915 + 0{,}126\,h$
Sendo **h** desprezível em comparação com **d**, concluímos que:

$\boxed{d \simeq 7261{,}9 \text{ km}}$

Resposta: O valor atual admitido para a distância da Terra ao Sol é de 150 000 000 km, aproximadamente.

51 A figura a seguir representa um homem de altura **H** que vai do ponto **A** ao ponto **B** em movimento retilíneo. Durante o mesmo intervalo de tempo, a sombra de sua cabeça, projetada no solo horizontal, vai do ponto **B** ao ponto **C**:



Conhecendo os ângulos **α** e **β** ($\alpha = 60°$ e $\beta = 30°$), determine a relação entre as velocidades escalares médias da sombra (v_s) e do homem (v_h).

Resolução:

Sendo $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, temos: **para a sombra:** $v_s = \frac{\overline{BC}}{\Delta t}$ (I)

para o homem: $v_h = \frac{\overline{AB}}{\Delta t}$ (II)

Dividindo (I) por (II), membro a membro, vem:

$$\frac{v_s}{v_h} = \frac{\overline{BC}}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta t}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{v_s}{v_h} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad \text{(III)}$$

Temos que: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{H}{\overline{AB}}$ e $\operatorname{tg}\beta = \frac{H}{\overline{BC}}$

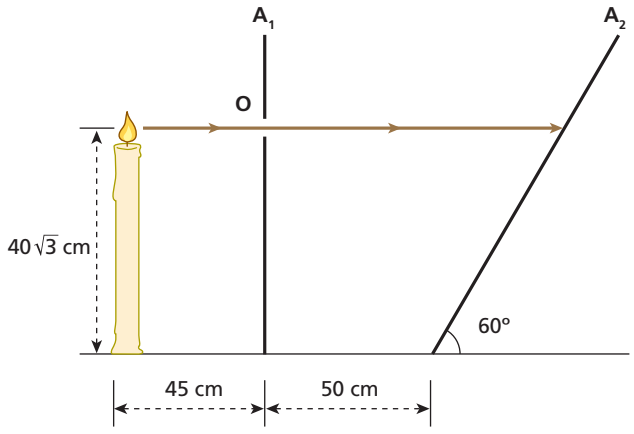
Assim: $\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{H}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{BC}}{H} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ (IV)

De (III) em (IV), vem:

$$\frac{v_s}{v_h} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{\operatorname{tg}60°}{\operatorname{tg}30°} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow \boxed{\frac{v_s}{v_h} = 3}$$

Resposta: $\frac{v_s}{v_h} = 3$

52 Uma vela acesa, de comprimento inicial $40\sqrt{3}$ cm, está a 45 cm de um anteparo opaco A_1 dotado de um pequeno orifício **O**, situado no mesmo nível da posição inicial da chama pontual da vela. O experimento é realizado no interior de um laboratório escurecido de modo que um estreito feixe luminoso proveniente da vela atravessa **O** indo incidir em um outro anteparo A_2, inclinado de 60° em relação à horizontal e apoiado a 50 cm de A_1, conforme ilustra a figura.

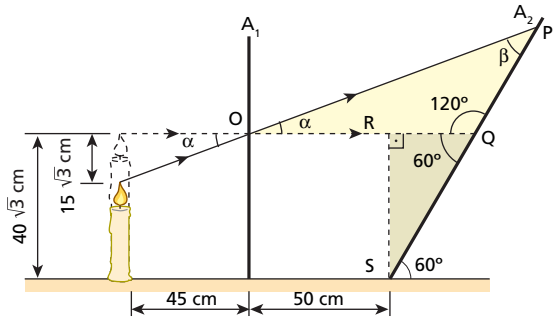


Tendo-se verificado que, decorridas 2,0 h da situação inicial, o comprimento da vela reduziu-se de $15\sqrt{3}$ cm, pode-se afirmar que a velocidade escalar média com que o feixe luminoso projetado em A_2 percorreu esse anteparo foi, em cm/min, igual a:

a) 0,25; d) 1,00;
b) 0,50; e) 1,50.
c) 0,75;

Resolução:

No esquema abaixo, representamos a vela, decorridas 2 horas da situação inicial:



(I) Cálculo do ângulo α:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{15\sqrt{3}}{45} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{\alpha = 30°}$$

(II) Cálculo do ângulo β:

$$\beta + \alpha + 120° = 180° \Rightarrow \boxed{\beta = 30°}$$

Portanto, o triângulo OPQ é isósceles.

(III) Cálculo do deslocamento $\overline{QP}$ do feixe luminoso projetado A_2:
Triângulo QRS

$$\operatorname{tg}60° = \frac{\overline{RS}}{\overline{QR}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{40\sqrt{3}}{\overline{OQ} - 50} \Rightarrow \overline{OQ} - 50 = 40 \Rightarrow \boxed{\overline{OQ} = 90 \text{ cm}}$$

Mas $\overline{QP} = \overline{OQ}$; logo $\boxed{\overline{QP} = 90 \text{ cm}}$

(IV) Cálculo da velocidade escalar média:

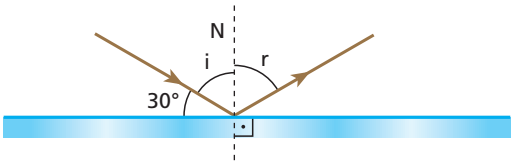
$$v = \frac{\overline{QP}}{\Delta t} = \frac{90 \text{ cm}}{120 \text{ min}} \Rightarrow \boxed{v = 0{,}75 \text{ cm/min}}$$

Resposta: c

Tópico 2

1 **E.R.** Um raio luminoso incide sobre um espelho plano formando um ângulo de 30° com sua superfície refletora. Qual o ângulo formado entre os raios incidente e refletido?

Resolução:
A figura a seguir ilustra a situação proposta:



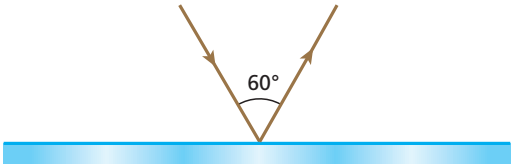
O ângulo procurado é **α**, dado por: $\alpha = i + r$.
Porém, conforme a **2ª Lei da Reflexão**, $r = i$ (o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência). Logo:

$$\alpha = i + i \Rightarrow \alpha = 2i$$

Observando que $30° + i = 90°$, temos: $i = 60°$

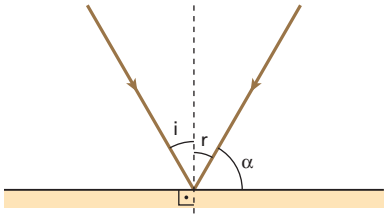
Portanto: $\alpha = 2 \cdot 60° \Rightarrow$ $\boxed{\alpha = 120°}$

2 O esquema representa a reflexão de um raio luminoso em um espelho plano:



Determine:
a) o ângulo de incidência da luz;
b) o ângulo formado entre o raio refletido e o espelho.

Resolução:
a)



$i + r = 60^o$
2ª Lei da Reflexão: $r = i$
$i + i = 60^o \Rightarrow 2i = 60^o$

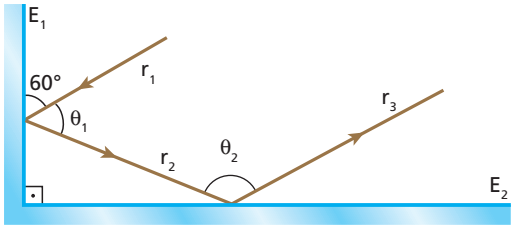
$\boxed{i = 30^o}$

b) $r + \alpha = 90^o$
$i + \alpha = 90^o \Rightarrow 30^o + \alpha = 90^o$

$\boxed{\alpha = 60^o}$

Respostas: a) 30°; b) 60

3 (Esam-RN) Na figura a seguir, considere:
E_1 – espelho plano vertical
E_2 – espelho plano horizontal
r_1, r_2 e r_3 – segmentos de um raio luminoso que incide sucessivamente em E_1 e E_2



Nas condições indicadas, quanto valem, respectivamente, os ângulos θ_1 e θ_2?

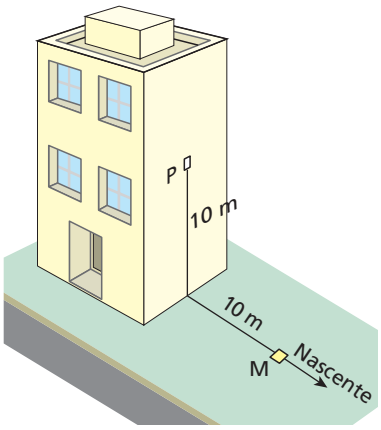
Resolução:
$\theta_1 + 60^o + 60^o = 180^o \Rightarrow$ $\boxed{\theta_1 = 60^o}$

$\theta_2 + 30^o + 30^o = 180^o \Rightarrow$ $\boxed{\theta_2 = 120^o}$

É interessante chamar a atenção para o fato de que, sendo E_1 e E_2 perpendiculares, r_3 é paralelo a r_1.

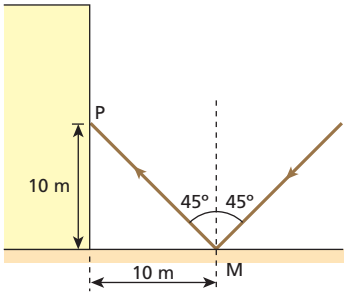
Respostas: $\theta_1 = 60°$ e $\theta_2 = 120°$

4 Observe a figura:



Em um dia de céu claro, o Sol estava no horizonte (0°) às 6 h da manhã. Às 12 h, ele se encontrava no zênite (90°). A que horas a luz solar, refletida no espelhinho plano **M** deitado sobre o solo, atingiu o ponto **P**?

Resolução:

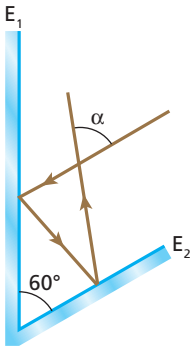


90° —— 6 h
45° —— Δt
$\Delta t = 3$ h
$\Delta t = t - t_0$
$3 = t - 6$

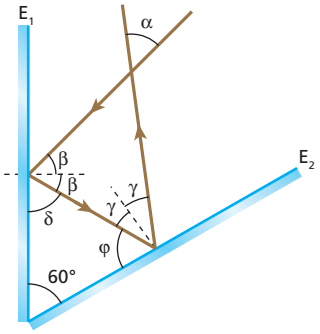
$\boxed{t = 9 \text{ h}}$

Resposta: 9 h

5 Dois espelhos planos formam entre si um ângulo de 60°. Um raio de luz monocromática incide no espelho E_1, reflete-se, incide no espelho E_2, reflete-se e emerge do sistema conforme ilustra a figura. Qual o valor do ângulo **α**? O valor de **α** depende do ângulo de incidência da luz em E_1?



Resolução:



$2\beta + 2\gamma + \alpha = 180° \Rightarrow 2\ (\beta + \gamma) + \alpha = 180°$ (I)

$\beta + \delta = 90° \Rightarrow \delta = 90° - \beta$ (II)

$\gamma + \varphi = 90° \Rightarrow \varphi = 90 - \gamma$ (III)

$\delta + \varphi + 60° = 180°$ (IV)

(II) e (III) em (IV):

$90° - \beta + 90° - \gamma + 60° = 180°$

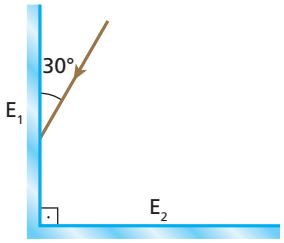
$\beta + \gamma = 60°$ (V)

(V) em (I): $2 \cdot 60° + \alpha = 180° \Rightarrow \alpha = 180° - 120° \Rightarrow$ $\boxed{\alpha = 60°}$

O valor de **α** independe do valor de **β**.

Respostas: α = 60° e O valor de **α** independe do valor de **β**.

6 Na figura, os espelhos planos E_1 e E_2 são perpendiculares. Um raio luminoso incide no espelho E_1 formando 30° com a superfície refletora, conforme está indicado:

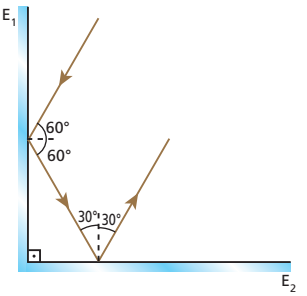


Copie a figura em seu caderno e represente a trajetória da luz até que esta deixe o sistema de espelhos.

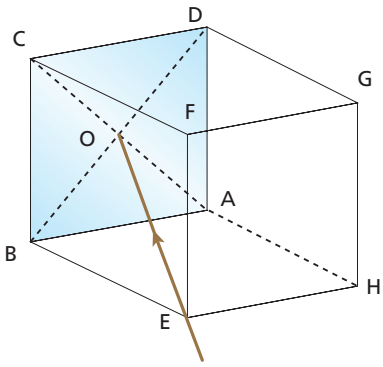
Resolução:

Comentar que, sendo os espelhos perpendiculares, o raio emergente do sistema é paralelo ao raio incidente.

Resposta:



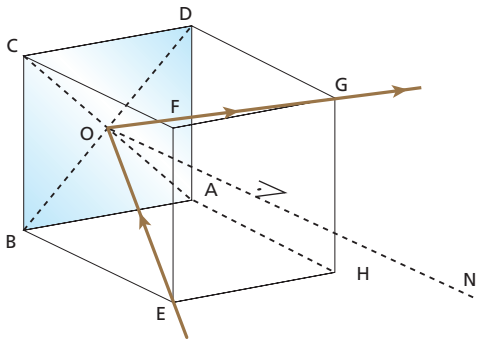
7 Considere a caixa cúbica representada abaixo, em que a face ABCD é espelhada, de tal modo que a superfície refletora seja voltada para dentro da caixa. Suponha que um raio luminoso penetre na caixa pelo vértice **E** e incida no ponto **O**, centro do espelho.



Você poderá, então, afirmar que o correspondente raio refletido sairá da caixa pelo vértice:

a) C;
b) G;
c) F;
d) H;
e) A.

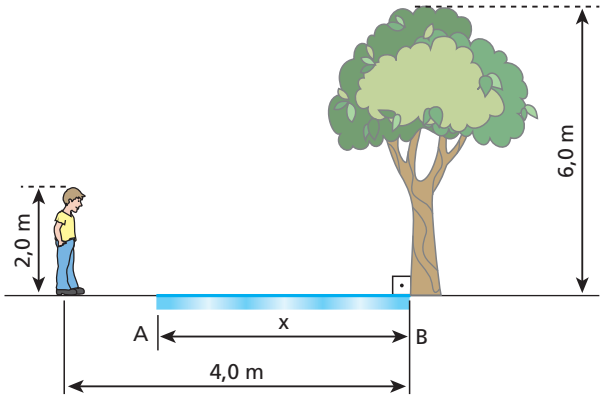
Resolução:



Pela 1ª Lei da Reflexão, o raio incidente, o raio refletido e a reta normal no ponto de incidência devem ser coplanares.

Resposta: b

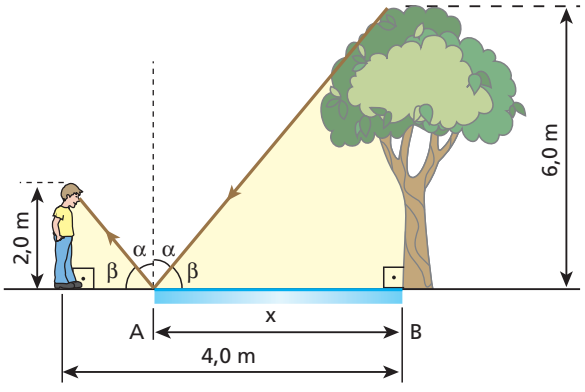
8 **E.R.** No esquema, o observador deseja visar a imagem da árvore por meio do espelho plano **AB** deitado sobre o solo:



Qual deve ser o menor comprimento **x** do espelho para que o observador veja a imagem completa da árvore, isto é, do topo até o pé?

Resolução:

Se o comprimento **x** do espelho é o menor possível, para que o observador veja a imagem completa da árvore, um raio de luz proveniente do seu topo deve refletir-se na borda esquerda do espelho e atingir o olho do observador, conforme o esquema a seguir.



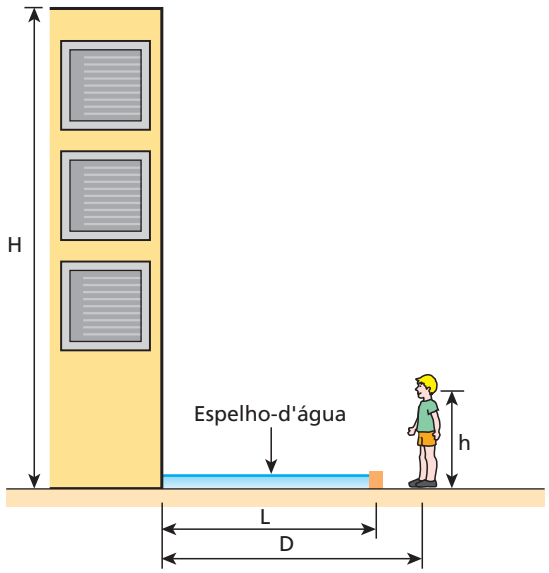
Os triângulos retângulos destacados são semelhantes. Logo:

$$\frac{x}{4{,}0 - x} = \frac{6}{2{,}0} \Rightarrow x = 3{,}0\,(4{,}0 - x)$$

$$x = 12 - 3{,}0\,x \Rightarrow 4{,}0\,x = 12$$

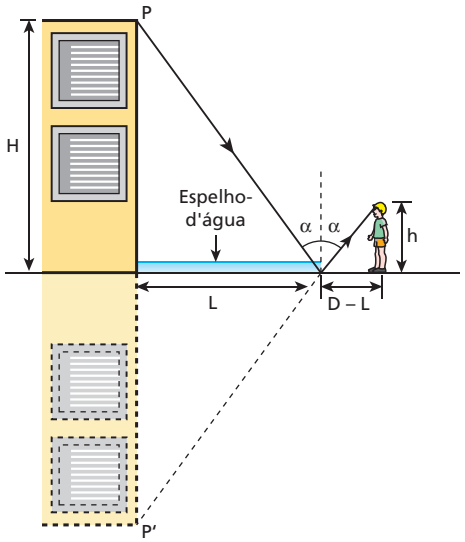
$$\boxed{x = 3{,}0\ \text{m}}$$

9 Um garoto, cujo globo ocular está a uma altura **h** em relação ao solo, observa que a imagem completa de um prédio de altura **H**, situado a uma distância **D** da vertical do seu corpo, abrange toda a extensão **L** de um espelho-d'água existente defronte do prédio.



Sabendo que h = 1,5 m, L = 3,2 m e D = 3,6 m, calcule o valor de **H**.

Resolução:

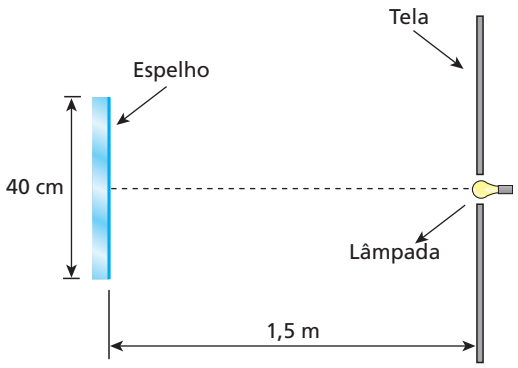


Por semelhança de triângulos:

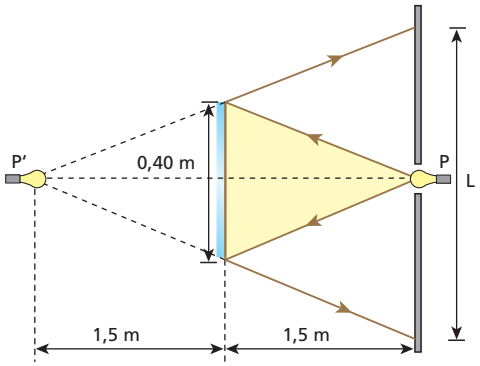
$$\frac{H}{h} = \frac{L}{D - L} \Rightarrow \frac{H}{1{,}5} = \frac{3{,}2}{0{,}40} \Rightarrow \boxed{H = 12\ \text{m}}$$

Resposta: 12 m

10 Uma tela opaca de grandes dimensões apresenta um pequeno furo onde está instalada uma lâmpada pontual de grande potência. Um espelho plano quadrado de lado igual a 40 cm é fixado paralelamente à tela, a 1,5 m de distância em relação a ela, conforme representa a figura. Desconsiderando a existência de outras fontes de luz no local do experimento, determine, em metros quadrados, a área iluminada na tela.



Resolução:

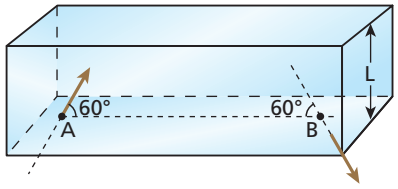


$\frac{L}{0,40} = \frac{3,0}{1,5} \Rightarrow$ **L = 0,80 m**

$A = L^2 = (0,80\ m)^2 \Rightarrow$ **A = 0,64 m²**

Resposta: 0,64 m²

11 (Fuvest-SP) Um feixe de luz entra em uma caixa retangular de altura **L**, espelhada internamente, através de uma abertura **A**. O feixe, após sofrer 5 reflexões, sai da caixa por um orifício **B** depois de decorrido $1,0 \cdot 10^{-8}$ segundo.



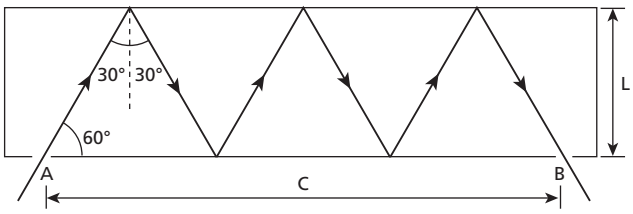
Os ângulos formados pela direção do feixe e o segmento **AB** estão indicados na figura.

a) Calcule o comprimento do segmento AB. **Dado:** $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s

b) O que acontece com o número de reflexões e com o tempo entre a entrada e a saída do feixe se diminuirmos a altura da caixa **L** pela metade?

Resolução:

a)

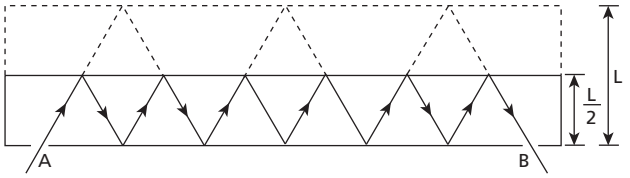


Sendo x o comprimento dos lados dos triângulos equiláteros da figura, temos:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow C = \frac{6x}{\Delta t} \Rightarrow x = \frac{C\Delta t}{6} \Rightarrow x = \frac{3,0 \cdot 10^8 \cdot 1,0 \cdot 10^{-8}}{6} = \frac{3}{6}\ m$$

x = 0,5 m

b)



O tempo não se altera, pois a distância percorrida pela luz é a mesma. Já o número de reflexões aumenta, passando de 5 para 11 (ver figura).

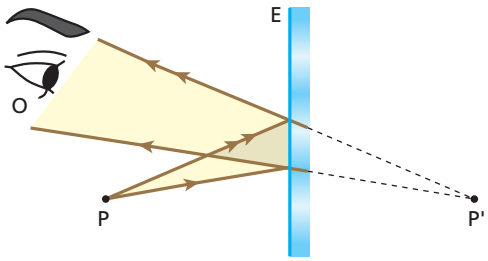
Respostas: a) 1,5 m; b) O tempo não se altera e o número de reflexões passa de 5 para 11.

12 A imagem fornecida por um espelho plano será:

a) real, se o objeto for real;
b) virtual, se o objeto for virtual;
c) virtual, se o objeto for real, e real, se o objeto for virtual;
d) sempre virtual;
e) sempre real.

Resposta: c

13 Considere o esquema seguinte, no qual **P** é um ponto luminoso, **E** é um espelho plano e **O** é o olho de um observador:



É correto afirmar que:

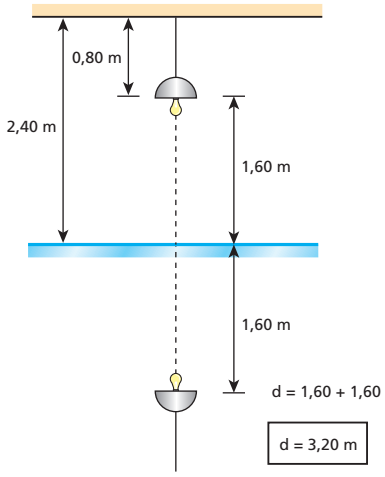
a) em relação a **E**, **P'** é imagem real;
b) em relação a **E**, **P'** é imagem imprópria;
c) em relação a **O**, **P'** é imagem real;
d) em relação a **O**, **P'** é imagem virtual;
e) em relação a **O**, **P'** se comporta como objeto real.

Resposta: e

14 (Ufal) Um espelho plano está no piso horizontal de uma sala com o lado espelhado voltado para cima. O teto da sala está a 2,40 m de altura e uma lâmpada está a 80 cm do teto. Com esses dados, pode-se concluir que a distância entre a lâmpada e sua imagem formada pelo espelho plano é, em metros, igual a:

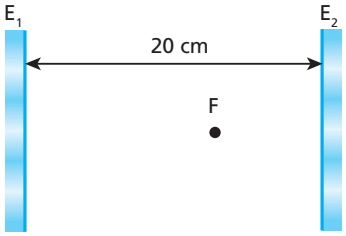
a) 1,20. b) 1,60. c) 2,40. d) 3,20. e) 4,80.

Resolução:



Resposta: d

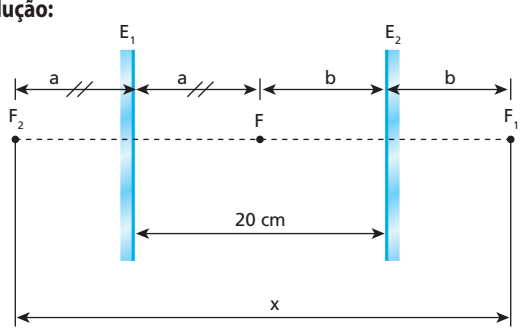
15 (UFF-RJ) Dois espelhos planos paralelos, E_1 e E_2, estão frente a frente separados pela distância de 20 cm. Entre eles há uma fonte luminosa **F**, de pequenas dimensões, na posição indicada na figura:



a) Calcule a distância entre a primeira imagem fornecida pelo espelho E_1 e a primeira imagem fornecida pelo espelho E_2.

b) A distância calculada no item **a** depende da posição de **F** em relação a E_1 e E_2?

Resolução:



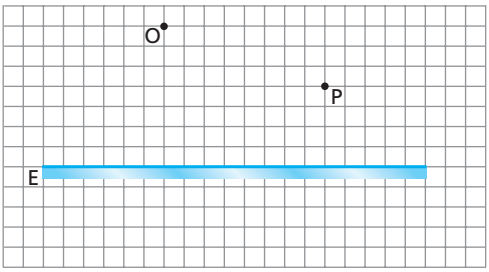
a) $x = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$

$x = 2 \cdot 20\ cm \Rightarrow$ $\boxed{x = 40\ cm}$

b) **x** independe da posição de **F** em relação a E_1 e E_2.

Respostas: a) 40 cm; b) não depende.

16 **E.R.** No esquema da figura, **P** é um ponto luminoso, **E** é um espelho plano e **O** é o olho de um observador:



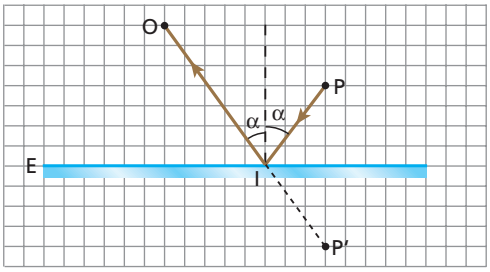
Trace o caminho óptico da luz, que, partindo de **P**, sofre reflexão em **E** e atinge **O**.

Resolução:

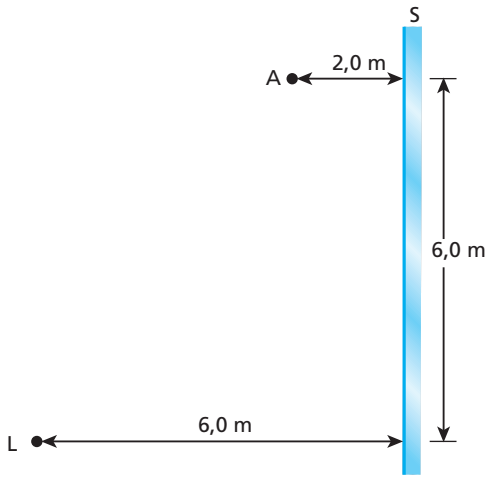
Traçado do raio refletido:

Determina-se, por simetria, a imagem **P'**, que o espelho conjuga a **P**. A partir de **P'**, traça-se a reta P'O. O cruzamento dessa reta com o espelho define o ponto de incidência **I**, e o raio refletido corresponde ao segmento IO.

O raio incidente correspondente ao segmento PI.



17 (Fuvest-SP) A figura representa um objeto **A**, colocado a uma distância de 2,0 m de um espelho plano **S**, e uma lâmpada **L**, colocada à distância de 6,0 m do espelho:

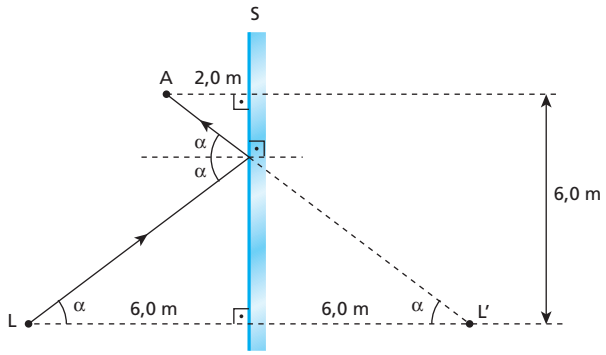


a) Copie a figura e desenhe o raio emitido por **L** e refletido por **S** que atinge **A**. Explique a construção.

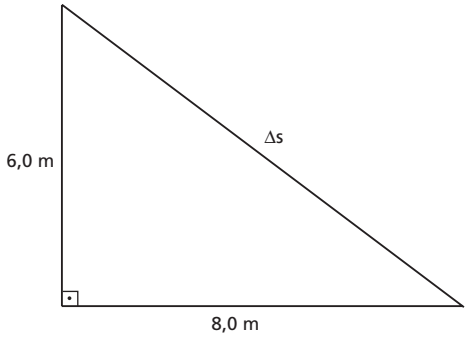
b) Calcule a distância percorrida por esse raio.

Resolução:

a)



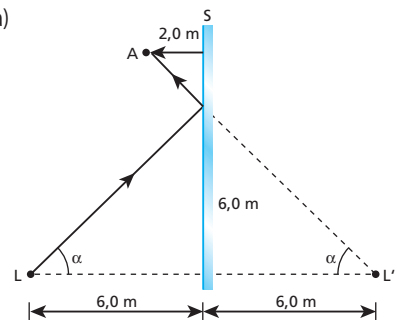
b)



Pitágoras: $\Delta s^2 = (6,0)^2 + (8,0)^2$

$\Delta s = 10$ m

Respostas: a)



b) 10 m

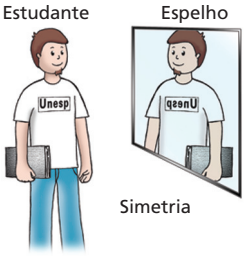
18 (Vunesp-SP) Um estudante veste uma camiseta em cujo peito se lê a inscrição seguinte:

UNESP

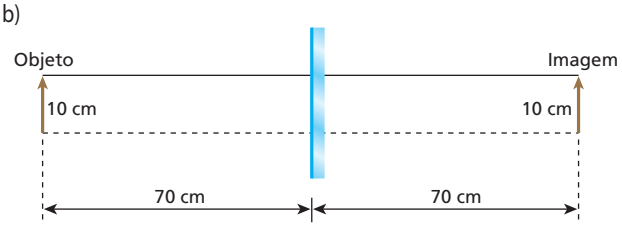
a) De que forma a imagem dessa inscrição aparece para o estudante quando ele se encontra frente a um espelho plano?
b) Suponha que a inscrição esteja a 70 cm do espelho e que cada letra da camiseta tenha 10 cm de altura. Qual a distância entre a inscrição e sua imagem? Qual a altura de cada letra da imagem?

Resolução:

a)



b)

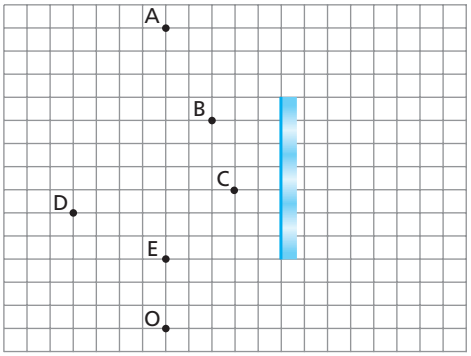


d = 70 + 70 (cm)

d = 140 cm

Respostas: a) qesnU; b) 140 cm; 10 cm

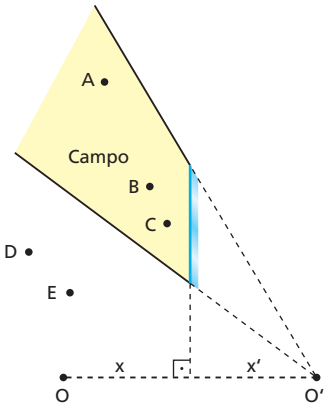
19 O esquema representa um espelho plano diante do qual se encontram cinco objetos luminosos: **A**, **B**, **C**, **D** e **E**. O ponto **O** corresponde à posição do globo ocular de um observador.



Que ponto (ou pontos) o observador **não poderá** ver pela reflexão da luz no espelho?

Resolução:

O observador não poderá vislumbrar os pontos **D** e **E** nem seu próprio olho, pois eles estão fora do campo visual do espelho para a posição do observador.



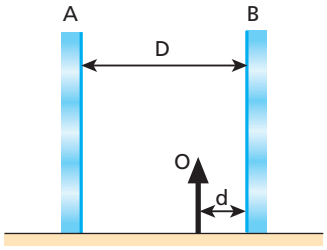
Resposta: Ele não poderá ver os pontos **D** e **E**, da mesma maneira que não verá a imagem do seu olho.

20 (UFPR) Um espelho plano fornece, de um dado objeto em relação ao espelho, uma imagem real, projetável sobre um anteparo. Pode-se, então, afirmar, sobre o objeto e sobre o feixe incidente que o define, respectivamente, que:

a) é real e divergente.
b) é virtual e convergente.
c) é virtual e divergente.
d) é real e convergente.
e) é real e paralelo.

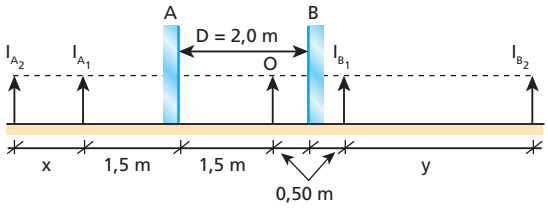
Resposta: b

21 (UFPI) Dois espelhos planos, paralelos, um defronte ao outro, estão separados por uma distância D = 2,0 m. O objeto **O** está situado entre eles, a uma distância d = 0,50 m de **B** (veja a figura a seguir). A distância que separa as duas primeiras imagens formadas em **A** e a distância que separa as duas primeiras imagens formadas em **B** são, respectivamente:



a) 0,50 m e 1,5 m.
b) 1,5 m e 3,5 m.
c) 2,0 m e 4,0 m.
d) 1,0 m e 3,0 m.
e) 2,0 m e 2,0 m.

Resolução:



I_{A_2} é a imagem que **A** conjuga a I_{B_1}. Logo:

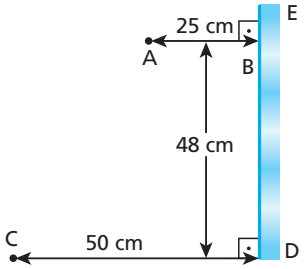
$x = 2 \cdot 0{,}5 \Rightarrow \boxed{x = 1{,}0\ m}$

I_{B_2} é a imagem que **B** conjuga a I_{A_1}. Logo:

$y = 2 \cdot 1{,}5 \Rightarrow \boxed{y = 3{,}0\ m}$

Resposta: d

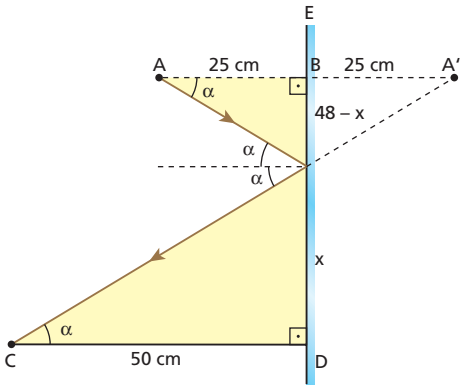
22 (UEL-PR) A figura representa um espelho plano **E** vertical e dois segmentos de reta AB e CD perpendiculares ao espelho:



Supondo que um raio de luz parta de **A** e atinja **C** por reflexão no espelho, o ponto de incidência do raio de luz no espelho dista de **D**, em centímetros:

a) 48.
b) 40.
c) 32.
d) 24.
e) 16.

Resolução:



Os triângulos destacados são semelhantes.

Logo:

$\frac{x}{48 - x} = \frac{50}{25}$

$x = 2\ (48 - x)$

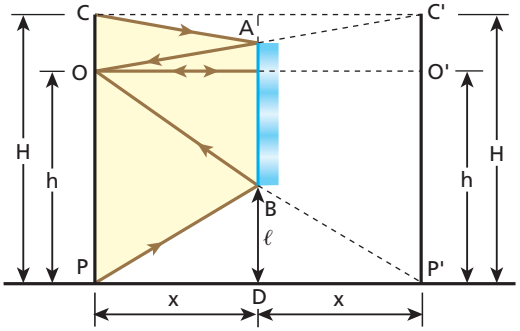
$x = 96 - 2x \Rightarrow 3x = 96 \Rightarrow \boxed{x = 32\ cm}$

Resposta: c

23 **E.R.** Um observador de altura **H** deseja mirar-se de corpo inteiro, utilizando para tanto um espelho plano circular disposto verticalmente. Sendo **h** a altura de seus olhos em relação ao solo, plano e horizontal:

a) calcule o mínimo diâmetro **d** que o espelho deve ter para que o observador realize seu intento;
b) obtenha a distância ℓ do extremo inferior do espelho ao solo;
c) responda: as dimensões **d** e ℓ dependem ou não da distância **x** do observador em relação ao espelho?

Resolução:
Nas condições do esquema seguinte, o observador CP consegue mirar-se de corpo inteiro, utilizando para isso o espelho plano com diâmetro mínimo:



Observe na figura:
C = extremo superior da cabeça do observador
O = olho do observador
P = extremo inferior do pé do observador
C', **O'** e **P'** = imagens de **C**, **O** e **P**, respectivamente, fornecidas pelo espelho
AB = espelho (AB = d)

a) Os triângulos OAB e OC'P' são semelhantes. Por isso:

$$\frac{d}{H} = \frac{x}{2x} \Rightarrow \boxed{d = \frac{H}{2}}$$

O diâmetro mínimo do espelho deve corresponder à metade da altura do observador.

b) Os triângulos OPP' e BDP' são semelhantes. Por isso:

$$\frac{\ell}{h} = \frac{x}{2x} \Rightarrow \boxed{\ell = \frac{h}{2}}$$

A distância do extremo inferior do espelho ao solo deve corresponder à metade da altura dos olhos do observador.

c) As dimensões **d** e **ℓ** independem de **x**, que foi cancelado nos cálculos.

24 Um homem com 1,80 m de altura deseja mirar-se dos pés à cabeça em um espelho plano quadrado, disposto verticalmente e com sua base paralela ao solo. Sendo a altura de seus olhos ao solo igual a 1,70 m, calcule:
a) a menor medida admissível para o lado do espelho, a fim de que o homem consiga seu objetivo;
b) a distância da borda inferior do espelho ao solo, no caso de o homem estar se vendo no espelho de corpo inteiro.

Resolução:

a) $d = \frac{H}{2} \Rightarrow d = \frac{1{,}80\ m}{2}$

$\boxed{d = 0{,}90\ m = 90\ cm}$

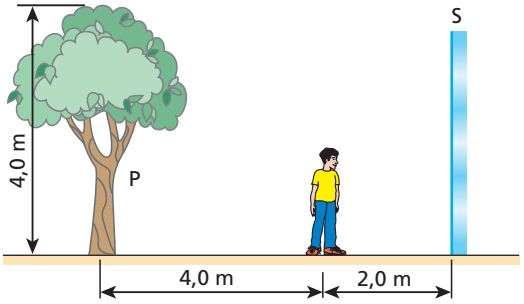
b) $\ell = \frac{h}{2} \Rightarrow \ell = \frac{170}{2}$

$\boxed{\ell = 0{,}85\ m = 85\ cm}$

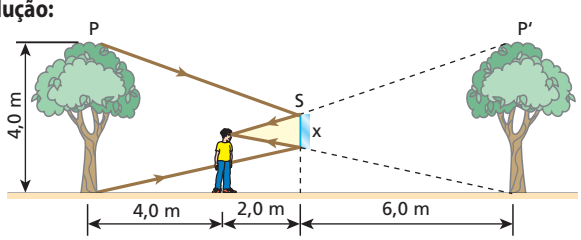
Ver maiores detalhes no ER 23 do livro.

Respostas: a) 90 cm; b) 85 cm

25 O esquema abaixo representa um homem de frente para um espelho plano **S**, vertical, e de costas para uma árvore **P**, de altura igual a 4,0 m. Qual deverá ser o comprimento mínimo do espelho para que o homem possa ver nele a imagem completa da árvore?



Resolução:

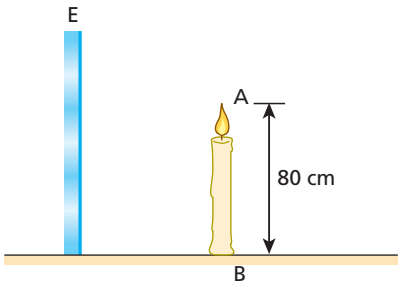


Semelhança de triângulos:

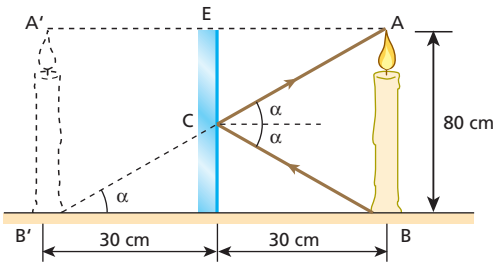
$$\frac{x}{2{,}0} = \frac{4{,}0}{8{,}0} \Rightarrow \boxed{x = 1{,}0\ m}$$

Resposta: 1,0 m

26 (FEI-SP) Um objeto vertical AB, de altura $\overline{AB}$ = 80 cm, encontra-se diante de um espelho plano vertical **E**. Sabe-se que a imagem do ponto **B** se encontra a 30 cm do espelho. Um raio de luz, partindo do ponto **B**, encontra o espelho num ponto **C**, segundo um ângulo de incidência **α**, e reflete-se passando pelo ponto **A**. Qual o valor de sen α?



Resolução:

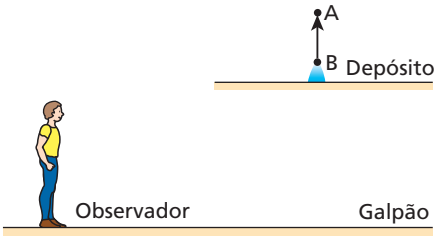


Teorema de Pitágoras
$(\overline{AB'})^2 = 80^2 + 60^2 \Rightarrow (\overline{AB'}) = 100\ cm$

$\text{sen}\ \alpha = \frac{80}{100} \Rightarrow \boxed{\text{sen}\ \alpha = 0{,}80}$

Resposta: sen α = 0,80

27 **E.R.** Numa fábrica, um galpão tem o teto parcialmente rebaixado, criando um compartimento superior que é utilizado como depósito. Para ter acesso visual a esse compartimento, constrói-se um sistema óptico simples, com dois espelhos planos E_1 e E_2, de modo que um observador no andar de baixo possa ver as imagens dos objetos guardados no depósito (como o objeto AB, por exemplo).



São possíveis duas configurações. Na primeira, os espelhos são paralelos, ambos formando 45° com a horizontal, como mostra a figura 1:

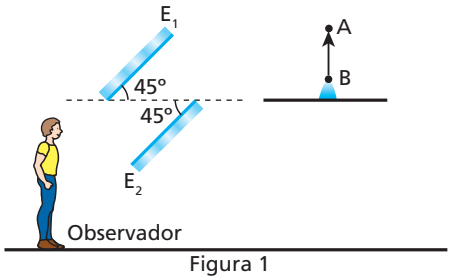


Figura 1

Na outra, os espelhos são perpendiculares entre si, ambos formando 45° com a horizontal, como mostra a figura 2:

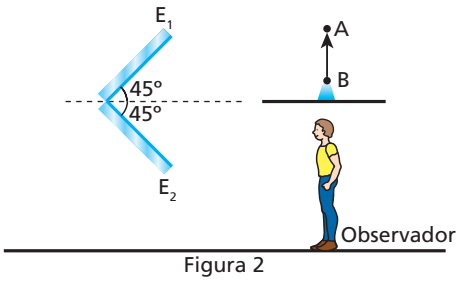


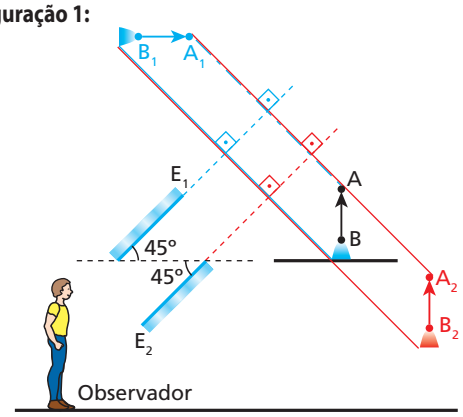
Figura 2

Posicione em cada configuração as imagens A_1B_1 e A_2B_2 fornecidas por E_1 e E_2, respectivamente, e responda: as imagens visadas pelo observador são **direitas** ou **invertidas** em relação ao objeto AB?

Resolução:

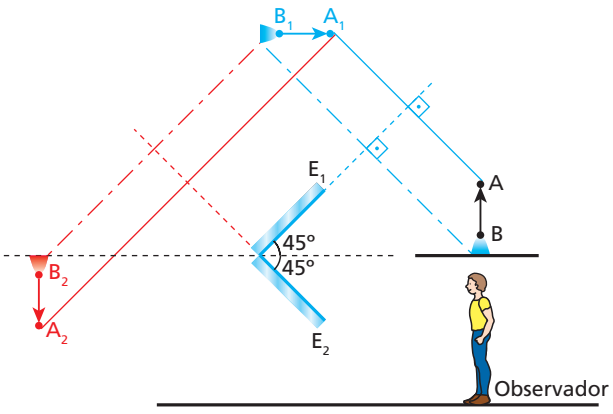
O posicionamento das imagens é feito observando-se a Propriedade Fundamental dos Espelhos Planos: a imagem é **simétrica** do objeto em relação à superfície refletora.

Configuração 1:



A_2B_2: imagem direita

Configuração 2:

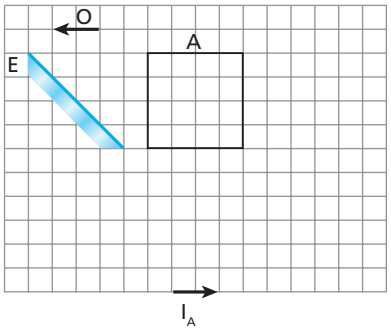


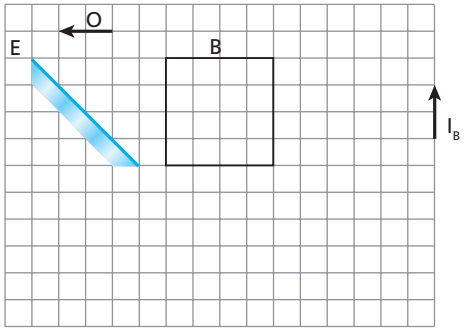
A_2B_2: imagem invertida

Nota:

- Em ambas as configurações, a imagem A_1B_1 fornecida pelo espelho E_1 para o objeto AB funciona como **objeto** para o espelho E_2.

28 (Vunesp-SP) As figuras a seguir mostram a posição de um objeto **O** em relação a um espelho plano **E** e duas regiões delimitadas pelos quadrados **A** e **B**. Dentro de cada uma dessas regiões deve-se colocar um outro espelho plano, de modo que se obtenham as imagens I_A e I_B indicadas nas figuras.



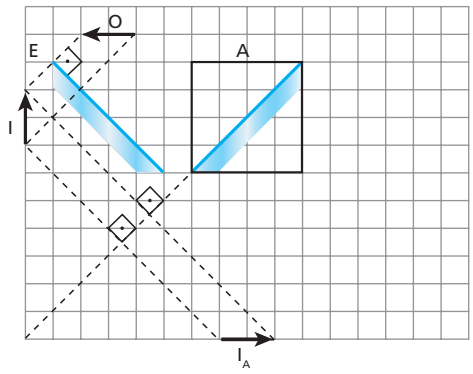


a) Copie o quadrado **A** numa folha. Em seguida, posicione no interior do quadrado um espelho plano capaz de criar a imagem I_A indicada na primeira figura.

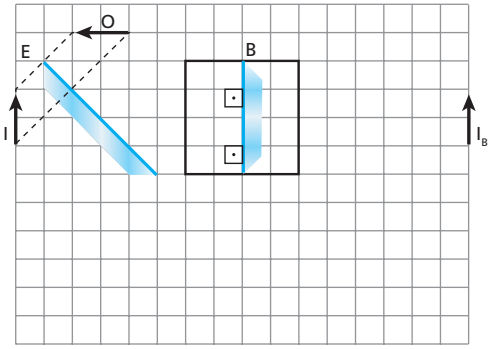
b) Copie o quadrado **B** numa folha. Em seguida, posicione no interior do quadrado um espelho plano capaz de criar a imagem I_B indicada na segunda figura.

Resolução:

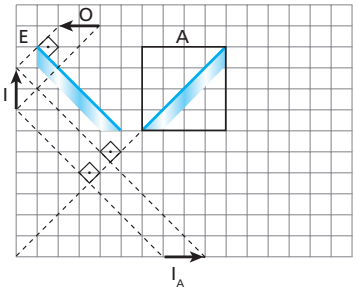
a)



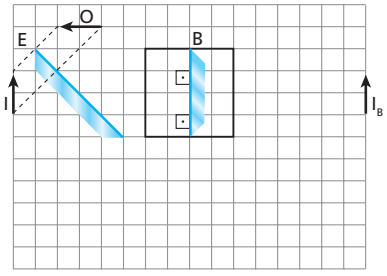
b)



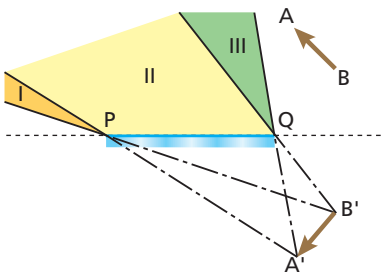
Respostas: a)



b)



29 No esquema seguinte, PQ é um espelho plano, AB é um objeto linear e A'B' é a imagem de AB conjugada pelo espelho:



Para que um observador de dimensões desprezíveis veja a imagem A'B' inteira, deve colocar-se:

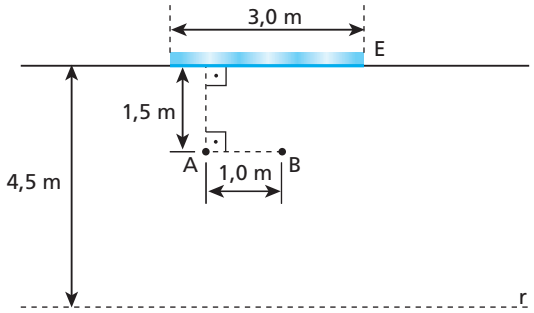
a) nas regiões I, II ou III, indiferentemente;
b) nas regiões I ou II, indiferentemente;
c) exclusivamente na região I;
d) exclusivamente na região II;
e) exclusivamente na região III.

Resolução:

O observador deve colocar-se na região da intersecção dos campos do espelho correspondentes às extremidades **A** e **B** do objeto.

Resposta: d

30 Juliana está parada no ponto **A**, indicado na figura a seguir, contemplando sua imagem num espelho plano vertical **E**, de largura 3,0 m. Rodrigo, um colega de classe, vem caminhando ao longo da reta **r**, paralela à superfície refletora do espelho, com velocidade de intensidade 2,0 m/s.

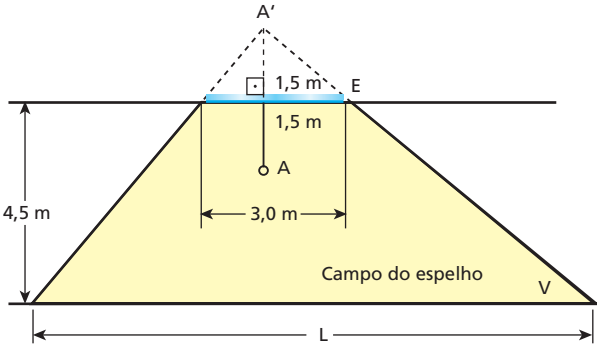


Desprezando-se as dimensões de Juliana e de Rodrigo, responda:

a) Por quanto tempo Juliana poderá observar a imagem de Rodrigo em **E**?
b) Se Juliana estivesse na posição **B**, qual seria o tempo de observação da imagem de Rodrigo?

Resolução:

a)



(I) Semelhança de triângulos:

$$\frac{L}{3{,}0\ m} = \frac{(4{,}5 + 1{,}5)\ m}{1{,}5\ m} \Rightarrow \boxed{L = 12\ m}$$

(II) Juliana poderá observar a imagem de Rodrigo em **E**, enquanto Rodrigo estiver no campo do espelho representado na figura anterior, isto é, enquanto ele estiver percorrendo o comprimento **L**.

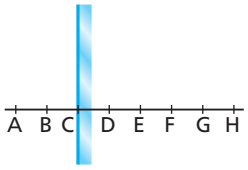
$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{L}{V} \Rightarrow \Delta t = \frac{12\ m}{2\ m/s}$$

Donde: $\boxed{\Delta t = 6{,}0\ s}$

b) Se Juliana estivesse na posição **B**, o comprimento **L** a ser percorrido por Rodrigo dentro do campo do espelho não se modificaria (L = 12 m) e o mesmo ocorreria com o tempo de visualização da imagem, que continuaria igual a $\Delta t = 6{,}0$ s.

Respostas: a) 6,0 s; b) 6,0 s

31 (UEL-PR) A figura representa um espelho plano vertical e um eixo horizontal onde estão os pontos **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**, **G** e **H**, equidistantes entre si:



Se o espelho plano sofrer uma translação, passando do ponto **C** ao ponto **D**, a imagem de **A** vai passar do ponto:

a) **D** para o ponto **E**.
b) **E** para o ponto **G**.
c) **E** para o ponto **F**.
d) **E** para o ponto **H**.
e) **F** para o ponto **G**.

Resolução:
A transformação da imagem será o dobro da do espelho.

Resposta: d

32 **E.R.** Dois espelhos planos são associados de modo que suas superfícies refletoras formem um ângulo diedro de 45°. Um objeto luminoso é colocado diante da associação. Determine:
a) o número de imagens que os espelhos conjugam ao objeto;
b) o número de imagens enantiomorfas e o número de imagens iguais ao objeto.

Resolução:
a) O número de imagens que a associação conjuga ao objeto é calculado pela fórmula:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Sendo $\alpha = 45^\circ$, determinemos **n**:

$$n = \frac{360^\circ}{45^\circ} - 1 \Rightarrow \boxed{n = 7 \text{ imagens}}$$

b) 1ª e 2ª imagens: simples reflexão ⇒ enantiomorfas
3ª e 4ª imagens: dupla reflexão ⇒ iguais ao objeto
5ª e 6ª imagens: tripla reflexão ⇒ enantiomorfas
7ª imagem: quádrupla reflexão ⇒ igual ao objeto
Portanto, temos:

4 imagens enantiomorfas

3 imagens iguais ao objeto

33 Diante de dois espelhos planos que formam entre suas superfícies refletoras um ângulo de 90°, um rapaz coloca um relógio, cujo painel é dotado de traços no lugar dos números. Sabendo que o experimento é realizado às 4 h 10 min, determine:
a) o número de imagens que os espelhos conjugam ao relógio;
b) quantas imagens têm o aspecto da figura I e quantas têm o aspecto da figura II.

Figura I

Figura II

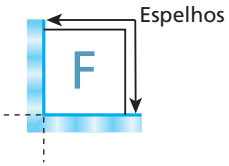
Resolução:
a) $n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{90^\circ} - 1$

n = 3 imagens

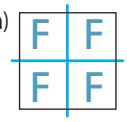
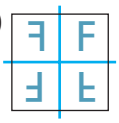
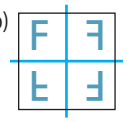
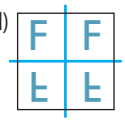
b) **Figura I:** uma imagem
Figura II: duas imagens

Respostas: a) Três imagens; b) Figura I: uma imagem; Figura II: duas imagens.

34 (Fuvest-SP) Na figura, **F** indica um ladrilho colocado perpendicularmente a dois espelhos planos que formam um ângulo reto:



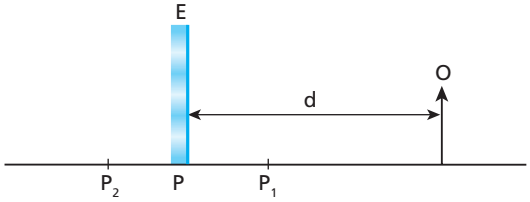
Indique a alternativa que corresponde às três imagens formadas pelos espelhos.

a) 
c) 
e)
b) 
d) 

Resolução:
As duas imagens formadas por simples reflexão são simétricas em relação ao objeto (ladrilho) e a imagem, formada por dupla reflexão, é simétrica em relação às imagens que lhe deram origem.

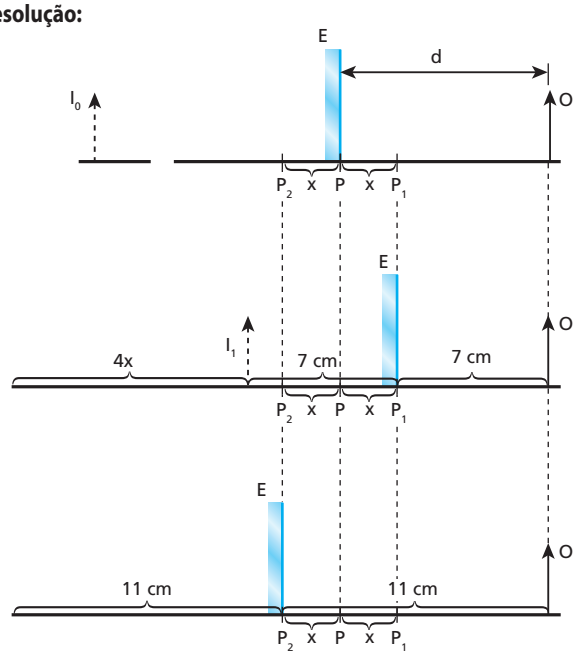
Resposta: c

35 (UFC-CE) A figura abaixo mostra um objeto **O** diante do espelho plano **E**, em posição vertical. Originalmente, o espelho está na posição **P**, a uma distância **d** do objeto. Deslocando-se o espelho para a posição P_1, a distância da imagem de **O** até o espelho é de 7 cm. Se o espelho é deslocado para a posição P_2, a distância da imagem de **O** até o espelho passa a ser de 11 cm. P_1 e P_2 estão à igual distância de **P**. A distância original, **d**, entre o espelho e o objeto vale:



a) 4 cm.
b) 9 cm.
c) 14 cm.
d) 18 cm.
e) 22 cm.

Resolução:



(I) $4x = 2 \cdot 11 - 2 \cdot 7$ (cm) $\Rightarrow$ $\boxed{x = 2 \text{ m}}$

(II) $d = 7 + x$

$d = 7 + 2$ (cm)

$\boxed{d = 9 \text{ cm}}$

Resposta: b

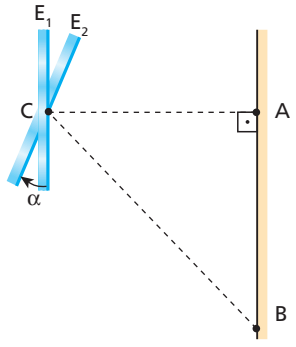
36 Um caminhão trafega em uma estrada retilínea com velocidade de 40 km/h. Olhando no espelho retrovisor plano, o motorista contempla a imagem de um poste vertical fixo na estrada.

a) Qual a velocidade da imagem do poste em relação ao solo?

b) Qual a velocidade da imagem do poste em relação ao motorista do caminhão?

Respostas: a) 80 km/h; b) 40 km/h

37 E.R. A figura a seguir representa um espelho plano que pode girar em torno de um eixo contendo seu centro **C**.

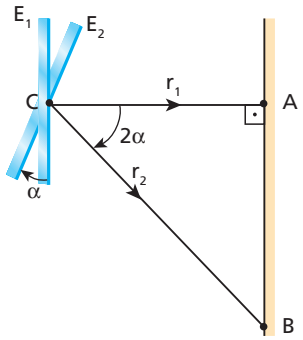


Estando na posição E_1, o espelho capta a luz proveniente de uma fonte pontual **A**, fixa no anteparo, refletindo-a de volta ao ponto de partida. O espelho sofre, então, uma rotação equivalente a um ângulo **α**, passando para a posição E_2. Nesse caso, ao receber a luz emitida por **A**, reflete-a para o ponto **B**.

Sabendo que $AB = \sqrt{3}\ AC$, calcule o ângulo **α**.

Resolução:

A figura a seguir representa os raios refletidos r_1 e r_2, que correspondem, respectivamente, às posições E_1 e E_2 do espelho:



No triângulo ABC, temos:

$$\text{tg } 2\alpha = \frac{AB}{AC}$$

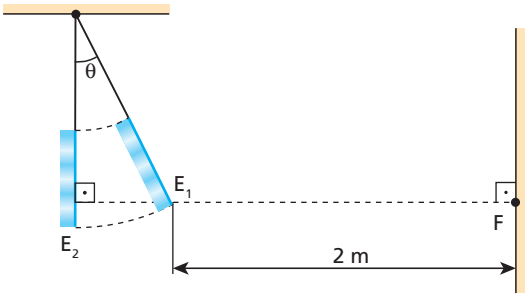
Mas, sendo $AB = \sqrt{3}\ AC$, vem:

$$\text{tg } 2\alpha = \frac{\sqrt{3}\ AC}{AC} \Rightarrow \text{tg } 2\alpha = \sqrt{3}$$

Portanto:

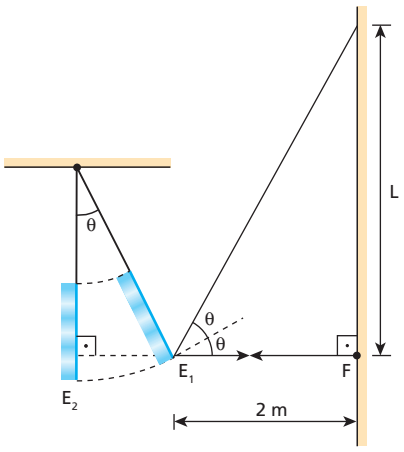
$$2\alpha = 60° \Rightarrow \boxed{\alpha = 30°}$$

38 O esquema a seguir representa um pêndulo. Na extremidade do fio, está preso um espelho plano. Incrustada no anteparo há uma lâmpada pontual **F** que emite um pincel luminoso cilíndrico na direção horizontal para a esquerda. O pêndulo é posto a oscilar, fazendo com que o espelho passe pelas posições E_1 e E_2 e varra, de uma para a outra, um ângulo $\theta = 30°$ no plano da figura:



Calcule a extensão do anteparo percorrida pelo pincel luminoso proveniente de **F** e refletido pelo espelho, quando o espelho vai de E_1 para E_2.

Resolução:



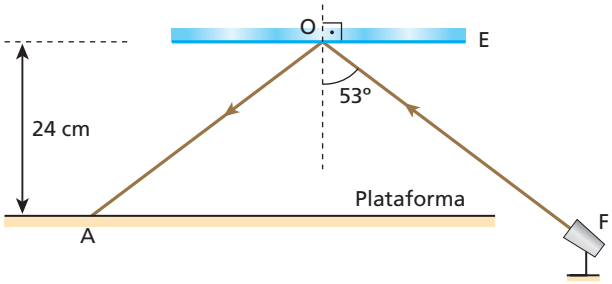
A rotação do raio refletido é o dobro da do espelho.

$$tg 2\theta = \frac{L}{E_1 F} \Rightarrow tg(2 \cdot 30^o) = \frac{L}{2}$$

$$L = 2\,tg\,60^o \Rightarrow \boxed{L = 2\sqrt{3}\,m}$$

Resposta: $2\sqrt{3}$ m

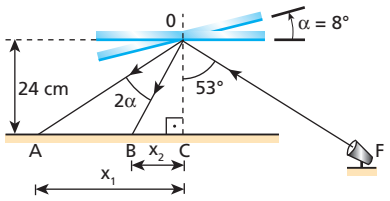
39 Na situação esquematizada a seguir, **F** é uma pequena lanterna fixa que emite um estreito feixe cilíndrico de luz e **E** é um espelho plano que pode girar em torno de um eixo **O** perpendicular ao plano desta página.
Inicialmente, a luz proveniente de **F** incide em **E** sob um ângulo de 53º, como indica a figura, produzindo um feixe refletido que ilumina o ponto **A** de uma plataforma também fixa.



O espelho sofre, então, uma rotação de 8° no sentido anti-horário, fazendo com que o feixe refletido atinja um outro ponto **B** da mesma plataforma.
Sabendo-se que sen 53° = cos 37° = 0,80 e cos 53° = sen 37° = 0,60, pode-se afirmar que a distância entre os pontos **A** e **B** vale:

a) 32 cm; c) 18 cm; e) 12 cm.
b) 24 cm; d) 14 cm;

Resolução:



(I) Triângulo OAC: $tg\,53° = \frac{x_1}{24}$

$$\frac{sen\,53°}{cos\,53°} = \frac{x_1}{24} \Rightarrow \frac{0,80}{0,60} = \frac{x_1}{24} \Rightarrow \boxed{x_1 = 32\ cm}$$

(II) Triângulo OBC: $tg(53° - 2\alpha) = \frac{x_2}{24}$

$$tg(53° - 16°) = \frac{x_2}{24} \Rightarrow tg\,37° = \frac{x_2}{24} \Rightarrow \frac{sen\,37°}{cos\,37°} = \frac{x_2}{24}$$

$$\frac{0,60}{0,80} = \frac{x_2}{24}$$

Da qual: $\boxed{x_2 = 18\ cm}$

(III) $AB = x_1 - x_2 \Rightarrow AB = (32 - 18)$ cm

$\boxed{AB = 14\ cm}$

Resposta: d

40 Um diretor de cinema registrou uma cena em que apareceram 24 bailarinas. Ele utilizou na filmagem apenas três atrizes, trajadas com a mesma roupa, colocadas diante de uma associação de dois espelhos planos verticais cujas superfícies refletoras formavam entre si um ângulo diedro α. Qual o valor de α?

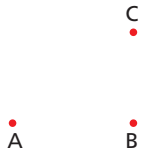
Resolução:
Das 24 " bailarinas " filmadas, 3 são pessoas (atrizes) e 21 são imagens. Assim, cada atriz determina, na associação de espelhos, um total de 7 imagens.

$$\text{Logo: } n = \frac{360°}{\alpha} - 1 \Rightarrow 7 = \frac{360}{\alpha} = 1$$

$$8\alpha = 360 \Rightarrow \boxed{\alpha = 45°}$$

Resposta: 45°

41 (Fuvest-SP) Tem-se um objeto **O** em frente a dois espelhos planos perpendiculares entre si. Os pontos **A**, **B** e **C** correspondem às imagens formadas do referido objeto. A distância AB é igual a 80 cm e a distância BC, igual a 60 cm.



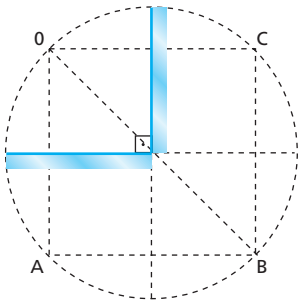
a) Qual a distância entre o objeto e a imagem **B**?
b) Desenhe em uma folha de papel o esquema com os espelhos, o objeto e as imagens.

Resolução:
a) Teorema de Pitágoras

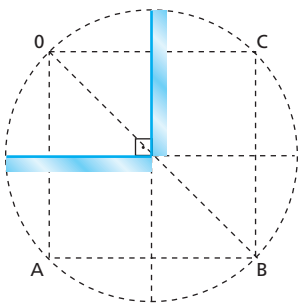
$OB^2 = 80^2 + 60^2$

Do qual: $\boxed{OB = 100\ cm}$

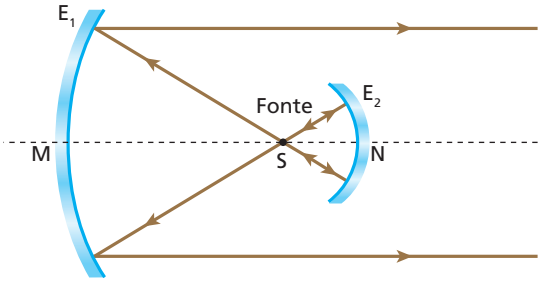
b)



Respostas: a) 100 cm; b)



42 (Cesgranrio-RJ) Em um farol de automóvel, dois espelhos esféricos côncavos são utilizados para se obter um feixe de luz paralelo a partir de uma fonte aproximadamente pontual. O espelho principal E_1 tem 16,0 cm de raio. O espelho auxiliar E_2 tem 2,0 cm de raio. Para que o feixe produzido seja efetivamente paralelo, as distâncias da fonte **S** aos vértices **M** e **N** dos espelhos devem ser iguais, respectivamente, a:



	Distância SM	**Distância SN**
a)	8,0 cm.	1,0 cm.
b)	16,0 cm.	2,0 cm.
c)	16,0 cm.	1,0 cm.
d)	8,0 cm.	2,0 cm.
e)	8,0 cm.	4,0 cm.

Resolução:
O ponto **S** em que a fonte de lua está colocada é o foco principal de E_1 e também o centro de curvatura de E_2; logo:

$$SM = f_1 = \frac{R_1}{2}$$

$$SM = \frac{16{,}0\ cm}{2} \Rightarrow \boxed{SM = 8{,}0\ cm}$$

$$SN = R_2 \Rightarrow \boxed{SN = 2{,}0\ cm}$$

Resposta: d

43 (Mack-SP) A imagem de um objeto que está a 40 cm de um espelho esférico côncavo tem a mesma altura do objeto. Colocando o objeto a grande distância do espelho, sua imagem estará a:

a) 60 cm do espelho.
b) 50 cm do espelho.
c) 40 cm do espelho.
d) 30 cm do espelho.
e) 20 cm do espelho.

Resolução:
(I) Este é o caso em que o objeto e a imagem estão posicionados na região do centro de curvatura do espelho. Assim:

$$\boxed{R = 40\ cm}$$

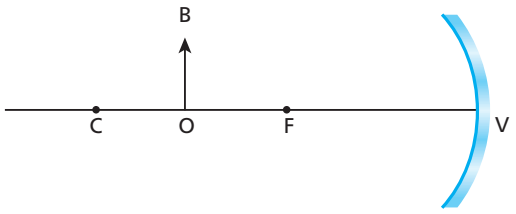
(II) Agora, o objeto deve ser considerado impróprio e sua imagem se forma em um dos focos do espelho.

$$d = f \Rightarrow d = \frac{R}{2}$$

$$d = \frac{40\ cm}{2} \Rightarrow \boxed{d = 20\ cm}$$

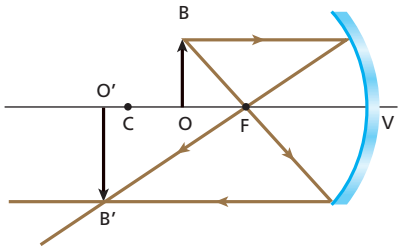
Resposta: e

44 (PUC-SP) A figura mostra um espelho esférico côncavo, em que **C** é o centro, **F** é o foco e **V** é o vértice. Colocando-se um objeto OB entre **C** e **F**, sua imagem situa-se:



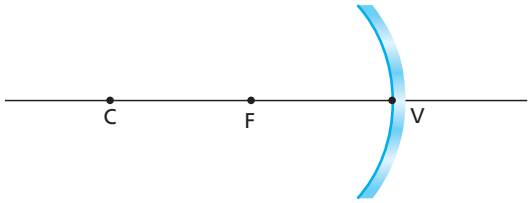
a) à direita de **V**.
b) entre **F** e **V**.
c) entre **F** e o objeto.
d) entre o objeto e **C**.
e) à esquerda de **C**.

Resolução:
Construção gráfica da imagem:



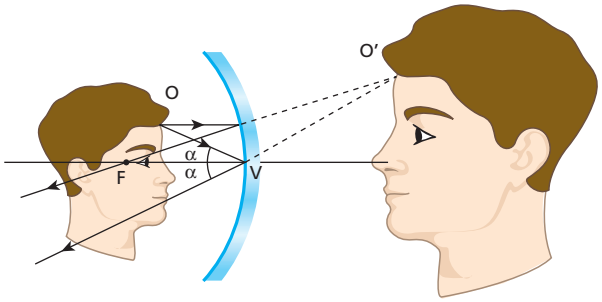
Resposta: e

45 (USF-SP) Quando você se olha em um espelho esférico côncavo, sua imagem é vista direita e ampliada. Nessas condições, você deve estar:



a) além de **C**, centro de curvatura.
b) em **C**.
c) entre **C** e **F**, foco.
d) em **F**.
e) entre **F** e **V**, vértice.

Resolução:
Construção gráfica da imagem:

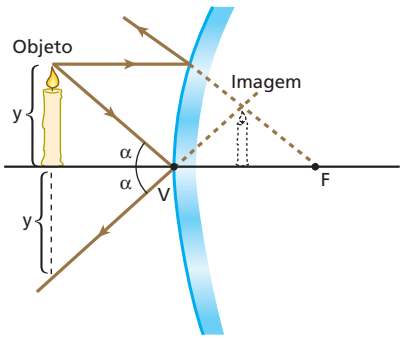


Resposta: e

46 Diante de uma bola de Natal que tem a superfície externa espelhada, um observador dispõe um lápis, que é aproximado e afastado da superfície refletora. A respeito da imagem que a bola conjuga ao lápis, podemos afirmar que:

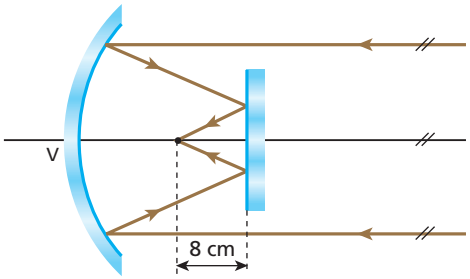
a) é virtual, direita e reduzida, qualquer que seja a posição do lápis;
b) pode ser real ou virtual, dependendo da posição do lápis;
c) é real, invertida e aumentada, qualquer que seja a posição do lápis;
d) é simétrica do lápis em relação à superfície refletora;
e) nenhuma proposição anterior é correta.

Resolução:
Construção gráfica da imagem:



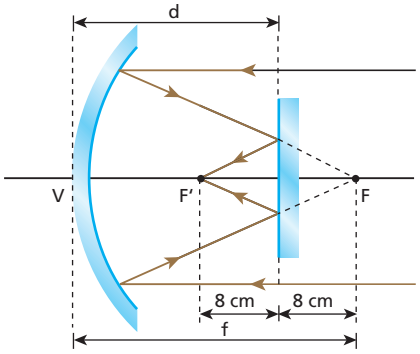
Resposta: a

47 (UFRJ) Um espelho côncavo de raio de curvatura 50 cm e um pequeno espelho plano estão frente a frente. O espelho plano está disposto perpendicularmente ao eixo principal do côncavo. Raios luminosos paralelos ao eixo principal são refletidos pelo espelho côncavo; em seguida, refletem-se também no espelho plano e tornam-se convergentes num ponto do eixo principal distante 8 cm do espelho plano, como mostra a figura.



Calcule a distância do espelho plano ao vértice **V** do espelho côncavo.

Resolução:



$f = \frac{R}{2} = \frac{50\ cm}{2} \Rightarrow f = 25\ cm$

$d + 8 = f$

$d = f - 8 \Rightarrow d = 25 - 8\ (cm) \Rightarrow$ $\boxed{d = 17\ cm}$

Resposta: 17 cm

48 (Fatec-SP) Desloca-se uma pequena lâmpada acesa ao longo do eixo principal de um espelho esférico côncavo, até que a posição da imagem formada pelo espelho coincida com a posição do objeto. Nesse caso, a imagem é invertida e a distância da lâmpada ao espelho é de 24 cm. Qual a distância focal do espelho?

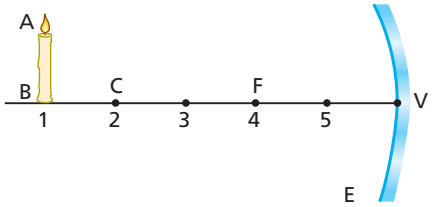
Resolução:
A lâmpada e sua imagem estão situadas no plano frontal que contém o centro de curvatura do espelho; logo:

$f = \frac{R}{2} \Rightarrow f = \frac{24\ cm}{2}$

$\boxed{f = 12\ cm}$

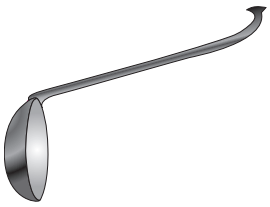
Resposta: 12 cm

49 No esquema a seguir, **E** é um espelho esférico côncavo de centro de curvatura **C**, foco principal **F** e vértice **V**. AB é um objeto luminoso posicionado diante da superfície refletora. Levando em conta as condições de Gauss, construa graficamente, em seu caderno, a imagem de AB considerando as posições 1, 2, 3, 4 e 5. Em cada caso, dê a classificação da imagem obtida.



Respostas: Posição 1: real, invertida e menor; **Posição 2:** real, invertida e igual; **Posição 3:** real, invertida e maior; **Posição 4:** imprópria; **Posição 5:** virtual, direita e maior.

50 (UFPE) A concha de aço inoxidável representada na figura pode ser usada para demonstrar propriedades dos espelhos esféricos.
Uma dessas propriedades consta de uma das alternativas abaixo.
Indique:



a) Para objetos colocados à direita, num afastamento inferior a um quarto do diâmetro, as imagens são invertidas.
b) Para objetos colocados à esquerda, num afastamento inferior a um quarto do diâmetro, as imagens são invertidas.
c) Imagens virtuais só podem ser obtidas para objetos colocados à esquerda.
d) Para objetos colocados à direita, num afastamento inferior a um quarto do diâmetro, as imagens são direitas.
e) Imagens virtuais só podem ser obtidas para objetos colocados à direita.

Resolução:

a) Falsa.
Nesse caso, a concha funciona como espelho esférico côncavo. Para distâncias menores que $\frac{1}{4}$ do diâmetro ($d < f$), as imagens são virtuais, direitas e maiores que o objeto.

b) Falsa.
Nesse caso, a concha funciona como espelho esférico convexo. As imagens obtidas são virtuais direitas e menores que o objeto.

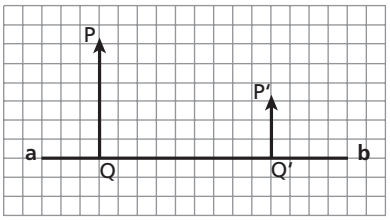
c) Falsa.
Para objetos colocados à direita da concha em um afastamento inferior a $\frac{1}{4}$ do diâmetro ($d < f$), as imagens são virtuais.

d) Verdadeira.

e) Falsa.
Para objetos colocados à esquerda da concha, as imagens obtidas são virtuais, direitas e menores que o objeto.

Resposta: d

51 **E.R.** No esquema seguinte, ab é o eixo principal de um espelho esférico gaussiano, PQ é um objeto luminoso contido em um plano frontal e P'Q' é a imagem que o espelho conjuga ao objeto considerado:



Reproduza essa figura no seu caderno e obtenha graficamente a posição e o tipo do espelho, bem como as posições de seu centro de curvatura e de seu foco principal.

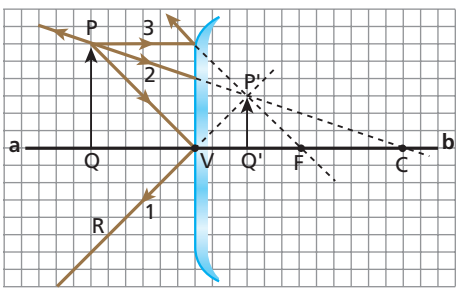
Resolução:

Posição do espelho:
Inverte-se o objeto, obtendo-se seu simétrico QR em relação ao eixo principal. Liga-se **R** a P' (raio 1). Onde o segmento RP' intercepta o eixo principal, tem-se o vértice **V** do espelho.

Natureza do espelho:
O espelho é convexo, pois a um objeto real está conjugando uma imagem virtual, direita e menor que o objeto.

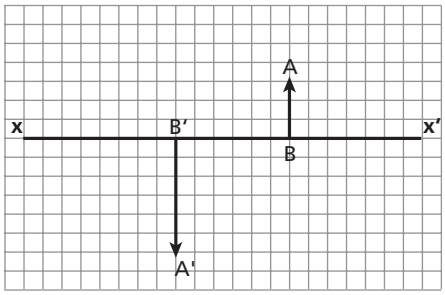
Posição do centro de curvatura:
A partir de **P**, traça-se uma reta passando por P' (raio 2). Na intersecção dessa reta com o eixo principal, tem-se a posição do centro de curvatura.

Posição do foco principal:



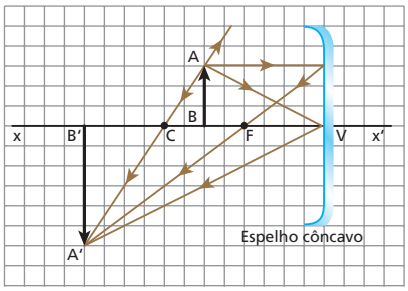
A partir de **P**, traça-se um segmento paralelo ao eixo principal (raio 3). Do ponto em que esse segmento toca o espelho, traça-se uma reta passando por P'. Ao cruzar o eixo principal, essa reta determina a posição do foco principal.

52 No esquema, xx' é o eixo principal de um espelho esférico gaussiano que conjuga a imagem A'B' ao objeto real AB:



Reproduza essa figura no seu caderno e obtenha graficamente a posição e o tipo do espelho, bem como as posições de seu centro de curvatura e de seu foco principal.

Resposta:



53 **E.R.** Um homem situado a 2,0 m do vértice de um espelho esférico visa sua imagem direita e ampliada três vezes. Determine:
a) a distância focal do espelho;
b) sua natureza (côncavo ou convexo).

Resolução:

a) O aumento linear transversal vale $A = +3$ ($A > 0$, porque a imagem é direita).
Sendo a distância do objeto ao espelho $p = 2{,}0$ m, calculemos p', que é a distância da imagem ao espelho:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$3 = -\frac{p'}{2{,}0}$$

Donde:

$$\boxed{p' = -6{,}0 \text{ m}}$$ (imagem virtual)

A distância focal **f** pode ser obtida pela função dos pontos conjugados (equação de Gauss):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2{,}0} - \frac{1}{6{,}0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3-1}{6{,}0} = \frac{2}{6{,}0}$$

$$\boxed{f = 3{,}0 \text{ m}}$$

b) Como $f > 0$, o foco é real e o espelho é **côncavo**.

54 Considere um espelho côncavo de aumento, com distância focal f = 1,0 m, usado para uma pessoa fazer a barba. Calcule a distância do rosto ao espelho para que a imagem dele esteja ampliada 2 vezes.

Resolução:

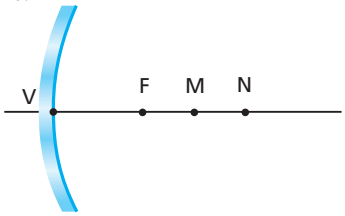
$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 2 = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p` = -2p$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{1,0} = \frac{1}{p} - \frac{1}{2p}$

Donde: $\boxed{p = 0,50\ m = 50\ cm}$

Resposta: 50 cm

55 (Ufal) Considere os pontos **M** e **N**, situados sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo, respectivamente a 30 cm e 40 cm do vértice do espelho.



Esse espelho côncavo, que tem foco em **F** e distância focal de 20 cm, conjuga aos pontos **M** e **N**, respectivamente, as imagens **M'** e **N'**. Determine o valor absoluto da distância entre as imagens **M'** e **N'**.

Resolução:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

Ponto M: $\frac{1}{20} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'_M} \Rightarrow p'_M = 60\ cm$

Ponto N: $\frac{1}{20} = \frac{1}{40} + \frac{1}{p'_N} \Rightarrow p'_N = 40\ cm$

$d = p'_M - p'_N \Rightarrow d = 60 - 40 \Rightarrow \boxed{d = 20\ cm}$

Resposta: 20 cm

56 Diante de um espelho esférico, perpendicularmente ao seu eixo principal, é colocado um objeto luminoso a 15 cm do vértice. Deseja-se que a imagem correspondente seja projetada num anteparo e tenha quatro vezes o comprimento do objeto. Determine:

a) se a imagem é real ou virtual, direita ou invertida;
b) a distância do anteparo ao vértice do espelho para que a imagem seja nítida;
c) a distância focal do espelho.

Resolução:

a) Se a imagem deve ser projetada em um anteparo, sua natureza é **real** e p' > 0.

Como p > 0 e p' > 0 ⇒ A < 0

e a imagem é **invertida**.

b) $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -4 = -\frac{p'}{15} \Rightarrow \boxed{p' = 60\ cm}$

c) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{15} + \frac{1}{60}$

Donde: $\boxed{f = 12\ cm}$

Respostas: a) Real e invertida; b) 60 cm; c) 12 cm

57 (Vunesp-SP) Um espelho esférico côncavo tem raio de curvatura igual a 80 cm. Um objeto retilíneo, de 2,0 cm de altura, é colocado perpendicularmente ao eixo principal do espelho, a 120 cm do vértice. Essa posição resulta em uma imagem:

a) real e invertida de 1,0 cm de altura e a 60 cm do espelho.
b) virtual e direita de 1,0 cm de altura e a 10 cm do espelho.
c) virtual e invertida de 1,0 cm de altura e a 10 cm do espelho.
d) real e direita de 40 cm de altura e a 60 cm do espelho.
e) virtual e direita de 40 cm de altura e a 10 cm do espelho.

Resolução:

$f = \frac{R}{2} = \frac{80\ cm}{2} \Rightarrow \boxed{f = 40\ cm}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{40} = \frac{1}{120} + \frac{1}{p'}$

$\boxed{p' = 60\ cm}$ p' > 0 ⇒ imagem real

$A = -\frac{p'}{p} = -\frac{60\ cm}{120\ cm} \Rightarrow \boxed{A = -\frac{1}{2}}$ (A < 0 ⇒ imagem invertida)

$\left|\frac{i}{o}\right| = |A| \Rightarrow \left|\frac{i}{2,0}\right| = \left|-\frac{1}{2}\right| \Rightarrow \boxed{|i| = 1,0\ cm}$

Resposta: a

58 A distância entre um objeto luminoso e sua respectiva imagem conjugada por um espelho esférico gaussiano é de 1,8 m. Sabendo que a imagem tem altura quatro vezes a do objeto e que está projetada em um anteparo, responda:

a) O espelho é côncavo ou convexo?
b) Qual o seu raio de curvatura?

Resolução:

a) O objeto luminoso é real e sua imagem também é real, já que está projetada em um anteparo. Assim, p e p' são positivos, o que torna **f** também positivo, tendo em conta que $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$. Logo, o espelho é **côncavo**.

b) $p' - p = 180\ cm \Rightarrow p' = 180 + p$ (I)

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -4 = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p' = 4p$ (II)

Comparando (I) e (II):

$4p = 180 + p$

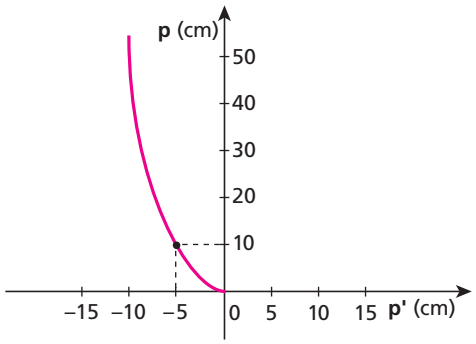
$p = 60\ cm$ e $p' = 240\ cm$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{\frac{R}{2}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{240}$

Do qual: $\boxed{R = 96\ cm}$

Respostas: a) Côncavo; b) 96 cm

59 **E.R.** Um objeto é colocado sobre o eixo de um espelho convexo. O gráfico seguinte representa, respectivamente, as abscissas **p** e **p'** do objeto e de sua imagem, ambas em relação ao vértice do espelho:



Qual é a distância focal desse espelho em centímetros?

Resolução:
Conforme vimos, para os espelhos esféricos gaussianos aplica-se a função dos pontos conjugados. Assim:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Analisando o gráfico, observamos um ponto de coordenadas conhecidas. Vê-se, então, que:

$$\text{para } p = 10 \text{ cm}, \; p' = -5 \text{ cm}$$

Calculemos **f**, que é a distância focal do espelho:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{10} - \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{f = -10 \text{ cm}}$$

Observe que o resultado negativo deve ser atribuído ao fato de os espelhos esféricos convexos terem focos virtuais.

60 Diante de um espelho convexo com 30 cm de raio de curvatura coloca-se um objeto luminoso a 10 cm do vértice. Determine:
a) a abscissa focal do espelho;
b) a distância da imagem ao espelho.

Resolução:

a) $f = -\frac{R}{2} \Rightarrow f = -\frac{30 \text{ cm}}{2} \Rightarrow \boxed{f = -15 \text{ cm}}$

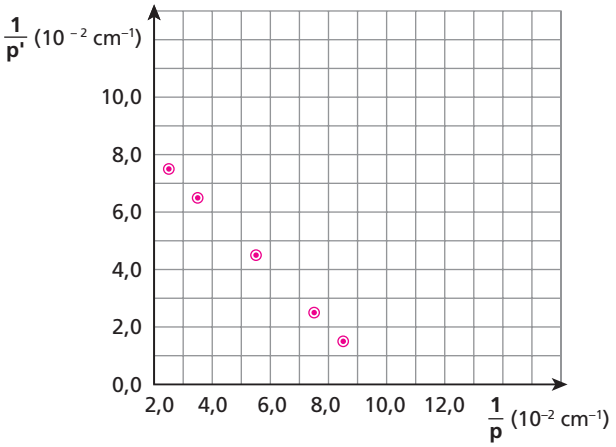
b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{-15} = \frac{1}{10} + \frac{1}{p}$

$p' = -6 \text{ cm} \; (p' < 0 \Rightarrow \text{imagem virtual})$

$\boxed{d = |p'| = 6{,}0 \text{ cm}}$

Respostas: a) –15 cm; b) 6,0 cm

61 Em certo experimento, mediram-se a distância **p** entre um objeto e a superfície refletora de um espelho esférico côncavo que obedece às condições de Gauss e a distância **p'** entre esse espelho e a correspondente imagem real produzida, em vários pontos. O resultado dessas medições está apresentado no gráfico abaixo:



Examinando cuidadosamente o gráfico, determine a distância focal do espelho.

Resolução:

Equação de Gauss: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

Do gráfico, para $\frac{1}{p} \simeq 5{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$, temos $\frac{1}{p'} = 4{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$.

Substituindo os valores de $\frac{1}{p}$ e $\frac{1}{p'}$ na Equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{f} = 5{,}5 \cdot 10^{-2} + 4{,}5 \cdot 10^{-2} \Rightarrow f = \frac{1}{10 \cdot 10^{-2}} \text{ (cm)}$$

Donde: $\boxed{f = 10{,}0 \text{ cm}}$

Resposta: 10,0 cm

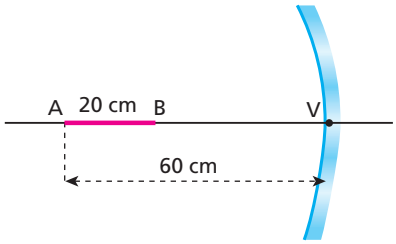
62 (UFBA – mod.) O quadro abaixo apresenta características de três espelhos, I, II e III:

Espelho	Tipo	Abscissa focal (cm)	Abscissa da imagem (cm)	Abscissa do objeto (cm)	Aumento linear transversal	Natureza da imagem	Orientação da imagem
I		+20		+10			
II		–20	–4				
III				+10	+1		

Detemine os dados que preenchem corretamente as lacunas da tabela referentes ao:
a) espelho I; b) espelho II; c) espelho III.

Respostas: a) Côncavo; –20 cm; +2; virtual; direita; b) Convexo; + 5 cm; 0,8; virtual; direita; c) Plano; infinita; –10 cm; virtual; direita

63 Uma barra AB de 20 cm de comprimento está colocada sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo. A extremidade **B** encontra-se sobre o centro de curvatura do espelho, enquanto a extremidade **A** encontra-se a 60 cm do espelho, como representa a figura.



Determine:
a) a distância focal do espelho;
b) o comprimento da imagem da barra conjugada pelo espelho.

Resolução:

a) $f = \frac{R}{2} = \frac{40\ cm}{2} \Rightarrow \boxed{f = 20\ cm}$

Em relação à extremidade **A**:

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \boxed{p' = 30\ cm}$

A imagem da extremidade **B** coincide com esse ponto. Logo:

$A'B' = 40\ cm - 30\ cm$

$\boxed{A'B' = 10\ cm}$

Respostas: a) 20 cm; b) 10 cm

64 (Mack-SP) Um objeto real se encontra diante de um espelho esférico côncavo, a 10 cm de seu vértice, sobre o eixo principal. O raio de curvatura desse espelho é de 40 cm. Se esse objeto se deslocar até o centro de curvatura do espelho, qual será a distância entre a imagem inicial e a imagem final?

Resolução:

$f = \frac{R}{2} = \frac{40}{2} \Rightarrow \boxed{f = 20\ cm}$

1ª posição do objeto:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{10} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow \boxed{p_1' = -20\ cm}$

$(p_1' < 0 \Rightarrow$ imagem virtual)

2ª posição do objeto:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{40} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \boxed{p_2' = 40\ cm}$

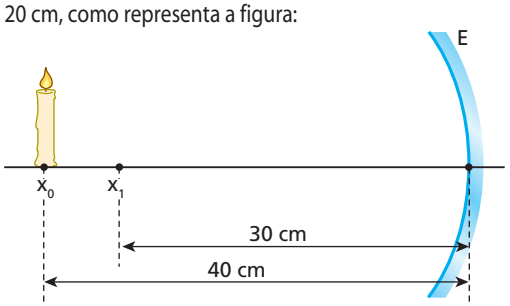
$(p_2' > 0 \Rightarrow$ imagem real)

$d = |p_1'| + |p_2'| \Rightarrow d = 20\ cm + 40\ cm$

$\boxed{d = 60\ cm}$

Resposta: 60 cm

65 Num experimento de Óptica Geométrica dispuseram-se um toco de vela e um espelho côncavo gaussiano **E**, de distância focal igual a 20 cm, como representa a figura:



O toco de vela foi deslocado de x_0 a x_1, com velocidade escalar de módulo 1,0 cm/s. Enquanto o toco de vela foi deslocado, qual foi o módulo da velocidade escalar média da imagem, expresso em centímetros por segundo?

Resolução:

Vela em x_0 (centro de curvatura): $p_0' = 40\ cm$

Vela em x_1: $\frac{1}{20} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow p_1' = 60\ cm$

$v_m = \frac{p_1' - p_0'}{\Delta t} = \frac{(p_1' - p_0)\ v}{p_0 - p_1} \Rightarrow v_m = \frac{20 \cdot 1{,}0}{10}\ (cm/s)$

$\boxed{v_m = 2{,}0\ cm/s}$

Resposta: 2,0 cm/s

66 **E.R.** Um pequeno objeto linear é colocado sobre o eixo principal, em frente da superfície refletora de um espelho esférico gaussiano. Sabendo que a abscissa focal do espelho vale **f** e que a abscissa do objeto vale **p**, expresse o aumento linear transversal **A** em função de **f** e de **p**.

Resolução:

O aumento linear transversal é tal que:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

Da qual: $p' = -A\,p$ (I)

Sabemos, da função dos pontos conjugados, que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{A\,p}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{A - 1}{A\,p}$$

$$Af - f = A\,p$$

$$A(f - p) = f$$

Donde:

$$\boxed{A = \frac{f}{f - p}}$$

Nota:
- Essa expressão pode ser utilizada na resolução de exercícios, constituindo um instrumento simplificador de cálculos.

67 (ITA-SP) Seja **E** um espelho côncavo cujo raio de curvatura é de 60,0 cm. Qual tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de 7,50 cm de altura, verticalmente, a 20,0 cm do vértice de **E**?

Resolução:

$f = \frac{R}{2} = \frac{60,0\ cm}{2} \Rightarrow \boxed{f = 30,0\ cm}$

$A = -\frac{f}{f-p} = \frac{30,0}{30,0-20,0} \Rightarrow \boxed{A = +3}$ ($A > 0 \Rightarrow$ imagem direita)

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow$ Sendo $A > 0$, $p > 0$ e tendo **p** e **p'** sinais opostos, tem-se $p < 0 \Rightarrow$ imagem virtual

$A = \frac{i}{o} \Rightarrow 3 = \frac{i}{7,50} \Rightarrow \boxed{i = 22,5\ cm}$

Resposta: A imagem é virtual, direita e com 22,5 cm de altura.

68 Um toco de vela é colocado frontalmente a 12 cm do vértice de um espelho esférico que obedece às condições de Gauss, obtendo-se, nesse caso, uma imagem direita e de comprimento igual a um terço do comprimento da vela. Determine:

a) o tipo do espelho utilizado (côncavo ou convexo), bem como seu raio de curvatura;

b) a distância da imagem ao vértice do espelho.

Resolução:

a) Imagem direita: $A > 0 \left(A = +\frac{1}{3}\right)$

$A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{f}{f-12} \Rightarrow 3f = f - 12$

$\boxed{f = -6,0\ cm}$ ($f < 0 \Rightarrow$ espelho convexo)

$R = 2\ |f| \Rightarrow R = 2\ |-6,0| \Rightarrow \boxed{R = 12\ cm}$

b) $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{3} = -\frac{p'}{12} \Rightarrow$

Donde: $\boxed{p' = -4,0\ cm}$ ($p' < 0 \Rightarrow$ imagem virtual)

$\boxed{d = |p'| \Rightarrow d = 4,0\ cm}$

Respostas: a) Convexo; 12 cm; b) 4,0 cm

69 Em um espelho côncavo, a distância entre um objeto real e sua imagem é de 60 cm. Sabendo-se que a imagem é invertida e de comprimento igual à metade do comprimento do objeto, qual o raio de curvatura do espelho?

Resolução:

$p - p' = 60 \Rightarrow p = 60 + p'$ (I)

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p = 2p'$ (II)

Comparando (I) e (II), vem:

$2p' = 60 + p' \Rightarrow \boxed{p' = 60\ cm}$ e $\boxed{p = 120\ cm}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{\frac{R}{2}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{120}$

Da qual: $\boxed{R = 80\ cm}$

Resposta: 80 cm

70 (UFSC) A distância entre a imagem e um objeto colocado em frente a um espelho côncavo é de 16 cm. Sabendo que a imagem é direita e 3 vezes maior, determine o raio de curvatura do espelho, em centímetros.

Resolução:

$p + |p'| = 16\ cm \Rightarrow |p'| = 16 - p \Rightarrow p' = -(16 - p)$ (I)

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 3 = -\frac{p'}{p} = p' = -3p$ (II)

Comparando (I) e (II), vem:

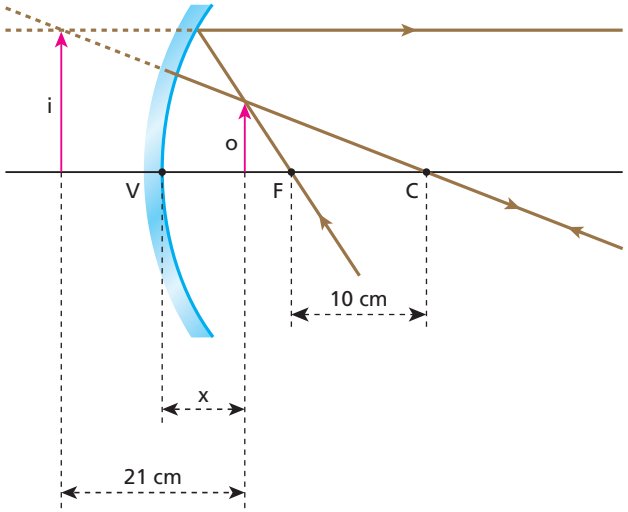
$-3p = -(16 - p) \Rightarrow \boxed{p = 4\ cm}$ e $\boxed{p' = -12\ cm}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{\frac{R}{2}} = \frac{1}{4,0} - \frac{1}{12}$

Da qual: $\boxed{R = 12\ cm}$

Resposta: 12 cm

71 (Mack-SP) Um objeto real **O** encontra-se diante de um espelho esférico côncavo, que obedece às condições de Gauss, conforme o esquema abaixo.



Sendo **C** o centro da curvatura do espelho e **F** seu foco principal, a distância **x** entre o objeto e o vértice **V** do espelho é:

a) 6,0 cm. b) 9,0 cm. c) 10,5 cm. d) 11,0 cm. e) 35,0 cm.

Resolução:

Do desenho, temos:

$p = +x\ cm$

$p' = -(21 - x)\ cm$

$f = +10\ cm$

Logo, a imagem é virtual.

Aplicando a Equação de Gauss, vem:

$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{21-x} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{21 - x - x}{x(21-x)} = \frac{1}{10}$

$210 - 20x = 21x - x^2 \Rightarrow x^2 - 41x + 210 = 0$

Resolvendo a equação, temos:

$x = \frac{41 \pm \sqrt{(-41)^2 - 4 \cdot 210}}{2} \Rightarrow x = \frac{41 \pm \sqrt{1681 - 840}}{2} \Rightarrow x = \frac{41 \pm 29}{2}$

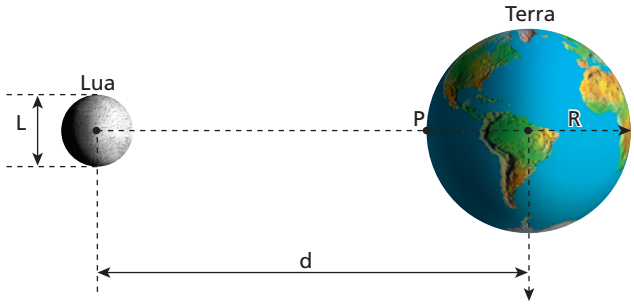
Da qual: $x_1 = 35\ cm$ e $x_2 = 6\ cm$

Como $x < f = 10\ cm$, conclui-se que: $\boxed{x = 6,0\ cm}$

Resposta: a

72 **Lua cheia sobre o Pacífico**

Considere a situação esquematizada a seguir, fora de escala e em cores-fantasia, em que os centros da Lua e da Terra estão separados por uma distância **d**. Admita que o raio da Terra seja igual a **R** e que o Oceano Pacífico, refletindo a luz da lua cheia, comporte-se como um espelho esférico gaussiano.



Sendo **L** o diâmetro da Lua, determine em função de **d**, **R** e **L**:

a) a distância entre a imagem da Lua e o ponto **P**;

b) o diâmetro da imagem da Lua.

Resolução:

a) Considerando $p = d - R$ e $f = -\frac{R}{2}$, calculamos p' pela Equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{-\frac{R}{2}} = \frac{1}{d-R} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = -\frac{2}{R} - \frac{1}{d-R} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{-2(d-R) - R}{R(d-R)}$$

Da qual: $p' = \frac{R(d-R)}{R-2d}$

Observe que, como a imagem é virtual, **p'** é um número negativo. Sendo **x** a distância entre a imagem da Lua e o ponto **P**, temos:

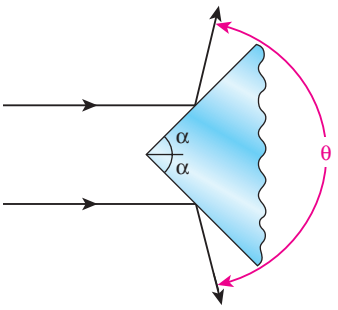
$$x = -p' \Rightarrow \boxed{x = \frac{R(d-R)}{2d-R}}$$

b) $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{L} = -\frac{\frac{R(d-R)}{R-2d}}{d-R}$

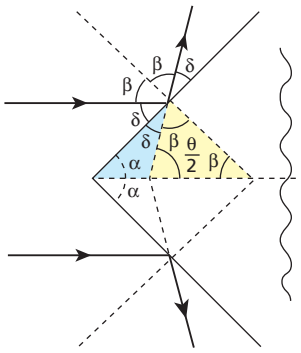
Donde: $\boxed{i = \frac{LR}{2d-R}}$

Respostas: a) $\frac{R(d-R)}{2d-R}$; b) $\frac{LR}{2d-R}$

73 (UFPE – mod.) A figura representa um feixe paralelo de luz incidente em um prisma que tem suas superfícies externas refletoras. Parte do feixe é refletida por uma face e parte por outra. Se o ângulo entre cada face do prisma e a direção do feixe é α, determine o ângulo θ entre as direções dos feixes refletidos.



Resolução:



$2\beta + 2\delta = 180° \Rightarrow \beta + \delta = 90°$ (I)

Triângulo destacado à direita: $2\beta + \frac{\theta}{2} = 180° \Rightarrow \beta = 90° - \frac{\theta}{4}$ (II)

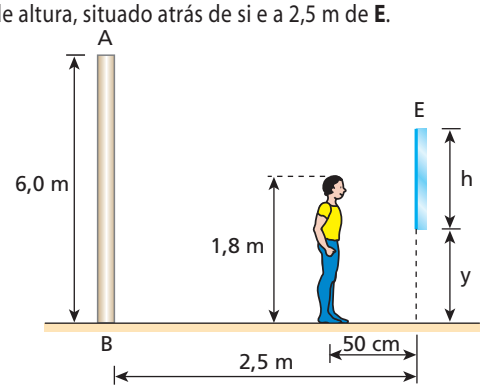
(II) em (I): $90° - \frac{\theta}{4} + \delta = 90° \Rightarrow \delta = \frac{\theta}{4}$ (III)

Triângulo destacado à esquerda: $\alpha + \delta = \frac{\theta}{2}$ (IV)

(III) em (IV): $\alpha + \frac{\theta}{4} = \frac{\theta}{2} \Rightarrow \boxed{\theta = 4\alpha}$

Resposta: $\theta = 4\alpha$

74 Uma pessoa cujos olhos se encontram a 1,8 m do chão está em repouso diante de um espelho plano vertical **E**, a 50 cm dele. A pessoa visualiza, por reflexão em **E**, a imagem de um poste AB, de 6,0 m de altura, situado atrás de si e a 2,5 m de **E**.

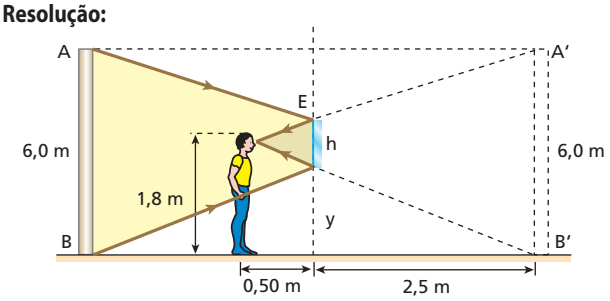


Determine:

a) a mínima dimensão vertical **h** que deve ter o espelho para que a pessoa possa ver inteiramente a imagem do poste.

b) a distância **y** da borda inferior do espelho ao chão nas condições do item anterior.

Resolução:

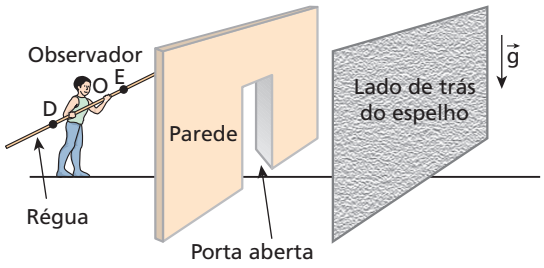


a) $\frac{h}{6,0} = \frac{0,50}{2,5 + 0,5} \Rightarrow \boxed{h = 1,0\ m}$

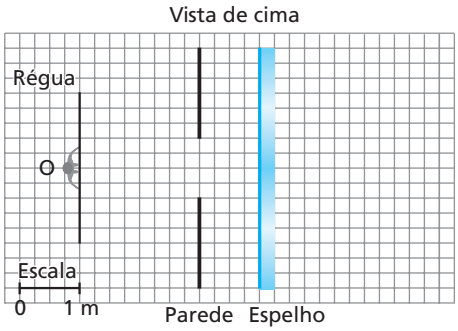
b) $\frac{y}{2,5} = \frac{1,8}{2,5 + 0,50} \Rightarrow \boxed{y = 1,5\ m}$

Respostas: a) h = 1,0 m; b) y = 1,5 m

75 (Fuvest-SP – mod.) Um observador **O** olha-se em um espelho plano vertical pela abertura de uma porta com 1 m de largura, paralela ao espelho, conforme a figura e o esquema a seguir.
Segurando uma régua longa, ele a mantém na posição horizontal, paralela ao espelho e na altura dos ombros, para avaliar os limites da região que consegue enxergar através do espelho (limite **D**, à sua direita, e limite **E**, à sua esquerda).

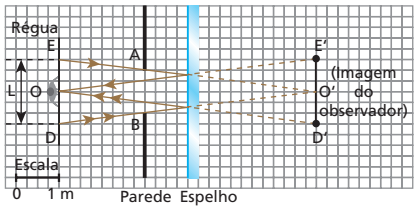


a) Copie a figura e trace os raios que, partindo dos limites **D** e **E** da região visível da régua, atingem os olhos do observador **O**. Construa a solução, utilizando linhas cheias para indicar esses raios e linhas tracejadas para prolongamentos de raios ou outras linhas auxiliares. Indique, com uma flecha, o sentido do percurso da luz.



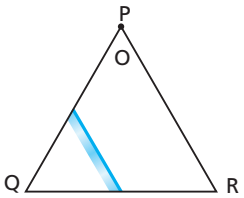
b) Copie o esquema e identifique **D** e **E**, estimando, em metros, a distância **L** entre esses dois pontos da régua.

Respostas: a)



b) L = 1,5 m

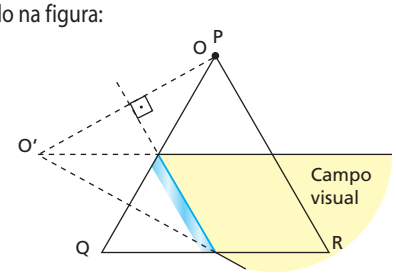
76 (Vunesp-SP) Um observador **O** encontra-se no vértice **P** de uma sala, cuja planta é um triângulo equilátero de lado igual a 6,0 m. Em um dos cantos da sala, existe um espelho vertical de 3,0 m de largura ligando os pontos médios das paredes PQ e QR.



Nessas condições, olhando através do espelho, o observador vê (no plano horizontal que passa pelos seus olhos):

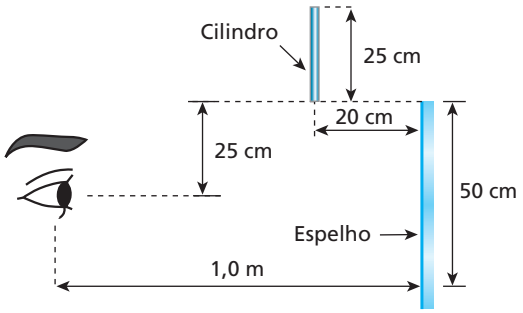
a) metade de cada parede da sala.
b) um terço de PR e metade de QR.
c) um terço de PR e um terço de PQ.
d) metade de QR e metade de PR.
e) PR inteira e metade de QR.

Resolução:
O campo visual do espelho para a posição do observador (ponto **O**) está esboçado na figura:



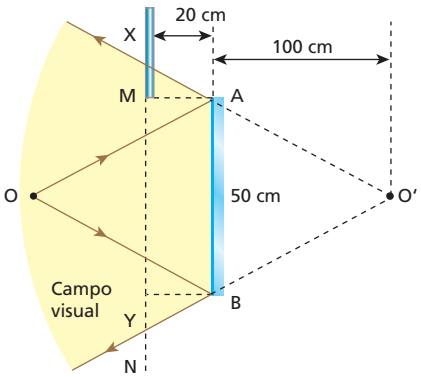
Resposta: d

77 (Faap-SP) Um cilindro de 25 cm de altura e de diâmetro desprezível foi abandonado de uma posição tal que sua base inferior estava alinhada com a extremidade superior de um espelho plano de 50 cm de altura e a 20 cm deste. Durante sua queda, ele é visto, assim como sua imagem, por um observador, que se encontra a 1 m do espelho e a meia altura deste (ver figura).



Calcule por quanto tempo o observador ainda vê a imagem do cilindro (total ou parcial), que permanece vertical durante a queda. Adote $g = 10\ m/s^2$.

Resolução:
No esquema seguinte, delimitamos o campo visual do espelho plano em relação ao observador **O**:



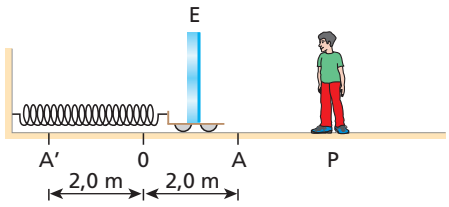
Da semelhança de triângulos O'AB e O'XY, obtemos: XY = 60 cm.
Devido à simetria, concluímos que: XM = 5,0 cm ⇒ MY = 55 cm, mas YN= 25 cm ⇒ MN= 80 cm.

O observador contempla a imagem do cilindro desde sua posição inicial (extremidade inferior em **M**) até sua saída do campo visual do espelho (extremidade superior em **Y**).
O intervalo de tempo pedido é calculado por:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow MN = \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow 0{,}80 = \frac{10}{2} t^2 \Rightarrow \boxed{t = 0{,}40\ s}$$

Resposta: 0,40 s

78 Na situação esquematizada, um espelho plano vertical **E**, instalado sobre um carrinho, realiza movimento harmônico simples (**MHS**) entre os pontos **A** e **A'** do solo plano e horizontal, com sua superfície refletora voltada para um garoto em repouso na posição **P**. A mola a que está ligado o carrinho tem massa desprezível e sua constante elástica é K = 180 N/m.



Sabendo que a massa do conjunto carrinho-espelho vale m = 20 kg e que $\pi \simeq 3$, aponte a alternativa em que estão relacionados corretamente o período **T** de oscilação do sistema e a intensidade máxima **v** da velocidade da imagem do garoto, dada por **E**, em relação ao solo:
a) T = 1,0 s; v = 6,0 m/s;
b) T = 2,0 s; v = 12 m/s;
c) T = 2,0 s; v = 6,0 m/s;
d) T = 1,0 s; v = 12 m/s;
e) T = 1,5 s; v = 9,0 m/s.

Resolução:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2 \cdot 3\sqrt{\frac{20}{180}}\,(s) \Rightarrow \boxed{T = 2{,}0\ s}$$

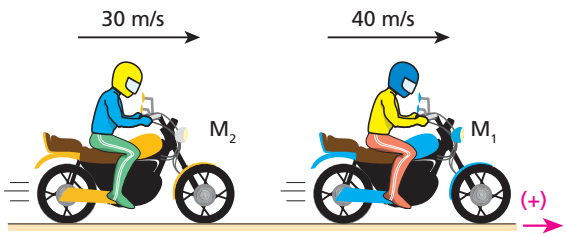
Para o espelho: $v_{máx_E} = A\omega = A\frac{2\pi}{T} \Rightarrow v_{máx_E} = 2{,}0\frac{2 \cdot 3}{2{,}0}\,(m/s)$

Donde: $\boxed{v_{máx_E} = 6{,}0\ m/s}$

Para a imagem: $v_{máx_I} = 2v_{máx_E} = 2 \cdot 6{,}0\ (m/s) \Rightarrow \boxed{v_{máx_I} = 12\ m/s}$

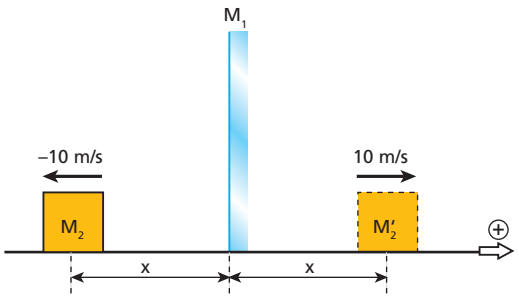
Resposta: b

79 A ilustração a seguir representa as motos M_1 e M_2 em movimento uniforme num trecho retilíneo de uma estrada. Suas velocidades escalares, dadas de acordo com a orientação da trajetória, estão indicadas na figura:



Sabendo que a moto M_1 é equipada com um espelho retrovisor plano, calcule para a imagem de M_2 conjugada pelo referido espelho:
a) a velocidade escalar em relação ao espelho;
b) a velocidade escalar em relação a M_2;
c) a velocidade escalar em relação à estrada.

Resolução:
a) Considerando M_1 "parada", teremos M_2 em movimento de afastamento com velocidade escalar relativa de –10 m/s.



Devido à simetria, deveremos ter: $\boxed{v_{i,e} = 10\ m/s}$

b) A velocidade escalar relativa v_{i,M_2} é dada por:

$$v_{i,M_2} = 10\ m/s + 10\ m/s \Rightarrow \boxed{v_{i,M_2} = 20\ m/s}$$

c) Devido exclusivamente ao movimento de M_2, a imagem de M_2 tem, em relação à Terra, velocidade escalar de –30 m/s. Devido exclusivamente ao movimento do espelho, a imagem de M_2 tem, em relação à Terra, velocidade de 80 m/s.

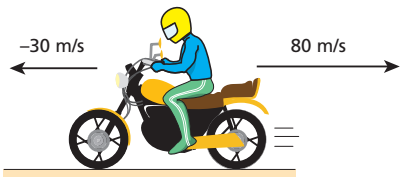


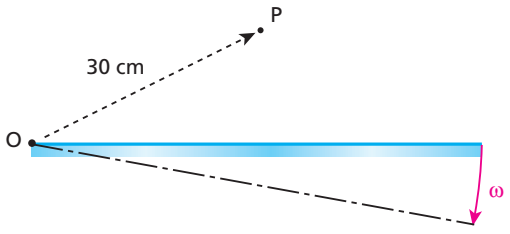
Imagem da moto M_2

Fazendo a superposição dos efeitos, isto é, dos movimentos parciais da imagem da moto M_2, teremos, para $v_{i,T}$, o valor seguinte:

$$v_{i,T} = -30\ m/s + 80\ m/s \Rightarrow \boxed{v_{i,T} = 50\ m/s}$$

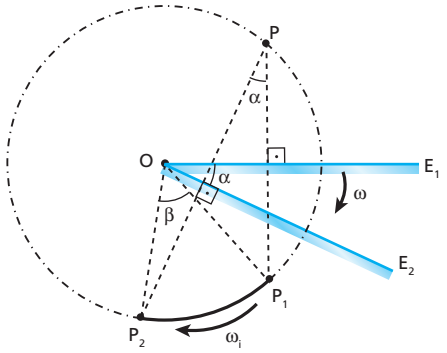
Respostas: a) 10 m/s; b) 20 m/s; c) 50 m/s

80 Um objeto pontual **P** está diante da superfície refletora de um espelho plano, conforme a figura:



Se o espelho girar em torno do eixo **O** (perpendicular à página) com velocidade escalar angular $\omega = 5{,}0$ rad/s, qual será a velocidade escalar linear da imagem de **P**?

Resolução:
A situação proposta pode ser esquematizada conforme segue:

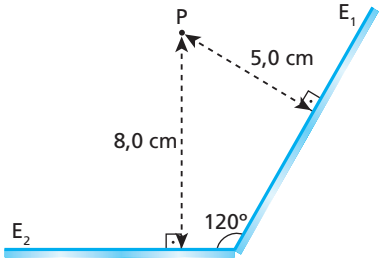


$\beta = 2\alpha \Rightarrow \omega_i = 2\omega = 2 \cdot 5{,}0 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_i = 10 \text{ rad/s}$

$v_i = \omega_i R = 10 \cdot 0{,}30 \text{ (m/s)} \Rightarrow \boxed{v_i = 3{,}0 \text{ m/s}}$

Resposta: 3,0 m/s

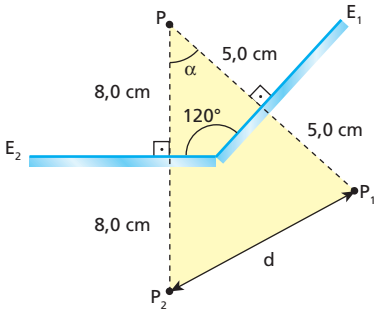
81 Considere dois espelhos planos E_1 e E_2, associados conforme representa a figura a seguir, com suas superfícies refletoras formando um ângulo de 120° entre si.



Se um objeto luminoso **P** for fixado diante dos dois espelhos, a 5,0 cm de E_1 e a 8,0 cm de E_2, conforme está ilustrado, pode-se afirmar que a distância entre as duas imagens de **P**, obtidas por simples reflexão da luz nos espelhos, será igual a:

a) 12,0 cm; c) 16,0 cm; e) 26,0 cm.
b) 14,0 cm; d) 18,0 cm;

Resolução:
O ângulo **α** no triângulo destacado vale 60°. Logo, aplicando a Lei dos cossenos, calculamos a distância **d**.

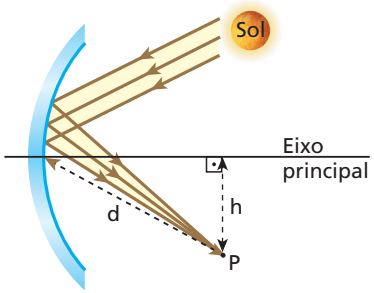


$d^2 = (10{,}0)^2 + (16{,}0)^2 - 2 \cdot 10{,}0 \cdot 16{,}0 \cdot \cos 60°$

Da qual: $\boxed{d = 14{,}0 \text{ m}}$

Resposta: b

82 No século III a.C., Arquimedes teria liderado guerreiros da Sicília – na época pertencente à Magna Grécia – na defesa da cidade de Siracusa, vítima constante de ataques marítimos de frotas romanas. Conta-se que ele instalava na região costeira da ilha espelhos ustórios (ou incendiários), que consistiam em enormes calotas esféricas, polidas na parte interna (côncava), que "concentravam" os raios solares, produzindo fogo nas galeras inimigas.
O esquema a seguir representa um desses espelhos, em operação de acordo com as condições de Gauss, e a trajetória seguida pela luz até um ponto fatal **P**, de alta concentração energética.



Supondo-se conhecidos os comprimentos **d** e **h**, o raio de curvatura do espelho fica determinado por:

a) $(d^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}$;
b) $2(d^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}$;
c) $(d^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}$;
d) $2(d^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}$;
e) $(h^2 - d^2)^{\frac{1}{2}}$.

Resolução:
O ponto **P** é um foco secundário do espelho. A distância focal **f** fica, então, determinada pelo Teorema de Pitágoras.

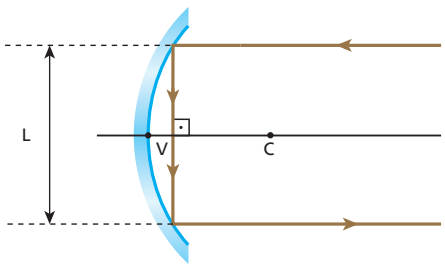
$d^2 = f^2 + h^2 \Rightarrow f = (d^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}$

Mas R = 2f. Logo:

$\boxed{R = 2\,(d^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}}$

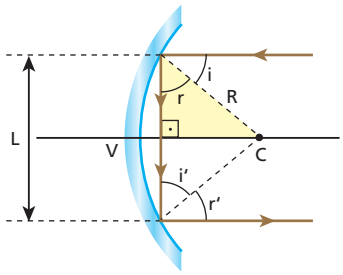
Resposta: b

83 A figura representa um espelho esférico côncavo de centro de curvatura **C** e vértice **V**. Um raio de luz, ao incidir paralelamente ao eixo $\overleftrightarrow{CV}$, reflete-se duas vezes, deixando o espelho também paralelamente ao eixo $\overleftrightarrow{CV}$.



Sabendo que o raio de curvatura do espelho vale $\sqrt{2}$ m, calcule o comprimento **L**.

Resolução:



$r = i = 45°;\ r' = i' = 45°$

$\cos 45° = \frac{\frac{L}{2}}{R} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{L}{2}}{R} \Rightarrow$ $\boxed{L = 2{,}0\ m}$

Resposta: 2,0 m

84 (Cesgranrio-RJ) A distância mínima entre seu olho e um objeto, para que você o veja nitidamente, é de 24 cm. Tendo um espelho côncavo de distância focal igual a 16 cm, e querendo se olhar nele, a que distância mínima do espelho deverá ficar seu olho para que você o veja ampliado?

Resolução:

$p + |p'| = 24\ cm \Rightarrow |p'| = 24 - p \Rightarrow p' = -(24 - p)$

Equação de Gauss

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{p} - \frac{1}{24 - p}$

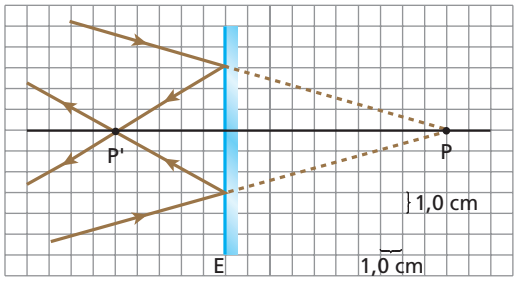
$\frac{1}{16} = \frac{24 - p - p}{p(24 - p)} \Rightarrow 24p - p^2 = 384 - 32p$

$p^2 - 56p + 384 = 0 \begin{cases} p_1 = 8{,}0\ cm \\ p_2 = 48\ cm \end{cases}$

$\boxed{p_{mín} = 8{,}0\ cm}$

Resposta: 8,0 cm

85 No esquema seguinte, **E** representa um espelho esférico que obedece às condições de aproximação de Gauss:



Considerando os elementos do esquema, podemos afirmar que:
a) o espelho é côncavo e sua distância focal tem módulo 10 cm;
b) o espelho é côncavo e sua distância focal tem módulo 7,5 cm;
c) o espelho é côncavo e sua distância focal tem módulo 5,0 cm;
d) o espelho é convexo e sua distância focal tem módulo 10 cm;
e) o espelho é convexo e sua distância focal tem módulo 5,0 cm.

Resolução:
Da figura: $p = -10\ cm$ e $p' = 5{,}0\ cm$
Equação de Gauss

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = -\frac{1}{10} + \frac{1}{5{,}0}$

Da qual: $\boxed{f = 10\ cm}$ ($f > 0 \Rightarrow$ espelho côncavo)

Resposta: a

86 Um objeto linear é colocado diante da superfície refletora de um espelho esférico côncavo, de raio de curvatura igual a 120 cm e que obedece às condições de Gauss. Sabendo que a imagem tem tamanho quatro vezes o tamanho do objeto, calcule a distância do objeto ao espelho.

Resolução:
1ª solução:
Objeto situado entre o foco e o vértice.

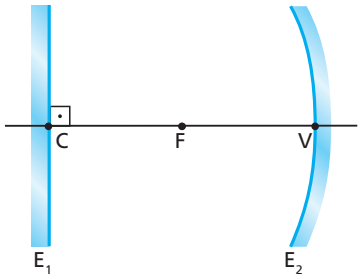
$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow +4 = \frac{60}{60 - p} \Rightarrow$ $\boxed{p = 45\ cm}$

2ª solução:
Objeto situado entre o centro de curvatura e o foco.

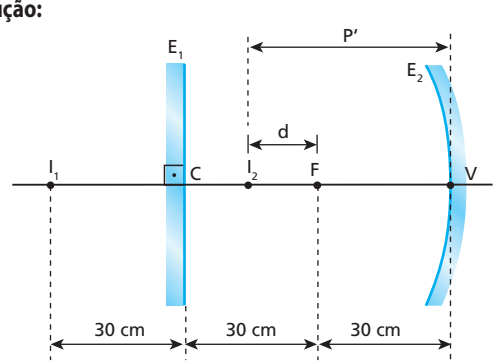
$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow -4 = \frac{60}{60 - p} \Rightarrow$ $\boxed{p = 75\ cm}$

Resposta: 45 cm ou 75 cm

87 No esquema a seguir, E_1 é um espelho plano e E_2 é um espelho esférico côncavo de raio de curvatura R = 60 cm.
C, **F** e **V** são, respectivamente, em relação a E_2, o centro de curvatura, o foco e o vértice. Em **F**, é colocada uma fonte pontual de luz. Determine a distância da fonte à sua imagem, considerando que a luz sofre dupla reflexão, primeiro em E_1 e posteriormente em E_2.



Resolução:



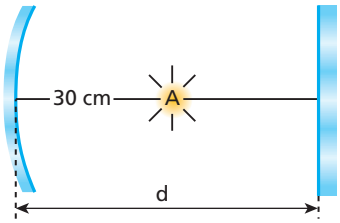
(I) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{30} = \frac{1}{90} + \frac{1}{p'} \Rightarrow$ $\boxed{p' = 45\ cm}$

(II) $d = p' - f \Rightarrow d = 45 - 30\ (cm) \Rightarrow$ $\boxed{d = 15\ cm}$

Resposta: 15 cm

88 (ITA-SP) Um espelho plano está colocado em frente de um espelho côncavo, perpendicularmente ao eixo principal. Uma fonte luminosa pontual **A**, colocada sobre o eixo principal entre os dois espelhos, emite raios que se refletem sucessivamente nos dois espelhos e formam, sobre a própria fonte **A**, uma imagem real desta. O raio de curvatura do espelho é 40 cm e a distância do centro da fonte **A** até o vértice do espelho esférico é de 30 cm. A distância **d** do espelho plano até o vértice do espelho côncavo é, então:



a) 20 cm. c) 40 cm. e) 50 cm.
b) 30 cm. d) 45 cm.

Resolução:
Determinemos, inicialmente, a posição da imagem conjugada pelo espelho côncavo em relação a este espelho.

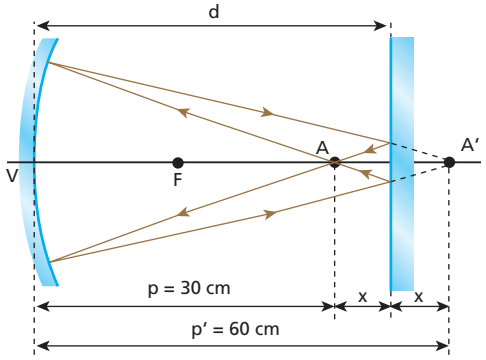
Equação de Gauss: $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}$

Sendo $f=\frac{R}{2}=\frac{40}{2}\text{ cm}=20\text{ cm}$ e $p=30\text{ cm}$, calculemos p':

$$\frac{1}{30}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{20}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{1}{20}-\frac{1}{30}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{3-2}{60}$$

Da qual: $\boxed{p'=60\text{ cm}}$

Para que a imagem final, formada sobre o objeto **A**, seja de natureza real, a imagem fornecida pelo espelho côncavo deve comportar-se como objeto virtual em relação ao espelho plano.
A trajetória dos raios de luz pode ser observada no esquema a seguir:



Lembrando que no espelho plano a imagem é simétrica do objeto em relação à superfície refletora, temos:

$2x=p'-p\Rightarrow 2x=60-30\Rightarrow$ $\boxed{x=15\text{ cm}}$

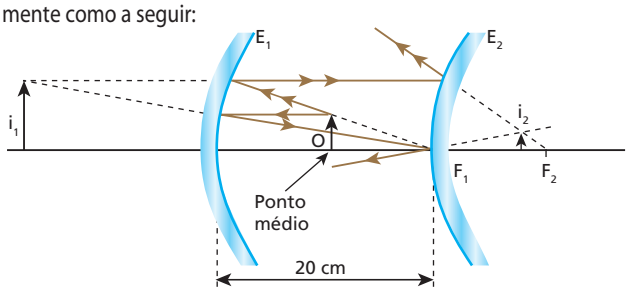
A distância **d** pedida fica, então, determinada por:

$d=p+x\Rightarrow d=30+15\text{ (cm)}\Rightarrow$ $\boxed{x=45\text{ cm}}$

Resposta: d

89 Um espelho convexo cuja distância focal tem módulo igual a 10 cm está situado a 20 cm de um espelho côncavo de distância focal 20 cm. Os espelhos estão montados coaxialmente e as superfícies refletoras se defrontam. Coloca-se um objeto luminoso no ponto médio do segmento que une os vértices dos dois espelhos. Localize a imagem fornecida pelo espelho convexo ao receber os raios luminosos que partem do objeto e são refletidos pelo espelho côncavo.

Resolução:
A imagem fornecida pelo espelho convexo pode ser obtida graficamente como a seguir:



Equação de Gauss: $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f_1}\Rightarrow\frac{1}{10}+\frac{1}{p_1'}=\frac{1}{20}\Rightarrow$ $\boxed{p_1'=-20\text{ cm}}$

A imagem virtual i_1 produzida por E_1 comporta-se como objeto real em relação ao espelho convexo E_2.

Equação de Gauss: $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{(20+20)}+\frac{1}{p_2'}=\frac{1}{-10}$

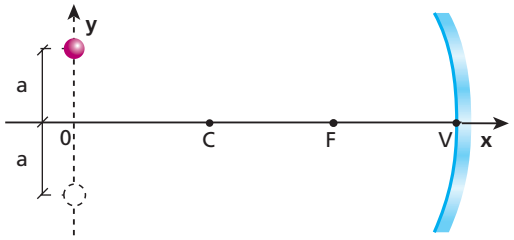
Da qual: $\boxed{p_2'=-8{,}0\text{ cm}}$

Resposta: A imagem é de natureza virtual e está a 8,0 cm do vértice do espelho convexo.

90 Uma partícula pontual realiza, na vertical, um movimento harmônico simples (**MHS**) cuja elongação **y** é dada em função do tempo **t** por:

$$y=a\cos(\omega t)$$

O plano de oscilação da partícula é perpendicular ao eixo principal (eixo **0x**) de um espelho esférico côncavo gaussiano e está a uma distância do vértice igual a três vezes a distância focal do espelho.



Determine:
a) a frequência angular de oscilação da imagem da partícula;
b) a amplitude de oscilação da imagem;
c) a diferença de fase $\Delta\phi$ entre o movimento de oscilação da partícula e o da sua imagem.

Resolução:
a) Enquanto a partícula realiza uma oscilação completa, o mesmo ocorre com sua imagem (períodos iguais). Logo:

$\boxed{\omega_i=\omega}$

Observar que $\omega_i=\omega=\frac{2\pi}{T}$

b) $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow\frac{1}{f}=\frac{1}{3f}+\frac{1}{p'}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{3f}\Rightarrow$ $\boxed{p'=\frac{3}{2}f}$

$$\frac{i}{o}=-\frac{p'}{p}\Rightarrow\frac{i}{a}=-\frac{\frac{3}{2}f}{3f}\Rightarrow\quad\boxed{i=-\frac{a}{2}}$$

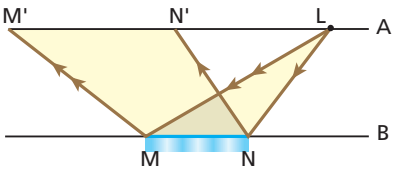
Donde: $\boxed{a_i=|i|=\frac{a}{2}}$

c) A partícula e sua imagem oscilam em **oposição de fase**, o que fica evidenciado pela oposição dos sinais de **i** e **o**. Assim, a diferença de fase pedida é:

$\Delta\phi = \pi$ rad

Respostas: a) ω; b) $\frac{a}{2}$; c) $\Delta\phi = \pi$ rad

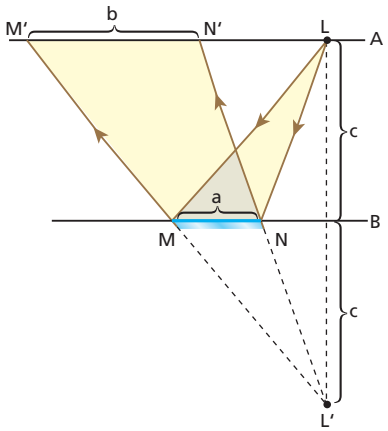
91 Considere um corredor delimitado por duas paredes planas, verticais e paralelas entre si. Numa das paredes (**A**) está incrustada uma lâmpada puntiforme (**L**) acesa. Na outra parede (**B**) está fixado um espelho plano (MN), que reflete luz proveniente de **L**, iluminando a região M'N' da parede **A**.



Admitindo-se que a parede **A** passe a se aproximar da parede **B** com velocidade constante de módulo **V**, permanecendo, porém, paralela a **B**, pode-se afirmar que a velocidade de **M'** em relação a **N'** terá:

a) módulo nulo;
b) módulo V/2;
c) módulo V;
d) módulo 2V;
e) um outro valor.

Resolução:



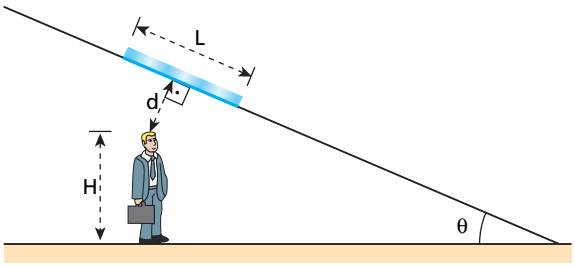
$\frac{b}{a} = \frac{2c}{c}$

Logo: $b = 2a$

A distância **b** entre **M'** e **N'** permanece constante, independentemente da distância **c** entre as paredes.
Observe que **b** só depende do comprimento **a** do espelho. Assim, a velocidade de **M'** em relação a **N'** terá módulo nulo.
Observe também que a região iluminada na parede **A** não se desloca em relação a essa parede à medida que ela se aproxima da parede **B**.

Resposta: a

92 (Olimpíada Brasileira de Física – mod.) A figura a seguir ilustra uma pessoa de altura **H** posicionada diante de um espelho plano fixado em uma parede inclinada de um ângulo **θ** em relação ao solo.

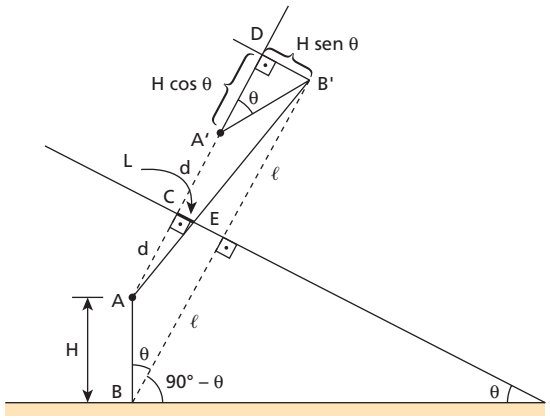


Supondo-se conhecida a distância **d** entre o topo da cabeça da pessoa e o espelho e desprezando-se a distância entre seus olhos e o topo de sua cabeça, pede-se determinar:

a) o comprimento mínimo **L** do espelho para que a pessoa possa se ver de corpo inteiro;
b) o valor de **L** para o caso particular em que $\theta = 90°$;
c) a distância **Y** entre a borda inferior do espelho e o solo na situação do item **b**.

Resolução:

a) Na figura a seguir, a pessoa está se vendo de corpo inteiro no espelho plano considerado. É importante notar a simetria entre o objeto e sua imagem em relação ao espelho.



Os triângulos ACE e ADB' são semelhantes. Logo:

$$\frac{L}{d} = \frac{H \operatorname{sen}\theta}{2d + H\cos\theta} \Rightarrow \boxed{L = \frac{d\,H \operatorname{sen}\theta}{2d + H\cos\theta}}$$

b) Fazendo-se:

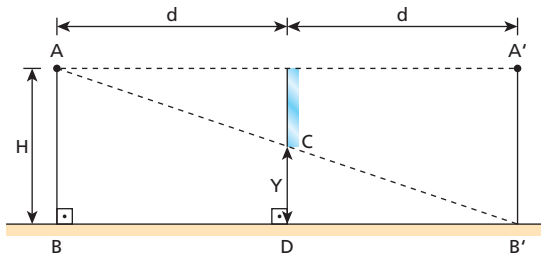
$\theta = 90°$ (parede perpendicular ao solo), vem:

$$L = \frac{d\,H \operatorname{sen} 90°}{2d + H\cos 90°} \Rightarrow L = \frac{d\,H}{2d}$$

$$\boxed{\text{Portanto: } L = \frac{H}{2}}$$

Nota: Nesse caso particular, **L** independe de **d**.

c)

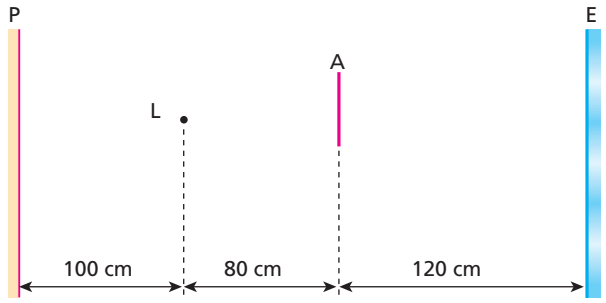


Os triângulos CDB' e ABB' são semelhantes. Logo:

$$\frac{Y}{H} = \frac{d}{2d} \Rightarrow \boxed{Y = \frac{H}{2}}$$

Respostas: a) $L = \frac{d\,H\,\text{sen}\,\theta}{2d + H\cos\theta}$; b) $L = \frac{H}{2}$; c) $Y = \frac{H}{2}$

93 No esquema, **P** é uma parede vertical de cor clara, **L** é uma lâmpada pontual capaz de emitir luz branca exclusivamente para a direita, **A** é um anteparo quadrado, opaco e fixo, com lado de comprimento igual a 40 cm, e **E** é um espelho plano também fixo. Admita que **P** e **E** tenham grandes dimensões e que **A** e **E** sejam paralelos a **P**.



Se a partir de determinado instante **L** começar a se movimentar verticalmente para baixo, poderá ser observada em **P**:

a) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento crescente a partir de 2,0 m, movimentando-se para cima;
b) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento constante igual a 2,5 m, movimentando-se para baixo;
c) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento constante igual a 2,5 m, movimentando-se para cima;
d) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento crescente a partir de 2,0 m, movimentando-se para baixo;
e) uma área de sombra, a princípio quadrada e depois retangular, movimentando-se para cima.

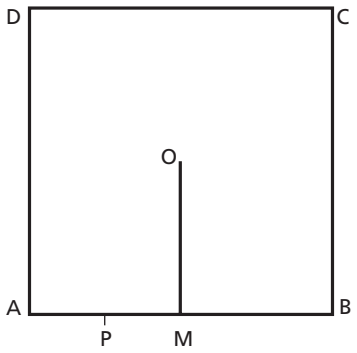
Resolução:

Se **L** deslocar-se verticalmente para baixo, isto é, ao longo de uma trajetória paralela aos planos de **P** e **E**, a relação de semelhança entre os triângulos envolvidos no processo se manterá, permitindo concluir que será projetada em **P** uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento constante **x**, movimentando-se para cima.

Cálculo de x: $\frac{x}{500} = \frac{40}{80} \Rightarrow \boxed{x = 250\text{ cm} = 2{,}5\text{ m}}$

Resposta: c

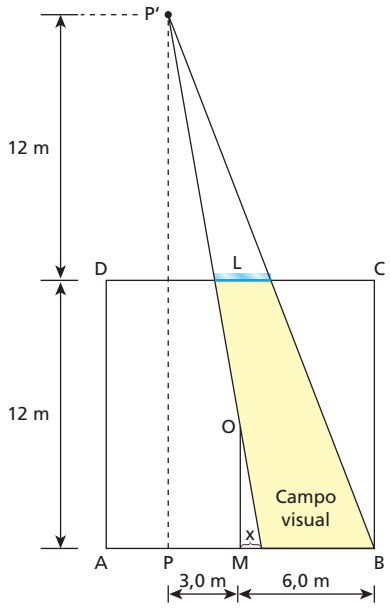
94 A figura mostra a planta baixa de uma sala quadrada ABCD, de lado 12,0 m, com uma parede de comprimento 6,0 m, que vai do ponto **M** (médio de AB) até o ponto **O** (centro geométrico da sala). Um espelho plano será fixado na parede DC, cobrindo do solo até o teto, de modo que uma pessoa situada no ponto **P** (médio de AM) consiga enxergar por reflexão a maior extensão possível da parede MB.



A largura mínima do espelho que satisfaz essa condição é:

a) 2,5 m;
b) 3,0 m;
c) 4,5 m;
d) 6,0 m;
e) 7,5 m.

Resolução:

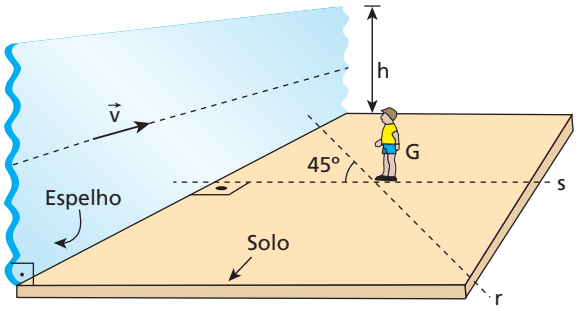


(I) $\frac{x}{3{,}0 + x} = \frac{6{,}0}{24} \Rightarrow 4{,}0x = 3{,}0 + x \Rightarrow \boxed{x = 1{,}0\text{ m}}$

(II) $\frac{L}{6{,}0 - x} = \frac{12}{24} \Rightarrow \frac{L}{6{,}0 - 1{,}0} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{L = 2{,}5\text{ m}}$

Resposta: a

95 Considere um espelho plano retangular, disposto perpendicularmente ao solo, considerado plano e horizontal. O espelho tem altura **h** desprezível em comparação com o comprimento de sua base. Admita que esse espelho esteja em movimento na direção do seu eixo longitudinal, com velocidade $\vec{v}$ de módulo 1,0 m/s, conforme ilustra o esquema a seguir, que também mostra um garoto **G** que pode caminhar sobre o solo.



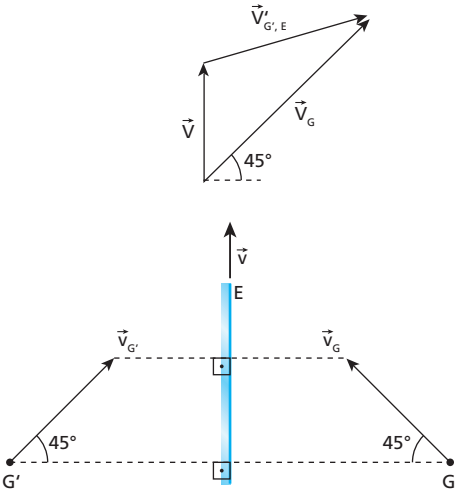
a) Supondo **G** em repouso em relação ao solo, qual o módulo da velocidade da imagem de **G** em relação ao espelho?
b) Supondo que **G** se aproxime do espelho, percorrendo a reta **r** coplanar à reta **s** com velocidade de módulo $4{,}0\sqrt{2}$ m/s em relação ao solo, qual o módulo da velocidade da imagem de **G** em relação ao espelho?

Resolução:

a) Com **G** em repouso em relação ao solo, sua imagem **G'** também se apresenta em repouso em relação ao solo. Como o espelho tem velocidade $\vec{v}$ em relação ao solo, **G'** tem velocidade $\vec{v}_{G'} = -\vec{v}$ em relação ao espelho (propriedade simétrica). Logo:

$$\boxed{|\vec{v}_{G'}| = |\vec{v}| = 1{,}0 \text{ m/s}}$$

b)



A velocidade da imagem **G'** em relação ao espelho **E** é $\vec{v}_{G',E}$, dada pela seguinte expressão vetorial:

$$\vec{v}_{G',E} = \vec{v}_G - \vec{v}$$

O módulo de $\vec{v}_{G',E}$ é obtido aplicando-se a Lei dos Cossenos.

$$|\vec{v}_{G',E}|^2 = (4{,}0\sqrt{2})^2 + (1{,}0)^2 - 2 \cdot 4{,}0\sqrt{2} \cdot 1{,}0 \cos 45°$$

Da qual: $\boxed{|\vec{v}_{G',E}| = 5{,}0 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 1,0 m/s; b) 5,0 m/s

96 Dois espelhos E_1 e E_2 são alinhados de modo que tenham eixo óptico comum e a permaneçam com suas faces refletoras voltadas entre si, separadas por 32 cm. Um objeto pontual é colocado sobre o eixo do sistema, a meia distância entre os dois espelhos. Observa-se, então, que a imagem final desse objeto, após múltiplas reflexões da luz, situa-se também sempre a meia distância entre os dois espelhos. O espelho E_1 é esférico côncavo e tem raio de curvatura igual a 24 cm.

a) Determine a posição da imagem do objeto formada apenas pelo espelho E_1.
b) Identifique o tipo do espelho E_2.

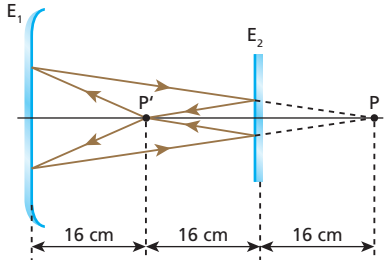
Resolução:

Equação de Gauss:

a) $\dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p'_1} \Rightarrow \dfrac{1}{\frac{24}{2}} = \dfrac{1}{16} - \dfrac{1}{p'_1}$

$\dfrac{1}{p'_1} = \dfrac{1}{12} - \dfrac{1}{16} \Rightarrow \boxed{p'_1 = 48 \text{ cm}}$

($p'_1 > 0 \Rightarrow$ imagem real)



Observe que a imagem real fornecida por E_1 funciona como objeto virtual para E_2.

b) Observando no esquema a **simetria** entre o objeto **P** e a correspondente imagem **P'**, concluímos que E_2 é um espelho plano.

Respostas: a) 48 cm de E_1; b) E_2 é um espelho plano

97 Um automóvel cujo velocímetro não funciona está se deslocando em movimento uniforme ao longo de uma avenida retilínea em que a velocidade máxima permitida é de 50 km/h. Esse veículo possui um espelho retrovisor esférico (convexo) de raio de curvatura igual a 2,0 m. Ao passar diante de uma estaca vertical de altura 1,8 m, o motorista põe em marcha um cronômetro, verificando que transcorreram 14 s desde o instante em que foi acionado o instrumento até o instante em que a altura da imagem da estaca dada pelo espelho é de 10 mm. Considerando válidas as condições de Gauss no funcionamento do espelho retrovisor, determine se o automóvel trafega ou não dentro do limite de velocidade da avenida.

Resolução:

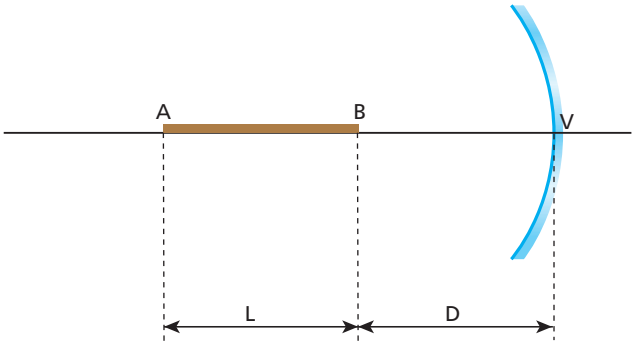
(I) $A = \dfrac{i}{o} = \dfrac{10 \text{ mm}}{1\,800 \text{ mm}} \Rightarrow \boxed{A = \dfrac{1}{180}}$ ($A > 0 \Rightarrow$ imagem direita)

(II) $A = \dfrac{f}{f - p} \Rightarrow \dfrac{1}{180} = \dfrac{-1{,}0}{-1{,}0 - p} \Rightarrow -1{,}0 - p = -180 \Rightarrow \boxed{p = 179 \text{ m}}$

(III) $v = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{179 \text{ m}}{14 \text{ s}} = \dfrac{179}{14} \cdot 3{,}6 \text{ km/h} \Rightarrow \boxed{v \simeq 46 \text{ km/h}}$

Resposta: O automóvel trafega dentro do limite de velocidade da avenida, já que sua velocidade é de 46 km/h, aproximadamente.

98 (Olimpíada Brasileira de Física – mod.) Uma haste retilínea AB de comprimento **L** é colocada diante da superfície refletora de um espelho esférico côncavo **E**, que obedece às condições de Gauss, sobre o eixo principal do espelho, conforme representa a figura.



A distância focal do espelho é igual a **f** e a extremidade **B** da haste encontra-se a uma distância **D** (D > f) do vértice **V**.

a) Calcule em função de **f**, **L** e **D** o comprimento **C** da imagem da haste produzida por **E**.

b) Determine a relação entre **L** e **f** para o caso particular de a imagem de **B** se formar sobre esse mesmo ponto, com $C = \frac{L}{2}$.

Resolução:

a) Equação de Gauss: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

Posição da imagem **B**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D} + \frac{1}{p'_B} \Rightarrow \frac{1}{p'_B} = \frac{1}{f} - \frac{1}{D} \Rightarrow \frac{1}{p'_B} = \frac{D - f}{Df} \Rightarrow \boxed{p'_B = \frac{Df}{D - f}}$$

Posição da imagem **A**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D + L} + \frac{1}{p'_A} \Rightarrow \frac{1}{p'_A} = \frac{1}{f} - \frac{1}{D + L} \Rightarrow \frac{1}{p'_A} = \frac{D + L - f}{f(D + L)}$$

Da qual: $\boxed{p'_A = \frac{f(D + L)}{D + L - f}}$

Cálculo de **C**:

$$C = p'_B - p'_A \Rightarrow C = \frac{Df}{D - f} - \frac{f(D + L)}{D + L - f}$$

$$C = \frac{Df(D + L - f) - (Df + Lf)(D - f)}{(D - f)(D + L - f)}$$

$$C = \frac{D^2f + DfL - Df^2 - (D^2f - Df^2 + DfL - Lf^2)}{(D - f)(D + L - f)}$$

Donde: $\boxed{C = \frac{Lf^2}{(D - f)(D + L - f)}}$

b) Se $p'_B = D$ (a imagem do ponto **B** forma-se sobre esse mesmo ponto), vem:

$$D = \frac{Df}{D - f} \Rightarrow D - f = f \Rightarrow D = 2f$$

Levando em conta a condição de $C = \frac{L}{2}$, temos:

$$\frac{L}{2} = \frac{Lf^2}{(2f - f)(2f + L - f)} \Rightarrow f(f + L) = 2f^2 \Rightarrow f + L = 2f \Rightarrow L = f$$

Portanto: $\boxed{\frac{L}{f} = 1}$

Respostas: a) $C = \frac{Lf^2}{(D - f)(D + L - f)}$; b) $\frac{L}{f} = 1$

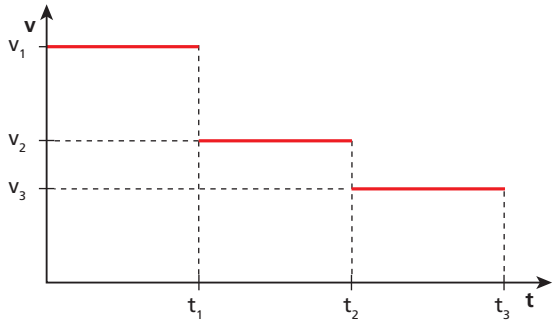
Tópico 3

1 Numa folha de papel branco, está escrito "terra" com tinta vermelha e "prometida" com tinta verde. Tomam-se duas lâminas transparentes de vidro, uma vermelha e outra verde. Através de que lâmina deve-se olhar para o papel de modo que a palavra "terra" seja enxergada com bastante contraste?

Resolução:
Usando-se a lâmina vermelha, nossos olhos recebem a luz vermelha proveniente da palavra "terra" e a componente vermelha da luz branca proveniente do papel, o que dificulta a leitura da palavra "terra".

Resposta: Lâmina verde

2 (PUC-SP) Um raio de luz monocromática passa do meio 1 para o meio 2 e deste para o meio 3. Sua velocidade de propagação relativa aos meios citados é v_1, v_2 e v_3, respectivamente.
O gráfico representa a variação da velocidade de propagação da luz em função do tempo ao atravessar os meios mencionados, considerados homogêneos:



Sabendo-se que os índices de refração do diamante, do vidro e do ar obedecem à desigualdade $n_{diam} > n_{vidro} > n_{ar}$, podemos afirmar que os meios 1, 2 e 3 são, respectivamente:
a) diamante, vidro, ar.
b) diamante, ar, vidro.
c) ar, diamante, vidro.
d) ar, vidro, diamante.
e) vidro, diamante, ar.

Resolução:
Como **v** e **n** são inversamente proporcionais ($n = \frac{c}{v}$):

$$\left.\begin{array}{r} v_3 < v_2 < v_1 \Rightarrow n_3 > n_2 > n_1 \\ n_{diam} > n_{vidro} > n_{ar} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Meio 1: ar;} \\ \text{Meio 2: vidro;} \\ \text{Meio 3: diamante.} \end{array}$$

Resposta: d

3 Para a luz amarela emitida pelo sódio, os índices de refração de certo vidro e do diamante são iguais a 1,5 e 2,4, respectivamente. Sendo de 300 000 km/s a velocidade da luz no ar, calcule, para a luz amarela citada:
a) sua velocidade no vidro;
b) sua velocidade no diamante;
c) o índice de refração do diamante em relação ao vidro.

Resolução:
a) $n_V = \frac{c}{v_V} \Rightarrow v_V = \frac{300\,000}{1,5} \Rightarrow \boxed{v_V = 200\,000 \text{ km/s}}$

b) $n_V = \frac{c}{v_d} \Rightarrow v_d = \frac{300\,000}{2,4} \Rightarrow \boxed{v_d = 125\,000 \text{ km/s}}$

c) $n_{d,V} = \frac{n_d}{n_V} = \frac{2,4}{1,5} \Rightarrow \boxed{n_{d,v} = 1,6}$

Respostas: a) 200 000 km/s; b) 125 000 km/s; c) 1,6.

4 Determinada luz monocromática percorre um segmento de reta de comprimento 30 cm no interior de um bloco maciço de um cristal durante $2,0 \cdot 10^{-9}$ s. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é igual a $3,0 \cdot 10^8$ m/s, calcule o índice de refração desse cristal.

Resolução:

$$v_C = \frac{30 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2,0 \cdot 10^{-9} \text{ s}} \Rightarrow v_C = 1,5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$n_C = \frac{c}{v_C} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{n_C = 2,0}$$

Resposta: 2,0

5 **E.R.** Um raio de luz monocromática propaga-se no ar (meio 1) e atinge a superfície plana da água (meio 2) sob ângulo de incidência θ_1 igual a 45°. Admitindo que o índice de refração da água vale $\sqrt{2}$ para aquela luz, determine:
a) o ângulo de refração;
b) o desvio experimentado pelo raio ao se refratar;
c) uma figura em que estejam representados o raio incidente, o raio refletido e o raio refratado.

Resolução:
a) Pela Lei de Snell, temos:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$

Sendo $n_1 = 1$, $n_2 = \sqrt{2}$, $\operatorname{sen} \theta_1 = \operatorname{sen} 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, temos:

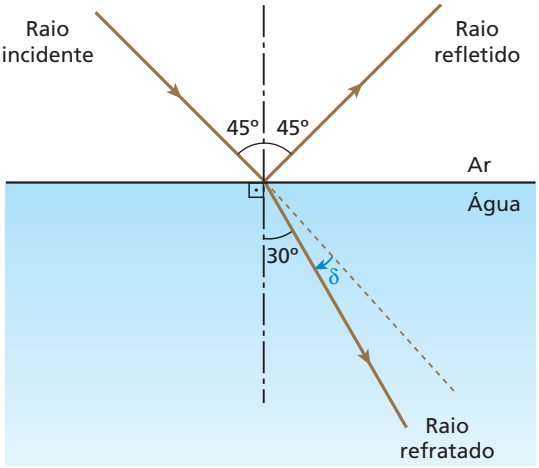
$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_2 = \frac{1}{2}$$

Então: $\boxed{\theta_2 = 30°}$

b) O desvio experimentado pelo raio ao se refratar é:

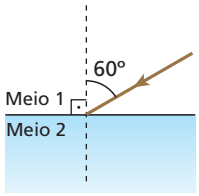
$$\delta = \theta_1 - \theta_2 \Rightarrow \delta = 45° - 30° \Rightarrow \boxed{\delta = 15°}$$

c)

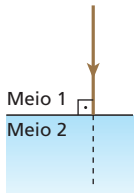


6 Um raio de luz monocromática incide na fronteira entre dois meios transparentes 1 e 2, de índices de refração $n_1 = 1$ e $n_2 = \sqrt{3}$ nas situações esquematizadas a seguir:

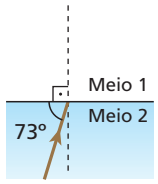
a)



b)



c)



Em cada situação, calcule o ângulo de refração.

Dado: $\text{sen } 17° \simeq \frac{\sqrt{3}}{6}$

Resolução:

a) $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\boxed{\theta_2 = 30°}$

b) $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot 0 = \sqrt{3} \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 0°}$

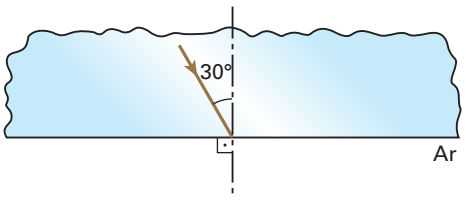
c) $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \text{sen } \theta_1 = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \text{sen } \theta_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\boxed{\theta_1 = 30°}$

Respostas: a) 30°; b) 0°; c) 30°

7 Na figura a seguir, um pincel cilíndrico de luz monocromática propaga-se em um bloco sólido transparente e incide na fronteira plana entre o bloco e o ar, sob ângulo de incidência igual a 30°.
Sabendo que o índice de refração do bloco para a radiação considerada vale $\sqrt{3}$, determine:

a) o ângulo de refração;
b) o desvio experimentado pela luz ao se refratar;
c) a representação esquemática dos raios incidente, refletido e refratado.

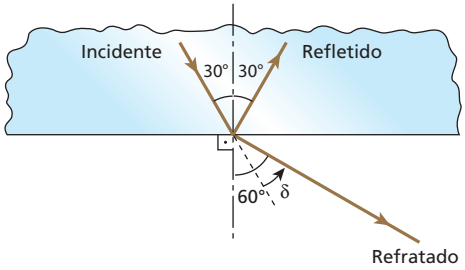


Resolução:

a) $n_b \text{ sen } 30° = n_{ar} \text{ sen } r \Rightarrow \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ sen } r \Rightarrow \boxed{r = 60°}$

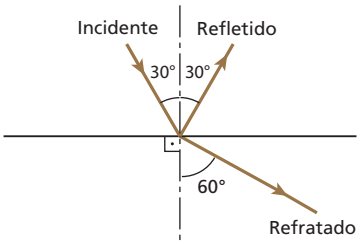
b) $\delta_1 = 60° - 30° \Rightarrow \boxed{\delta = 30°}$

c)



Respostas: a) 60°; b) 30°;

c)



8 Julgue falsa ou verdadeira cada uma das afirmações a seguir.

(01) Numa noite enluarada, os animais que habitam o interior de um lago de águas calmas podem enxergar a Lua. Uma pessoa, à beira do lago, quando olha para a superfície da água, também pode ver a Lua. Podemos então concluir que a luz proveniente da Lua, ao incidir na água, não somente se refrata, mas também se reflete parcialmente.
(02) Refração da luz é o desvio da luz ao atravessar a fronteira entre dois meios transparentes.
(04) Refração da luz é a passagem da luz de um meio transparente para outro, ocorrendo sempre uma alteração de sua velocidade de propagação.
(08) Na refração da luz, o raio refratado pode não apresentar desvio em relação ao raio incidente.
(16) A cor da luz (frequência) não se altera na refração.
(32) Quando um raio incidente oblíquo passa do meio menos refringente para o mais refringente, ele se aproxima da normal.
(64) Quando um raio incidente oblíquo passa do meio mais refringente para o menos refringente, ele se afasta da normal.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações verdadeiras.

Resolução:

(01) Verdadeira.
(02) Falsa. Refração é a passagem da luz de um meio transparente para outro, ocorrendo variação da velocidade de propagação, mas nem sempre desvio.
(04) Verdadeira.
(08) Verdadeira. É o que ocorre na incidência normal.
(16) Verdadeira.
(32) Verdadeira.
(64) Verdadeira.

Resposta: 125

9 Um feixe cilíndrico de luz incide perpendicularmente na superfície plana de separação de dois meios ordinários opticamente diferentes. Pode-se afirmar que:
a) o feixe refrata-se, desviando-se fortemente;
b) o feixe não sofre refração;
c) o feixe não sofre reflexão;
d) ocorre reflexão, com a consequente alteração do módulo da velocidade de propagação;
e) ocorre refração, com a consequente alteração do módulo da velocidade de propagação.

Resolução:
a) A refração ocorre, porém, sem desvio (falsa).
b) Falsa.
c) Falsa. Ocorre reflexão parcial.
d) Falsa. O módulo da velocidade não se altera na reflexão.
e) Verdadeira.

Resposta: e

10 Quando um raio de luz passa de um meio mais refringente para outro menos refringente:
a) afasta-se da normal;
b) aproxima-se da normal;
c) a frequência da luz aumenta;
d) não ocorre desvio;
e) a velocidade de propagação da luz aumenta.

Resolução:
Quando o raio passa para um meio menos refringente (**n** menor), sua velocidade de propagação aumenta $\left(v = \frac{c}{n}\right)$.

Resposta: e

11 (Vunesp-SP) Analise a tabela e responda.

Substância	Índice de refração em relação ao ar
Água	1,33
Álcool etílico	1,63
Glicerina	1,47
Quartzo cristalino	1,54
Vidro comum	1,50

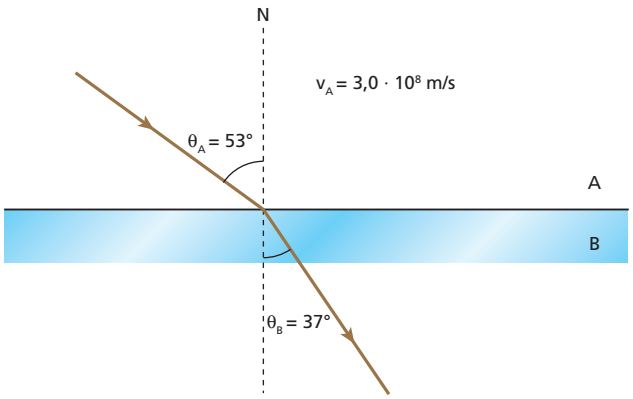
Para um mesmo ângulo de incidência diferente de zero, o maior desvio na direção de um raio de luz que se propaga no ar ocorrerá quando penetrar:
a) na água.
b) no álcool etílico.
c) na glicerina.
d) no quartzo cristalino.
e) no vidro comum.

Resolução:
O maior desvio ocorrerá quando o raio penetrar no meio de maior índice de refração.

Resposta: b

12 (Unifor-CE) Um raio de luz monocromática, propagando-se num meio **A** com velocidade $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, incide na superfície de separação com outro meio transparente **B**, formando 53° com a normal à superfície. O raio refratado forma ângulo de 37° com a normal no meio **B**, onde a velocidade V_B vale, em m/s:
Dados: sen 37° = cos 53° = 0,600;
cos 37° = sen 53° = 0,800.
a) $1{,}20 \cdot 10^8$.
b) $1{,}60 \cdot 10^8$.
c) $2{,}10 \cdot 10^8$.
d) $2{,}25 \cdot 10^8$.
e) $2{,}40 \cdot 10^8$.

Resolução:



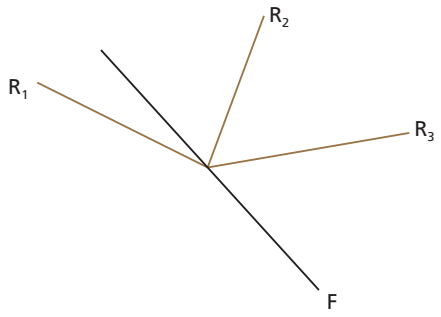
Lei de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_A}{\operatorname{sen}\theta_B} = \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} 53°}{\operatorname{sen} 37°} = \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{0{,}800}{0{,}600} = \frac{3 \cdot 10^8}{v_B} \Rightarrow$$

$$v_B = 2{,}25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Resposta: d

13 Um raio de luz monocromática incide na fronteira **F** entre dois meios transparentes, dando origem a um raio refletido e a um raio refratado, como representa a figura:

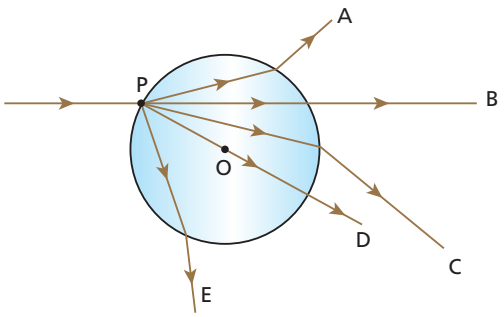


Dos raios de luz R_1, R_2 e R_3, identifique o incidente, o refletido e o refratado.

Resolução:
• Os raios incidente e refletido têm de estar no mesmo meio. Portanto, um deles é R_2 e o outro, R_3.
• Para R_1 ser o raio refratado, R_3 é, necessariamente, o raio incidente.

Respostas: R_1: raio refratado; R_2: raio refletido; R_3: raio incidente

14 Um raio de luz monocromática proveniente do ar incide no ponto **P** de uma esfera de vidro de centro **O**, como representa a figura:

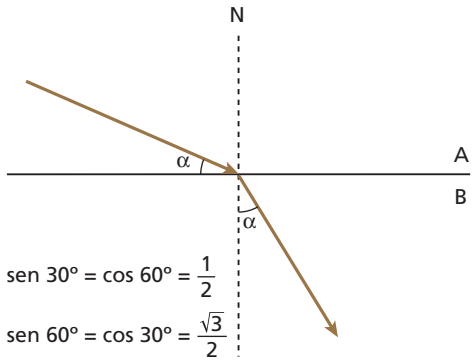


Dos trajetos indicados (**A**, **B**, **C**, **D** e **E**), qual é possível?

Resolução:
Ao penetrar no vidro (meio mais refringente), o raio aproxima-se da normal(reta que passa pelos pontos **P** e **O**). Ao emergir do vidro para o ar (meio menos refringente), o raio afasta-se da normal.

Resposta: C

15 (UFPel-RS) A figura abaixo representa um raio luminoso propagando-se do meio **A** para o meio **B**. Sabendo-se que a velocidade da luz, no meio **A**, é 240 000 km/s e que o ângulo **α** vale 30°, calcule:



a) o índice de refração relativo do meio **A** em relação ao meio **B**;
b) a velocidade de propagação da luz no meio **B**.

Resolução:
a) $n_A \text{ sen } \theta_A = n_B \text{ sen } \theta_B$, em que $\theta_A = 90° - \alpha = 60°$ e $\theta_B = \alpha = 30°$

$n_A \text{ sen } 60° = n_B \text{ sen } 30°$

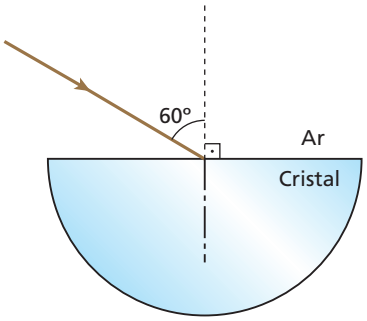
$$n_A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = n_B \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{n_A}{n_B} = \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

b) $$\frac{v_B}{v_A} = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow \frac{v_B}{240\,000} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\boxed{v_B = 80\,000\sqrt{3} \text{ km/s}}$$

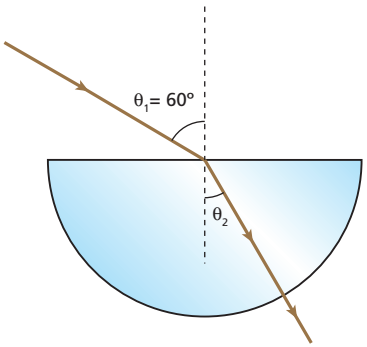
Respostas: a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; b) $80\,000\sqrt{3}$ km/s

16 Um raio de luz monocromática incide no centro da face circular de uma peça hemisférica de cristal transparente. A figura representa a seção da peça determinada pelo plano de incidência do raio:



Sendo $\sqrt{3}$ o índice de refração do cristal para a referida radiação, determine a trajetória do raio refratado até emergir para o ar, indicando os ângulos envolvidos.

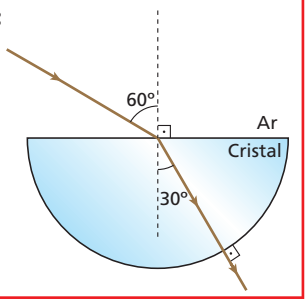
Resolução:



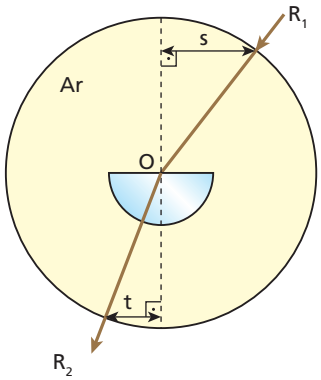
$n_{A_n} \text{ sen } \theta_1 = n_C \text{ sen } \theta_2$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \text{sen } \theta_2 \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 30°}$$

Resposta:

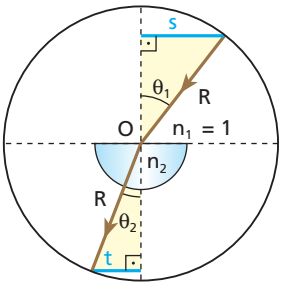


17 **E.R.** Para determinar o índice de refração de um material, uma peça semicilíndrica polida desse material foi colocada sobre um disco de centro **O**, como sugere a figura.



Um raio de luz monocromática R_1, emitido rente ao disco, incide na peça, obtendo-se o raio refratado R_2. As distâncias **s** e **t** foram medidas, encontrando-se s = 8,0 cm e t = 5,0 cm. Calcule o índice de refração do material da peça.

Resolução:
Sendo **R** o raio do disco, temos:



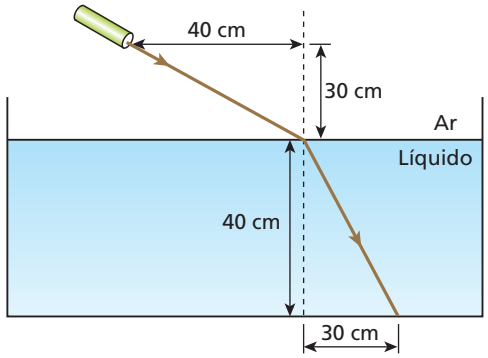
Usando a Lei de Snell:

$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$

$1 \cdot \frac{s}{R} = n_2 \cdot \frac{t}{R} \Rightarrow n_2 \cdot \frac{s}{t} = \frac{8,0}{5,0}$

Então: $\boxed{n_2 = 1,6}$

18 (UFSE) O raio de luz monocromática representado no esquema abaixo se propaga do ar para um líquido:



Pode-se afirmar que o índice de refração do líquido em relação ao ar é:
a) 1,25.
b) 1,33.
c) 1,50.
d) 1,67.
e) 1,80.

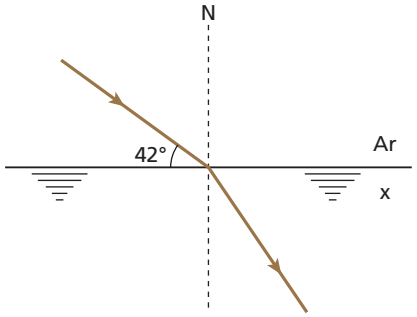
Resolução:
Na figura dada, temos dois triângulos retângulos cujos catetos medem 30 cm e 40 cm.
Portanto, a hipotenusa de cada um deles mede 50 cm:

$$n_{ar} \operatorname{sen} \theta_1 = n_L \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow \frac{n_L}{n_{ar}} = \frac{\frac{40}{50}}{\frac{30}{50}} \Rightarrow \boxed{\frac{n_L}{n_{ar}} = \frac{4}{3} \cong 1,33}$$

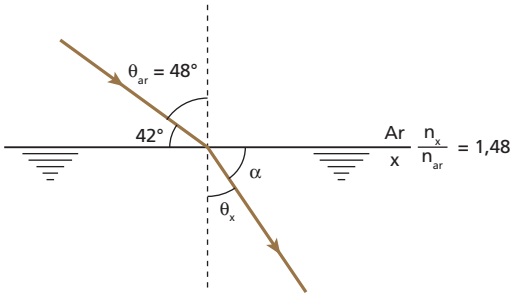
Resposta: b

19 (Ufal) Um raio de luz monocromática passa do ar para um outro meio **x**, cujo índice de refração em relação ao ar é 1,48.
a) Faça, em seu caderno, um esboço da situação descrita acima, considerando que o ângulo entre a superfície de separação dos dois meios e o raio de luz incidente seja igual a 42°.
b) Calcule a medida do ângulo formado entre a linha da superfície de separação dos dois meios e o raio de luz propagando-se no meio **x**.
Dados: sen 42° = 0,67;
cos 42° = 0,74.

Resolução:
a)



b)



$n_{ar} \operatorname{sen} \theta_{ar} = n_x \operatorname{sen} \theta_x \Rightarrow n_{ar} \operatorname{sen} 48° = n_x \operatorname{sen} \theta_x$

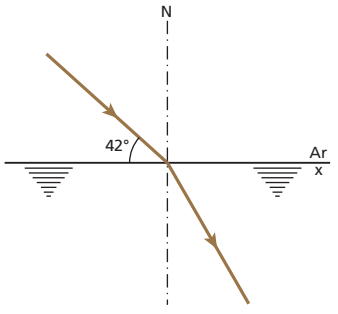
$\operatorname{sen} \theta_x = \frac{n_{ar}}{n_x} \cos 42°$

$\operatorname{sen} \theta_x = \frac{1}{1,48} \cdot 0,74 \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_x = \frac{1}{2}$

$\boxed{\theta_x = 30°}$

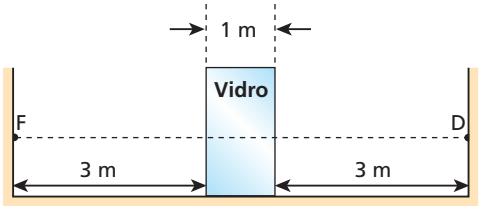
$\alpha + \theta_x = 90° \Rightarrow \alpha = 90° - 30° \Rightarrow \boxed{\alpha = 60°}$

Respostas: a)



b) 60°

20 (Fuvest-SP) No esquema abaixo, temos uma fonte luminosa **F** no ar, defronte de um bloco de vidro, após o qual se localiza um detector **D**. Observe as distâncias e dimensões indicadas no desenho:



São dados: índice de refração do ar = 1,0; índice de refração do vidro em relação ao ar = 1,5; velocidade da luz no ar = 300 000 km/s.

a) Qual o intervalo de tempo para a luz se propagar de **F** a **D**?

b) Construa, em seu caderno, um gráfico da velocidade da luz em função da distância, a contar da fonte **F**.

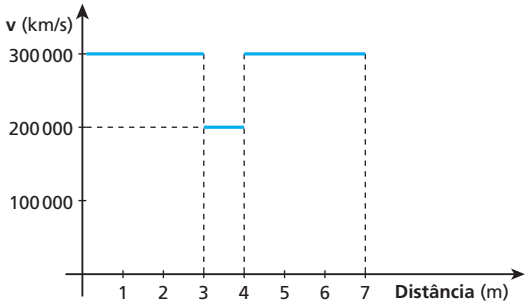
Resolução:

a) $\frac{n_v}{n_{ar}} = \frac{v_{ar}}{v_v} \Rightarrow 1{,}5 = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{v_v} \Rightarrow v_v = 2{,}0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$\Delta t = \frac{\Delta s_1}{v_{ar}} + \frac{\Delta s_2}{v_v} + \frac{\Delta s_3}{v_{ar}} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{3{,}0 \cdot 10^8} + \frac{1}{2{,}0 \cdot 10^8} + \frac{3}{3{,}0 \cdot 10^8}$

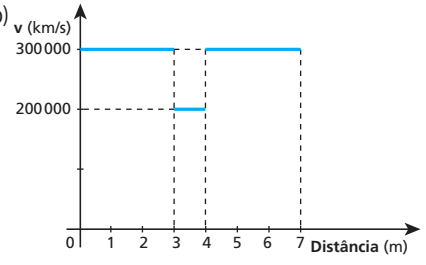
$\boxed{\Delta t = 2{,}5 \cdot 10^{-8} \text{ s}}$

b)

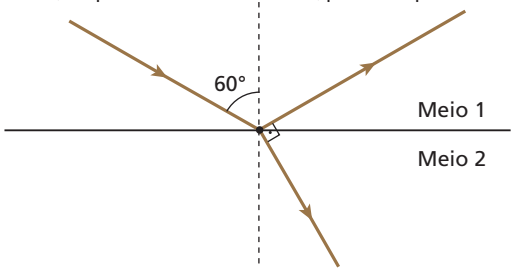


Respostas: a) $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ s

b)



21 A figura seguinte representa um pincel cilíndrico de luz monocromática que, propagando-se num meio 1, incide na fronteira separadora deste com um meio 2. Uma parcela da luz incidente é refletida, retornando ao meio 1, enquanto a outra é refratada, passando para o meio 2.



Sabendo que os pincéis refletido e refratado são perpendiculares entre si, obtenha:

a) os ângulos de reflexão e de refração;

b) o índice de refração do meio 2 em relação ao meio 1.

Resolução:

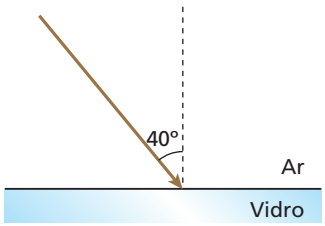
a) O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência: 60°. Como o raio refratado é perpendicular ao refletido, temos que o ângulo de reflexão e o ângulo de refração são complementares. Assim, o ângulo de refração mede 30°.

b) $n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} \Rightarrow n_{2,1} = \frac{\text{sen } 60°}{\text{sen } 30°} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$

$\boxed{n_{2,1} = \sqrt{3}}$

Respostas: a) Ângulo de reflexão: 60; ângulo de refração: 30; b) $\sqrt{3}$

22 (UFPI) Um raio de luz, inicialmente propagando-se no ar, incide sobre uma superfície plana de vidro, conforme a figura abaixo. Parte da luz é refletida e parte é refratada. O ângulo entre o raio refletido e o raio refratado é:



a) menor do que 40°.

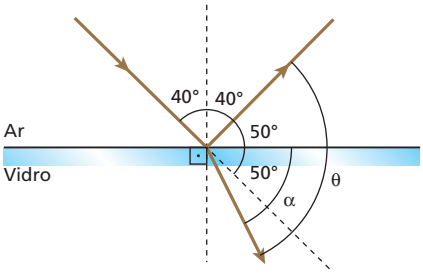
b) entre 40° e 50°.

c) entre 50° e 100°.

d) entre 100° e 140°.

e) maior do que 140°.

Resolução:

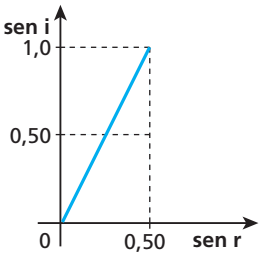


Da figura: $\theta = \alpha + 50°$

Como α é maior que 50° e menor que 90°, θ é maior que 100° e menor que 140°.

Resposta: d

23 Uma mesma luz monocromática passa do vácuo para o interior de uma substância, com diversos ângulos de incidência. Os senos do ângulo de incidência (**i**) e do ângulo de refração (**r**) são dados no gráfico seguinte:



Calcule o índice de refração absoluto dessa substância.

Resolução:

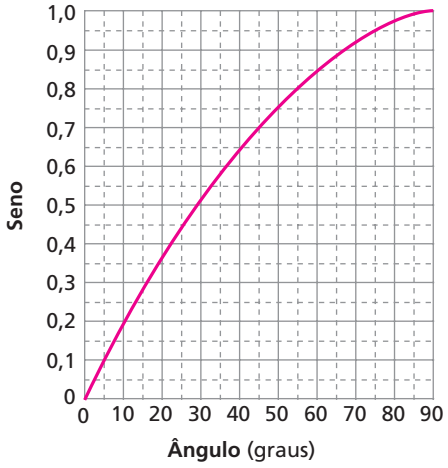
$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_8}{n_0} \Rightarrow \frac{1,0}{0,50} = \frac{n_9}{1,0} \Rightarrow \boxed{n_8 = 2,0}$$

Resposta: 2,0

24 (Unicamp-SP) Um mergulhador, dentro do mar, vê a imagem do Sol nascendo numa direção que forma um ângulo agudo (ou seja, menor que 90°) com a vertical.

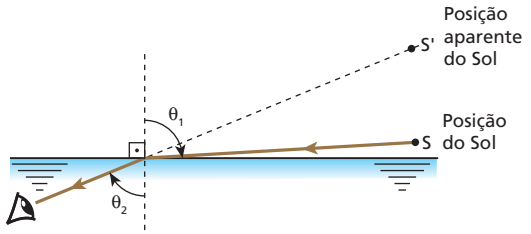
a) Em uma folha de papel, faça um desenho esquemático mostrando um raio de luz vindo do Sol ao nascer e o raio refratado. Represente também a posição aparente do Sol para o mergulhador.

b) Sendo $n = 1,33 \simeq \frac{4}{3}$ o índice de refração da água do mar, use o gráfico a seguir para calcular aproximadamente o ângulo entre o raio refratado e a vertical:



Resolução:

a)

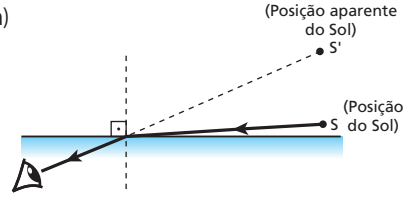


b) $\theta_1 \simeq 90°$

$n_{ar} \text{ sen } \theta_1 = n_{água} \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot 1 \simeq \frac{4}{3} \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 \simeq 0,75 \Rightarrow$

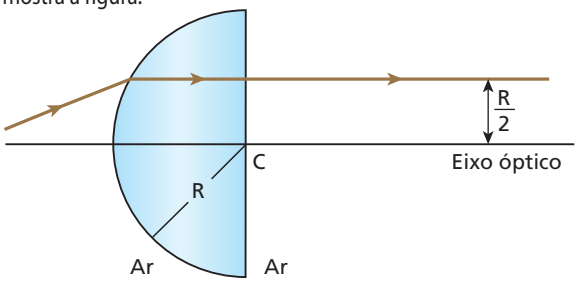
$\boxed{\theta_2 \simeq 50°}$

Respostas: a)



b) 50°

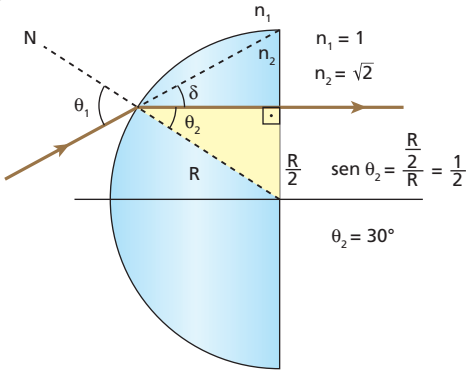
25 (UFRJ) Um raio de luz monocromática, propagando-se no ar, incide sobre a face esférica de um hemisfério maciço de raio **R** e emerge perpendicularmente à face plana, a uma distância $\frac{R}{2}$ do eixo óptico, como mostra a figura:



O índice de refração do material do hemisfério, para esse raio de luz, é $n = \sqrt{2}$.

Calcule o desvio angular sofrido pelo raio ao atravessar o hemisfério.

Resolução:



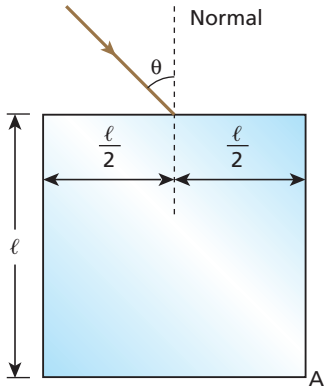
$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow$

$1 \text{ sen } \theta_1 = \sqrt{2} \ \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_1 = 45°$

$\delta = \theta_1 - \theta_2 = 45° - 30° \Rightarrow \boxed{\delta = 15°}$

Resposta: 15°

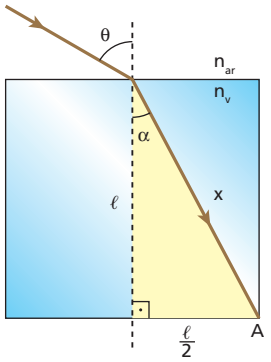
26 (Unifor-CE) Um raio de luz no ar incide num bloco retangular de vidro polido, cujo índice de refração em relação ao ar é $\frac{\sqrt{5}}{2}$, conforme o esquema.



Para que o raio de luz refratado atinja a aresta **A** indicada, o seno do ângulo de incidência **θ** deve ser:

a) $\frac{1}{5}$. b) $\frac{1}{3}$. c) $\frac{1}{2}$. d) $\frac{2}{3}$. e) $\frac{3}{5}$.

Resolução:



$$x^2 = \ell^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{\ell\sqrt{5}}{2}$$

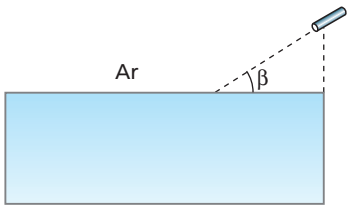
$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\frac{\ell}{2}}{x} = \frac{\frac{\ell}{2}}{\frac{\ell\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$n_{ar}\,\text{sen}\,\theta = n_v\,\text{sen}\,\alpha \Rightarrow 1\ \text{sen}\,\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\boxed{\text{sen}\,\theta = \frac{1}{2}}$$

Resposta: c

27 (Unicamp-SP) Um tanque de 40 cm de profundidade está completamente cheio de um líquido transparente, de índice de refração n = 1,64. Um raio *laser* incide na superfície do líquido, formando com ela um ângulo β = 35°.

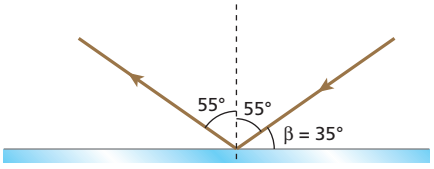


θ	30	35	40	45	50	55	60	65
sen θ	0,50	0,57	0,64	0,71	0,77	0,82	0,87	0,91
tg θ	0,58	0,70	0,84	1,0	1,19	1,43	1,73	2,14

a) Que ângulo o raio refletido forma com a normal à superfície?
b) Se a fonte do *laser* situa-se 14 cm acima da superfície do líquido, localize o ponto iluminado pelo *laser* no fundo do tanque.

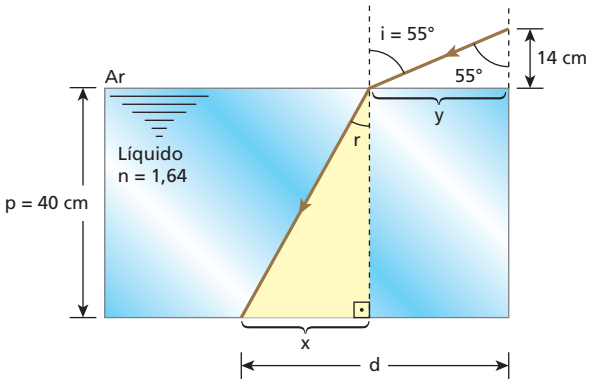
Resolução:

a)



O ângulo que o raio refletido forma com a normal é 90° – 35° = 55°.

b)



$$n_{ar}\,\text{sen}\,i = n_{liq}\,\text{sen}\,r \Rightarrow 1,0\cdot 0,82 = 1,64\ \text{sen}\,r$$

$$\text{sen}\,r = 0,5 \Rightarrow r = 30°$$

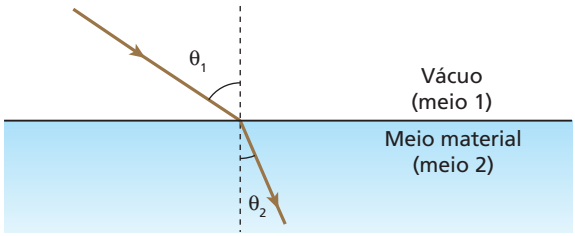
$$\text{tg}\,r = \frac{x}{p} \Rightarrow x = 40\cdot 0,58 \Rightarrow x = 23,2\ \text{cm}$$

$$\text{tg}\,55° = \frac{y}{14} \Rightarrow y = 14\cdot 1,43 \Rightarrow y = 20,0\ \text{cm}$$

Então: $d = x + y \Rightarrow d = 23,2 + 20,0 \Rightarrow \boxed{d \simeq 43\ \text{cm}}$

Respostas: a) 55°; b) A 43 cm da parede lateral direita.

28 **E.R.** Um raio de luz de frequência igual a $6,0\cdot 10^{14}$ Hz passa do vácuo para um meio material transparente, como ilustra a figura:



Sabendo que $\text{sen}\,\theta_1 = 0,8$, $\text{sen}\,\theta_2 = 0,6$ e que a velocidade da luz no vácuo é $v_1 = 300\,000$ km/s, determine:
a) a velocidade da luz no meio material (v_2);
b) o índice de refração absoluto do meio material;
c) o comprimento de onda dessa luz no vácuo (λ_1) e no meio material (λ_2).

Resolução:

a) Pela Lei de Snell, temos:

$$\frac{\text{sen}\,\theta_1}{\text{sen}\,\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{0,8}{0,6} = \frac{300\,000}{v_2}$$

$$\boxed{v_2 = 225\,000\ \text{km/s}}$$

b) Temos:

$$n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{300\,000}{225\,000} \Rightarrow \boxed{n_2 = 1,33}$$

c) Como $v = \lambda f$, temos, no vácuo (meio 1):

$$v_1 = \lambda_1 f_1 \Rightarrow 300\,000 = \lambda_1\cdot 6,0\cdot 10^{14}$$

$$\lambda_1 = 5,0\cdot 10^{-10}\ \text{km}$$

$$\boxed{\lambda_1 = 5,0\cdot 10^{-7}\ \text{m}}$$

Lembrando que a frequência não se altera na refração, temos, no meio material (meio 2):

$$v_2 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow 225\,000 = \lambda_2 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{14}$$

$$\lambda_2 = 3{,}8 \cdot 10^{-10}\ km$$

$$\boxed{\lambda_2 = 3{,}8 \cdot 10^{-7}\ m}$$

29 Qual o comprimento de onda de uma luz de frequência igual a $4 \cdot 10^{14}$ Hz propagando-se em um meio de índice de refração igual a 1,5?

Dado: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Resolução:

$f = 4 \cdot 10^{14}$ Hz

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow 1{,}5 = \frac{3 \cdot 10^8}{v} \Rightarrow v = 2 \cdot 10^8\ m/s$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{2 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{14}} \Rightarrow \boxed{\lambda = 5 \cdot 10^{-7}\ m}$$

Resposta: $5 \cdot 10^{-7}$ m

30 (PUC-SP) É dada a tabela:

Material	Índice de refração absoluto
Gelo	1,309
Quartzo	1,544
Diamante	2,417
Rutilo	2,903

É possível observar reflexão total com luz incidindo do:

a) gelo para o quartzo.
b) gelo para o diamante.
c) quartzo para o rutilo.
d) rutilo para o quartzo.
e) gelo para o rutilo.

Resolução:

A reflexão total é possível quando a luz se dirige do meio de índice de refração **maior** para o de índice de refração **menor**.

Resposta: d

31 Quando um feixe de luz, propagando-se no vidro, atinge a fronteira do vidro com o ar, podemos assegurar que ocorre refração? E reflexão?

Resolução:

Como a luz se propaga do meio de índice de refração maior (vidro) para o de menor (ar), **não podemos assegurar que ocorre refração**, pois pode ocorrer a reflexão total.

Entretanto, **podemos assegurar que ocorre reflexão**. Mesmo que ocorra refração, parte da luz incidente na fronteira será refletida.

Resposta: Refração não; reflexão sim.

32 Quando um raio de luz dirige-se de um meio **A** (índice de refração n_A) para um meio **B** (índice de refração n_B):

a) se $n_A > n_B$, o raio certamente sofre reflexão total;
b) se $n_A < n_B$, o raio pode sofrer reflexão total;
c) se $n_A < n_B$, o raio certamente sofre refração e reflexão parcial;
d) se $n_A > n_B$, o raio certamente sofre refração e reflexão parcial;
e) se $n_A = n_B$, o raio aproxima-se da normal.

Resolução:

a) Falsa: a reflexão total só vai ocorrer se o ângulo de incidência for maior que o ângulo-limite ou igual a ele.
b) Falsa.
c) Verdadeira.
d) Falsa, pois pode ocorrer reflexão total.
e) Falsa. Nesse caso (continuidade óptica), o raio sempre atravessa a fronteira entre os meios, sem sofrer desvio.

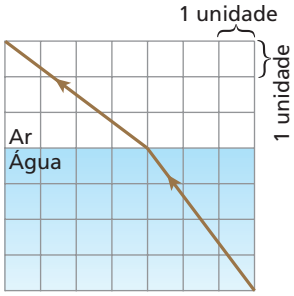
Resposta: c

33 (UEL-PR) As fibras ópticas são largamente utilizadas nas telecomunicações para a transmissão de dados. Nesses materiais, os sinais são transmitidos de um ponto ao outro por meio de feixes de luz que se propagam no interior da fibra, acompanhando sua curvatura. A razão pela qual a luz pode seguir uma trajetória não-retilínea na fibra óptica é consequência do fenômeno que ocorre quando da passagem de um raio de luz de um meio, de índice de refração maior, para outro meio, de índice de refração menor. Com base no texto e nos conhecimentos sobre o tema, indique a alternativa que apresenta os conceitos ópticos necessários para o entendimento da propagação "não-retilínea" da luz em fibras ópticas.

a) Difração e foco.
b) Reflexão total e ângulo-limite.
c) Interferência e difração.
d) Polarização e plano focal.
e) Imagem virtual e foco.

Resposta: b

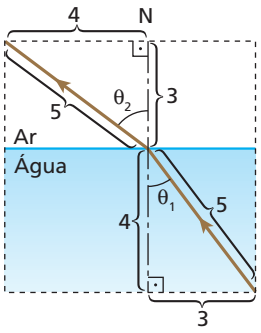
34 **E.R.** O esquema a seguir representa a refração da luz da água para o ar:



A partir das informações contidas no esquema, determine o seno do ângulo limite do dioptro água-ar para a luz em questão.

Resolução:

Contando as divisões do quadriculado, obtemos:



Usando a Lei de Snell:

$$n_{água} \operatorname{sen} \theta_1 = n_{ar} \operatorname{sen} \theta_2$$

$$n_{água} \cdot \frac{3}{5} = n_{ar} \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n_{ar}}{n_{água}} = \frac{3}{4}$$

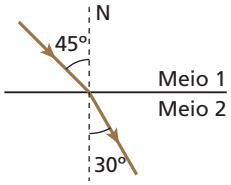
O seno do ângulo limite é dado por:

$$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}}$$

Então, como n_{ar} é menor que $n_{água}$:

$$\text{sen } L = \frac{n_{ar}}{n_{água}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\text{sen } L = 0{,}75}$$

35 (UEL-PR) Um raio de luz se propaga do meio 1, cujo índice de refração vale $\sqrt{2}$, para o meio 2, seguindo a trajetória indicada na figura abaixo:



Dados: $\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$; $\text{sen } 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

O ângulo-limite para esse par de meios vale:

a) 90°.
b) 60°.
c) 45°.
d) 30°.
e) zero.

Resolução:

Resolução: • n_1 é menor que n_2.

• $n_1 \text{ sen } 45° = n_2 \text{ sen } 30° \Rightarrow n_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = n_2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

• $\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{L = 45°}$

Resposta: c

36 **E.R.** Um raio de luz monocromática propaga-se em um vidro de índice de refração igual a $\sqrt{2}$ e incide na fronteira plana entre o vidro e o ar sob ângulo de incidência igual a 60°. Descreva o fenômeno que ocorre com o raio nessa fronteira.

Resolução:

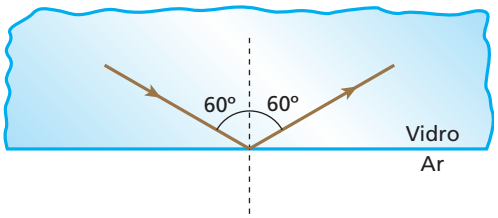
Observe que o raio incidente dirige-se do meio mais refringente (vidro) para o menos refringente (ar). Por isso, é possível que ocorra reflexão total.

Calculando o ângulo-limite na fronteira:

$$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{n_{ar}}{n_{água}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow L = 45°$$

Como o ângulo de incidência (60°) é maior que o ângulo-limite (45°), concluímos que:

O raio de luz sofre reflexão total na fronteira.



Nota:

• A ocorrência da reflexão total pode também ser constatada pela Lei de Snell, uma vez que sua aplicação nos leva a um absurdo. Aplicando essa lei, temos:

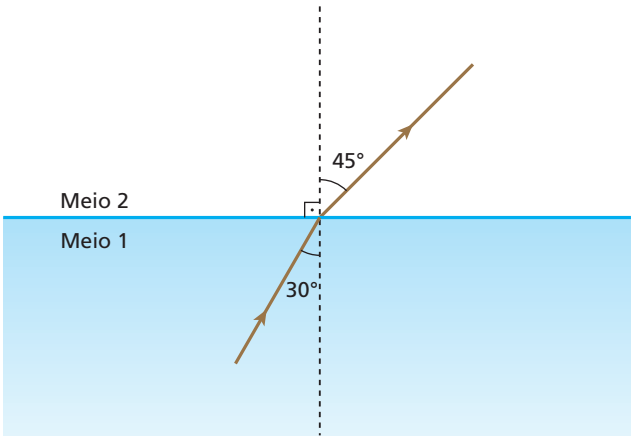
$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

$$\sqrt{2} \text{ sen } 60° = 1 \text{ sen } \theta_2$$

$$\text{sen } \theta_2 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} > 1, \text{ o que é um absurdo.}$$

A aplicação da Lei de Snell pressupõe a ocorrência do fenômeno da refração. Quando ela nos leva a um absurdo, devemos entender que o fenômeno que se supõe ocorrer (refração) na realidade não ocorre. A luz sofre, portanto, reflexão total.

37 Um raio de luz monocromática atravessa a fronteira entre os meios 1 e 2, como representa a figura a seguir:



Determine o que ocorreria se o ângulo de incidência, em vez de 30°, fosse igual a 45°.

Resolução:

• $n_1 \text{ sen } 30° = n_2 \text{ sen } 45° \Rightarrow n_1 \cdot \frac{1}{2} = n_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

• $\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow L = 45°$

• Se o ângulo de incidência fosse igual a 45°, ou seja, igual a **L**, ocorreria **reflexão total**.

Resposta: Reflexão total.

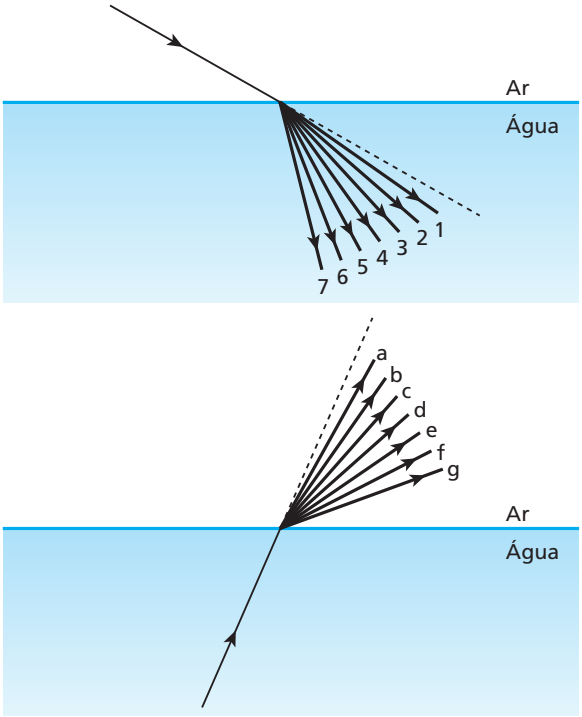
38 Considere dois blocos, um de vidro e outro de diamante, de mesmo formato e igualmente lapidados, imersos no ar. Sabe-se que o índice de refração do diamante é maior que o do vidro. Sendo igualmente iluminados:

a) o diamante brilha mais, porque o ângulo-limite na fronteira diamante-ar é menor que na fronteira vidro-ar, o que favorece a reflexão da luz internamente no diamante;
b) o diamante brilha mais, porque o ângulo-limite na fronteira diamante-ar é maior que na fronteira vidro-ar;
c) o diamante brilha mais, porque a luz se propaga em seu interior com velocidade maior que no interior do vidro;
d) o vidro brilha mais, porque ele é mais refringente que o diamante;
e) o vidro e o diamante brilham igualmente.

Resolução:
Como o índice de refração do diamante é maior que o do vidro, o ângulo-limite na fronteira diamante-ar é menor que na fronteira vidro-ar. Assim, raios de luz propagando-se do diamante para o ar tem maior probabilidade de sofrerem reflexão total na fronteira, o que faz o diamente brilhar mais que o vidro.

Resposta: a

39 As figuras seguintes mostram um pincel cilíndrico de luz branca solar passando do ar para a água e da água para o ar, decompondo-se nas sete cores básicas:



Identifique:
a) os raios de luz vermelha;
b) os raios de luz violeta;
c) os raios de luz verde.

Respostas: a) 1 e *a*; b) 7 e *g*; c) 4 e *d*

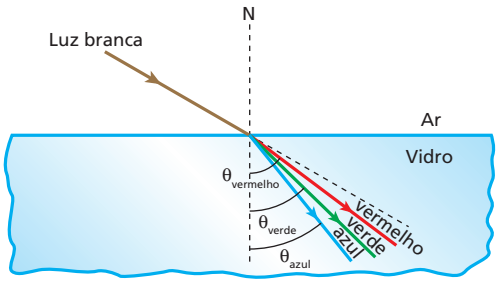
40 (UFRGS-RS) A tabela apresenta os valores do índice de refração do vidro *flint*, em relação ao ar, para diversas cores da luz visível:

Violeta	Azul	Verde	Amarelo	Vermelho
1,607	1,594	1,581	1,575	1,569

Um feixe de luz branca, proveniente do ar, atinge obliquamente uma lâmina desse vidro, com um ângulo de incidência bem determinado. O feixe sofre dispersão ao ser refratado nessa lâmina, separando-se nas diversas cores que o compõem. Qual das alternativas estabelece uma relação correta para os correspondentes ângulos de refração das cores vermelho, verde e azul, respectivamente?

a) $\theta_{vermelho} > \theta_{verde} > \theta_{azul}$
b) $\theta_{vermelho} > \theta_{verde} = \theta_{azul}$
c) $\theta_{vermelho} = \theta_{verde} < \theta_{azul}$
d) $\theta_{vermelho} < \theta_{verde} < \theta_{azul}$
e) $\theta_{vermelho} < \theta_{verde} > \theta_{azul}$

Resolução:
O ângulo de refração será tanto maior quanto menor o índice de refração do vidro para a cor considerada:



$\Rightarrow \theta_{vermelho} > \theta_{verde} > \theta_{azul}$

Resposta: a

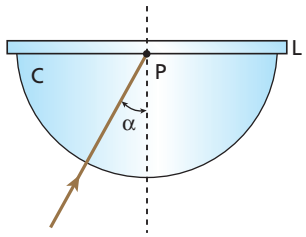
41 Quais os fenômenos ópticos que determinam a ocorrência do arco-íris?

Resposta: Refração, acompanhada de dispersão, e reflexão.

42 As estrelas cintilam porque:
a) acendem e apagam alternadamente;
b) o índice de refração da atmosfera cresce com a altitude;
c) o índice de refração da atmosfera diminui com a altitude;
d) ocorrem reflexões em seu interior, enquanto elas se movem;
e) os valores dos índices de refração nos diversos pontos da atmosfera não são estáveis e a intensidade da luz que recebemos delas é muito pequena.

Resposta: e

43 (ITA-SP) Para a determinação do índice de refração (n_1) de uma lâmina de vidro (**L**), foi usado o dispositivo da figura, em que **C** representa a metade de um cilindro de vidro opticamente polido, de índice de refração $n_2 = 1{,}80$. Um feixe fino de luz monocromática incide no ponto **P**, sob um ângulo α, no plano do papel.



Observa-se que, para $\alpha \geq 45°$, o feixe é inteiramente refletido na lâmina. Qual é o valor de n_1?

Resolução:
Sendo de 45º o ângulo-limite do dioptro C – L, temos:

$$\text{sen } L = \frac{n_L}{n_C} \Rightarrow \text{sen } 45° = \frac{n_L}{1{,}80} \Rightarrow \boxed{n_L = 1{,}27}$$

Resposta: 1,27

44 Determinada luz monocromática apresenta velocidade de $2{,}3 \cdot 10^8$ m/s na água e $2{,}0 \cdot 10^8$ m/s em certo tipo de vidro. O que ocorre quando um raio dessa luz, propagando-se no vidro, incide na fronteira do vidro com a água sob ângulo de incidência de 70°?

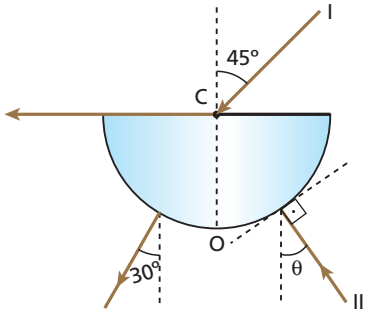
Resolução:

$$\text{sen } L = \frac{n_{água}}{n_{vidro}} = \frac{v_{vidro}}{v_{água}} = \frac{2{,}0 \cdot 10^8}{2{,}3 \cdot 10^8} \Rightarrow \text{sen } L = 0{,}87 \Rightarrow L = 60°$$

Como $70° > 60° \Rightarrow$ Reflexão total

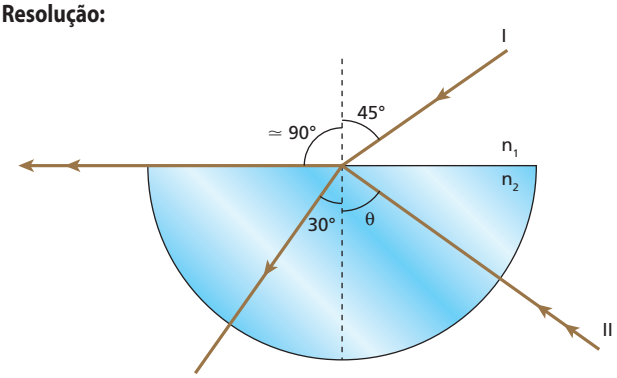
Resposta: Reflexão total.

45 (Fuvest-SP) Um raio de luz I, no plano da folha, incide no ponto **C** do eixo de um semicilindro de plástico transparente, segundo um ângulo de 45° com a normal OC à face plana. O raio emerge pela superfície cilíndrica segundo um ângulo de 30° com a direção de OC. Um raio II incide perpendicularmente à superfície cilíndrica formando um ângulo **θ** com a direção OC e emerge com direção praticamente paralela à face plana.



Podemos concluir que:
a) θ = 0°.
b) θ = 30°.
c) θ = 45°.
d) θ = 60°.
e) a situação proposta no enunciado não pode ocorrer.

Resolução:



Para o raio I:

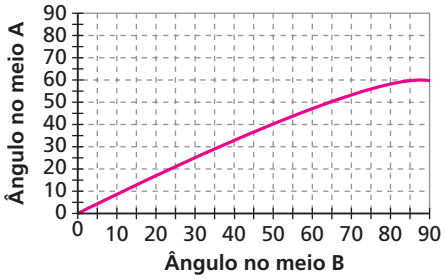
$$n_1 \text{ sen } 45° = n_2 \text{ sen } 30° \Rightarrow n_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = n_2 \frac{1}{2} \Rightarrow n_2 = n_1 \sqrt{2}$$

Para o raio II:

$$n_2 \text{ sen}\theta \simeq n_1 \text{ sen } 90° \Rightarrow n_1 \sqrt{2} \text{ sen } \theta \simeq n_1 \, 1 \Rightarrow \text{sen } \theta \simeq \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta \simeq 45°$$

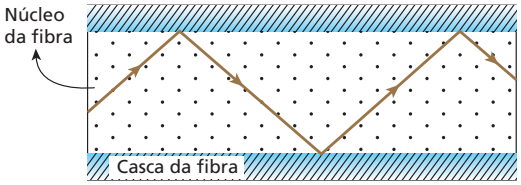
Resposta: c

46 (Unifesp-SP) O gráfico mostra a relação entre os ângulos de incidência e de refração entre dois materiais transparentes e homogêneos, quando um raio de luz incide sobre a superfície de separação entre esses meios, qualquer que seja o sentido do percurso.
Se esses materiais fossem utilizados para produzir a casca e o núcleo de fibras ópticas, deveria compor o núcleo da fibra o meio:



a) **A**, por ser o mais refringente.
b) **B**, por ser o menos refringente.
c) **A**, por permitir ângulos de incidência maiores.
d) **B**, porque nele a luz sofre maior desvio.
e) **A** ou **B**, indiferentemente, porque nas fibras ópticas não ocorre refração.

Resolução:
Um raio de luz propagando-se no núcleo da fibra deve sofrer reflexão total ao incidir na fronteira núcleo-casca:



Para isso, o material do núcleo precisa ser **mais refringente** que o da casca.
No gráfico dado, percebemos que, no caso de haver refração, θ_B (ângulo do meio **B**) é sempre maior que θ_A (ângulo no meio **A**):

$$n_A \text{ sen } \theta_A = n_B \text{ sen } \theta_B$$

$$\text{sen } \theta_B > \text{sen } \theta_A$$

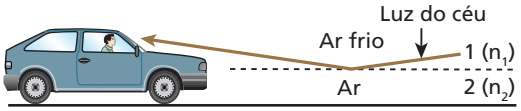
Logo: $n_A > n_B$

Resposta: a

47 O índice de refração constitui um eficiente critério para a identificação de uma pedra preciosa e, consequentemente, para a apuração de sua autenticidade. O índice de refração pode ser determinado por aparelhos denominados refratômetros, mas também é possível determiná-lo pelo método de imersão, que consiste em mergulhar a pedra em um líquido de índice de refração conhecido e observá-la. Para isso são fabricados líquidos de índices de refração que variam de 1,5 até valores superiores a 2,0.
As turmalinas, principalmente a variedade denominada rubelita, em geral possuem muitas fraturas internas, que são preenchidas de gás e provocam notáveis reflexões com a incidência da luz.
a) Para determinar o índice de refração por imersão, procura-se o líquido no qual a pedra "desaparece". O que se pode concluir sobre o índice de refração da pedra?
b) Por que ocorrem intensas reflexões nas fraturas das turmalinas?

Respostas: a) É igual ou aproximadamente igual ao do líquido; b) Principalmente porque muitos raios de luz, dirigindo-se do cristal para o gás da fratura, sofrem reflexão total da fronteira cristal-gás.

48 (Unicamp-SP – mod.) Um tipo de miragem muito comum nos leva a pensar que há água no chão de uma estrada. O que vemos é, na verdade, a reflexão da luz do céu por uma camada de ar quente próxima ao solo. Isso pode ser explicado por um modelo simplificado como o da figura abaixo, em que **n** representa o índice de refração. Numa camada próxima ao solo, o ar é aquecido e assim seu índice de refração n_2 se reduz.
Considere a situação na qual o ângulo de incidência é de 84°. Adote $n_1 = 1{,}010$ e use a aproximação sen 84° = 0,995.



a) Qual deve ser o máximo valor de n_2 para que a miragem seja vista? Dê a resposta com três casas decimais.
b) Em qual das camadas (1 ou 2) a velocidade da luz é maior?

Resolução:
a) Sendo **L** o ângulo-limite e considerando que deva haver reflexão total, temos:
$84° \geqslant L \Rightarrow \text{sen } 84° \geqslant \text{sen } L$
$\text{sen } 84° \geqslant \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 \leqslant n_1 \text{ sen } 84°$
$n_2 \leqslant 1{,}010 \cdot 0{,}995 \Rightarrow \boxed{n_{2_{máx}} = 1{,}005}$

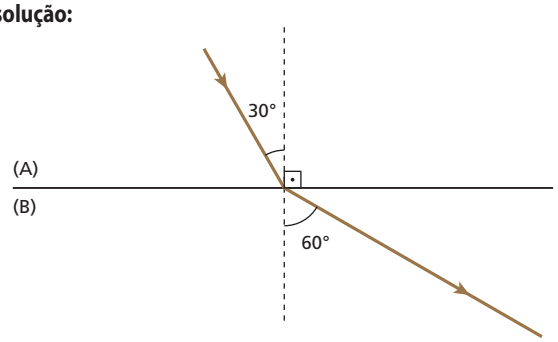
b) O índice de refração **n** de um meio em que a luz se propaga com velocidade **v** é dado por: $n = \frac{c}{v}$.
Então, como n_2 é menor que n_1, temos: $\boxed{v_2 > v_1 \text{ (camada 2)}}$

Nota: Não é necessário ocorrer reflexão total para que a miragem seja percebida. Como o poder refletor de uma superfície aumenta com o ângulo de incidência, podemos ver uma boa miragem antes que esse ângulo atinja o valor limite.

Respostas: a) 1,005; b) Na camada 2

49 Um raio de luz monocromática atravessa a fronteira plana entre dois meios **A** e **B**, de **A** para **B**, com ângulo de incidência igual a 30° e ângulo de refração igual a 60°. Determine:
a) o comportamento de um raio de luz de mesma frequência, que se dirige de **A** para **B** com ângulo de incidência de 60°;
b) o comportamento de um raio de luz de mesma frequência, que forma no meio **B** um ângulo de 30° com a normal e dirige-se de **B** para **A**.

Resolução:



$n_A \text{ sen } 30° = n_B \text{ sen } 60° \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \sqrt{3}$

a) $\frac{\text{sen } \theta_B}{\text{sen}\theta_A} = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow \frac{\text{sen } \theta_B}{\text{sen } 60°} = \sqrt{3} \Rightarrow \text{sen } \theta_B = 1{,}5 \text{ (absurdo!)}$

Reflexão total

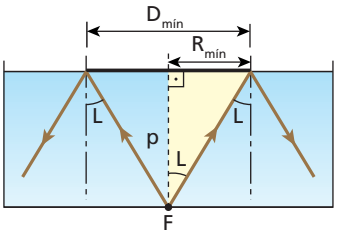
b) $\frac{\text{sen } \theta'_B}{\text{sen } \theta'_A} = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow \frac{\text{sen } 30°}{\text{sen}\theta'_A} = \sqrt{3} \Rightarrow \text{sen } \theta'_A = \frac{\sqrt{3}}{6}$

O raio refrata-se para o meio **A** aproximando-se da normal, formando com a citada reta um ângulo θ'_A, dado por $\theta'_A = \text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{6}$. Devemos observar, entretanto, que parte da luz incidente é refletida, retornando ao meio **B**.

Respostas: a) Sofre reflexão total na fronteira entre **A** e **B**; b) Sofre refração com ângulo de refração de arc sen $\frac{\sqrt{3}}{6}$, além de reflexão parcial na fronteira entre **B** e **A**.

50 **E.R.** No fundo de um tanque de profundidade **p** igual a 2,0 m há uma fonte de luz **F**, considerada pontual. O tanque é, então, preenchido com um líquido de índice de refração absoluto $\sqrt{2}$, em cuja superfície é posto a flutuar um disco opaco, circular e de centro pertencente à vertical que passa por **F**. Calcule o mínimo diâmetro que o disco deve ter para que observadores situados no ar não consigam ver a fonte **F**. As paredes do tanque são opacas.

Resolução:
Os raios emitidos por **F**, e que incidem na fronteira líquido-ar sob ângulos de incidência maiores que o ângulo-limite **L** ou iguais a ele, sofrem reflexão total e, portanto, não emergem para o ar. Assim, apenas um cone de luz proveniente de **F** é capaz de emergir para o ar. Entretanto, esse cone não emergirá se a superfície do líquido for coberta por um material opaco. E a figura mostra o disco de diâmetro mínimo ($D_{mín}$) capaz de fazer isso:



Calculando o ângulo-limite **L**:

$$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{n_{ar}}{n_{líquido}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow L = 45°$$

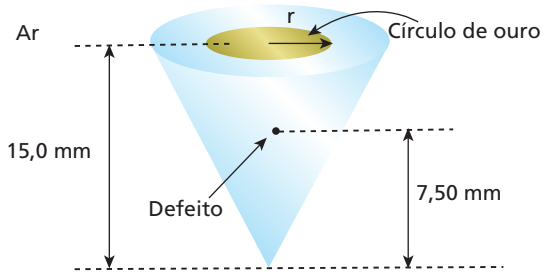
No triângulo retângulo destacado, temos:

$$\text{tg } L = \frac{R_{mín}}{p} \Rightarrow \text{tg } 45° = \frac{R_{mín}}{2{,}0} \Rightarrow 1 = \frac{R_{mín}}{2{,}0} \Rightarrow R_{mín} = 2{,}0 \text{ m}$$

Portanto: $\boxed{D_{mín} = 4{,}0 \text{ m}}$

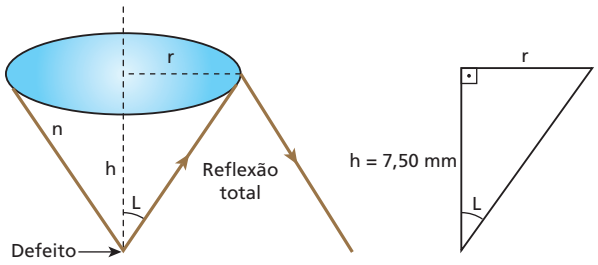
51 (UFPE) Uma pedra preciosa cônica, de 15,0 mm de altura e índice de refração igual a 1,25, possui um pequeno ponto defeituoso sobre o eixo do cone a 7,50 mm de sua base. Para esconder esse ponto de quem olha de cima, um ourives deposita um pequeno círculo de ouro

na superfície. A pedra preciosa está incrustada em uma joia de forma que sua área lateral não está visível. Qual deve ser o menor raio **r**, em mm, do círculo de ouro depositado pelo ourives?



Resolução:
Sendo **L** o ângulo-limite na fronteira pedra-ar:

$$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \text{sen } L = \frac{1}{1{,}25} = \frac{4}{5}$$



No triângulo retângulo destacado:

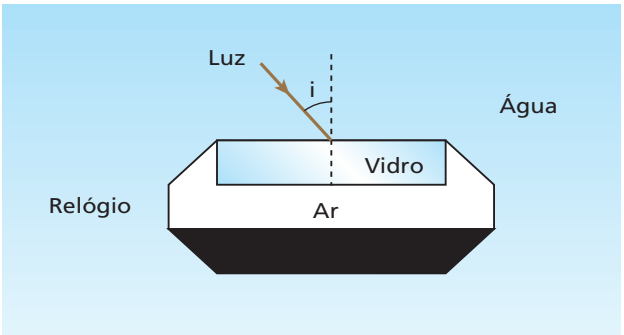
$$\text{tg } L = \frac{r}{h} \Rightarrow \frac{\text{sen } L}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 L}} = \frac{r}{h}$$

$$r = \frac{h \text{ sen } L}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 L}} = \frac{7{,}50 \cdot \frac{4}{5}}{\sqrt{1 - \frac{16}{25}}} = \frac{7{,}50 \cdot \frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}$$

$\boxed{r = 10 \text{ mm}}$ (raio mínimo)

Resposta: 10 mm

52 Alguns alunos contaram a um professor de Física que os mostradores de seus relógios pareciam belos espelhos quando observados de certas posições, durante um mergulho. Aberta a discussão para a análise do fenômeno, um aluno lembrou que sob o vidro do mostrador existe ar e que o fenômeno era devido à reflexão total na interface vidro-ar.

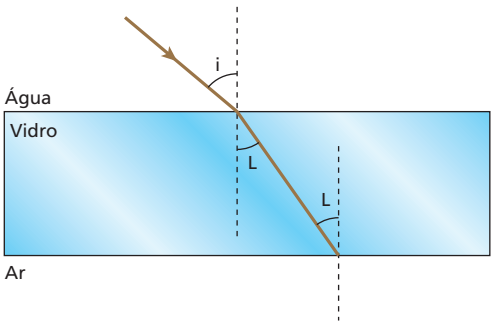


Determine para que valores do ângulo de incidência **i** ocorre o fenômeno descrito.

Dados: índice de refração do ar = 1,0;
índice de refração da água = 1,3;
índice de refração do vidro = 1,4;
sen 45° = 0,71; sen 48° = 0,74;
sen 46° = 0,72; sen 49° = 0,75;
sen 47° = 0,73; sen 50° = 0,77.

Resolução:
Ângulo-limite na fronteira vidro-ar:

$$\text{sen } L = \frac{n_{ar}}{n_{vidro}} = \frac{1{,}0}{1{,}4}$$



$$n_{água} \text{ sen } i = n_{vidro} \text{ sen } L$$

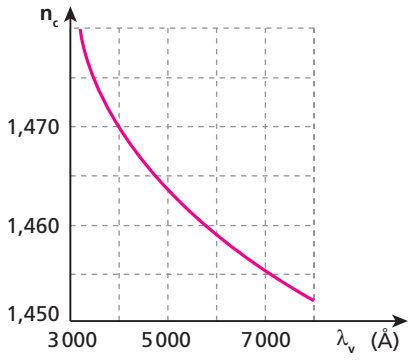
$$\text{sen } i = \frac{1{,}4 \cdot \frac{1{,}0}{1{,}4}}{1{,}3} = 0{,}77$$

$\boxed{i \simeq 50°}$

Então: $\boxed{\text{A reflexão total ocorre para } i \geqslant 50°.}$

Resposta: $i \geqslant 50°$

53 O gráfico abaixo fornece o índice de refração n_c de um cristal em função do comprimento de onda da luz, λ_v, medido no vácuo. Considere $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s a velocidade de propagação da luz no vácuo.



a) Com que velocidade v_c a luz de comprimento de onda $\lambda_v = 4\,000$ Å se propaga no cristal?
b) Determine o comprimento de onda λ_c da luz de comprimento de onda $\lambda_v = 4\,000$ Å, quando se propaga no cristal.
c) Um estreito feixe cilíndrico de luz de comprimento de onda $\lambda_v = 4\,000$ Å, propagando-se no vácuo, incide na face plana de um bloco desse cristal, com ângulo de incidência $\theta_v = 30°$. Determine o ângulo de refração correspondente (θ_c).

Resolução:

a) $n_c = 1{,}470$

$$\frac{v_c}{v_v} = \frac{n_v}{n_c} \Rightarrow \frac{v_c}{c} = \frac{n_v}{n_c} \Rightarrow \frac{v_c}{3{,}00 \cdot 10^8} = \frac{1{,}00}{1{,}470} \Rightarrow \boxed{v_c \simeq 2{,}04 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

b)

$$\frac{\lambda_c}{\lambda_v} = \frac{n_v}{n_c} \Rightarrow \frac{\lambda_c}{4\,000} = \frac{1{,}00}{1{,}470} \Rightarrow \boxed{\lambda_c \simeq 2\,721 \text{ Å}}$$

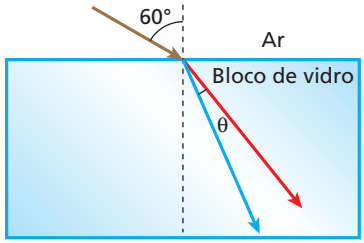
c) $n_v \operatorname{sen} \theta_v = n_c \operatorname{sen} \theta_c \Rightarrow 1{,}00 \cdot \frac{1}{2} = 1{,}470 \operatorname{sen} \theta_c \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_c \simeq 0{,}34$

$\boxed{\theta_c \simeq \text{arc sen } 0{,}34}$

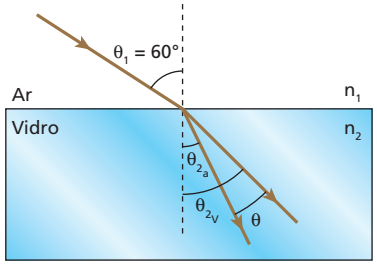
Respostas: a) $v_c \simeq 2{,}04 \cdot 10^8$ m/s; b) $\lambda_c \simeq 2\,721$ Å; c) $\theta_c \simeq$ arc sen 0,34

54 (UFPE) Um feixe de luz, ao incidir sobre uma superfície plana de um bloco de vidro, se abre num leque multicor de luz cujo ângulo de abertura **θ** é limitado pelas componentes azul e vermelha do feixe. Utilizando a tabela que dá os índices de refração do vidro em relação ao ar, para várias cores, calcule o valor de **θ**, em graus (sen 60° ≃ 0,866 e sen 45° ≃ 0,707).

Cor	Índice de refração
Azul	1,732
Verde	1,643
Amarela	1,350
Vermelha	1,225



Resolução:



- $n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_{2_v} \operatorname{sen} \theta_{2_v} \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_{2_v} = \frac{n_1 \operatorname{sen} \theta_1}{n_{2_v}} \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_{2_v} = \frac{1{,}0 \cdot 0{,}866}{1{,}225}$

  $\operatorname{sen} \theta_{2_v} = 0{,}707 \Rightarrow \theta_{2_v} = 45°$

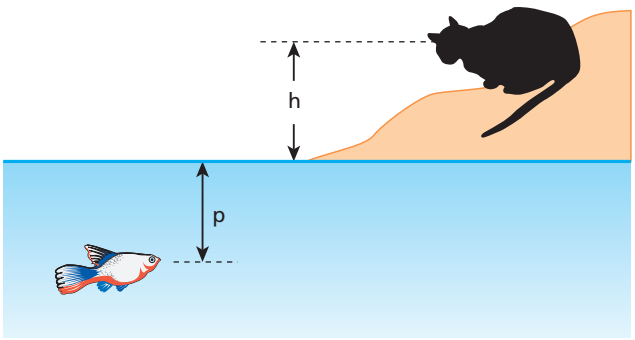
- $n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_{2_a} \operatorname{sen} \theta_{2_a} \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_{2_a} = \frac{n_1 \operatorname{sen} \theta_1}{n_{2_a}} \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_{2_a} = \frac{1{,}0 \cdot 0{,}866}{1{,}732}$

  $\operatorname{sen} \theta_{2_a} = 0{,}5 \Rightarrow \theta_{2_a} = 30°$

- $\theta = \theta_{2_v} - \theta_{2_a} = 45° - 30° \Rightarrow \boxed{\theta = 15°}$

Resposta: 15°

55 Na figura a seguir, em relação à superfície da água:



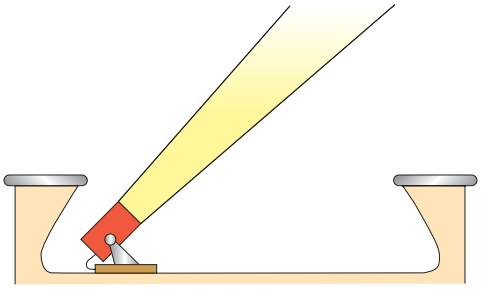
a) o peixe vê o gato a uma altura maior ou menor que **h**?
b) o gato vê o peixe a uma profundidade maior ou menor que **p**?

Resolução:

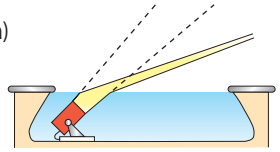
Nos dois casos, observa-se uma elevação aparente do objeto.
Assim, o peixe vê o gato a uma altura maior que **h** e o gato vê o peixe a uma profundidade menor que **p**.

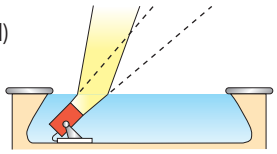
Respostas: a) Maior; b) Menor

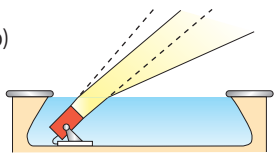
56 (UFSCar-SP) Um canhão de luz foi montado no fundo de um laguinho artificial. Quando o lago se encontra vazio, o feixe produzido corresponde ao representado na figura.

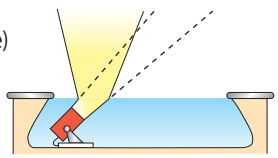


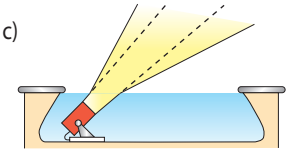
Quando cheio de água, uma vez que o índice de refração da luz na água é maior que no ar, o esquema que melhor representa o caminho a ser seguido pelo feixe de luz é:

a)


d)


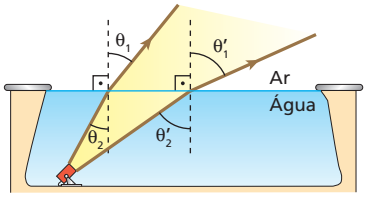
b)


e)


c)


Resolução:

• Os raios que incidem obliquamente na fronteira água-ar, sofrendo refração, afastam-se da normal porque o índice de refração do ar é menor que o da água:



$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\text{sen}\theta'_2}{\text{sen}\theta'_1} = \dfrac{n_{ar}}{n_{água}} \\ \dfrac{\text{sen}\theta_2}{\text{sen}\theta_1} = \dfrac{n_{ar}}{n_{água}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\text{sen}\theta'_2}{\text{sen}\theta'_1} = \frac{\text{sen}\theta_2}{\text{sen}\theta_1}$$

Como θ'_2 é maior que θ_2, concluímos que θ'_1 também é maior que θ_1.

Resposta: b

57 No fundo de uma piscina, há uma pedrinha a 2,0 m de profundidade. Considerando igual a $\frac{4}{3}$ o índice de refração da água, qual a profundidade aparente dessa pedra para uma pessoa que se encontra fora da água, nas vizinhanças da vertical que passa pela pedra?

Resolução:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} = \frac{n_{ar}}{n_{água}}$$

$$\frac{d'}{2,0} = \frac{1,0}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \boxed{d' = 1,5 \text{ m}}$$

Resposta: 1,5 m

58 Um mergulhador imerso nas águas de um lago observa um avião no instante em que ambos estão aproximadamente na mesma vertical. O avião está 300 m acima da superfície da água, cujo índice de refração é igual a $\frac{4}{3}$. A que altura da superfície da água o avião aparenta estar em relação ao mergulhador?

Resolução:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} = \frac{n_{água}}{n_{ar}} =$$

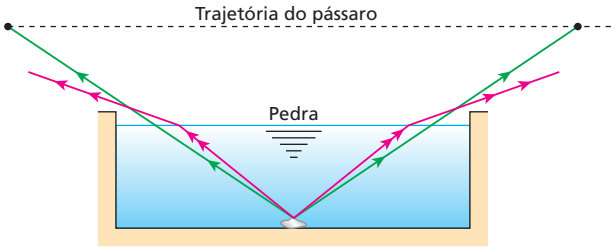
$$\frac{d'}{300} = \frac{\frac{4}{3}}{1,0} \Rightarrow \boxed{d' = 400 \text{ m}}$$

Resposta: 400 m

59 (Fuvest-SP) Um pássaro sobrevoa em linha reta e a baixa altitude uma piscina em cujo fundo se encontra uma pedra. Podemos afirmar que:

a) com a piscina cheia, o pássaro poderá ver a pedra durante um intervalo de tempo maior do que se a piscina estivesse vazia.
b) com a piscina cheia ou vazia, o pássaro poderá ver a pedra durante o mesmo intervalo de tempo.
c) o pássaro somente poderá ver a pedra enquanto estiver voando sobre a superfície da água.
d) o pássaro, ao passar sobre a piscina, verá a pedra numa posição mais profunda do que aquela em que ela realmente se encontra.
e) o pássaro nunca poderá ver a pedra.

Resolução:



A figura mostra que, com a piscina cheia, o pássaro poderá ver a pedra durante um intervalo de tempo maior que o intervalo de tempo que a veria se a piscina estivesse vazia.

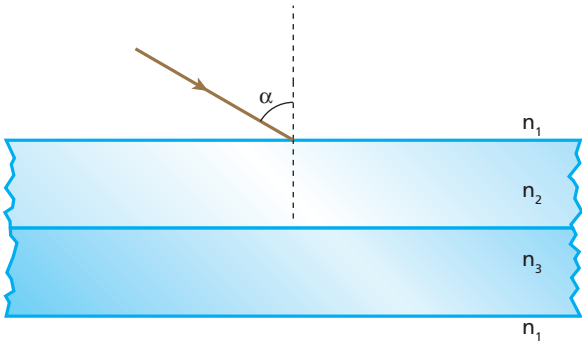
Resposta: a

60 Um raio de luz monocromática propaga-se no ar e incide numa lâmina de vidro de faces paralelas, totalmente envolvida pelo ar. Pode-se afirmar que:

a) o raio emergente tem direção diferente da direção do raio incidente;
b) pode ocorrer reflexão total da luz na segunda incidência;
c) o raio emergente sempre se apresenta lateralmente deslocado em relação ao raio incidente;
d) o deslocamento lateral da luz pode ser maior que a espessura da lâmina;
e) o deslocamento lateral da luz fica determinado pelo ângulo de incidência, pelo índice de refração e pela espessura da lâmina.

Resposta: e

61 No arranjo representado na figura, temos duas lâminas de faces paralelas transparentes e sobrepostas. Os materiais de que são feitas as lâminas têm índices de refração n_2 e n_3, enquanto o meio que envolve o sistema tem índice de refração n_1, tal que $n_3 > n_2 > n_1$.



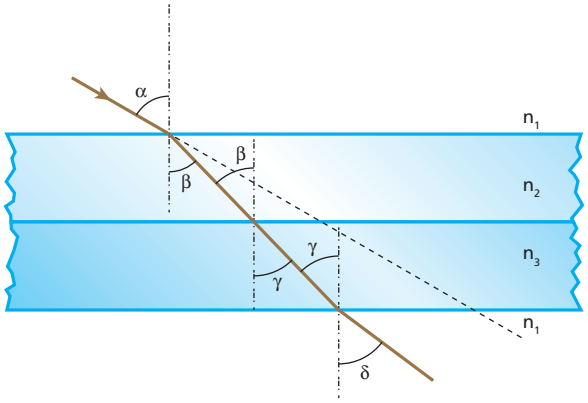
Um raio luminoso monocromático incide na lâmina superior com um ângulo **α**. Determine:

a) o ângulo de emergência da luz na lâmina inferior ao abandonar o conjunto de lâminas;

b) se esse ângulo de emergência depende dos materiais das lâminas, respeitadas as condições do enunciado.

Resolução:

a)



1ª refração: $n_1 \text{ sen } \alpha = n_2 \text{ sen } \beta$

2ª refração: $n_2 \text{ sen } \beta = n_3 \text{ sen } \gamma$

3ª refração: $n_3 \text{ sen } \gamma = n_1 \text{ sen } \delta$

$n_1 \text{ sen } \alpha = n_2 \text{ sen } \beta = n_3 \text{ sen } \gamma = n_1 \text{ sen } \delta$

$n_1 \text{ sen } \delta = n_1 \text{ sen } \alpha \Rightarrow \text{sen } \delta = \text{sen } \alpha$

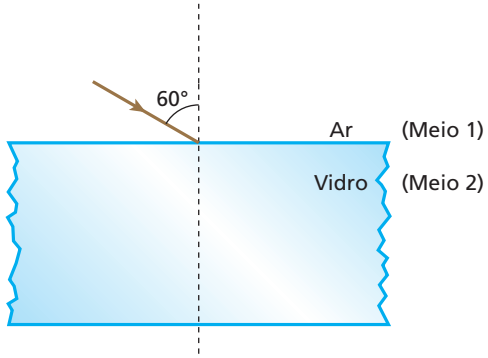
$\boxed{\delta = \alpha}$

A luz emerge sob um ângulo **a**.

b) Respeitadas as condições do enunciado, temos que $\delta = \alpha$, independentemente dos materiais das lâminas.

Respostas: a) α; b) Não depende

62 **E.R.** Sobre uma lâmina de vidro de 4,0 cm de espessura e índice de refração $\sqrt{3}$, mergulhada no ar, incide um raio de luz monocromática, como ilustra a figura:



Calcule o deslocamento lateral do raio emergente em relação ao raio incidente.

Resolução:

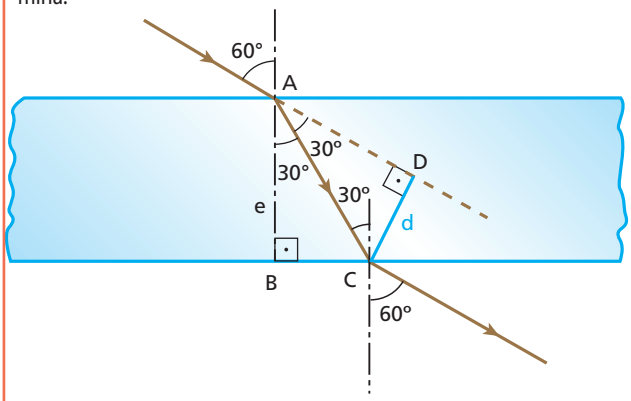
Pela Lei de Snell, calculamos o primeiro ângulo de refração:

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

Sendo $n_1 = 1$, $\text{sen } \theta_1 = \text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $n_2 = \sqrt{3}$, temos:

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \text{sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30°$$

Representemos, então, a trajetória do raio até que ele emerja da lâmina:



No triângulo ABC, temos e = 4,0 cm e podemos escrever:

$$\cos 30° = \frac{e}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4,0}{AC} \Rightarrow AC = \frac{8,0}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

No triângulo ADC, temos:

$$\text{sen } 30° = \frac{d}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{d}{\frac{8,0}{\sqrt{3}}} \Rightarrow \boxed{d = 2,3 \text{ cm}}$$

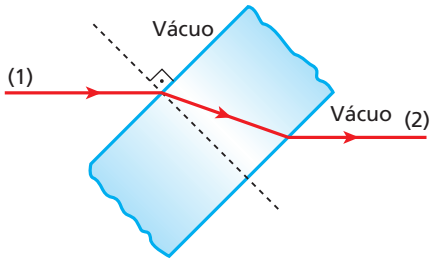
Nota:

- Uma vez calculado $\theta_2 = 30°$, poderíamos obter o deslocamento lateral pela aplicação direta da fórmula deduzida na teoria:

$$d = \frac{e \text{ sen } (\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2} = \frac{4,0 \text{ sen } (60° - 30°)}{\cos 30°}$$

$$d = \frac{4,0 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \boxed{d = 2,3 \text{ cm}}$$

63 Na figura, temos uma lâmina de faces paralelas de quartzo fundido. O índice de refração do quartzo fundido é igual a 1,470 para a luz violeta e 1,455 para a luz vermelha. O raio 1, de luz monocromática vermelha proveniente do vácuo, incide na lâmina, emergindo dela segundo o raio 2:



Se o raio 1 fosse de luz monocromática violeta, o raio emergente da lâmina:

a) estaria acima do raio 2 e continuaria paralelo ao raio 1;

b) estaria abaixo do raio 2 e continuaria paralelo ao raio 1;

c) seria coincidente com o raio 2;

d) não seria paralelo ao raio 1;

e) talvez não existisse.

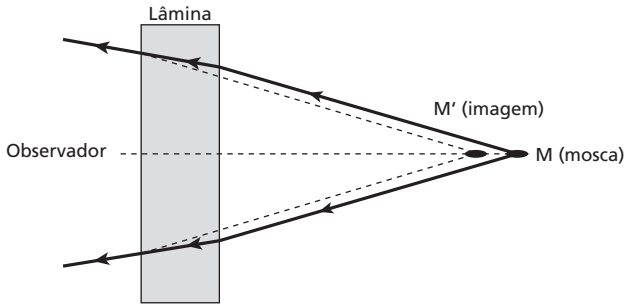
Resposta: b

64 Quando observamos uma mosca através de uma vidraça comum (lâmina de faces paralelas), o que vemos, na realidade, é a imagem da mosca, conjugada pela lâmina.

a) Essa imagem é real ou virtual?

b) A distância entre nós e a imagem é maior ou menor que a distância entre nós e a mosca?

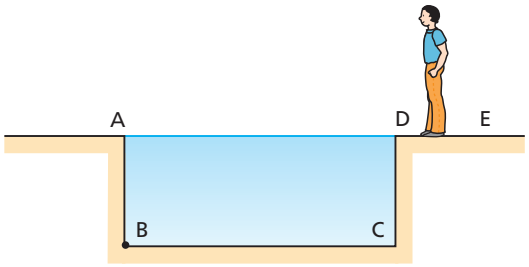
Resolução:



A imagem é virtual e está mais próxima do observador que a mosca.

Respostas: a) Virtual; b) Menor

65 (PUC-SP) No esquema, ABCD representa uma seção transversal de um tanque de profundidade **h**, cheio de água. Um observador, inicialmente em **D**, começa a se afastar do tanque na direção DE.



Chamando de h_1 e de h_2, respectivamente, as profundidades aparentes do ponto **B**, para o observador em **D** e **E**, pode-se afirmar que:

a) $h_1 = h_2 > h$.

b) $h_1 = h_2 < h$.

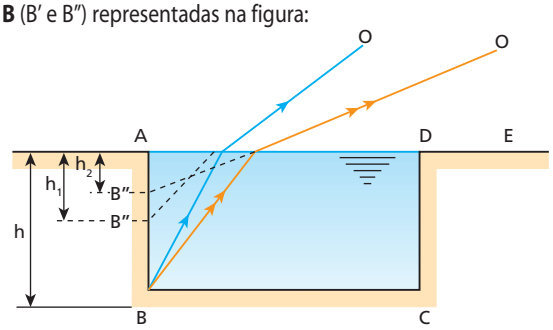
c) $h_1 \neq h_2$, com $h_1 > h$ e $h_2 > h$.

d) $h_1 < h_2 < h$.

e) $h_2 < h_1 < h$.

Resolução:

Para o observador (**O**) em **D** e **E**, temos aproximadamente as imagens de **B** (B′ e B″) representadas na figura:



$h_2 < h_1 < h$

Resposta: e

66 (UFC-CE) Coloca-se água em um aquário de modo a ocupar 60 cm de sua altura. Quando visto verticalmente de cima para baixo, a água parece ocupar uma altura diferente, **h**. Supondo que a velocidade de propagação da luz no ar seja de 300 000 km/s e na água de 225 000 km/s, determine, em centímetros, a altura aparente **h**.

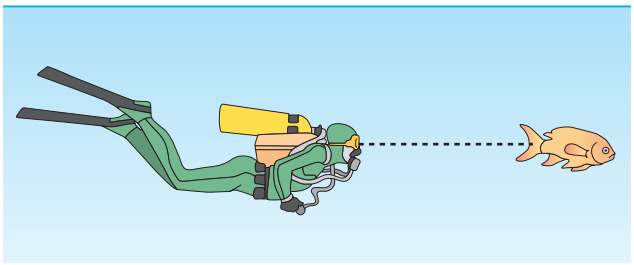
Resolução:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} = \frac{v_{destino}}{v_{origem}} = \frac{v_{água}}{v_{ar}}$$

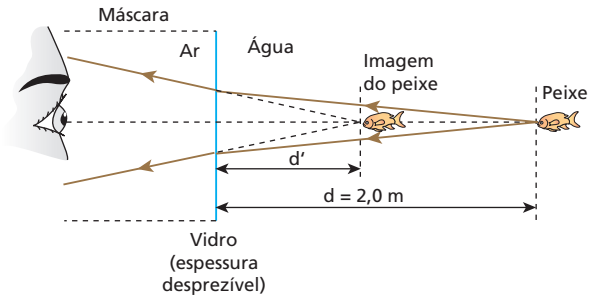
$$\frac{d'}{60} = \frac{225\,000}{300\,000} \Rightarrow \boxed{d' = 45 \text{ cm} = h}$$

Resposta: 45 cm

67 (UFRJ) Temos dificuldade em enxergar com nitidez debaixo da água porque os índices de refração da córnea e das demais estruturas do olho são muito próximos do índice de refração da água $\left(n_{água} = \frac{4}{3}\right)$. Por isso, usamos máscaras de mergulho, o que interpõe uma pequena camada de ar ($n_{ar} = 1$) entre a água e o olho. Um peixe está a uma distância de 2,0 m de um mergulhador. Suponha o vidro da máscara plano e de espessura desprezível. Calcule a que distância o mergulhador vê a imagem do peixe. Lembre-se de que para ângulos pequenos tg (a) ≃ sen (a).



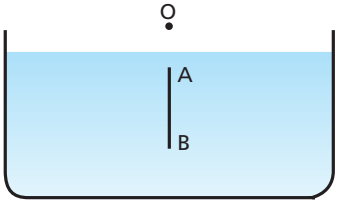
Resolução:



$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} = \frac{n_{ar}}{n_{água}} \Rightarrow \frac{d'}{2,0} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \boxed{d' = 1,5 \text{ m}}$$

Resposta: 1,5 m

68 No esquema seguinte, um observador vê um bastão cilíndrico AB, de comprimento L = 20 cm, totalmente imerso na água (índice de refração igual a $\frac{4}{3}$). O eixo longitudinal do bastão é perpendicular à superfície da água e o olho **O** do observador encontra-se nas vizinhanças desse eixo.



Admitindo que o meio externo ao recipiente seja o ar (índice de refração 1), calcule o comprimento aparente L′ que o observador detecta para o comprimento do bastão. O comprimento aparente determinado para o bastão depende da distância entre sua extremidade superior e a superfície livre da água?

Resolução:

Sendo **x** a distância de **A** à superfície livre da água, temos:

- $\frac{d'_B}{d_B} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow d'_B = \frac{3}{A}(L + x)$
- $\frac{d'_A}{d_A} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow d'_A = \frac{3}{A}x$
- $L' = d'_B - d'_A = \frac{3}{4}(L + x - x) = \frac{3}{4}L$

$L' = \frac{3}{4} \cdot 20\ cm \Rightarrow \boxed{L' = 15\ cm}$ (independe de **x**)

Note que poderíamos ter feito:

$$\frac{L'}{L} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow L' = \frac{3}{4}L$$

Resposta: 15 cm; não depende

69 (UFU-MG) A profundidade de uma piscina vazia é tal que sua parede, revestida com azulejos quadrados de 12 cm de lado, contém 12 azulejos justapostos verticalmente. Um banhista, na borda da piscina cheia de água (índice de refração igual a $\frac{4}{3}$), olhando quase perpendicularmente, verá a parede da piscina formada por:

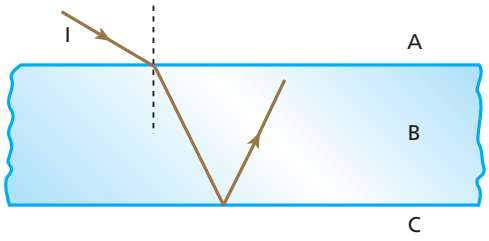
a) 12 azulejos de 9 cm de lado vertical.
b) 9 azulejos de 16 cm de lado vertical.
c) 16 azulejos de 9 cm de lado vertical.
d) 12 azulejos de 12 cm de lado vertical.
e) 9 azulejos de 12 cm de lado vertical.

Resolução:

$$\frac{L'}{L} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow \frac{L'}{12} = \frac{1,0}{\frac{4}{3}} \quad \boxed{L' = 9\ cm}$$

Resposta: a

70 (Cesgranrio-RJ)



Dois meios **A** e **C** estão separados por uma lâmina de faces paralelas (**B**). Um raio luminoso I, propagando-se em **A**, penetra em **B** e sofre reflexão total na face que separa **B** de **C**, conforme indica a figura.
Sendo n_A, n_B e n_C os índices de refração dos meios **A**, **B** e **C**, teremos, respectivamente:

a) $n_A > n_B > n_C$.
b) $n_A > n_C > n_B$.
c) $n_B > n_A > n_C$.
d) $n_B > n_C > n_A$.
e) $n_C > n_B > n_A$.

Resolução:

- $n_B > n_A$, porque o raio aproxima-se da normal ao passar de **A** para **B**.
- Se n_C fosse igual a n_A, haveria refração de **B** para **C**. Como não há, concluímos que n_C é menor que n_A.

$\boxed{n_B > n_A > n_C}$

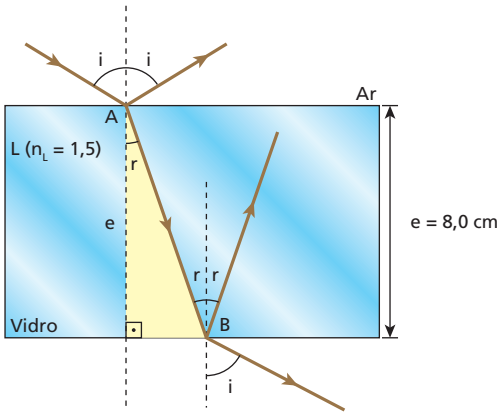
Resposta: c

71 (Fuvest-SP) Um raio luminoso proveniente do ar atinge uma lâmina de vidro de faces paralelas com 8,0 cm de espessura e 1,5 de índice de refração. Esse raio sofre refração e reflexão ao atingir a primeira superfície; refração e reflexão ao atingir a segunda superfície (interna).

a) Trace, em seu caderno, as trajetórias dos raios incidente, refratados e refletidos.
b) Determine o tempo para o raio refratado atravessar a lâmina, sendo o seno do ângulo de incidência 0,9.

Resolução:

a)



b) $n_{ar} \operatorname{sen} i = n_L \operatorname{sen} r \Rightarrow 1,0 \cdot 0,9 = 1,5 \operatorname{sen} r \Rightarrow \operatorname{sen} r = 0,6$

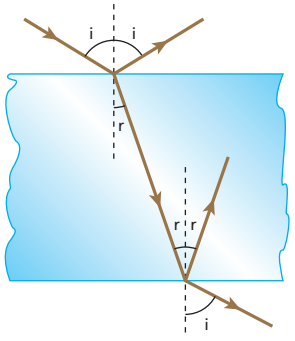
Logo, $\cos r = 0,8$.

$$\cos r = \frac{e}{\overline{AB}} \Rightarrow 0,8 = \frac{8,0}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} = 10\ cm$$

$$v_L = \frac{c}{n_L} = \frac{3,0 \cdot 10^{10}\ cm/s}{1,5} \Rightarrow v_L = 2,0 \cdot 10^{10}\ cm/s$$

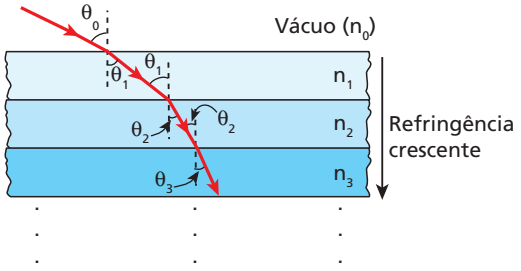
$$\Delta t = \frac{\overline{AB}}{v_L} = \frac{10}{2,0 \cdot 10^{10}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 5 \cdot 10^{-10}\ s}$$

Respostas: a)



b) $5 \cdot 10^{-10}$ s

72 **E.R.** A figura representa um raio de luz monocromática incidindo **obliquamente** em uma justaposição de uma quantidade finita de lâminas de faces paralelas, cujos índices de refração crescem da primeira até a última:



Prove que é impossível o raio tornar-se perpendicular às lâminas após uma quantidade qualquer de refrações.

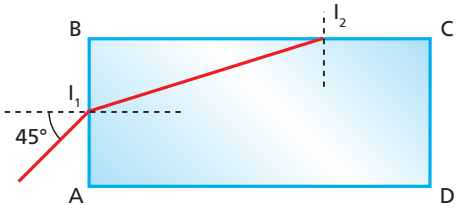
Resolução:

Consideremos a passagem do raio de uma lâmina de ordem **k** para a lâmina de ordem (k + 1). Aplicando a Lei de Snell, temos:

$$n_k \operatorname{sen} \theta_k = n_{k+1} \operatorname{sen} \theta_{k+1} \quad (I)$$

Admitindo que nessa refração o raio refratado torne-se perpendicular às lâminas, temos $\theta_{k+1} = 0$ e, consequentemente, $\operatorname{sen} \theta_{k+1} = 0$. Substituindo esse valor na expressão (I), concluímos que θ_k também é igual a zero. Então, para que o raio refratado seja perpendicular às lâminas, o raio incidente também tem de ser. Continuando com esse raciocínio para as lâminas anteriores, até chegar à primeira, concluímos que θ_0 é igual a zero, o que contraria a hipótese de que a incidência é oblíqua.

73 Tem-se um bloco de vidro transparente em forma de paralelepípedo reto imerso no ar. Sua seção transversal ABCD está representada na figura. Um raio de luz monocromática pertencente ao plano definido por ABCD incide em I_1, refratando-se para o interior do bloco e incidindo em I_2:



Sabendo que o índice de refração do vidro em relação ao ar vale $\sqrt{2}$:

a) calcule o ângulo-limite para o dioptro vidro-ar;

b) verifique o que ocorre com a luz logo após a incidência em I_2.

Resolução:

a) $\operatorname{sen} L = \dfrac{n_{ar}}{n_{vidro}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ $\boxed{L = 45°}$

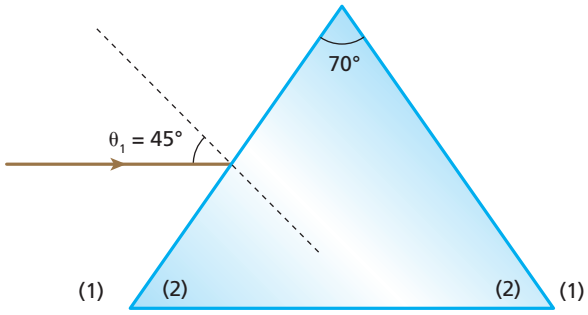
b) Refração em I_1: $\dfrac{\operatorname{sen} 45°}{\operatorname{sen} \theta_2} = \sqrt{2} \Rightarrow \theta_2 = 30°$

No triângulo I_1BI_2: $I_1\hat{I}_2B = 30°$

Assim, o ângulo de incidência em I_2 é de 60°. Pelo fato de esse ângulo superar o ângulo-limite do dioptro vidro-ar (60° > 45°), ocorre **reflexão total** em I_2.

Respostas: a) 45°; b) Reflexão total

74 **E.R.** Um prisma de abertura A = 70° e índice de refração $\sqrt{2}$, imerso no ar, recebe um estreito pincel cilíndrico de luz monocromática sob ângulo de incidência θ_1 igual a 45°, como representa a figura:



Dados: sen 40° = 0,64; sen 64° = 0,90.

Determine:

a) o desvio do pincel na primeira refração;

b) o desvio do pincel na segunda refração;

c) o desvio total.

Resolução:

a) Aplicando a Lei de Snell na primeira refração, temos:

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{sen} \theta_2$$

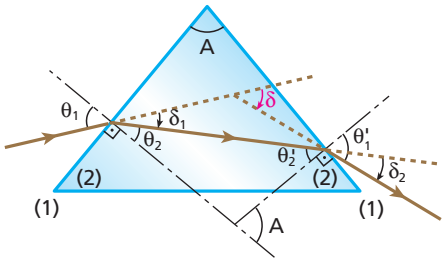
Sendo $n_1 = 1$, $\operatorname{sen} \theta_1 = \operatorname{sen} 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ e $n_2 = \sqrt{2}$, vamos calcular θ_2:

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30°$$

O desvio na primeira refração é δ_1, dado por:

$$\delta_1 = \theta_1 - \theta_2 = 45° - 30° \Rightarrow \boxed{\delta_1 = 15°}$$

b) Veja a trajetória de um raio do pincel até emergir do prisma:



Vamos calcular θ_2' lembrando que A = 70° e θ_2 = 30°:

$$A = \theta_2 + \theta_2' \Rightarrow 70° = 30° + \theta_2' \Rightarrow \theta_2' = 40°$$

Aplicando a Lei de Snell na segunda refração, temos:

$$n_2 \operatorname{sen} \theta_2' = n_1 \operatorname{sen} \theta_1' \Rightarrow \sqrt{2} \cdot 0{,}64 = 1 \cdot \operatorname{sen} \theta_1'$$

$$\operatorname{sen} \theta_1' = 0{,}90 \Rightarrow \theta_1' = 64°$$

O desvio na segunda refração é δ_2, dado por:

$$\delta_2 = \theta_1' - \theta_2' = 64° - 40° \Rightarrow \boxed{\delta_2 = 24°}$$

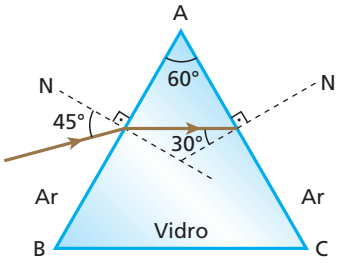
c) O desvio total é $\boldsymbol{\delta}$, dado por:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 15° + 24° \Rightarrow \boxed{\delta = 39°}$$

Nota:
- Só depois de calculado θ_1', o desvio total δ poderia ser obtido pela fórmula deduzida na teoria:

$$\delta = \theta_1 + \theta_1' - A = 45° + 64° - 70° \Rightarrow \boxed{\delta = 39°}$$

75 (Puccamp-SP) Um prisma de vidro, cujo ângulo de refringência é 60°, está imerso no ar. Um raio de luz monocromática incide em uma das faces do prisma sob ângulo de 45° e, em seguida, na segunda face sob ângulo de 30°, como está representado no esquema:



Dados: $\operatorname{sen} 30° = \frac{1}{2}$;

$\operatorname{sen} 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

$\operatorname{sen} 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Nessas condições, o índice de refração do vidro em relação ao ar, para essa luz monocromática, vale:

a) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
b) $\sqrt{3}$.
c) $\sqrt{2}$.
d) $\frac{\sqrt{6}}{2}$.
e) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Resolução:
- $A = \theta_2 + \theta_2'$

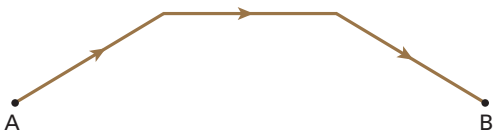
  $60° = \theta_2 + 30° \Rightarrow \theta_2 = 30°$
- $n_{ar} \operatorname{sen}\theta_1 = n_V \operatorname{sen}\theta_2$

$$\frac{n_V}{n_{ar}} = \frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{\operatorname{sen} 45°}{\operatorname{sen} 30°} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{n_{V,Ar} = \sqrt{2}}$$

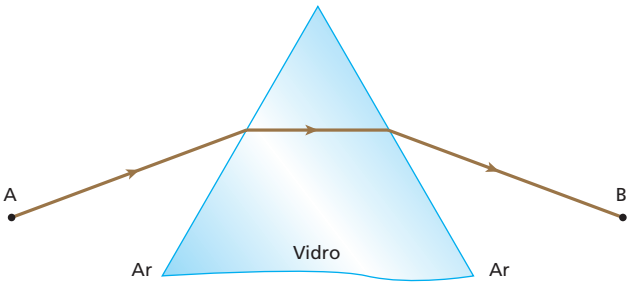
Resposta: c

76 Um raio de luz é emitido do ponto **A** e atravessa meios ordinários, atingindo o ponto **B** segundo a trajetória indicada na figura:



O que se pode afirmar a respeito da quantidade de meios diferentes entre **A** e **B**?

Resolução:
Que há no mínimo 2 meios. Por exemplo:



Resposta: Há, no mínimo, 2.

77 (Fuvest-SP) Um raio monocromático de luz incide no ponto **A** de uma das faces de um prisma feito de vidro e imerso no ar. A figura 1 representa apenas o raio incidente **I** e o raio refratado **R** num plano normal às faces do prisma, cujas arestas são representadas pelos pontos **P**, **S** e **T**, formando um triângulo equilátero. Os pontos **A**, **B** e **C** também formam um triângulo equilátero e são, respectivamente, equidistantes de **P** e **S**, **S** e **T**, e **T** e **P**. Considere os raios E_1, E_2, E_3, E_4 e E_5, que se afastam do prisma, representados na figura 2:

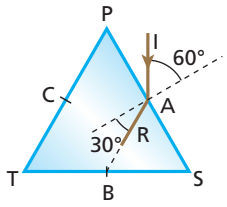


Figura 1

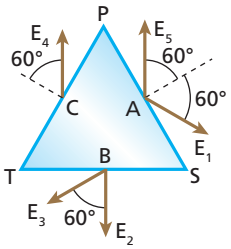
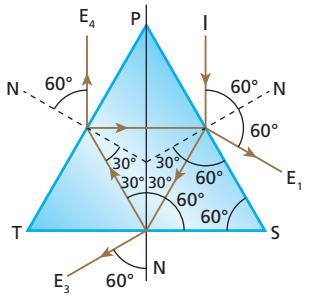


Figura 2

Podemos afirmar que os raios compatíveis com as reflexões e refrações sofridas pelo raio incidente **I**, no prisma, são:

a) somente E_3.
b) somente E_1 e E_3.
c) somente E_2 e E_5.
d) somente E_1, E_3 e E_4.
e) todos (E_1, E_2, E_3, E_4 e E_5).

Resolução:
Enquanto o raio incidente **I** percorre o interior do prisma, ocorrem os seguintes fenômenos:
– refração e reflexão parcial na face PS;
– refração e reflexão parcial na face TS;
– refração e reflexão parcial na face TP.

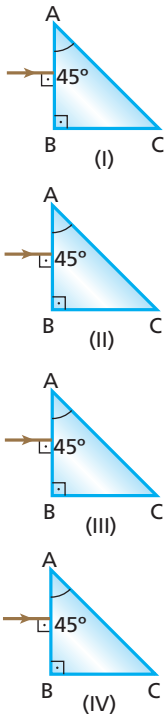


Note que o raio refletido na face TP, ao atingir a face PS, origina os raios já desenhados na figura.

Resposta: d

78 **E.R.** A seguir, estão esquematizados quatro prismas de formas geométricas iguais, imersos no ar, sobre os quais incidem raios luminosos monocromáticos normais às faces AB. Os prismas são feitos de material óptico de índices de refração:

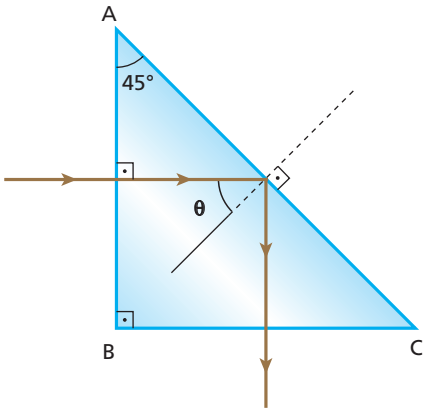
$n_I = \frac{1,5}{\sqrt{2}}$; $n_{II} = \frac{1,8}{\sqrt{2}}$; $n_{III} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ e $n_{IV} = \frac{4}{\sqrt{2}}$.



Em quais dos prismas não ocorre emergência de luz pela face AC?

Resolução:

Para que não haja emergência de luz pela face AC, é preciso que a luz sofra reflexão total nessa face. Para isso, o ângulo de incidência na face AC (θ) deve ser maior que o ângulo-limite (**L**) ou igual a ele:



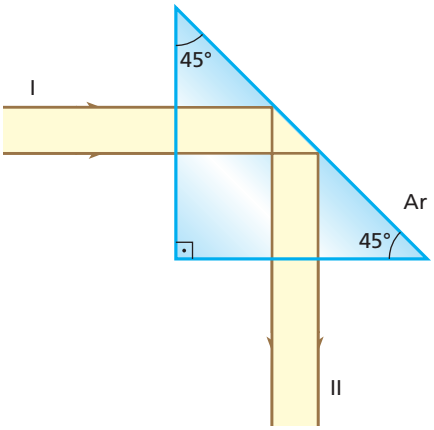
Da geometria da figura, temos que θ é igual a 45° e devemos ter:

$$\theta \geqslant L \Rightarrow \text{sen}\,\theta \geqslant \text{sen}\,L \Rightarrow \text{sen}\,\theta \geqslant \frac{n_{ar}}{n_{prisma}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \geqslant \frac{1}{n_{prisma}} \Rightarrow n_{prisma} \geqslant \frac{2}{\sqrt{2}}$$

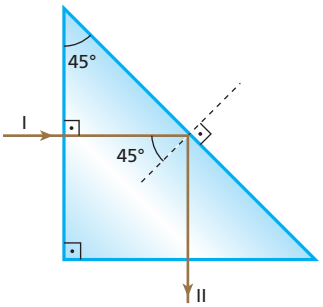
Essa condição é satisfeita pelos prismas III e IV.

79 A seção transversal de um prisma de vidro é um triângulo retângulo isósceles.



Para que o pincel luminoso incidente I sofra um desvio de 90° emergindo por reflexão total segundo o pincel II, qual deve ser o mínimo valor do índice de refração do vidro? Dê a resposta aproximada, com duas casas decimais.

Resolução:



$45^\circ \geqslant L$

$\text{sen}\,45^\circ \geqslant \frac{1}{n_p}$

$n_p \geqslant \sqrt{2} \Rightarrow n_{p_{mín}} = \sqrt{2}$

$n_{p_{mín}} \simeq 1,41$

Resposta: 1,41

80 (UFMG) Um feixe de luz do Sol é decomposto ao passar por um prisma de vidro. O feixe de luz visível resultante é composto de ondas com:

a) apenas sete frequências, que correspondem às cores vermelha, alaranjada, amarela, verde, azul, anil e violeta.
b) apenas três frequências, que correspondem às cores vermelha, amarela e azul.
c) apenas três frequências, que correspondem às cores vermelha, verde e azul.
d) uma infinidade de frequências, que correspondem a cores desde a vermelha até a violeta.

Resposta: d

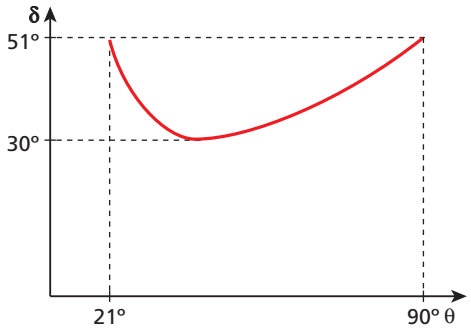
81 Um prisma de ângulo de refringência igual a 60° está imerso no ar. Determine o ângulo com que um raio de luz monocromática deve incidir nesse prisma para atravessá-lo sofrendo desvio mínimo. O índice de refração do prisma para essa luz é $\sqrt{2}$.

Resolução:
- $\theta'_2 = \theta_2$
- $A = \theta_2 + \theta'_2 \Rightarrow A = 2\theta_2 \Rightarrow 60^\circ = 2\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$
- $n_{ar} \operatorname{sen} \theta_1 = n_p \operatorname{sen} \theta_2$

$$1 \cdot \operatorname{sen}\theta_1 = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \operatorname{sen}\theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\theta_1 = 45^\circ}$$

Resposta: 45°

82 Variando-se o ângulo **θ** com que um raio de luz incide em um prisma imerso no ar, seu desvio **δ** varia conforme o gráfico a seguir:



Determine:
a) o ângulo de abertura do prisma;
b) o ângulo de incidência para que o desvio seja mínimo;
c) o índice de refração do prisma.

Resolução:

a) $\delta = \theta_1 + \theta'_1 - A \Rightarrow 51^\circ = 21^\circ + 90^\circ - A \Rightarrow \boxed{A = 60^\circ}$

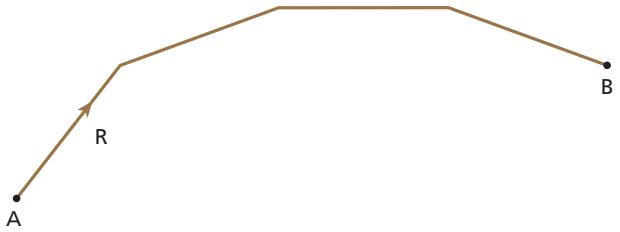
b) $\delta_{mín} = 2\theta_1 - A \Rightarrow 30^\circ = 2\theta_1 - 60^\circ \Rightarrow \boxed{\theta_1 = 45^\circ}$

c) $2\theta_2 = A \Rightarrow 2\theta_2 = 60^\circ \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{n_p}{n_{ar}} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen}45^\circ}{\operatorname{sen}30^\circ} = \frac{n_p}{1} \Rightarrow \boxed{n_p = \sqrt{2}}$$

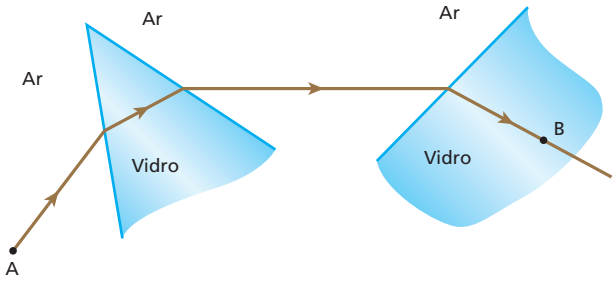
Respostas: a) 60°;) 45; c) $\sqrt{2}$

83 (UFBA) Na figura está representado um raio (**R**) de luz monocromática que se propaga de **A** até **B**.



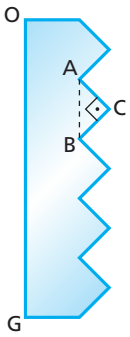
Entre **A** e **B**, qual a mínima quantidade de meios transparentes diferentes?

Resolução:
No mínimo dois meios. Por exemplo:



Resposta: Há no mínimo dois.

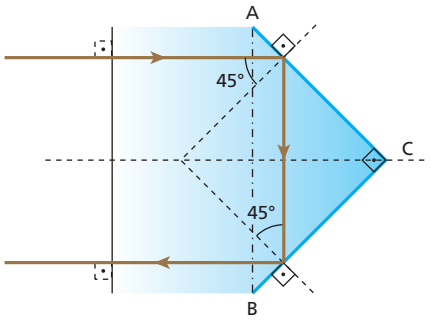
84 (Unicamp-SP) Um tipo de sinalização utilizado em estradas e avenidas é o chamado olho-de-gato, o qual consiste na justaposição de vários prismas **retos**, feitos de plástico, que refletem a luz incidente dos faróis dos automóveis.



a) Reproduza em seu caderno o prisma **ABC** indicado na figura ao lado e desenhe a trajetória de um raio de luz que incide perpendicularmente sobre a face **OG** e sofre reflexões totais nas superfícies **AC** e **BC**.
b) Determine o mínimo valor do índice de refração do plástico, acima do qual o prisma funciona como um refletor perfeito (toda a luz que incide perpendicularmente à superfície **OG** é refletida). Considere o prisma no ar, onde o índice de refração vale 1,0.

Resolução:

a)

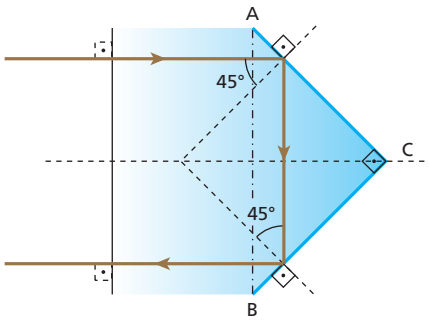


b) $45^\circ \geqslant L \Rightarrow \operatorname{sen}45^\circ \geqslant \operatorname{sen} L \Rightarrow \operatorname{sen}45^\circ \geqslant \frac{n_{ar}}{n_p} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \geqslant \frac{1{,}0}{n_p}$

$n_p \geqslant \sqrt{2}$

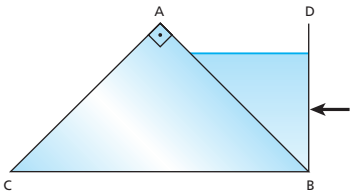
$\boxed{n_{p_{mínimo}} = \sqrt{2}}$

Respostas: a)



b) $\sqrt{2}$

85 (ITA-SP) Um prisma de vidro, de índice de refração $n = \sqrt{2}$, tem por seção normal um triângulo retângulo isósceles ABC no plano vertical. O volume de seção transversal ABD é mantido cheio de um líquido de índice de refração $n' = \sqrt{3}$. Um raio incide normalmente à face transparente da parede vertical BD e atravessa o líquido.



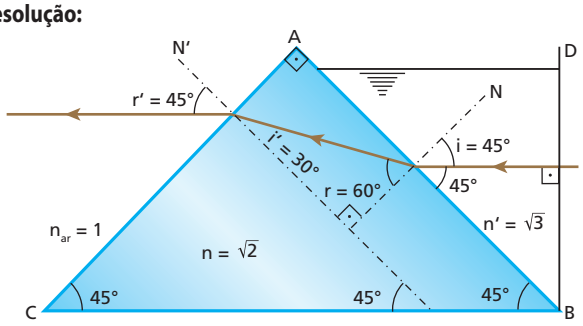
Considere as seguintes afirmações:

I. O raio luminoso não penetrará no prisma.
II. O ângulo de refração na face AB é de 45°.
III. O raio emerge do prisma pela face AC com ângulo de refração de 45°.
IV. O raio emergente definitivo é paralelo ao raio incidente em BD.

Das afirmativas mencionadas, é (são) correta(s):

a) apenas I.
b) apenas I e IV.
c) apenas II e III.
d) apenas III e IV.
e) II, III e IV.

Resolução:



I – Incorreta

$n' \operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r \Rightarrow \sqrt{3}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\,\operatorname{sen} r \Rightarrow \operatorname{sen} r = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = 60°$

II – Incorreta

$r = 60°$

III – Correta

$n \operatorname{sen} i' = n_{ar} \operatorname{sen} r' \Rightarrow \sqrt{2}\,\frac{1}{2} = 1\,\operatorname{sen} r' \Rightarrow \operatorname{sen} r' = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r' = 45°$

IV – Correta

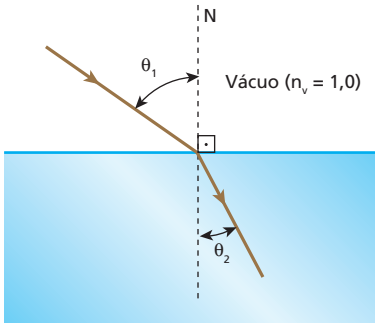
Resposta: d

86 (UFC-CE) Um raio de luz monocromática passa do vácuo para um meio com índice de refração absoluto $n = \sqrt{3}$. Se o ângulo de incidência (θ_1) é o dobro do ângulo de refração (θ_2), determine:

a) o valor de θ_1;
b) o intervalo de valores de **n** que possibilita essa situação, isto é, $\theta_1 = 2\theta_2$.

Resolução:

a)



Lei de Snell:

$n_v \operatorname{sen} \theta_1 = n \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow 1{,}0\ \operatorname{sen} 2\theta_2 = \sqrt{3}\ \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow$

$2 \operatorname{sen} \theta_2 \cos \theta_2 = \sqrt{3} \operatorname{sen} \theta_2$

$2 \cos \theta_2 = \sqrt{3} \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30°$

$\theta_1 = 60°$

b) Lei de Snell:

$n_v \operatorname{sen} \theta_1 = n \operatorname{sen} \theta_2$

$2 \operatorname{sen} \theta_2 \cos \theta_2 = n \operatorname{sen} \theta_2$

$2 \cos \theta_2 = n$

θ_1 pode variar dentro do intervalo: $0° < \theta_1 < 90°$

Então: $0° < \theta_2 < 45°$

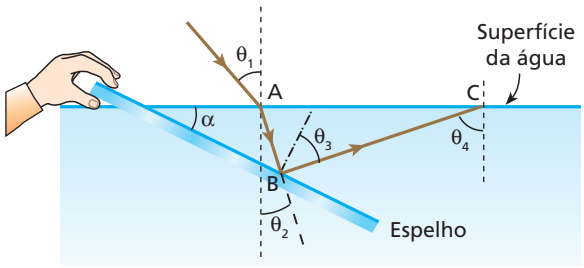
$\cos 45° < \cos \theta_2 < \cos 0° \Rightarrow 2 \cos 45° < 2 \cos \theta_2 < 2 \cos 0°$

$2\,\frac{\sqrt{2}}{2} < n < 2$

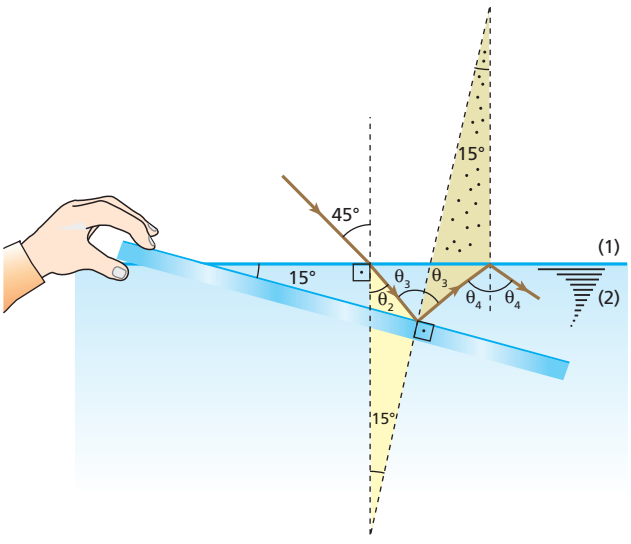
$\sqrt{2} < n < 2$

Respostas: a) 60°; b) $\sqrt{2} < n < 2$

87 (FEI-SP) A figura mostra um espelho imerso na água, formando um ângulo $\alpha = 15°$ com a superfície da água. Um raio de luz incide em **A** sob um ângulo $\theta_1 = 45°$ com a normal à superfície. Depois de refratado, o raio de luz sofre reflexão em **B**, no espelho, voltando à superfície da água, em **C**. Copie a figura, complete o trajeto do raio de luz depois desse instante e calcule os valores dos ângulos do raio com as normais. Adote índice de refração da água em relação ao ambiente = 1,41.



Resolução:

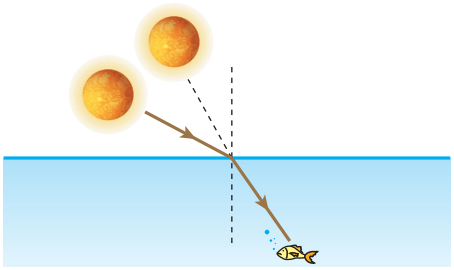


- $\frac{\text{sen } 45°}{\text{sen } \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\text{sen } \theta_2} = 1{,}41 \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 30°}$
- θ_3 é um ângulo externo ao triângulo sombreado:
  $\theta_3 = \theta_2 + 15° = 30° + 15° \Rightarrow \boxed{\theta_3 = 45°}$
- θ_4 é um ângulo externo ao triângulo pontilhado:
  $\theta_4 = \theta_3 + 15° = 45° + 15° \Rightarrow \boxed{\theta_4 = 60°}$
- Ângulo-limite na fronteira água-ar:
  $\text{sen } L = \frac{1}{1{,}41} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{L = 45°}$

Como θ_4 é maior que **L**, ocorre reflexão total nessa fronteira.

Resposta: $\theta_2 = 30°$; $\theta_3 = 45°$; $\theta_4 = 60°$; No ponto **C** ocorre reflexão total.

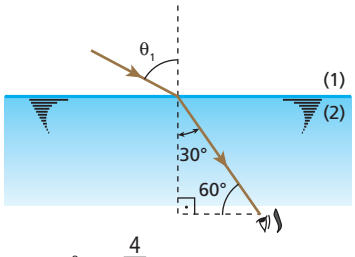
88 Um peixe, no rio Amazonas, viu o Sol, em certo instante, 60° acima do horizonte. Sabendo que o índice de refração da água vale $\frac{4}{3}$ e que, no Amazonas, o Sol nasce às 6h e se põe às 18h, calcule que horas eram no instante em que o peixe viu o Sol:



a) considerando que o peixe estava dando o seu passeio matinal;
b) considerando que o peixe estava à procura de alimentos para a sua merenda vespertina.

Dado: sen 42° = 0,67

Resolução:



$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } 30°} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\text{sen } \theta_1}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{4}{3}}{1} \Rightarrow \text{sen } \theta_1 = 0{,}67 \Rightarrow \theta_1 = 42°$

Concluímos, então, que o Sol, na realidade, encontra-se a 48° acima do horizonte.

a) 180° → 12 h
   48° → x
   x = 3 h 12 min ⇒ t = 6 h + 3 h 12 min = 9 h 12 min

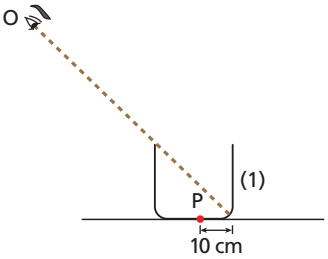
   Eram, portanto, 9 h 12 min

b) 18 h – 3 h 12 min = 14 h 48 min

   Eram, portanto, 14 h 48 min

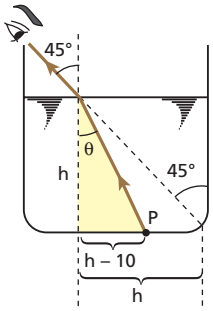
Respostas: a) 9 h 12 min; b) 14 h 48 min

89 A figura representa um recipiente cúbico de paredes opacas, vazio, de 40 cm de aresta:



Na posição em que se encontra, o observador **O** não vê o fundo do recipiente, mas vê completamente a parede (1). Calcule a espessura mínima da lâmina de água que se deve despejar no recipiente para que o observador passe a ver a partícula **P**. Adote o índice de refração da água em relação ao ar igual a $\frac{4}{3}$.

Resolução:

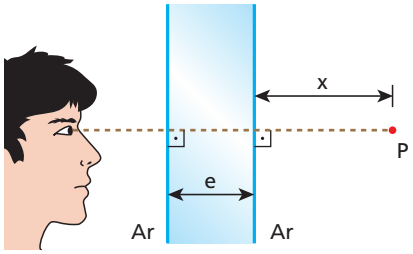


- $\frac{\text{sen } \theta}{\text{sen } 45°} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \text{sen } \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{4} = 0{,}53$
- $\cos \theta = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \theta} = 0{,}85$
- $\text{tg } \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} = \frac{0{,}53}{0{,}85}$
- $\text{tg } \theta = \frac{h - 10}{h} \Rightarrow \frac{0{,}53}{0{,}85} = \frac{h - 10}{h} \Rightarrow 0{,}32\,h = 8{,}5$

  $\boxed{h \simeq 27 \text{ cm}}$

Resposta: Aproximadamente 27 cm

90 Um observador visa um ponto luminoso **P** através de uma lâmina de vidro de faces paralelas, que tem espessura **e** e índice absoluto de refração **n**. O ponto **P** está a uma distância **x** da lâmina, conforme representa a figura a seguir.

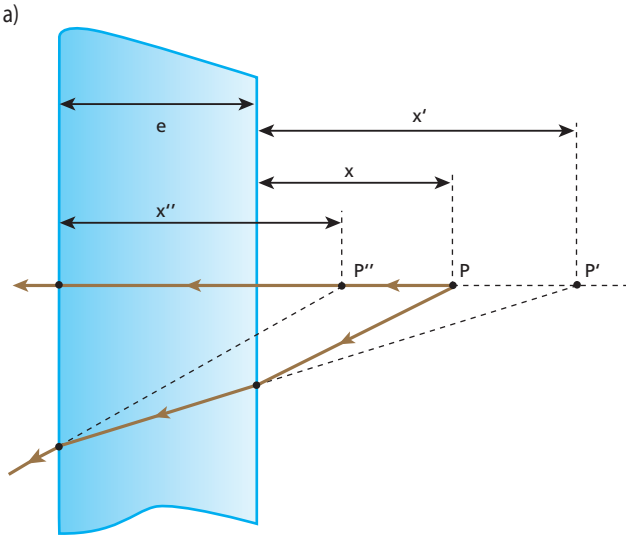


Supondo que o olho do observador esteja na mesma perpendicular às faces da lâmina que passa por **P**:

a) calcule o deslocamento **d** da imagem final percebida pelo observador em relação ao ponto **P**;
b) determine se **d** depende ou não de **x**.

Resolução:

a)



1ª refração:

$x' = n\,x$

2ª refração:

$x'' = \frac{1}{n}\,(x' + e)$

$d = x + e - x'' \Rightarrow d = x + e - \frac{1}{n}\,(x' + e)$

$d = x + e - \frac{1}{n}\,(n\,x + e) \Rightarrow \boxed{d = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$

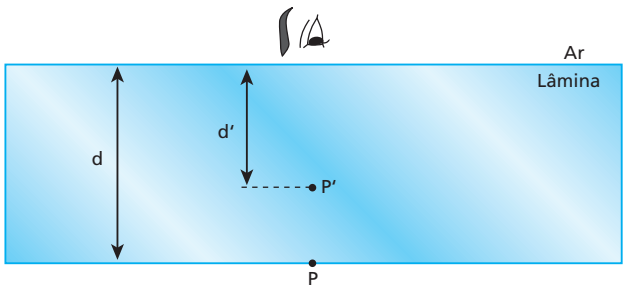
b) Da expressão anterior, decorre que **d** independe de **x**.

Respostas: a) $d = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$; b) Não depende

91 Uma lâmina de faces paralelas tem 5 mm de espessura. Levada a um microscópio, verifica-se que, para passar da focalização de um ponto da superfície superior para um ponto da face inferior da lâmina, deve-se deslocar o canhão do microscópio 3 mm. Qual é o índice de refração do material de que é feita a lâmina?

Resolução:

Do enunciado, deduz-se que a imagem da superfície inferior da lâmina conjugada pelo dioptro ar-superfície superior encontra-se 3 mm abaixo da superfície superior. Observemos que é essa imagem que o microscópio "vê" quando se focaliza um ponto da superfície inferior.

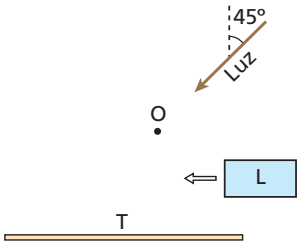


$d = 5$ mm e $d' = 3$ mm

$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{n_{lâmina}} \Rightarrow \boxed{n_{lâmina} = \frac{5}{3}}$

Resposta: $\frac{5}{3}$

92 (Unicamp-SP) A figura a seguir representa uma tela **T**, um pequeno objeto **O** e luz incidindo a 45° em relação à tela. Na situação da figura, o objeto **O** faz sombra sobre a tela. Colocando-se uma lâmina **L** de plástico plano, de 1,2 cm de espessura e índice de refração $n = 1{,}18 \simeq \frac{5\sqrt{2}}{6}$, paralelamente entre a tela e o objeto, a sombra se desloca sobre a tela.

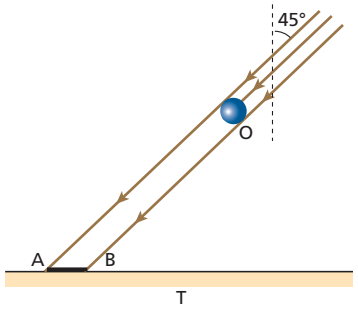


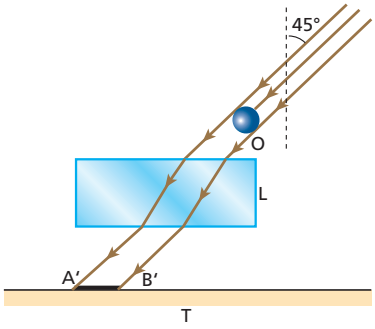
a) Em uma folha de papel, faça um esquema mostrando os raios de luz passando junto ao objeto e atingindo a tela, **com** e **sem** a lâmina de plástico.

b) Calcule o deslocamento da sombra na tela ao se introduzir a lâmina de plástico.

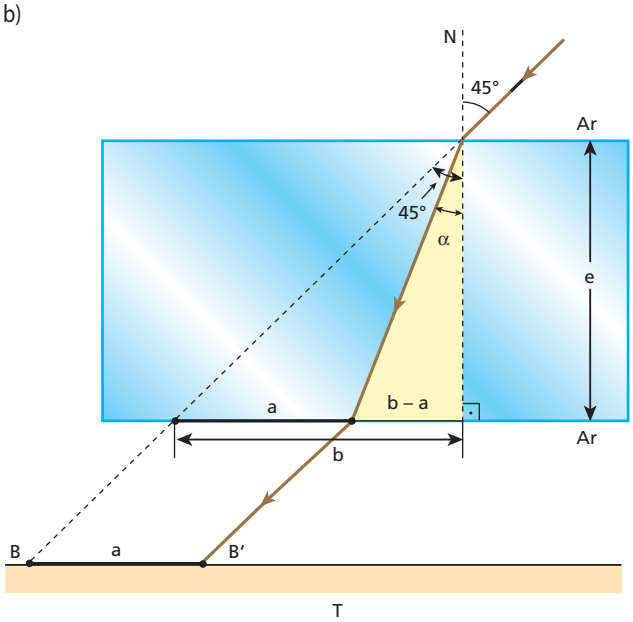
Resolução:

a)





b)



$n_{ar} \operatorname{sen} 45° = n_{lâmina} \operatorname{sen} \alpha \Rightarrow 1 \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{6} \operatorname{sen} \alpha \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5}$

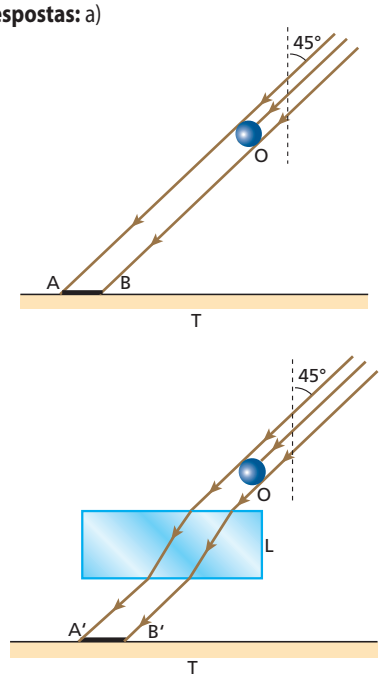
Então, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ e $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.

No triângulo destacado: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{b - a}{e}$

Como $b = e = 1{,}2$ cm: $\frac{3}{4} = \frac{1{,}2 - a}{1{,}2}$

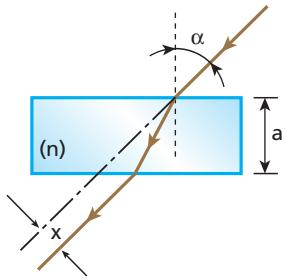
$\boxed{a = 0{,}3 \text{ cm}}$

Respostas: a)



b) 0,3 cm

93 (ITA-SP) Um raio luminoso incide sobre uma lâmina transparente de faces paralelas, de espessura **a** e índice de refração **n**. Calcule o desvio sofrido pelo raio luminoso ao atravessar a lâmina, supondo que o ângulo de incidência, **α**, seja pequeno. (Utilize as aproximações: sen $\alpha \simeq \alpha$ e $\cos \alpha \simeq 1$.)



Resolução:

$\theta_1 = \alpha \Rightarrow \cos \theta_1 \simeq 1 \Rightarrow \cos \theta_2 \simeq 1$

$d = \frac{e \operatorname{sen} (\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2}$

$x = \frac{a \operatorname{sen} (\alpha - \theta_2)}{1} \simeq a (\alpha - \theta_2)$ (I)

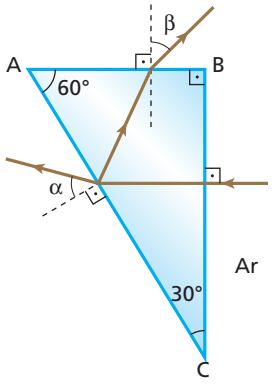
$\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \theta_2} = n \Rightarrow \theta_2 \simeq \frac{\alpha}{n}$ (II)

Substituindo (II) em (I), vem:

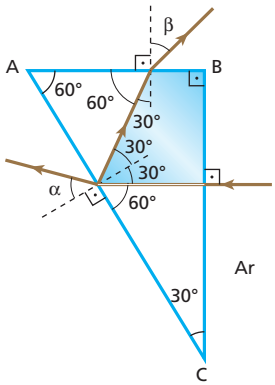
$x \simeq a\left(\alpha - \frac{\alpha}{n}\right) \Rightarrow \boxed{x \simeq a\alpha\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$

Resposta: $x \simeq a\alpha\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

94 (UFPE) Um feixe de luz incide em um prisma imerso no ar, conforme indica a figura a seguir. Após sofrer reflexão parcial na fase AC, um feixe de menor intensidade emerge através da face AB. Determine o valor dos ângulos **α** e **β**, em **graus**, se o índice de refração do prisma é $n_p = \sqrt{2}$ para o comprimento de onda do feixe de luz incidente.



Resolução:



$n_p \operatorname{sen} 30° = n_{ar} \operatorname{sen} \alpha \Rightarrow \sqrt{2} \frac{1}{2} = 1 \operatorname{sen} \alpha \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{\alpha = 45°}$

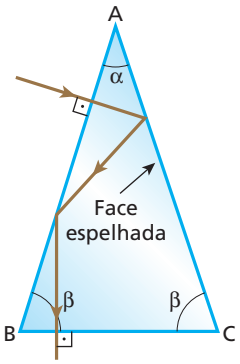
$n_p \operatorname{sen} 30° = n_{ar} \operatorname{sen} \beta \Rightarrow \sqrt{2} \frac{1}{2} = 1 \operatorname{sen} \beta \Rightarrow \operatorname{sen} \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{\beta = 45°}$

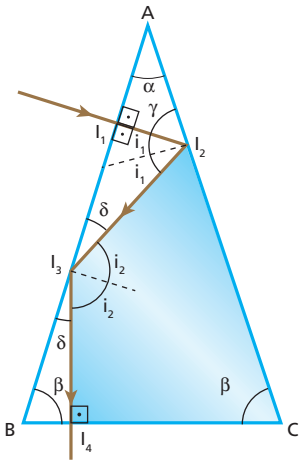
Resposta: $\alpha = \beta = 45°$

95 (Unama-AM) A figura abaixo representa a seção transversal de um prisma óptico imerso no ar, tendo dois lados iguais (AB e AC). Perpendicularmente à face AB, incide um raio luminoso monocromático que se propaga até a face espelhada AC, onde é refletido diretamente para a face AB. Ao atingir esta face, o raio luminoso sofre uma nova reflexão (reflexão total), de maneira que, ao se propagar, atinge perpendicularmente a face BC, de onde emerge para o ar. Com base nessas informações, podemos afirmar que o ângulo de refringência do prisma (ângulo **α**, mostrado na figura) vale:

a) 18°.
b) 72°.
c) 45°.
d) 36°.
e) 60°.



Resolução:



- Como $\gamma = 90° - \alpha$, temos que $i_1 = \alpha$.
- No triângulo $I_1I_2I_3$:
  - $\delta = 90° - i_2$
  - $90° + 2i_1 + \delta = 180° \Rightarrow 90° + 2\alpha + 90° - i_2 = 180 \Rightarrow i_2 = 2\alpha$
- No triângulo I_3BI_4:
  $90° + \beta + \delta = 180° \Rightarrow 90° + \beta + 90° - 2\alpha = 180° \Rightarrow \beta = 2\alpha$
- No triângulo ABC:
  $\alpha + 2\beta = 180°$
  $\alpha + 4\alpha = 180° \Rightarrow 5\alpha = 180° \Rightarrow \boxed{\alpha = 36°}$

Resposta: d

96 Prove que, num prisma de pequena abertura e para pequenos ângulos de incidência (inferiores a 10°), o desvio **δ** sofrido pelo raio que o atravessa é dado aproximadamente por:

$$\delta = A\,(n_{2,1} - 1)$$

A é o ângulo de abertura e $n_{2,1}$ é o índice de refração do prisma em relação ao meio que o envolve.

Nota:
- Para pequenos ângulos, o valor do seno e o valor do ângulo, em radianos, são aproximadamente iguais.

Resolução:

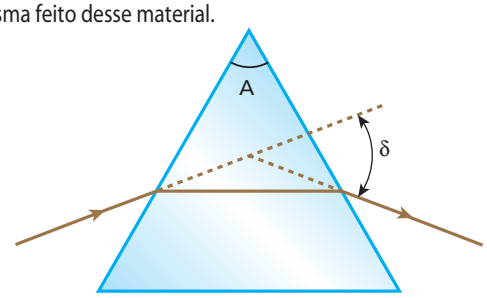
$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen}\theta_2} = n_{2,1} \Rightarrow \frac{\theta_1}{\theta_2} \simeq n_{2,1}$$
$$\frac{\operatorname{sen}\theta'_1}{\operatorname{sen}\theta'_2} = n_{2,1} \Rightarrow \frac{\theta'_1}{\theta'_2} \simeq n_{2,1}$$

$$\delta = \theta_1 + \theta'_1 - A \simeq n_{2,1}\theta_2 + n_{2,1}\theta'_2 - A$$
$$\delta = n_{2,1}\,(\theta_2 + \theta'_2) - A = n_{2,1}\,A - A$$

$$\boxed{\delta = A(n_{2,1} - 1)}$$

Resposta: Ver demonstração.

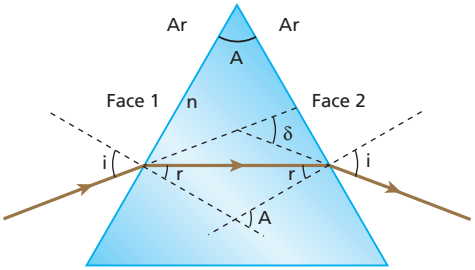
97 (ITA-SP) O Método do Desvio Mínimo, para a medida do índice de refração, **n**, de um material transparente, em relação ao ar, consiste em medir o desvio mínimo **δ** de um feixe estreito de luz que atravessa um prisma feito desse material.



Para que esse método possa ser aplicado (isto é, para que se tenha um feixe emergente), o ângulo **A** do prisma deve ser menor que:

a) arcsen (**n**).
b) $2\,\operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{n}\right)$.
c) $0{,}5\,\operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{n}\right)$.
d) $\operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{n}\right)$.
e) outra expressão.

Resolução:



Para que haja emergência na face 2, devemos ter:

$r < L \Rightarrow \operatorname{sen} r < \operatorname{sen} L \Rightarrow \operatorname{sen} r < \frac{1}{n}$ (I)

$A = 2r \Rightarrow r = \frac{A}{2}$ (II)

(II) em (I):

$\text{sen}\left(\frac{A}{2}\right) < \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{A}{2} < \text{arc sen}\left(\frac{1}{n}\right)$

$A < 2 \text{ arc sen}\left(\frac{1}{n}\right)$

Por exemplo, para n = 2, temos:

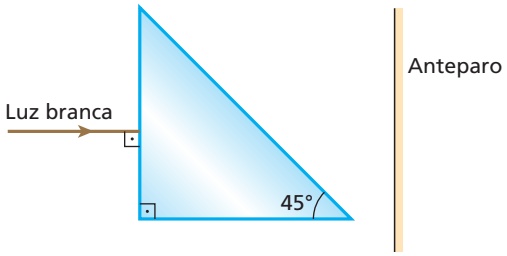
$\text{sen } r < \frac{1}{n} \Rightarrow \text{sen } r < \frac{1}{2} \Rightarrow r < 30°$

e $A < 2 \text{ arc sen}\left(\frac{1}{2}\right)$

$A < 2 \cdot 30° \Rightarrow A < 60°$

Resposta: b

98 Um pincel de luz branca incide perpendicularmente em uma das faces de um prisma, cuja seção principal está representada na figura:

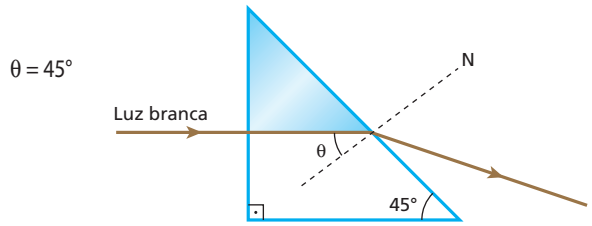


O prisma está imerso no ar e seus índices de refração para sete cores componentes do pincel de luz branca são dados a seguir:

Violeta	1,48
Anil	1,46
Azul	1,44
Verde	1,42
Amarela	1,40
Alaranjada	1,39
Vermelha	1,38

Determine quais dessas cores emergem do prisma, atingindo o anteparo.

Resolução:



Para uma cor emergir do prisma e atingir o anteparo, o ângulo **θ** deve ser inferior ao ângulo-limite **L**.

$\theta < L \Rightarrow \text{sen } \theta < \text{sen } L$

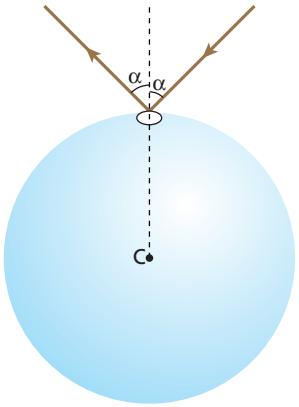
$\text{sen } \theta < \frac{n_{ar}}{n_{prisma}} \Rightarrow \text{sen } 45° < \frac{1}{n_{prisma}} \Rightarrow n_{prisma} < \sqrt{2} \Rightarrow n_{prisma} < 1{,}41$

Essa condição é satisfeita pelas seguintes cores:

amarelo, alaranjado e vermelho.

Resposta: Amarelo, alaranjado e vermelho.

99 Na figura a seguir está representada uma esfera maciça de cristal, de centro **C**, raio $R = 10\sqrt{3}$ cm e índice de refração $n = \sqrt{2}$.



Mediante vaporização de alumínio, a superfície externa dessa esfera foi revestida com uma película desse metal. A face refletora especular da película ficou, então, voltada para o interior da esfera.

Apenas uma pequena região circular ficou sem revestimento. Fez-se incidir nessa região um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática, que penetrou na esfera e, após sofrer duas reflexões em suas paredes, emergiu pelo mesmo local da penetração, simetricamente em relação ao feixe incidente (ver figura).

Sabendo-se que a esfera está no ar (índice de refração igual a 1,0) e que a velocidade de propagação da luz nesse meio é aproximadamente igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, pede-se:

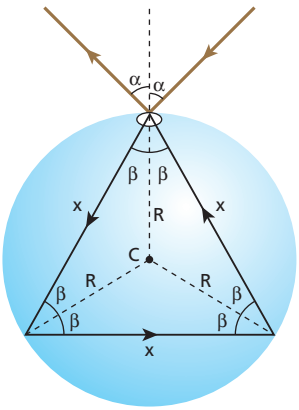
a) fazer um esboço da trajetória da luz no interior da esfera, indicando os valores dos ângulos relevantes à compreensão do esquema;

b) determinar o ângulo α que viabiliza a situação proposta;

c) calcular, nas condições apresentadas, quanto tempo um pulso luminoso permanece "confinado" no interior da esfera.

Resolução:

a)



A trajetória da luz no interior da esfera é um triângulo equilátero e β = 30°.

b) $n_{ar} \text{ sen } \alpha = n \text{ sen } \beta \Rightarrow 1{,}0 \text{ sen } \alpha = \sqrt{2} \text{ sen } 30° \Rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\alpha = 45°$

c) Sendo **v** a velocidade de propagação da luz no interior da esfera, temos:

$$\frac{v}{v_{ar}} = \frac{n_{ar}}{n} \Rightarrow \frac{v}{3{,}0 \cdot 10^8} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v \simeq 2{,}1 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Da figura do item **a**, temos:

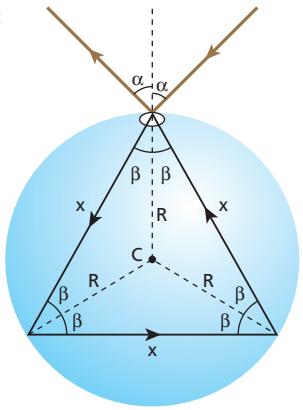
$$\cos 30° = \frac{\frac{x}{2}}{R} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{20\sqrt{3}} \Rightarrow x = 30 \text{ cm} \Rightarrow x = 0{,}30 \text{ m}$$

Sendo **d** a distância percorrida pela luz:

$$d = 3x = 3 \cdot 0{,}30 \Rightarrow d = 0{,}90 \text{ m}$$

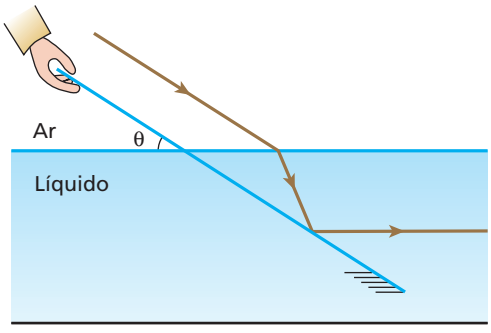
$$\Delta t = \frac{d}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{0{,}90}{2{,}1 \cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{\Delta t \simeq 4{,}3 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 4{,}3 \text{ ns}}$$

Respostas:



a) $\beta = 30°$; b) $\alpha = 45°$; c) $\Delta t = 4{,}3$ ns

100 Considere um espelho plano parcialmente imerso em um líquido transparente de índice de refração absoluto igual a n_L. Um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática, propagando-se no ar paralelamente à superfície refletora do espelho, refrata-se para o interior do líquido e sofre reflexão na superfície espelhada, conforme representa a figura a seguir. O índice de refração absoluto do ar vale 1.



Admitindo-se que seja conhecido o ângulo **θ** indicado e supondo-se que o feixe refletido pelo espelho seja paralelo à superfície líquida, é correto afirmar que:

a) $n_L = \text{sen } \theta$

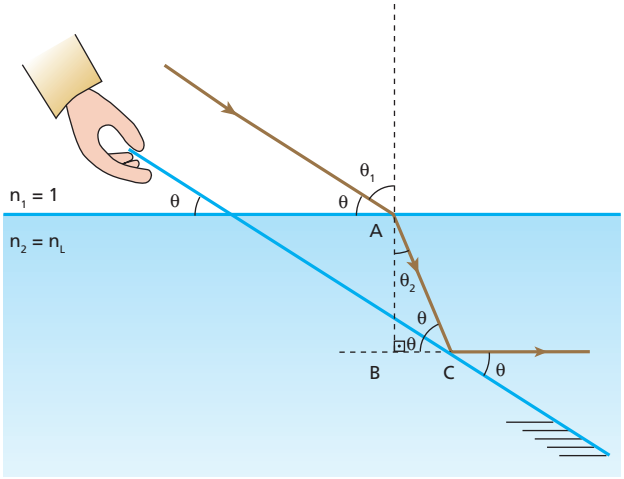
b) $n_L = \text{tg } \theta$

c) $n_L = \text{cotg } \theta$

d) $n_L = \frac{\text{sen } \theta}{\text{sen } 2\theta}$

e) $n_L = \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta}$

Resolução:



$\theta_1 = 90° - \theta \Rightarrow \text{sen } \theta_1 = \cos \theta$

No triângulo ABC:

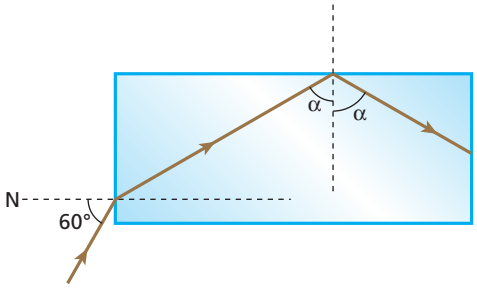
$\theta_2 = 90° - 2\theta \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = \cos 2\theta$

$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$

$1 \cdot \cos \theta = n_L \cos 2\theta \Rightarrow \boxed{n_L = \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta}}$

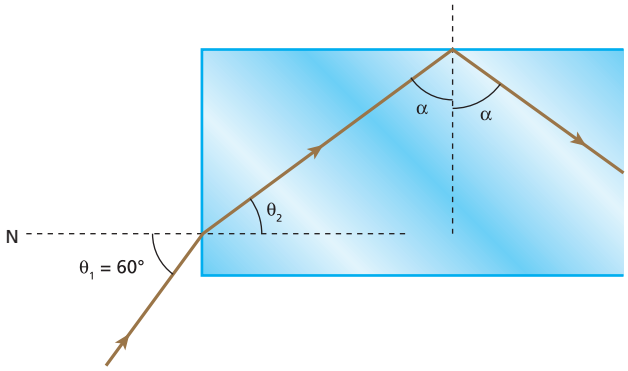
Resposta: e

101 Um fator que tem sido decisivo na melhoria das telecomunicações no Brasil é a transmissão de dados digitais através de redes de fibras ópticas. Por meio desses **infodutos** de plástico ou resina transparentes, baratos e confiáveis, que hoje se acham instalados ao longo das principais rodovias do país, é possível a troca de imensos arquivos entre computadores (banda larga), integração de sistemas de telefonia, transmissão de TV etc.
Dentro de uma fibra óptica, um sinal eletromagnético propaga-se com velocidades menores que a da luz no ar, sofrendo sucessivas reflexões totais. Considere a fibra óptica esquematizada a seguir, imersa no ar, na qual é introduzido um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática com ângulo de 60° em relação à reta normal **N** no ponto de incidência.



Para que valores do índice de refração absoluto **n** do material de que é feita a fibra as reflexões totais ocorrem?

Resolução:



- $n_{ar} \operatorname{sen} \theta_1 = n \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = n \operatorname{sen} \theta_2$ (I)
- $\alpha \geq L \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha \geq \operatorname{sen} L \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha \geq \frac{1}{n}$

  Como $\operatorname{sen} \alpha = \cos \theta_2$: $\cos \theta_2 \geq \frac{1}{n}$ (II)
- De (I): $\operatorname{sen} \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2n}$

  $\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \frac{3}{4n^2}} = \frac{\sqrt{4n^2 - 3}}{2n}$ (III)
- (III) em (II):

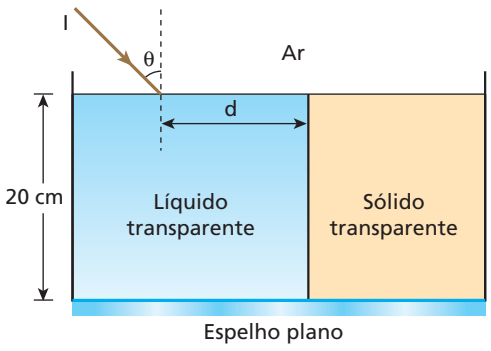
  $\frac{\sqrt{4n^2 - 3}}{2n} \geq \frac{1}{n} \Rightarrow 4n^2 \geq 7$

  $\boxed{n \geq \frac{\sqrt{7}}{2}}$

Resposta: $n \geq \frac{\sqrt{7}}{2}$

102 O fundo do recipiente representado na figura é um espelho plano. O raio **I**, incidente na fronteira ar-líquido, é monocromático. Após sofrer refração nessa fronteira, o raio reflete-se no espelho e, em seguida, sofre reflexão total na interface líquido-sólido, com ângulo de incidência limite.

Dados: velocidade da luz no ar = $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s; velocidade da luz no líquido = $2{,}0 \cdot 10^8$ m/s; $\operatorname{sen} \theta = 0{,}75$.



Determine:

a) o ângulo de refração θ′ na interface ar-líquido;

b) a velocidade da luz no sólido;

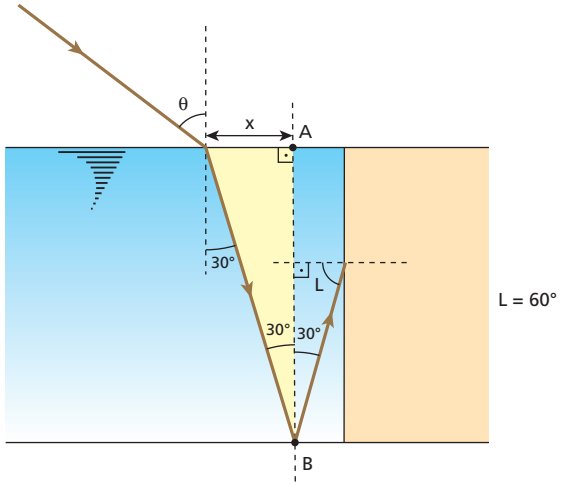
c) o máximo valor da distância **d** indicada.

Resolução:

a)

$\frac{v_{ar}}{v_{liq}} = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \theta'} \Rightarrow \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{2{,}0 \cdot 10^8} = \frac{0{,}75}{\operatorname{sen} \theta'} \Rightarrow \operatorname{sen} \theta' = 0{,}5 \Rightarrow \boxed{\theta' = 30°}$

b)



$\operatorname{sen} L = \frac{n_{sól}}{n_{líq}} = \frac{v_{líq}}{v_{sól}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2{,}0 \cdot 10^8}{v_{sól}} \Rightarrow$

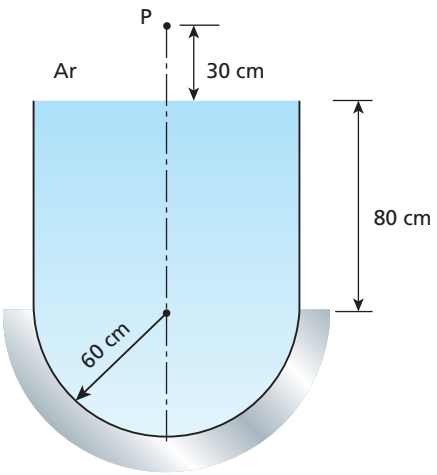
$\boxed{v_{sól} = \frac{4{,}0\sqrt{3}}{3} \cdot 10^8 \text{ m/s} = 2{,}3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$

c) $\operatorname{tg} 30° = \frac{x}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

$d_{máx} = 2x \Rightarrow \boxed{d_{máx} = \frac{40\sqrt{3}}{3} \text{ cm} = 23 \text{ cm}}$

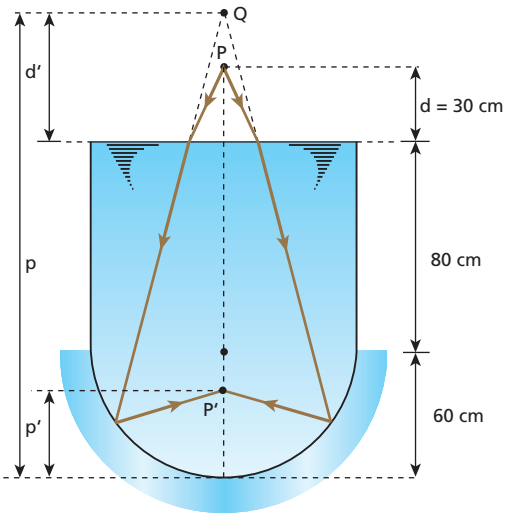
Respostas: a) 30°; b) $2{,}3 \cdot 10^8$ m/s; c) 23 cm

103 Considere um recipiente de base hemisférica polida, cheio de água. A base está externamente recoberta de prata e seu raio vale 60 cm.



Admita que apenas raios paraxiais emitidos pela fonte **P** atravessem a fronteira ar-água e incidam na superfície hemisférica, que produz a imagem P′. Supondo o índice de refração da água igual a $\frac{4}{3}$, determine a posição de P′ em relação à superfície livre da água.

Resolução:



No dioptro ar-água, temos:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow \frac{d'}{30} = \frac{\frac{4}{3}}{1} \Rightarrow d' = 40 \text{ cm}$$

O ponto **Q** é imagem em relação ao dioptro ar-água. Esse ponto, porém, comporta-se como ponto objeto real em relação ao espelho côncavo correspondente à base.

Para o espelho, temos, então:

$p = d' + 80 + 60 \Rightarrow p = 180 \text{ cm}$

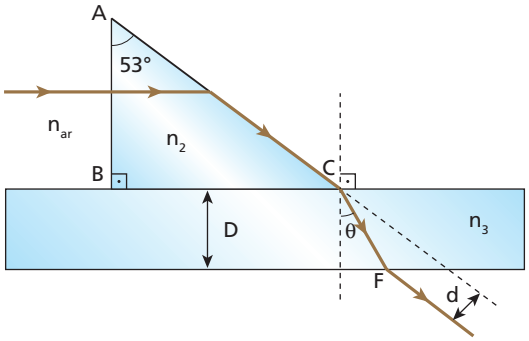
$$f = \frac{R}{2} = \frac{60}{2} \Rightarrow f = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{180} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{30} \Rightarrow \boxed{p' = 36 \text{ cm}}$$

Portanto, a imagem P' forma-se a 36 cm do vértice do espelho.

Resposta: A 104 cm da superfície livre da água.

104 (Olimpíada Brasileira de Física) Um raio de luz monocromático, vindo do ar, incide na face AB do prisma representado na figura e emerge rasante, paralelo à face AC, até encontrar uma lâmina de faces paralelas, justaposta à face BC.

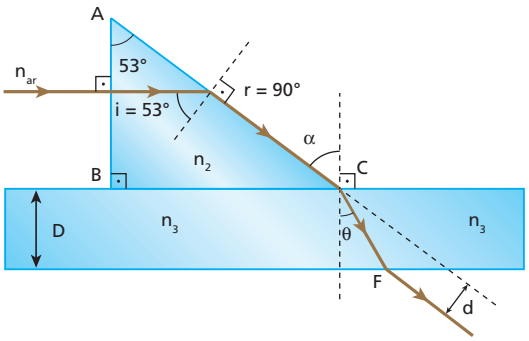


Dados: $n_{ar} = 1{,}0$ (índice de refração do ar);
$n_3 = 1{,}6$ (índice de refração do material da lâmina de faces paralelas);
$D = 2{,}0$ cm (espessura da lâmina de faces paralelas);
$c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s (velocidade da luz no ar);
sen 53° = 0,80; sen 37° = 0,60;
sen 23° = 0,40; cos 30° = 0,87.

Determine:
a) a velocidade da luz no interior do prisma;
b) o ângulo de refração **θ**;
c) o desvio lateral **d** sofrido pelo raio de luz.

Resolução:

a)



$$n_2 \text{ sen } i = n_{ar} \text{ sen } r \Rightarrow \frac{c}{v_2} \text{ sen } 53° = 1 \text{ sen } 90°$$

$$\frac{3{,}0 \cdot 10^8}{v_2} \cdot 0{,}80 = 1 \Rightarrow \boxed{v_2 = 2{,}4 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

b) $n_3 \text{ sen } \theta = n_{ar} \text{ sen } \alpha \Rightarrow 1{,}6 \text{ sen } \theta = 1 \text{ sen } 53°$

$1{,}6 \text{ sen } \theta = 0{,}80 \Rightarrow \text{sen } \theta = 0{,}50$

$\boxed{\theta = 30°}$

c) • $\cos \theta = \frac{D}{CF} \Rightarrow 0{,}87 = \frac{2{,}0}{CF}$

$\boxed{CF \simeq 2{,}3 \text{ cm}}$

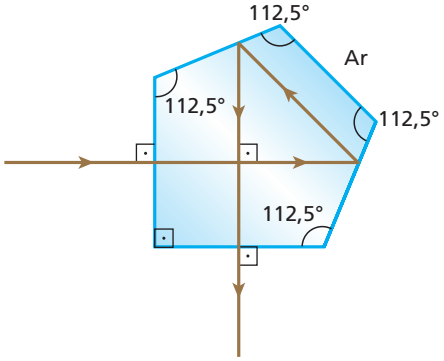
• $\text{sen } (\alpha - \theta) = \frac{d}{CF}$

$\text{sen } (53° - 30°) = \frac{d}{2{,}3} \Rightarrow \text{sen } 23° = \frac{d}{2{,}3}$

$0{,}40 = \frac{d}{2{,}3} \Rightarrow \boxed{d \simeq 0{,}92 \text{ cm}}$

Respostas: a) $2{,}4 \cdot 10^8$ m/s; b) 30°; c) $\simeq 0{,}92$ cm

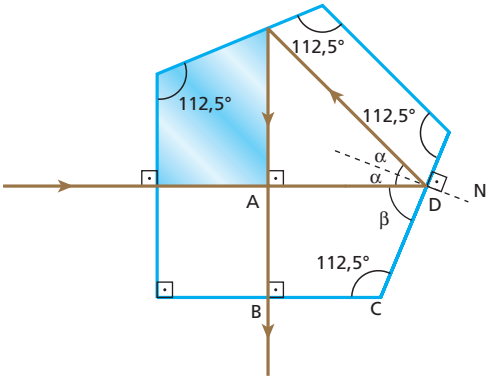
105 A figura a seguir esquematiza a trajetória de um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática que sofre um desvio de 90° ao atravessar um prisma pentagonal de Goulier, que é utilizado em alguns modelos de câmeras fotográficas. Nesse prisma, a luz incide normalmente em uma das faces, sofre duas reflexões totais e emerge também normalmente em outra face, perpendicular à face de entrada.



Ângulo (graus)	**Seno**
90,0	1,00
67,5	0,92
45,0	0,71
22,5	0,38

Sendo 1,00 o índice de refração do ar, determine o índice de refração do prisma (n_p) para que a luz siga a trajetória indicada.

Resolução:



No quadrilátero ABCD, temos;

$90° + 90° + 112,5° + \beta = 360° \Rightarrow \beta = 67,5°$

Como $\alpha + \beta = 90°$:

$\alpha + 67,5° = 90° \Rightarrow \alpha = 22,5°$

Para a ocorrência da reflexão total, deveremos ter: $\alpha \geq L$

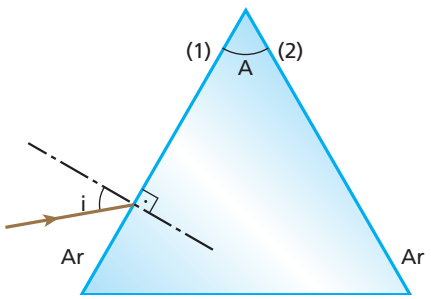
Então:

$\operatorname{sen}\alpha \geq \operatorname{sen} L \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha \geq \frac{n_{ar}}{n_p} \Rightarrow \operatorname{sen} 22,5° \geq \frac{1,00}{n_p} \Rightarrow 0,38 n_p \geq 1,00$

$n_p \geq \frac{1,00}{0,38} \Rightarrow \boxed{n_p \geq 2,63}$

Resposta: $n_p \geq 2,63$

106 Um raio de luz monocromática incide na face (1) de um prisma de ângulo de refringência **A** e índice de refração **n**, imerso no ar, como indica a figura:



Prove que, para ocorrer a emergência do raio pela face (2), devem ser satisfeitas as seguintes condições:

I. $A < 2L$, em que L é o ângulo-limite na fronteira prisma-ar;

II. $\operatorname{sen} i > \frac{\operatorname{sen}(A - L)}{\operatorname{sen} L}$.

Resolução:

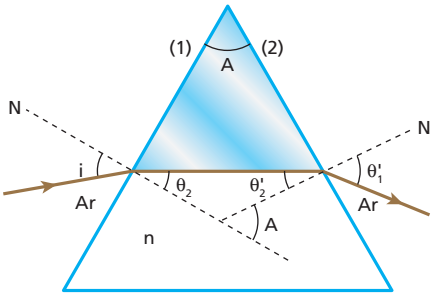
I.

- $\theta_2 + \theta'_2 = A$
- Sendo **L** o ângulo-limite:
  - na face (1): $\theta_2 < L$
  - na face (2): $\theta'_2 < L$

  Portanto:

  $\theta_2 + \theta'_2 < 2L$

$\boxed{A < 2L}$



II.

$\theta'_2 < L \Rightarrow \theta_2 + \theta'_2 = A \Rightarrow \theta'_2 = A - \theta_2$

Portanto:

$A - \theta_2 < L \quad e \quad \theta_2 > A - L$

Como $\theta_2 < 90°$ e $(A - L) < 90°$:

$\operatorname{sen}\theta_2 > \operatorname{sen}(A - L)$ (I)

- $\operatorname{sen} L = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \frac{1}{\operatorname{sen} L}$ (II)

- $n_{ar} \operatorname{sen} i = n \operatorname{sen}\theta_2 \Rightarrow \operatorname{sen}\theta_2 = \frac{\operatorname{sen} i}{n}$ (III)

(II) em (III):

$\operatorname{sen}\theta_2 = \operatorname{sen} i \cdot \operatorname{sen} L$ (IV)

(IV) em (I):

$\operatorname{sen} i \cdot \operatorname{sen} L > \operatorname{sen}(A - L)$

$\boxed{\operatorname{sen} i > \frac{\operatorname{sen}(A - L)}{\operatorname{sen} L}}$

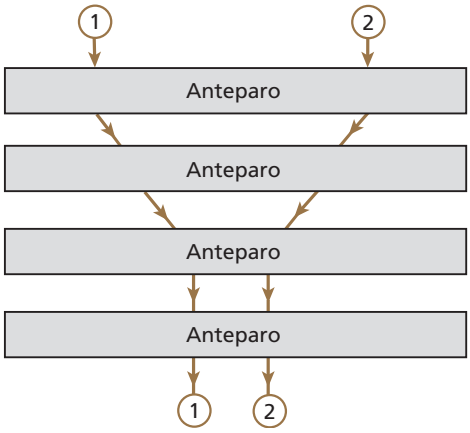
Resposta: $\operatorname{sen} i > \frac{\operatorname{sen}(A - L)}{\operatorname{sen} L}$

Tópico 4

1 (UFRN) Os raios de luz 1 e 2, representados na figura, atravessam elementos ópticos que estão escondidos pelos anteparos, numa região em que o ar atmosférico é homogêneo. Estes elementos podem ser:

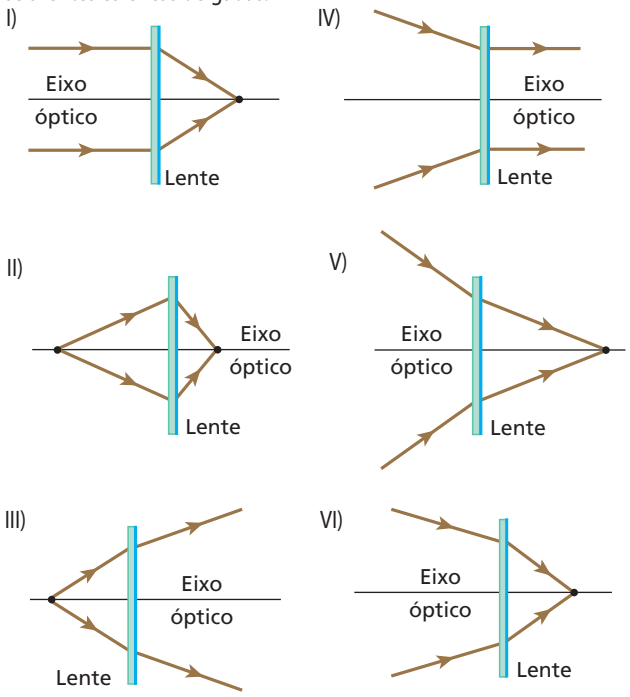
I. uma lente delgada convergente;
II. uma lente delgada divergente;
III. uma lâmina de vidro de faces paralelas.

Acompanhando, de cima para baixo, as trajetórias dos dois raios, quais são, nessa ordem, os elementos ópticos escondidos pelos anteparos, sabendo que cada anteparo esconde um único elemento óptico?



Resposta: I; III; II e III.

2 As figuras seguintes representam a refração da luz através de seis lentes esféricas delgadas:



Que lentes apresentam comportamento convergente?

Resposta: I; II; III e VI.

3 (Fuvest-SP) Uma colher de plástico transparente, cheia de água e imersa no ar, pode funcionar como:

a) lente convergente.
b) lente divergente.
c) espelho côncavo.
d) microscópio composto.
e) prisma.

Resposta: a

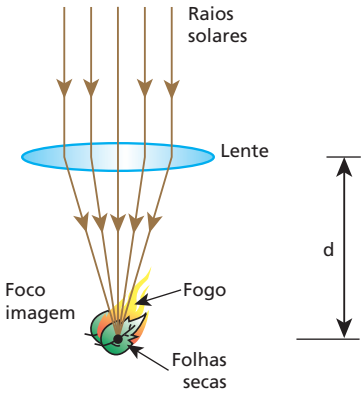
4 Um escoteiro, contrariando a orientação do chefe que recomendava o uso de gravetos rolantes para produzir fogo no momento da confecção do almoço do pelotão, utilizou uma lente esférica de distância focal **f** que "concentrou os raios solares" sobre um monte de folhas secas situado a uma distância **d** da lente.

a) Diga que tipo de lente o escoteiro utilizou (convergente ou divergente).
b) Faça, em seu caderno, um esquema representando os raios solares, a lente e o monte de folhas secas.
c) Determine o valor de **d** em função de **f** para que o processo tenha eficiência máxima, isto é, o fogo seja produzido no menor intervalo de tempo possível.

Resolução:

a) A lente deve ser convergente.

b)

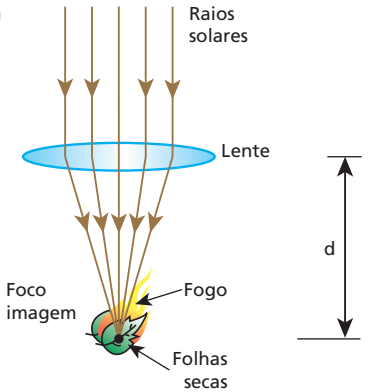


c) As folhas secas devem ser posicionadas na região do foco imagem da lente. Logo:

$$d = f$$

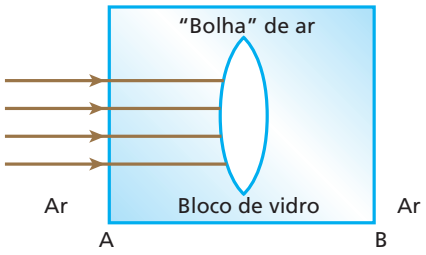
Respostas: a) Convergente

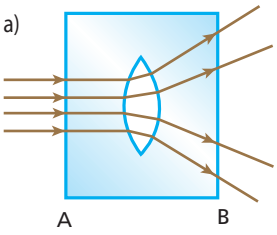
b)

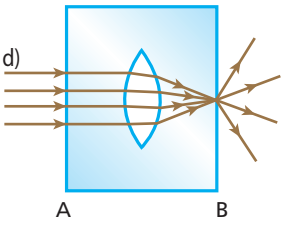


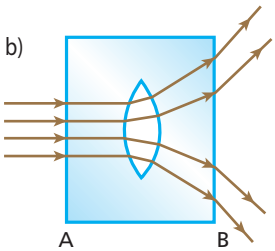
c) d = f

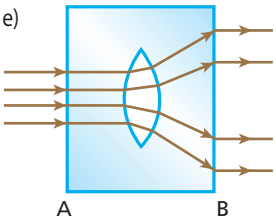
5 (Mack-SP) Na produção de um bloco de vidro *flint*, de índice de refração absoluto 1,7, ocorreu a formação de uma "bolha" de ar (índice de refração absoluto 1,0), com o formato de uma lente esférica biconvexa. Um feixe luminoso monocromático, paralelo, incide perpendicularmente à face **A** do bloco, conforme a figura a seguir, e, após passar pelo bloco e pela bolha, emerge pela face **B**. A figura que melhor representa o fenômeno é:

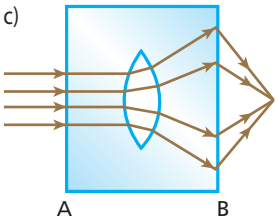


a)


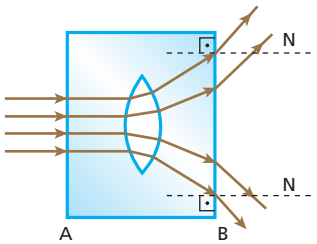
d)


b)


e)


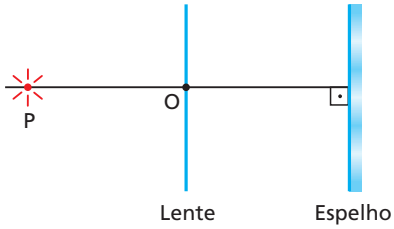
c)


Resolução:
Como o índice de refração da lente (1,0) é menor que o do meio (1,7), a lente biconvexa terá comportamento divergente.
Ao sair do bloco de vidro *flint*, os raios de luz irão passar para o ar (índice de refração menor), afastando-se da normal.



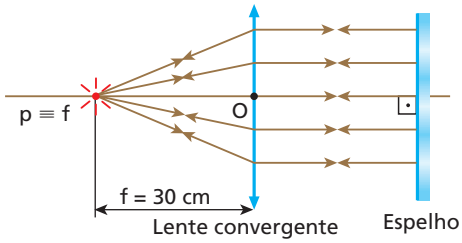
Resposta: b

6 O arranjo experimental da figura é composto de uma lente esférica de vidro e um espelho plano. A montagem é feita no interior de uma sala de aula pelo professor de Óptica, que dispõe o espelho perpendicularmente ao eixo principal da lente:



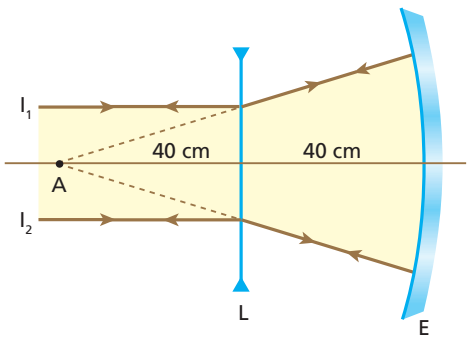
De um ponto **P**, situado sobre o eixo principal e distante 30 cm do centro óptico da lente, provém luz que se refrata através da lente, incide no espelho, reflete-se e volta a atravessar a lente, convergindo novamente para o ponto **P**, independentemente da distância entre a lente e o espelho.
a) Classifique a lente como convergente ou divergente.
b) Obtenha o valor absoluto de sua distância focal.

Resolução:
a) A lente que viabiliza o experimento proposto deve ser **convergente**.
b) Do enunciado, deduz-se que os raios luminosos emergentes da lente e incidentes no espelho são paralelos entre si e ao eixo óptico da lente. Por isso, pode-se concluir que o ponto luminoso **P** situa-se sobre o foco principal objeto da lente, que apresenta, portanto, distância focal 30 cm.
O esquema a seguir ilustra o exposto.



Respostas: a) Convergente; b) 30 cm

7 (Univest-SP) Um feixe de raios paralelos, representado por I_1 e I_2, incide em uma lente bicôncava (**L**) para, em seguida, incidir em um espelho côncavo (**E**), conforme ilustra a figura. Na reflexão, os raios retornam sobre si mesmos, convergindo para um ponto **A**, situado sobre o eixo principal comum.

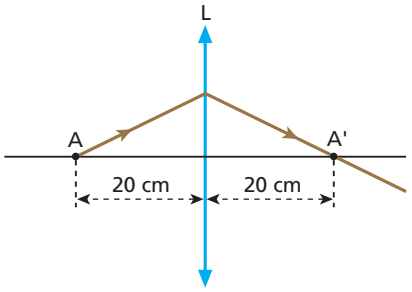


Com base nessas informações, é correto afirmar que, em valor absoluto, as abscissas focais de **L** e **E** valem, em centímetros, respectivamente:
a) 40 e 20. b) 40 e 40. c) 40 e 80. d) 80 e 80. e) 80 e 120.

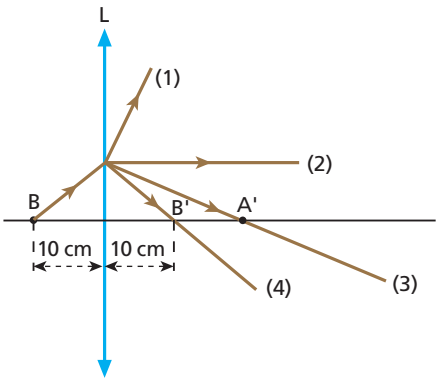
Resolução:
O ponto **A** é o centro de curvatura do espelho **E** e o foco principal imagem da lente **L**.

Resposta: b

8 (Unip-SP) A figura representa um objeto luminoso **P** no eixo principal de uma lente convergente **L**. Quando o objeto **P** está na posição **A**, o raio de luz que parte de **P** passa, após refratar-se na lente, pelo ponto **A'**, simétrico de **A** em relação a **L**:



Em seguida, o objeto **P** se aproxima da lente, posicionando-se no ponto **B**, conforme a figura.



O raio de luz que parte do objeto **P**, posicionado em **B**, após refratar-se na lente, assume:
a) a direção 1.
b) a direção 2.
c) a direção 3.
d) a direção 4.
e) uma direção diferente das indicadas.

Resolução:
Os pontos **A** e **A'** são, respectivamente, o ponto antiprincipal objeto e o ponto antiprincipal imagem. Em **B**, o objeto **P** encontra-se no foco principal objeto da lente, fazendo com que a luz refratada por esta assuma a direção 2.

Resposta: b

9 (Fuvest-SP) Tem-se um objeto luminoso situado em um dos focos principais de uma lente convergente. O objeto afasta-se da lente, movimentando-se sobre seu eixo principal. Podemos afirmar que a imagem do objeto, à medida que ele se movimenta:
a) cresce continuamente.
b) passa de virtual para real.
c) afasta-se cada vez mais da lente.
d) aproxima-se do outro foco principal da lente.
e) passa de real para virtual.

Resposta: d

10 (Fuvest-SP) Uma pessoa segura uma lente delgada junto a um livro, mantendo seus olhos aproximadamente a 40 cm da página, obtendo a imagem indicada na figura.

Soneto da Fidelidade
Vinicius de Moraes

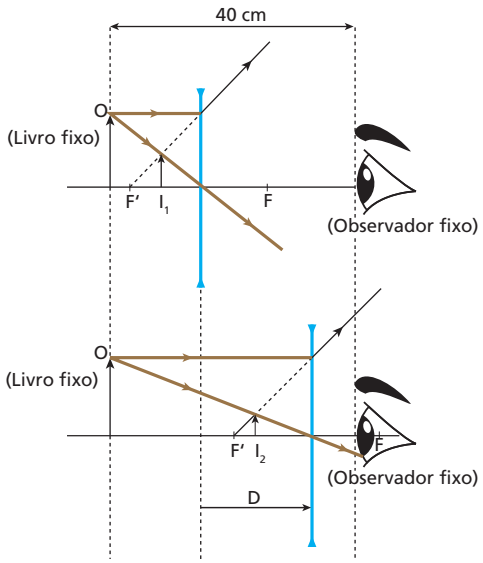
De tudo, ao meu amor serei atento
Antes, e com tal zelo, e sempre, e tanto
Que mesmo
Dele se
Quer
E em
E rir
Ao s

E assim,
Quem sabe
Quem sabe a solidão, fim de quem ama

Eu possa (me) dizer do amor (que tive):
Que não seja imortal, posto que é chama,
Mas que seja infinito enquanto dure.

Em seguida, sem mover a cabeça ou o livro, vai aproximando a lente de seus olhos. A imagem, formada pela lente, passará a ser:
a) sempre direita, cada vez menor.
b) sempre direita, cada vez maior.
c) direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez menor.
d) direita cada vez maior, passando a invertida e cada vez menor.
e) direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez maior.

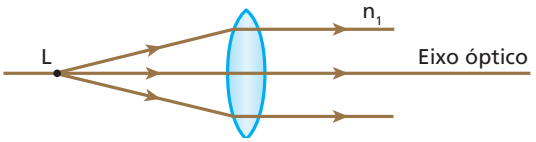
Resolução:
Se a imagem observada é direita e menor, trata-se de uma lente divergente.
À medida que a lente se aproxima do olho do observador (fixo), a imagem do livro (fixo) torna-se cada vez menor, porém sempre virtual e direita, conforme justificam os esquemas a seguir.



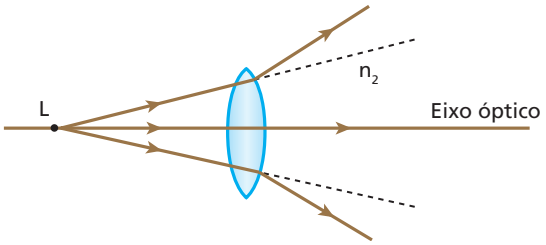
Devido ao deslocamento **D** sofrido pela lente, o comprimento de I_2 é **menor** que o de I_1.

Resposta: a

11 (Ufla-MG) Coloca-se uma pequena lâmpada **L** no foco principal de uma lente biconvexa de índice de refração n_L imersa em um líquido de índice de refração n_1. Essa situação está esquematizada abaixo.



Mantendo-se a posição da lâmpada em relação à lente e imergindo-se o conjunto em um outro líquido de índice de refração n_2, obteve-se o seguinte percurso para os raios luminosos:



É correto afirmar que:

a) $n_2 > n_1 > n_L$
b) $n_2 = n_L > n_1$
c) $n_L > n_2 > n_1$
d) $n_2 > n_L > n_1$
e) $n_L = n_1 > n_2$

Resolução:

Em operação imersa no líquido de índice de refração n_1, a lente apresenta comportamento **convergente**; logo:

$n_L > n_1$

Em operação imersa no líquido de índice de refração n_2, entretanto, a lente passa a apresentar comportamento **divergente**; logo:

$n_2 > n_L$

Assim,

$$n_2 > n_L > n_1$$

Sugestão: Para o aluno notar claramente os comportamentos convergente e divergente da lente, é recomendável inverter em ambos os casos o sentido de propagação da luz (reversibilidade luminosa).

Resposta: d

12 (Unirio-RJ) Uma pessoa deseja construir um sistema óptico capaz de aumentar a intensidade de um feixe de raios de luz paralelos, tornando-os mais próximos, sem que modifique a direção original dos raios incidentes. Para isso, tem à sua disposição prismas, lentes convergentes, lentes divergentes e lâminas de faces paralelas.

Tendo em vista que os elementos que constituirão o sistema óptico são feitos de vidro e estarão imersos no ar, qual das cinco composições a seguir poderá ser considerada como uma possível representação do sistema óptico desejado?

a)

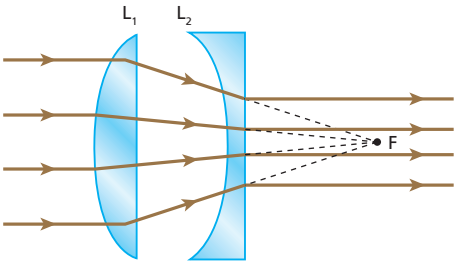
b)

c)

d)

e)

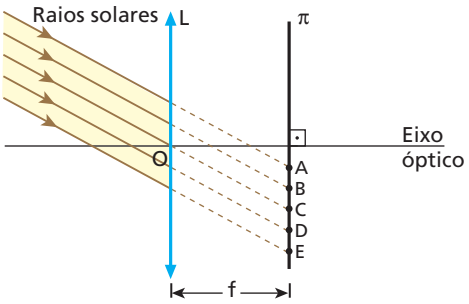
Resolução:



O ponto **F** é o foco imagem de L_1 e o foco objeto de L_2.

Resposta: d

13 Para acender um palito de fósforo com os raios solares (considerados paralelos), você vai utilizar uma lente convergente **L** de centro óptico **O** e distância focal **f**. Para tanto, a cabeça do palito será colocada em um dos cinco pontos, **A**, **B**, **C**, **D** ou **E**, indicados na figura a seguir.



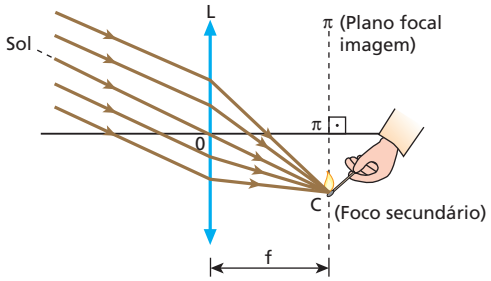
O plano **π** é perpendicular ao eixo óptico da lente e os pontos citados pertencem à intersecção desse plano com o plano do papel. O efeito desejado será produzido no mínimo intervalo de tempo se a cabeça do palito for colocada no ponto:

a) A; b) B; c) C; d) D; e) E.

Resolução:

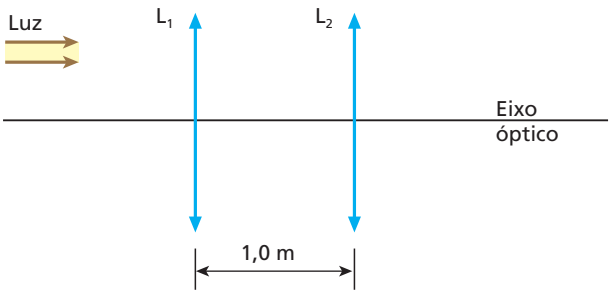
A cabeça do palito de fósforo deverá ser colocada em um dos focos imagem da lente, todos pertencentes ao plano **π** (plano focal imagem).

Lembrando que os raios que incidem no centro óptico atravessam a lente delgada sem sofrer qualquer desvio, determinamos na intersecção do raio que emerge de **O** com o plano **π** a posição do foco secundário (ponto **C**) para onde os raios solares devem convergir. Nesse ponto, é possível acender-se o palito de fósforo no mínimo intervalo de tempo.



Resposta: c

14 E.R. Duas lentes convergentes L_1 e L_2 são associadas coaxialmente, conforme mostra o esquema a seguir:



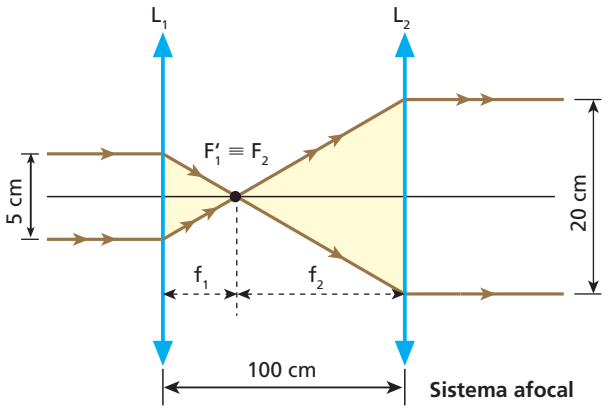
Fazendo-se incidir sobre L_1 um pincel cilíndrico de luz monocromática de 5 cm de diâmetro e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, observa-se que de L_2 emerge um pincel luminoso também cilíndrico e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, porém com 20 cm de diâmetro. Determine:

a) o trajeto dos raios luminosos, ao atravessarem o sistema;

b) as distâncias focais de L_1 e de L_2.

Resolução:

a) Para que o pincel luminoso emergente de L_2 seja cilíndrico e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, o foco principal imagem de L_1 deve coincidir com o foco principal objeto de L_2, conforme representa a figura:



b) Os triângulos destacados são semelhantes. Logo:

$$\frac{f_1}{5} = \frac{f_2}{20} \Rightarrow f_2 = 4f_1 \quad (I)$$

Mas:

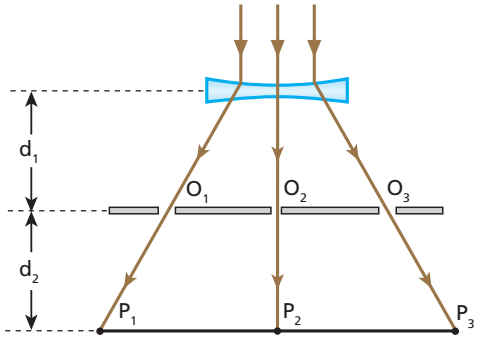
$$f_1 + f_2 = 100 \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II), temos:

$$f_1 + 4f_1 = 100 \Rightarrow \boxed{f_1 = 20 \text{ cm}} \text{ e}$$

$$\boxed{f_2 = 80 \text{ cm}}$$

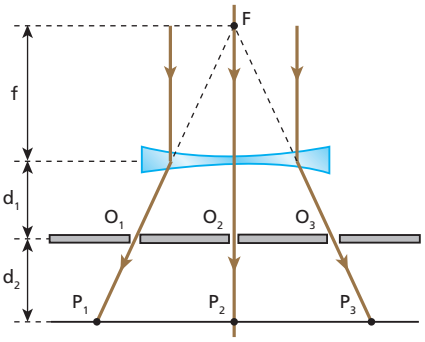
15 (UFRGS) A figura a seguir ilustra um experimento realizado com o fim de determinar o módulo da distância focal de uma lente divergente. Um feixe de raios paralelos incide sobre a lente. Três deles, após atravessarem essa lente, passam pelos orifícios O_1, O_2 e O_3 existentes em um anteparo fosco à sua frente, indo encontrar um segundo anteparo nos pontos P_1, P_2 e P_3:



Dados: $O_1O_3 = 4{,}0$ cm; $P_1P_3 = 6{,}0$ cm; $d_1 = 15{,}0$ cm; $d_2 = 15{,}0$ cm.

Quanto vale, em centímetros, o módulo da distância focal da lente em questão?

Resolução:



Os triângulos FP_1P_3 e FO_1O_3 são semelhantes. Logo:

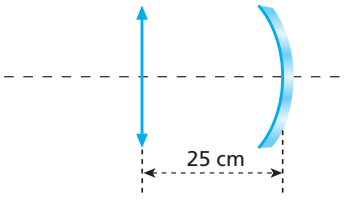
$$\frac{|f| + d_1}{|f| + d_1 + d_2} = \frac{\overline{O_1O_3}}{P_1P_3}$$

$$\frac{|f| + 15}{|f| + 30} = \frac{4}{6} \Rightarrow \boxed{|f| = 15{,}0 \text{ cm}}$$

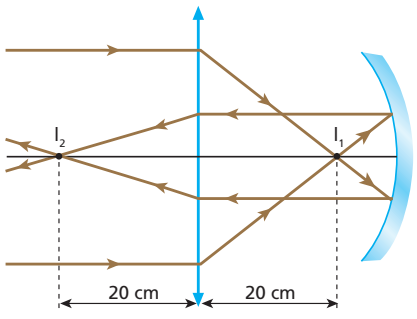
Resposta: 15,0 cm

16 Uma lente convergente de distância focal f = 20 cm e um espelho côncavo de raio R = 10 cm são colocados ao longo do eixo comum e separados por uma distância de 25 cm um do outro. Observe a figura a seguir. Com esse dispositivo, é focalizado um objeto muito distante (considere-o no infinito).

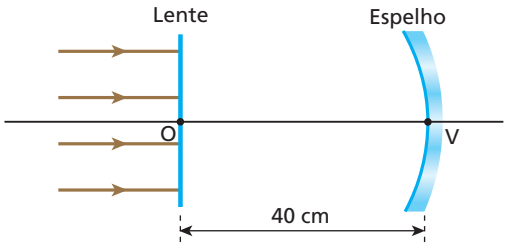
Copie a figura e esquematize a trajetória da luz no sistema, indicando a posição das duas imagens que o sistema conjuga ao objeto.



Resposta:



17 A figura representa uma lente esférica simétrica de vidro, imersa no ar, diante da qual está a superfície refletora de um espelho esférico côncavo, cujo raio de curvatura vale 60 cm. O vértice do espelho dista 40 cm do centro óptico da lente.



Raios luminosos paralelos entre si e ao eixo óptico comum à lente e ao espelho incidem no sistema. Sabendo que os raios emergentes do sistema sobrepõem-se aos incidentes:

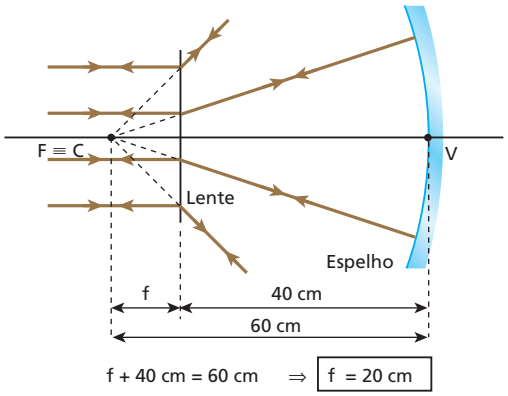
a) classifique a lente como biconvexa ou bicôncava;

b) obtenha o valor absoluto de sua distância focal.

Resolução:

a) Bicôncava.

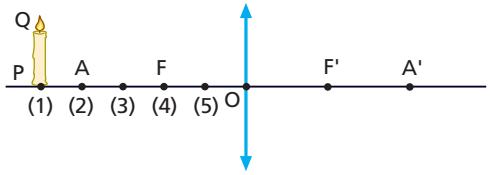
b)



$f + 40\ cm = 60\ cm \Rightarrow \boxed{f = 20\ cm}$

Respostas: a) Bicôncava; b) 20 cm

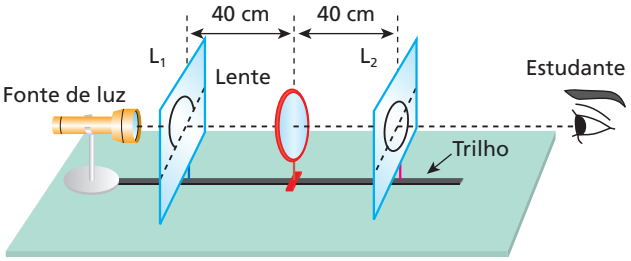
18 Na figura, está esquematizada uma lente convergente de pontos antiprincipais **A** e **A'**, focos principais **F** e **F'** e centro óptico **O**. PQ é um objeto luminoso que será deslocado ao longo do eixo óptico da lente, passando pelas posições 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente.



Para cada posição do objeto, obtenha graficamente, em seu caderno, a correspondente imagem, fornecendo suas características.

Respostas: Posição 1: real, invertida e menor; **Posição 2:** real, invertida e igual; **Posição 3:** real, invertida e maior; **Posição 4:** imprópria; **Posição 5:** virtual, direita e maior.

19 Desejando determinar a distância focal de uma lente esférica convergente, um estudante realiza um experimento no qual são empregadas, além da lente, duas lâminas iguais de vidro fosco (L_1 e L_2), em que estão pintadas duas faixas semicirculares de raios iguais e de concavidades voltadas para baixo. Movimentando as lâminas ao longo de um trilho instalado sobre uma mesa, o estudante consegue posicioná-las de modo que a imagem de L_1, projetada pela lente sobre L_2, feche uma circunferência, conforme ilustrado a seguir:



Nessas condições, que valor o estudante determinará para a distância focal da lente?

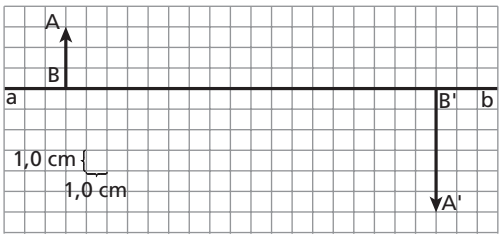
Resolução:

As lâminas L_1 e L_2 estão posicionadas nos pontos antiprincipais da lente. Logo:

$$f = \frac{40\ cm}{2} \Rightarrow \boxed{f = 20\ cm}$$

Resposta: 20 cm

20 **E.R.** No esquema seguinte, ab é o eixo principal de uma lente esférica delgada, AB é um objeto real e A'B' é a imagem de AB conjugada pela lente:



a) Posicione o centro óptico da lente sobre o eixo ab, calculando sua distância em relação a AB e em relação a A'B'.

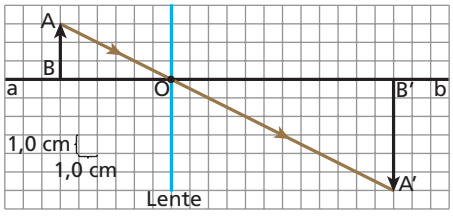
b) Classifique a lente como convergente ou divergente.

c) Determine o valor absoluto de sua abscissa focal.

Resolução:

a) I. **Posicionamento do centro óptico (O)**

Um raio luminoso que incide na lente a partir do ponto **A**, alinhado com o ponto A', intercepta o eixo ab na posição correspondente ao centro óptico:



II. **Determinação das distâncias**

Sejam:

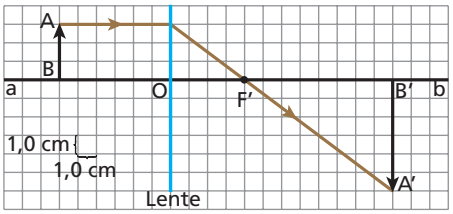
p = distância da lente a AB

p' = distância da lente a A'B'

Observando a figura, obtemos:

$$\boxed{p = 6{,}0\ cm \text{ e } p' = 12\ cm}$$

b) Um raio luminoso que incide na lente paralelamente ao eixo ab, a partir do ponto **A**, deve refratar-se alinhado com o ponto A'. Esse raio determina o comportamento da lente (convergente ou divergente) e intercepta o eixo ab no foco principal imagem (F'):

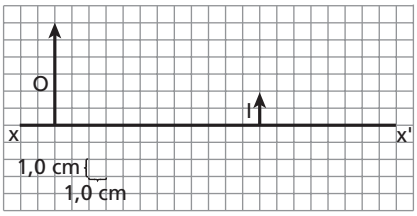


A lente é convergente.

c) A distância focal (**f**) da lente corresponde ao comprimento F'O. Da figura, obtemos:

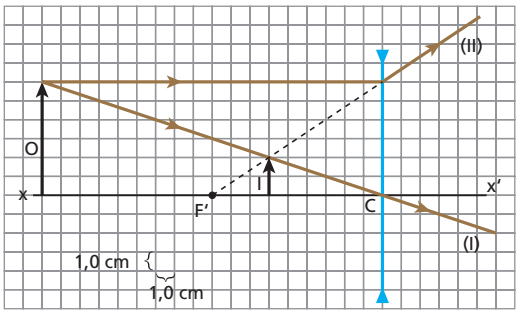
f = 4,0 cm

21 No esquema seguinte, xx' é o eixo principal de uma lente esférica delgada, **O** é um objeto luminoso e **I** é sua imagem conjugada pela lente:



a) Copie a figura em escala no seu caderno e determine a posição do centro óptico da lente sobre o eixo xx', calculando sua distância em relação a **O** e em relação a **I**.
b) Classifique a lente como convergente ou divergente.
c) Determine o valor absoluto de sua abscissa focal.

Resolução:
a) O centro óptico da lente (ponto **C**) dista 18 cm de **O** e 6,0 cm de **I**.



b) A lente é **divergente**.
c) |f| = 9,0 cm (ver esquema).

Respostas: a) 18 cm de **O** e 6,0 cm de **I**; b) Divergente; c) 9,0 cm

22 E.R. Uma lente esférica produz uma imagem real de um objeto situado a 30 cm da lente. Sabendo que o objeto se encontra a 50 cm de sua imagem, pede-se:
a) classificar a lente em convergente ou divergente;
b) calcular a distância focal da lente;
c) representar por meio de um esquema a situação proposta.

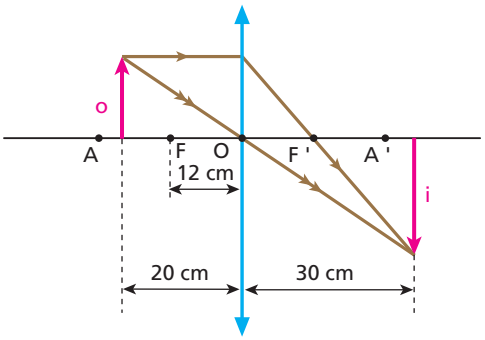
Resolução:
a) Se a um objeto real é conjugada uma imagem real, a lente é **convergente**.
b) Temos p' = 30 cm e p + p' = 50 cm. Obtemos, daí, p = 20 cm. Aplicando a função dos pontos conjugados, calculemos **f**:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{f}=\frac{3+2}{60} \Rightarrow f=\frac{60}{5}$$

f = 12 cm

c) No caso, o objeto situa-se entre o ponto antiprincipal e o foco principal.



23 Um objeto luminoso está posicionado no eixo principal de uma lente esférica convergente, distante 20 cm do seu centro óptico. Sabendo que a distância focal da lente é de 10 cm, calcule a distância da imagem ao objeto, em centímetros.

Resolução:
(I) **Gauss:** $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10}=\frac{1}{20}+\frac{1}{p'}$

$\frac{1}{p'}=\frac{1}{10}-\frac{1}{20} \Rightarrow$ p' = 20 cm

(II) d = p + p' ⇒ d = 20 + 20 (cm)

d = 40 cm

Resposta: 40 cm

24 (Unisa-SP) Observando-se uma estrela distante com uma lente convergente, verifica-se que a imagem obtida se situa a 10 cm da lente. Observando-se um objeto localizado a 30 cm da lente, a que distância desta se formará a nova imagem?

Resolução:
A estrela é um objeto impróprio e, por isso, sua imagem se forma no plano focal da lente.

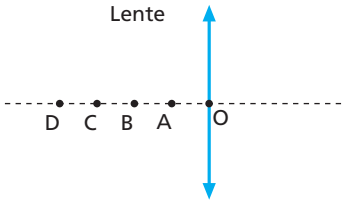
f = 10 cm

(I) **Gauss:** $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10}=\frac{1}{30}+\frac{1}{p'}$

$\frac{1}{p'}=\frac{1}{10}-\frac{1}{30} \Rightarrow$ p' = 15 cm

Resposta: 15 cm

25 (Unip-SP) Na figura, representamos uma lente delgada convergente cujo foco é o ponto **B**. Os pontos **O**, **A**, **B**, **C** e **D** são tais que OA = AB = BC = CD.



No instante t_0, um objeto pontual **P** está posicionado em **A** e no instante t_1, está posicionado em **D**. Seja **P'** a imagem de **P** fornecida pela lente. Sendo **f** a distância focal da lente, o deslocamento de **P'**, no intervalo de t_0 a t_1, tem módulo igual a:

a) 2f. c) 4f. e) 6f.
b) 3f. d) 5f.

Resolução:

Objeto em A: $\frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{f}{2}} + \frac{1}{p'_0} \Rightarrow \boxed{p'_0 = -f}$

Objeto em D: $\frac{1}{f} = \frac{1}{2f} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \boxed{p'_1 = 2f}$

$\Delta s = |p'_0| + p'_1 \Rightarrow \Delta s = f + 2f \Rightarrow \boxed{\Delta s = 3f}$

Resposta: b

26 **E.R.** Pretende-se projetar em um anteparo a imagem nítida de um objeto real, ampliada 4 vezes. Para isso, utiliza-se uma lente esférica cuja abscissa focal tem módulo 20 cm. Determine:

a) o tipo de lente que deve ser utilizado (convergente ou divergente);
b) a distância do objeto à lente;
c) a distância do anteparo à lente.

Resolução:

a) Se a imagem será projetada em um anteparo, sua natureza é **real**. Assim, como o objeto e a imagem são reais, temos $p > 0$ e $p' > 0$, e, consequentemente, $f > 0$, indicando que a lente é **convergente**.

b) Com $p > 0$ e $p' > 0$, obtém-se aumento linear transversal negativo (imagem invertida).

$$A = -4$$

Mas: $A = \frac{f}{f - p}$

Logo: $-4 = \frac{20}{20 - p} \Rightarrow -20 + p = 5$

$$\boxed{p = 25 \text{ cm}}$$

c) Observando que a imagem está no anteparo, temos:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$-4 = -\frac{p'}{25} \Rightarrow \boxed{p' = 100 \text{ cm}}$$

27 Utilizando-se uma lente esférica convergente, projeta-se em um anteparo difusor a imagem de um objeto luminoso, ampliada 5 vezes. Sabendo que a distância do objeto à lente é de 12 cm, determine:

a) a abscissa focal da lente; b) a distância do anteparo à lente.

Resolução:

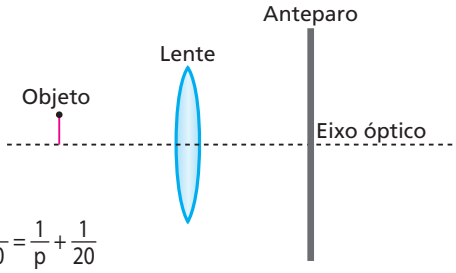
a) $A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow -5 = \frac{f}{f - 12} \Rightarrow -5f + 60 = f$

$$\boxed{f = 10 \text{ cm}}$$

b) $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -5 = -\frac{p'}{12} \Rightarrow \boxed{p' = 60 \text{ cm}}$

Respostas: a) 10 cm; b) 60 cm

28 (UFPI) A figura a seguir representa uma lente delgada convergente, um anteparo e um objeto luminoso. A lente tem distância focal igual a 4,0 cm e está separada do anteparo por uma distância fixa de 20 cm. O objeto, com altura de 3,0 cm, é deslocado ao longo do eixo óptico da lente até que se tenha sua imagem formada com nitidez sobre o anteparo. Nessa situação, qual a distância do objeto à lente e qual a altura de sua imagem?



Resolução:

Equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{4,0} = \frac{1}{p} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{4,0} - \frac{1}{20} \Rightarrow \boxed{p = 5,0 \text{ cm}}$$

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{|i|}{3,0} = \frac{20}{5,0} \Rightarrow \boxed{|i| = 12 \text{ cm}}$$

Respostas: 5 cm e 12 cm

29 (PUC-SP) Leia com atenção a tira abaixo:

Suponha que Bidu, para resolver o problema da amiga, que só tem 6 mm de altura, tenha utilizado uma lente delgada convergente de distância focal 12 cm, colocada a 4 cm da formiguinha. Para o elefante, a altura da formiga, em cm, parecerá ser de:
a) 0,6. b) 0,9. c) 1,2. d) 1,5. e) 1,8.

Resolução:
Usando a Equação do Aumento Linear, temos:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{f}{f - p}$$

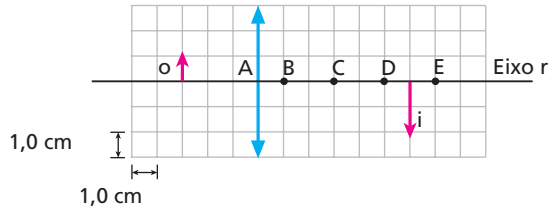
Assim:

$$\frac{i}{0,6} = \frac{12}{12 - 4}$$

$$\boxed{i = 0,9 \text{ cm}}$$

Resposta: b

30 Na figura a seguir, estão representados um objeto **o** e sua respectiva imagem **i**, produzida em uma lente delgada convergente:



Mantendo-se fixo o objeto, desloca-se a lente na direção do eixo **r**, até que a nova imagem tenha a mesma altura que o objeto. Nessas condições, o centro óptico **O** da lente deve coincidir com o ponto:
a) **A**; b) **B**; c) **C**; d) **D**; e) **E**.

Resolução:
Situação inicial:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{3,0} + \frac{1}{6,0} \Rightarrow \boxed{f = 2,0 \text{ cm}}$$

Situação final:

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -1 = -\frac{p'}{p}$$

$$p' = p = x$$

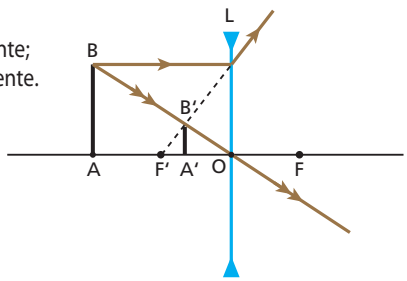
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{2,0} = \frac{2}{x} \Rightarrow \boxed{x = 4,0 \text{ cm}}$$

Lente no ponto **B**.

Resposta: b

31 No esquema ao lado, **L** é uma lente divergente, AB é um bastão luminoso e A'B' é a imagem de AB conjugada por **L**:

Sabendo que $A'B' = \frac{AB}{3}$ e que a lente tem distância focal de módulo 30 cm, calcule:
a) a distância de AB à lente;
b) a distância de A'B' à lente.



Resolução:
a) $A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{-30}{-30 - p} \Rightarrow \boxed{p = 60 \text{ cm}}$

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow -\frac{1}{30} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'}$

$p' = -20$ cm

$\boxed{d = |p'| = 20 \text{ cm}}$

Respostas: a) 60 cm; b) 20 cm

32 E.R. Um objeto linear de 12 cm de comprimento é colocado diante de uma lente convergente, cuja distância focal é de 15 cm. Sabendo que a distância do objeto à lente é de 60 cm, obtenha, analiticamente, todas as características da imagem.

Resolução:
Como o objeto é real, tem-se $p > 0$: $p = +60$ cm.
Como a lente é convergente, tem-se $f > 0$: $f = +15$ cm.
A partir da função dos pontos conjugados, calculamos **p'**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{15} - \frac{1}{60} = \frac{4 - 1}{60} = \frac{3}{60}$$

$$\boxed{p' = +20 \text{ cm}}$$

Como p' resultou positiva, conclui-se que a imagem é real. Com **p** e **p'** conhecidas, calculamos o aumento linear transversal:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$A = -\frac{20}{60} \Rightarrow \boxed{A = -\frac{1}{3}}$$

Como **A** resultou negativo, conclui-se que a imagem é invertida. E pelo fato de $|A| < 1$, a imagem é menor que o objeto. Lembrando que o comprimento do objeto $|o|$ vale 12 cm, calculamos o comprimento da imagem $|i|$:

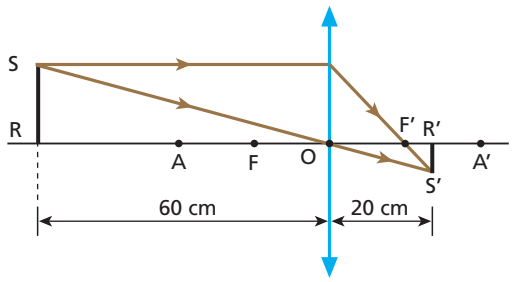
$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow |A| = \frac{|i|}{|o|} \Rightarrow |i| = |A| \cdot |o|$$

$$|i| = \frac{1}{3} \cdot 12 \text{ (cm)} \Rightarrow \boxed{|i| = 4,0 \text{ cm}}$$

Finalmente, podemos dizer que:

> A imagem é real, invertida, menor que o objeto e tem 4,0 cm de comprimento.

Convém destacar ainda que, como 15 cm < p' < 30 cm (observe-se que p' = 20 cm), a imagem situa-se entre o foco principal imagem e o ponto antiprincipal imagem. O esquema seguinte ilustra a situação:



33 Uma pequena lâmpada fluorescente está acesa e posicionada perpendicularmente ao eixo principal de uma lente delgada convergente. A imagem da lâmpada conjugada por essa lente tem metade do tamanho da lâmpada e se forma sobre um anteparo a 60 cm da lente. Nessas condições, qual a distância focal da lente expressa em centímetros?

Resolução:

(I) $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{60}{p}$

$\boxed{p = 120 \text{ cm}}$

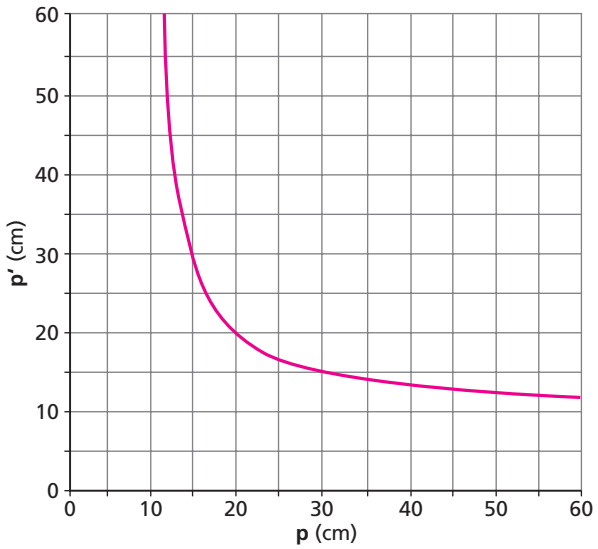
(II) **Gauss:** $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{120} + \frac{1}{60}$

$\boxed{f = 40 \text{ cm}}$

Resposta: 40 cm

34 Parte do gráfico da abscissa-imagem, **p'**, em função da abscissa-objeto, **p**, medidas ao longo do eixo óptico de uma lente esférica que obedece às condições de Gauss, está mostrada abaixo.



a) Determine o comportamento óptico da lente (convergente ou divergente), bem como sua distância focal.

b) Admitindo que a abscissa-objeto seja igual a 5,0 cm, calcule a correspondente abscissa-imagem e também o aumento linear transversal.

Resolução:

a) A lente tem comportamento **convergente**, já que, para valores positivos de **p**, correspondem valores positivos de **p'**.
Do gráfico, para p = 20 cm, tem-se p' = 20 cm.
Aplicando-se a **Equação de Gauss**, vem:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20}$

$\frac{1}{f} = \frac{2}{20} \Rightarrow f = \frac{20}{2} \text{ (cm)}$

Donde: $\boxed{f = 10 \text{ cm}}$

b) Para p = 5,0 cm, o correspondente valor de **p'** fica determinado pela **Equação de Gauss**.

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{5,0} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{5,0} = \frac{1-2}{10}$

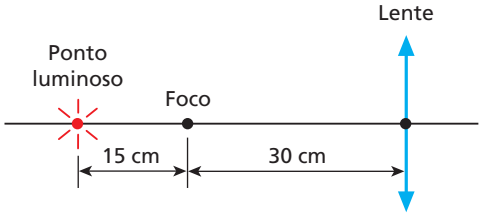
Donde: $\boxed{p' = -10 \text{ cm}}$

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow A = -\frac{(-10)}{5,0}$

$\boxed{A = 2}$

Respostas: a) Convergente, 10 cm; b) –10 cm, 2

35 A figura representa um ponto luminoso sobre o eixo óptico de uma lente convergente que obedece às condições de Gauss:



a) A que distância da lente está posicionada a imagem do ponto luminoso?

b) Deslocando-se o ponto luminoso 3,0 cm numa direção perpendicular ao eixo óptico da lente, qual o deslocamento sofrido pela imagem?

Resolução:

Equação de Gauss:

a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{45} + \frac{1}{p'}$

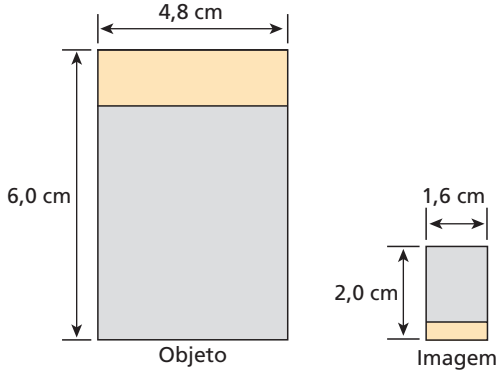
$\frac{1}{p'} = \frac{1}{30} - \frac{1}{45} \Rightarrow \boxed{p' = 90 \text{ cm}}$

b) $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{|i|}{3,0} = \frac{90}{45}$

$\boxed{|i| = 6,0 \text{ cm}}$

Respostas: a) 90 cm; b) 6,0 cm

36 (Fuvest-SP) A figura abaixo mostra, numa mesma escala, o desenho de um objeto retangular e sua imagem, formada a 50 cm de uma lente convergente de distância focal **f**. O objeto e a imagem estão em planos perpendiculares ao eixo óptico da lente.
Podemos afirmar que o objeto e a imagem:



a) estão do mesmo lado da lente e que f = 150 cm.
b) estão em lados opostos da lente e que f = 150 cm.
c) estão do mesmo lado da lente e que f = 37,5 cm.
d) estão em lados opostos da lente e que f = 37,5 cm.
e) podem estar tanto do mesmo lado como em lados opostos da lente e que f = 37,5 cm.

Resolução:
A imagem é invertida e menor que o objeto $\left(A = -\frac{1}{3}\right)$. Logo:

(I) $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{3} = -\frac{50}{p} \Rightarrow \boxed{p = 150 \text{ cm}}$

(II) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{150} + \frac{1}{50}$

Da qual: $\boxed{f = 37{,}5 \text{ cm}}$

Como $p > 0$ e $p' > 0$, o objeto e a imagem estão de lados opostos da lente.

Resposta: d

37 Um objeto real é colocado a 60 cm de uma lente delgada convergente. Aproximando-se de 15 cm o objeto da lente, a nova imagem obtida fica três vezes maior que a anterior, com a mesma orientação. Pode-se então afirmar que a distância focal da lente vale, em centímetros:
a) 7,5 cm; b) 15,0 cm; c) 22,5 cm; d) 30,0 cm; e) 37,5 cm.

Resolução:
1) Utilizando a equação do Aumento Linear Transversal para a primeira posição do objeto ($p_1 = 60$ cm), vem:
$$\frac{i_1}{o} = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow \frac{i_1}{o} = \frac{f}{f - 60} \qquad \text{(I)}$$

2) Utilizando a equação do Aumento Linear Transversal para a segunda posição do objeto ($p_2 = 45$ cm), vem:
$$\frac{i_2}{o} = \frac{f}{f - p_2}$$
Mas $i_2 = 3i_1$ e, portanto: $\frac{3i_1}{o} = \frac{f}{f - 45}$ (II)

3) Dividindo-se I por II, temos:
$$\frac{1}{3} = \frac{f - 45}{f - 60} \Rightarrow 3f - 135 = f - 60 \Rightarrow 2f = 75 \Rightarrow \boxed{f = 37{,}5 \text{ cm}}$$

Resposta: e

38 Uma lente bicôncava de vidro, imersa no ar, tem distância focal de módulo igual a 20 cm. Um objeto luminoso linear é disposto perpendicularmente ao eixo óptico, e sua imagem forma-se a 4,0 cm da lente.
a) Determine a distância do objeto à lente.
b) Responda se a imagem obtida pode ser projetada em um anteparo. Justifique.

Resolução:
a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow -\frac{1}{20} = \frac{1}{p} - \frac{1}{4{,}0}$
$$\frac{1}{p} = -\frac{1}{20} + \frac{1}{4{,}0} \Rightarrow \boxed{p = 5{,}0 \text{ cm}}$$
b) A imagem não pode ser projetada em um anteparo, pois sua natureza é **virtual**.

Respostas: a) 5,0 cm; b) Não, pois sua natureza é virtual.

39 A imagem que uma lente esférica divergente conjuga a um objeto linear colocado perpendicularmente ao seu eixo óptico tem um quarto do tamanho do objeto e está situada a 6,0 cm da lente. Supondo válidas as condições de Gauss, determine:
a) a distância do objeto à lente;
b) a abscissa focal da lente.

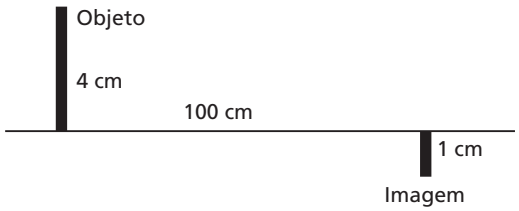
Resolução:
a) $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{4} = -\frac{(-6{,}0)}{p} \Rightarrow \boxed{p = 24 \text{ cm}}$

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{24} - \frac{1}{6{,}0}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1 - 4}{24} \Rightarrow \boxed{f = -8{,}0 \text{ cm}}$$

Respostas: a) 24 cm; b) –8,0 cm

40 (Unicamp-SP) Um sistema de lentes produz a imagem real de um objeto, conforme a figura. Calcule a distância focal e localize a posição de uma lente delgada que produza o mesmo efeito.



Resolução:
$p + p' = 100 \text{ cm} \Rightarrow p' = 100 - p$ (I)

$A = \frac{i}{o} \Rightarrow A = -\frac{1}{4}$ (imagem invertida)

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{4} = -\frac{p'}{p}$ (II)

(I) em (II): $-\frac{1}{4} = -\frac{(100 - p)}{p} \Rightarrow \boxed{p = 80 \text{ cm}}$

$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{f}{f - 80} \Rightarrow \boxed{f = 16 \text{ cm}}$

A lente deve situar-se entre o objeto e a imagem, a 80 cm do objeto.

Resposta: f = 16 cm; a lente deve ser colocada entre o objeto e a imagem, a 80 cm do objeto.

41 (Unesp-SP) Um estudante, utilizando uma lente, projeta a imagem da tela da sua televisão, que mede 0,42 m × 0,55 m, na parede oposta da sala. Ele obtém uma imagem plana e nítida com a lente localizada a 1,8 m da tela da televisão e a 0,36 m da parede.
a) Quais as dimensões da tela projetada na parede? Qual a distância focal da lente?
b) Como a imagem aparece na tela projetada na parede: sem qualquer inversão? Invertida apenas na vertical (de cabeça para baixo)? Invertida na vertical e na horizontal (de cabeça para baixo e trocando o lado esquerdo pelo direito)? Justifique.

Resolução:

a) Do exposto no enunciado, temos:
$p = 1{,}8$ m
$p' = 0{,}36$ m
$o_v = 0{,}42$ m (dimensão vertical da tela da televisão)
$o_h = 0{,}55$ m (dimensão horizontal da tela da televisão)

I) Utilizando-se a equação do Aumento Linear Transversal para a dimensão vertical da tela, vem:

$$\frac{i_v}{o_v} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i_v}{0{,}42} = \frac{-0{,}36}{1{,}8} \Rightarrow i_v = -0{,}084 \text{ m}$$

$$\boxed{|i_v| = 0{,}084 \text{ m}}$$

II) Utilizando-se a equação do Aumento Linear Transversal, para a dimensão horizontal da tela, vem:

$$\frac{i_h}{o_h} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i_h}{0{,}55} = \frac{-0{,}36}{1{,}8} \Rightarrow i_h = -0{,}11 \text{ m}$$

$$\boxed{|i_h| = 0{,}11 \text{ m}}$$

III) Portanto, as dimensões da imagem da tela, projetada na parede, são:
0,084 m × 0,11 m

IV) A distância focal da lente (**f**) pode ser obtida pela **Equação de Gauss**:

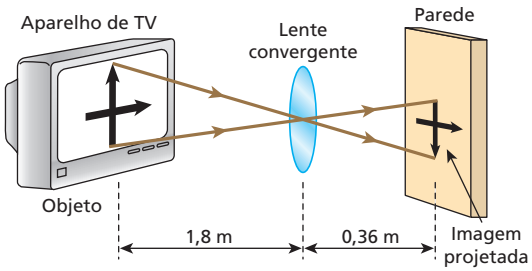
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{1{,}8} + \frac{1}{0{,}36} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}30 \text{ mm}}$$

Com $f > 0$, a lente é convergente.

b) Do item anterior, temos:
$i_v = -0{,}084$ m
$i_h = -0{,}11$ m

Como $i_v < 0$ e $i_h < 0$, concluímos que a imagem da tela, projetada na parede, é invertida na vertical ("de cabeça para baixo") e também na horizontal ("trocando o lado esquerdo pelo direito").
Esquematicamente, temos:



Respostas: a) 0,084 m · 0,11 m, 0,30 mm; b) Invertida na vertical e na horizontal.

42 Um pequeno bastão luminoso é disposto paralelamente a uma parede, a 338 cm de distância. Entre o bastão e a parede é instalada uma lente esférica convergente, de distância focal igual a 24 cm, de modo que projete na parede uma imagem nítida e ampliada do bastão. Supondo válidas as condições de Gauss, determine:
a) a distância entre a lente e a parede;
b) quantas vezes a imagem projetada é maior que o bastão.

Resolução:

a) $p + p' = 338 \Rightarrow p = 338 - p'$ (I)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{24} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad \text{(II)}$$

Substituindo-se (I) em (II):

$$\frac{1}{24} = \frac{1}{338 - p'} + \frac{1}{p'}$$

Resolvendo, obtêm-se: $p'_1 = 312$ cm e $p'_2 = 26$ cm.
Se a imagem projetada é ampliada, a solução conveniente é:

$$\boxed{p' = 312 \text{ cm}}$$

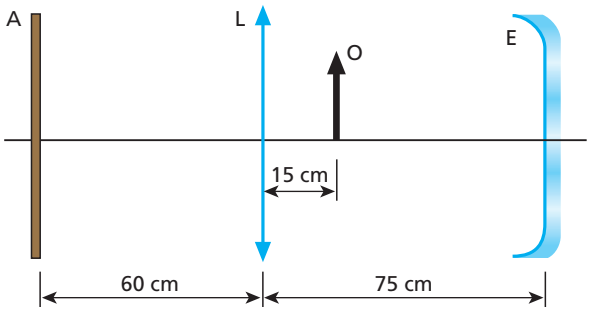
b) De (I): $p = 338 - 312$ (cm) $\Rightarrow \boxed{p = 26 \text{ cm}}$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow A = -\frac{312}{26} \Rightarrow \boxed{A = -12}$$

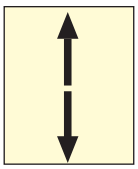
A imagem é **invertida** e de tamanho12 vezes maior que o do objeto.

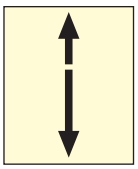
Respostas: a) 312 cm; b) 12 vezes

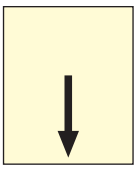
43 Uma lente esférica convergente **L** e um espelho esférico côncavo **E**, ambos em operação de acordo com as condições de aproximação de Gauss, são dispostos coaxialmente conforme representa o esquema. Um anteparo retangular **A** e um objeto linear **O** em forma de seta, ambos perpendiculares ao eixo do sistema, são posicionados nos locais indicados, iluminando-se o objeto por todos os lados.

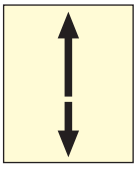


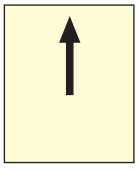
Sendo de 12 cm e 30 cm as distâncias focais de **L** e **E**, respectivamente, a melhor representação para a figura projetada em **A** é:

a) 

c) 

e) 

b) 

d) 

Resolução:

(I) **Lente:** $\frac{1}{f_L} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{p'_L}$

$\frac{1}{12} = \frac{1}{15} + \frac{1}{p'_L} \Rightarrow \frac{1}{p'_L} = \frac{1}{12} - \frac{1}{15}$

$\boxed{p'_L = 60 \text{ cm}}$

$A_L = -\frac{p'_L}{p_L} \Rightarrow A_L = -\frac{60}{15}$

$\boxed{A_L = -4}$

(Imagem invertida e de tamanho 4 vezes maior que o de **O**.)

(II) **Espelho:** $\frac{1}{f_E} = \frac{1}{p_E} + \frac{1}{p'_E}$

$\frac{1}{30} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'_E} \Rightarrow \frac{1}{p'_E} = \frac{1}{30} - \frac{1}{60} \Rightarrow \boxed{p'_E = 60 \text{ cm}}$

$A_E = -\frac{p'_E}{p_E} = -\frac{60}{60} \Rightarrow \boxed{A_E = -1}$

A imagem produzida por **E** é real, invertida, do mesmo tamanho de **O** e situada na mesma posição de **O**.
Esta imagem, comporta-se como objeto real em relação a **L**, que projeta em **A** uma imagem invertida desse "objeto", do mesmo tamanho da imagem de **O** citada no item (I).

Resposta: a

44 **E.R.** Considere uma lente plano-convexa de vidro imersa no ar, em que o raio de curvatura da face convexa vale 25 cm. Se o índice de refração do vidro vale 1,5, calcule a distância focal e a vergência da lente.

Resolução:
Trata-se de uma aplicação direta da **Equação dos Fabricantes de Lentes**:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

No caso, $n_L = 1{,}5$, $n_m = 1{,}0$ e $R_1 = +25$ cm (na face convexa, $R > 0$).
O raio de curvatura R_2 tende ao infinito, já que a face correspondente a ele é plana. Por isso, o termo $\frac{1}{R_2}$ tende a zero, conduzindo-nos a:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1{,}5}{1{,}0} - 1\right)\left(\frac{1}{25} + 0\right)$$

$$\frac{1}{f} = 0{,}50 \cdot \frac{1}{25} \Rightarrow \boxed{f = 50 \text{ cm} = 0{,}50 \text{ m}}$$

A vergência é dada pelo inverso da distância focal.

$$V = \frac{1}{f} \Rightarrow V = \frac{1}{0{,}50} \text{ (di)} \Rightarrow \boxed{V = 2{,}0 \text{ di}}$$

A lente é convergente, já que $f > 0$ e $V > 0$.

45 Uma lente delgada biconvexa de raios de curvatura iguais a 50 cm, feita de material de índice de refração 1,5, está imersa no ar (índice de refração igual a 1,0). A que distância da lente deve-se colocar um objeto real para que sua imagem se forme no infinito?

Resolução:
Equação de Halley:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_M} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1{,}5}{1{,}0} - 1\right)\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{50}\right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{50} \Rightarrow \boxed{f = 50 \text{ cm}}$$

Para que a imagem se forme no infinito, o objeto deve ser colocado no foco da lente. Logo:

$\boxed{d = f = 50 \text{ cm}}$

Resposta: 50 cm

46 Uma lente esférica de vidro ($n_v = 1{,}5$) tem uma face plana e a outra côncava, com raio de curvatura de 1,0 m. Sabendo que a lente está imersa no ar ($n_{ar} = 1{,}0$), determine:
a) a abscissa focal da lente;
b) sua vergência;
c) seu comportamento óptico (convergente ou divergente).

Resolução:

a) $\frac{1}{f} = (n_{2,1} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

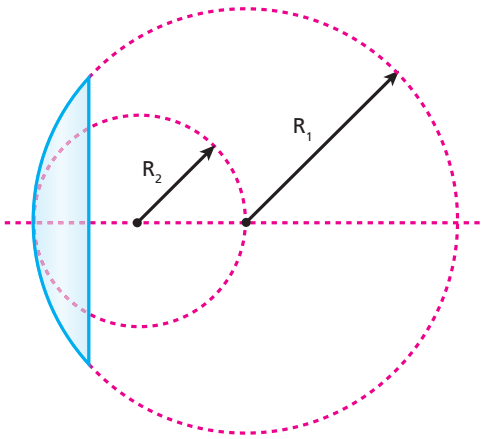
$$\frac{1}{f} = (1{,}5 - 1)\left(0 + \frac{1}{1{,}0}\right) \Rightarrow \boxed{f = -2{,}0 \text{ m}}$$

b) $V = \frac{1}{f} = -\frac{1}{2{,}0} \text{ di} \Rightarrow \boxed{V = -0{,}50 \text{ di}}$

c) Como $V < 0 \Rightarrow$ **Lente divergente**

Respostas: a) –2,0 m; b) –0,5 di; c) Divergente

47 Uma lente plano-convexa de vidro em operação no ar apresenta distância focal f_1 quando o raio de curvatura de sua face esférica tem medida R_1. Desgastando-se essa lente, faz-se com que o raio de curvatura da face esférica adquira a medida R_2, conforme indica a figura a seguir.



Sendo f_2 a distância focal da lente depois do desgaste, é correto afirmar que:

a) $f_2 = \frac{1}{2} f_1$;

b) $f_2 = f_1$;

c) $f_2 = 2f_1$;

d) $f_2 = 3f_1$;

e) o valor de f_2 está indeterminado, já que não é conhecida a relação entre R_2 e R_1.

Resolução:

Sendo **R** o raio de curvatura da face esférica de uma lente plano-convexa e **n** o índice de refração relativo entre seu material e o meio externo, a distância focal **f** fica determinada pela Equação dos Fabricantes de Lentes, dada abaixo:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{R}$$

Donde: $\boxed{f = \frac{R}{n-1}}$

É importante notar que, sendo **n** constante, **f** é diretamente proporcional a **R**.

Observando-se a figura, concluímos que o polimento da lente faz com que o raio de curvatura de sua face esférica seja reduzido à metade.

Assim, se $R_2 = \frac{1}{2} R_1$, decorre que:

$\boxed{f_2 = \frac{1}{2} f_1}$

Resposta: a

48 **E.R.** São justapostas três lentes delgadas **A**, **B** e **C** com vergências $V_A = +4$ di, $V_B = -3$ di e $V_C = +1$ di.

a) Qual é a vergência e qual a distância focal do sistema resultante?

b) O comportamento óptico do sistema resultante é convergente ou divergente?

Resolução:

a) A vergência equivalente a uma associação delgada de lentes justapostas é calculada por:

$$\boxed{V = V_1 + V_2 + ... + V_n}$$

No caso:

$$V = V_A + V_B + V_C$$

Substituindo os valores de V_A, V_B e V_C, segue que:

$$V = +4 \text{ di} - 3 \text{ di} + 1 \text{ di} \Rightarrow \boxed{V = +2 \text{ di}}$$

Sendo $V = \frac{1}{f}$, calculamos **f**, que é a distância focal equivalente à associação:

$$V = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{V} = \frac{1}{+2 \text{ di}} = 0{,}5 \text{ m}$$

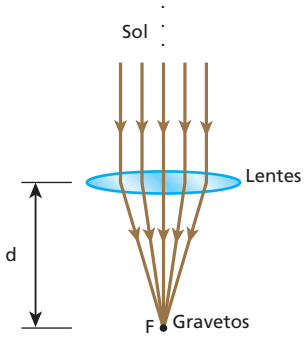
$$\boxed{f = 0{,}5 \text{ m} = 50 \text{ cm}}$$

b) Como a vergência do sistema resultante é positiva (V = +2 di), ele tem comportamento **convergente**.

49 Admita que um náufrago tenha conseguido chegar a uma ilha deserta levando consigo apenas um conjunto de duas lentes justapostas, uma delas com vergência $V_1 = +3{,}0$ di e a outra com vergência $V_2 = -1{,}0$ di. Para acender uma fogueira concentrando raios solares, ele utilizará o Sol do meio-dia, dispondo as lentes paralelamente ao solo, onde fez um amontoado de gravetos e folhas secas. Para obter fogo no menor intervalo de tempo possível, o náufrago deverá colocar as lentes a uma distância dos gravetos e folhas secas igual a:

a) 2,0 m; b) 1,5 m; c) 1,0 m; d) 0,50 m; e) 0,25 m.

Resolução:



$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow V = 3{,}0 - 1{,}0 \text{ (di)}$$

$\boxed{V = 2{,}0 \text{ di}}$

$$f = \frac{1}{V} \Rightarrow f = \frac{1}{2{,}0} \text{ (m)}$$

$\boxed{f = 0{,}50 \text{ m}}$

$\boxed{d = f = 0{,}50 \text{ m}}$

Resposta: d

50 Uma lente esférica de vidro, envolvida pelo ar, tem raios de curvatura iguais. Sabendo que o índice de refração do vidro em relação ao ar vale $\frac{3}{2}$ e que a convergência da lente é de +5 di:

a) calcule o raio de curvatura comum às faces da lente;

b) classifique a lente como biconvexa ou bicôncava.

Resolução:

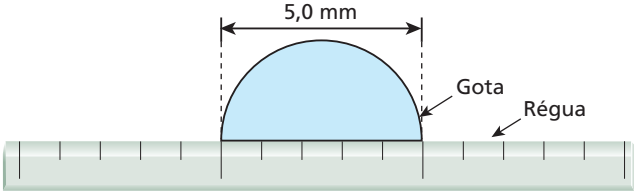
a) $V = (n_{2,1} - 1)\frac{2}{R}$

$$5 = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\frac{2}{R} \Rightarrow \boxed{R = 0{,}20 \text{ m} = 20 \text{ cm}}$$

b) A lente é convergente, pois $V > 0$, e **biconvexa**, pois $(n_{2,1} > 1)$.

Respostas: a) 20 cm; b) Biconvexa

51 (Unifesp-SP) Um estudante observa uma gota de água em repouso sobre sua régua de acrílico, como ilustrado na figura.



Curioso, percebe que, ao olhar para o caderno de anotações através dessa gota, as letras aumentam ou diminuem de tamanho conforme afasta ou aproxima a régua do caderno. Fazendo alguns testes e algumas considerações, ele percebe que a gota de água pode ser utilizada como uma lente e que os efeitos ópticos do acrílico podem ser desprezados. Se a gota tem raio de curvatura de 2,5 mm e índice de refração 1,35 em relação ao ar:

a) Calcule a convergência **C** dessa lente.
b) Suponha que o estudante queira obter um aumento de 50 vezes para uma imagem direita, utilizando essa gota. A que distância **d** da lente deve-se colocar o objeto?

Resolução:

a) Usando a Equação de Halley, temos:

$$C = \left(\frac{n_L}{n_M} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Sendo

$R_1 = +2{,}5\ mm = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ m$ e

$R_2 \to \infty$ (face plana) $\Rightarrow \frac{1}{R_2} \to 0$

Vem:

$$C = (1{,}35 - 1)\left(\frac{1}{2{,}5 \cdot 10^{-3}} - 0\right)\ (di)$$

$$C = 0{,}35 \cdot 400\ (di)$$

$$\boxed{C = 1{,}4 \cdot 10^2\ di}$$

b) O aumento provocado na imagem pode ser determinado por:

$$A = \frac{f}{f - p}$$

Sendo:

$C = \frac{1}{f} = 140\ di$ e $f = +\frac{1}{140}\ m$,

temos:

$$50 = \frac{\frac{1}{140}}{\frac{1}{140} - d} \Rightarrow \frac{50}{140} - 50d = \frac{1}{140}$$

$$50 - 7000d = 1$$

$$7000d = 49 \Rightarrow \boxed{d = 7{,}0 \cdot 10^{-3}\ m}$$

Respostas: a) $1{,}4 \cdot 10^2$ di; b) $7{,}0 \cdot 10^{-3}$ m

52 (UFC-CE) Uma lente esférica delgada, construída de um material de índice de refração **n**, está imersa no ar ($n_{ar} = 1{,}00$). A lente tem distância focal **f** e suas superfícies esféricas têm raios de curvatura R_1 e R_2. Esses parâmetros obedecem a uma relação, conhecida como "equação dos fabricantes", expressa por

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

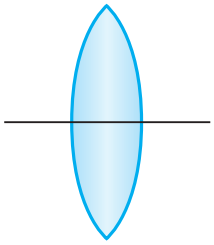


Figura I

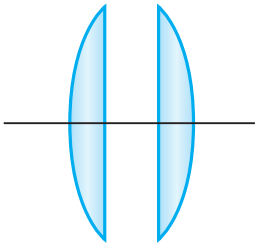


Figura II

Suponha uma lente biconvexa de raios de curvatura iguais ($R_1 = R_2 = R$), distância focal f_0 e índice de refração $n = 1{,}8$ (figura I). Essa lente é partida ao meio, dando origem a duas lentes plano-convexas iguais (figura II). A distância focal de cada uma das novas lentes é:

a) $\frac{1}{2} f_0$.
b) $\frac{4}{5} f_0$.
c) f_0.
d) $\frac{9}{5} f_0$.
e) $2f_0$.

Resolução:

Figura I: $\frac{1}{f_0} = (1{,}8 - 1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \Rightarrow \frac{1}{f_0} = \frac{1{,}6}{R}$

Assim: $f_0 = \frac{R}{1{,}6}$ (I)

Figura II: $\frac{1}{f} = (1{,}8 - 1)\left(\frac{1}{R} + \underbrace{\frac{1}{\infty}}_{\text{tende a zero}}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{0{,}8}{R}$

Assim: $f = \frac{R}{0{,}8}$ (II)

Comparando-se (I) e (II): $\boxed{f = 2f_0}$

Resposta: e

53 Um estudante possui uma lente côncavo-convexa de vidro $\left(n_v = \frac{3}{2}\right)$, cujas faces têm raios de curvatura 10 cm e 5,0 cm. Sabendo que a lente é utilizada no ar ($n_{ar} = 1$) e posteriormente na água $\left(n_A = \frac{4}{3}\right)$, responda:

a) Do ar para a água os planos focais aproximam-se ou afastam-se do centro óptico?
b) Qual é a variação da distância focal da lente?

Resolução:

a) **No ar:** $\frac{1}{f_1} = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{5{,}0}\right)$

$$\boxed{f_1 = 20\ cm}$$

Na água: $\frac{1}{f_2} = \left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} - 1\right)\left(-\frac{1}{10} + \frac{1}{5{,}0}\right)$

$$\boxed{f_2 = 80\ cm}$$

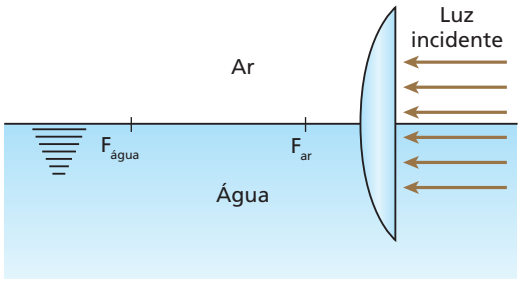
Como $f_2 > f_1$, tem-se que, do ar para a água, os planos focais **afastam-se** do centro óptico.

b) $\Delta f = f_2 - f_1 \Rightarrow \Delta f = 80\ cm - 20\ cm$

$$\boxed{\Delta f = 60\ cm}$$

Respostas: a) Afastam-se; b) 60 cm.

54 (UFTM-MG) Em um laboratório, uma lente plano-convexa de raio de curvatura 0,5 m é parcialmente mergulhada em água, de modo que o eixo principal fique no mesmo plano da superfície de separação entre a água e o ar. Um feixe de luz, incidindo paralelamente a esse eixo, após passar pela lente, converge para dois focos distintos (F_{ar} e $F_{água}$). Na região em que a lente está imersa no ar, a convergência é de 1 di.



Se o índice de refração do ar tem valor 1 e o índice de refração da água, valor $\frac{4}{3}$, a convergência da parte da lente mergulhada no líquido é, em di:

a) $\frac{1}{4}$. c) $\frac{2}{3}$. e) $\frac{4}{5}$.

b) $\frac{3}{5}$. d) $\frac{3}{4}$.

Resolução:

Equação de Halley: $V = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_M} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

(I) Parte mergulhada no ar:

$$1 = \left(\frac{n_L}{1} - 1\right)\left(\frac{1}{0,5}\right) \Rightarrow \boxed{n_L = \frac{3}{2}}$$

(II) Parte mergulhada na água:

$$V_{água} = \left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} - 1\right)\left(\frac{1}{0,5}\right) \text{ (di)}$$

Donde: $\boxed{V_{água} = \frac{1}{4} \text{ di}}$

Resposta: a

55 (Vunesp-SP) Duas lentes delgadas, uma convergente e outra divergente, com distâncias focais respectivamente iguais a 1 m e –2 m, encontram-se justapostas. Um objeto é colocado a 3 m das lentes. Desprezando a espessura do sistema de lentes, determine a distância entre a imagem e esse sistema.

Resolução:

(I) $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \Rightarrow f = 2 \text{ m}$

(II) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \boxed{p' = 6 \text{ m}}$

Resposta: 6 m

56 Um objeto luminoso de altura igual a 15 cm é colocado perpendicularmente ao eixo óptico de uma lente esférica convergente que obedece às condições de Gauss. Sabendo que a imagem obtida tem altura igual a 3,0 cm e está a 30 cm do objeto, determine a vergência da lente.

Resolução:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{3,0}{15} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p = 5p' \quad \text{(I)}$$

$p + p' = 30$ (II)

(I) em (II):

$5p' + p' = 30 \Rightarrow p' = 5,0 \text{ cm}$

Logo, de (II): $p = 25 \text{ cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow V = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{0,050} \text{ (di)}$$

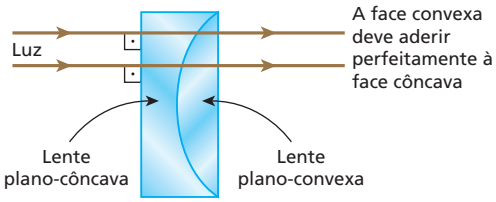
$\boxed{V = 24 \text{ di}}$

Resposta: 24 di

57 (Vunesp-SP) Suponha que você tenha em mãos duas lentes de mesmo diâmetro e confeccionadas com o mesmo tipo de vidro, mas uma plano-convexa (convergente) e outra plano-côncava (divergente). Como proceder para verificar, sem auxílio de instrumentos de medição, se a convergência de uma é igual, em módulo, à divergência da outra?

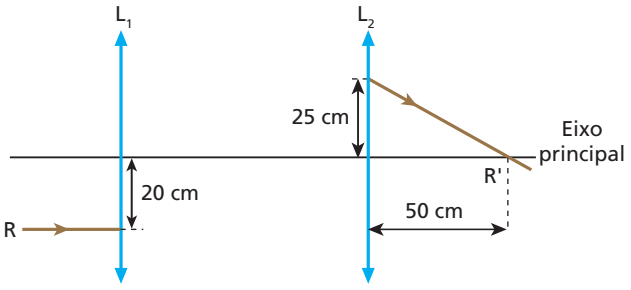
Resolução:

As lentes devem ser associadas conforme ilustra a figura, de modo que formem uma **lâmina de faces paralelas**.



Resposta: A face convexa deve aderir perfeitamente à face côncava.

58 Um raio de luz monocromática **R** incide paralelamente ao eixo principal de um sistema óptico composto por duas lentes convergentes, L_1 e L_2, produzindo um raio emergente R', conforme ilustra a figura a seguir. A vergência da lente L_2 é igual a 4,0 di.



Determine:

a) a distância focal da lente L_1;

b) a distância entre as lentes.

Resolução:

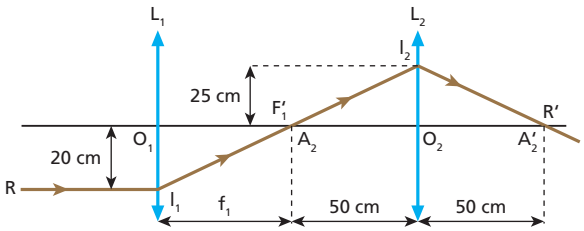
a) Da definição de vergência, temos:

$V_2 = \frac{1}{f_2}$

$4{,}0 = \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_2 = \frac{1}{4{,}0}$ (m)

$f_2 = 0{,}25$ m ou 25 cm

Pela figura, conclui-se que o raio emergente R′ passa pelo ponto antiprincipal imagem de L_2 e, portanto, temos:



Como o raio incidente **R** é paralelo ao eixo principal, pode-se afirmar que o foco principal imagem de L_1 coincide com o ponto antiprincipal objeto de L_2.

Da semelhança entre os triângulos $A_2I_1O_1$ e $A_2I_2O_2$, vem:

$\frac{f_1}{20} = \frac{50}{25}$

$f_1 = 40$ cm

b) A distância entre as lentes é dada por:

$D = f_1 + 2f_2$

$D = 40 + 50$ (cm)

$D = 90$ cm

Respostas: a) 40 cm; b) 90 cm

59 (Unisa-SP) Um objeto luminoso é colocado a 60 cm de uma lente convergente de 20 cm de distância focal. Uma segunda lente convergente, de 30 cm de distância focal, é colocada a 80 cm da primeira lente, tendo seus eixos principais coincidentes. A que distância da segunda lente se forma a imagem final fornecida pelo sistema?

Resolução:

(I) $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'_1}$

Da qual: $p'_1 = 30$ cm

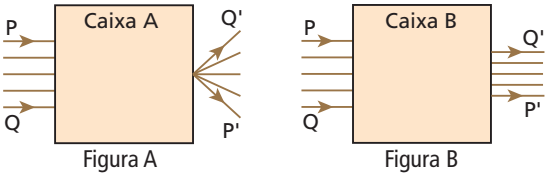
(II) A imagem real produzida pela primeira lente comporta-se como objeto real em relação à segunda.

$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{50} + \frac{1}{p'_2}$

Da qual: $p'_2 = 75$ cm

Resposta: 75 cm

60 (Vunesp-SP) As figuras representam feixes paralelos de luz monocromática incidindo, pela esquerda, nas caixas **A** e **B**, que dispõem de aberturas adequadas para a entrada e a saída dos feixes:

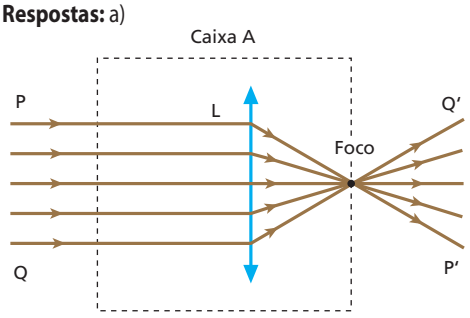


Para produzir esses efeitos, dispunha-se de um conjunto de lentes convergentes e divergentes de diversas distâncias focais.

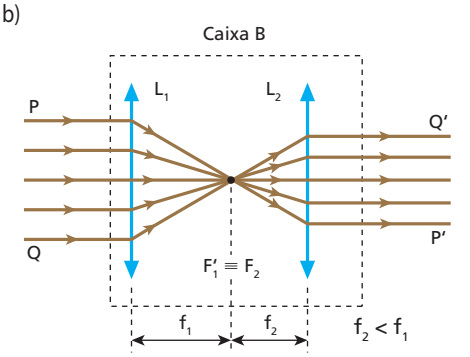
a) Copie a figura **A** e, em seguida, desenhe no interior da caixa uma lente que produza o efeito mostrado; complete a trajetória dos raios e indique a posição do foco da lente.

b) Copie a figura **B** e, em seguida, desenhe no interior da caixa um par de lentes que produza o efeito mostrado; complete a trajetória dos raios e indique as posições dos focos das lentes.

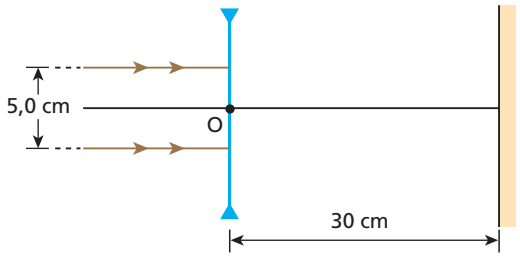
Respostas: a)



b)

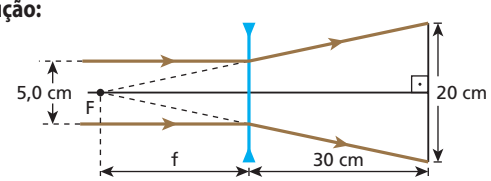


61 Monta-se um anteparo opaco perpendicularmente ao eixo principal de uma lente delgada divergente, a 30 cm do centro óptico da lente:



Um feixe cilíndrico de luz monocromática, com 5,0 cm de diâmetro, incide na lente de modo que seus raios luminosos fiquem paralelos ao eixo principal. Sabendo que depois da refração na lente o feixe ilumina, no anteparo, uma região circular de 20 cm de diâmetro, calcule o valor absoluto da distância focal da lente.

Resolução:

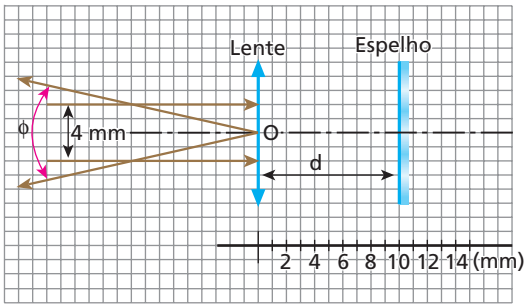


Tendo em conta a semelhança dos triângulos da figura, vem:

$$\frac{|f| + 30}{|f|} = \frac{20}{5,0} \Rightarrow \boxed{|f| = 10 \text{ cm}}$$

Resposta: 10 cm

62 (Fuvest-SP) Um *laser* produz um feixe paralelo de luz, com 4 mm de diâmetro. Utilizando um espelho plano e uma lente delgada convergente, deseja-se converter o feixe paralelo em um feixe divergente propagando-se em sentido oposto. O feixe divergente deve ter abertura total $\phi = 0,4$ radiano, passando pelo centro óptico **O** da lente. A figura abaixo mostra a configuração do sistema. Como ϕ é pequeno, pode-se considerar $\phi \simeq \text{sen}\ \phi \simeq \text{tg}\ \phi$.

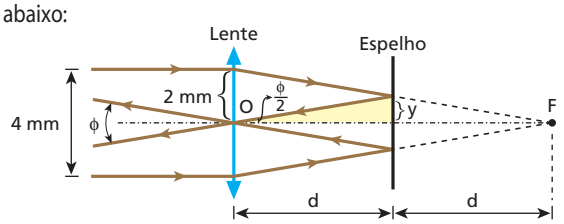


Para se obter o efeito desejado, a distância focal **f** da lente e a distância **d** da lente ao espelho devem valer:

a) f = 10 mm; d = 5 mm.
b) f = 5 mm; d = 10 mm.
c) f = 20 mm; d = 10 mm.
d) f = 10 mm; d = 20 mm.
e) f = 5 mm; d = 5 mm.

Resolução:

A situação proposta é viabilizada pelos raios de luz traçados no esquema abaixo:



Semelhança de triângulos:

$$\frac{y}{d} = \frac{2 \text{ mm}}{2d} \Rightarrow \boxed{y = 1 \text{ mm}}$$

No triângulo destacado:

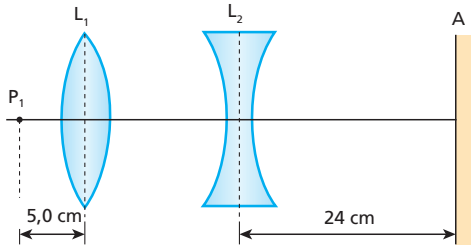
$$\text{tg}\ \frac{\phi}{2} = \frac{y}{d} \Rightarrow \frac{\phi}{2} \simeq \frac{y}{d}$$

$$\frac{0,4}{2} \simeq \frac{1}{d} \Rightarrow \boxed{d = 5 \text{ mm}}$$

$$f = 2d = 2 \cdot 5 \text{ mm} \Rightarrow \boxed{f = 10 \text{ mm}}$$

Resposta: a

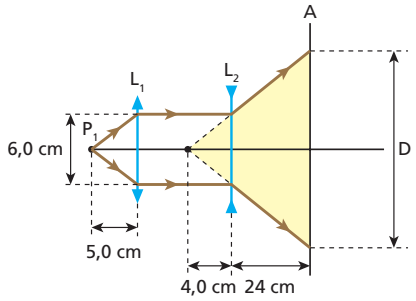
63 (ITA-SP – mod.) Considere um sistema composto de duas lentes circulares esféricas delgadas de 6,0 cm de diâmetro, dispostas coaxialmente, como indica a figura. L_1 é uma lente convergente de distância focal de módulo igual a 5,0 cm e L_2 é uma lente divergente de distância focal de módulo igual a 4,0 cm. No ponto P_1, à esquerda do sistema, é colocado um objeto luminoso puntiforme a 5,0 cm de L_1. À direita de L_2, a uma distância d = 24 cm, é colocado um anteparo **A**, perpendicular ao eixo do sistema.



Assim, temos que:

a) sobre o anteparo **A** forma-se uma imagem real puntiforme de P_1.
b) sobre o anteparo **A** aparece uma região iluminada circular com 12 cm de diâmetro.
c) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular com 6,0 cm de diâmetro.
d) o anteparo fica iluminado uniformemente em uma região muito grande.
e) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular com 42 cm de diâmetro.

Resolução:

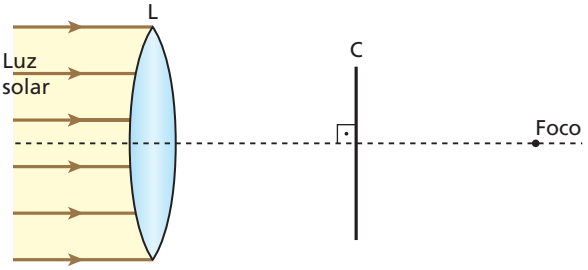


Os triângulos destacados são semelhantes.
Logo:

$$\frac{D}{6,0} = \frac{4,0 + 24}{4,0} \Rightarrow \boxed{D = 42 \text{ cm}}$$

Resposta: e

64 (Fuvest-SP – mod.) Uma lente circular convergente **L**, de área 20 cm^2 e distância focal 12 cm, é colocada perpendicularmente aos raios solares, que neste local têm uma intensidade de radiação de 0,10 W/cm^2. Admita que 20% da radiação incidente na lente seja absorvida por ela. Um coletor solar **C** é colocado entre a lente e seu foco, a 6 cm da lente, conforme representa o esquema a seguir.



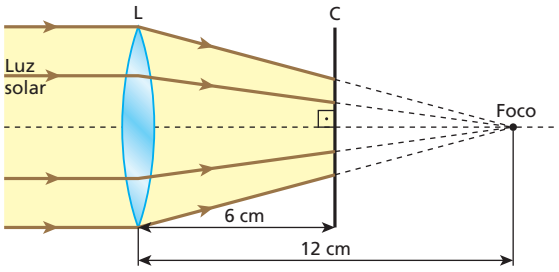
Suponha que toda energia incidente no coletor seja absorvida por ele e usada para aquecer 1 cm^3 de água, inicialmente a 20 °C. Adotando para a água calor específico sensível igual a 1 cal/g °C e densidade absoluta igual a 1 g/cm^3, e considerando 1 cal = 4 J, responda:

a) Qual a temperatura da água ao fim de 2 min do aquecimento?

b) Qual a intensidade de radiação solar incidente no coletor?

Resolução:

a) A luz refratada pela lente atinge o coletor conforme representa a figura abaixo:



Sendo I_L a intensidade de radiação transmitida pela lente, temos:

$I_L = 80\% \, I_{total} = 0{,}80 \cdot 0{,}10 \ (W/cm^2)$

$\boxed{I_L = 8{,}0 \cdot 10^{-2} \ W/cm^2}$

A potência P_L transmitida pela lente é dada por:

$$I_L = \frac{P_L}{A_L} \Rightarrow 8{,}0 \cdot 10^{-2} = \frac{P_L}{20}$$

$\boxed{P_L = 1{,}6 \ W}$

Essa potência é totalmente absorvida pelo coletor e transformada em potência térmica que vai ser utilizada para aquecer a água.

$Q = m \, c \, \Delta\theta \Rightarrow P_L \, \Delta t = \mu V \, c \, \Delta\theta$

$$\frac{1{,}6 \cdot 2 \cdot 60}{4} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \, (\theta - 20°)$$

Donde: $\boxed{\theta = 68 \ °C}$

b) No coletor, projeta-se uma área iluminada circular A_C de diâmetro d_C, que pode ser relacionado com o diâmetro d_L da lente por semelhança de triângulos.

$$\frac{d_C}{6} = \frac{d_L}{12} \Rightarrow \boxed{d_C = \frac{d_L}{2}}$$

Como a área do círculo é proporcional ao quadrado do diâmetro (ou do raio), determina-se o valor da área A_C iluminada no coletor.

Se $d_C = \frac{d_L}{2}$, então, $A_C = \frac{A_L}{4} = \frac{20}{4} \ (cm^2)$

$\boxed{A_C = 5 \ cm^2}$

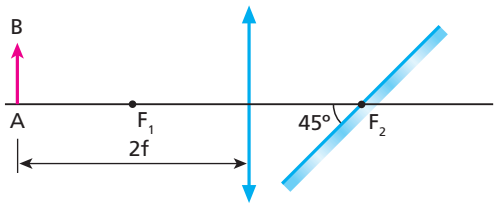
A intensidade de radiação solar incidente no coletor é obtida por:

$$I_C = \frac{P_L}{A_C} \Rightarrow I_C = \frac{1{,}6}{5} \ (W/cm^2)$$

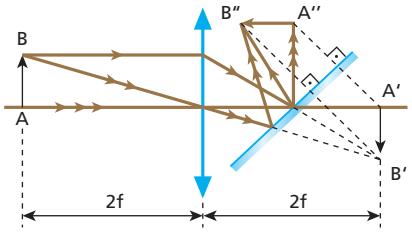
$\boxed{I_C = 0{,}32 \ W/cm^2}$

Respostas: a) 68 °C; b) 0,32 W/cm^2

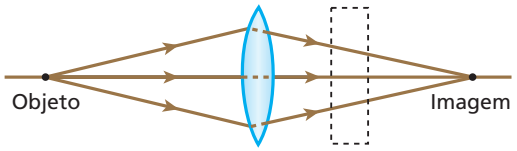
65 (Unicamp-SP) O sistema óptico esboçado na figura consiste em uma lente convergente de distância focal **f** e em um espelho plano que contém o foco F_2 da lente. Um pequeno objeto AB encontra-se a uma distância 2f da lente, como indica a figura. Os raios luminosos provenientes de AB e refletidos pelo espelho não atingem a lente novamente. Refaça a figura e construa a imagem de AB produzida pelo sistema óptico.



Resposta:



66 (Vunesp-SP) Uma lâmina de vidro óptico de faces paralelas, cuja espessura é de aproximadamente 1 cm, será interposta perpendicularmente, entre uma lente convergente e a imagem real (que a lente produz) de um objeto iluminado com luz monocromática. Observe a figura:



Com a inserção da lâmina:

a) a posição da imagem não se altera.

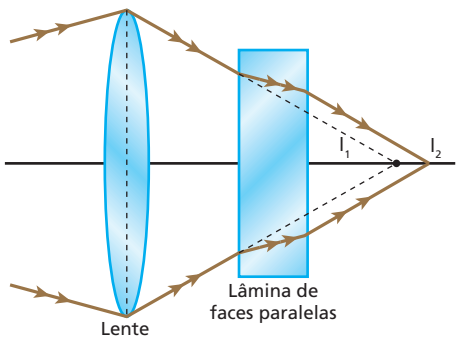
b) a imagem se aproxima da lente.

c) a imagem se afasta da lente.

d) não se forma mais a imagem.

e) formam-se duas imagens reais separadas por uma distância menor que 1 cm.

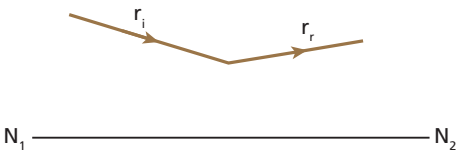
Resolução:



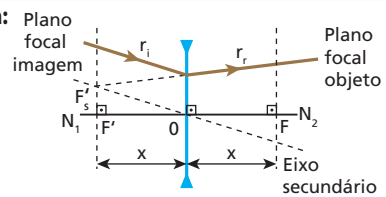
Com a inserção da lâmina de faces paralelas, **a imagem se afasta da lente**, passando de I_1 para I_2.

Resposta: c

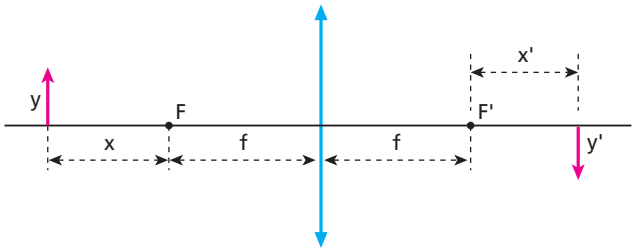
67 (Unicamp-SP) Na figura abaixo, r_i é um raio de luz que incide em uma lente delgada cujo eixo óptico é N_1N_2 e r_r é o correspondente raio refratado. Refaça a figura e mostre como se podem determinar graficamente os focos da lente.



Resposta:



68 Um objeto real **y** é colocado a uma distância **x** do foco objeto principal de uma lente esférica convergente, perpendicularmente ao seu eixo principal. A imagem y' conjugada pela lente a esse objeto é real e situa-se a uma distância x' do foco imagem principal, conforme indica a figura.



Supondo-se válidas as condições de Gauss, pode-se afirmar que a distância focal da lente é dada por:

a) $x + x'$;
b) $x - x'$;
c) $x \cdot x'$;
d) $\sqrt{\frac{x}{x'}}$;
e) $\sqrt{x \cdot x'}$.

Resolução:

Equação de Gauss: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

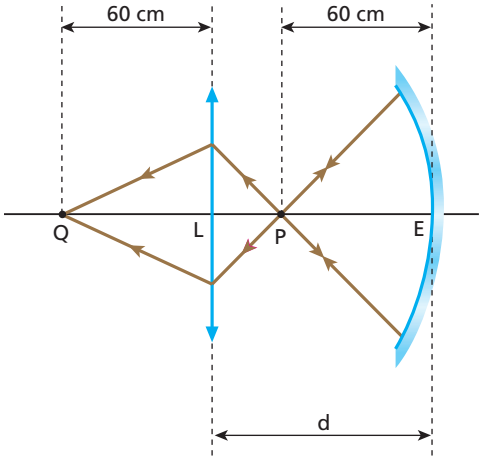
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f+x} + \frac{1}{f+x'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{f+x'+f+x}{(f+x)(f+x')} \Rightarrow f^2 + fx' + fx + xx' = 2f^2 + fx' + fx$$

$$f^2 = xx' \Rightarrow \boxed{f = \sqrt{xx'}}$$

Resposta: e

69 Um espelho esférico côncavo **E**, de distância focal f_E, e uma lente delgada convergente **L**, de distância focal $f_L = 12$ cm, estão dispostos coaxialmente, com seus eixos ópticos coincidentes, conforme representa a figura. Admita que o espelho e a lente estejam sendo utilizados dentro das condições de Gauss. A distância entre o vértice do espelho e o centro óptico da lente é igual a **d**. Uma fonte pontual de grande potência, capaz de emitir luz exclusivamente para a direita, é colocada no ponto **P**. Os raios luminosos provenientes da fonte seguem, então, as trajetórias indicadas, acendendo um palito de fósforo cuja extremidade se encontra no ponto **Q**.



Considerando as medidas do esquema, aponte a alternativa em que aparecem os valores corretos de f_E e **d**:

a) $f_E = 60$ cm; $d = 120$ cm;
b) $f_E = 60$ cm; $d = 75$ cm;
c) $f_E = 30$ cm; $d = 120$ cm;
d) $f_E = 30$ cm; $d = 75$ cm;
e) $f_E = 60$ cm; $d = 72$ cm.

Resolução:

O ponto **P** está situado no centro de curvatura de **E**. Logo:

$$f_E = \frac{R_E}{2} = \frac{60 \text{ cm}}{2} \Rightarrow \boxed{f_E = 30 \text{ cm}}$$

Para **L**, tem-se:

$$\frac{1}{f_L} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{p'_L} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{60}$$

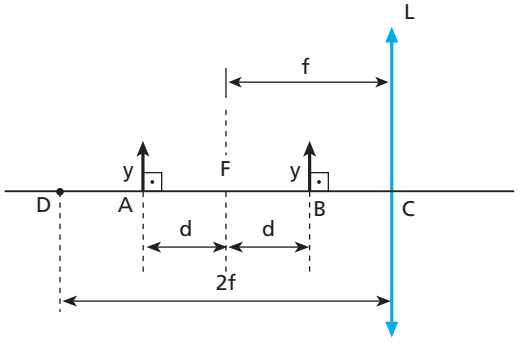
$$\frac{1}{p_L} = \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \Rightarrow \boxed{p_L = 15 \text{ cm}}$$

Mas $d = p_L + 60$. Assim:

$$d = 15 + 60 \text{ (cm)} \Rightarrow \boxed{d = 75 \text{ cm}}$$

Resposta: d

70 (Unip-SP) Considere a lente convergente **L** de distância focal **f**, representada na figura, em que **F** é o foco principal objeto e **A** e **B** são duas posições simétricas em relação a **F**. Admita, na formação de imagens, serem válidas as condições de aproximação de Gauss.
Quando um objeto linear de tamanho **y** é colocado em **A**, a imagem formada pela lente tem tamanho y'.



Quando o mesmo objeto linear é colocado em **B**, a imagem formada passa a ter um tamanho y″, tal que:

a) $y'' = y'$.
d) $y'' = 2y'$.
b) $y'' = \frac{1}{4}y'$.
e) $y'' = 4y'$.
c) $y'' = \frac{1}{2}y'$.

Resolução:

$$A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow \frac{i}{o} = \frac{f}{f-p}$$

Objeto em A:

$$\frac{y'}{y} = \frac{f}{f-(f+d)}$$

Donde: $\boxed{y' = -\frac{f}{d}y}$ (imagem invertida)

Objeto em B:

$$\frac{y''}{y} = \frac{f}{f-(f-d)}$$

Donde: $\boxed{y'' = \frac{f}{d}y}$ (imagem direita)

Logo: $\boxed{|y''| = |y'|}$

Resposta: a

71 (UFU-MG – mod.) Um estudante de Física olha através de uma lupa uma pulga que foi condicionada a andar apenas sobre o eixo principal da lente, conforme representa a figura **A**. Ele mediu a distância **p** entre o inseto e a lupa e a distância **p'** entre a lupa e a imagem real da pulga, em vários pontos. O resultado dessas medições está apresentado no gráfico da figura **B**.

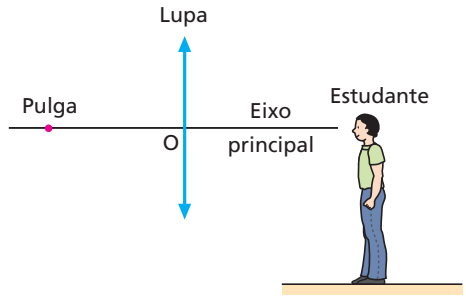


Figura **A**

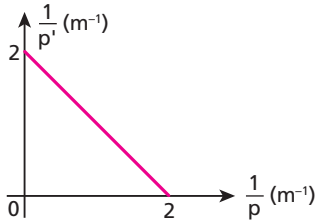


Figura **B**

a) Obtenha a distância focal da lente.
b) A pulga, ao passar exatamente pelo ponto médio entre o foco principal objeto e o centro óptico da lente, resolve dar um pequeno salto vertical. Desprezando a resistência do ar, adotando g = 10 m/s² e admitindo como válidas as condições de Gauss, determine a intensidade da aceleração da imagem da pulga em relação ao estudante durante o salto.

Resolução:

a) Do gráfico, para $\frac{1}{p} = 1\,m^{-1}$, obtém-se $\frac{1}{p'} = 1\,m^{-1}$. Assim, aplicando-se a Equação de Gauss, pode-se calcular a distância focal de lente (**f**).

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = 1 + 1$$

$$\frac{1}{f} = 2 \Rightarrow \boxed{f = 0{,}50\ m = 50\ cm}$$

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{f}{2}} + \frac{1}{p'}$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{2}{f} \Rightarrow \boxed{p' = -f}$$ (imagem virtual)

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{o} = -\frac{(-f)}{\frac{f}{2}}$$

Da qual: $\boxed{i = 2o}$

A altura máxima alcançada pela imagem virtual da pulga será o **dobro** da altura máxima alcançada pelo objeto, durante o mesmo intervalo de tempo.

A pulga e sua imagem descreverão em relação ao estudante **movimentos uniformemente variados**, para os quais valem as expressões:

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2} \quad e \quad v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Donde: $\frac{v_0 + v}{2} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Objeto: $\frac{v_0 + 0}{2} = \frac{h}{\Delta t}$
Imagem: $\frac{v_1 + 0}{2} = \frac{2h}{\Delta t}$
$\Rightarrow \boxed{v_1 = 2v_0}$

Equação de Torricelli: $v^2 = v_0^2 + 2\alpha\,\Delta s$

Objeto: $0 = v_0^2 + 2\alpha_0 h$
Imagem: $0 = (2v_0)^2 + 2\alpha_i\, 2h$
$\Rightarrow \boxed{\alpha_i = 2\alpha_0}$

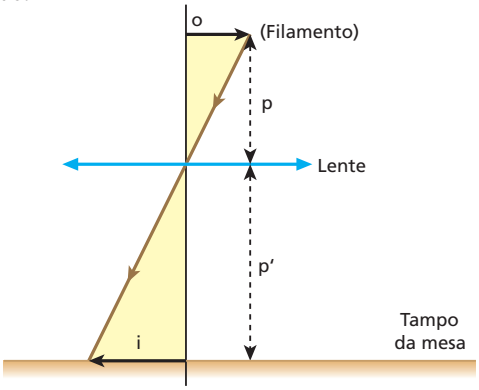
$g_i = 2g_0 = 2 \cdot 10\ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{g_i = 20\ m/s^2}$

Respostas: a) 50 cm; b) 20 m/s²

72 (UFSCar-SP) No quarto de um estudante, há uma lâmpada incandescente localizada no teto, sobre a sua mesa. Deslocando uma lente convergente ao longo da vertical que passa pelo filamento da lâmpada, do tampo da mesa para cima, o estudante observa que é possível obter a imagem nítida desse filamento, projetada sobre a mesa, em duas alturas distintas. Sabendo-se que a distância do filamento da lâmpada ao tampo da mesa é de 1,5 m, que a distância focal da lente é de 0,24 m e que o comprimento do filamento é de 12 mm, determine:

a) as alturas da lente em relação à mesa, nas quais essas duas imagens nítidas são obtidas;
b) os comprimentos e as características das imagens do filamento obtidas.

Resolução:



Sendo 1,5 m a distância do filamento ao tampo da mesa, temos:

$p + p' = 1{,}5$ (I)

De: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

vem: $\frac{1}{0{,}24} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ (II)

De (I): $p = 1{,}5 - p'$

Em (II): $\frac{1}{0{,}24} = \frac{1}{1{,}5 - p'} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{0{,}24} = \frac{1{,}5}{(1{,}5 - p')p'}$

$1{,}5\,p' - p'^2 = 0{,}36$

$p'^2 - 1{,}5\,p' + 0{,}36 = 0$

$p' = \frac{1{,}5 \pm \sqrt{(1{,}5)^2 - 4 \cdot 0{,}36}}{2}$

$p' = \frac{1{,}5 \pm 0{,}9}{2}$

Da qual: $\boxed{p'_1 = 1{,}2\ m}$ e $\boxed{p'_2 = 0{,}3\ m}$

b) De (I), temos:

$p + p' = 1{,}5$

Para $p'_1 = 1{,}2$ m;

$p_1 + 1{,}2 = 1{,}5$

$p_1 = 0{,}3$ m

De: $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$, vem: $\frac{i_1}{12} = -\frac{1{,}2}{0{,}3} \Rightarrow \boxed{i_1 = -48\ mm}$

Para $p'_2 = 0{,}3$ m:

$p_2 + 0{,}3 = 1{,}5$

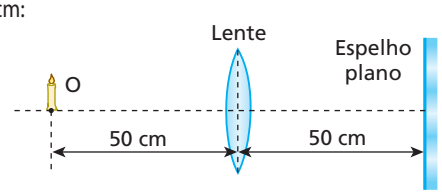
$p_2 = 1{,}2$ m

De: $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$, vem: $\frac{i_2}{12} = -\frac{0{,}3}{12} \Rightarrow \boxed{i_2 = -3\ mm}$

As imagens são reais, possuem comprimentos de 48 mm e 3 mm e são invertidas em relação ao objeto.

Respostas: a) 1,2 m; 0,3 m; b) 48 mm, 3 mm, imagens reais e invertidas

73 Utilizando um banco óptico, um estudante monta no laboratório o arranjo representado a seguir, em que a abscissa focal da lente vale +30 cm:



A que distância do espelho forma-se a imagem final de **O** conjugada pelo sistema?

Resolução:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{50} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow p'_1 = 75$ cm

A primeira imagem fornecida pela lente comporta-se como objeto virtual para o espelho plano, que conjuga a esse objeto uma imagem real 25 cm à direita da lente. Essa imagem comporta-se como objeto real para a lente, que lhe conjuga uma imagem virtual situada a uma distância p'_2, dada por:

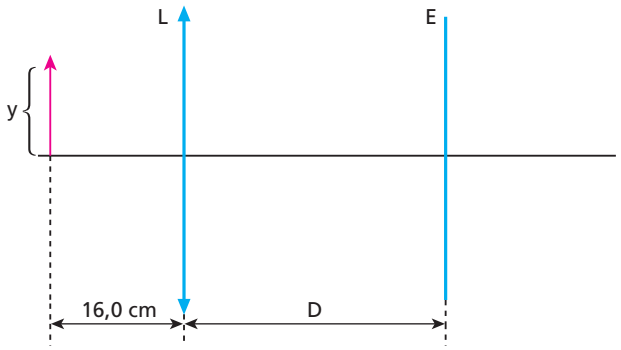
$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{25} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow p'_2 = -150$ cm

Em relação ao espelho, a distância da imagem final **fornecida** pelo sistema é **d**, calculada por:

$d = 150 - 50 = 100$ cm $\Rightarrow \boxed{d = 1{,}0\ m}$

Resposta: 1,0 m

74 Na figura, está representado um objeto luminoso de altura **y** posicionado a 16,0 cm de uma lente convergente **L**, cuja distância focal é de 8,0 cm. A lente está a uma distância **D** de um espelho esférico gaussiano **E** de raio de curvatura 36,0 cm e eixo principal coincidente com o eixo óptico da lente.



Para que a imagem produzida pelo espelho tenha altura igual a 2y e orientação invertida em relação ao objeto, o tipo de espelho esférico utilizado e o valor de **D** são, respectivamente:

a) côncavo e D = 16,0 cm;
b) côncavo e D = 25,0 cm;
c) côncavo e D = 43,0 cm;
d) convexo e D = 16,0 cm;
e) convexo e D = 25,0 cm.

Resolução:

(I) Em relação a **L**:

$\frac{1}{f_L} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{p'_L}$

$\frac{1}{8{,}0} = \frac{1}{16{,}0} + \frac{1}{p'_L}$

$\frac{1}{p'_L} = \frac{1}{8{,}0} - \frac{1}{16{,}0}$

$\frac{1}{p'_L} = \frac{2{,}0 - 1{,}0}{16{,}0} \Rightarrow \boxed{p'_L = 16{,}0\ cm}$

$A_L = -\frac{p'_L}{p_L} \Rightarrow A_L = -\frac{16{,}0\ cm}{16{,}0\ cm}$

Donde: $\boxed{A_L = -1{,}0}$

A imagem que a lente conjuga ao objeto é real, situa-se no ponto antiprincipal imagem de **L**, é invertida (A_L é negativo) e tem comprimento **y** igual ao do objeto. Essa imagem funciona como objeto real em relação ao espelho.

(II) Em relação a **E**:
Para que a imagem produzida pelo espelho tenha orientação invertida em relação ao objeto original, ela deve ter orientação direita em relação ao objeto que lhe dá origem. Logo, A_E é positivo e também:

$$A_E = \frac{i}{o} = \frac{2y}{y} = 2{,}0$$

Se **E** produz uma imagem direita e ampliada em relação ao objeto que lhe deu origem, trata-se de um espelho côncavo, de distância focal positiva, dada por:

$$F_e = \frac{R_E}{2} = \frac{36{,}0\ cm}{2} = 18{,}0\ cm$$

Logo: $A_E = \frac{f_E}{f_E - p_E} \Rightarrow 2{,}0 = \frac{18{,}0}{18{,}0 - p_E}$

$18{,}0 - p_E = 9{,}0 \Rightarrow \boxed{p_E = 9{,}0\ cm}$

(III) $D = p'_L + p_E \Rightarrow D = 16{,}0 + 9{,}0\ (cm)$

$\boxed{D = 25{,}0\ cm}$

Resposta: b

75 Duas lentes esféricas simétricas, de vidro e de pequena espessura – uma biconvexa (L_1) e outra bicôncava (L_2) – e um espelho esférico côncavo gaussiano (**E**) são testados no ar, onde se verifica que suas distâncias focais apresentam o mesmo valor absoluto: **f**. Esses sistemas ópticos são então mergulhados em água, onde se realiza um novo teste de verificação de distâncias focais. Nesse ensaio, obtêm-se para as distâncias focais de L_1, L_2 e **E** os valores absolutos f_1, f_2 e f_E, respectivamente. Se o vidro é mais refringente que a água e esta é mais refringente que o ar, é correto concluir que:

a) $f_1 > f, f_2 > f$ e $f_E = f$;
b) $f_1 > f, f_2 < f$ e $f_E = f$;
c) $f_1 = f, f_2 = f$ e $f_E = f$;
d) $f_1 < f, f_2 < f$ e $f_E < f$;
e) $f_1 > f, f_2 > f$ e $f_E > f$.

Resolução:

(I) Para L_1 e L_2, o módulo da distância focal pode ser obtido pela Equação de Halley:

$$\frac{1}{f} = (n_{rel} - 1)\frac{2}{R} \Rightarrow \boxed{f = \frac{R}{2(n_{rel} - 1)}}$$

Sendo **R** (raio de curvatura das faces da lente) constante e $n_{rel_{água}} < n_{rel_{ar}}$, conclui-se que $f_1 > f$ e $f_2 > f$.

(II) A imersão do espelho esférico **E** na água não provoca variação em sua distância focal, já que, nos espelhos, a luz sofre reflexão. Logo: $f_E = f$.

Resposta: a

76 (ITA-SP) As duas faces de uma lente delgada biconvexa têm um raio de curvatura igual a 1,00 m. O índice de refração da lente para a luz vermelha é 1,60 e, para luz violeta, 1,64. Sabendo que a lente está imersa no ar, cujo índice de refração é 1,00, calcule a distância entre os focos de luz vermelha e de luz violeta, em centímetros.

Resolução:

1) A Equação de Halley (Equação dos Fabricantes de Lentes) é dada por:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_M} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

2) Do enunciado, temos:
$R_1 = R_2 = +1{,}00$ m (face convexa $\Rightarrow R > 0$)
$n_{ar} = 1{,}00$
$n_{L(verm)} = 1{,}60$
$n_{L(viol)} = 1{,}64$

3) Aplicando-se a Equação de Halley para a lente, quando exposta à luz monocromática vermelha, vem:

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n_{L(verm)}}{n_{ar}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{1{,}60}{1{,}00} - 1\right)\left(\frac{1}{1{,}00} + \frac{1}{1{,}00}\right)$$

$$\boxed{f_1 = \frac{1}{1{,}20}\ m}$$

4) Aplicando-se a Equação de Halley para a lente, quando exposta à luz monocromática violeta, vem:

$$\frac{1}{f_2} = \left(\frac{n_{L(viol)}}{n_{ar}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_2} = \left(\frac{1{,}64}{1{,}00} - 1\right)\left(\frac{1}{1{,}00} + \frac{1}{1{,}00}\right)$$

$$\boxed{f_2 = \frac{1}{1{,}28}\ m}$$

5) A distância entre os focos é dada por:

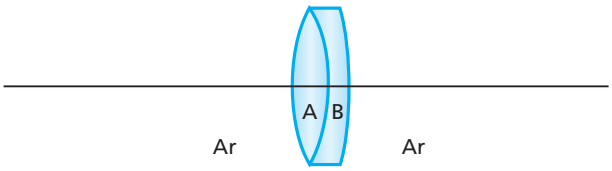
$$d = f_1 - f_2$$

$$d = \frac{1}{1{,}20} - \frac{1}{1{,}28}\ (m)$$

Donde: $\boxed{d \simeq 0{,}052\ m = 5{,}2\ cm}$

Resposta: 5,2 cm

77 Para compor a objetiva de certo instrumento óptico, usa-se a associação de lentes acrílicas (de espessura desprezível) representada na figura a seguir.



A lente **A** é biconvexa e suas faces têm 25 cm de raio de curvatura. A lente **B** é convexo-côncava e sua face côncava adere perfeitamente à lente **A**. Os índices de refração do acrílico e do ar são conhecidos, valendo, respectivamente, 1,5 e 1,0. Sabendo que a vergência equivalente à associação é de +3,0 di, determine:

a) a vergência da lente **A**;
b) a abscissa focal da lente **B**;
c) os raios de curvatura das faces da lente **B**.

Resolução:

a) $V_A = (1{,}5 - 1)\frac{2}{0{,}25} \Rightarrow \boxed{V_A = +4{,}0\ di}$

b) $V = V_A + V_B \Rightarrow 3{,}0\ di = 4{,}0\ di + V_B$

$V_B = -1{,}0\ di$

$f_B = \frac{1}{V_B} = -\frac{1}{1{,}0} \Rightarrow \boxed{f_B = -1{,}0\ m}$

c) **Face côncava:** $R_1 = 25$ cm (aderência perfeita)
Face convexa:

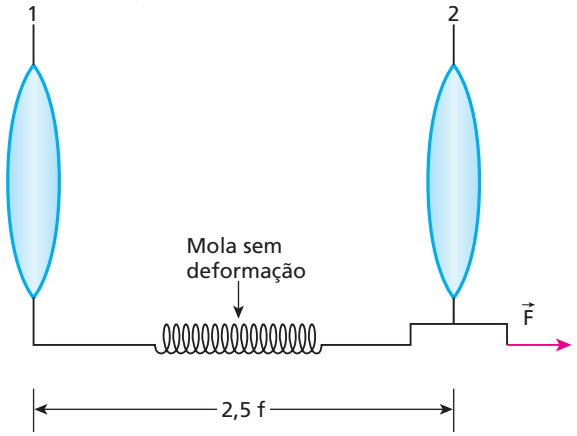
$$V = (n_{2,1} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$3{,}0 = (1{,}5 - 1)\left(\frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Da qual: $\boxed{R_2 = 0{,}50 \text{ m} = 50 \text{ cm}}$

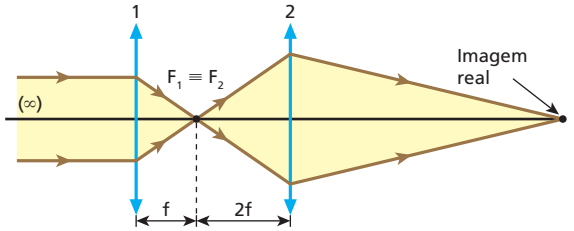
Respostas: a) +4,0 di; b) –1,0 m; c) Face côncava: 25 cm; Face convexa: 50 cm

78 (IME-RJ) Um sistema óptico é constituído por duas lentes convergentes, 1 e 2, cujas distâncias focais são **f** e 2f, respectivamente. A lente 1 é fixa; a lente 2 está presa à lente 1 por uma mola cuja constante elástica é **k**. Com a mola em repouso (sem deformação), a distância entre as lentes é 2,5f.



Determine o menor valor da força $\vec{F}$ para que o sistema produza uma imagem real de um objeto distante, situado à esquerda da lente 1. Despreze as forças de atrito.

Resolução:
O objeto impróprio situado à esquerda da lente **I** produz uma imagem real situada no plano focal imagem dessa lente.
Essa imagem funciona como objeto real para a lente 2.
Para que a lente 2 produza uma imagem ainda real do citado objeto, este deve estar posicionado praticamente no seu plano focal (ligeiramente à esquerda dele), conforme ilustra a figura a seguir:



Essa é a situação em que o sistema fornece imagem real com mínima tração na mola. Nesse caso, a deformação da mola é x = 3f – 2,5f = 0,5f.
A intensidade **F** da força aplicada à mola fica determinada pela Lei de Hooke:

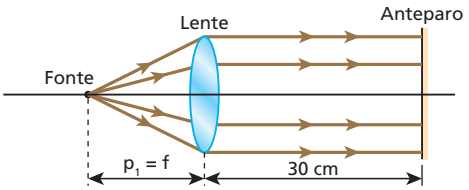
$F = k\,x$

$$F = k\,0{,}5f \Rightarrow \boxed{F = \frac{k\,f}{2}}$$

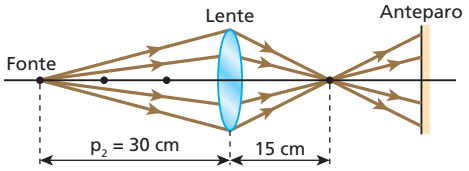
Resposta: $F = \frac{k\,f}{2}$

80 Uma lente delgada convergente de distância focal f = 10 cm é disposta com o eixo principal normal a um anteparo situado à distância d = 30 cm. Ao longo do eixo principal, desloca-se uma fonte puntiforme. Há duas posições da fonte para as quais a luz emergente da lente ilumina, no anteparo, um círculo do tamanho da lente. Para qualquer uma dessas posições, determine a distância da fonte à lente.

Resolução:
1ª possibilidade:



Fonte a 10 cm da lente.
2ª possibilidade:



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{15} \Rightarrow \boxed{p_2 = 30 \text{ cm}}$$

Fonte a 30 cm da lente.

Resposta: 1ª possibilidade: fonte a 10 cm da lente; **2ª possibilidade:** fonte a 30 cm da lente.

81 Um estudante dispõe de uma lupa (lente esférica convergente) de distância focal igual a 6,0 cm e com ela deseja obter imagens nítidas de uma pequena lâmpada situada sobre o eixo óptico, sempre distantes 25 cm em relação ao objeto. Determine as possíveis distâncias da lâmpada à lente para que o intento do estudante seja satisfeito.

Resolução:
Equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{p - f}{fp}$$

$$p' = \frac{pf}{p - f} \Rightarrow \boxed{p' = \frac{6{,}0\,p}{p - 6{,}0}} \quad \text{(I)}$$

1º caso: Imagens reais

$$p' + p = 25 \text{ cm} \qquad \text{(II)}$$

(I) em (II): $\frac{6{,}0\,p}{p - 6{,}0} + p = 25$

$$6{,}0p + p^2 - 6{,}0p = 25p - 150$$

$$p^2 - 25p + 150 = 0 \Rightarrow p = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 600}}{2}$$

$$p = \frac{25 \pm 5{,}0}{2}$$

$\boxed{p_1 = 15 \text{ cm}}$ e $\boxed{p_2 = 10 \text{ cm}}$

2º caso: Imagem virtual
$|p'| - p = 25$ cm (III)

Nesse caso, p' é o número negativo e, ao operarmos com $|p'|$, devemos multiplicar a expressão (I) por –1.

$$\frac{-6{,}0\,p}{p - 6{,}0} - p = 25 \Rightarrow -6{,}0p - p^2 + 6{,}0p = 25(p - 6{,}0)$$

$$p^2 + 25p - 150 = 0 \Rightarrow p = \frac{-25 \pm \sqrt{625 - 600}}{2}$$

$$p = \frac{-25 \pm 35}{2} \Rightarrow \boxed{p_3 = 5{,}0\text{ cm}}$$

$p_4 = -30$ cm (não convém)

Respostas: 15 cm, 10 cm e 5,0 cm

82 Um objeto luminoso é colocado a uma distância $\mathbf{d}_0$ de uma lente convergente de distância focal f_0, sendo sua imagem projetada em um anteparo situado a uma distância **L** da lente. O objeto é então aproximado, ficando posicionado a uma distância $\frac{\mathbf{d}_0}{2}$ da lente, o que faz com que a imagem se apresente desfocada no anteparo. Desejando-se focalizar a imagem, substitui-se a primeira lente por uma outra, também convergente, mas de distância focal f_1. Sabendo que a segunda lente é instalada na mesma posição da primeira, determine:

a) o valor de **L**; b) o valor de f_1.

Resolução:

a) **1ª lente:** $\frac{1}{f_0} = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{L}$ (Equação de Gauss)

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{f_0} - \frac{1}{d_0} \Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{d_0 - f_0}{f_0 d_0}$$

Assim: $\boxed{L = \frac{f_0 d_0}{d_0 - f_0}}$

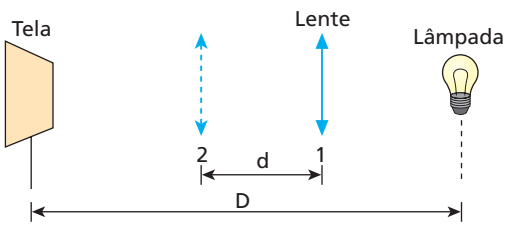
b) **2ª lente:** $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{\frac{d_0}{2}} + \frac{1}{L}$ (Equação de Gauss)

$$\frac{1}{f_1} = \frac{2}{d_0} + \frac{(d_0 - f_0)}{f_0 d_0} \Rightarrow \frac{1}{f_1} = \frac{2f_0 + d_0 - f_0}{f_0 d_0}$$

Assim: $\boxed{f_1 = \frac{f_0 d_0}{d_0 + f_0}}$

Respostas: a) $L = \frac{f_0 d_0}{d_0 - f_0}$; b) $f_1 = \frac{f_0 d_0}{d_0 + f_0}$

83 (Unirio-RJ)



Com o auxílio de uma lente convergente, na posição **1**, a imagem do filamento de uma lâmpada incandescente é projetada sobre uma tela, como mostra a figura acima. Mantendo-se fixas as posições da lâmpada e da tela, verifica-se experimentalmente que uma nova imagem do filamento sobre a tela é obtida quando a lente passa para a posição **2**. As posições **1** e **2** estão separadas pela distância **d**. Sendo **D** a distância entre a lâmpada e a tela, podemos afirmar que a distância focal da lente é igual a:

a) $\frac{(D^2 - d^2)}{4D}$.
b) $\frac{(D^2 - d^2)}{4d}$.
c) $\frac{D^2}{2d}$.
d) 2D – d.
e) d.

Resolução:

Equação de Gauss: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

Lente na posição 1: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{D + p_1}$ (I)

Lente na posição 2: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1 + d} + \frac{1}{D - (p_1 + d)}$ (II)

Comparando-se (I) e (II), vem:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{D - p_1} = \frac{1}{p_1 + d} + \frac{1}{D - (p_1 + d)}$$

$$\frac{D - p_1 + p_1}{p_1(D - p_1)} = \frac{D - (p_1 + d) + (p_1 + d)}{(p_1 + d)\,[D - (p_1 + d)]}$$

$$(p_1 + d)[D - (p_1 + d)] = p_1(D - p_1)$$

$$p_1 D - p_1(p_1 + d) + d D - d(p_1 + d) = p_1 D - p_1^2$$

$$-p_1^2 - p_1 d + d D - p_1 d - d^2 = -p_1^2$$

$$2p_1 d = d(D - d) \Rightarrow p_1 = \frac{D - d}{2} \quad \text{(III)}$$

Substituindo-se (III) em (I), determina-se **f**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{D - d}{2}} + \frac{1}{D - \frac{(D - d)}{2}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{D - d} + \frac{2}{2D - D + d}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2\ (D + d) + 2\ (D - d)}{(D - d)\,(D + d)}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2D + 2d + 2D - 2d}{D^2 - d^2}$$

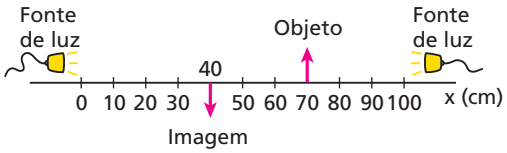
Donde: $\boxed{f = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$

Nota:

- O experimento descrito traduz o método de Bessel para a determinação da distância focal de uma lente convergente.

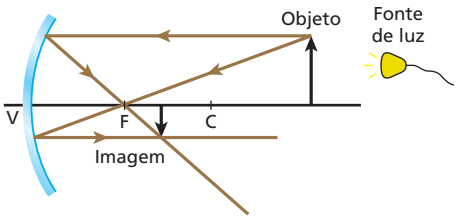
Resposta: a

84 Considere um espelho esférico côncavo e uma lente esférica convergente que obedecem às condições de Gauss. As distâncias focais do espelho e da lente valem, respectivamente, 20 cm e 2,7 cm. Esses elementos serão instalados sucessivamente em um banco óptico, como o esquematizado abaixo, com a finalidade de conjugar a um objeto fixo na posição $x_0 = 70$ cm uma imagem real que deverá situar-se na posição $x_1 = 40$ cm.



Na figura, os comprimentos do objeto e da imagem não estão representados em escala. Há duas fontes de luz que poderão ser utilizadas uma de cada vez.
Determine:
a) as posições x_{E_1} e x_{E_2} ($x_{E_1} < x_{E_2}$) em que poderá ser colocado o espelho;
b) as posições x_{L_1} e x_{L_2} ($x_{L_1} < x_{L_2}$) em que poderá ser colocada a lente.

Resolução:
a) Operando com a fonte da direita, temos:



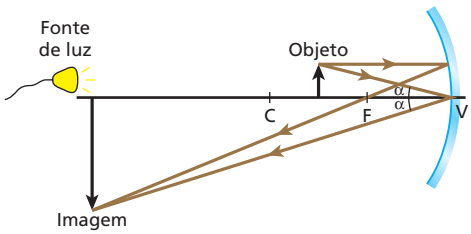
$p - p' = 30\ cm \Rightarrow p' = p - 30$

$\frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p - 30}$

$\frac{1}{20} = \frac{p - 30 + p}{p(p - 30)} \Rightarrow p^2 - 70p + 600 = 0$

$p = 60\ cm \Rightarrow \boxed{x_{E_1} = 10\ cm}$

Operando com a fonte da esquerda, temos:

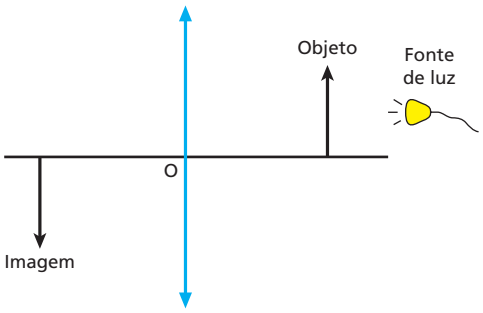


$p' - p = 30 \Rightarrow p' = 30 + p$

$\frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{30 + p} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{30 + p + p}{p(30 + p)}$

$p^2 - 10p - 600 = 0 \Rightarrow p = 30\ cm \Rightarrow \boxed{x_{E_2} = 100\ cm}$

b) Operando necessariamente com a fonte da direita, temos:



$p + p' = 30 \Rightarrow p' = 30 - p$

$\frac{1}{2,7} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{2,7} = \frac{1}{p} + \frac{1}{30 - p}$

$\frac{1}{2,7} = \frac{30 - p + p}{p(30 - p)} \Rightarrow p^2 - 30p + 81 = 0$

$p_1 = 27\ cm \Rightarrow \boxed{x_{L_1} = 43\ cm}$

$p_2 = 3,0\ cm \Rightarrow \boxed{x_{L_2} = 67\ cm}$

Respostas: a) $x_{E_1} = 10$ cm e $x_{E_2} = 100$ cm, operando-se com as fontes da direita e da esquerda respectivamente. b) $x_{L_1} = 43$ cm e $x_{L_2} = 67$ cm, operando-se com a fonte da direita.

85 Um ponto luminoso **P** descreve movimento circular e uniforme num plano frontal distante 30 cm de uma lente delgada convergente, com velocidade escalar de módulo 5,0 cm/s. A circunferência descrita por **P** tem centro no eixo principal da lente e raio igual a 10 cm. Admitindo que a lente opera de acordo com as condições de Gauss e que sua distância focal vale 20 cm, determine:
a) a relação entre o período de **P** e de sua imagem **P'** conjugada pela lente;
b) as características da trajetória descrita por **P'**, bem como sua posição em relação à lente;
c) o módulo da velocidade escalar de **P'**.

Resolução:
Enquanto **P** dá uma volta completa, o mesmo ocorre com **P'**.
Por isso:

$\frac{T_P}{T_{P'}} = 1$

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'}$

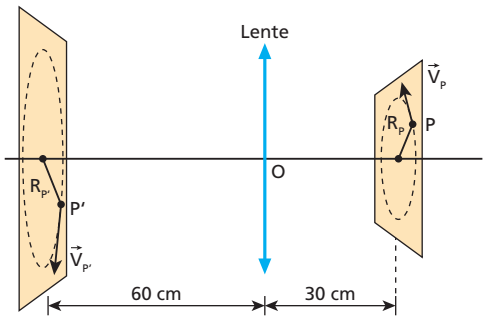
$\frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30} \Rightarrow \boxed{p' = 60\ cm}$

$\frac{R_{P'}}{R_P} = \left|\frac{i}{o}\right| = \frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{R_{P'}}{10} = \frac{60}{30}$

$\boxed{R_{P'} = 20\ cm}$

P' descreve uma circunferência de raio 20 cm, de centro pertencente ao eixo principal, contida em um plano frontal à lente, a 60 cm de distância em relação a ela.

c)



$$\frac{V_{P'}}{V_P} = \frac{\frac{2\pi R_{P'}}{T_{P'}}}{\frac{2\pi R_P}{T_P}} \Rightarrow \frac{V_{P'}}{5{,}0} = \frac{20}{10}$$

Donde: $V_{p'} = 10$ cm/s

Respostas: a) 1; b) Circunferência de raio 20 cm, de centro pertencente ao eixo principal, contida em um plano frontal à lente, a 60 cm de distância em relação a ela. c) 10 cm/s

86 Uma vela é colocada a 80 cm de uma lente esférica convergente, perpendicularmente a seu eixo principal. Aproximando-se em 20 cm a vela da lente, a nova imagem fica três vezes maior que a anterior, com a mesma orientação. Determine a vergência da lente.

Resolução:

1º caso: $\frac{i}{o} = \frac{f}{f - 80}$

2º caso: $\frac{3i}{o} = \frac{f}{f - 60}$

$$3 = \frac{f}{f - 60} \cdot \frac{(f - 80)}{f}$$

$f = 50$ cm $= 0{,}50$ m

$$V = \frac{1}{f} = \frac{f}{0{,}50}\ \text{di} \Rightarrow V = 2{,}0\ \text{di}$$

Resposta: 2,0 di

Tópico 5

1 (Unifei-MG) Um estudante construiu uma caixa retangular provida de uma lente biconvexa de distância focal f = 50,0 mm e pretende usá-la como máquina fotográfica. A distância entre a lente e a parte posterior da caixa onde será registrada a imagem pelo filme é de 150 mm. A que distância à frente da lente deve se localizar um objeto para que sua foto fique perfeitamente focalizada?

Resolução:

Gauss: $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

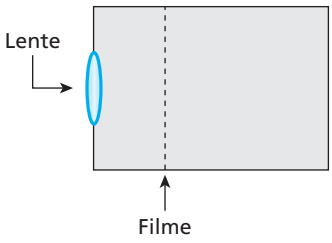
$\frac{1}{50,0} = \frac{1}{p} + \frac{1}{150}$

$\frac{1}{p} = \frac{1}{50,0} - \frac{1}{150} \Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{3-1}{150} = \frac{2}{150}$

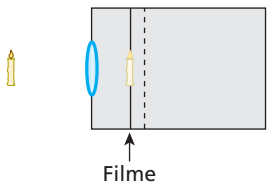
$p = 75,0$ mm

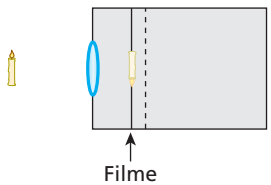
Resposta: 75,0 mm

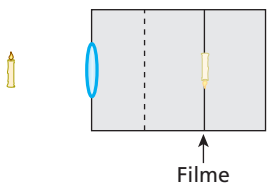
2 (UFMG) Rafael, fotógrafo lambe-lambe, possui uma câmara fotográfica que consiste em uma caixa com um orifício, onde é colocada uma lente. Dentro da caixa, há um filme fotográfico, posicionado a uma distância ajustável em relação à lente. Essa câmara está representada, esquematicamente, nesta figura:

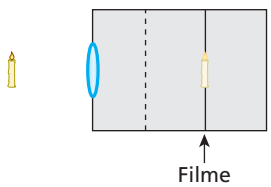


Para produzir a imagem nítida de um objeto muito distante, o filme deve ser colocado na posição indicada pela linha tracejada.
No entanto, Rafael deseja fotografar uma vela que está próxima a essa câmara.
Para obter uma imagem nítida, ele, então, move o filme em relação à posição acima descrita.
Indique a alternativa cujo diagrama melhor representa a posição do filme e a imagem da vela que é projetada nele.

a)


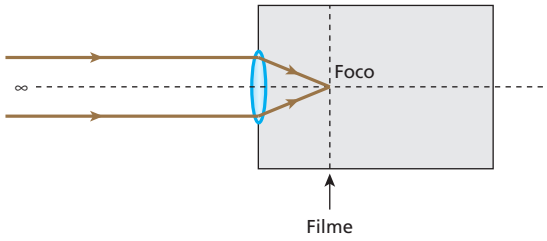
c)


b)


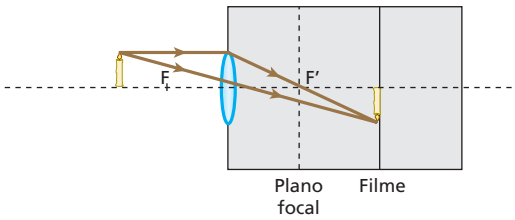
d)


Resolução:

(I) **Objeto muito distante:** A imagem é formada no plano focal da lente.



(II) **Vela próxima à câmara:** A imagem projetada sobre o filme é real, invertida e está situada além do plano focal da lente.



Resposta: b

3 A lente de um projetor de *slides* está a uma distância de 4,1 m da tela de projeção. Um *slide* de 35 mm de altura tem sua imagem projetada na tela com 1,4 m de altura. Qual a distância focal da lente do equipamento?

Resolução:

(I) $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$

$-\frac{1400}{35} = -\frac{4,1}{p}$

$p = 0,1025$ m $= 10,25$ cm

(II) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{10,25} + \frac{1}{410}$

$\frac{1}{f} = \frac{410 + 10,25}{4\,202,5}$

$f = \frac{4\,202,5}{420,25}$ (cm)

$f = 10$ cm

Resposta: 10 cm

4 Deve-se projetar em uma tela a imagem de um *slide* que se encontra a 5,0 cm da lente do projetor. Sabendo que as alturas do *slide* e de sua imagem valem, respectivamente, 3,0 cm e 180 cm, calcule:
a) a distância da tela à lente do projetor;
b) a distância focal da lente do projetor.

Resolução:

a) $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{180}{3,0} = -\frac{p'}{5,0}$

$\boxed{p' = 300 \text{ cm} = 3,0 \text{ m}}$

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{5,0} + \frac{1}{300} \Rightarrow \boxed{f \simeq 4,9 \text{ cm}}$

Respostas: a) 3,0 m; b) ≃ 4,9 cm

5 Uma lupa com 5,0 cm de distância focal amplia cinco vezes o tamanho de um pequeno objeto luminoso. Nessas condições, determine a distância entre o objeto e sua imagem.

Resolução:

$A = \frac{f}{f - p}$

$5 = \frac{5,0}{5,0 - p} \Rightarrow p = 4,0 \text{ cm}$

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 5 = \frac{-p'}{4,0}$

$p' = -20 \text{ cm}$

$d = |p'| - p = 20 - 4,0 \Rightarrow \boxed{d = 16 \text{ cm}}$

Resposta: 16 cm

6 (Fatec-SP) Um colecionador examina um selo com uma lupa localizada a 2,0 cm do selo e observa uma imagem 5 vezes maior.

a) Determine a distância focal da lupa.

b) Faça, em seu caderno, um esquema gráfico dos raios de luz representando a lupa, o selo, a imagem do selo e o olho do colecionador.

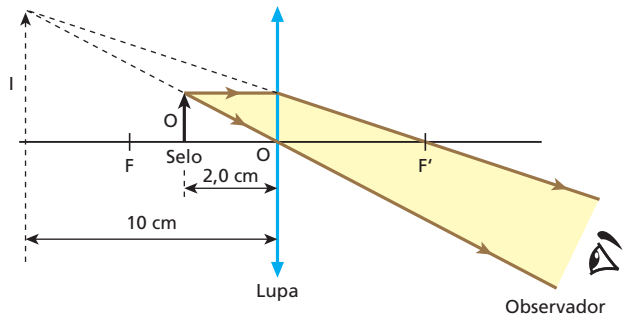
Resolução:

a) $A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow 5 = \frac{f}{f - 2,0}$

$5f - 10 = f \Rightarrow 4f = 10$

$\boxed{f = 2,5 \text{ cm}}$

b)

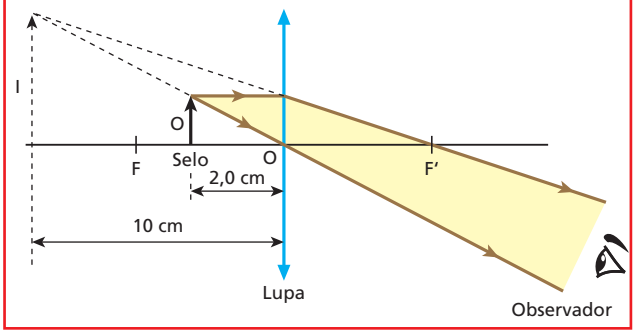


$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 5 = -\frac{p'}{2,0}$

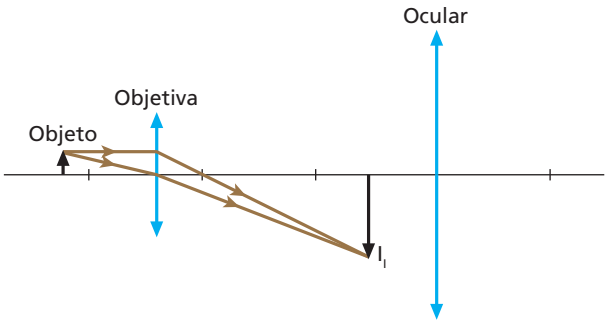
$\boxed{p' = -10 \text{ cm}}$

Respostas: a) 2,5 cm

b)



7 (Unesp-SP) Em uma aula sobre óptica, o professor explica aos seus alunos o funcionamento básico de um microscópio óptico composto, que pode ser representado por duas lentes convergentes, a objetiva e a ocular. Quando o objeto a ser visualizado é colocado próximo à objetiva, uma imagem ampliada I_I é formada entre a ocular e o foco da ocular, como esquematizado na figura. Essa imagem é, então, ampliada pela ocular, gerando a imagem I_{II}, vista pelo observador.



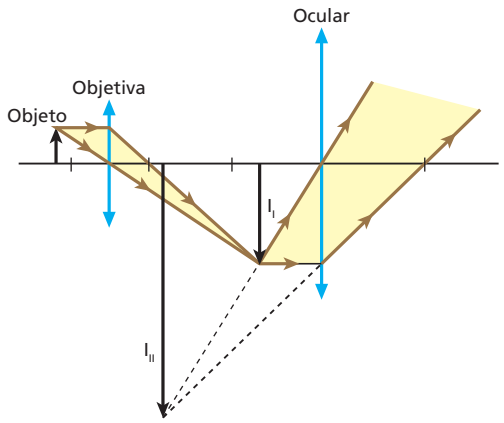
Sendo assim:

a) copie a figura em seu caderno e complete-a com raios de luz que mostrem a formação da imagem I_{II} gerada pela ocular;

b) classifique como real ou virtual as imagens I_I e I_{II}.

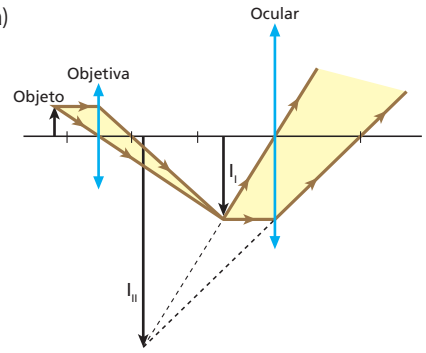
Resolução:

a) Completando a figura fornecida, temos:



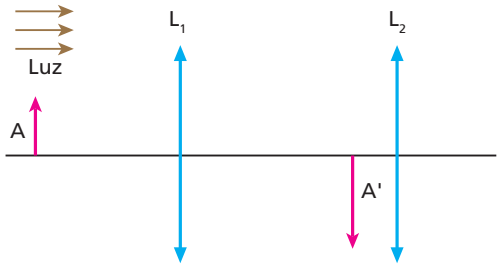
b) Classificação das imagens:
a imagem I_I é **real** (formada por um feixe cônico convergente);
a imagem I_{II} é **virtual** (formada por um feixe cônico divergente).

Respostas: a)



b) I_I é real e I_{II} é virtual.

8 Um objeto **A** está situado a 5 cm de uma lente convergente L_1, cuja distância focal é de 4 cm. Uma segunda lente convergente, idêntica à anterior, é colocada a 2 cm de distância da imagem A' conjugada por L_1. A figura ilustra a situação descrita:



a) A que distância de L_1 encontra-se L_2?
b) Qual a ampliação total do sistema L_1L_2?

Resolução:

a) **Lente L_1:**

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow p'_1 = 20 \text{ cm}$$

$$L_1L_2 = p'_1 + 2 \text{ cm} = 20 \text{ cm} + 2 \text{ cm}$$

$$\boxed{L_1L_2 = 22 \text{ cm}}$$

b) $|A| = |A_1| \cdot |A_2|$

Lente L_1:

$$|A_1| = \frac{20 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \Rightarrow |A_1| = 4$$

Lente L_2:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2}$$

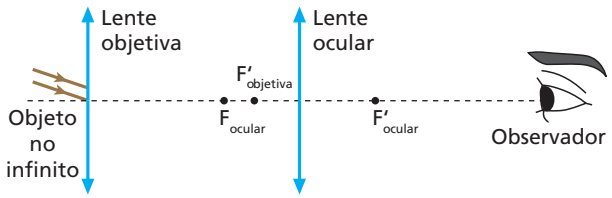
$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow p'_2 = -4 \text{ cm}$$

$$|A_2| = \frac{4 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} \Rightarrow |A_2| = 2$$

Assim: $|A| = 4 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{|A| = 8}$

Respostas: a) 22 cm; b) 8 vezes

9 (UFF-RJ – mod.) A utilização da luneta astronômica de Galileu auxiliou na construção de uma nova visão do Universo. Esse instrumento óptico, composto por duas lentes – **objetiva** e **ocular** –, está representado no esquema a seguir.

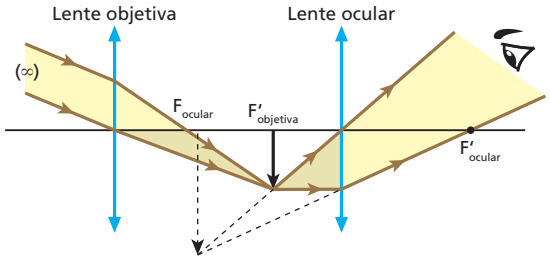


Considere a observação de um astro no "infinito" por meio da luneta astronômica de Galileu. Nesse caso, as imagens do objeto formadas pelas lentes objetiva e ocular são, respectivamente:

a) real e direita em relação ao astro; virtual e direita em relação à imagem da objetiva.
b) real e invertida em relação ao astro; virtual e invertida em relação à imagem da objetiva.
c) virtual e invertida em relação ao astro; real e invertida em relação à imagem da objetiva.
d) virtual e direita em relação ao astro; real e invertida em relação à imagem da objetiva.
e) real e invertida em relação ao astro; virtual e direita em relação à imagem da objetiva.

Resolução:

A imagem real e invertida que a objetiva gera no seu plano focal ($F'_{objetiva}$) funciona como objeto real para a ocular. Essa lente, por sua vez, opera como lupa, produzindo uma imagem virtual e direita (em relação ao objeto que lhe deu origem), que será contemplada pelo observador. O esquema abaixo ilustra o funcionamento da luneta.



Resposta: e

10 **E.R.** A objetiva de uma câmera fotográfica tem distância focal de 100 mm e é montada num mecanismo tipo fole, que permite seu avanço e retrocesso. A câmera é utilizada para tirar duas fotos: uma aérea e outra de um objeto distante 30 cm da objetiva.

a) Qual o deslocamento da objetiva, de uma foto para a outra?
b) Da foto aérea para a outra, a objetiva afasta-se ou aproxima-se do filme?

Resolução:

a) Na obtenção da foto aérea, o motivo da foto comporta-se como objeto impróprio. Por isso, sua imagem forma-se no plano focal da objetiva. Assim:

$$p'_1 \simeq f$$

Logo:

$$\boxed{p'_1 = 100 \text{ mm}}$$

Para a outra foto, tem-se:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{100} = \frac{1}{300} + \frac{1}{p'_2}$$

$$\boxed{p'_2 = 150 \text{ mm}}$$

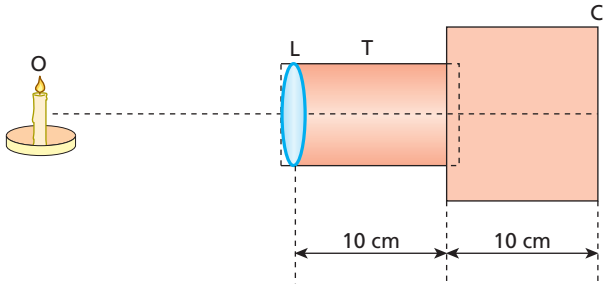
Seja **d** o deslocamento pedido. Então, é correto que:

$$d = p'_2 - p'_1 \Rightarrow d = 150 \text{ mm} - 100 \text{ mm}$$

$$\boxed{d = 50 \text{ mm}}$$

b) Como $p'_2 > p'_1$, pode-se concluir que da foto aérea para a outra a objetiva afasta-se do filme.

11 Um fotógrafo amador criou um dispositivo capaz de projetar imagens no fundo de uma câmara. Tal dispositivo, esquematizado a seguir, é composto por uma lente esférica convergente (**L**), de distância focal 12 cm, um tubo móvel (**T**) e uma câmara escura (**C**).



Ao se formar uma imagem nítida no fundo da câmara, o objeto luminoso (**O**) encontra-se a 60 cm da lente.

a) Calcule quanto foi necessário deslocar o tubo, em relação à posição inicial indicada na figura acima, para focalizar a imagem nítida no fundo da câmara.

b) Dê as características dessa imagem.

Resolução:

a) Do enunciado, temos: f = 12 cm e p = 60 cm
Utilizando a Equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'}$$

$$\boxed{p' = 15 \text{ cm}}$$

Concluímos, portanto, que a distância da lente à imagem (fundo da câmara) é de 15 cm. Assim, para ajustar a posição da lente, devemos aprofundar o tubo 5 cm.

b) Utilizando a equação do Aumento Linear Transversal, vem:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

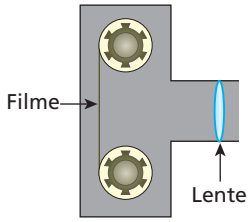
$$A = -\frac{15}{60}$$

$$\boxed{A = -\frac{1}{4}}$$

Assim, podemos afirmar que a imagem é real ($p' > 0$), invertida ($A < 0$) e quatro vezes menor que o objeto.

Respostas: a) 5 cm; b) Real, invertida e menor $\left(A = -\frac{1}{4}\right)$

12 (Unesp-SP) Uma câmara fotográfica rudimentar utiliza uma lente convergente de distância focal f = 50 mm para focalizar e projetar a imagem de um objeto sobre o filme. A distância da lente ao filme é p′ = 52 mm. A figura mostra o esboço dessa câmara.



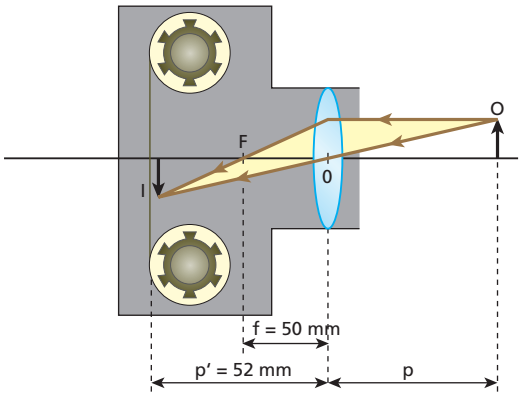
Para se obter uma boa foto, é necessário que a imagem do objeto seja formada exatamente sobre o filme e seu tamanho não deve exceder a área sensível do filme. Assim:

a) Calcule a posição em que o objeto deve ficar em relação à lente.

b) Sabendo que a altura máxima da imagem não pode exceder 36,0 mm, determine a altura máxima do objeto para que ele seja fotografado em toda a sua extensão.

Resolução:

A formação da imagem sobre o filme está esquematizada (fora de escala) abaixo.



a) **Equação de Gauss:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{50} = \frac{1}{p} + \frac{1}{52} \Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{1}{50} - \frac{1}{52}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{52 - 50}{50 \cdot 52} \Rightarrow p = \frac{50 \cdot 52}{2} \text{ (mm)}$$

$$\boxed{p = 1\,300 \text{ mm} = 1{,}3 \text{ m}}$$

b) $\frac{y'}{y} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{36{,}0}{y} = -\frac{52}{1\,300}$

$y = -900 \text{ mm} \Rightarrow \boxed{h = 900 \text{ mm} = 90 \text{ cm}}$

Respostas: a) 1,3 m; b) 90 cm

13 Deve ser projetada em uma tela a imagem de um *slide* que se encontra a 5 cm da lente do projetor. Sabendo que a altura do *slide* vale 3 cm e que a da imagem vale 180 cm, determine:

a) a distância da tela à lente do projetor;

b) a vergência da lente do projetor.

Resolução:

a) $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$

$-\frac{180}{3} = -\frac{p'}{5}$

$\boxed{p' = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}}$

b) $V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$V = \frac{1}{0{,}05} = \frac{1}{3}$ (di)

$\boxed{V \simeq 20{,}3 \text{ di}}$

Respostas: a) 3 m; b) ≃ 20,3 di

14 (Mack-SP) Um estudante de Física dispõe de uma lente biconvexa de índice de refração n = 1,6 e faces com raios de curvatura iguais a 10 cm. Com essa lente, ele deseja construir um projetor de diapositivos de forma que a película fique a 10 cm dela. Adote $n_{ar} = 1{,}0$. A que distância da lente deve ser projetada a imagem da película?

Resolução:

Halley:

$\frac{1}{f} = (n_{2,1} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

$\frac{1}{f} = (1{,}6 - 1) \cdot \left(\frac{2}{10}\right) \Rightarrow \frac{1}{f} = 0{,}12 \text{ cm}^{-1}$

Gauss:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow 0{,}12 = \frac{1}{10} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \boxed{p' = 50 \text{ cm}}$

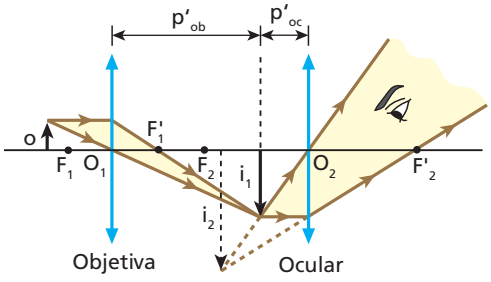
Resposta: 50 cm

15 E.R. Um microscópio composto é constituído de dois sistemas convergentes de lentes, associados coaxialmente: um é a objetiva, com distância focal de 4 mm, e o outro é a ocular, com distância focal de 6 cm. De um objeto distante 5 mm da objetiva o microscópio fornece uma imagem virtual, afastada 78 cm da ocular. Determine:

a) o aumento produzido pela objetiva;
b) o aumento produzido pela ocular;
c) a ampliação produzida pelo microscópio;
d) a distância da objetiva à ocular.

Resolução:

O esquema seguinte representa a situação proposta:



a) Para a objetiva:

$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{P_{ob}} + \frac{1}{p'_{ob}}$

Com $f_{ob} = 4$ mm e $p_{ob} = 5$ mm, calculamos p'_{ob}:

$\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{p'_{ob}} \Rightarrow p'_{ob} = 20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}$

Logo, o aumento produzido pela objetiva é calculado por:

$A_{ob} = -\frac{p'_{ob}}{p_{ob}} = -\frac{20 \text{ mm}}{5 \text{ mm}}$

$\boxed{A_{ob} = -4}$

b) Para a ocular:

$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{P_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}}$

Com $f_{oc} = 6$ cm e $p'_{oc} = -78$ cm, calculamos p_{oc}:

$\frac{1}{6} = \frac{1}{p_{oc}} - \frac{1}{78} \Rightarrow p_{oc} \simeq 5{,}6 \text{ cm}$

Logo, o aumento produzido pela ocular é calculado por:

$A_{oc} = -\frac{p'_{oc}}{p_{oc}} = -\frac{(-78 \text{ cm})}{5{,}6 \text{ cm}} \Rightarrow \boxed{A_{oc} = 14}$

c) Para o microscópio, a ampliação fica determinada por:

$|A| = |A_{ob}| \cdot |A_{oc}|$

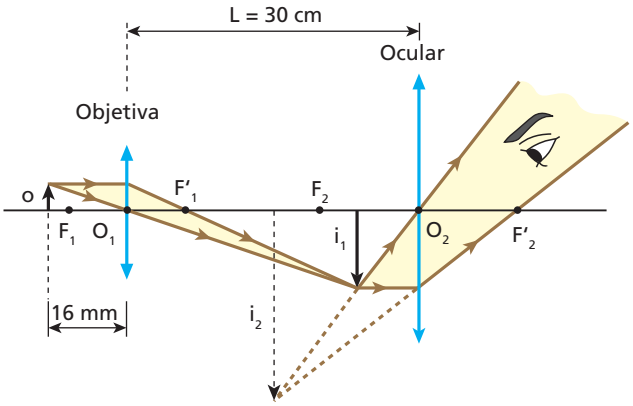
$|A| = 4 \cdot 14 \Rightarrow \boxed{|A| = 56}$

d) A distância da objetiva à ocular **d** é tal que:

$d = p'_{ob} + p_{oc}$

$d = 2 \text{ cm} + 5{,}6 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{d = 7{,}6 \text{ cm}}$

16 A figura a seguir representa esquematicamente um microscópio óptico constituído por dois sistemas convergentes de lentes, dispostos coaxialmente: um é a objetiva, com distância focal de 15 mm, e o outro é a ocular, com distância focal de 9,0 cm.



Sabendo que para o objeto **o** o microscópio fornece a imagem final $\mathbf{i}_2$, calcule o módulo do aumento linear transversal produzido pelo instrumento.

Resolução:

O valor absoluto do aumento linear transversal fornecido pelo microscópio é dado por:

$|A| = |A_{ob}| \cdot |A_{oc}|$

1) Cálculo de $|A_{ob}|$:

$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{p_{ob}} + \frac{1}{p'_{ob}} \Rightarrow \frac{1}{15} = \frac{1}{16} + \frac{1}{p'_{ob}}$

$P'_{ob} = 240 \text{ mm} = 24 \text{ cm}$

$A_{ob} = -\frac{p'_{ob}}{p_{ob}} \Rightarrow A_{ob} = -\frac{240 \text{ mm}}{16 \text{ mm}}$

$|A_{ob}| = 15$

2) Cálculo de $|A_{oc}|$:

$p'_{ob} + p_{oc} = L \Rightarrow 24\ cm + p_{oc} = 30\ cm$

$p_{oc} = 6{,}0\ cm$

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{9{,}0} = \frac{1}{6{,}0} + \frac{1}{p'_{oc}}$$

$p'_{oc} = -18\ cm$

$$A_{oc} = -\frac{p'_{oc}}{p_{oc}} = -\frac{(-18\ cm)}{6{,}0\ cm} \Rightarrow |A_{oc}| = 3$$

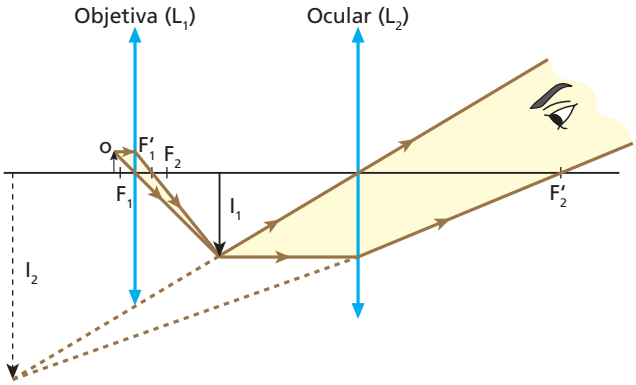
Com $|A_{ob}|$ e $|A_{oc}|$ calculados, vem:

$|A| = 15 \cdot 3 \Rightarrow \boxed{|A| = 45}$

O microscópio considerado fornece um aumento linear transversal de 45 vezes.

Resposta: 45 vezes

17 A figura a seguir mostra um esquema da formação de imagem em um microscópico óptico composto, constituído por duas lentes convergentes, associadas coaxialmente: uma é a objetiva, com distância de 4 mm, e a outra é a ocular, com distância focal de 6 cm.



Sabendo-se que um pequeno objeto ilumidado, colocado a uma distância igual a 5 mm da objetiva, fornece uma imagem final virtual (I_2), afastada 72 cm da ocular, pede-se para calcular o módulo do aumento total fornecido pelo instrumento.

Resolução:

(I) Em relação à objetiva:

$$A_{ob} = \frac{f_{ob}}{f_{ob} - p_{ob}} \Rightarrow A_{ob} = \frac{4}{4 - 5}$$

Donde: $\boxed{A_{ob} = -4}$

(II) Em relação à ocular:

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{72}$$

$$\frac{1}{p_{oc}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{72} = \frac{12 + 1}{72}$$

Donde: $\boxed{p_{oc} = \frac{72}{13}\ cm}$

$$A_{oc} = -\frac{p'_{oc}}{p_{oc}} \Rightarrow A_{oc} = -\frac{(-72)}{\frac{72}{13}}$$

Logo: $\boxed{A_{oc} = 13}$

(III) Em relação ao microscópio:

$$A = \frac{i_2}{o} = \frac{i_1}{o} \cdot \frac{i_2}{i_1}$$

Donde: $\boxed{A = A_{ob} \cdot A_{oc}}$

$|A| = |A_{ob}| \cdot |A_{oc}| \Rightarrow |A| = 4 \cdot 13$

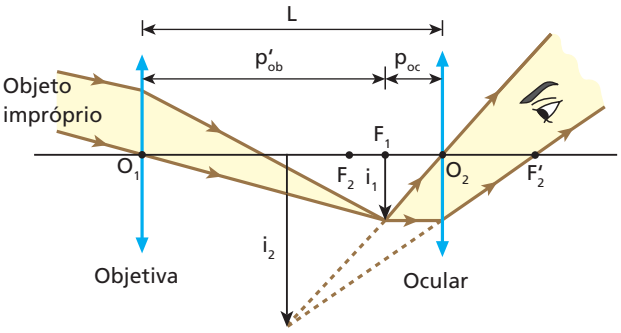
$\boxed{|A| = 52}$

Resposta: 52 vezes

18 **E.R.** Uma luneta é constituída de uma objetiva e uma ocular, associadas coaxialmente e acopladas a um tubo, cujo interior é fosco. Com o uso do referido instrumento, focaliza-se um corpo celeste e a imagem final visada pelo observador forma-se a 60 cm da ocular. Sabendo que a objetiva e a ocular têm distâncias focais de 80 cm e 20 cm, respectivamente, calcule o comprimento da luneta (distância entre a objetiva e a ocular).

Resolução:

O esquema seguinte ilustra a situação proposta:



O comprimento da luneta (**L**) é tal que:

$$L = p'_{ob} + p_{oc}$$

O corpo celeste, estando muito afastado da luneta, comporta-se como objeto impróprio para a objetiva, que conjuga a ele uma imagem em seu plano focal. Assim, podemos escrever que:

$$p'_{ob} \simeq f_{ob} = 80\ cm$$

A imagem produzida pela objetiva faz o papel de objeto real para a ocular, que dá a imagem final virtual visada pelo observador.
Em relação à ocular, tem-se que:

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p_{oc}} - \frac{1}{60}$$

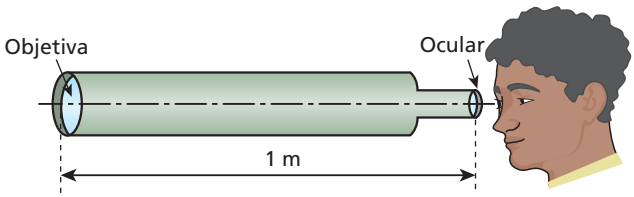
$$\frac{1}{p_{oc}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} \Rightarrow p_{oc} = 15\ cm$$

Com $p'_{ob} \simeq 80\ cm$ e $p_{oc} = 15\ cm$, determinamos o comprimento da luneta:

$$L = p'_{ob} + p_{oc} = 80\ cm + 15\ cm$$

$\boxed{L = 95\ cm}$

19 O esquema abaixo ilustra uma luneta rudimentar, em que tanto a objetiva como a ocular são sistemas refratores convergentes. O instrumento está focalizado para um astro muito afastado e sua objetiva dista 1 m da ocular, cuja abscissa focal vale 4 cm. Sabendo que a imagem final visada pelo observador se situa a 12 cm da ocular, calcule a abscissa focal da objetiva.



Resolução:

Em relação à ocular:

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{p_{oc}} - \frac{1}{12}$$

$$p_{oc} = 3 \text{ cm}$$

Em relação à objetiva:

$$L = p'_{ob} + p_{oc} \Rightarrow 100 \text{ cm} = p'_{oc} + 3 \text{ cm}$$

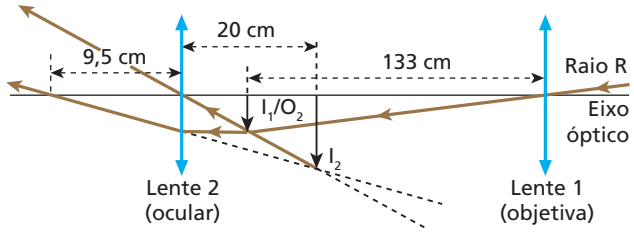
$$p'_{ob} = 97 \text{ cm}$$

O objeto visado é, para a objetiva, **impróprio**. Por isso:

$$f_{ob} \simeq p'_{ob} = 97 \text{ cm}$$

Resposta: 97 cm

20 (Unicamp-SP) Um dos telescópios usados por Galileu por volta do ano de 1610 era composto por duas lentes convergentes, uma objetiva (lente **1**) e uma ocular (lente **2**), de distâncias focais a 133 cm e 9,5 cm, respectivamente. Na observação de objetos celestes, a imagem (I_1) formada pela objetiva situa-se praticamente no seu plano focal. Na figura (fora de escala), o raio **R** é proveniente da borda do disco lunar e o eixo óptico passa pelo centro da Lua.

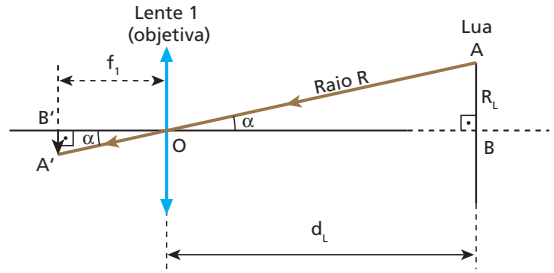


a) A Lua tem 1 750 km de raio e fica a aproximadamente 384 000 km da Terra. Qual é o raio da imagem da Lua (I_1) formada pela objetiva do telescópio de Galileu?

b) Uma segunda imagem (I_2) é produzida pela ocular a partir daquela formada pela objetiva (a imagem da objetiva (I_1) torna-se objeto (O_2) para a ocular). Essa segunda imagem é virtual e situa-se a 20 cm da lente ocular. A que distância a ocular deve ficar da objetiva do telescópio para que isso ocorra?

Resolução:

a)

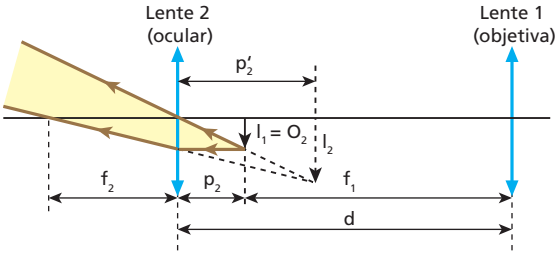


Da semelhança entre os triângulos ABO e A'B'O, vem:

$$\frac{R_{I_1}}{f_1} = \frac{R_L}{d_L} \Rightarrow \frac{R_{I_1}}{133} = \frac{1\,750}{384\,000}$$

$$R_{I_1} \simeq 0{,}61 \text{ cm}$$

b)



1) Aplicando a Equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2}$$

$$\frac{1}{9{,}5} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{(-20)}$$

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{9{,}5} + \frac{1}{p_2}$$

$$\frac{1}{p_2} = \frac{29{,}5}{190}$$

$$p_2 \simeq 6{,}4 \text{ cm}$$

2) A distância entre as lentes é dada por:

$$d = p_2 = f_1$$

$$d = 6{,}4 + 133 \text{ (cm)}$$

$$d \simeq 139{,}4 \text{ cm}$$

Respostas: a) $R_{I_1} \simeq 0{,}61$ cm; b) $d \simeq 139{,}4$ cm

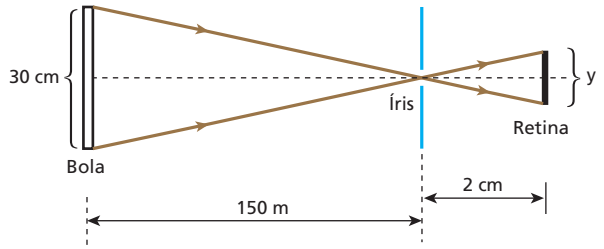
21 (Uerj) Uma partida de futebol, jogada com uma bola de 30 cm de diâmetro, é observada por um torcedor. A distância da íris à retina desse torcedor é aproximadamente igual a 2 cm.

O tamanho da imagem da bola, em micrômetros, que se forma na retina do torcedor, quando a bola está a 150 m de distância, vale, aproximadamente:

Nota: 1 micrômetro = 1 μm = 10^{-6} m

a) 1.
b) 40.
c) 300.
d) 800.
e) 900.

Resolução:
Na figura abaixo, está esquematizada, fora de escala, a formação da imagem na retina do olho do torcedor.



Semelhança de triângulos:

$$\frac{30}{150 \cdot 10^2} = \frac{y}{2}$$

$$y = \frac{60}{15 \cdot 10^3}\ cm = 4 \cdot 10^{-3} cm = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4\ \mu m$$

$$\boxed{y = 40\ \mu m}$$

Resposta: b

22 Um observador visa fixamente um objeto, que se aproxima do seu globo ocular com velocidade constante. Durante a aproximação do objeto, é **correto** afirmar que a distância focal do cristalino do olho do observador:
a) aumenta.
b) diminui.
c) permanece constante.
d) aumenta, para depois diminuir.
e) diminui, para depois aumentar.

Resolução:
Utilizando-se a Equação de Gauss:

Objeto distante: $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'}$

Objeto próximo: $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'}$

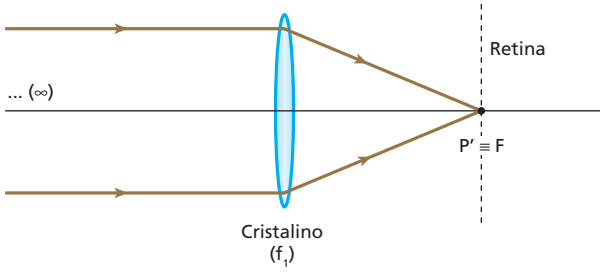
Sendo p' constante ("profundidade" do globo ocular), tem-se:

$$p_2 < p_1 \Rightarrow \frac{1}{p_2} > \frac{1}{p_1}$$

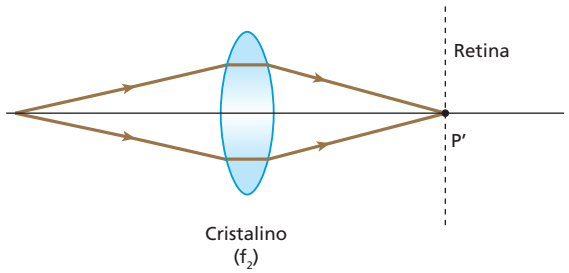
Logo: $\frac{1}{f_2} > \frac{1}{f_1}$

Donde: $\boxed{f_2 < f_1}$

(I) Olho acomodado para um objeto distante:



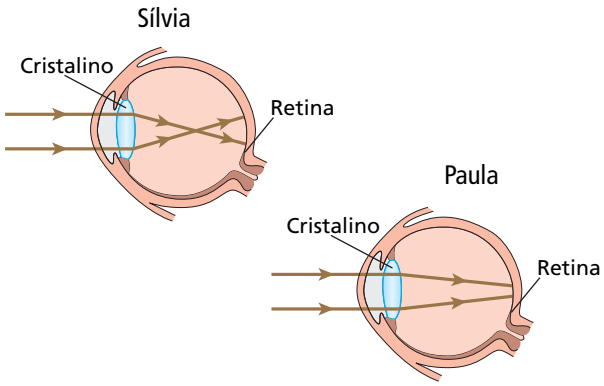
(II) Olho acomodado para um objeto próximo:



$\boxed{f_2 < f_1}$

Resposta:b

23 (UFMG) Após examinar os olhos de Sílvia e de Paula, o oftalmologista apresenta suas conclusões a respeito da formação de imagens nos olhos de cada uma delas, na forma de diagramas esquemáticos, como mostrado nestas figuras:



Com base nas informações contidas nessas figuras, é correto afirmar que:
a) apenas Sílvia precisa corrigir a visão e, para isso, deve usar lentes divergentes.
b) ambas precisam corrigir a visão e, para isso, Sílvia deve usar lentes convergentes e Paula, lentes divergentes.
c) apenas Paula precisa corrigir a visão e, para isso, deve usar lentes convergentes.
d) ambas precisam corrigir a visão e, para isso, Sílvia deve usar lentes divergentes e Paula, lentes convergentes.

Resolução:
Silvia é míope e a correção da miopia se faz com lentes *divergentes*.
Paula é hipermetrope e a correção da hipermetropia se faz com lentes *convergentes*.

Resposta: d

24 (Acafe-SC) O uso de óculos para corrigir defeitos da visão começou no final do século XIII e, como não se conheciam técnicas para o polimento do vidro, as lentes eram rústicas e forneciam imagens deformadas. No período da Renascença, as técnicas foram aperfeiçoadas e surgiu a profissão de fabricante de óculos. Para cada olho defeituoso, existe um tipo conveniente de lente que, associado a ele, corrige a anomalia.
Considere a receita abaixo, fornecida por um médico oftalmologista a uma pessoa com dificuldades para enxergar nitidamente objetos afastados.

		Lentes esféricas	Lentes cilíndricas	Eixo	DP
Longe	OD	–2,0 di	—	105°	63 mm
	OE	–2,5 di	—	105°	63 mm
Perto	OD	—	—	—	—
	OE	—	—	—	—

DP – Distância entre os eixos dos olhos
OD – Olho direito
OE – Olho esquerdo

Em relação ao exposto, é **incorreta** a alternativa:
a) A pessoa apresenta miopia.
b) A distância focal da lente direita tem módulo igual a 50 cm.
c) As lentes são divergentes.
d) Essas lentes podem funcionar como lentes de aumento.
e) As imagens fornecidas por essas lentes serão virtuais.

Resolução:
a) CORRETA.
Lentes com vergência negativa são indicadas para a correção da *miopia*.

b) CORRETA.

$$f = \frac{1}{V} \Rightarrow f_{OD} = \frac{1}{(-2,0)}\,(m) = -\frac{100}{2,0}\,(cm)$$

$$f_{OD} = -50\ cm \Rightarrow \boxed{|f_{OD}| = 50\ cm}$$

c) CORRETA.
Lentes "negativas" ⇒ Divergentes

d) INCORRETA.
Para objetos reais, as imagens produzidas por lentes divergentes são sempre reduzidas (menores).

e) CORRETA.
As lentes divergentes utilizadas na correção da miopia fornecem imagens virtuais.

Resposta: d

25 Para o olho emetrope (ou normal), o ponto remoto é impróprio (localizado no "infinito"), enquanto o ponto próximo situa-se a 25 cm do olho. Admitindo que a distância do cristalino à retina seja de 15 mm, determine:
a) as distâncias focais do cristalino quando acomodado para o ponto remoto e para o ponto próximo;
b) a variação da convergência do cristalino quando um objeto é deslocado do ponto remoto para o ponto próximo.

Resolução:
a) Com o olho acomodado para o ponto remoto, têm-se os seguintes dados:
$p_f \to \infty \Rightarrow p'_1 = 15\ mm = 1,5\ cm$
Calculemos f_1, que é a distância focal do cristalino para o caso:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{\underbrace{\infty}_{\text{tende a zero}}} + \frac{1}{1,5} \Rightarrow \boxed{f_1 = 15\ mm}$$

Com o olho acomodado para o ponto próximo, têm-se os seguintes dados: $p_2 = 25\ cm$ e $p'_2 = 1,5\ cm$. Calculemos f_2, que é a distância focal do cristalino para o caso:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{25} + \frac{1}{1,5} \Rightarrow \boxed{f_2 \simeq 14\ mm}$$

b) A convergência do cristalino para o ponto remoto é V_1, tal que:

$$V_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-2}\ m}$$

A convergência do cristalino para o ponto próximo é V_2, tal que:

$$V_2 = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-2}\ m} + \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-2}\ m}$$

Do ponto remoto para o próximo, a variação da convergência do cristalino é ΔV, que pode ser dada por:

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

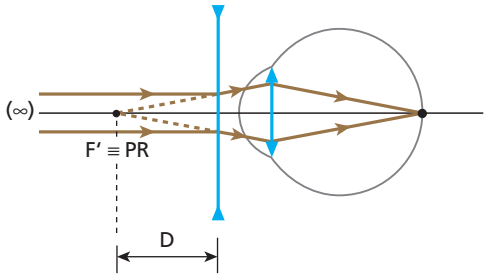
$$\Delta V = \frac{1}{25 \cdot 10^{-2}\ m} + \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-2}\ m} - \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-2}\ m}$$

Da qual: $\boxed{\Delta V = 4,0\ m^{-1} = 4,0\ di}$

Respostas: a) 15 mm, ≃ 14 mm; b) 4,0 di

26 **E.R.** Considere um olho míope. Se seu ponto remoto está a 50 cm de distância, qual o tipo da lente corretiva a ser utilizada (convergente ou divergente) e qual sua vergência? (Considere desprezível a distância entre a lente e o olho.)

Resolução:



Para um objeto impróprio, a lente corretiva deve fornecer uma imagem virtual situada no ponto remoto do olho míope. Essa imagem funciona como objeto real para o olho.
A lente corretiva deve ser divergente e o módulo da sua vergência deve igualar-se ao inverso da distância máxima de visão distinta do olho míope:

$$|V| = \frac{1}{D}$$

$$|V| = \frac{1}{50\ cm} = \frac{1}{0,50\ m} \Rightarrow |V| = 2,0\ di$$

Portanto:

A lente corretiva deve ser divergente e sua vergência deve valer –2,0 di.

27 (UFPR – mod.) No livro *O senhor das moscas*, de William Golding, um grupo de crianças está perdido em uma ilha. Segundo a narração, elas conseguiam fazer fogo usando as lentes dos óculos do personagem Porquinho, que tinha forte miopia.

a) A técnica utilizada pelas crianças pode ser empregada na vida real?
b) Supondo que Porquinho utilizasse lentes com vergência de módulo igual a 5,0 di, qual a distância máxima de visão distinta sem o auxílio de suas lentes?
c) Nas condições do item anterior, determine a abscissa focal e o tipo de lente que deve ser justaposta à lente utilizada por Porquinho para que seja possível atear fogo em um fino graveto colocado perpendicularmente ao eixo principal da associação e a 60 cm dela.

Resolução:

a) Não, pois as lentes corretivas de **Porquinho** são divergentes e, para "concentrar" os raios solares, são necessárias lentes convergentes.

b) $D = \frac{1}{|V|} \Rightarrow D = \frac{1}{5,0}\ (m)$

$\boxed{D = 0,20\ m = 20\ cm}$

c) $V = V_1 + V_2 \Rightarrow \frac{1}{f} = V_1 + \frac{1}{f_2}$

$\frac{1}{0,60} = -5,0 + \frac{1}{f_2}$

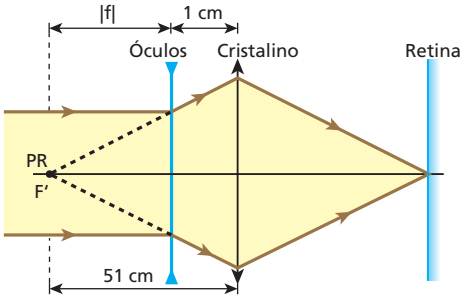
$\boxed{f_2 = 0,15\ m = 15\ cm}$ ($f_2 > 0 \Rightarrow$ lente convergente)

Respostas: a) Não, pois as lentes corretivas de Porquinho são divergentes e, para "concentrar" os raios solares, são necessárias lentes convergentes; b) 20 cm; c) 15 cm, convergente

28 (Unitau-SP) O ponto remoto de um míope situa-se a 51 cm de seus olhos. Supondo que seja de 1,0 cm a distância entre seus olhos e as lentes dos óculos, podemos afirmar que, para a correção do defeito visual, podemos usar uma lente de vergência:

a) 3,0 di. b) –3,0 di. c) –2,0 di. d) 2,0 di. e) 4,0 di.

Resolução:



$|f| + 1 = 51$

$|f| = 50\ cm = 0,50\ m$

$\boxed{f = -0,50\ m}$

$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{(-0,50)}\ di$

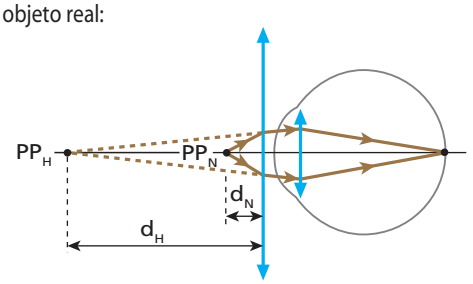
$\boxed{V = -2,0\ di}$

Resposta: c

29 **E.R.** Num olho hipermetrope, o ponto próximo situa-se a 50 cm de distância. Sabendo que no olho emetrope a distância mínima de visão distinta vale 25 cm, determine a vergência da lente corretiva para a hipermetropia considerada (despreze a distância da lente corretiva ao olho).

Resolução:

Para um objeto situado no ponto próximo emetrope (normal), a lente corretiva deve produzir uma imagem virtual, posicionada no ponto próximo hipermetrope. Essa imagem desempenha para o olho o papel de objeto real:



A lente corretiva deve ser convergente e sua vergência é calculada conforme segue:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Temos $|p| = d_N = 25\ cm = 0,25\ m$ e
$|p'| = d_H = 50\ cm = 0,50\ m$.

Lembrando que a imagem é virtual ($p' < 0$), temos:

$$V = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,50} \Rightarrow \boxed{V = +2,0\ di}$$

Portanto:

A lente corretiva deve ser convergente e sua vergência deve valer +2,0 di.

30 (UFC-CE) Foi convencionado que indivíduos com "visão normal" têm distância máxima de visão distinta infinitamente grande ($D \to \infty$) e distância mínima de visão distinta igual a 25 cm. Considere uma pessoa que, sem usar lentes de correção, só consegue ver nitidamente objetos colocados em distâncias além de 40 cm de seus olhos. Para que a visão seja "normal", qual deve ser a dioptria das lentes corretivas?

Resolução:

A pessoa é hipermetrope.

$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$V = \frac{1}{d_N} - \frac{1}{d_H}$

$V = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,40}\ (di)$

Da qual: $\boxed{V = +1,5\ di}$

Resposta: +1,5 di

31 Um homem, ao consultar seu oculista, recebe a recomendação para usar lentes corretivas com vergência de +3,0 di. Sabe-se que na visão normal o ponto próximo situa-se a 25 cm do olho.

a) O homem é míope ou hipermetrope?
b) A que distância mínima dos olhos o homem deverá colocar um jornal, para que possa ler sem óculos?

Resolução:

a) O homem é **hipermetrope**, pois a vergência de suas lentes corretivas é positiva (+3,0 di).

b) $V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

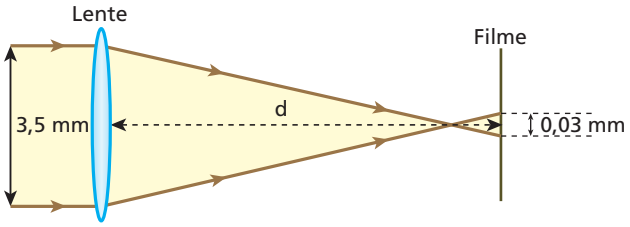
Como V = +3,0 di e $p = d_N = 25\ cm = 0,25\ m$, calculemos p':

$+3,0 = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -1,0\ m$

$\boxed{d_H = |p'| = 1,0\ m}$

Respostas: a) Hipermetrope; b) 1,0 m

32 (Unicamp-SP) Em uma máquina fotográfica de foco fixo, a imagem de um ponto no infinito é formada **antes** do filme, conforme ilustra o esquema.



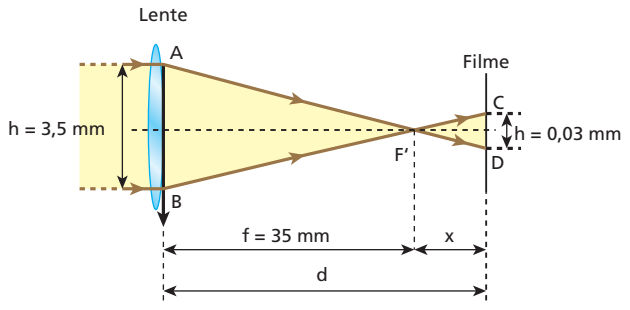
No filme, esse ponto está ligeiramente desfocado e sua imagem tem 0,03 mm de diâmetro. Mesmo assim, as cópias ampliadas ainda são nítidas para o olho humano. A abertura para a entrada de luz é de 3,5 mm de diâmetro e a distância focal da lente é de 35 mm.

a) Calcule a distância **d** do filme à lente.

b) A que distância da lente um objeto precisa estar para que sua imagem fique exatamente focalizada no filme?

Resolução:

a) 1) Como o objeto se encontra no infinito, os raios de luz dele provenientes incidem paralelamente ao eixo principal da lente (convergente) e consequentemente emergem desta em uma direção que passa pelo foco imagem principal (F'). Esquematicamente, temos:



2) Da semelhança entre os triângulos AF'B e DF'C, vem:

$\frac{H}{h} = \frac{f}{x}$

$\frac{3,5}{0,03} = \frac{35}{x}$

$\boxed{x = 0,3\ mm}$

3) Da figura, temos:

$d = f + x$

$d = 35 + 0,3\ (mm)$

$\boxed{d = 35,3\ mm}$

b) Utilizando a Equação de Gauss, vem:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{35} = \frac{1}{p} + \frac{1}{35,3}$

Da qual: $\boxed{p \simeq 4\,118\ mm}$

Respostas: a) 35,3 mm; b) ≃ 4 118 mm

33 Um projetor rudimentar fornece, para um *slide* quadrado de 5,0 cm de lado, uma imagem também quadrada, porém com 50 cm de lado. Sabendo que a objetiva do projetor é constituída pela justaposição de duas lentes com vergências de –1,0 di e +6,0 di, calcule:

a) a distância do *slide* ao centro óptico da objetiva;

b) a distância da tela ao centro óptico da objetiva.

Resolução:

a) A ampliação linear transversal fornecida pelo sistema é negativa (imagem invertida) e calculada por:

$A = \frac{i}{o} \Rightarrow A = -\frac{50\ cm}{5\ cm} \Rightarrow A = -10$

A vergência da objetiva é dada conforme segue:

$V = V_1 + V_2 = -1\ di + 6\ di$

$V = +5\ di$ (sistema **convergente**)

A distância focal da objetiva é dada por:

$f = \frac{1}{V} \Rightarrow f = \frac{1}{5\ di} = 0,20\ m$

$f = 20\ cm$

É sabido que: $A = \frac{f}{f - p}$

Com A = –10 e f = 20 cm, calculemos **p**, que é a distância do *slide* ao centro óptico da objetiva:

$-10 = \frac{20}{20 - p} \Rightarrow \boxed{p = 22\ cm}$

b) $A = -\frac{p'}{p}$

Com A = –10 e p = 22 cm, calculemos p', que é a distância da tela ao centro óptico da objetiva:

$-10 = -\frac{p'}{22\ cm} \Rightarrow \boxed{p' = 220\ cm = 2,2\ m}$

Respostas: a) 22 cm; b) 2,2 m

34 (Vunesp-SP) Dispondo-se de duas lentes convergentes de distâncias focais iguais a 1,00 cm, colocadas a uma distância **d** uma da outra e com seus eixos principais coincidentes, pretende-se obter uma imagem virtual 100 vezes ampliada de um pequeno objeto colocado a 2,00 cm da primeira lente. Qual deve ser a distância entre as lentes?

Resolução:

$$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{p_{ob}} + \frac{1}{p'_{ob}} \Rightarrow \frac{1}{1,00} = \frac{1}{2,00} + \frac{1}{p'_{ob}}$$

$$p'_{ob} = 2,00 \text{ cm}$$

$$d = p'_{ob} + p_{oc} \Rightarrow p_{oc} = d - 2,00 \qquad (I)$$

$$|A| = |A_{ob}| \cdot |A_{oc}| \Rightarrow |A| = \frac{|p'_{ob}|}{|p_{ob}|} \cdot \frac{|p'_{oc}|}{|p_{oc}|}$$

$$100 = \frac{2,00}{2,00} \cdot \frac{|p'_{oc}|}{|p_{oc}|} \qquad (II)$$

Substituindo-se (I) em (II):

$$100 = \frac{|p'_{oc}|}{d - 2,00} \Rightarrow p'_{oc} = -100 \cdot (d - 2,00) \quad (III)$$

Nota: $p'_{oc} < 0$, pois a imagem é virtual.

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{1,00} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \qquad (IV)$$

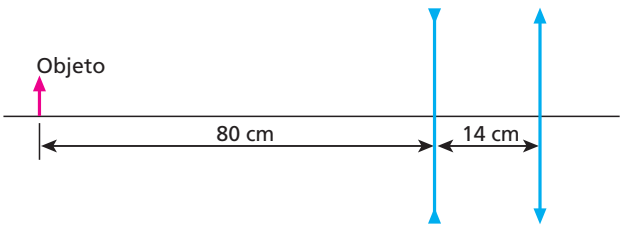
Substituindo-se (I) e (III) em (IV):

$$\frac{1}{1,00} = \frac{1}{d - 2,00} - \frac{1}{100\ (d - 2,00)}$$

Da qual: $\boxed{d = 2,99 \text{ cm}}$

Resposta: 2,99 cm

35 (ITA-SP) A figura mostra um instrumento óptico constituído de uma lente divergente, com distância focal $f_1 = -20$ cm, distante 14 cm de uma lente convergente, com distância focal $f_2 = 20$ cm. Se um objeto linear é posicionado a 80 cm à esquerda da lente divergente, pode-se afirmar que a imagem definitiva formada pelo sistema:



a) é real e o fator de ampliação linear do instrumento é –0,4.
b) é virtual, menor e direita em relação ao objeto.
c) é real, maior e invertida em relação ao objeto.
d) é real e o fator de ampliação linear do instrumento é –0,2.
e) é virtual, maior e invertida em relação ao objeto.

Resolução:
Seja L_1 a lente divergente e L_2 a lente convergente.
Em relação a L_1, temos:
Equação de Gauss: $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1}$

$$-\frac{1}{20} = \frac{1}{80} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \boxed{p'_1 = -16 \text{ cm}}$$

A imagem produzida por L_1 é virtual e está situada 16 cm à esquerda dessa lente. O aumento linear provocado por L_1 fica determinado por:

$$A_1 = -\frac{p'_1}{p_1} \Rightarrow A_1 = -\frac{(-16)}{80} \Rightarrow \boxed{A_1 = \frac{1}{5}}$$

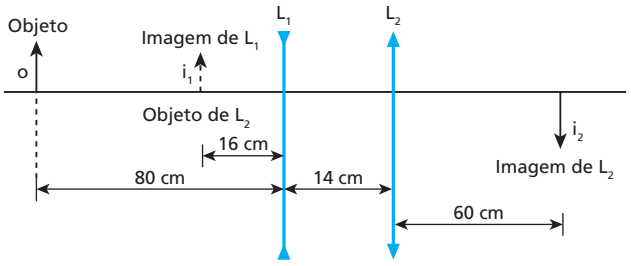
A imagem produzida por L_1 é direita e menor que o objeto e funciona como objeto real para L_2.
Em relação a L_2, temos:
Equação de Gauss: $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2}$

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{16 + 14} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow \boxed{p'_2 = 60 \text{ cm}}$$

A imagem produzida por L_2 é real e está situada a 60 cm à direita dessa lente. O aumento linear provocado por L_2 fica determinado por:

$$A_2 = -\frac{p'_2}{p_2} \Rightarrow A_2 = -\frac{60}{30} \Rightarrow \boxed{A_2 = -2}$$

A imagem produzida por L_2 é invertida e maior que o objeto que lhe deu origem.
O esquema abaixo ilustra a situação proposta:



O aumento linear transversal produzido pelo sistema é dado por:

$$A_{sist} = \frac{i_2}{o} = \frac{i_1}{o} \cdot \frac{i_2}{i_1}$$

$$A_{sist} = A_1 \cdot A_2 \Rightarrow A_{sist} = \frac{1}{5} \cdot (-2)$$

$$\boxed{A_{sist} = -0,4}$$

Resposta: a

36 (UFC-CE) "O maior telescópio do mundo, o VLT (sigla em inglês para 'telescópio muito grande'), instalado em Cerro Paranal (Chile), começou a funcionar parcialmente na madrugada de ontem [...] Segundo o astrônomo João Steiner, quanto maior o espelho do telescópio, mais luz vinda do espaço ele coleta, numa proporção direta. O espelho do VLT tem um diâmetro de 16 m. O maior espelho em operação atualmente, instalado no telescópio Cekc, no Havaí (EUA), tem diâmetro de 10 m." (*Folha de S.Paulo*, 27/5/1998.)

Supondo que a única diferença entre o VLT e o Cekc seja o diâmetro dos seus espelhos, podemos afirmar que a quantidade de luz coletada pelo VLT, no intervalo de 1 h, é, aproximadamente:

a) igual a 0,25 vezes a quantidade de luz coletada pelo Cekc, nesse mesmo intervalo.
b) igual à quantidade de luz coletada pelo Cekc, nesse mesmo intervalo.
c) igual a 1,60 vezes a quantidade de luz coletada pelo Cekc, nesse mesmo intervalo.
d) igual a 2,56 vezes a quantidade de luz coletada pelo Cekc, nesse mesmo intervalo.
e) igual a 3,20 vezes a quantidade de luz coletada pelo Cekc, nesse mesmo intervalo.

Resolução:

Seja **I** a quantidade de luz coletada pelo espelho do telescópio durante 1 h. Conforme o enunciado, **I** é proporcional à área **A** do espelho.

$$I = KA \Rightarrow \boxed{I = \frac{K\pi D^2}{4}}$$

Assim:

$$\frac{I_{VLT}}{I_{Cekc}} = \frac{\frac{K\pi D_{VLT}^2}{4}}{\frac{K\pi D_{Cekc}^2}{4}} = \left(\frac{D_{VLT}}{D_{Cekc}}\right)^2$$

$$\frac{I_{VLT}}{I_{Cekc}} = \left(\frac{16}{10}\right)^2 \Rightarrow \boxed{I_{VLT} = 2{,}56\, I_{Cekc}}$$

Resposta: d

37 (PUC-SP) Uma luneta foi construída com duas lentes convergentes de distâncias focais respectivamente iguais a 100 cm e 10 cm. Uma pessoa de vista normal regula a luneta para observar a Lua e depois focaliza um objeto situado a 20 metros de distância. Para tanto, deve deslocar a ocular em aproximadamente:

a) 10 cm, aproximando-a da objetiva.
b) 10 cm, afastando-a da objetiva.
c) 5 cm, aproximando-a da objetiva.
d) 5 cm, afastando-a da objetiva.
e) 1 cm, afastando-a da objetiva.

Resolução:

Em relação à observação da Lua, temos:

$$L_1 = f_{ob} + p_{oc} \Rightarrow L_1 = 100 + p_{oc} \qquad (I)$$

Em relação à observação do objeto distante 20 m da objetiva, temos:

$$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{p_{ob}} + \frac{1}{p'_{ob}} \Rightarrow \frac{1}{100} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{p'_{ob}}$$

Da qual: $p'_{ob} \simeq 105$ cm

$$L_2 = p'_{ob} + p_{oc} \Rightarrow L_2 = 105 + p_{oc} \quad (II)$$

Comparando (I) e (II), podemos concluir que, do primeiro para o segundo caso, o comprimento da luneta aumenta 5 cm, o que pode ser feito afastando-se a ocular da objetiva.

Observe que p_{oc} foi considerado o mesmo nos dois casos, pois a ocular (lupa) deve fornecer uma imagem final no ponto próximo do olho do observador, suposto em contato com a citada lente. Com isso, nas duas situações, o observador percebe máxima ampliação.

Resposta: d

38 (Ufla-MG) O funcionamento de uma máquina fotográfica é semelhante ao olho humano. Quando o olho humano está fixado em um objeto distante, o músculo ciliar relaxa e o sistema córnea-cristalino atinge sua máxima distância focal, que corresponde à distância da córnea à retina. Quando o objeto está próximo ao olho humano, o músculo ciliar se contrai e aumenta a curvatura do cristalino, diminuindo, assim, a distância focal até que o objeto seja focalizado corretamente na retina, sendo esse processo chamado de acomodação. Considerando a máxima distância focal igual a 2,5 cm, pode-se afirmar que a variação da distância focal Δf do sistema córnea-cristalino do olho para manter em foco um objeto que é deslocado do infinito até um ponto próximo padrão de 25 cm é:

a) $+\frac{2{,}5}{11}$ cm.
b) 2,27 cm.
c) $-\frac{2{,}5}{11}$ cm.
d) –2,27 cm.
e) 0.

Resolução:

(I) A distância focal f_R (máxima), com o olho acomodado para um objeto situado no ponto remoto ($pR \to \infty$), é a própria distância do cristalino à retina.

$$\boxed{f_R = 2{,}5 \text{ cm}}$$

(II) A distância focal f_p (mínima), com o olho acomodado para um objeto situado no ponto próximo ($p_p = 25$ cm), fica determinada pela Equação de Gauss:

$$\frac{1}{f_p} = \frac{1}{p_p} + \frac{1}{p'_p} \Rightarrow \frac{1}{f_p} = \frac{1}{25} + \frac{1}{2{,}5}$$

$$\frac{1}{f_p} = \frac{1+10}{25} \Rightarrow \boxed{f_p = \frac{25}{11} \text{ cm}}$$

(III) A variação de distância focal Δf do sistema córnea-cristalino, quando o objeto é deslocado do infinito até o ponto próximo, fica dada por:

$$\Delta f = f_p - f_R$$

$$\Delta f = \frac{25}{11} - 25 \text{ (cm)} \Rightarrow \Delta f = \frac{25 - 27{,}5}{11} \text{ (cm)}$$

Donde: $\boxed{\Delta f = -\frac{2{,}5}{11} \text{ cm}}$

Resposta: c

39 Considere as duas pessoas representadas a seguir. Devido às suas lentes corretivas, a da figura 1 aparenta ter os olhos muito pequenos em relação ao tamanho do seu rosto, ocorrendo o oposto com a pessoa da figura 2:

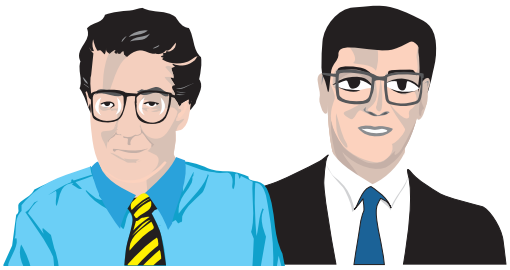


Figura 1 Figura 2

É correto concluir que:
a) a pessoa da figura 1 é míope e usa lentes convergentes.
b) a pessoa da figura 1 é hipermetrope e usa lentes divergentes.
c) a pessoa da figura 2 é míope e usa lentes divergentes.
d) a pessoa da figura 2 é hipermetrope e usa lentes convergentes.
e) as duas pessoas têm o mesmo defeito visual.

Resposta: d

40 (Vunesp-Fameca-SP) Sabe-se que o olho humano tem uma amplitude de acomodação visual que nos permite enxergar, normalmente, entre o ponto próximo (cerca de 25 cm) até o ponto remoto (infinito). No entanto, por vários fatores, ocorrem algumas anomalias visuais em uma parcela significativa da população. Acerca dessas anomalias, pode-se afirmar que, para corrigir o ponto:
a) remoto a 50 cm de um olho míope, é preciso usar lente convergente de 2,0 di de vergência.
b) remoto a 50 cm de um olho hipermetrope, é preciso usar lente divergente de –2,0 di de vergência.
c) remoto a 50 cm de um olho míope, é preciso usar lente divergente de –2,0 di de vergência.
d) próximo a 50 cm de um olho hipermetrope, é preciso usar lente divergente de –2,0 di de vergência.
e) próximo a 50 cm de um olho hipermetrope, é preciso usar lente convergente de 1,0 di de vergência.

Resolução:
(I) Correção da miopia: lente divergente com o ponto remoto a 50 cm do olho.

$$V = -\frac{1}{D} \Rightarrow V = -\frac{1}{0,50}\,(di)$$

$$\boxed{V = -2,0\ di}$$

(II) Correção de hipermetropia: lente convergente com o ponto próximo a 50 cm do olho.

$$V = \frac{1}{d_N} - \frac{1}{d_H} \Rightarrow V = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,50}\,(di)$$

$$V = 4,0 - 2,0\ (di) \Rightarrow \boxed{V = 2,0\ di}$$

Resposta: c

41 (Unifesp-SP) As figuras mostram o Nicodemus, símbolo da Associação Atlética dos estudantes da Unifesp, ligeiramente modificado: foram acrescentados olhos na 1ª figura e óculos transparentes na 2ª.

Figura 1

Figura 2

a) Supondo que ele esteja usando os óculos devido a um defeito de visão, compare as duas figuras e responda: Qual pode ser esse provável defeito? As lentes dos óculos são convergentes ou divergentes?
b) Considerando que a imagem do olho do Nicodemus com os óculos seja 25% maior que o tamanho real do olho e que a distância do olho à lente dos óculos seja de 2 cm, determine a vergência das lentes usadas pelo Nicodemus, em dioptrias.

Resolução:
a) De acordo com a figura, a imagem do olho é maior que o seu tamanho real, isto é, a imagem é ampliada e por isso a lente usada só pode ser convergente, pois as lentes divergentes, para um objeto real, fornecem imagens sempre virtuais, diretas e reduzidas.
O provável defeito de visão que é corrigido com lentes convergentes é a hipermetropia.
O defeito de visão chamado de presbiopa pode ser também corrigido com lentes convergentes.

b) $A = 1,25$ e $p = 2\ cm$
Usando a Equação do Aumento Linear:

$$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow 1,25 = \frac{f}{f - 2}$$

$$1,25f - 2,5 = f$$

$$0,25f = 2,5 \Rightarrow \boxed{f = 10\ cm = 0,1\ m}$$

A vergência **V** é dada por:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,1}\,di \Rightarrow \boxed{V = 10\ di}$$

Respostas: a) Hipermetropia, convergente; b) 10 di

42 Uma lupa com 5,0 cm de distância focal é utilizada por um estudante para observar um inseto de 2,0 mm de comprimento, situado sobre uma superfície iluminada. Sabe-se que a distância mínima de visão distinta do estudante vale 25 cm e que o inseto é colocado a 4,0 cm da lupa.
a) A que distância da lupa o estudante deverá posicionar seu globo ocular para perceber a imagem do inseto com tamanho máximo?
b) Qual o aumento linear transversal produzido pela lupa e qual o comprimento da imagem do inseto?

Resolução:
a) $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{5,0} = \frac{1}{4,0} + \frac{1}{p'}$
$p' = -20\ cm$
A imagem será observada com tamanho máximo se o estudante a contemplar sob o maior ângulo visual possível. Para que isso ocorra:

$$|p'| + d = 25\ cm \Rightarrow 20 + d = 25$$

$$\boxed{d = 5,0\ cm}$$

b) $A = -\frac{p'}{p} = -\frac{(-20)}{4,0} \Rightarrow \boxed{A = 5,0}$

$$|A| = \frac{|i|}{o} \Rightarrow 5,0 = \frac{|i|}{2,0} \Rightarrow \boxed{|i| = 10\ mm}$$

Respostas: a) 5,0 cm; b) 5 vezes, 10 mm

43 Um homem idoso que "sofre da vista" (presbiopia) tem os pontos próximo e remoto distantes de seus olhos 1,0 m e 2,0 m respectivamente. Sabe-se que a distância mínima de visão distinta normal é de 25 cm e que o homem possui dois óculos: **A** (para ver de longe) e **B** (para ver de perto).

a) Qual a vergência das lentes dos óculos **A**?

b) Qual a vergência das lentes dos óculos **B**?

Resolução:

a) $|f| = D \Rightarrow |f| = 2{,}0\ m$

$$|V| = \frac{1}{|f|} = \frac{1}{2{,}0} \Rightarrow |V| = 0{,}50\ di$$

$$\boxed{V = -0{,}50\ di}$$

As lentes dos óculos **A** são divergentes.

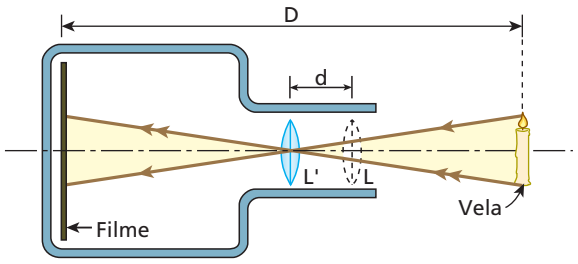
b) $$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_N} + \frac{1}{d_H} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{1{,}0}$$

$$\boxed{V = \frac{1}{f} = +3{,}0\ di}$$

As lentes dos óculos **B** são convergentes.

Respostas: a) –0,50 di; b) +3,0 di

44 Considere a situação esquematizada a seguir, em que uma pequena vela tem sua imagem nitidamente projetada no filme de uma câmera fotográfica para as duas posições **L** e **L'** da lente objetiva do equipamento:



Sendo **D** a distância entre a vela e o filme, **d** a distância entre as posições **L** e **L'** e admitindo válidas as condições de Gauss, determine a distância focal **f** da lente.

Resolução:

Lente na posição L: $$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{D-p} \qquad (I)$$

Lente na posição L': $$\frac{1}{f} = \frac{1}{p+d} + \frac{1}{D-(p+d)} \qquad (II)$$

Comparando (I) e (II), vem:

$$\frac{1}{p+d} + \frac{1}{D-(p+d)} = \frac{1}{p} + \frac{1}{D-p}$$

$$\frac{D-(p+d)+(p+d)}{(p+d)\,D-(p+d)} = \frac{D-p+p}{p\,(D-p)}$$

$$p\,(D-p) = (p+d)[D-(p+d)]$$

$$D\,p - p^2 = D\,(p+d) - (p+d)^2$$

$$D\,p - p^2 = D\,p + D\,d - p^2 - 2dp - d^2$$

$$2d\,p = D\,d - d^2 \Rightarrow p = \frac{D-d}{2} \qquad (III)$$

Substituindo em (I), segue que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{D-d}{2}} + \frac{1}{D-\frac{(D-d)}{2}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{D-d} + \frac{2}{D+d}$$

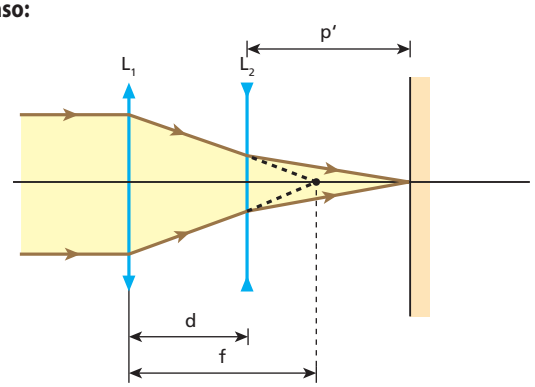
$$\frac{1}{f} = \frac{2\cdot(D+d)+2\ (D-d)}{(D+d)(D-d)} \Rightarrow \boxed{f = \frac{D^2-d^2}{4D}}$$

Resposta: $f = \frac{D^2-d^2}{4D}$

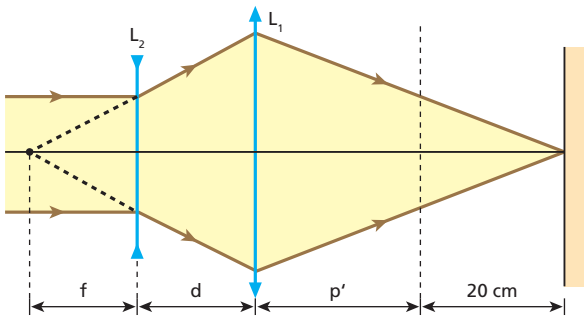
45 (Olimpíada Paulista de Física) Um certo instrumento óptico consta de duas lentes com distâncias focais iguais em módulo. Uma das lentes é convergente e a outra é divergente. As lentes são montadas sobre um eixo comum, a uma determinada distância **d** uma da outra. Sabe-se que se trocarmos a ordem das lentes, mantendo a mesma distância entre elas, a imagem real da Lua, projetada pelo sistema, se desloca de 20 cm. Determine a distância focal de cada uma das lentes.

Resolução:

1º caso:



2º caso:



1º caso: Em relação à lente divergente L_2, temos:

$$-\frac{1}{f} = -\frac{1}{f-d} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f-d} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{f-f+d}{f\,(f-d)} \Rightarrow p' = \frac{f\,(f-d)}{d} \qquad (I)$$

2º caso: Em relação à lente convergente L_1, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f+d} + \frac{1}{p'+20} \Rightarrow \frac{1}{f} - \frac{1}{f+d} = \frac{1}{p'+20}$$

$$\frac{f+d-f}{f\,(f+d)} = \frac{1}{p'+20} \Rightarrow p'+20 = \frac{f\,(f+d)}{d} \qquad (II)$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$\frac{f(f-d)}{d} + 20 = \frac{f(f+d)}{d}$$

$$f^2 - fd + 20d = f^2 + fd \Rightarrow 2fd = 20d \Rightarrow f = 10\ cm$$

Assim:

- Lente L_1 (convergente): $\boxed{f_1 = 10\ cm}$
- Lente L_2 (divergente): $\boxed{f_2 = -10\ cm}$

Resposta: Lente convergente: 10 cm; Lente divergente: –10 cm

46 Sabe-se que, para o olho emetrope, o ponto remoto situa-se no "infinito". Um garoto de vista normal coloca as lentes de contato de sua irmã, cuja convergência é de +2,0 di. Nessas condições, qual passa a ser sua distância máxima de visão distinta?

Resolução:
A distância máxima de visão distinta do garoto é calculada admitindo-se sua vista totalmente relaxada. Nesse caso, seu cristalino apresenta máxima distância focal.
A máxima distância focal do cristalino de um olho emetrope é dada por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Com $p \to \infty$ e $p' = d$ (distância do cristalino à retina), vem:

$$\frac{1}{f_{olho}} = \underbrace{\frac{1}{\infty}}_{\text{tende a zero}} + \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{f_{olho}} = \frac{1}{d}$$

O cristalino do olho do garoto associado à lente de contato constitui um sistema de lentes justapostas, cuja distância focal equivalente ($f_{sistema}$) é dada por:

$$\frac{1}{f_{sistema}} = \frac{1}{f_{olho}} + \frac{1}{f_{lente}}$$

Mas: $\frac{1}{f_{olho}} = \frac{1}{d}$ e $\frac{1}{f_{lente}} = 2di = \frac{1}{100}\ cm^{-1}$

Portanto: $\frac{1}{f_{sistema}} = \frac{1}{d} + \frac{1}{50}$ (I)

A distância máxima de visão distinta (**D**) pedida é calculada conforme segue:

$$\frac{1}{f_{sistema}} = \frac{1}{D} + \frac{1}{d} \qquad \text{(II)}$$

Comparando (I) e (II), vem:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{50} = \frac{1}{D} + \frac{1}{d}$$

Donde: $\boxed{D = 50\ cm}$

Resposta: 50 cm

Siglas

Acafe-SC	Associação Catarinense das Fundações Educacionais
Aman-RJ	Academia Militar de Agulhas Negras
Cefet-MG	Centro Federal de Educação Tecnológica
Cefet-PR	Centro Federal de Educação Tecnológica
Cesgranrio-RJ	Centro de Seleção de Candidatos ao Ensino Superior do Grande Rio
Cesubra-DF	Centro de Ensino Superior de Brasília
EEM-SP	Escola de Engenharia Mauá
Enem	Exame Nacional de Ensino Médio
Esam-RN	Escola Superior de Agricultura de Mossoró
Faap-SP	Fundação Armando Álvares Penteado
Fameca-SP	Faculdade de Medicina de Catanduva
Fatec-SP	Faculdade de Tecnologia de São Paulo
Fazu-MG	Faculdades Associadas de Uberaba
FCC-SP	Fundação Carlos Chagas
FCMSC-SP	Faculdade de Ciências Médicas da Santa Casa
FEI-SP	Faculdade de Engenharia Industrial
FGV-SP	Fundação Getulio Vargas
FICE	Faculdade Internacional de Ciências Empresariais
FMIt-MG	Faculdade de Medicina de Itajubá
FMTM-MG	Faculdade de Medicina do Triângulo Mineiro
FMU-Fiam-Faam-SP	Faculdades Metropolitanas Unidas, Faculdades Integradas Alcântara Machado, Faculdade de Alcântara Machado
Furg-RS	Fundação Universidade Federal do Rio Grande
Fuvest-SP	Fundação Universitária para o Vestibular
IME-RJ	Instituto Militar de Engenharia
IMS-SP	Instituto Moreira Salles
IPE	Instituto de Pesquisas Ecológicas
ITA-SP	Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Mack-SP	Universidade Mackenzie
Puccamp-SP	Pontifícia Universidade Católica de Campinas
PUC-MG	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
PUC-RS	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
PUC-SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
UCDB-MT	Universidade Católica Dom Bosco
UCSAL-BA	Universidade Católica de Salvador
Udesc-SC	Universidade do Estado de Santa Catarina
Uece	Universidade Estadual do Ceará
UEL-PR	Universidade Estadual de Londrina
UEM-PR	Universidade Estadual de Maringá
Uepa	Universidade Estadual do Pará
UEPB	Universidade Estadual do Paraíba
Uerj	Universidade Estadual do Rio de Janeiro
Uespi	Universidade Estadual do Piauí
Ufac	Universidade Federal do Acre
Ufal	Universidade Federal de Alagoas
Ufam	Universidade Federal do Amazonas
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UFC-CE	Universidade Federal do Ceará
Ufes	Universidade Federal do Espírito Santo
UFF-RJ	Universidade Federal Fluminense
UFG-GO	Universidade Federal de Goiás
Ufla-MG	Universidade Federal de Lavras
UFMA	Universidade Federal do Maranhão
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UFMS	Universidade Federal do Mato Grosso do Sul
UFMT	Universidade Federal do Mato Grosso
Ufop-MG	Universidade Federal de Ouro Preto
UFPA	Universidade Federal do Pará
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UFPel-RS	Universidade Federal de Pelotas
UFPI	Universidade Federal do Piauí
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UFRGS-RS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFRN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
UFSCar-SP	Universidade Federal de São Carlos
UFSE	Universidade Federal de Sergipe
UFSM-RS	Universidade Federal de Santa Maria
UFTM-MG	Universidade Federal do Triângulo Mineiro
UFU-MG	Universidade Federal de Uberlândia
UFV-MG	Universidade Federal de Viçosa
Unaerp-SP	Universidade de Ribeirão Preto
Unama-AM	Universidade da Amazônia
UnB-DF	Universidade de Brasília
Uneb-BA	Universidade do Estado da Bahia
Unesp-SP	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Unicamp-SP	Universidade Estadual de Campinas
UnicenP-PR	Centro Universitário Positivo – PR
Unicentro-PR	Universidade Estadual do Centro-Oeste
Unifei-MG	Universidade Federal de Itajubá
Unifesp-SP	Universidade Federal de São Paulo
Unifor-CE	Universidade de Fortaleza
Unimep-SP	Universidade Metodista de Piracicaba
Unip-SP	Universidade Paulista
Unirio-RJ	Universidade do Rio de Janeiro
Unisa-SP	Universidade de Santo Amaro
Unitau-SP	Universidade de Taubaté
Univali-SC	Universidade do Vale do Itajaí
Univest-SP	Faculdades Integradas Univest
USF-SP	Universidade São Francisco
Vunesp-SP	Fundação para o Vestibular da Unesp